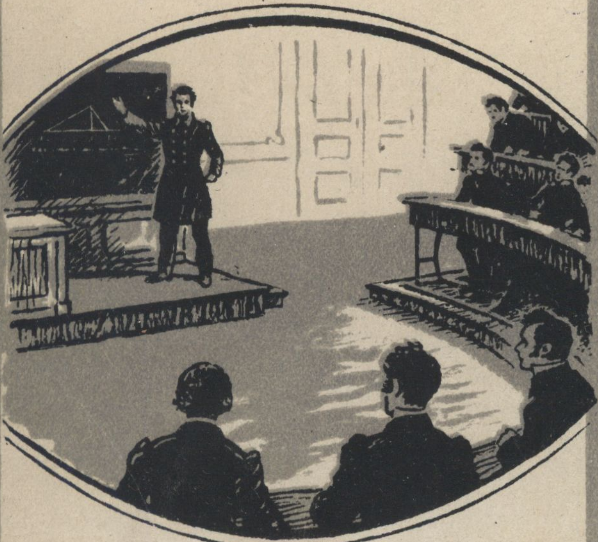
В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНИКУ

И. ДЕПМАН



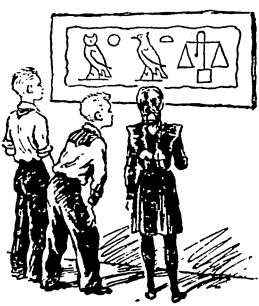
ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

ДЕТГИЗ
1950

В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНИКУ

ПРОФЕССОР И. ДЕПМАН

ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ



Государственное Издательство
Детской Литературы Министерства Просвещения РСФСР
Москва 1950 Ленинград

ВВЕДЕНИЕ

Рассказы, составляющие эту книгу, относятся к тем вопросам математики, которые изучаются в пятых-седьмых классах средней школы.

Но в них не пересказывается то, что написано в учебниках и излагается на уроках. В рассказах говорится, как возникли основные разделы и понятия начальной математики, как они развивались и дошли до их современного состояния.

Автор не претендует при этом на полное изложение истории арифметики, алгебры и геометрии, а только хочет ознакомить своих читателей с основными фактами истории математики.

Этим определяется и план книги, в которой рассказано о зарождении математики у древнейших народов — вавилонян, египтян, индусов, дана картина математических знаний у народов нашей Родины до восемнадцатого столетия, и целый раздел посвящен отдельным вопросам истории арифметики, начал алгебры и геометрии. В этом последнем разделе рассказано о работах крупнейших русских ученых. Гениальные русские математики, оставившие наиболее оригинальные и глубокие идеи в науке, занимались и такими вопросами, которые имеют непосредственную связь с изучаемой в школе начальной математикой.

Это позволяет рассказать о величайших русских математиках: о творце новой геометрии — Николае Ивановиче Лобачевском, об основоположнике первой русской математической школы — Пафнутии Львовиче Чебышеве, создавшем целый ряд новых областей в математической науке; об академике Иване Матвеевиче Виноградове, обогатившем науку новыми методами и решившем задачу, над которой безрезультатно трудились виднейшие математики всех народов.

Школьники должны также знать о таких замечательных математиках, какими были составители учебников — А. П. Киселев и Н. А. Шапошников, посвятившие всю свою жизнь педагогической работе в школе.

ЗАРОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИКА У ДРЕВНИХ НАРОДОВ

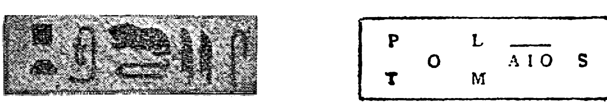
В основе развития математики, как и всякой другой науки, лежат запросы практической деятельности человека.

„Возникновение и развитие наук обусловлено производством“, — читаем мы у Ф. Энгельса. — „Как и все другие науки, математика возникла из *практических нужд* людей: из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из счисления времени и из механики“. [1]

Это положение подтверждает деятельность великого русского математика Пафнутия Львовича Чебышева.

Его самые оригинальные, совершенно новые для математики того времени, идеи возникли из изучения несовершенств ветряных мельниц, разных заводских установок, из решения чисто практических задач.

Совершенно ясно, что всякая наука вырастает из практики, ею питается и проверяется.



Иероглифическая надпись египтян и ее значение.

Отдельные математические знания, выросшие из практической деятельности человека, из наблюдения

[1] Ф. Энгельс. Анти-Дюринг. Госполитиздат. 1948, стр. 37.

Слово „весы“, написанное египетскими иероглифами.

им явлений природы, существовали у различных народов древности.

В настоящее время мы хорошо знакомы с математическими знаниями обитателей древнего Вавилона (часть современного Ирака) и древнего Египта (берега реки Нила).

Наивысшего своего развития деятельность этих народов по созданию математики достигла около четырех тысяч лет назад.

В самые отдаленные времена практическая деятельность людей не могла обходиться без математических сведений. Сведения эти накапливались в течение тысячелетий, в эпохи, о которых не существует письменных памятников.

Но и в исторические эпохи жизни различных народов мы имеем большие периоды, которые не оставили имен мудрецов или ученых, и научные, в том числе и математические, достижения можно приписать только всему народу, его практической деятельности.

Прежде всего нужно рассказать о главнейших математических вопросах в древнем Египте.

Современная наука располагает сравнительно небольшим числом египетских математических документов. Их всего около пятидесяти.

Египетское иератическое, то есть упрощенное, письмо

Самым древним памятником египетской математики является так называемый „Московский папирус“, относящийся к эпохе около 1850 года до начала нашего летосчисления.

Он был приобретен русским собирателем Голенищевым в 1893 году, а в 1912 году перешел в собственность Московского музея изящных искусств.

В этом папирусе среди других задач решается

Геометрическая задача Московского папируса. Изображена трапеция почти прямоугольная, что соответствует толкованиям русских математических рукописей.

задача о вычислении объема усеченной пирамиды с квадратным основанием. Таких задач не содержится в других египетских памятниках. Этот памятник был изучен советскими учеными — академиками Б. А. Тураевым и В. В. Струве.

По объему больше Московского папирус Ахмеса, найденный и приобретенный английским собирателем Райндом в 1858 году и потому часто называемый папирусом Райнда. Он относится к эпохе 1700 года до нашей эры. На русском языке он описан В. В. Бобыниным [1]

Папирус этот представляет собой полосу в 20 метров длиной и 30 сантиметров шириной.

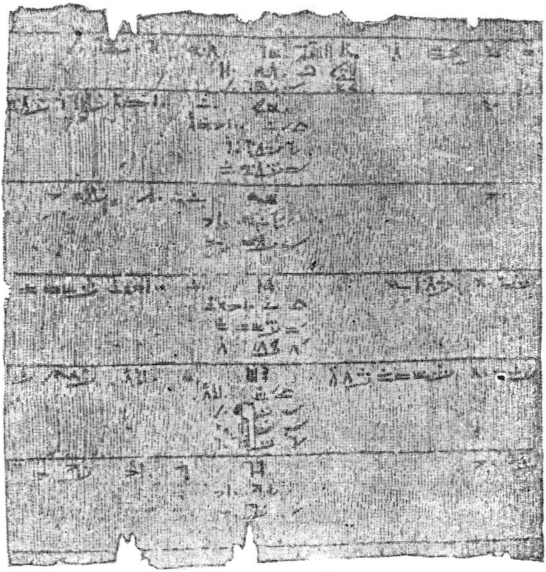
В нем приведены образцы решения задач из области арифметики, геометрии и алгебры.

Все остальные математические документы Египта, последний из которых относится к тысячному году нашего летосчисления, повторяют те же правила вычислений, которые имеются уже в названных основных документах.

Оказывается, что египтяне четыре тысячи лет назад решали многие задачи нашей практической математики (арифметики, геометрии и на уравнения первой степени). Они имели нумерацию с десятичной осно-

---

[1] В. В. Бобынин. Математика древних египтян. Москва, 1882. Обновленная редакция в „Журнале Министерства народного просвещения“ 1908 года.



Обрывок папируса Ахмеса.

вой, владели вычислениями при помощи дробных чисел.

Задачи, которые мы решаем при помощи уравнений первой степени, они решали способом, который в нашей школе называется „способом предположений“ (этот прием употреблялся до XVIII века в арифметике всех народов под названием „способа ложного положения“ или „фальшивого правила“).

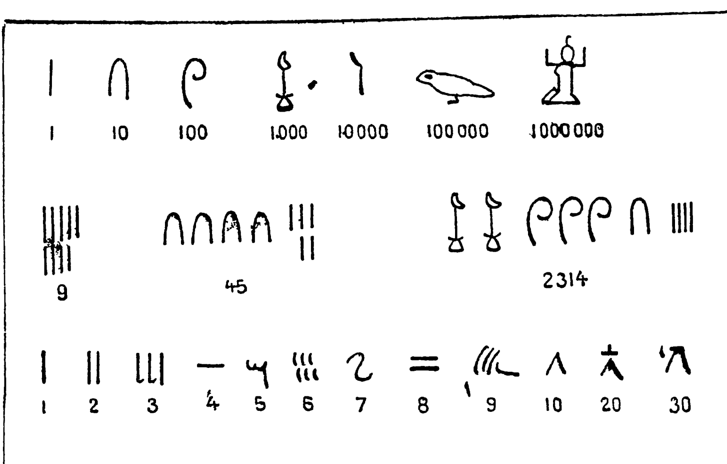
Решали египтяне и задачи на прогрессии. Они умели вычислять площади прямолинейных фигур и круга; отношение длины окружности к ее диаметру — наше число π — согласно правилам египетской геометрии оказывается равным 3,16; по мнению некоторых исследователей, египтяне знали правило для вычисления объема шара и, несомненно, умели вычислять объем усеченной пирамиды с квадратным основанием.

Одновременно с зарождением математики в Египте жители древнего Вавилона — шумеры — самостоятельно создали свою математику. Шумеры писали знаками, составленными из клиновидных черточек, на глиняных плитках, которые после сушки на палящем солнце приобретали большую прочность. В настоящее время эти глиняные плитки тысячами находят при раскопках.

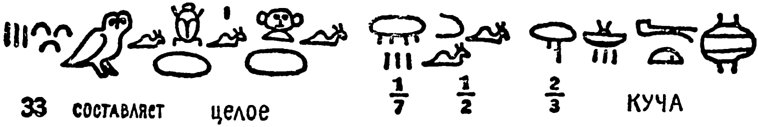
В Ленинграде в Эрмитаже и в Московском музее изящных искусств имеется большое количество египетских и вавилонских памятников с подлинными надписями. Египетские надписи сохранились и на сфинксах, стоящих в Ленинграде на берегу Невы перед зданием Академии художеств.

За последние двадцать-тридцать лет найдено и изучено громадное количество вавилонских математических памятников.

Ученые нашли математическую энциклопедию вавилонян на сорока четырех таблицах, представляющую как бы сводку всех математических достижений шумеров к эпохе около двухтысячного года до нашего летосчисления, то есть к моменту наивысшего расцвета вавилонской культуры. Из этой энциклопедии видно, что вавилоняне в то отдаленное время лучше применяли на практике математические знания, чем



Египетские цифры: верхние две строки написаны иероглифами; нижняя строчка написана иератическими знаками.

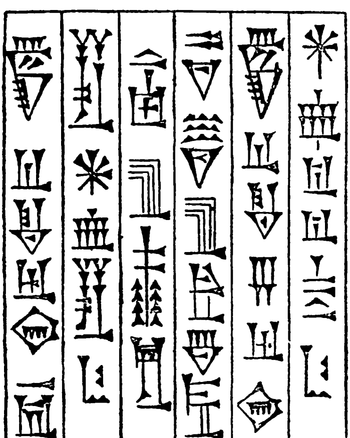


Задача на уравнение, записанная иероглифическим письмом. Читается справа налево: „Куча (неизвестное), $^2/_3$, $^1/_2$, $^1/_7$, целое составляет 33," то есть $x + {}^2/_3 x + {}^1/_2 x + {}^1/_7 x = 33$.

греки на 1500 лет позднее, хотя до сих пор некоторые ученые считают греков основоположниками математической науки

Вавилоняне были основоположниками науки астрономии. Их наблюдения послужили основой греческой астрономии; от них до нас идет семидневная неделя, деление круга на 360 градусов, деление часа на 60 минут, минуты на 60 секунд, секунды на 60 терций. У вавилонян же зародилась астрология — мнимая наука об определении будущего по звездам.

Вавилоняне создали совершенное для своего времени исчисление, в основе которого лежало не число 10, как у нас, а число 60, что во многих случаях облегчало труднейшее арифметическое действие — деление.

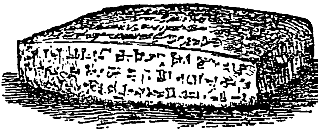


Клинообразные письмена вавилонян.

Они же создали систему мер и весов, которая предвосхитила все преимущества нашей метрической системы (каждая мера была в 60 раз больше предыдущей, откуда и ведет начало наше деление углов и мер времени).

Вавилоняне решали уравнения второй степени и некоторые виды уравнений третьей степени (европейцы научились решать такие уравнения только в XVI веке).

Со второй половины второго тысячелетия до начала нашего летосчисления на территории, лежащей между царствами Вавилонским и заменившим его Ассирийским, с одной стороны, и Закавказьем, с другой стороны, существовало Ванское царство или царство Урарту, которое в VIII веке захватывает области южного Закавказья.



Вавилонская глиняная плитка.

Народы Урарту, усвоив вавилонскую математику, переработали ее. Установлено, что они перешли к десятичной нумерации, близкой к нынешней позиционной десятичной и резко отличной от египетской десятичной нумерации, которая не знала позиционного принципа.

Урартская арифметика во многом сходна с древнеармянской.

Таким образом, математика древних вавилонян через народы Урарту оказала влияние на древнейшую математическую культуру закавказских народов, в особенности армянскую, содействовав исключительно раннему ее расцвету.

Параллельно с Египтом и Вавилоном шло развитие математики в Индии.

За две или полторы тысячи лет до начала нашего летосчисления были написаны древние индусские книги, называемые ведами

В этих книгах и их переделках, в так называемых сутрах, содержатся подробные правила для замены одной фигуры равновеликой ей другой, для разделения и складывания этих фигур.

Правила вед выполнялись главным образом при помощи прямоугольных треугольников, стороны которых выражаются целыми числами. Ведам известны целочисленные прямоугольные треугольники следующих видов:

1) со сторонами 3, 4, 5 и ему подобные, получаемые от умножения чисел 3, 4, 5 на одно и то же число;

2) со сторонами 5, 12, 13 и ему подобные;

3) со сторонами 8, 15, 17 и 12, 35, 37.

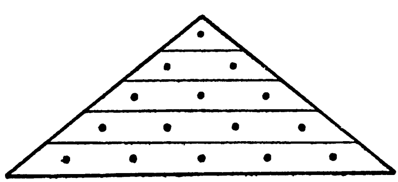
Прямоугольные треугольники обладают тем свойством, что сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы (теорема Пифагора). Этому требованию удовлетворяют треугольники с указанными выше вычисленными сторонами. Например:

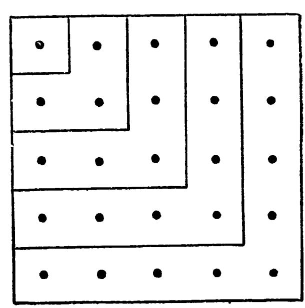
$$12^2 + 35^2 = 144 + 1225 = 1369 = 37^2.$$

Построение фигуры иной формы, которая была бы точно равновелика данной, и родственные задачи составляют существенную часть и греческой геометрии и изучаются в нашем школьном курсе.

Задача складывания фигур квадратной, треугольной или многоугольной формы из квадратных плит или кирпичей, которую ставило строительное искусство, по всей вероятности, дало начало учению о треугольных, квадратных и вообще многоугольных числах.

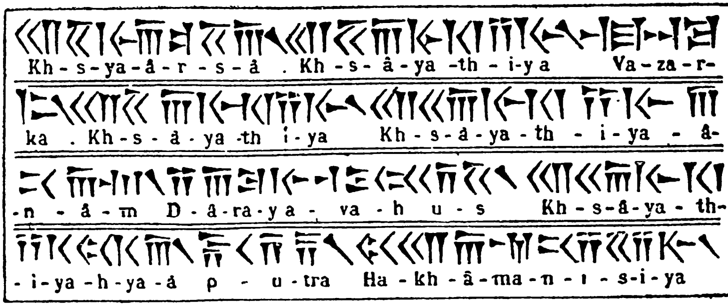
Треугольными назывались числа: 1, 8, 6, 10, 15 и так далее; квадратными — 1, 4, 9, 16, 25 и так далее. Если изобразить кирпичи точками, то эти числа представляют количество кирпичей, необходимых для построения треугольной или квадратной фигуры при постепенном увеличении сторон их, как показывают чертежи:





Квадратные плиты (кирпичи) были основным строительным материалом в Индии и в особенности в соседнем с ней Вавилоне, совершенно лишенном камня и дерева. Равновеликость фигур определялась по числу этих плит.

Эта практическая задача строительного искусства выдвинула вопрос об определении целого числа плит, необходимых для получения треугольной, квадратной или многоугольной фигуры с заданной величиной площади.



Подпись царя Ксеркса клинописью.

Решение этой задачи требовало изучения свойств последовательностей чисел натурального ряда: 1, 2, 3, 4, . . . треугольных: 1, 3, 6, 10, 15, . . . квадратных: 1, 4, 9, 16, . . . Этими вопросами занимались вавилоняне, индусы, а позднее — греческие математики, начиная с Пифагора.

В жизнеописаниях Пифагора (VI век до начала нашего летосчисления) рассказывается о пребывании его в Египте, Вавилоне и Индии. С другой стороны, Пифагору приписывается такое количество открытий в области геометрии и учения о числах, которые никак не могли быть сделаны в течение одной жизни.

Естественно возникает мысль о том, что многие открытия, приписываемые Пифагору, были им вынесены из Вавилона, Индии и Египта, в частности учение о многоугольных или фигурных числах (треугольных, четырехугольных и так далее), связанных с вопросами строительного искусства этих стран.

Самым ценным вкладом индусов в сокровищницу математических знаний человечества является употребляемый нами способ записи чисел при помощи десяти знаков: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Основа этого способа заключается в идее, что одна и та же цифра обозначает единицы, десятки, сотни или тысячи, в зависимости от того, какое место эта цифра занимает. Занимаемое место определяется нулями, приписываемыми к цифре.

Вавилонское письмо.

Окончательная разработка такой поместной, или позиционной, системы нумерации, идея которой была у вавилонян, есть величайшая заслуга индусов.

Французский математик Лаплас (1749—1827) пишет по этому поводу: „Мысль — выражать все числа немногими знаками, придавая им кроме значения по форме еще значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна. Как нелегко прийти к этому, мы видим ясно на примере величайших гениев греческой учености — Архимеда и Аполлония, от которых эта мысль осталась скрытой“.

Великое открытие поместной системы нумерации было сделано не каким-нибудь гениальным человеком. Это открытие, как и все открытия египтян и вавилонян, являются результатом долгого постепенного обогащения опыта и наблюдения целого народа. Таковы же многие, на первый взгляд весьма абстрактные, задачи математики.

У греков возникли четыре замечательные задачи, которыми человечество занималось свыше двух с половиною тысячелетий. Задачи эти следующие:

1. Разделить окружность или дугу на произвольное число равных частей (построить в окружности правильный многоугольник с любым числом сторон).

2. Удвоить куб, то есть построить куб, который имел бы объем в два раза больший, чем данный куб.

3. Разделить любой угол на три равные части.

4. Построить квадрат, имеющий площадь, равную площади данного круга.

Все эти задачи требовалось решать точно, пользуясь только циркулем и линейкой, на которой нет делений.

Несмотря на свою кажущуюся простоту, они оказались не разрешимыми циркулем и линейкой, что было установлено лишь ко второй половине XIX века.

До этого времени, а отчасти и после него, очень многие люди, в особенности из числа любителей математики, не изучившие серьезно этой науки, тратили время и силы на безнадежные попытки решения этих задач.

История этих задач, о которых написано много книг и брошюр и на русском языке, потребовала бы отдельной книги, из которой можно было бы узнать, как из бесплодных попыток решить эти, на первый взгляд очень простые, задачи выросли очень важные отрасли современной математической науки.

МАТЕМАТИКА У НАРОДОВ НАШЕЙ РОДИНЫ

МАТЕМАТИКА У АРМЯН

Самые ранние по времени сведения о математике у народов нашей Родины относятся к первому тысячелетию нашего летосчисления.

На первом месте по древности математической культуры стоят армяне.

У армян в VII веке был замечательный ученый Анания из Ширака, труды которого в большом количестве дошли до нашего времени.

Анания из Ширака был математиком, астрономом, метеорологом, историком и географом. Он разбирает в своих сочинениях, помимо чисто арифметических задач, вопросы о шарообразности Земли, о затмениях Луны и Солнца, о применении нуля в математике, о многоугольных числах, о календарных числах, о календарных исчислениях, о солнечных часах, — всё это в такую эпоху, когда у европейских народов этими вопросами еще почти никто не занимался.

Как утверждают армянские историки, научная литература для Анании не самоцель. Когда его родине угрожала опасность, он был непосредственным участником в освободительной борьбе против византийских захватчиков.

Боец-армянин сражался за родину мечом, а ученый-патриот — пером. Таким был Анания из Ширака, первый армянский математик.

Из сочинений Анании особенный интерес для нас представляют учебник по арифметике и задачник.

В начале задачника помещено теоретическое введение и таблицы сложения, вычитания, умножения и деления чисел, похожие на таблицы наших школьных учебников младших классов.

Эти таблицы принадлежат к самым древним из известных в науке.

Вот примеры задач Анании:

№ 11. Один купец прошел через три города, и взыскали с него в первом городе пошлины половину и треть имущества, и во втором городе половину и треть [с того, что у него осталось], и в третьем городе снова взыскали половину и треть [с того, что у него было]; и когда он прибыл домой, у него осталось 11 дахеканов [денежных единиц]. Итак, узнай, сколько всего дахеканов было вначале у купца? *Ответ*: 2376.

№ 22. Фараон, царь Египта, праздновал день своего рождения, и обычай был у него раздавать в этот день десяти вельможам, по достоинству каждого, сто карасов вина. Итак, раздели это сообразно достоинству всех десяти.

[Смысл слов: „сообразно достоинству каждого" означает, что доля первого относится к доле второго, как 1:2, доля второго — к доле третьего, как 2:3 и т. д.]

Ответ (в современном способе письма): первый получил $1\frac{9}{11}$, второй — $3\frac{7}{11}$ и так далее.

Анания дает ответ в египетской форме дробей:

$1:1\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{10}\,\frac{1}{55}$, то есть $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{55}$;

Седьмой — $12\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{10}\,\frac{1}{22}\,\frac{1}{30}\,\frac{1}{33}\,\frac{1}{55}$.

№ 24. В городе Афинах был водоем, в который проведены три трубы. Одна из труб может наполнить водоем в один час, другая, более тонкая, — в два часа, третья, еще более тонкая, — в три часа. Итак, узнай, в какую часть часа все три трубы вместе наполняют водоем.

Ответ: $\frac{1}{4}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{12}\,\frac{1}{22}=\frac{6}{11}$ часа.

Высота уровня математических знаний Анании становится ясной, если указать, что современник его, английский монах Бэда „Достопочтенный“, который считался в Европе самым ученым человеком своего времени, говорит: „В мире есть много трудных вещей, но нет ничего такого трудного, как четыре действия арифметики“. Анания же решает задачи (например № 21 его задачника), требующие сложения восьми дробей, среди знаменателей которых имеются 7, 8, 9, 13, 14, 16, 20, что приводит к очень большому общему знаменателю. Для сравнения отметим, что автор английского учебника арифметики 1735 года пишет: „В интересах учащихся... мы излагаем отдельно (в конце книги) правила действий над ломаными числами, обыкновенно называемыми дробями, при виде которых часть учащихся приходит в такое уныние, что останавливается и восклицает: „Только не дальше!“

Таким образом, действия над дробями, которые одиннадцать столетий позднее еще приводят в ужас обучающихся арифметике в Англии, для Анании из Ширака не представляют никакого труда.

Этот факт хорошо иллюстрирует состояние математических знаний у армян в отдаленную от нашего времени эпоху седьмого столетия.

В одиннадцатом столетии (1051) были переведены с греческого языка на армянский сокращенные „Начала“ геометрии греческого математика Евклида. Перевод этот сохранился до нашего времени в ереванском древлехранилище Матенадаране, являющемся одним из знаменитейших во всем мире.

„Начала“ Евклида — первоисточник нашей геометрии и единственное руководство по геометрии в течение двух тысяч лет у всех народов. Много раз геометрия Евклида переводилась на различные языки. Армянский перевод „Начал“ был по времени вторым (после перевода на арабский язык). На латинский язык, международный для ученых Европы, „Начала“ были переведены с арабского в 1120 году, а первый перевод с греческого оригинала в Европе был сделан лишь в 1533 году, почти на пять веков позднее перевода на армянский язык.

Кроме Анании из Ширака и переводчика „Начал“ Евклида Грегора Магистра, известны и другие армянские математики средних веков, например, Ованес

Саркава-Вардапет (что значит: учитель), умерший в 1129 году. Ованес Саркава излагает учение греческого математика Никомаха (1-й век нашей эры) о числах, улучшает календарь установлением года в 365 дней и ратует за знание, опирающееся на опыт. „Без опыта никакое мнение не может быть вероятным и приемлемым, так как только опыт является несомненным“, — пишет он.

Все эти факты свидетельствуют о высоком уровне культуры в Армении в средние века.

Приводим в заключение слова первого армянского математика — Анании из Ширака: „И сильно возлюбив искусство числительное, помыслил я, что без числа никакое рассуждение философское не слагается, всей мудрости матерью его почитая“.

Подобные высказывания о математике мы многократно находим в старых русских памятниках.

МАТЕМАТИКА У НАРОДОВ СРЕДНЕЙ АЗИИ

Мы рассказали о зарождении математической науки у вавилонян, египтян и индусов. В дальнейшем, в течение тысячи лет, начиная с шестого столетия до нашего летосчисления, развитие математики главным образом происходило в Греции. К концу пятого столетия нашего летосчисления греческое математическое творчество прекратилось.

В следующие за этим века, примерно до 1200 года, о математике у европейских народов нет почти никаких сведений. Церковники относились враждебно ко всякой науке, в том числе и к математике.

Византийский император Юстиниан помещает в своем кодексе законов 529 года раздел, озаглавленный „О злоумышленниках, математиках и тому подобных“, в котором содержится параграф: Само же достойное осуждения искусство математики воспрещается совершенно“. Впрочем, здесь под понятие „математики“ входили и гадатели и астрологи, предсказывавшие будущее по звездам, что видно из закона императора Феодосия: „Никто да не советуется с гадателем или математиком“.

Доминиканский монах Качини во Флоренции еще в Новое время заявляет, что математики, как творцы всяких ересей, должны быть сожжены на всей земле христианской.

Науки были превращены в служанок богословия; немало передовых ученых кончили свои дни на кострах по решению церковных судилищ (инквизиции). Глава инквизиции в Испании („великий инквизитор") Томас Торквемада послал в 1486 году на костер испанского математика Вальмеса за утверждение, что он нашел решение уравнения четвертой степени (уравнения, содержащего x^4), которое, как утверждает Торквемада, по воле бога, недоступно человеческому разуму. Отметим, что способ решения этих уравнений был найден итальянским математиком Феррари в середине XVI века.

Результатом такого отношения к науке было не только прекращение движения науки вперед. Даже самые ученые люди того времени перестали понимать прежнюю науку.

Со второй половины VII века арабы вели грандиозные завоевательные войны и захватили большинство прежних культурных стран.

Торговля, мореходство, промышленность, военное дело требовали научных знаний. С начала IX века начинается усиленный перевод на арабский язык культурного наследия покоренных народов.

Многие математические труды греческих ученых мы знаем теперь только по арабским переводам их. Время от времени в арабских рукописях и в наши дни обнаруживаются не известные до того работы греческих математиков. Одним из последних таких крупных открытий было обнаруженное в 1924 году сочинение Архимеда о правильном семиугольнике. Это замечательное открытие по истории греческой математики было сделано после найденного русским ученым А. И. Попадопуло-Карамевсом не известного до того очень важного труда Архимеда, опубликованного в 1905 году под названием „Новое сочинение Архимеда".

Важными центрами научной жизни в восточных частях арабских владений были города наших среднеазиатских республик: Самарканд, Хорезм (Ургенч), Бухара, Мерв и другие.

Здесь с IX века расцветает математическая мысль, появляются местные — узбекские и таджикские — ученые, которые обогатили науку, а в ряде случаев утвердили свою славу в науке на все времена. Среди этих ученых имеются: математик Мухаммед ал-Хорезми (Мухаммед из Хорезма), астроном Абуль ал-Фергани (Абуль из Ферганы), ферганцы же астрономы ад-Тюрки и его сын Абдуль Хасан, ал-Сагани из окрестностей города Мерва, ал-Ходженди и ал-Джаухари с берегов Сыр-Дарьи, ал-Бируни из Хорезма и Ибн-Сина из Бухары, в X веке, Омар Хайям, жизнь которого связана с Самаркандом, — в XI веке, ал-Каши — директор обсерватории ученого самаркандского князя Улугбека — в пятнадцатом столетии.

Хорезмиец Мухаммед ал-Хорезми, родившийся во второй половине VIII века и умерший между 830 и 840 годами, написал учебник арифметики, по латинскому переводу которого европейские народы ознакомились с индусским способом счисления при помощи десяти цифр.

В начале IX века этот же Мухаммед ал-Хорезми написал учебник алгебры, ставший родоначальником европейских учебников.

Книга ал-Хорезми по алгебре дала этой науке не только название, но и совершенно новый характер.

У греков алгебра, называвшаяся арифметикой, занималась трудными, абстрактными вопросами теории чисел. Ал-Хорезми же пишет в предисловии к своей книге, что „он составил это небольшое сочинение из наиболее легкого и полезного в науке счисления и притом такого, что требуется постоянно людям в делах о наследовании, наследственных пошлинах, при разделах имущества, в судебных процессах, в торговле и во всех их деловых взаимоотношениях, в случаях измерения земель, проведения каналов, в геометрических вычислениях и других предметах различного рода и сорта“ . . .

Три четверти книги отведены решению практических задач, чего совершенно избегали греческие математики.

Теоретическая часть книги проникнута пониманием того, что алгебра есть наука общего характера, решающая вопросы „различного рода и сорта“.

От имени этого выдающегося узбекского ученого происходит математический термин „алгорифм“ (но не логарифм), который в настоящее время означает всякую последовательность вычислений для решения определенного рода вопросов. Так, например, можно говорить об алгорифме решения уравнений, об алгорифме решения определенного типа задач и так далее.

В прежнее время алгорифмом или алгоризмом называлась арифметика, изложенная при помощи десятичной позиционной системы счисления, так как эту арифметику европейские ученые впервые узнали из только что упомянутого перевода „Арифметики индусскими цифрами“ ал-Хорезми. Перевод начинался словами „ал-Хорезми об индусском счете“; слово „ал-Хорезми“ и приняло форму „алгоризм“.

Кроме этих книг, ал-Хорезми известен своими астрономическими и географическими трудами (измерение длины меридиана).

Знаменитый философ, астроном и математик ал-Бируни (также из Хорезма) родился в 972 или 973 году.

Как философ, он интересен тем, что в те отдаленные времена он отстаивал права человеческого разума. Он пишет, что по поводу астрономических взглядов с ним „спорили некоторые люди, приписывающие божественной премудрости то, чего они не знают в науках. Они оправдывают свое невежество заявлением, что только аллах всемогущ и всеведущ“.

Ал-Бируни не довольствуется тем, что та или иная астрономическая теория удобна для объяснения явлений. Одинаково удобно могут объяснять явления и несколько теорий. Ученый должен ставить вопрос: которая из этих теорий истинна?

В замечательной математической „Книге об хордах“ ал-Бируни сопоставляет разные способы доказательства отдельных предложений, имевшихся у более ранних ученых. Он говорил:

„Я собрал всё это для тебя, читатель, и по своему обыкновению отнес каждое доказательство к его автору, чтобы ты охватил их собственным оком и понял, что все они сходятся в одной точке, и чтобы ты сам решил, что̀ нужно вывести отсюда для познания хорд“.

По содержанию книга относится к учению о более сложных вопросах геометрии и тригонометрии. В астрономических работах ал-Бируни предвосхищает современные способы составления точных карт (метод триангуляции).

Улугбек (1393—1449).

Внук монгольского властителя Тамерлана Улугбек (1393—1449), сам крупный астроном, построил в Самарканде лучшую для того времени во всем мире обсерваторию, собрав в ней известнейших ученых для разработки астрономии и математических наук.

Особенно многим обязана деятельности этой группы ученых тригонометрия.

Первым директором этой обсерватории был узбек Джемшид-бен Масуд эд-Дин ал-Каши, умерший около 1436 года. Вклад, сделанный им в математические науки, весьма большой. Джемшид-бен нашел правило для нахождения суммы четвертых степеней последовательности натуральных чисел

$$(1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + m^4 = \frac{1}{30}(6\,m^5 + 15\,m^4 + 10\,m^3 - m),$$

усовершенствовал тригонометрические вычисления, дал правила приближенного решения уравнений высших степеней, способ определения расстояний небесных тел, изобрел остроумный механический прибор для изучения положений планет. Все эти открытия лишь несколькими столетиями позднее были вновь сделаны европейскими учеными.

Ал-Каши в начале XV века написал книгу „Поучение об окружности“, на которую ссылается в своей книге (1427 года) — „Ключ к искусству счета“. В „Поучении об окружности“ он производит вычисления с поражающей нас точностью: если результаты, находимые им в шестидесятиричной системе счисления, перевести в десятичные дроби, то получаем 17 точных десятичных знаков после запятой. В своей книге ал-Каши находит приближенное отношение длины окружности к радиусу (число, которое мы обозначаем символом 2π), вычисляя для этого сторону правильного многоугольника, у которого 800 335 168 сторон. Как увидим в дальнейшем, ал-Каши получает для числа π 16 точных знаков после запятой.

В той же книге ал-Каши среди ряда других весьма важных новых результатов впервые вводит в науку десятичные дроби, без которых немыслимы современные математика и техника. Это имело место за 175 лет ранее появления десятичных дробей в Европе.

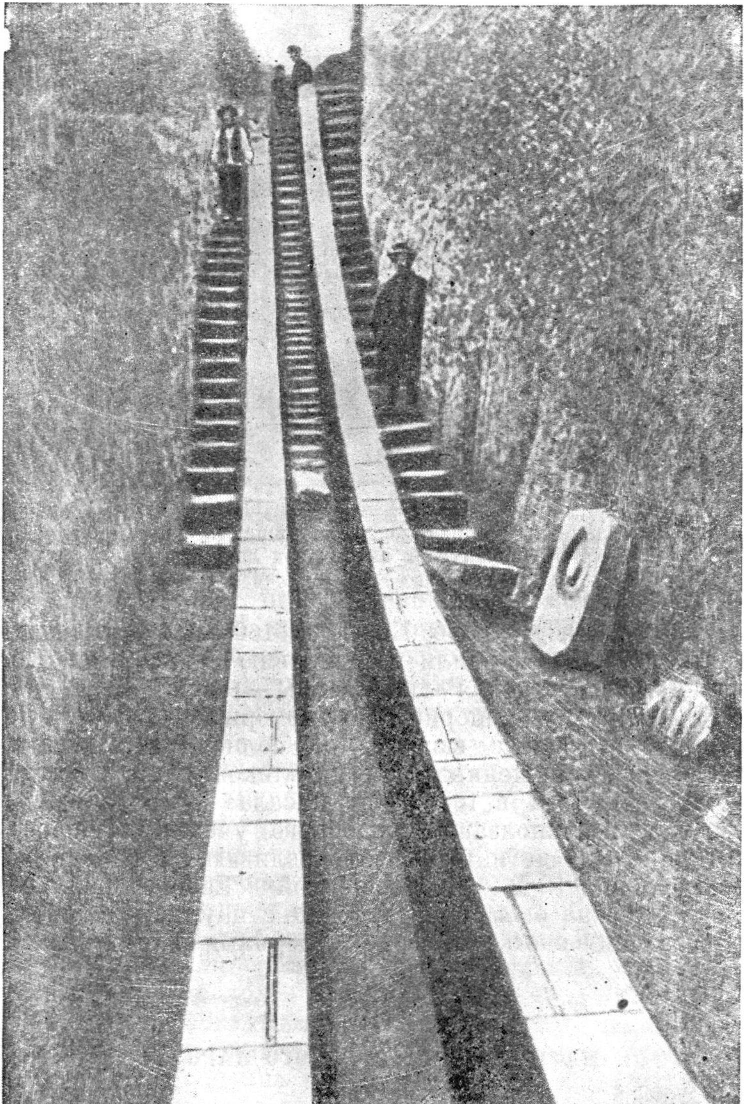
Знаменитый таджикский поэт, философ, математик и астроном Омар Хайям родился около 1048 года, умер около 1122 года. Из биографии его известно, что самаркандский друг его Абу Тагир дал ему возможность изучать математику. Последнему и посвящена алгебра Омара Хайяма, написанная в годы 1069—1074. В этой книге автор дает решение геометрическими методами уравнений третьей степени (содержащих x^3), что является наивысшим достижением алгебры средних веков. Алгебраические методы решения этих уравнений были найдены в Европе лишь в середине шестнадцатого столетия.

К геометрии относится найденная в наши дни работа Омара Хайяма — „Ключ к трудным местам Евклида". В ней Омар Хайям занимается вопросом о параллельных линиях и подходит к некоторым исходным идеям того самого высокого построения геометрической мысли, которое было в первой половине девятнадцатого столетия создано гениальнейшим геометром всех времен — Н. И. Лобачевским.

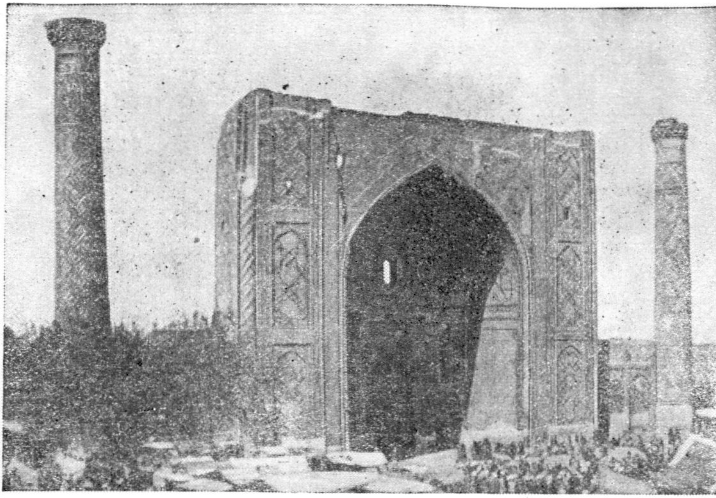
В 1079 году Омар Хайям составляет новый календарь, более точный, чем наш календарь. Математические расчеты календаря Омара Хайяма, введенного при его жизни в некоторых странах Азии, были использованы для французского революционного календаря в самом конце XVIII века.

Указание имен ал-Хорезми, ал-Бируни, ал-Каши и Омара Хайяма достаточно для характеристики того исключительно высокого уровня, которого достигли математические науки у народов наших среднеазиатских республик в средние века.

В Европе передовые ученые и мыслители в те времена, и еще позднее, нередко кончали свои дни



Остатки обсерватории Улугбека около Самарканда. На снимке дуга большого радиуса, разделенная на градусы.



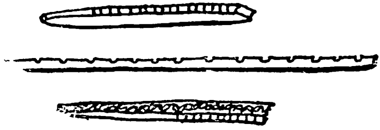
Одно из зданий в Самарканде, сохранившееся до наших дней. Здесь Улугбек читал свои лекции.

на кострах (Джордано Бруно в 1600 году) или подвергались угрозам или воздействию инквизиции (Коперник, 1473 – 1543, Галилей, 1564—1642).

Внося книги Коперника, от которых ведут начало наши современные взгляды на солнечную систему, в список запрещенных для католиков книг, цензура римской церкви в 1616 году писала: „Эти книги во избежание расползания подобного учения к ущербу католической истины приостанавливаются впредь до исправления“. В „просвещенной“ Европе научная книга должна была сочетаться не с научною истиною, а с католическою, то есть суевериями католической религии.

МАТЕМАТИКА У РУССКОГО НАРОДА

Письменные памятники математических знаний русского народа мы имеем начиная примерно с тысячного года нашего летосчисления. Эти знания являются результатом предшествовавшего долгого развития и основаны на практических нуждах человека.



Бирки — расчетные палочки.

Рано возник в России интерес к науке в широких слоях населения. Сохранились сведения о школах при Владимире Святославовиче (978—1015), при Ярославе Мудром (1036—1054). Находились в очень раннюю эпоху „числолюбцы“, интересовавшиеся математикой не только в той мере, в какой она была нужна непосредственно для практической деятельности.

Примером таких „числолюбцев“ был новгородский монах начала двенадцатого столетия Кирик.

Говоря об интересе русского народа к математике в те отдаленные от нашего времени века, мы не должны забывать, что речь здесь идет о передовых слоях народа, стремившихся к знанию, строивших национальную культуру, которая пышно расцвела в последующие века.

Рядом с этими прогрессивными элементами имелись значительные круги духовенства и эксплоататоров, которые относились к знанию вообще и к математике в частности враждебно. Свидетельства о враждебном отношении к знанию мы встречаем еще в XVII и XVIII веках.

Основной предпосылкой для всех математических знаний служит нумерация, которая у разных древних народов имела различный вид.

Повидимому, все народы вначале обозначали числа зарубками на палочках, которые у русских назывались бирками. Такой способ записей долговых обязательств или налогов употреблялся малограмотным населением разных стран. На палочке делали нарезы, соответствующие сумме долга или налога.

Палочку раскалывали пополам; одну половину оставляли у должника или у плательщика, другую хранили у заимодавца или в казначействе.

При расплате обе половинки проверяли складыванием. В Англии этот способ записей налогов существовал до конца семнадцатого столетия. При ликвидации старых налоговых обязательств крестьян на дворе лондонского казначейства был устроен костер из накопившихся бирок. Этот костер оказался таким большим, что сгорело и само здание казначейства, а вместе с ним погиб и вделанный в стену образец английской меры длины, так что с тех пор англичане не знают точной длины своего фута.

Греки в шестом столетии до нашего летосчисления стали обозначать числа буквами, снабженными особым значком.

Таким же образом писали числа наши предки при помощи букв славянского алфавита, над которыми ставился особый значок — титло. Приведенная таблица показывает, какими буквами какое число обозначалось в славянской нумерации. Влиянием этой нумерации объясняются некоторые термины русского языка. В старых учебниках грамматики буква „и“ называлась „и осьмиричное“, буква „і“ — „и десятиричное“. Объясняются эти названия тем, что в славянской нумерации буква „и“ обозначала 8, буква „і“ — 10.

А҃	В҃	Г҃	Д҃	Є҃	Ѕ҃	З҃	И҃	Ѳ҃
аз	*ве́ди*	*глаго́ль*	*добро́*	*есть*	*зело́*	*земля́*	*и́же*	*фита́*
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І҃	К҃	Л҃	М҃	Н҃	Ѯ҃	Ѻ҃	П҃	Ч҃
и	*ка́ко*	*лю́ди*	*мысле́те*	*наш*	*кси*	*он*	*поко́й*	*червь*
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р҃	С҃	Т҃	Ѵ҃	Ф҃	Х҃	Ѱ҃	Ѡ҃	Ц҃
рцы	*сло́во*	*тве́рдо*	*ук*	*ферт*	*хер*	*пси*	*о*	*цы*
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Славянская нумерация.

Потребности хозяйственной жизни далекого прошлого довольствовались сравнительно небольшими числами — так называемым „малым счетом“ наших предков. Он доходил до числа 10 000, которое в самых старых памятниках называется „тьма“, то есть темное число, которое нельзя ясно представить.

Славянская нумерация для обозначения больших чисел.

В дальнейшем граница малого счета была отодвинута до 10^8, до числа „тьма тём“. Старинная рукопись по этому случаю заявляет, что „больше сего числа несть человеческому уму разумети“. Но наряду с этим „малым числом“, „коли прилучался великий счет и перечень“, употреблялась вторая система, называвшаяся „великим числом или счетом“ или „числом великим словенским“. В нем употреблялись более высокие разряды: тьма — 10^6, легеон — 10^{12}, леодр — 10^{24}, ворон — 10^{48}; иногда еще колода — десять воронов — 10^{49} (хотя нужно было за колоду принять, следуя системе, 10^{96}). Автор рукописи вновь заявляет, что „того числа несть больше“.

Для обозначения этих больших чисел наши предки употребляли оригинальный способ, не встречающийся ни у одного из известных нам народов: число единиц любого из перечисленных высших разрядов обозначалось той же буквой, что и простые единицы, но обрамленной для каждого числа соответственным бордюром.

Греческие математики не додумались до этого способа письма даже в лице своих гениальных представителей.

Таких больших чисел не требовала в то время, и не требует и теперь, никакая практическая задача. Архимед, величайший греческий математик, сосчитал, что число песчинок во всем мировом пространстве, как это понимали в то время, не превышает 10^{63}.

Славянский „числолюбец“ сказал бы, что это число песчинок не больше „тысячи легеонов воронов“ ($10^{63} = 10^{3} \cdot 10^{12} \cdot 10^{48}$). Число песчинок во всем мировом пространстве человеку того времени действительно могло казаться наибольшим мыслимым числом, чем и оправдываются заявления авторов рукописей о том, что „больше сего не дано человеку разумети“. Рассматривание большого славянского счета неоднократно в русских математических рукописях свидетельствует о том, что „числолюбцы“ были достаточно многочисленны в древней Руси.

В первом печатном русском учебнике математики, в „Арифметике“ Л. Ф. Магницкого[1] (1703), даются уже интернациональные термины для больших чисел (миллион, биллион, триллион, квадриллион). Доходя до 10^{24} (квадриллиона), автор заявляет:

„Число есть бесконечно,
Умом нам не дотечно,
И никто не знает конца...
. . . .
. . . . безделъно
Множайших чисел искати
И больше сей писати
Превосходной таблицы.[2]
. . . .
И еще кому треба

Счисляти, что внутрь неба,
Довлеет числа сего
К вещем всем мира всего“.

Славянская нумерация с принятием индусской потеряла всякое практическое значение.

Характерным „числолюбцем“ древней Руси был упоминавшийся уже нами монах Кирик, написавший в 1134 году книгу „Кирика — диакона Новгородского Антониева монастыря учение, им же ведати человеку числа всех лет“.

---

[1] В 1699 году в Амстердаме И. Ф. Копиевский напечатал „Руководение в арытметику, сиречь во всякий счет“, в котором на шестнадцати маленьких страницах изложены основы счисления. Книжка распространения в России не получила.

[2] То есть доходящей до 10^{24}.

Он подсчитывает с азартом, сколько месяцев, сколько дней, сколько часов он прожил, а затем считает в годах, в месяцах, в неделях и в днях время, прошедшее от сотворения мира до 1134 года (6644-го от „сотворения мира“), вычисляет день пасхи на будущее время. При исчислении времени Кирик употребляет „дробные часы“, подразумевая под ними пятые, двадцать пятые, сто двадцать пятые (и так далее) доли двенадцатичасового дня. Доходя в этом счете до седьмого дробного часа, каковых во дне оказывается 937 500, он заявляет: „больше сего не бывает“, что, повидимому, означает, что более мелких делений дня не употребляли.

В „Русской правде“, знаменитом правовом памятнике древней Руси, составление которого относят к промежутку времени между одиннадцатым и пятнадцатым столетиями, имеются статьи, посвященные вычислению потомства некоторого начального количества овец, коз и свиней. Вычислитель предполагает, что имеющееся число овец за год удваивается, и тогда, например, от двадцати двух овец через 12 лет будет стадо в $22 \cdot 2^{12} = 90\,112$ овец, какой результат и дается в „Русской правде“.

Это задача, которая примерно в то же время появляется в руководствах арифметики разных народов то о потомстве кроликов, то в виде задачи о вознаграждении изобретателя шахматной игры. Эти вычисления, повидимому, были созданием таких „числолюбцев“, как упомянутый уже Кирик новгородский.

Естественно сопоставить со сказанным о математической культуре наших предков состояние математических знаний у народов, населяющих Западную Европу. Арифметические действия там производятся при помощи счетной доски (абака), на которую кладут камешки (бобы) или кружки с черточками.[1] Наши счеты являются одним из видов абака.

Запись чисел производится при помощи громоздкой римской нумерации, в которой даже малые числа требуют большого количества знаков (например, 878

---

[1] Полагают, что поговорка „остался на бобах“ ведет отсюда свое начало. Человек, проигравший все свои деньги, остался со своей счетной доской и с бобами, — „остался на бобах“.

записывается так: DCCCLXXVIII), а запись больших чисел гораздо сложнее, чем в великом славянском счете. Наши современные цифры в Западной Европе появляются в книгах лишь в тринадцатом столетии, встречая сильное противодействие сторонников старого способа счета на абаке или при помощи римской нумерации.

Геометрические сведения в старых русских памятниках

Развитие геометрии как науки подталкивалось практическими запросами жизни. Потребности земледелия, строительного и военного дела породили начала геометрии у всех народов, в том числе и у славян.

Уже в самых старинных памятниках русской истории мы встречаем начальные сведения по геометрии.

Земельной мерой наших предков служил участок, называвшийся „сохой“. Это количество пахотной земли, которое был в состоянии обрабатывать один пахарь,—еще пример того, что и меры площади и их названия возникли из труда человека, из практики.

Размер сохи в разных местах был различный. От сохи образовывались меньшие меры — доли: $^1/_2$ — полсохи, $^1/_4$ — четь, $^1/_8$ — полчеть, $^1/_{16}$ — полполчеть, $^1/_{32}$ — полполполчеть или малая четь и $^1/_3$ — треть, $^1/_6$ — полтреть, $^1/_{12}$ — полполтреть, $^1/_{24}$ — полполполтреть.

Исконно русским руководством, излагавшим приемы измерения площадей, является „Книга сошного письма“, самый древний экземпляр которой относится к 1629 году, хотя имеются указания, что оригинал был составлен при Иване Грозном в 1556 году.

В этой книге при вычислении площадей фигур рекомендуется разбивать их на квадраты, прямоугольники, треугольники, трапеции. Площади квадрата и прямоугольника вычисляются по нашим правилам, площадь же треугольника находится как половина произведения основания на боковую сторону, и площадь трапеции — как произведение полусуммы оснований на боковую сторону (хобот). Последние правила, буквально понятые, неверны.

Возможно, что русская землемерная практика имела дело только с треугольниками и трапециями прямоугольными или почти прямоугольными, и в таком случае мы не имеем основания делать упрек нашим предкам в незнании правил начальной геометрии. В те отдаленные времена земля не являлась предметом купли-продажи, и точность результата измерения играла незначительную роль (см. стр. 7).

М. В. Остроградский (1801—1861).

Оказывается, что в южнорусских губерниях, где свободной земли было много и она поэтому не ценилась, такие примитивные приемы оценки площадей применялись еще в XIX веке, что отразилось в биографических рассказах о знаменитом русском математике девятнадцатого столетия — М. В. Остроградском.[1] Он имел обыкновение шутить со своими слушателями и, между прочим, делить их на „землемеров" и „геометров".

Когда его спросили о значении такого деления, он рассказал следующее:

„Еду я как-то по своей Полтавской губернии. Вижу — человек в поле с чем-то возится. Оказывается, землю мерит. Спрашиваю, — как он треугольный уча-

[1] Михаил Васильевич Остроградский (1801—1861), успешно занимавшийся математикой в только что открытом Харьковском университете, не мог получить там диплома за проявленное им недостаточное усердие по богословию.

За него заступился ректор университета, также видный математик, Т. Ф. Осиповский, но дело кончилось увольнением из университета самого ректора.

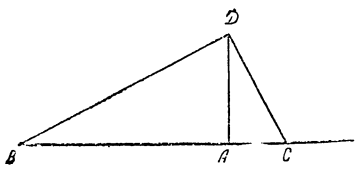
Остроградский вынужден был уехать в Париж и там стал слушать лекции математиков, которые вскоре заметили, что сидевший на последней скамейке длинноволосый студент моментально сток измеряет? Говорит, что перемножает длины двух сторон треугольника.[1] Спрашиваю: „Все ли у вас так делают?"

Получаю ответ, что там, в губернии (губернские землемеры) как-то иначе поступают, а мы в уезде все так".

Не приходится удивляться, что такие приемы землемерия были в употреблении 500 лет назад в древней Руси.

В 1607 и 1621 годах издается „Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до воинской науки". В этой книге между прочими сведениями даются и геометрические знания. Вот как определяется расстояние от точки наблюдения *A* до другой недоступной точки *B*.

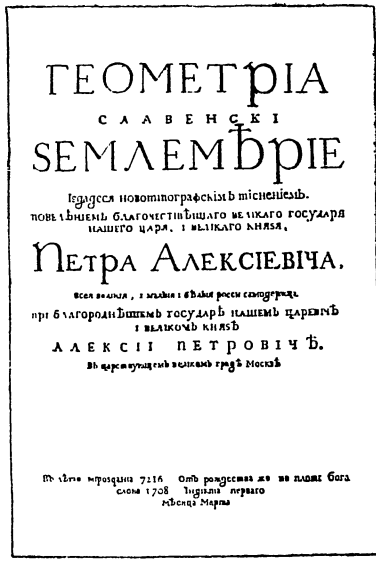
В точке *A* нужно вбить шест *AD* примерно в рост человека. К верхнему концу шеста прилагается угольник так, чтобы вершина прямого угла совпала с концом шеста *D*, а продолжение одного из катетов проходило через точку *B*. Отмечается точка *C* на земле, через которую проходит продолжение другого катета. Если измерить расстояние *AC*, то искомое расстояние относится к длине шеста так, как последняя длина относится к расстоянию *AC*.



При Иване Грозном, в 1556 году, было составлено первое русское руководство по землемерию под названием: „Книга, именуемая геометрия или землемерие радиксом и циркулем... глубокомудрая, дающая легкий способ измерять места самые недоступные, плоскости, дебри". А в середине XVI века была составлена первая общая карта Европейской России, которая, вместе с „чертежами Сибирских земель" 1667 года, считается самым замечательным памятником русской

решал все предлагаемые с кафедры задачи. Остроградский стал любимцем всех парижских математических знаменитостей, которые устроили ему профессорскую кафедру в Париже, но его потянуло на родину, где он вскоре стал академиком и профессором.

[1] Деля, конечно, произведение на 2.


ГЕОМЕТРІА
славенски
ЅЕМЛЕМѢРІЕ
Іздадеся новотипографскимъ тісненіемъ.
повелѣніемъ благочестивѣйшаго великаго государя нашего царя, і великаго князя,
ПЕТРА АЛЕКСІЕВІЧА,
всея великія, і малыя і бѣлыя россіи самодержца.
при благороднѣйшемъ государѣ нашемъ царевичѣ і великомъ князѣ
АЛЕКСІІ ПЕТРОВІЧѢ.
Въ царствующемъ великомъ градѣ Москвѣ
Въ лѣто мірозданія 7216 Отъ рождества же во плоти бога слова 1708 Індіктіа перваго мѣсяца Марта

Заглавный лист первой книги по геометрии на русском языке.

картографии. В одной из рукописей XVI века впервые упоминается „премудрый Клидас“, то есть основоположник нашей современной геометрии — Евклид.

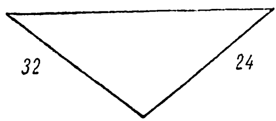
Пифагорова теорема является одним из самых важных положений всей геометрии. Она утверждает, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы или, другими словами, что сумма площадей квадратов, сторонами которых являются катеты прямоугольного треугольника, равна площади квадрата, стороною которого служит гипотенуза. Эту истину содержат ранние русские рукописи, хотя в них нет явного указания о том, что теорема имеет место только в прямоугольном треугольнике. Возможно, что ею пользовались для приближенного нахождения расстояния и в том случае, когда треугольник почти прямоугольный.

Во всяком случае, в рукописи начала XVII века мы встречаем такие, например, задачи:

„Хошь узнати промежь какими местами, не ходя и не меревь, что будет промежь верст, или сажен, или аршин. И ты познавай: как ходил будто к Троице в Сергиев монастырь и тут 32 версты. Ходил же в Воскресенский монастырь, и тут будто 24 версты. Что будет промежь теми монастырями скажи, не меревь?

И те числы с таких же чисел умножь. И те оба перечни сложи вместе и раздели на радикс [то есть извлекай квадратный корень]. И что из делу выдет, столько будет промежь теми местами верст“.

Приводим чертеж и вычисления:



24	32
24	32
96	64
48	96
576	1024
	576
	1600

Ответ — 40.

Вторая задача такого же рода:

„Ходил с Москвы в Новгород и тут 600 верст. Ходил в Шуйский город и тут 500 верст. Что будет промежь теми городами: зри 781 верста".

Легко проверить, что $\sqrt{600^2 + 500^2} \approx 781$.

В 1625 году была переведена с английского языка книга по геометрии, доведенная до учения о круге. Эта рукопись представляет, повидимому, переделку „Начал" Евклида, то есть первую часть нашего обычного школьного учебника геометрии.

Книга Евклида впервые в печати на русском языке появилась в 1739 году под заглавием: „Евклидовы элементы в осьмь книг через профессора мафематики Андрея Фархварсона[1] сокращенные. С латинского на российский язык хирургусом Иваном Сатаровым преложенные. В Санкт-Петербурге, 1739". Продолжением этой книги являлись вышедшие в 1745 году „Архимедовы теоремы" в переводе того же Ивана Сатарова.

Через эти книги русскому читателю стало доступным всё существенное из классического наследия по элементарной геометрии.

Кроме того, еще в 1708 году вышел первый на русском языке печатный учебник геометрии под заглавием: „Геометриа словенски землемерие".

Менее чем через год было выпущено второе издание этой книги под заглавием: „Приемы циркуля и линейки или избраннейшее начало во математических искусствах, им же возможно легким и новым спосо-

[1] Андрей Фархварсон — профессор Эбердинского университета — был приглашен Петром I в самом конце XVII века в Россию для преподавания в морских учебных заведениях.

Букварь Кариона Истомина 1692 года. Изображены предметы, названия которых начинаются с буквы „А“; среди них книга „Арифметика“ с индусскими цифрами, впервые появляющимися в русской книге.

бом вскоре доступити землемерия и иных из оного происходящих искусств“.

Новое издание книги вышло с оригинальными русскими иллюстрациями, так как рисунки первого издания, воспроизводившие сцены иностранной жизни, не отвечали требованиям русского читателя. Этот пример показывает, что в тех случаях, когда наши предки пользовались иностранными источниками, они их перерабатывали и приспосабливали к своей жизни. Самый же факт неоднократного переиздания книги свидетельствует о большом интересе к геометрии и к математике вообще в самом начале восемнадцатого столетия.

В это время у русских любителей математики уже имелась обширная оригинальная энциклопедия математики, посвященная в основном арифметике и алгебре, составленная Л. Ф. Магницким.

Л. Ф. Магницкий и его „Арифметика"

1703 год является важным моментом в истории математического просвещения в России. В этом году вышла громадная книга под длинным заглавием:

„АРИФМЕТИКА,
СИРЕЧЬ НАУКА ЧИСЛИТЕЛЬНАЯ,

с разных диалектов на словенский язык переведённая и во едино собрана и на две книги разделена... Сочинися сия книга чрез труды Леонтия Магницкого".

Книга эта содержит начала математических знаний того времени: арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии. В конце книги имеется снабженный большим числом таблиц отдел, посвященный морскому делу. Бóльшую часть места, как указывает и заглавие книги, автор посвящает арифметике.

Использовав, кроме русской рукописной литературы, то, что ему казалось полезным из иностранных источников, Магницкий весь материал приспосабливает к потребностям русского читателя и придает своему изложению во многом характер русских рукописных математических книг, в связи с которыми и нужно рассматривать „Арифметику" Магницкого.

В царствование Петра I, когда вышла в свет книга, в России происходил быстрый рост промышленности и торговли и переворот в военной технике.

Арїѳметїка,

сирѣчь наука числителная.

Съ разныхъ дїалектωвъ на славенскїй языкъ
преведеная, и во едино собрана, и на двѣ
книги раздѣлена.

Нынѣ же повелѣнїемъ благочестивѣйшагω
великагω гдрѧ нашегω црѧ и великагω
кнзѧ Петра Алеѯїевича всеѧ великїѧ
и малыѧ и бѣлыѧ рωссїи самодержца:
При благороднѣйшемъ великомъ гдрѣ нашемъ
цревичѣ, и великомъ кнзѣ Алеѯїи
Петровичѣ, в бгоспасаемомъ црствующемъ
великомъ градѣ москвѣ тупографскимъ
тиснѣнїемъ ради ωбученїѧ мудролюбивыхъ
рωссїискихъ отроковъ, и всѧкагω чина
и возраста людей на свѣтъ произведена
первое, въ лѣто ω сотворенїѧ мїра
҂зсаі, ω ржтва же по плоти
бга слова ҂аѱг, індикта аі,
мца іаннуарїа.

1703

Сочинисѧ сїѧ книга чрез труды Леонтїѧ Магницкагω

Титульный лист „Арифметики“ Л. Ф. Магницкого.

Вопроси нѣкто учителя нѣкоего глагола:
повѣждь ми колико имаши учениковъ у себе
во училищи, понеже имамъ сына отдати во
училище: и хощу увѣдати о числѣ учениковъ
твоихъ. учитель же отвѣщавъ рече ему:
аще придетъ ми учениковъ толико же, елико
имамъ, и полтолика, и четвертая часть,
еще же и твой сынъ, и тогда будетъ
у мене учениковъ 100: вопросивый же
удивися отвѣту его и отиде, и начатъ
изобрѣтати чрез сію науку сице:

Задача из „Арифметики“ Л. Ф. Магницкого.

Стране потребовались образованные люди в значительно большем количестве, чем в предшествующие десятилетия. Был создан ряд технических учебных заведений, первым из которых была школа навигацких и математических наук, открытая в Москве, в Сухаревой башне, в 1701 году.

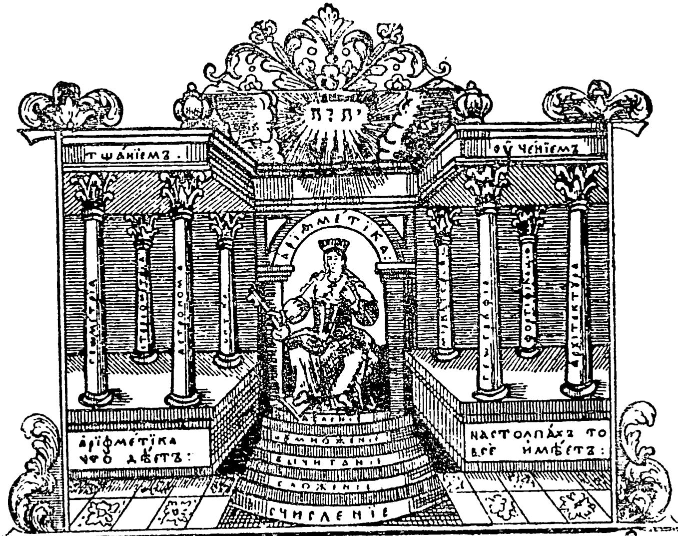
Учащимся в ней в первую очередь и назначалась книга Магницкого. Она была ответом горячего патриота на запросы Родины.

В течение полустолетия книга с честью выполняла свою роль, став пособием для всех русских людей, которые стремились к математическому образованию.

Об авторе этой замечательной книги мы знаем очень немного.

Леонтий Филиппович Магницкий родился 9 июня 1669 года, умер в 1742 году, хотя эта дата не совсем точно установлена. Вышел он из народа.

Единственный сохранившийся до нашего времени документ рассказывает: „Петр I многократно беседо-



Арїѳметїка практїка

или дѣятелная.

Что есть арїѳметїка;

Арїѳметїка или числителница, есть художество честное, независтное, и всѣмъ удобопонятное, многополезнѣйшее, и многохвалнѣйшее, ѿ древнѣйшихъ же и новѣйшихъ, въ разная времена явлшихся изряднѣйшихъ арїѳметїковъ, изобрѣтенное, и изложенное.

Колико сугуба есть арїѳметїка практїка;

Есть сугуба.

1 Арїѳметїка полїтїка, или гражданская.

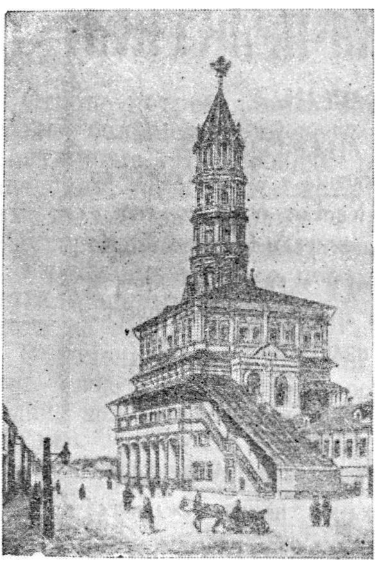
2 Арїѳметїка логїстїка, не ко гражданству токмо, но и к движенїю небесныхъ круговъ принадлежащая.

Страница из „Арифметики" Л. Ф. Магницкого вал с ним о математических науках и был так восхищен глубокими познаниями его, что называл его магнитом, и приказал писаться Магницким. Какое он имел прозвище до этого, то даже ближним его неизвестно".

Учился Магницкий в единственном в то время в России высшем учебном заведении — в Славяно-греко-латинской академии в Москве, где учение велось на латинском и греческом языках. Кроме того, Магницкий знал немецкий и итальянский языки. О собранных им материалах для своей книги он в предисловии пишет:

„Из многих разных книг собравше —
Из грецких убо и латинских,
Немецких же и италийских".

Математика в Славяно-греко-латинской академии не преподавалась, и в ней Магницкий был самоучкой. Быть может, оттого он и сумел написать книгу, оказавшуюся столь полезной для огромного числа самоучек.



Сухарева башня в Москве (сейчас не существующая). Здесь помещалась навигацкая школа.

М. В. Ломоносов называл „Арифметику" Магницкого „вратами своей учености" и знал ее наизусть. „Вратами учености" эта книга была для всех русских людей первой половины XVIII века, стремившихся к образованию.

Магницкий понимал как потребность русского общества в математической литературе, так и то, что нельзя русскому читателю предложить перевод иностранной математической книги, не учитывающей вековое самобытное развитие русского народа.

Он поэтому использовал широко русскую рукописную литературу, добавляя к ней достижения мировой научной мысли, переработанные и приспособленные к потребностям русского читателя, и подчеркивал, что

„Разум весь собрал и чин
Природно русский, а не немчин".

В результате всего этого был создан первый оригинальный русский учебник математики.

Русская математическая литература не знает другой книги, которая имела бы такое историческое значение.

Написанная в качестве учебника для специальной школы, книга Магницкого нашла гораздо более широкий круг потребителей, как этого и ожидал автор, говоривший в предисловии книги:

„И желаем, да будет сей труд
Добре пользовать русский весь люд".

Оправдалось и другое предположение автора:

„И мню аз, яко то имать быть,
Что сам себя всяк может учить".

Книга действительно стала пособием для тысяч самоучек.

Магницкий до своей смерти состоял учителем навигацкой школы — этого первого рассадника математических и морских знаний в России. Фактический начальник школы дьяк Курбатов, сам вышедший из крепостных, пишет в отчете по школе за 1703 год:

„По 16 июля прибрано и учатся 200 человек. Англичане учат их науке чиновно, а когда временем и загуляются, или, по своему обыкновению, по часту и долго проспят. Имеем еще определенного им помоществователем Леонтия Магницкого, который непрестанно при той школе бывает и всегда имеет тщание не только к единому ученикам в науке радению, но и к иным ко добру поведениям..."

Из этой характеристики видим, что роль Магницкого в навигацкой школе была значительно больше,

Титульный лист книги Л. Ф. Магницкого „Таблицы синусов, тангенсов, секансов и логарифмов“.

чем этого требовала его скромная должность учителя начальных классов.

Литературная деятельность Л. Магницкого не ограничилась его „Арифметикой“.

В том же 1703 году он совместно со своими английскими товарищами издает „Таблицы логарифмов и синусов, тангенсов и секансов к научению мудролюбивых тщателей“ — это были первые таблицы на русском языке.

В 1722 году ими же был издан мореходный справочник „Таблиц горизонтальных северные и южные широты“. Когда Андрею Фархварсону в 1737 году был присвоен чин бригадира, официальная характеристика указывала: „Понеже через него первое обучение математики в России введено“. С бо̀льшим еще правом эти слова можно отнести к первому природно-русскому учителю математики в России — Леонтию Филипповичу Магницкому.

Как ценили математику наши предки

Почти каждое старинное русское руководство по математике начинается с разъяснения значения этой науки для человека.

Изобретение арифметики и геометрии приписывается „остропаримого разума древним философам“, чаще всего Пифагору (греческому философу и математику VI века до нашего летосчисления).

Эту традицию продолжает и Магницкий. В своей „Арифметике“ на титульном листе он изобразил, кроме Пифагора, еще Архимеда и написал:

„Архимедес же тут представлен,
Древний философ велик явлен,
Где с ним и другой равный ему
Лицу представлен есть твоему.
Оный Архимед и Пифагор
Изли́ша яко во̀ды от гор,
Первые были снискатели,
Сицевых наук писатели,
Равно бо вода̀м изливша,
Многи науки в мир издаша“.

Магницкий уверяет своего читателя, что арифметика нужна всем, не только купцам,

„Цену товаров обретати
И достойно ее исчисляти“,

но и людям

„Ремесленным и художным,
Подданным всяким и вельможным“.

Ее должен изучать

„Хотящий быть морской пловец,
Навигатор ли или гребец“.

и что

„Ныне и всяк лучший воин
Эту науку знать достоин“.

Первый печатный учебник геометрии — „Приемы циркуля и линейки“ (1708) — одновременно ратует о соединении теории и практики в следующих словах:

„Кто хвалит только теорию, укладывает лишь хорошее основание, на котором он ничего не строит; это подобно пушкам, которые не вывозятся на поле сражения, или кораблям, гниющим в гавани. Такой теоретик подобен ремесленнику, знающему свое дело, но знаний своих не применяющему, инженеру, который строит крепости только на бумаге, корабельщику, ездящему в своем доме по карте в Америку... Не лучше и тот, что одну только практику признает: это человек, строящий крепость на песке, подводящий подкоп под Дунай-реку и думающий на кой-как сколоченном плоту совершить путешествие в Индию“.

Магницкий также высоко ценит теорию. Он делит свою „Арифметику“ на две книги: первую называет „арифметика-политика“, вторую — „арифметика-логистика“.

Первая назначается для тех, кто желает только научиться решать практические вопросы — „исчисляти всякое исчисление в продаже и куплях“. Эта часть изложена без доказательств, рассказом и показом — решением примеров.

Вторая часть — „арифметика-логистика“ — решает абстрактные вопросы, „токмо уму нашему подлежащие“; и Магницкий заявляет, что их решать при помощи простых средств арифметики-политики нельзя, так как, если „основания и откуду что взято не будем знати, будет весь последующий чин не известен и не полезен, паче же действовати тако безместно есть“, то есть без обоснования правил всё последующее построение непрочно и бесполезно, и так поступать будет неуместно.

Отрицательное отношение самобытной русской мысли к схоластике и формализму в преподавании математики выражает ярко рукопись времен Магницкого.

В то время в Москве были пансионы для русского юношества, в которых учили иностранцы по привезенным с собою учебникам, полным всяких искусственных правил.

В русской математической рукописи изложено тройное правило, с оговоркой: „Есть и иные многие ре́гулы [правила] в сей науке, которых употребляют больше на Москве, но мы все оставляем, для того, что в тех ре́гулах никакие помощи ни в чем не сыщет никто, и все те бездельные ре́гулы родятся из их же настоящих фундаментов [основ науки], и кто хорошо вызнает всех ре́гул фундаменты, может сам тех безделиц делать сколько похочет. Только мы своим учением этого не позволяем. Лучше голову ломать о деле, неже о безделье".

Из содержания старинных русских руководств по математике

Старинные русские руководства по математике, рукописные и печатные, содержат много такого, что полезно знать изучающему математику и в наше время. Остановимся на трех вопросах: на правиле ложного положения, на занимательных задачах и на математических забавах.

„Фальшивое правило". Так называют старые русские руководства способ решения задач, который теперь известен под названием „правила ложного положения".

При помощи этого правила в старинных руководствах решаются задачи, приводящие к уравнениям первой степени.

Глава „Уравнения первой степени" в этих руководствах отсутствует. Современные способы решения уравнений первой степени предполагают знакомство с понятием отрицательного числа, которое распространялось медленно.

Математик мировой величины, петербургский академик Л. Эйлер, еще в конце XVIII века высказывает об отрицательных числах мнения, которые для нас неприемлемы.

Знакомство с тем, как при отсутствии знаний об отрицательных числах приходилось простые задачи решать искусственным „фальшивым правилом", показывает нам, что скучноватые упражнения над отрицательными числами, которыми мы занимаемся в первых разделах курса алгебры, позволяют в дальнейшем решать задачи на уравнения первой степени гораздо проще, чем это делали еще наши прапрадеды.

Академик Л. Эйлер, в разные годы жизни.

Вот решение задачи способом ложного положения или фальшивым правилом у Магницкого.

„Спросил некто учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына. Учитель ответил: если придет еще учеников столько же, сколько имею, и полстолько и четвертая часть и твой сын, тогда будет у меня учеников 100. Спрашивается, сколько было у учителя учеников?“ Магницкий дает такой способ решения.

Памятник академику Эйлеру на Ленинградском Смоленском лютеранском кладбище. Надпись: „Леонарду Эйлеру Петербургская Академия 1837“.

Делаем первое предположение: учеников было 24.

Тогда по смыслу задачи к этому числу надо прибавить „столько, полстолько, четверть столько и 1“; имели бы:

$$24 + 24 + 12 + 6 + 1 = 67,$$

то есть на $100 - 67 = 33$ меньше (чем требовалось по условию задачи); число 33 называем „первым отклонением“.

Делаем второе предположение: учеников было 32.

Тогда имели бы:

$$32 + 32 + 16 + 8 + 1 = 89,$$

то есть на $100 - 89 = 11$ меньше (второе отклонение).

На случай, если при обоих предположениях получилось меньше, дается правило: помножить первое предположение на второе отклонение, а второе предположение на первое отклонение, отнять от большего произведения меньшее и разность разделить на разность отклонений:

$$\frac{32 \cdot 33 - 24 \cdot 11}{33 - 11} = 36.$$

Учеников было 36.

Таким же правилом надо руководствоваться, если при обоих предположениях получилось больше, чем полагается по условию. Например:

Первое предположение: 52.

$$52 + 52 + 26 + 13 + 1 = 144.$$

Получили на $144 - 100 = 44$ больше (первое отклонение).

Второе предположение: 40.

$$40 + 40 + 20 + 10 + 1 = 111.$$

Получили на $111 - 100 = 11$ больше (второе отклонение).

$$\frac{40 \cdot 44 - 52 \cdot 11}{33 - 11} = 36.$$

Если при одном предположении получим больше, а при другом меньше, чем требуется по условию задачи, то нужно при указанных выше вычислениях брать не разности, а суммы. Например:

Первое предположение: 60.

$$60 + 60 + 30 + 15 + 1 = 166.$$

Получили на $166 - 100 = 66$ больше (первое отклонение).

Второе предположение: 20.

$$20 + 20 + 10 + 5 + 1 = 56.$$

Получили на $100 - 56 = 44$ меньше (второе отклонение).

$$\frac{60 \cdot 44 + 20 \cdot 66}{66 + 44} = 36.$$

При помощи самых начальных сведений алгебры эти правила легко обосновываются.

Надо решить уравнение $ax + b = c$. (*)

Первое предположение: $x = x_1$; $ax_1 + b = c_1$. (1)

Второе предположение: $x = x_2$; $ax_2 + b = c_2$. (2)

Вычитаем равенства (1) и (2) почленно из уравнения (*):

$$a(x-x_1)=c-c_1=l_1 \text{ (первое отклонение);}$$
$$a(x-x_2)=c-c_2=l_2 \text{ (второе отклонение).}$$

Разделив почленно два последних равенства, получаем:

$$\frac{a(x-x_1)}{a(x-x_2)}=\frac{l_1}{l_2} \quad \text{или} \quad \frac{x-x_1}{x-x_2}=\frac{l_1}{l_2}$$

По правилам алгебры делаем следующие преобразования:

$$(x-x_1)\,l_2=(x-x_2)\,l_1;$$
$$l_2 x-l_2 x_1=l_1 x-l_1 x_2;$$
$$l_2 x-l_1 x=l_2 x_1-l_1 x_2;$$
$$(l_2-l_1)\,x=x_1 l_2-x_2 l_1;$$
$$x=\frac{x_1 l_2-x_2 l_1}{l_2-l_1} \qquad (3)$$

Если отклонения l_1 и l_2 оба отрицательные числа, $l_1<0$ и $l_2<0$, то в правой половине равенства (3) у числителя и знаменателя первые члены будут числами отрицательными, вторые члены — положительными; правило нахождения значения числа x остается то же, что и в первом случае.

Равенство (3) выражает правило ложного положения для тех случаев, когда оба отклонения положительные или оба отрицательные.

Если же l_2 положительно, а l_1 отрицательно (или наоборот), то равенство (3) превратится в

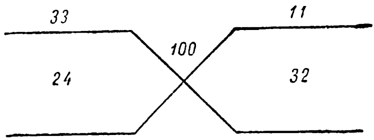
$$x=\frac{x_1 l_2+x_2 l_1}{l_2+l_1},$$

и мы имеем правило ложного положения для случаев, когда отклонения имеют разные знаки.

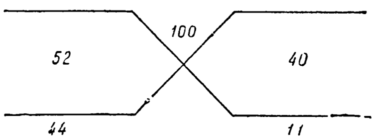
Средневековые математики дали удобный механический способ применения этого правила под названием „способа весов“. Вот как они советуют поступать.

„Рисуй весы. Над точкой опоры пиши число, которое по условию задачи получается после действий над искомым числом. На чашки весов пиши оба предположения. Отклонения „больше“ пиши под весами, отклонения „меньше“ — над весами. Произведи умножение накрест предположений и отклонений. Если отклонения записаны оба по одну сторону от весов, то надо брать разности; если же отклонения записаны по разные стороны от весов, то надо брать суммы“.

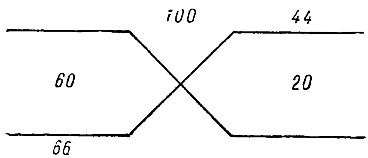
Запись наших решений по этому способу следующая:



$$\frac{32 \cdot 33 - 24 \cdot 11}{33 - 11} = 36$$



$$\frac{40 \cdot 44 - 52 \cdot 11}{44 - 11} = 36$$



$$\frac{60 \cdot 44 + 20 \cdot 66}{66 + 44} = 36$$

Занимательные задачи встречаются в большинстве русских математических рукописей и печатных руководств старого времени. Так, например, в них мы встречаем задачу, имеющуюся уже в египетском папирусе Ахмеса в виде задачи о семи кошках, поедающих семь мышей, и т. д.

Соответственная русская народная задача читается так:

Шли семь старцев.
У каждого старца по семи костылей;
на каждом костыле по семи сучков;
на каждом сучке по семи кошелей;
в каждом кошеле по семи пирогов;
в каждом пироге по семи воробьев.
Сколько всех?

Ответ: 137256.

Известен сборник занимательных задач VIII века под названием „Предложения для изощрения ума юношества". Эту же цель „изощрения ума" преследует и Магницкий своими задачами.

Вот несколько примеров занимательных задач из ранних русских источников.

Из рукописи XVII века: „Лев съел овцу одним часом, а волк съел овцу в два часа, а пес съел овцу в три часа. Ино хочешь ведати все три — лев, волк и пес — овцу съели вместе вдруг, и сколько бы они скоро ту овцу съели, сочти ми?"

Автор рукописи предлагает следующий прием решения: за 12 часов лев съедает 12 овец, волк — 6, а пес — 4. Всего же они съедят за 12 часов 22 овцы; следовательно, в час они съедят $\frac{22}{12}=\frac{11}{6}$ овцы, а одну овцу все вместе — в $\frac{6}{11}$ часа.

Из „Арифметики" Магницкого: „Един человек выпьет кадь пития в 14 дней, а со женою выпьет тое же кадь в 10 дней, и ведательно есть, в колико дней жена его особно выпьет тое же кадь".

Ответ: 35 дней.

„Некий человек нанял работника на год, обещав ему дати 12 рублев и кафтан. Но той, работав 7 месяцев, восхотел уйти и просил достойной платы с кафтаном. Он же [хозяин] дал ему по достоинству расчет 5 рублев и кафтан, и ведательно есть, коликие цены оный кафтан был".

Ответ: 48 гривенников.

„Некий человек продае коня за 156 рублев; раскаявся же, купец нача отдавати продавцу, глаголя: „Яко несть мне лепо взяти сицевого коня, недостойного такие высокие цены".

Продавец предложи ину куплю, глаголя: „Аще те мнится велика цена сему коню быти, убо купи гвоздие, их же сей конь имать в подковах своих ног, коня же возьми за тою куплею в дар себе. А гвозди во всякой подкове по шести и за един гвоздь даждь ми полушку,[1] за другой же две полушки, а за третий

[1] Полушка — $1/4$ копейки.

копейку, и тако все гвозди купи". Купец же, видя столь малую цену и коня хотя в дар себе взяти, обещал таку цену платити, чая не больше 10 рублев за гвоздие дати. И ведательно есть, колико купец-он проторговался?"

Ответ: 4178703 $^3/_4$ коп.

Задача эта содержится в рукописях XVII века. Она аналогична задаче об изобретателе игры в шахматы, который согласился на скромное вознаграждение — именно, чтобы ему на первую клетку шахматной доски положили одно зерно, на вторую — два зерна, на третью — четыре зерна и так далее, удваивая число зерен каждый раз.

Оказывается, для выполнения этого условия потребовался бы обильный урожай с поля, превосходящего величиною всю сушу земного шара в 28 раз.

В знаменитой „Божественной комедии" Данте (1265—1321) читаем:

„Заискрилась всех тех кругов краса,
И был пожар в тех искрах необъятный;
Число же искр обильней в сотни раз,
Чем клеток счет двойной в доске шахматной".

„Счет двойной" означает нарастание чисел при помощи удвоения предыдущего числа, то есть мы имеем тут упоминание о той же старой задаче.

Она, как оказывается, встречается и в наше время не только в сборниках занимательных задач. По сообщению одной газеты 1914 года, у судьи в городе Новочеркасске разбиралось дело о продаже стада в 20 овец по условию уплатить за первую овцу 1 копейку, за вторую — 2 копейки, за третью — 4 копейки и т. д. Очевидно, покупатель соблазнился надеждою дешево купить стадо — и просчитался. Подсчитайте, какую сумму он должен был уплатить. Оказывается, Магницкий не без основания снабдил решение этой задачи предупреждением:

„Хотяй туне притяжати,
От кого что приимати,
Да зрит то себе опасно..."

Из „Курса чистой математики" 1786 года Ефима Войтяховского: [1]

„На вопрос: который час? — ответствовано: $\frac{2}{5}$ прошедших часов от полуночи до сего времени равны $\frac{2}{3}$ остальных до полудни. Спрашивается число часов того времени".

Ответ: 7 часов 30 минут.

„У приезжего гасконца оценили богатство: модный жилет с поношенным фраком в три алтына [алтын — 3 копейки] без полушки; но фрак в полтретья [$2^1/_2$ раза] дороже жилета. Спрашивается каждой вещи цена.

Ответ: $6^1/_4$ и $2^1/_2$.

„Нововыезжей в Россию французской мадаме
Вздумалось ценить свое богатство в чемодане:
Новой выдумки нарядное фуро́ [платье]
И праздничный чепец а ла фигаро.
Оценщик был русак, сказал мадаме так:
Богатства твоего первая вещь фуро́
Вполчетверта [$3^1/_2$ раза] дороже чепца фигаро;
Вообщем стоят не с половиною четыре алтына,
Но настоящая им цена только сего половина.
Спрашивается каждой вещи цена,
С чем француженка к россам привезена".

Ответ: $5^1/_4$ и $1^1/_2$.

Математические забавы в „Арифметике" Магницкого. Забавы в „Арифметике" Магницкого составляют особый раздел „О утешных некиих действах, чрез арифметику употребляемых", начинающийся с указания, что, следуя примеру арифметиков, автор помещает его в свою книгу для утехи и особенно для изощрения ума учащихся, хотя эти забавы, по его мнению, „и не зело нужные".

Первая забава. Один из находящихся в компании восьми человек берет кольцо и надевает на

---

[1] Войтяховский Ефим Дмитриевич (умер около 1812 года) — штык-юнкер и благородного юношества партикулярный учитель — издал большой „Курс математики" в четырех томах.

один из пальцев на определенный сустав. Требуется угадать, у кого, на каком пальце и на каком суставе находится кольцо.

Пусть кольцо находится у четвертого человека на втором суставе пятого пальца (надо условиться, что суставы считаются, например, от оснований пальцев).

В книге дается такой способ угадывания. Угадывающий просит кого-нибудь из компании сделать следующие действия, не называя получающихся чисел:

1) номер лица, имеющего кольцо, умножить на 2; спрашиваемый, в уме или на бумаге, выполняет:

$$4 \cdot 2 = 8;$$

2) к полученному произведению прибавить 5:

$$8 + 5 = 13;$$

3) полученную сумму умножить на 5:

$$13 \cdot 5 = 65;$$

4) к произведению прибавить номер пальца, на котором находится кольцо:

$$65 + 5 = 70;$$

5) сумму умножить на 10:

$$70 \cdot 10 = 700;$$

6) к произведению прибавить номер сустава, на котором находится кольцо:

$$700 + 2 = 702.$$

Результат объявляется угадывающему.

От полученного числа последний отнимает 250 и получает: $702 - 250 = 452$.

Первая цифра (идя слева направо) дает номер человека, вторая цифра — номер пальца, третья цифра — номер сустава. Кольцо находится у четвертого человека на пятом пальце на втором суставе.

Нетрудно найти объяснение этого приема, которого Магницкий не дает.

Пусть кольцо было у человека № a на пальце № b на суставе № c.

Выполним указанные действия над числами a, b, c:

1) $a \cdot 2 = 2a$;

2) $2a + 5$;

3) $(2a + 5) \cdot 5 = 10a + 25$;

4) $10a + 25 + b = 10a + b + 25$;

5) $(10a + b + 25) \cdot 10 = 100a + 10b + 250$;

6) $100a + 10b + 250 + c = 100a + 10b + c + 250;$

7) $(100a + 10b + c + 250) - 250 = 100a + 10b + c.$

Получили число, в котором номер человека есть цифра сотен, номер пальца — цифра десятков, номер сустава — цифра единиц.

Третья забава. Считаем дни недели, начиная с воскресенья: первый, второй, третий и так далее, до седьмого (субботы).

Кто-нибудь задумал день. Угадать, какой день он задумал.

Пусть задумана пятница — шестой день.

Угадывающий предлагает выполнить про себя следующие действия:

1) умножить номер задуманного дня на 2:

$$6 \cdot 2 = 12;$$

2) прибавить к произведению 5:

$$12 + 5 = 17;$$

3) умножить сумму на 5:

$$17 \cdot 5 = 85;$$

4) приписать произведению в конце нуль и назвать результат:

$$850.$$

От этого числа угадывающий отнимает 250 и получает

$$850 - 250 = 600.$$

Был задуман шестой день недели — пятница.

Обоснование правила такое же, как в предыдущем случае.

У Магницкого имеется и ряд более сложных математических забав.

Математическая забава М. Ю. Лермонтова

Математическая забава, сходная с только что приведенными, фигурирует и в биографии великого поэта М. Ю. Лермонтова.

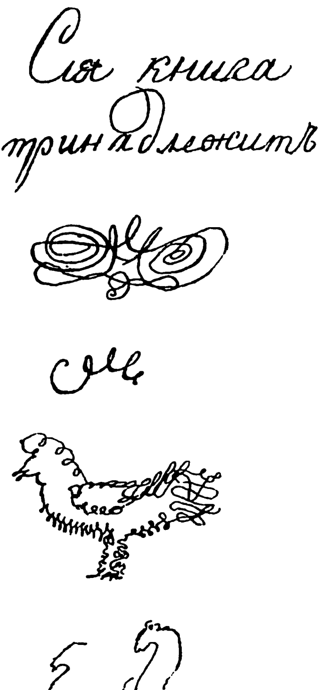
Известно, что он был большим любителем математики и в своих вольных и невольных переездах из одного места службы в другое всегда возил с собою учебник математики.

Здесь воспроизведена его собственноручная надпись на учебнике математики Безу. Делать такие надписи было ему свойственно, как показывает другой фотоснимок с его детской книги.

Вот рассказы современников, близко знавших Лермонтова, об отношении его к математике.

„В начале 1841 года Тенгинский полк стоял в Анапе. Скучающие офицеры, в том числе Лермонтов, собирались друг у друга. Раз речь зашла о каком-то ученом кардинале, который мог решать в уме самые сложные математические задачи.

— Что вы скажете на это, Лермонтов? — обратился к нему один из почтенных батальонеров, старик с Георгием. — Говорят, что вы тоже хороший математик?



Внутренняя сторона обложки книги, принадлежавшей 10-летнему Лермонтову, с его надписью.

— Ничего тут удивительного нет, — отвечал поэт. —Я тоже могу представить вам, если хотите, весьма замечательный опыт математических вычислений.

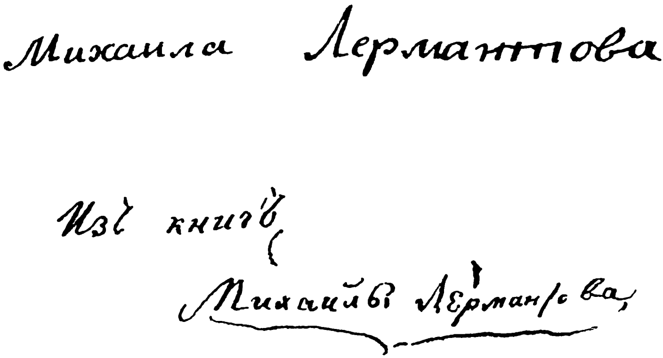
— Сделайте одолжение.

— Задумайте какое угодно число, и я с помощью простых арифметических действий определю это число.

— Ну, что же, попробуйте,—рассмеялся старик, очевидно, сомневавшийся.— Но как велико должно быть задуманное число?

— А это безразлично. Но на первый раз, для скорости вычислений, ограничьтесь числом из двух цифр.

— Хорошо, я задумал,— сказал батальонер, подмигнув стоявшим вокруг офицерам и, для подтверждения впоследствии, на случай неточности вычисления, сообщил задуманное число сидевшей рядом с ним даме.



Надписи, сделанные М. Ю. Лермонтовым на учебнике математики Безу.

— Благоволите прибавить к нему, — начал Лермонтов, — еще 25 и считайте мысленно или посредством записи.

Старик попросил карандаш и стал записывать на бумажке.

— Теперь не угодно ли прибавить еще 125.

Старик прибавил.

— Засим вычтите 37.

Старик вычел.

— Еще вычтите то число, которое вы задумали сначала.

Старик вычел.

— Теперь остаток умножьте на 5.

Старик умножил.

— Засим полученное число разделите на 2.

Старик разделил.

— Теперь посмотрим, что у вас должно получиться... Кажется, если не ошибаюсь, число $282^1/_2$?

Батальонер даже привскочил, — так поразила его точность вычисления.

— Да, совершенно верно: $282^1/_2$. Я задумал число 50.—И он снова проверил вычисление.—Действительно, получается $282^1/_2$. Фу, да вы не колдун ли?..

— Колдун не колдун, а математике учился,—улыбнулся Лермонтов.

— Но позвольте... — старик, видимо, сомневался: не подсмотрел ли Лермонтов его цифры, когда он производил вычисления. — Нельзя ли повторить?

Старик записал задуманное число, никому не показав, положил под подсвечник и стал считать в уме даваемые поэтом числа. И на этот раз остаток был угадан.

Все заинтересовались. Старик только развел руками. Хозяйка дома попросила повторить еще раз опыт, и еще раз опыт удался.

По крепости пошел разговор. Где бы поэт ни показался, к нему стали обращаться с просьбами угадать вычисленное число. Несколько раз он исполнял эти просьбы, но, наконец, ему надоело, и он через несколько дней, тоже на одном из вечеров, открыл секрет, состоявший в том, что заставляют задумавшего число, какое бы оно ни было, вычесть это число из суммы этого же числа и некоторых других подсказанных чисел, так что диктующему легко подсчитать результат, например:

$$[(x + 100 + 206 + 310 - 500 - x) : 2)] \cdot 3 = 174“.$$

Со слов А. А. Лопухина, товарища Лермонтова по кавалерийскому училищу, близко знавшего поэта, сообщается о нем следующее:

Лермонтов постоянно искал новой деятельности и никогда не отдавался весь тому высокому поэтическому творчеству, которое обессмертило его имя и которое, казалось, должно было поглотить его всецело. Постоянно меняя занятия, он со свойственной ему страстностью, с полным увлечением отдавался новому делу.

Таким образом он одно время исключительно занимался математикой.

Однажды, приехав в Москву к Лопухину, он заперся в кабинете и до поздней ночи сидел над решением какой-то математической задачи. Не решив ее, Лермонтов, измученный, заснул.

Задачу эту он решил во сне. Ему приснилось, что пришел какой-то математик и подсказал ему решение задачи. Он даже нарисовал портрет этого математика.

Оказалось, что он очень похож на изобретателя логарифмов — шотландского математика Джона Непира (1550—1617). За несколько дней до этого Лермонтов читал работы Непира и видел его портрет. Вот какой „помощник“ был у Лермонтова при решении задачи.

И. А. Лаппо-Данилевский (1896—1931).

Портрет фантастического математика, написанный кистью Лермонтова, после Великой Октябрьской революции поступил в Пушкинский Дом академии наук, где и хранится в настоящее время. Этот портрет воспроизводился в книгах о Лермонтове и в полном собрании его сочинений.

Из биографий математиков известны случаи решения ими во сне задач, которые не поддавались решению наяву. Даже во сне мозг ученого продолжает работать над вопросом, который остался не разрешенным. Такой случай известен из биографии гениального советского математика Ивана Александровича Лаппо-Данилевского (1896—1931). Отметим попутно, что математикой, кроме Лермонтова, увлекались и многие другие поэты. Таким любителем математики был, например, русский поэт Бенедиктов (1807—1873), посвящавший свои досуги занятиям математикой и оставивший рукопись — „Увеселительная арифметика“ — повидимому, одну из первых попыток изложения математики в занимательной форме на русском языке.

ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ НАЧАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

На предыдущих страницах было рассказано о том, как закладывались начала математики. Здесь будут даны краткие исторические сведения об основных разделах школьной математики, охватывающей арифметику и начала алгебры и геометрии. Мы уже знаем громадную роль среднеазиатских математиков в истории средневековой математики. Теперь расскажем еще о том, как русские математики довели до конца решение ряда вопросов, возникших очень давно и остававшихся нерешенными, несмотря на усилия самых крупных представителей западноевропейской науки.

АРИФМЕТИКА

Школьный курс арифметики состоит из трех основных частей: учения о нумерации, учения о действиях над целыми числами и свойствах их и учения о дробях. По каждому из этих трех разделов и поведем наш рассказ.

Устная нумерация

Чисел бесконечно много. Мы не могли бы запомнить названия их, если каждое число обозначать особым словом.

Установлено, что сочинения Шекспира содержат семнадцать тысяч различных слов. При чтении сочинений этого писателя даже для хорошо знающего английский язык требуется специальный словарь.

Все народы очень давно решили задачу устной нумерации тем, что стали считать не отдельными единицами, а группами, которые обозначали теми же словами, как и отдельные предметы: один, два, три и так далее.

За счетную группу можно взять любое число. Подавляющее большинство народов выбрало число 10, так как десять пальцев служили естественным подспорьем для счета.

Однако у разных народов и в разные времена имел место счет и другими группами. До сих пор в северной и средней Африке существуют народы, считающие группами в двенадцать, или дюжинами. Такой счет, повидимому, был некогда более распространенным, о чем и свидетельствует тот факт, что еще в недалеком прошлом мы некоторые предметы, например, перья, считали дюжинами; двенадцать дюжин называли „гросс“ (немецкое слово: „большая“), что означало: „большая дюжина“ (подобно тому, как сотню называли „большим десятком“, а миллион — „большой тысячей“).

У древних вавилонян существовал счет группами в шестьдесят, или шестидесятиричная система счисления.

Системы счисления с основанием, отличным от десяти, могут быть использованы для решения некоторых задач. Одну из таких задач мы и рассмотрим.

Задача Д. И. Менделеева

Наш знаменитый химик Д. И. Менделеев, будучи директором Главной палаты мер и весов, интересовался задачей: если имеем набор гирь, по одной каждого вида, например, в a, b, c и d граммов, — то по сколько граммов должны быть эти гири, чтобы при помощи их можно было взвесить любой груз, не превышающий $a+b+c+d$ граммов?

Задачу эту решали уже много столетий назад, причем решение занимало целые книжки, которые имеются и на русском языке. Однако она решается легко при помощи систем счисления с основанием 2 и 3.

Число в десятичной системе счисления, например, 7438, можно написать так:

$$7438 = 7 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

или

$$7438 = 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Запись числа в системе с другим каким-нибудь основанием r имеет вид:

$$a_n r^{n-1} + a_{n-1} r^{n-2} + a_{n-2} r^{n-3} + \ldots + a_3 r^2 + a_2 r + a_1.$$

Здесь a_1 есть цифра единиц; a_2 — цифра единиц второго разряда; a_3 — цифра единиц третьего разряда, и т. д.

Числа в системах с основанием 2 или 3 (в двоичной или троичной системе) пишутся в виде:

$$a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} 2^{n-2} + \ldots + a_3 \cdot 2^2 + a_2 \cdot 2 + a_1 \cdot 1,$$

$$a_n \cdot 3^{n-1} + a_{n-1} \cdot 3^{n-2} + \ldots + a_3 \cdot 3^2 + a_2 \cdot 3 + a_1 \cdot 1.$$

Количество единиц любого разряда в числе, написанном по десятичной системе, не может быть больше 9; в числе, написанном по троичной системе, в каждом разряде может быть единиц только 0 или 1 или 2, а в двоичной системе — только 0 или 1.

Вообще в системе счисления с основанием r в каждом разряде может быть единиц не более r-1. Так в данной выше записи числа с основанием r буквы $a_1, a_2, a_3 \ldots, a_{n-1}, a_n$ обозначают числа, не превосходящие r_{-1}, то есть, $a_1 < r$, $a_2 < r, \ldots a_{n-1} < r$, $a_n < r$.

Всякое число десятичной системы можно написать в системе с любым иным основанием, например в двоичной или троичной. Пусть, например, требуется число 743 написать в двоичной системе.

Разделим данное число на 2. Остаток покажет, сколько единиц первого разряда будет в искомом выражении данного числа в двоичной системе. Если частное от деления больше единицы, то его, в свою очередь, надо делить на 2; второй остаток даст число единиц второго разряда искомого числа, а частное вновь надо делить на 2 до тех пор, пока оно не будет меньше 2, после чего следующее частное уже будет равно 0.

Это обращение числа десятичной системы в двоичную удобно расположить следующим образом, делая деление в уме и составляя таблицу с правой руки.

X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I		№ деления
0	1	2	5	11	23	46	92	185	371	743	Частные в десятичной системе.
	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	Остатки от деления, они же цифры числа в двоичной системе.
	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I	Разряды в двоичной системе.

В данном примере IX частное равно 1, деление его на два дает целое частное 0 и остаток 1. Получаемые остатки суть цифры искомого числа в двоичной системе, идущие в том же порядке, как и остатки при делении. Таким образом имеем

$$743_{10} = 1011100111_2.$$

Индексы 10 и 2 при этих числах обозначают, что число 743 десятичной системы, число 1011100111 — двоичной.

Таким же образом обратим 743 в троичную систему:

VII	VI	V	IV	III	II	I		№ деления
0	1	3	9	27	82	247	743	Частные, написанные в десятичной системе.
	1	0	0	0	1	1	2	Остатки — цифры числа в троичной системе.
	VII	VI	V	IV	III	II	I	Разряды в троичной системе.

Последнее деление 1:3 дает в частном 0, остаток 1.

Число 743 в троичной системе, таким образом, напишется:

$$743_{10} = 1000112_3$$

Вернемся к задаче о гирях. Пусть имеем груз в 93 грамма. Какие нужно взять гири, чтобы, имея только один набор их, уравновесить этот груз, кладя гири только на правую чашку весов?

Так как всякое число можно выразить в двоичной системе, и в этом выражении в каждом разряде может быть не более одной единицы, то очевидно, что всякий груз, содержащий целое число граммов, можно уравновесить гирями „двоичной системы" (1, 2, 4, 8, 16...), имея только один набор таких гирь и кладя их только на одну чашку весов.

Выразим число 93 в двоичной системе:

0	1	2	5	11	23	46	93	Десятичная система
	1	0	1	1	1	0	1	Двоичная система

$$93_{10} = 1011101_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 1 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1.$$

Отсюда видно, что при взвешивании груза в 93 грамма на правую чашку весов надо класть гири весом в

$$1 + 4 + 8 + 16 + 64 = 93 \text{ грамма.}$$

Вообще, имея гири „двоичной системы“, то есть

$$1,\ 2,\ 2^2=4,\ 2^3=8,\ 2^4=16,\ 2^5=32,\ 2^6=64\ldots,$$

имеем возможность составить вес любого груза, не превышающего сумму весов гирь:

$$1+2+4+8+16+32+64+\ldots$$

Для этого нужно число граммов (вес) выразить в двоичной системе, что всегда возможно; цифры полученного числа показывают, какие гири нужно класть на правую чашку весов.

Если иметь один набор гирь иного веса, скажем, в 1, 5, 10, 20, 50, 100 граммов, то может оказаться, что не всякий груз, не превышающий суммы весов имеющихся гирь (в нашем примере 186 граммов), может быть уравновешен этими гирями. Так, например, из этих гирь не составить 47 граммов.

Если при взвешивании груза класть гири и на левую чашку весов, то является самым удобным набор гирь в троичной системе в

$1,\ 3,\ 3^2=9,\ 3^3=27,\ 3^4=81$ (и так далее) граммов.

Имея 5 таких гирь, можно взвесить любой груз, не превышающий

$$1+3+9+27+81=121 \text{ грамм.}$$

Пусть имеем груз в 112 граммов.

Выразим число 112 в троичной системе:

0	1	4	12	37	112	Десятичная система
	1	1	0	1	1	Троичная система

$$112_{10}=11011_3=1\cdot 3^4+1\cdot 3^3+0\cdot 3^2+1\cdot 3+1\cdot 1.$$

В этом случае достаточно класть на правую чашку гири

$$1+3+27+81=112 \text{ граммов.}$$

Чтобы взвесить груз в 64 грамма, выразим число 64 в троичной системе:

0	2	7	21	64	Десятичная система
	2	1	0	1	Троичная система

$$64_{10}=2101_3=2\cdot 3^3+1\cdot 3^2+0\cdot 3+1\cdot 1.$$

Для взвешивания груза на правую чашку нужно было бы положить 2 гири по 27 граммов, 1 гирю в 9 граммов и 1 гирю в 1 грамм. Как быть, если мы имеем только один набор гирь?

Для этого сообразим, что число 2101_3 можно выразить только единицами, если, кроме сложения единиц, разрешить также и их вычитание. В самом деле, $2 = 3 - 1$ для любого разряда, а 3 — это уже единица высшего разряда; поэтому в троичной системе $2 = 10_3 - 1$. Наше число $64_{10} = 2101_3$ можно написать как разность: $2101_3 = 10101_3 - 1000_3$ только единицами.

Но вычитание веса при взвешивании осуществляется, если гири будем класть на противоположную чашку. Поэтому, чтобы вывесить 64 грамма одним набором гирь троичного счисления, надо на одну чашку положить гири 81 грамм + 9 граммов + 1 грамм, то есть 91 грамм, а на другую чашку положить 27 граммов. Получим вес $91 - 27 = 64$ грамма, что и требовалось.

Итак, посредством выражения веса в троичной системе в виде разности чисел, не содержащих знаков, кроме 0 и 1, мы можем любой вес однозначно разложить на сумму и разность степеней числа 3, то есть найти те гири, которыми выразим данный вес.

Приведем два примера:

1) Составить 113 граммов из гирь троичной системы.

Выразим число 113 в троичной системе

	0	1	4	12	37	113	Десятичная система
		1	1	0	1	2	Троичная система

$$113_{10} = 11012_3. \text{ Но } 11012_3 = 11012_3 + 1 - 1 = 11020_3 - 1$$
$$= 11020_3 - 1 + 10_3 - 10_3 = 11100_3 - 10_3 - 1.$$

Значит, на одну чашку надо положить $9 + 27 + 81$, а на другую — 3 и 1 грамм. Получим $117 - 4 = 113$ граммов.

2) Составить 131 грамм из гирь троичной системы.

1	4	14	43	131	Десятичная система
1	1	2	1	2	Троичная система

$$131_{10} = 11212_3 = 11212_3 + 1 - 1 = 11220_3 - 1 =$$
$$= 11220_3 - 1 + 10_3 - 10_3 = 12000_3 - 1 - 10_3 = 20000_3 -$$
$$- 1 - 10_3 - 1000_3 = 100000_3 - 1 - 10_3 - 1000_3 - 10000_3.$$

Иначе говоря, $131 = 243 - 1 - 3 - 27 - 81$.

Естественно возникает вопрос, была ли когда-нибудь на практике осуществлена такая система гирь? Повидимому, это имело место только один раз и именно у нас, в России.

Наш закон о мерах и весах 1797 года, который действовал до 1842 года, установил обязательный набор гирь в 1 и 2 пуда, 1, 3, 9, 27 фунтов и 1, 3, 9, 27 и 81 золотник.

Была издана официальная „Таблица для развеса гирь“, дающая все веса до 40 фунтов (1-го пуда) в гирях по троичной системе, иными словами, — готовые результаты перевода всех чисел до 40 в троичную систему счисления. Это мероприятие свидетельствует о том, что еще в ту отдаленную эпоху у нас жизнь строили на научной основе.

Показателем передового характера метрологической мысли в России служит факт, что в комиссии мер и весов в восемнадцатом столетии работали знаменитый наш академик Л. Эйлер и его ученики, из которых известны, как деятели математического образования академики С. Я. Румовский, С. К. Котельников, М. Е. Головин (племянник М. В. Ломоносова) и другие.

В торговой практике эта система гирь не нужна, так как употребляемые в магазинах гири дешевы и их всегда можно иметь несколько наборов. Но в лабораториях, в которых производятся взвешивания изготовляемыми из дорогих металлов (например, платина намного дороже золота) точными гирями, является весьма существенной возможность обходиться наименьшим числом гирь. Изготовление таких гирь — дело очень сложное, и такие гири стоят очень дорого не только из-за ценности их материала.

Письменная нумерация

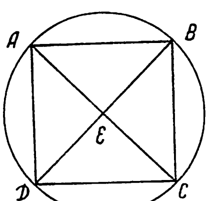
Задачею письменной нумерации является изображение всех чисел при помощи возможно меньшего числа знаков (цифр).

Разные народы, как мы видели, решали эту задачу различно.

Идеальным решением вопроса явилось изобретение поместной (позиционной) нумерации, которой благодаря существованию нуля можно записать любое число при помощи десяти цифр.

Современная форма цифр установилась с открытия книгопечатания, в середине пятнадцатого столетия. До этого цифры не имели стандартной формы, как показывают наши таблицы. Существует много теорий для объяснения нынешней формы цифр. Некоторые теории связывали форму цифр с числом палочек, точек, углов в цифре, но все эти теории не имеют научного значения.

В связи с этим вопросом мы можем упомянуть имя великого нашего поэта А. С. Пушкина.



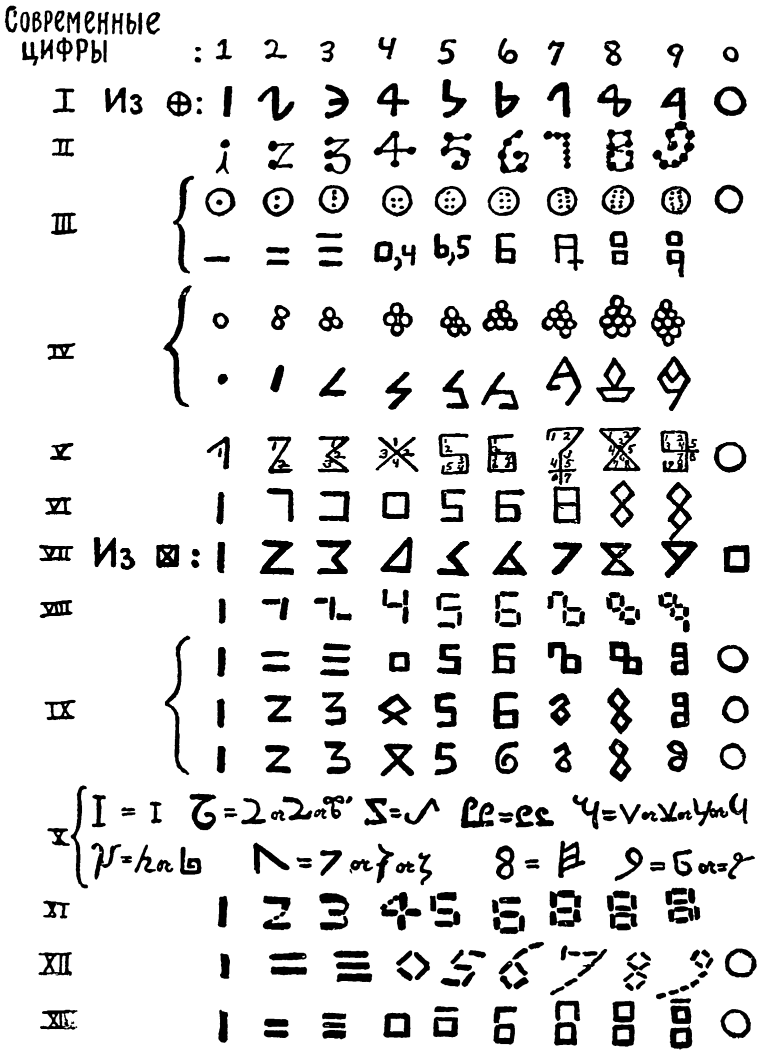
В полных собраниях его сочинений имеется заметка с чертежом:

„Форма цыфров арабских составлена из следующей фигуры AD (1), $ABDC$ (2), $ABECD$ (3), $ABD+AE$ — (4)".

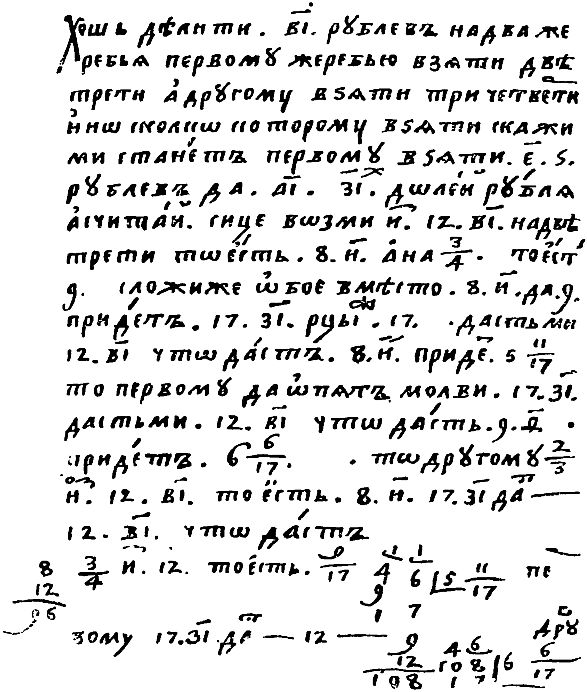
Догадка А. С. Пушкина представляет теорию, изображенную в таблице под цифрой VII.

А. С. Пушкин называет, как это часто делают и учебники, наши цифры арабскими. Вернее их называть индусскими, так как арабы были только передатчиками индусских цифр в Европу. Роль арабов как передатчиков в Европу индусских цифр была впервые указана русским востоковедом Кером в середине XVIII века.

В России индусские цифры появляются в конце XVII века в математических рукописях параллельно со славянскими цифрами, как мы видим на снимке, помещенном на странице 72. Встречались индусские цифры на некоторых гравюрах XVII века (см. стр. 37).



Разные объяснения происхождения формы наших цифр. Под цифрой VII гипотеза, на которую указал А. С. Пушкин.



Индусские цифры в русских рукописях XVII века сопровождаются славянскими цифрами.

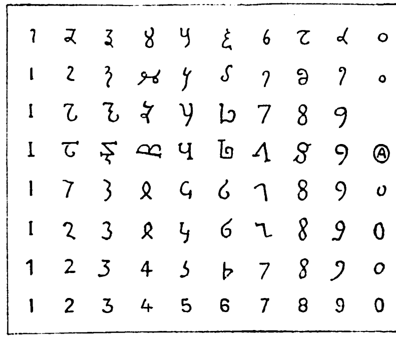
Все наши математические книги, начиная с „Арифметики“ Магницкого (1703), пользуются только индусскими цифрами.

Термины „цифра“ и „нуль“

Слово „цифра“ происходит от арабского слова „цифр“, что означает „пустое“ (место). Арабы перевели этим словом индусское слово „сунья“ — „пустое“ (место), которым индусы называли знак отсутствия разряда в числе. Вплоть до XVIII века наш нуль и назывался „цифрой“.

Когда в тринадцатом столетии индусские цифры появились в Европе и для большинства людей были

Индусские цифры IX века.
Цифры западных арабов X века.
Испанские цифры 976 года.
Французские цифры XII века.
Французские цифры XIII века.
Готические цифры около 1400 года.
Цифры эпохи Возрождения около 1500 года.
Современные цифры



Постепенное превращение индусских цифр в современные.

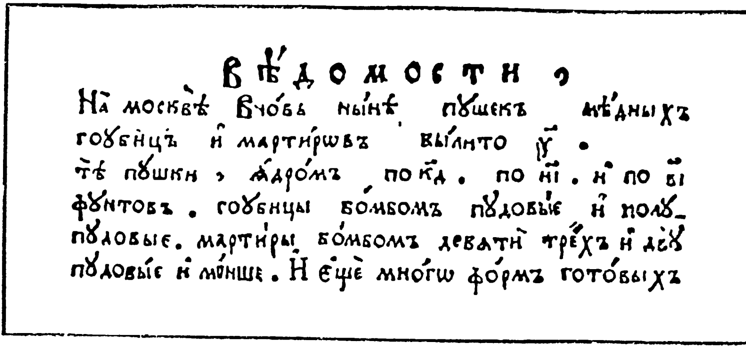
непонятными, их считали какими-то тайными знаками, тайнописью. Тайнопись (письмо какими-нибудь условными знаками) называется шифром. Слово „шифр" происходит от того же корня: „цифр".

Такое словопроизводство объясняется тем, что сущностью индусской нумерации, как бы „тайнописи" для европейцев, был знак нуля; поэтому его первоначальное название „цифр" стало названием всей арифметической „тайнописи", которую представляли индусские цифры. Теперешнее название „нуль" происходит от латинского слова „nulla" (figura) — „никакая" (цифра).

Индусы обозначали пустой разряд в числе сначала точкой, потом кружочком. Во многих языках нуль долго называли кружочком. Правдоподобным является образование формы нуля, как обозначения пустого места в записи числа, из первоначального знака □, который был заменен более удобным для письма кружком.

Арифметика целых чисел

Употребляемые в настоящее время способы производства арифметических действий над целыми числами выработались постепенно в Индии в связи с распространением там ранее других стран поместной деся-


Ведомости.
На москвѣ вновь нынѣ пушекъ мѣдныхъ
гоубицъ и мартировъ вылито у҃.
тѣ пушки ядромъ по к҃д. по и҃і. и по в҃і
фунтовъ. гоубицы бомбомъ пудовые и полу-
пудовые. мартиры бомбомъ девяти трехъ и двухъ
пудовые и мѣнше. И еще многш формъ готовыхъ

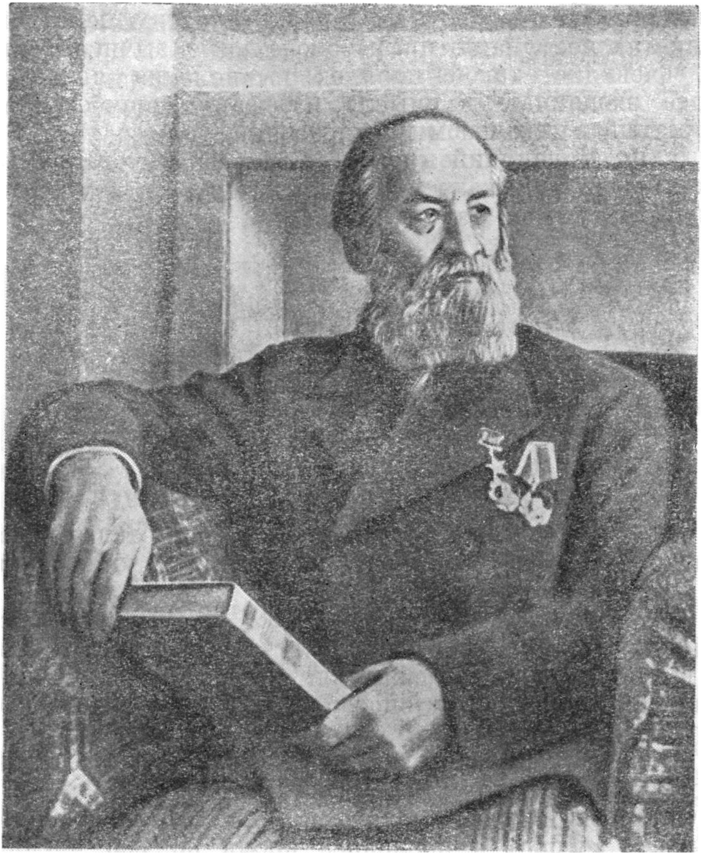
Первая наша газета „Ведомости" еще в 1703 году употребляет славянские цифры: „На Москве вновь ныне пушек медных, гаубиц и мортиров вылито 400 Те пушки ядром по 24, по 18, по 12 фунтов" и так далее.

тичной нумерации. Самое раннее письменное свидетельство о существовании этой индусской арифметики относится к середине седьмого столетия. Около 660 года сирийский ученый Север Себокт пишет: „Высокие открытия индусов в астрономии более гениальны, чем открытия греков и вавилонян; их ценные методы вычисления превосходят всякое описание. Скажу лишь, что вычисления делаются при помощи девяти цифр ..." Первые следы проникновения этих приемов в Европу можно констатировать в редких памятниках конца X века.

Более широкое знакомство с ними в Европе началось с XIII века, после того как в XII веке на латинский язык была переведена книга узбекского математика Мухаммеда ал-Хорезми — „Арифметика индусскими цифрами".

Индусские правила действий над целыми числами отличались от наших лишь тем, что все действия начинались слева, с высших разрядов.

Индусы писали на дощечках, усыпанных порошком, поэтому им легко было „стереть" написанную цифру и заменить новою, если действие над следующим разрядом давало результат, часть которого надо было прибавить к высшему разряду.



Академик А. Н. Крылов (1863—1945).

При нашем способе письма на бумаге это стирание неудобно. Однако профессиональные вычислители и в наше время производят действия, начиная с высших разрядов. Так, например, при сложении нескольких чисел они складывают два числа, начиная с высших разрядов, и пишут полученную сумму рядом. Затем эту сумму таким же образом складывают с третьим слагаемым, новую сумму — с четвертым и так далее.

Академик А. Н. Крылов (1863—1945), крупнейший математик нашего времени и, несомненно, лучший вычислитель среди математиков, усердно рекомендовал такой способ производства арифметических действий. Если так поступают профессиональные вычислители, то, очевидно, такой порядок вычисления является более экономным в смысле избежания ошибок, чем принятый в школьном преподавании.

Л. Ф. Магницкий в главе об умножении указывает, что „нецыи умножают странным некоим образом“, располагая действия так:

$$
\begin{array}{r}
481 \\
\times \\
399 \\
\hline
1443 \\
4329 \\
4329 \\
\hline
191919
\end{array}
$$

„Странность“ этого способа умножения заключается только в том, что умножение начинается с умножения на высший разряд множителя.

Так поступать естественно уже потому, что важнейшая часть произведения получается от умножения на высший разряд множителя. При умножении приближенных чисел этот способ несравненно более удобен, чем обычный.

Вообще арифметические действия в разные эпохи выполнялись различными способами.

Остановимся здесь только на одном способе умножения, о котором в последнее время не раз писали в зарубежных изданиях под названием: „Способ умножения русских крестьян“. Он заключается в следующем.

Пусть требуется выполнить умножение 47×33. Составляем два столбца чисел, начиная с данных чисел, один — умножением на два, другой — делением на два. Имеем:

47	33
94	16
188	8
376	4
752	2
1504	1

Произведение 47×33 получается от сложения тех чисел первого столбца, которые стоят против нечетных чисел второго столбца, в данном случае $47 \times 33 = 1504 + 47 = 1551$.

Для обоснования такого способа умножения произведем сначала по этому способу вычисление произведения 47×32:

47	32
94	16
188	8
376	4
752	2
1504	1

$$47 \times 32 = 1504.$$

Очевидно, что произведение любой пары соответственных чисел обоих столбцов в этом примере одно и то же, так как, идя сверху вниз, мы один сомножитель увеличиваем, другой уменьшаем в два раза, от чего произведение не изменяется. Следовательно, $47 \times 32 = 1504 \times 1 = 1504$.

Такая картина будет во всех тех случаях, когда множитель является степенью числа 2. Если же множитель не представляет собою степени числа 2, то, кроме последнего числа второго столбца, которое всегда равно единице, во втором столбце встречается еще хоть одно нечетное число (в первом нашем примере 33). Соответствующее этому нечетному числу число первого столбца (47) надо взять в качестве слагаемого при вычислении произведения, так как, переходя от первой пары чисел ко второй, мы отбросили от произведения один раз 47; при умножении 47 на 32 мы имели бы во второй строке те же числа: 94 и 16. Такое отбрасывание из произведения числа, стоящего в первом столбце, происходит каждый раз, когда мы во втором столбце имеем нечетное число.

Найдем произведение: 53×49.

53	49
106	24
212	12
424	6
848	3
1696	1

$$53 \times 49 = 1696 + 848 + 53 = 2597.$$

Этот способ умножения является практичным, если приходится одно и то же число умножать на разные числа. Пусть, например, счетовод колхоза, не имеющий арифмометра, вычисляет причитающиеся разным лицам суммы, при условии, что каждый рабочий данного разряда получает в день 53 рубля.

Первый столбец, получаемый последовательным удвоением, является общим при всех умножениях и вычисляется раз навсегда. Для получения сумм, причитающихся за различные числа трудодней, остается составлять лишь для каждого числа дней второй столбец чисел делением на два, что легко выполняется в уме.

„Способ умножения русских крестьян" заключается в замене умножения сложением и простейшими случаями умножения и деления чисел на 2. Умножение и деление произвольных чисел представляли для человека большие трудности. Сначала были усвоены действия умножения и деления на 2, которые под названием „удвоения" и „раздвоения" чисел в течение многих столетий в учебниках арифметики рассматривались, как особые арифметические действия. „Способ умножения русских крестьян" представляет удобный прием для замены более сложного арифметического действия — умножения произвольных чисел — действиями более простыми: сложением, „удвоением" и „раздвоением".

Некоторые свойства целых чисел

В начальной арифметике изучаются некоторые свойства простых чисел, то есть чисел, которые делятся только на единицу и на самого себя. Составные числа, делящиеся, кроме единицы и самих себя, еще хоть на одно другое число, разлагаются на произведение простых чисел единственным способом.

Таким образом, простые числа являются как бы теми кирпичами (атомами), из которых составляются все числа. Отсюда понятен интерес к простым числам.

Отметим попутно, что единица не является ни простым, ни составным числом, так как она имеет только одного делителя.

Греческий математик Евклид (около 300 года до нашего летосчисления) доказал, что простых чисел неограниченное множество, что не существует наибольшего простого числа. Около ста лет после него другой греческий математик Эратосфен дал способ („решето Эратосфена“), которым можно из чисел натурального ряда выделить простые числа. И доказательство Евклида и описание „решета Эратосфена“ даются в учебниках.

„Решето Эратосфена“ в настоящее время доведено до 10 миллионов, и имеются таблицы всех простых чисел между 1 и 10 000 000.

За пределами этой таблицы известны простые числа, но это числа определенного вида, например числа вида 2^n-1 или 2^n+1. Так, например, математик-самоучка И. М. Первушин (1883) доказал, что число

$$2^{61}-1=2\,305\,843\,009\,213\,693\,951$$ — число простое.

Наибольшее известное в настоящее время простое число $2^{127}-1=$

$$=170\,141\,183\,460\,469\,231\,731\,687\,303\,715\,884\,105\,727.$$

И. М. Первушин, кроме того, доказал (1878), что **составным** является число

$$2^{2^{25}}+1,$$ так как делится на 167 772 161.

Число $2^{2^{25}}+1$ содержит 2 525 223 цифры. Если бы его напечатать обычным шрифтом, потребовалась бы строка длиною в 5 километров или книга обыкновенного формата в 1 000 страниц. Результаты Первушина были проверены в Петербургской и Парижской академиях наук и подтверждены.

Таблица простых чисел между 1 и 10 000 000 показывает, что простые числа по мере удаления от начала натурального ряда встречаются в нем всё реже и реже, но внимательное рассмотрение деталей таблицы обнаруживает большие неправильности в распределении простых чисел.

Следующие таблицы дают некоторое общее представление об этих неправильностях.

Обозначим буквою x количество простых чисел, меньших, чем n, а буквою y — число простых чисел рассматриваемого промежутка натурального ряда.

n	x	y
0	0	
10	4	4
20	8	4
30	10	2
40	12	2
50	15	3
60	17	2
70	19	2
80	22	3
90	24	2
100	25	1

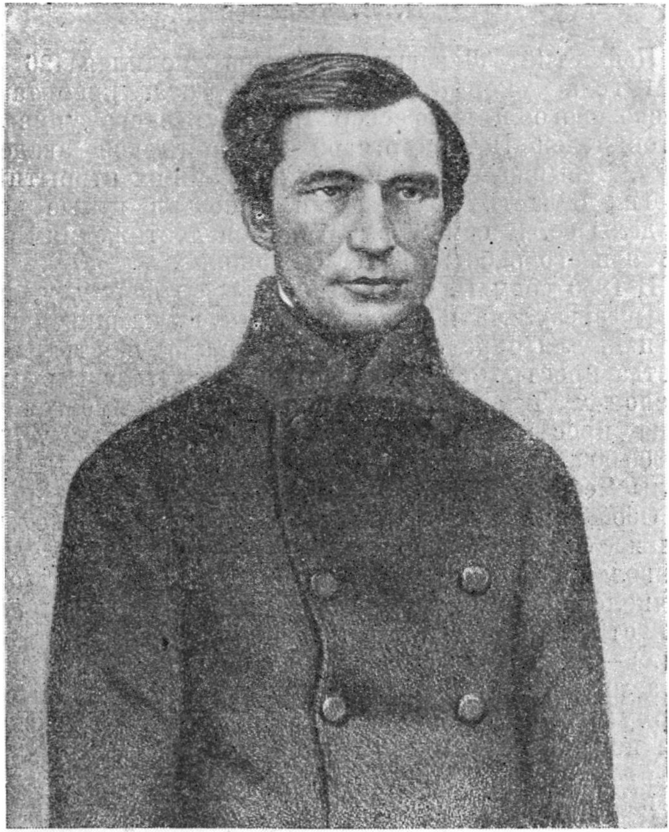
n	x	y
0	0	
100	25	25
200	46	21
300	62	16
400	78	16
500	95	17
600	109	14
700	125	16
800	139	14
900	154	15
1000	168	14

n	x	y
0	0	
1 000 000	78 498	78 498
2 000 000	148 933	70 435
3 000 000	216 816	67 883
4 000 000	283 146	66 330
5 000 000	348 513	65 367
6 000 000	412 849	64 336
7 000 000	476 648	63 799
8 000 000	539 777	63 129
9 000 000	602 489	62 712
10 000 000	664 579	62 090

Неравномерность распределения и убывания простых чисел ясно видна из третьих столбцов таблиц.

Пестрота картины распределения простых чисел увеличится еще более, если отметим, что существуют пары простых чисел, которые в натуральном ряду отделены друг от друга только одним числом (такие простые числа называются „близнецами"), как, например, 3 и 5, 5 и 7, 11 и 13 или 10 016 957 и 10 016 959 (самая большая известная пара „близнецов"); с другой стороны, существуют пары последовательных простых чисел, между которыми в натуральном ряду имеется много составных чисел. Так, например, все 153 последовательных числа натурального ряда от 4 652 354 до 4 652 506 являются составными числами.

Самые выдающиеся математики стремились разгадать загадку распределения простых чисел. Они искали формул, с помощью которых можно было бы



Гениальный русский математик П. Л. Чебышев (1821—1894).

хотя приближенно определить число простых чисел, не превосходящих определенного натурального числа. Иными словами, они искали формул для решения вопроса: сколько простых чисел имеется в натуральном ряду чисел от 1 до 1 000, от 1 до 100 000, от 1 до 1 000 000 и т. д. В решении этого труднейшего вопроса математики единственный крупный результат принадлежит Пафнутию Львовичу Чебышеву, одному из самых гениальных математиков не только в России, но и во всем мире.

П. Л. Чебышев

Пафнутий Львович Чебышев родился 26 мая 1821 года, умер 8 декабря 1894 года. Воспитанник Московского и профессор Петербургского университетов, член Петербургской и Парижской академий наук, Чебышев сделал много важнейших открытий во многих областях математики и создал целые новые разделы ее. К самым выдающимся достижениям относятся и его работы о простых числах

В 1850 году П. Л. Чебышев вывел формулу, которую безрезультатно искали самые выдающиеся математики, для определения с большой точностью количества простых чисел, заключенных между 1 и любым числом x. Так как в настоящее время имеется таблица простых чисел, заключающихся между 1 и 10 000 000, то легко проверить степень точности формулы Чебышева в этих границах.

Обозначив, как это принято в математике, действительное количество простых чисел между 1 и числом x символом $\pi(x)$ (читается: пи от x), а количество их, вычисленное по формуле Чебышева, символом $Li(x)$ (ли от x), находим разницу между ними, то есть $Li(x) - \pi(x)$ для различных значений x. Эти разности показывают, на сколько результат, вычисленный по формуле Чебышева, отклоняется от истинного значения искомого числа простых чисел.

x	$\pi(x)$	$Li(x)$	$Li(x) - \pi(x)$
10	4	6	2
100	25	29	4
1 000	168	178	10
10 000	1 229	1 246	17
100 000	9 592	9 630	38
500 000	41 538	41 606	68
1 000 000	78 498	78 628	130
1 500 000	114 149	114 263	114
2 000 000	148 933	149 055	122
2 500 000	183 072	183 245	173
3 000 000	216 816	216 971	155
4 000 000	283 146	283 352	206
5 000 000	348 513	348 638	125
6 000 000	412 849	413 077	228
7 000 000	476 648	476 827	179
8 000 000	539 777	540 000	223
9 000 000	602 489	602 676	187
10 000 000	664 579	664 918	339

Таблица показывает, что числа, получаемые по формуле Чебышева, в пределах 10 000 000 всегда несколько больше действительных количеств простых чисел, но это отклонение составляет для 500 000 лишь около 0,16%, а для 10 000 000 только 0,05%. Точность формулы Чебышева весьма большая и увеличивается с возрастанием числа x.

П. Л. Чебышев в бытность профессором Петербургского университета.

Отметим, что в настоящее время доказано следующее неожиданное свойство чисел Чебышева. В натуральном ряду, очень далеко за пределами 10 000 000, существует число, около которого $Li\,(x)$ оказывается уже не больше, а меньше числа $\pi\,(x)$. В 1933 году было установлено, что это имеет место для числа x, которое определяется приближенным равенством

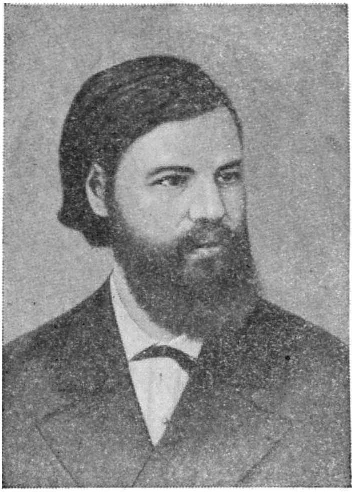
$$x \approx 10^{10^{10^{34}}}$$

Это число (так называемое число Скьюза) является самым большим числом, когда-либо встречавшимся в науке. Это число, в котором за единицей следует

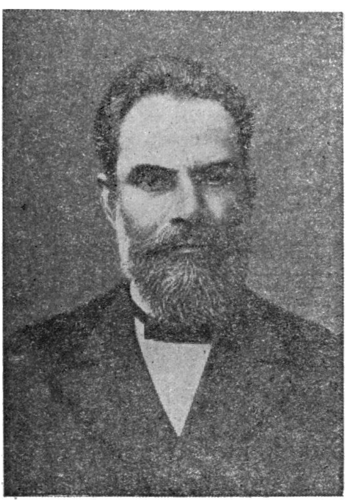
$10^{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ нулей.

О впечатлении, которое произвело открытие Чебышевым формулы для определения числа простых чисел, можно судить по отзывам крупнейших математиков.

Знаменитый английский математик Сильвестр (1814—1897) назвал Чебышева „победителем простых



Е. И. Золотарев (1847—1878).



А. М. Ляпунов (1857—1918).

чисел, который первый стеснил их капризный поток в алгебраические границы", и добавил, что „дальнейших успехов в теории простых чисел можно ожидать только тогда, когда родится некто, настолько превосходящий Чебышева своею проницательностью и вдумчивостью, насколько Чебышев превосходил этими качествами обыкновенных людей".

П. Л. Чебышев одновременно разрешил и другую, остававшуюся нерешенной до этого, задачу.

Французский математик Бертран (1822—1900) проверил на всех числах до 6 000 000 существование следующей закономерности: для всех чисел x, начиная с 4, между числами x и $2x-2$ содержится, по крайней мере, одно простое число. Это предложение было известно под названием „допущения (постулата) Бертрана". П. Л. Чебышев доказал предложение Бертрана и превратил его в теорему.

По всему сказанному о П. Л. Чебышеве можно подумать, что это был теоретик, занимавшийся самыми отвлеченными областями математики, далекий от всякой практики.

Между тем он является ученым, который чаще, чем кто-либо из математиков, решал задачи, вытекавшие из практических нужд человека.

Об этом можно судить уже по заглавиям его трудов, среди которых встречаем такие: „Об одном механизме", „О зубчатых колесах", „О простейших сочленениях", „О кройке платьев" и так далее. Он изучал устройство ветряных мельниц, разных заводских установок и, по его словам, повсюду наталкивался на вопросы математики, о которых наука его времени знала мало.

Эти пробелы в науке П. Л. Чебышев и восполнил своими гениальными теоретическими трудами.

Параллельно с этим он всю жизнь занимался практической механикой, изобрел большое число механизмов, производил опыты по стрельбе и много содействовал достижению русской артиллерией того высокого совершенства, которым она всегда славилась перед артиллериями всех европейских государств.

Вся деятельность Чебышева представляет постоянное сочетание теории и практики; руководила этою деятельностью одна и та же идея, которая, по мнению Чебышева, лежит в основе всякой человеческой дея-

А. А. Марков (1856—1922).

Г. Ф. Вороной (1868—1908).

тельности: как при наименьшей затрате сил получить наилучшие результаты, как располагать своими средствами для достижения по возможности большей выгоды. Прилагая эту идею к улучшению средств вычисления, он дал формулы, применение которых одним из его талантливых последователей, академиком А. Н. Крыловым, позволило в такой мере улучшить расчеты кораблестроения, что Россия и в этом отношении уже много десятилетий стоит выше остальных стран мира.

Наконец нужно отметить, что П. Л. Чебышев создал первую русскую математическую научную школу, отличительной чертой которой является решение, возможно простыми средствами, конкретных вопросов, с доведением решения до формулы, по которой можно получить числовой результат.

К этой школе принадлежат почти все славные имена русских математиков второй половины XIX и начала XX века: А. Н. Коркин, Е. И. Золотарев, А. М. Ляпунов, А. А. Марков, Г. Ф. Вороной, В. А. Стеклов, А. Н. Крылов и многие другие.

Теорема Эйлера — Гольдбаха — Виноградова о простых числах

О простых числах имеется ряд теорем, поражающих своею видимой простотой и трудностью доказательства. Самая известная из них — теорема Гольдбаха, доказательство которой, после двухсотлетних бесплодных усилий очень многих математиков, в наше время почти закончено академиком Иваном Матвеевичем Виноградовым.

В члены основанной в 1725 году Петербургской Академии наук в 1727 году вступил двадцатилетний Леонард Эйлер, оказавшийся одним из самых крупных математиков XVIII века.

Его имя носят десятки теорем и формул во всех разделах математики и механики. Собрание его сочинений охватывает 80 громадных томов. В отличие от ряда академиков-иностранцев XVIII века, Эйлер заслужил уважение и любовь первых русских академиков, в том числе М. В. Ломоносова.

В переписке Эйлера со своим товарищем по Академии Гольдбахом Эйлер в 1742 году на вопрос Гольдбаха отвечает, что он считает истинной следующую теорему, которую, однако, не может доказать: „Всякое четное число, начиная с шести, есть сумма двух нечетных простых чисел“:

$$6 = 3 + 3, \quad 8 = 3 + 5, \quad 10 = 3 + 7 = 5 + 5 \text{ и т. д.}$$

Если эта теорема верна, то из нее следует, что всякое нечетное число есть сумма трех простых чисел. Эти предложения получили название теоремы Гольдбаха. Относительно четных чисел ее проверяли многие математики. В 1940 году проверка была доведена до 100 000.

Проверку правильности теоремы Эйлера — Гольдбаха — Виноградова для четных чисел можно провести следующим образом. Возьмите две полоски из плотной бумаги и нанесите на них равные клетки. В клетки одной полоски вписывайте нечетные числа в убывающем порядке, начиная с некоторого числа, например, с пятидесяти. На другую полоску напишите нечетные числа в возрастающем порядке, начиная с единицы. Подчеркните на обеих полосках все простые числа по „решету Эратосфена“ или таблице простых чисел.

Прикрепите полоски рядом так, чтобы число 49 одной полоски стояло на одной высоте с 1 другой полоски. В таком случае стоящие рядом подчеркнутые числа на обеих полосках дают представление числа 50 в виде суммы двух нечетных простых чисел. Таких „разбиений“ числа 50 оказывается 4, именно: $3 + 47$, $7 + 43$, $13 + 37$, $19 + 31$.

Этими же полосками можно воспользоваться для „разбиений“ любого четного числа, не превышающего 50, на сумму двух простых чисел. Для этого нужно вторую полоску поместить рядом с первой так, чтобы сумма рядом стоящих чисел оказалась равной разбиваемому числу. На нашей табличке показано „разбиение“ чисел 50, 48 и 40. Простые числа напечатаны жирным шрифтом (см. стр. 88).

Делалось очень большое число попыток доказать теорему Гольдбаха, но все они остались безрезультатными.

49	1
47	**3**
45	**5**
43	**7**
41	9
39	**11**
37	**13**
35	15
33	**17**
31	**19**
29	21
27	**23**
25	25

49	
47	1
45	**3**
43	**5**
41	**7**
39	9
37	**11**
35	**13**
33	15
31	**17**
29	**19**
27	21
25	**23**
23	25
21	27

49	
47	
45	
43	
41	
39	1
37	**3**
35	**5**
33	**7**
31	9
29	**11**
27	**13**
25	15
23	**17**
21	**19**

Проверка теоремы Гольдбаха для чисел: 50, 48 и 40.

Еще в 1922 году крупнейший английский математик Харди вынужден был заявить, что для доказательства этой теоремы существующая ныне математика недостаточна. Как всегда в таких случаях, для решения вопроса нужно было создать новые методы в математике.

Советский математик
Л. Г. Шнирельман (1905—1938).

Начало создания этих новых методов математики было положено в 1930 году советским математиком Л. Г. Шнирельманом (1905—1938); выработаны же необходимые новые методы были академиком Иваном Матвеевичем Виноградовым (родился в 1891 году).

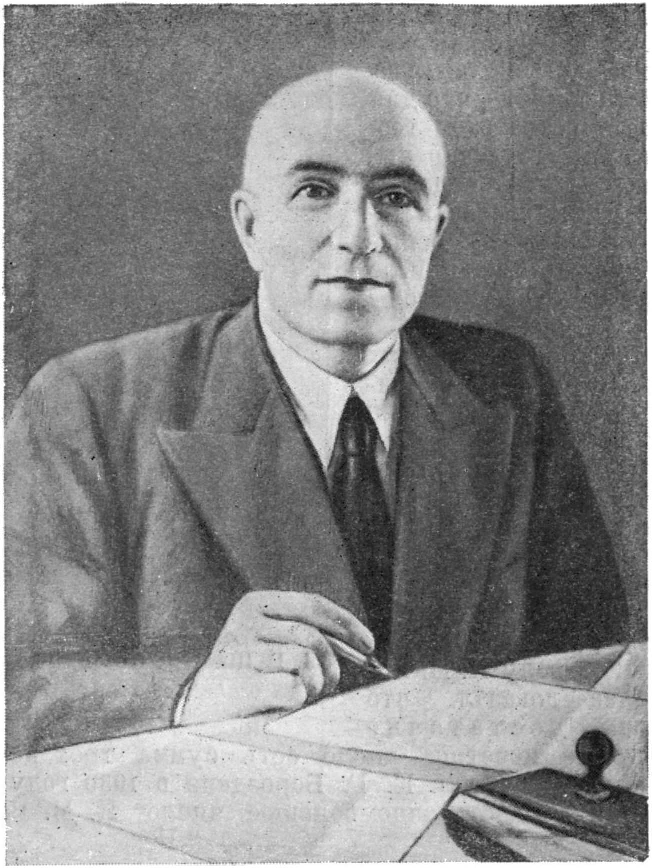
В 1937 году И. М. Виноградов доказал, что всякое **достаточно большое** нечетное число есть сумма трех нечетных простых чисел. К. Г. Бороздкин в 1939 году показал, что „достаточно большое число" И. М. Виноградова

$$c \approx e^{e^{e^{41,96}}}$$

где $e = 2,71828\ldots$ Таким образом доказано, что, начиная с этого числа, теорема Гольдбаха для нечетных чисел верна.

Имеет ли теорема Гольдбаха какое-нибудь практическое значение?

Пока не имеет. Однако это нисколько не уменьшает значения достижений И. М. Виноградова и других советских математиков в этом вопросе.



Академик И. М. Виноградов (родился в 1891 году).

Для доказательства теоремы Гольдбаха созданы новые математические методы; и эти методы, раз они найдены, будут использованы для решения других вопросов, которые, наверное, будут иметь практические применения. В развитии любого раздела математики самым важным является изобретение новых методов; применение же этих методов представляет работу несравненно более легкую.

Открытие И. М. Виноградовым его метода доказательства было событием, которое привлекло внимание всего мира.

Дробное число

Дроби бывают трех видов:

1) доли или единичные дроби, у которых числитель единица, знаменателем же может быть любое целое число;

2) дроби систематические, у которых числителями могут быть любые числа, знаменателями же — только числа некоторого частного вида, например степени десяти или шестидесяти;

3) дроби общего вида, у которых и числители и знаменатели могут быть любыми числами.

Изобретение этих трех различных видов дробей представляло для человечества разные степени трудности, поэтому разные виды дробей появлялись в разные эпохи.

Знакомство человека с дробными числами началось с единичных дробей с малыми знаменателями.

Понятия „половина", „треть", „четверть", „осьмушка" употребляются часто людьми, которые арифметике дробных чисел никогда не обучались. Эти простейшие дроби изобрел каждый народ самостоятельно в ходе своего развития.

Единичные дроби. Древние египтяне, несмотря на то, что они в течение нескольких тысячелетий своей истории развили высокую культуру, оставили после себя прекрасные памятники искусства, владели многими отраслями техники, однако в арифметике дробных чисел не пошли далее изобретения единичных дробей (и дроби $^2/_3$). Если задача приводила к ответу, который мы выражаем дробным числом, египтяне его представляли в виде суммы единичных дробей или долей. Если, например, ответ по-нашему был $^7/_8$, египтянин представлял его в виде суммы $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ и писал без знаков сложения: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$. Без знака сложения обходились и многие позднейшие народы, понимая писание рядом дробей как сложение. Этот египетский способ письма частично сохранился и у нас. Мы пишем смешанные числа, ставя рядом, без какого-либо соединяющего знака, число целых единиц и дробь, и понимаем запись, как сумму: пишем $3^1/_2$, вместо $3+\frac{1}{2}$.

Может показаться, что египетский способ пользования одними лишь единичными дробями делал решение задач сложным. Не всегда это так. Египетский автор решает задачу: нужно разделить 7 хлебов поровну между восемью лицами. Мы сказали бы, что каждый получает $^7/_8$ хлеба.

Для египтянина не было числа $^7/_8$, но он знал, что от деления 7 на 8 получается $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$. Этот факт подсказывает ему, что для дележа семи хлебов между восемью лицами нужно иметь 8 половинок, 8 четвертей и 8 осьмушек. Он режет 4 хлеба пополам, 2 хлеба — на четвертушки и 1 хлеб — на осьмушки и распределяет доли между получающими. Для дележа пришлось сделать всего $4+6+7=17$ разрезов.

Кладовщик, работающий в наши дни, которому предстоит такая же задача деления хлебов, сообразив, что каждому получателю надо дать семь восьмушек, по всей вероятности, разрежет все 7 хлебов предварительно на восьмушки, для чего ему требуется сделать $7\times 7=49$ разрезов. Как видим, в этой задаче египетский способ решения является более практичным.

Египетский ученик, решая задачи, приводившие к дробному числу, должен был иметь пред собою таблицу, чтобы знать, в виде суммы каких долей представляется результат деления (дробное число). Такую таблицу мы и находим в начале египетского руководства математики, которое известно нам под названием „папируса Ахмеса“ или „папируса Райнда“.

Как можно представить любую дробь в виде суммы долей? При нашем знании арифметики это легко сделать.

Можно убедиться (проверьте!) в правильности равенства

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{n+1}+\frac{(n+1)a-b}{(n+1)b}. \quad (*)$$

Если n есть целая часть дроби $\frac{b}{a}$ $\left[\text{в математике}\right.$ это обозначают знаком $\left.E\left(\frac{b}{a}\right)\right]$, или $n = E\left(\frac{b}{a}\right)$, то, пользуясь равенством (*) мы можем дробь $\frac{a}{b}$ представить в виде суммы долей. Покажем это на примере $\frac{13}{20}$.

$$n = E\left(\frac{20}{13}\right) = 1 \left(\text{целая часть дроби } \frac{20}{13}\right).$$

По равенству (*)

$$\frac{13}{20} = \frac{1}{1+1} + \frac{(1+1)\cdot 13 - 20}{(1+1)\cdot 20} = \frac{1}{2} + \frac{2\cdot 13 - 20}{2\cdot 20} =$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{6}{40} = \frac{1}{2} + \frac{3}{20}.$$

Над дробью $\frac{3}{20}$ проделаем те же преобразования:

$$n = E\left(\frac{20}{3}\right) = 6;$$

$$\frac{3}{20} = \frac{1}{6+1} + \frac{(6+1)\cdot 3 - 20}{(6+1)\cdot 20} = \frac{1}{7} + \frac{21-20}{7\cdot 20} = \frac{1}{7} + \frac{1}{140}.$$

Подставляя это значение вместо $\frac{3}{20}$, имеем:

$$\frac{13}{20} = \frac{1}{2} + \frac{3}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{140}.$$

Задача: представьте $\frac{17}{18}$ в виде суммы долей.

Ответ: $\frac{17}{18} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$.

Решение задач практической жизни при помощи одних лишь долей (египетский способ) имело место почти у всех европейских народов, начиная с греков.

Систематические дроби. Одновременно с единичными дробями появились и систематические дроби. Самый ранний по времени вид таких дробей есть шестидесятиричные дроби, употреблявшиеся в древнем Вавилоне. В этих дробях знаменателями служат числа 60, $60^2 = 3600$, $60^3 = 216\,000$ и т. д., и они сходны с нашими десятичными дробями.

Шестидесятиричными дробями все культурные народы пользовались до XVII века, особенно в научных работах, почему они и назывались физическими или астрономическими дробями, а дроби общего вида, в отличие от них, — обыкновенными или народными. Следы пользования этими дробями остались у нас до сих пор: минута есть $\frac{1}{60}$, секунда $\frac{1}{60^2} = \frac{1}{3600}$, терция $\frac{1}{60^3} = \frac{1}{216000}$ часть часа.

Десятичные дроби. Десятичные дроби представляют также вид систематических дробей.

Изобретателем их почти во всех книгах называется фламандский (бельгийский) инженер Симон Стевин (1548—1620). Стевин в 1585 году издал брошюру, в которой горячо агитировал за введение в употребление новых, десятичных, дробей, при помощи которых, по его словам, „можно решать все житейские задачи без ломаных“ (так назывались дроби у всех народов). Однако, как мы уже знаем, десятичные дроби были введены в научную литературу около 175 лет до него узбекским математиком и астрономом ал-Каши. Вычисляя отношение длины окружности к радиусу в шестидесятиричной системе, в то время общепринятой в научных исследованиях, ал-Каши получает результат в виде записи:

целые	первые доли	вторые доли	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
6	16	59	28	1	34	51	46	14	50,

что означает

$$6 + \frac{16}{60} + \frac{59}{60^2} + \frac{28}{60^3} + \frac{1}{60^4} + \frac{34}{60^5} + \frac{51}{60^6} + \frac{46}{60^7} + \frac{14}{60^8} + \frac{50}{60^9}.$$

Под этим числом он пишет:

целых

6 283 185 307 179 586 5

Это число есть перевод написанного выше значения числа 2π из шестидесятиричной системы счисления в десятичную и представляет десятичную дробь

$$6{,}283\ 185\ 307\ 179\ 586\ 5.$$

Разделив это число на 2, получим приближенное значение π — отношение длины окружности к диаметру

$$3{,}1415926535897932.$$

В этой дроби все 16 знаков после запятой точны.

Десятичные доли ал-Каши называет: десятичные минуты, десятичные секунды, десятичные терции и т. д.

В написанном в 1427 году „Ключе к искусству счета“ ал-Каши дает правила вычислений в десятичной системе, то есть учит умножению и делению десятичных дробей.

Сказанное дает нам полное основание считать узбекского ученого начала пятнадцатого столетия ал-Каши основоположником употребления десятичных дробей и тем ученым, который и обосновал теорию этих дробей.

Кроме этого, в тех же книгах ал-Каши обнаруживает ясное понимание правил

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^n = a^{m-n},$$

что представляет большой шаг вперед в этом вопросе от употреблявшихся в Западной Европе неуклюжих правил, ведущих свое начало от Архимеда.

Дробь общего вида. Дроби общего вида $\frac{m}{n}$, в которых и m и n могут быть произвольными целыми числами, появляются уже в некоторых сочинениях Архимеда. Простейшие из таких дробей: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ постепенно входят в употребление в житейской практике. Индусы уже в первые века нашего летосчисления установили современные правила действий над обыкновенными дробями. Эти правила через руководства среднеазиатских математиков — ал-Хорезми и других — вошли в европейские учебники арифметики. Это случилось ранее распространения десятичных дробей.

В „Арифметике“ Магницкого (1703) обыкновенные дроби излагаются подробно, десятичные же дроби — в специальной главе, как некоторый новый вид счисления, не имевший при тогдашней системе мер большого практического значения.

АЛГЕБРА

Алгебра как искусство решать уравнения зародилась у вавилонян, у которых было для него специальное название, перешедшее в арабский язык.

Ал-Хорезми свою книгу начала IX века, которая, трижды переведенная в XII веке на латинский язык, стала родоначальником европейских учебников алгебры, называет „Китаб ал-джебр вал-мукабала“, что в переводе означает: „Книга о восстановлении и противоставлении“. „Восстановление“ означает превращение отрицательного числа в положительное при перенесении из одной половины уравнения в другую. Так как в те времена отрицательные числа не считались настоящими числами, то операция ал-джебр (алгебра), как бы возвращающая число из небытия в бытие казалась чудом этой науки, которую в Европе долго после этого называли „великим искусством“.

Термин „алгебра“ как название искусства восстановления у арабов же перешел в медицину. Вправление кости ломаной руки или ноги также являлось восстановлением потерянного органа, и искусство врача, которое возвращает человеку руку или ногу, также стали называть алгеброй.

Такой двойной смысл слова „алгебра“ объясняет нам один странный на первый взгляд факт. Во второй части известного романа Сервантеса „Дон Кихот“ (глава XV) рассказывается, как дон Кихот сбил с лошади своего противника, как тот лежал на земле, не будучи в состоянии шевелить ни руками, ни ногами, и как дон Кихоту удалось найти алгебриста для оказания помощи побежденному противнику.

Так сказано в испанском оригинале романа, так же говорится в более ранних русских изданиях „Дон Кихота“, только в последнем издании „алгебрист“ заменен „костоправом“. Объясняется это тем, что в испанском и португальском языках слово „алгебра", как и в арабском языке, означает не только часть математики, но и „искусство вправлять вывихи": словом „алгебрист" называется не только знающий алгебру, но и врач — специалист по болезням рук и ног.

Арабы в течение нескольких столетий владели частью Пиренейского полуострова и принесли туда начала своей культуры и культуры, заимствованной ими у других народов. В частности, у наших народов Средней Азии. Узбекские и Таджикские ученые обогатили науку, а в ряде случаев утвердили ее славу на все времена.

Арабы принесли сочинения по математике Мухаммеда ал-Хорезми (Мухаммед из Хорезма), Абдуль ал-Фергани и других ученых, а также переводы греческих авторов. Много арабских слов вошло в испанский и португальский языки, в том числе и слова „алгебра" и „алгебрист" в тех двух значениях, которые эти слова имели у арабов.

Говорить об алгебре у египтян нет основания.

Египтяне решали задачи, которые мы теперь решаем при помощи уравнений первой степени, методом ложного положения. Эти же задачи решаются в арифметике, но мы не называем арифметику из-за этого алгеброй.

Греческим геометрам (Евклид) были известны основные алгебраические операции, но они прилагали их только к отрезкам прямой.

Только у позднего греческого математика Диофанта мы находим числовое решение уравнений первой и второй степени в то время, когда греческая математика уже замирает (III или IV век нашего летосчисления). Как теперь известно, индусы примерно в то же время стали разрабатывать алгебру, но Европа ознакомилась с подлинными индусскими математическими работами лишь в девятнадцатом столетии.

Основания алгебры как искусства решать уравнения уже давно до этого через книгу ал-Хорезми дошли до Европы и были европейскими математиками разработаны и развиты дальше.

Буквенная символика алгебры. Уже ал-Хорезми характерную особенность алгебры видел в том, что она решает задачи, которые рассматриваются и в арифметике, в общем виде. В наше время достигается это тем, что числа обозначаются буквами, которые, в зависимости от условий задачи, могут получать разные числовые значения.

Алгебру поэтому часто называли общею или универсальною арифметикою.

Употребление букв в алгебре появилось в результате очень долгого развития.

Начатки употребления особых знаков для обозначения искомых чисел и операций над ними, так называемой буквенной символики в алгебре, можно видеть уже у древних вавилонян.

Особый знак для обозначения неизвестного искомого числа, называвшегося „кучей“, был у египтян.

Греческий математик Диофант имеет знаки для обозначения неизвестного и его степеней, действия вычитания и равенства. Он же знает, что можно производить умножение выражений вроде (5—3) (4—2), не находя предварительно разностей, причем произведение чисел, перед которыми стоят одинаковые знаки, надо писать слагаемым, то есть с плюсом, а произведение чисел, перед которыми стоят разные знаки, надо писать вычитаемым, то есть с минусом. Отрицательного числа у Диофанта еще нет.

Индусские математики при решении уравнений смелее применяли те же правила, что и Диофант, и при решении квадратных уравнений стали рассматривать и отрицательные корни, которые они толковали как долг или расход и обозначали точкой над числом или крестиком рядом с ним. Но еще индусский математик XII века заявляет, что „люди таких чисел не одобряют“. Равноправность положительных и отрицательных чисел была признана в математике лишь в XVII веке.

Математики, писавшие на арабском языке, в том числе среднеазиатские, неизвестное искомое число называли „вещью“ (буквенной символики они не имели). Первая буква этого слова в европейской транскрипции и дала наше обозначение неизвестного буквой x.

До шестнадцатого столетия, однако, изложенне алгебры было словесным. Французский математик Виет (1540—1603) и его современники вводят буквенные обозначения и символы в широком масштабе, хотя не сразу в таком виде, как мы делаем это в настоящее время.

Хотя уже в начале XVI века отдельные математики ввели обозначение степени числа при помощи показателя степени, но еще в XVIII веке встречаются записи *aa*, *aaa* или *aaaa* вместо a^2, a^3 и a^4. Даже знак $=$, столь удобный и понятный, вошел во всеобщее употребление только в XVIII веке, и еще в начале этого века даже авторы научных книг считают нужным объяснять, что знаки $+$ и $-$ обозначают сложение и вычитание, знак $\times$ — умножение.

Происхождение употребляемых нами в арифметике и алгебре знаков не всегда можно точно установить.

Полагают, что знаки $+$ и $-$ возникли в торговой практике. Виноторговец черточками отмечал, сколько мер вина он из бочки продал. Приливая в бочку новые запасы, он перечеркивал столько расходных черточек, сколько мер он восстановил. Так, якобы, произошли знаки $+$ и $-$ в XV веке.

Происхождение знака $-$ таким образом кажется правдоподобным.

Относительно происхождения знака $+$ существует другое объяснение, не менее правдоподобное. Вместо $a+b$ писали „*a* и *b*“, по-латыни „*a et b*“. Так как слово „*et*“ — „*и*“ — приходилось писать очень часто, то его стали сокращать: писали сначала одну букву *t*, которая в конце концов выродилась в знак $+$. В книгах по арифметике вместо них долго писали латинские буквы *p* (плюс) и *m* (минус).

Знаки $\times$ и $\cdot$ для обозначения умножения и знак $:$ для деления входят в употребление только в семнадцатом столетии. До введения этих знаков употребляли для обозначения умножения и деления буквы *M* и *D*, как первые буквы латинских названий этих действий.

Про знак $\sqrt{}$ обычно указывается, что он происходит от буквы *r* (первой буквы латинского слова „radix“ — „корень“). Это объяснение не является общепринятым. В самых старых рукописях перед числом, из которого нужно извлечь корень, ставилась точка, а позднее — ромбик с острыми углами вверх и вниз. Для обозначения квадратного корня этот знак стали снабжать одной косой черточкой, отчего получился знак $\sqrt{}$.

Скобки в современном виде вошли в употребление лишь в XVIII веке и, прежде всего, в широком масштабе в изданиях Петербургской академии наук.

Само название „скобки“ было введено нашим академиком восемнадцатого столетия Эйлером (1770). До этого, вместо заключения выражения в скобки, над ним или под ним проводили черту. Если из алгебраического выражения нужно было извлечь корень, то перед ним ставили знак корня — ромбик с косой черточкой и над выражением проводили черту. Так образовался наш знак корня $\sqrt{}$ (радикал).

Неизвестные числа с XVII века стали обозначать последними буквами латинского алфавита x, y, z. Однако долго еще неизвестное в уравнении писали буквой R (от *Radix* — корень), а квадрат его — буквой q (*quadratus*) Рассмотрите снимок части титульного листа „Арифметики“ Магницкого. В руке Архимеда доска с такою записью

$$\begin{array}{l}
2R + 1 \\
3R \div 2 \\
\hline
6q + 3R \\
 \div 4R \div 2 \\
\hline
6q \div 1R \div 2
\end{array}$$

Здесь знак $\div$ есть старинный знак вычитания. Запись Магницкого в наших обозначениях следующая:

$$\begin{array}{l}
2x + 1 \\
3x - 2 \\
\hline
6x^2 + 3x \\
 - 4x - 2 \\
\hline
6x^2 - x - 2
\end{array}$$

После введения буквенной символики в алгебру и усвоения понятия отрицательного числа, решение уравнений первой степени свелось к законам действий над числами. Никакого „открытия“ способа решения этих уравнений не надо было сделать, и такое открытие никем не отмечено.

Часть титульного листа „Арифметики“ Л. Ф. Магницкого.

Существующие способы решения систем уравнений первой степени все уже имеются в книге Ньютона „Всеобщая арифметика“, которая была издана в 1707 году и в 1948 году вышла в русском переводе.

Первой оригинальной русской книгой по алгебре является: „Начальное основание математики, сочиненное Николаем Муравьевым, капитан-поручиком от инженеров, часть I, Петербург, 1752“. Самым значительным оригинальным русским руководством по алгебре в XIX веке была „Алгебра или вычисление конечных. Сочинил Н. Лобачевский. Казань, 1834“. В этой книге наш великий математик Н. И. Лобачевский как в научном, так и в методических отношениях предвосхитил многое, к чему западноевропейские ученые и педагоги пришли позднее.

ГЕОМЕТРИЯ

Геометрические знания, возникавшие у всех народов из их практической деятельности, были объединены в систематическую науку греческим математиком Евклидом, опиравшимся при этом на труды своих предшественников Фалеса, Пифагора, Гиппократа, Евдокса и других.

Евклид около 300 года до начала нашего летосчисления написал книгу „Начала", которая является одной из самых замечательных во всей математической литературе. Она не потеряла своего значения до сих пор. В наши дни выходит новый его перевод на русском языке.

Это огромное сочинение, содержащее 465 предложений (определений, аксиом, теорем), изложено в строгом логическом порядке и служило многие столетия почти единственным учебником геометрии.

Все позднейшие авторы в той или иной мере подражали Евклиду. Значительная часть содержания учебников геометрии целиком взята у Евклида.

Несмотря на всё совершенство сочинения Евклида, оно в отдельных частях вызывало критическое к себе отношение. Главным образом эта критика направлялась против учения о параллельных линиях в „Началах" Евклида.

В течение более чем двух тысячелетий имели место сотни попыток улучшить изложение учения о параллельных, но эти попытки до начала девятнадцатого столетия никакого улучшения в геометрию не внесли. Только гениальному русскому математику Николаю Ивановичу Лобачевскому 125 лет назад удалось сделать то, что не удавалось в течение двух с лишним тысяч лет величайшим математикам.

Совершение этого научного подвига требовало целой революции во взглядах на основания геометрии и в философских взглядах на пространство.

Великий русский математик Н. И. Лобачевский (1792—1856).

Н. И. ЛОБАЧЕВСКИЙ

Среди принимаемых Евклидом без доказательства положений было такое: „Если две прямые, лежащие в одной плоскости, при пересечении их какой-нибудь третьей образуют внутренние односторонние углы, сумма которых меньше двух прямых, то эти прямые, будучи достаточно продолжены, пересекутся на той стороне от третьей прямой, на которой сумма указанных углов меньше двух прямых“.

В начале XIX века этой аксиоме была дана та формулировка, которая дается в учебнике: „Через данную точку можно провести только одну прямую, параллельную данной прямой".

В течение более чем 2000 лет очень многие математики, в том числе самые выдающиеся, делали множество попыток доказать это положение на основании остальных аксиом и допущений Евклида.

Все эти попытки оказались безрезультатными, но, это, однако, не отняло у людей веры в то, что это положение Евклида всё же является теоремой и рано или поздно может быть доказано.

Н. И. Лобачевский положил конец этим бесплодным исканиям. Он утверждал, что положение Евклида о параллельных есть самостоятельная аксиома и не может быть выведено из остальных аксиом.

Лобачевский делает предположение, согласно которому в плоскости, содержащей данную прямую и точку, лежащую вне прямой, через эту точку можно провести бесконечное множество прямых, не пересекающих данной прямой.

Исходя из такого предположения, Лобачевский строит свою геометрию с тригонометрией и не приходит ни к какому противоречию с остальными аксиомами геометрии, что должно было бы случиться, если бы евклидова аксиома параллельных была следствием этих аксиом.

Это открытие Лобачевского было полным переворотом в геометрии и философии.

Лобачевского называли Коперником геометрии.

Во взглядах ученых это открытие произвело революцию, подобную тем, какие произвели в астрономии Коперник и в географии Колумб.

В геометрии Лобачевского, как уже сказано, через точку, взятую вне прямой, можно провести бесконечное множество прямых, лежащих в той же плоскости, в которой лежат прямая и точка, и не пересекающих данную прямую.

Сумма внутренних углов треугольника в геометрии Лобачевского всегда меньше двух прямых углов и зависит от длины сторон. В этой геометрии не существует подобных фигур.

Несмотря, однако, на эти „странности" с точки зрения обычной, евклидовой, геометрии, в геометрии Лобачевского ряд теорем евклидовой геометрии остается в силе, а все остальные образуют стройную систему предложений.

Оказалась вообще возможной геометрия, отличная от ранее принятой, которую до Лобачевского считали единственно возможной, единственно мыслимой.

В этом выражается переворот, произведенный Лобачевским в геометрии и философии.

Геометрические идеи Лобачевского в настоящее время лежат в основе очень многих новых теорий физики и астрономии. Размеры и цели нашей книги не позволяют дать здесь изложение этих идей.

За последние годы выпущено много книг и брошюр на эту тему. Ограничимся краткой характеристикой личности великого революционера в науке Н. И. Лобачевского

Николай Иванович Лобачевский родился 1 декабря 1792 года в Нижнем Новгороде (ныне город Горький).

Отец его, Иван Максимович, служащий межевой конторы, умер в 1802 году. Мать, Прасковья Александровна, оставшись с тремя малолетними сыновьями без средств, добилась помещения сыновей на казенный счет в Казанскую гимназию.

В 1805 году в Казани был открыт университет, и в 1807 году Н. И. Лобачевский был зачислен студентом.

В университете Н. И. Лобачевский вскоре обратил на себя внимание профессоров своими исключительными успехами в математике.

В 1811 году он кончает университет, и его оставляют при университете в помощь профессорам.

С 1814 года он читает самостоятельно лекции в университете и в 1816 году утверждается профессором.

С 1819 по 1826 год молодой Казанский университет пережил тяжелую пору. Попечитель университета водворил в университете порядки мрачного средневековья преследовал всякую свободную мысль, насаждал лицемерие, ханжество, шпионство.

Вместо занятий наукой от студентов требовалось показное благочестие и почитание начальства. Значительная часть профессоров была уволена.

Только после изгнания этого ретивого „попечителя“, буквально через несколько дней, Лобачевский выступил с первым докладом о новой геометрии. Это было в 1826 году. Но, к сожалению, его идеи не были поняты ни в университете, ни в других ученых кругах.

Вся долгая жизнь профессора и ректора Казанского университета Н. И. Лобачевского была посвящена служению Родине. Он призывал своих студентов любить науку, любить Родину и ее славу. Он сурово осуждал людей, живущих за счет чужого труда, ведущих растительный образ жизни, без любви к славе своей Родины.

Заботясь о школе, Лобачевский писал учебники (алгебры и геометрии), посещал уроки в школах и давал учителям методические указания.

Для просвещения широких слоев населения он читал публичные лекции, а для поднятия сельскохозяйственной культуры в крае сам устроил образцовое хозяйство в приобретенном имении.

Речь Лобачевского при вступлении в должность ректора обнаруживает его прогрессивные педагогические, философские и политические взгляды.

Всю жизнь он резко критиковал модные в то время идеалистические течения в философии.

Для Лобачевского, как для математика-философа с самым широким кругозором, характерны сказанные им слова: „Кажется, нельзя сомневаться ни в истине того, что всё в мире может быть представлено числами, ни в справедливости того, что всякая в нем перемена и отношение выражается аналитической функцией“. Эту же мысль поэт выразил следующими словами:

... „все оттенки смысла
умное число передает“.

Студенты университета глубоко уважали своего профессора и ректора. Уважали его и профессорá. Он в течение почти двадцати лет был выборным ректором университета.

Всё в Казанском университете до сих пор напоминает этого незабвенного ректора — здания, клиники, обсерватории, библиотека. Однако бесплодность всех

Медаль памяти Н. И. Лобачевского, выбитая в 1895 году.

попыток Лобачевского добиться понимания и признания его научных идей преждевременно состарила гениального человека. Ослепший, он в последние дни своей жизни еще раз продиктовал основы новой геометрии и умер 12 февраля 1856 года — непонятый, непризнанный.

Вскоре после его смерти пришла и слава.

Идеи Лобачевского нашли истолкователей и последователей. Разными учеными была установлена возможность конкретного осуществления формул геометрии Лобачевского, на первый взгляд казавшихся столь странными.

В начале нашего столетия идеи Лобачевского стали основой почти всех новых теорий в астрономии и физике, всего теоретического естествознания. Оправдалось его смелое высказывание о том, что „нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира“. Имя Лобачевского в настоящее время является самым славным в области точной науки.

Велик образ Лобачевского, как человека, гражданина, патриота.

Несколько ученых пришли почти одновременно с ним к идее о возможности новой, неевклидовой, как теперь говорят, геометрии. Они или убоялись опубликовать свои взгляды, как Гаусс, или, опубликовав, не вынесли насмешек и кончали отказом от борьбы за свои идеи.

Н. И. Лобачевский имел мужество неоднократно выступать со своими революционными взглядами в науке. Он защищал их до последнего дыхания и не пришел в отчаяние от отсутствия понимания со стороны современников.

Еще в 1893 году, в столетие со дня рождения, Лобачевскому в Казани был поставлен памятник. Это был первый памятник математику во всем мире.

При открытии его были повторены слова известного писателя: „Ни одно растение не выходит из земли с бо̀льшим трудом, чем статуя великого человека, но зато ни одно растение не разрастается пышнее, не дает больше плодов и не сеет больше добрых семян вокруг себя". Этими словами прекрасно характеризуются и жизненные трудности и великие плоды деятельности этого гениального человека.

Открытие памятника Лобачевскому, поставленного на собранные добровольные пожертвования, было общенародной оценкой гениальности русского математика. Как откликались на это событие русские люди того времени, видно из следующих телеграмм:

„Неразрывная связь наук порождает в каждом, причастном к ним, чувство радости при всяком крупном успехе их, в какой бы области знания успех ни являлся. Но мысль о создании соотечественником целой новой науки возбуждает в подписавшемся искренний восторг, и из глубины сердца вырывается крик: да прославляется имя Лобачевского всюду, где есть место для науки, и пусть слава его озаряет и нашу родину и Казанский университет.

Профессор механики Петров".

Другая, менее пространная, но не менее выразительная, телеграмма гласит:

„Геометрические знания составляют основу всей точной науки, а самобытность геометрии Лобачевского — зарю самостоятельного развития науки в России. Посев научный взойдет для жатвы народной.

Почетный член Казанского университета
Дмитрий Менделеев".

Памятник Н. И. Лобачевскому, установленный в Казани, в столетие со дня рождения.

Мы имеем счастье жить при сборе этой жатвы в виде расцвета советской математики.

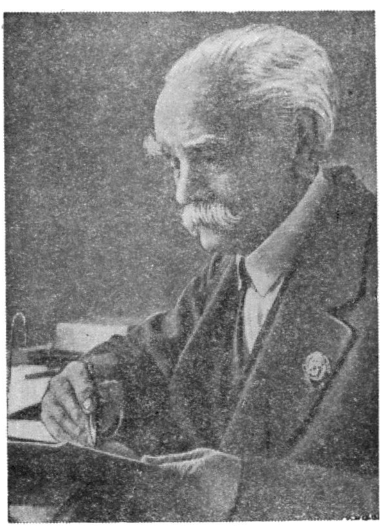
Имя Николая Ивановича Лобачевского является величайшей гордостью русской научной и философской мысли.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ РУССКИЕ МАТЕМАТИКИ — ПЕДАГОГИ

Было бы неблагодарностью с нашей стороны, если бы мы рядом с блестящими именами создателей математики не упомянули имен тех скромных тружеников, которые „подают в руки школьнику“ достижения науки.

Это имена авторов учебников — А. П. Киселева и Н. А. Шапошникова. Ученик должен знать о них.

Андрей Петрович Киселев родился 30 ноября 1852 года в Орловской губернии, в бедной семье. Уже во время обучения в Орловской гимназии он содержал себя уроками. По окончании гимназии, в 1871 году, получив золотую медаль, он едет учиться в Петербург. В университете он слушает лекции академика П. Л. Чебышева, Е. И. Золотарева, О. И. Сомова, Д. И. Менделеева и других крупных ученых. В 1875 году Андрей Петрович кончает университет и назначается преподавателем Воронежского реального училища.



Андрей Петрович Киселев (1852—1940).

После пятнадцати лет работы царские чиновники признают его политически неблагонадежным за его деятельность в Обществе вспомоществования нуждающимся ученикам. А. П. Киселев переходит на работу в Воронежский кадетский корпус, где работает до выхода в отставку в 1910 году.

С 1884 года один за другим выходят в свет учебники Киселева по арифметике, алгебре, геометрии, физике, по началам высшей математики.

Все учебники математики, составленные Киселевым, вскоре вытеснили прежние учебники и выдержали множество изданий.

После революции Андрей Петрович возвращается к преподаванию.


Николай Александрович Шапошников (1851—1920).

26 декабря 1933 года Президиум ЦИК постановляет: „Андрея Петровича Киселева, старейшего преподавателя математики и автора учебников, которые в течение десятилетий служили основными руководствами в русской школе, за его плодотворную долголетнюю педагогическую деятельность наградить орденом Красного Трудового Знамени“. До самой своей кончины, 8 ноября 1940 года, Андрей Петрович продолжал работать над улучшением своих учебников.

Другой замечательный педагог-математик, хорошо известный ученикам младших классов, — Николай Александрович Шапошников. Родился он в 1851 году в Москве, где окончил гимназию с золотой медалью и университет в 1874 году, получив золотую медаль за научную работу. Четырнадцать лет Николай Александрович работал в своей родной гимназии и одновременно на Высших женских курсах.

В 1880 году Н. А. Шапошников защищает диссертацию на степень магистра чистой математики и приглашается доцентом, позднее профессором, Московского технического училища, где работает до 1893 года. После Великой Октябрьской революции Николай Александрович был профессором и первым ректором Северо-Кавказского (позднее Кубанского) политехнического института, где и работал до последних дней своей жизни. Умер Николай Александрович 24 февраля 1920 года.

В 1876 году Н. А. Шапошников написал учебник алгебры, который, вследствие отклонений от привычных норм изложения тогдашних учебников, был раскритикован ученым комитетом Министерства народного просвещения, из состава которого несколько лет до этого вышел П. Л. Чебышев.

Такую же участь имели его учебники тригонометрии (два различных изложения).

Боевой характер Николая Александровича привел к напечатанию им целого ряда очень резких брошюр против министерских чиновников.

Несмотря на то, что книги Н. А. Шапошникова в школы не были допущены, они выдержали ряд изданий, так как во всех этих книгах была свежая струя, выгодно отличавшая их от других.

В сотрудничестве с учителем Н. К. Вальцевым Н. А. Шапошников составил задачник по алгебре, который настолько превосходил прежние, что даже враждебное к автору министерство допустило его к применению в школах. Свыше пятидесяти лет задачник этот обслуживает русскую школу. Такие же учебники были Н. А. Шапошниковым составлены по арифметике.

В возведении величественных зданий советской математики имеют заслуги и такие скромные труженики, какими были А. П. Киселев и Н. А. Шапошников.

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Перед нами прошли десятки имен ученых, которые мы встречаем в курсе математики средней школы.

Сравнивая вклады, внесенные ими в сокровищницу мировой культуры, нельзя не видеть особого характера русского гения.

Над проблемою о параллельных бились сильнейшие умы всех наций. Решение ее удалось Николаю Ивановичу Лобачевскому.

Проблема простых чисел... Первый, кто после Евклида пошел верным путем и достиг успеха, был Пафнутий Львович Чебышев.

„Для решения задачи Гольдбаха существующей математики недостаточно", — признает Харди, крупнейший английский математик двадцатого столетия.

В ответ на это Иван Матвеевич Виноградов создает те новые методы математики, которые нужны для решения этого вопроса.

Таких примеров величия русской математики можно было бы привести еще много.

Во все времена математическая наука в России стояла очень высоко.

Какого расцвета она достигла в наше, советское, время, видно хотя бы из того, что один только перечень научных работ по математике, изданных за последние тридцать лет, составляет громадную книгу в тысячу страниц („Математика в СССР за тридцать лет". Москва, 1948).

Эти работы являются большим научным вкладом, а наши ученые в большинстве отделов математики занимают ведущее положение в мировой науке. Многие из этих работ имеют огромное практическое применение.

В нашей стране созданы все необходимые условия для развития науки. Ежегодно присуждаемые Сталинские премии за выдающиеся работы, по всем отраслям знания, показывают, с каким вниманием и заботой относятся к ученым наша большевистская партия и лично товарищ Сталин.

Хотелось бы, чтобы читатель, кроме фактических сведений, которые он получит из этой книги, сам зажегся желанием стать активным борцом за дальнейший расцвет передовой советской математической науки.

СОДЕРЖАНИЕ

Обложка В. Зенькович

ДЛЯ СТАРШЕГО ВОЗРАСТА

Ответственный редактор **Л. Джалалбекова.** Художник-редактор **Ю. Киселев.** Технический редактор **Т. Лейкина.** Корректоры **А. Петрова** и **Л. Дрожжина.** Подписано к печати 23|IX 1950 г. $84 \times 108^1/_{32}$. Бум. л. $1^{13}/_{16}$. Печ. л. 5,95. Авт л. 4,12. Уч.-изд. л. 5,2. Зак. № 500. Тираж 45 000. М-[illegible]2566. Цена 3 р. 60 к. 2-я фабрика детской книги Детгиза Министерства Просвещения РСФСР. Ленинград, 2-я Советская, 7.

Отзывы и пожелания издательству направляйте по адресу: Ленинград, набережная Кутузова, 6, Дом детской книги Детгиза.

3р. 60 к.