

JULIUS T. TOU

Professor of Electrical Engineering  
Director of Computer Sciences Laboratory  
The Technological Institute  
Northwestern University

# MODERN CONTROL THEORY

Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, INC  
NEW YORK                      SAN FRANCISCO  
Toronto                              London

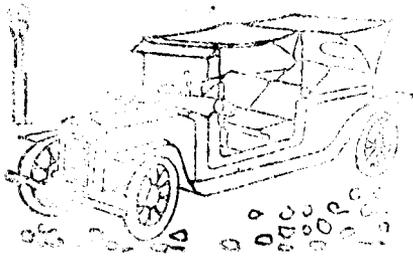
1964

ЮЛИУС ТУ

# СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

*Перевод с английского  
Я. Н. ГИБАДУЛИНА*

Под редакцией  
В. В. СОЛОДОВНИКОВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «МАШИНОСТРОЕНИЕ»  
Москва 1971

**«Современная теория управления».** Ю. Ту. Пер. с англ. Я. Н. Гибадулина, под ред. В. В. Солодовникова. М., «Машиностроение», 1971.

Автор настоящей книги Ю. Ту уже известен советскому читателю по переводу его предыдущей книги «Цифровые и импульсные системы автоматического управления», М., Машиностроение, 1964.

Предлагаемая на русском языке книга этого же автора посвящена изложению методов анализа и расчета многомерных систем управления на основе понятия пространства состояний и синтезу оптимальных систем методами вариационного исчисления, принципа максимума Понтрягина и динамического программирования.

Значительное внимание уделено также проблеме использования для автоматического управления цифровых вычислительных машин.

Книга будет полезной для широкого круга научных работников, инженеров, аспирантов и студентов старших курсов высших технических учебных заведений. Илл. 152. Библ. 152 наименования.

## ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемая вниманию советского читателя книга Ю. Ту предназначена для специалистов по автоматике, знакомых с теорией автоматического регулирования и желающих изучить теорию автоматического управления в ее современной форме.

Автор постепенно вводит читателя, не являющегося математиком по специальности, в круг математических понятий и представлений (теория множеств, матричное исчисление, конечномерное векторное пространство, квадратичные формы и т. д.), которые сейчас широко используются в теории автоматического управления.

После такого рода математической подготовки, обеспечивающей усвоение последующего содержания книги, автор переходит к систематическому изложению ряда важных разделов современной теории управления, касающихся главным образом методов оптимизации (методы классического вариационного исчисления, принцип максимума, динамическое программирование), и их применению для расчета оптимальных, в основном детерминированных многомерных систем, содержащих один объект управления. В книге рассмотрены также некоторые вопросы теории таких систем с вычислительными машинами в контуре управления.

Ю. Ту уже известен советскому читателю<sup>1</sup>. Настоящая книга, так же как и вышедшая ранее, отличается ясностью и методической продуманностью изложения. Она представляет значительный интерес и принесет несомненную пользу инженерам, научным работникам, аспирантам и студентам старших курсов, изучающим и применяющим теорию управления.

*В. В. СОЛОДОВНИКОВ*

---

<sup>1</sup> Ю. Ту. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. М., «Машиностроение», 1964.

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

В исследованиях по созданию сложных систем управления и обработки информации в настоящее время находят широкое применение новые идеи и современные методы анализа и синтеза систем, развитые в результате активной исследовательской работы в течение последних семи или восьми лет. В связи с этим, в университетских, а также и в промышленных кругах ощущалась острая необходимость в учебнике по современной теории управления, разъясняющем и систематизирующем новые методы проектирования систем. В настоящее время существует огромное количество книг по теории автоматического управления, но в них предмет излагается почти одинаково. С целью восполнить пробел в учебной литературе, автор подготовил вначале записи серии своих лекций, которыми пользовались его студенты в Пардю и позднее в Северо-западном университете. Настоящая книга, написанная в ответ на многочисленные запросы, поступавшие к автору из различных мест, явилась их естественным продолжением и развитием. В ней рассмотрение систем автоматического управления проводится полностью на основе современных методов и в своем новом подходе она отражает тенденции и направления исследований в этой области в настоящее время.

Основные методы анализа и синтеза систем автоматического управления могут быть разбиты на три основные группы. К первой группе относятся операторные методы, использующие преобразование Лапласа или  $z$ -преобразование, на основе которых синтез систем осуществляется известным способом проб и ошибок. К второй группе относятся методы, в которых для оценки качества системы используется интегральная квадратичная или среднеквадратичная ошибка. Эти две группы методов лежат в основе так называемой классической теории регулирования, которая явилась базой для разработки систем автоматического управления в период Второй мировой войны и в последующее десятилетие. Эти две группы методов

классической теории управления служили также главной темой рассмотрения почти во всех учебниках по автоматическому управлению, существующих в настоящее время. Хотя опубликовано уже более ста учебников и монографий, в которых подробно излагается классическая теория, до сих пор, пожалуй, не написано ни одного учебника по современной теории управления. Настоящая книга посвящена исключительно методам третьей группы, лежащим в основе современного подхода к построению систем управления и обработки информации.

Появление быстродействующих цифровых вычислительных машин вызвало революцию в методах анализа и синтеза систем управления и привело к исключительным последствиям: выяснилась неприемлемость старых методов и самого подхода к синтезу систем и был дан толчок к разработке новых методов. Оптимальное построение новых сложных систем требует проведения трудоемких вычислений, которые могут быть выполнены по программе или алгоритму на цифровой вычислительной машине. Классические методы не учитывали огромных возможностей вычислительной техники, а проектирование сложных систем с большим числом входов и ограничений на их основе было затруднительным. Параллельно с развитием вычислительной техники шло и развитие теории управления — требовалось разработать более действенные и эффективные способы расчета систем.

Упомянутая третья группа методов анализа и синтеза систем управления была разработана, чтобы удовлетворить этому требованию. Для характеристики системы эта группа методов использует пространство состояний, и расчет системы сводится в основном к отысканию экстремума функционала. Хотя этот подход может рассматриваться как обобщение методов второй группы, он гораздо более совершенен и фактически является совершенно новым. Его основная идея по существу состоит в том, что выбирается или составляется функционал от функции состояния и управления, накладываются физические ограничения на эти функции и с помощью одного из методов вариационного исчисления определяется управляющее воздействие, минимизирующее или максимизирующее исходный функционал.

Эта идея, выражающая существо современного подхода к анализу и расчету систем управления, была впервые предложена для решения задач управления только десять лет назад, однако ее практическая ценность и теоретическое значение были настолько очевидными и ее преимущества настолько существенными, что она сразу получи-

ла признание и в течение нескольких лет завоевала широкую популярность. В последние годы этот современный подход получил очень быстрое распространение и стал основным методом, используемым при синтезе систем управления.

Несмотря на многие очевидные преимущества этого подхода и явную тенденцию к проведению исследований в этом направлении, только несколько из самых последних учебников содержат очень краткое описание одного или двух современных методов расчета систем управления; некоторые содержат не более чем краткое упоминание, большинство же полностью игнорируют их. Научный и технический прогресс в последнем десятилетии выявил круг новых задач и тем самым стимулировал интерес к новым методам анализа и синтеза систем, к новым идеям, отличным от изложенных в стандартных учебниках по теории управления и информации. Однако до настоящего времени не имелось книг, целиком посвященных рассмотрению этих новых идей, несмотря на их многие преимущества, а имевшиеся краткие упоминания, естественно, не могли восполнить существовавший пробел.

Именно это обстоятельство и послужило причиной написания данной книги. Она целиком посвящена рассмотрению современных идей построения систем управления, в ней делается попытка собрать воедино новые идеи и принципы анализа и синтеза, имеющие фундаментальное значение для современной техники управления, систематизировать и обобщить их. Книга включает некоторое количество оригинального материала, но, как видно из перечисленной литературы, большая часть материалов книги заимствована из других источников.

Книга предназначена для использования как в качестве учебного пособия для студентов старших курсов, так и в качестве справочника для научных работников, инженеров, специалистов, работающих в данной области. Материал книги построен таким образом, чтобы соблюдался логический переход от простых к более сложным задачам. Хотя для изложения теории и доказательства ее отдельных положений требуются довольно обширные сведения из высшей математики, все они даются в книге в форме, доступной как для студентов, так и для инженеров. Для студента книга удобна тем, что в ней содержится последовательное изложение теории и описание наиболее важных способов расчета систем. Для специалиста, работающего в данной области, она будет полезной в качестве систематического справочного пособия, из которого он легко может получить ответ на интересующий его вопрос.

Предполагается, что читатель обладает необходимой предварительной подготовкой в объеме вводного курса по теории систем с обратной связью, а также некоторыми познаниями по теории матриц, линейной алгебре и обыкновенным дифференциальным уравнениям.

В гл. 1 содержится краткий обзор основного материала книги. Эта глава вводит читателя в круг задач теории управления, а также знакомит с основными методами их решения. В гл. 2 рассматриваются некоторые понятия высшей математики, которые широко используются в современной теории управления. При чтении лекций автор опускал отдельные параграфы этой главы обычно до тех пор, пока не появилась необходимость в них в ходе изложения курса. Гл. 3 посвящена анализу систем управления на основе метода пространства состояний. Метод распространен как на непрерывные, так и на дискретные системы, причем первые рассматриваются как специальный случай последних. Показано, что этот метод применим к анализу нестандартных дискретных систем, т. е. систем с неидеальным прерыванием сигналов или неравными периодами прерывания. В гл. 4 рассматривается синтез систем управления при использовании метода пространства состояний. Рассмотрено также оптимальное управление в нелинейной дискретной системе, дано решение задач об оптимальном быстродействии для системы с насыщением, сформулированы понятия управляемости и наблюдаемости. В гл. 5 рассматривается применение методов вариационного исчисления к решению задач синтеза оптимального управления. Последние трактуются как известные задачи Лагранжа, Майера, Больца. Принцип максимума изложен в гл. 6. Показано применение принципа максимума к решению задач об оптимальном быстродействии и управлении конечным состоянием, а также оптимизации управления по интегральному критерию качества. Гл. 7 посвящена применению теории динамического программирования к решению задач оптимального управления. Подробно рассматривается решение трех основных типов задач оптимального управления методом динамического программирования, исследуются процессы управления с самоприспособлением и самообучением. В заключительной главе излагается теория управления с применением электронных цифровых вычислительных машин, при этом основное внимание уделяется синтезу оптимального регулятора, а также оптимальной оценке координат состояния, когда некоторые из них не могут быть измерены непосредственно. Поскольку анализ устойчивости систем на основе второго метода Ляпунова

достаточно подробно рассмотрен в нескольких недавно изданных учебниках по теории управления, он не включен в данную книгу.

Каждая глава содержит много примеров, иллюстрирующих теорию и рассмотренные в данной главе методы расчета систем, причем многие из примеров доведены до числовых результатов. Кроме этого, в книгу включено около 140 задач различной степени сложности с целью дать студенту возможность путем приобретения опыта в решении задач уяснить существо отдельных методов, изложенных в книге. Некоторые из этих проблем могут быть взяты в качестве отправных для проведения дальнейших исследований и могут послужить дополнением к теории, развиваемой в книге.

В ходе изложения автор обычно избегал цитирования используемых источников, однако книга содержит указатель литературы, перечисляющий работы многих ученых, работающих в данной области. Приведенный перечень литературы является далеко не полным, так как он не может охватить весь огромный объем литературы, имеющейся по данному предмету. Автор приносит свои извинения тем ученым, чьи работы ввиду указанного обстоятельства оказались не упомянутыми.

Одной приятной особенностью преподавания современной теории управления является новизна предмета и интерес, который вследствие этого обнаруживает к нему большинство студентов. В книгу включено много иллюстративных примеров и задач для домашних заданий, разработанных полностью самими студентами, которые с энтузиазмом трудились над их составлением. Автор выражает глубокую признательность многим лицам, оказавшим помощь при подготовке рукописи к печати. В период написания книги автор получил неоценимую поддержку от проф. Ю. Х. Ку из Пенсильванского университета, Электротехническая школа Моора. Автор выражает также благодарность Научно-исследовательскому Управлению Военно-морских Сил за интерес, проявленный к написанию данной книги, и положительное заключение по завершенной работе. Кроме того, автор хотел бы поблагодарить своего секретаря г-жу Гертю Хустон, которая отпечатала окончательный вариант рукописи и оказала помощь при чтении корректур и издании книги.

*Юлиус Т. Ту*



## ГЛАВА I

### **ВВЕДЕНИЕ В ПРОБЛЕМАТИКУ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Вводная глава содержит общее рассмотрение проблем автоматического управления, при этом подчеркивается важное значение принципа обратной связи. Современные методы расчета систем управления сравниваются с классическими методами. Это сравнение показывает преимущество современного подхода над классическим. В этой книге задача синтеза оптимального управления формулируется как задача вариационного исчисления и описываются способы ее решения.

#### **1.1. ПРОБЛЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

В последние годы развитие техники идет по пути создания оптимальных систем управления. Ограниченные ресурсы природного сырья и жесткая конкуренция вынуждают все отрасли промышленности — химическую, сталеплавильную, автомобильную, пищевую, авиационную, станкостроительную, текстильную и т. д. — увеличивать эффективность производства за счет использования оптимальных систем управления технологическими процессами. Владелец акций стремится к получению максимальной прибыли на вложенный капитал. Руководитель предприятия старается обеспечить выпуск максимального количества продукции и снизить ее себестоимость. Инженер — разработчик системы вооружения — стремится создать систему, обладающую максимальной разрушительной силой при заданных физических ограничениях. Проектировщик систем управления космическими объектами хочет обеспечить запуск спутника по оптимальной траектории, позволяющей вывести на орбиту максимальный полезный вес. В течение последних десяти лет потребность в лучшем управлении процессами в промышленности, объектами военного назначения и космическими аппаратами стимулировала огромный интерес к задачам оптимального управления и оптимизации систем.

Среди современных направлений развития науки и техники автоматизация имеет особое значение. В наши дни стало привычным слышать слова о том, что мир переживает вторую промышлен-

ленную революцию и наступила эра автоматизации. Сейчас в развитии человеческого общества главную роль играет мозг человека, а не его мускулы. Автоматизация рассматривается как одно из наиболее важных направлений развития техники в наше время. Вместе с ней во много раз возрастает производительность труда, она способствует осуществлению на практике многих из прекрасных грез прошлых поколений и открывает новые горизонты для различных отраслей промышленности. Одной из важных особенностей развития автоматизации в современных условиях является применение систем с обратной связью. Такие системы, используемые для целей управления обратной связью, стали играть существенную роль в современном производстве, начиная от изготовления простых игрушек до создания сложных автоматизированных производств и промышленного оборудования. Применение систем управления с обратной связью способствует в значительной мере непрерывному росту производительности труда и повышению уровня жизни.

Трудно представить себе процесс управления без обратной связи, имеющий какое-нибудь существенное научное и практическое значение. В качестве примера управления с использованием обратной связи часто приводят регулирование температуры в помещении. Предположим, что регулирование температуры производится по тщательно спроектированной разомкнутой цепи. Определяется средняя температура, которая должна поддерживаться в помещении в течение зимних месяцев, и последовательность включений и выключений отопительной системы во времени. Поскольку перемены в погоде точно непредсказуемы, то, в результате этого, зимой в помещении будет временами или слишком тепло, или слишком холодно, даже если средняя внешняя температура и порядок включения и выключения отопления определены на основании большого числа наблюдений. Этот недостаток свойственен управлению по разомкнутому циклу и не может быть устранен. Когда в квартире слишком тепло, то жильцы, очевидно, откроют окна, чтобы выпустить лишнее тепло; когда в ней слишком холодно, то, поскольку жильцы ничего не могут сделать с отоплением, они оденутся, вероятно, в более теплую одежду. Фактически, они предпринимают действия, основываясь на разности температуры — требуемой и истинной, т. е. образуют новую цепь обратной связи, чтобы изменить температуру.

Существует много причин, которыми можно объяснить, почему управление по разомкнутой цепи является неудовлетворительным. При наладке системы управления приходится допускать некоторую неточность ее работы, например из-за конечной точности изготовления ее компонент. Параметры системы управления могут изменяться со временем из-за старения, усталостных явлений температурных условий и т. д., в результате чего при управлении процессами даже умеренной сложности динамичес-

кие характеристики системы могут быть известны лишь приближенно. Кроме этого, имеют место внешние возмущения, которые не поддаются контролю и заранее не могут быть скомпенсированы. Очевидно, при флуктуациях параметров системы, вызванных этими факторами, управление по разомкнутой цепи вряд ли может быть удовлетворительным. За исключением самых простых случаев, системы управления, не использующие обратную связь, не могут применяться успешно в реальных условиях.

Процессы управления с обратной связью наблюдаются повсюду: в живых организмах; в автоматах, которые создает человек; в человеческом обществе. Когда в живом организме какое-либо внешнее раздражение возбуждает чувствительный орган, то одновременно протекают процессы поглощения и преобразования

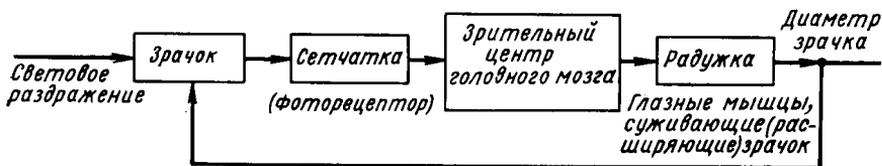


Рис. 1.1—1. Блок-схема, поясняющая принцип адаптации глаза к световому раздражению

энергии. В результате этого возникает сигнал возбуждения, который по нервным волокнам передается в некоторый центр условных рефлексов, где принимается решение и генерируется управляющий сигнал, являющийся реакцией на внешнее раздражение. В системе светового рефлекса глаза радужная оболочка выполняет роль диафрагмы, регулирующей световой поток, падающий на фоторецепторные элементы сетчатки. С увеличением количества падающего света увеличивается сила выходных сигналов фоторецепторов, поступающих в подкорковый зрительный центр головного мозга, где вырабатываются нервные сигналы, которые управляют гладкими круговыми мышцами радужной оболочки, суживающими зрачок. Цепь обратной связи образуется главным образом зрительным нервом и соответствующими преобразователями нервных сигналов сетчатки и радужки. Система светового рефлекса глаза иллюстрируется блок-схемой, показанной на рис. 1.1—1.

Проблема автоматического управления полетом самолета также решается на основе использования принципа обратной связи. Регулируемой величиной обычно является направление полета, которое непрерывно меняется при движении самолета. Управляющие силы и моменты воздействуют на корпус самолета в результате приведения в движение управляющих поверхностей, таких, как руль высоты, руль направления, элероны, или таких вспомогательных поверхностей, как элевоны или тормозные щит-

ки. Для измерения отклонений самолета от заданного направления полета используются соответствующие датчики, а для приведения в движение управляющих поверхностей и достижения желаемых характеристик всей системы применяются различные типы следящих систем.

Управление ориентацией космических аппаратов является другим примером использования принципа обратной связи. Система управления ориентацией осуществляет разворот спутника определенным образом на заданный угол и затем удерживает требуемый курс или положение осей, несмотря на нежелательное действие возмущающих моментов, т. е. выполняет две главные функции: а) изменение ориентации, б) стабилизацию положения. Блок-схема системы управления ориентацией космического аппарата

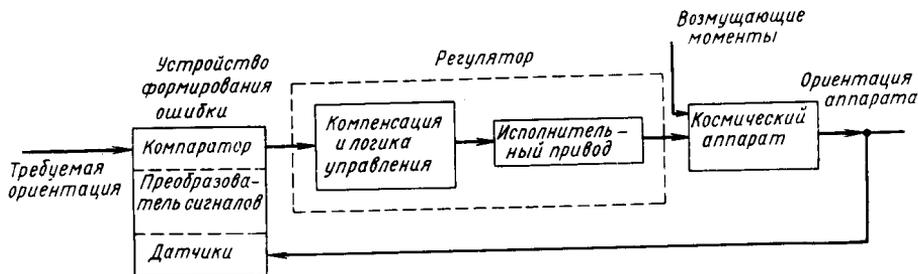


Рис. 1.1—2. Блок-схема системы управления ориентацией космического аппарата

рата показана на рис. 1.1—2. Система управления в качестве своих составных частей включает космический аппарат, регулятор и устройство формирования ошибки. Последнее устройство содержит датчики различных параметров движения, компаратор движения и преобразователь параметров движения, представляющий сигнал ошибки в форме, удобной для использования в системе. Регулятор получает информацию об ошибке движения, на основании которой формируется закон управления, вырабатывается управляющее воздействие и оптимизируется работа системы ориентации. Датчиком направления может быть солнечный элемент, вырабатывающий напряжение, которое меняется в определенном диапазоне в зависимости от его ориентации относительно солнца.

Еще одним примером использования принципа обратной связи является управление реакторами на ядерном горючем. В ядерном реакторе одним из наиболее важных регулируемых параметров является скорость размножения нейтронов. Эта скорость должна быть достаточно малой, чтобы система регулирования скорости успевала реагировать на ее изменения и могла предотвратить ее увеличение выше критической. Контроль за плотностью потока нейтронов особенно необходим при пуске реактора.

Система регулирования реактора должна обеспечить также нагрев газов до максимальной температуры, при которой в условиях нейтронного облучения еще не нарушается структура материалов реактора. При регулировании реактора возникает также проблема измерения плотности потока нейтронов в широком диапазоне значений для обеспечения безопасной работы. Одна из возможных схем регулирования реактора изображена на рис. 1.1—3. Для формирования сигналов обратной связи используются температура и давление газа на выходе системы теплообмена реактора, плотность потока нейтронов, по которым производится установка вентилей турбины и управляющих стержней. При наличии соответствующего датчика температур эта система уп-

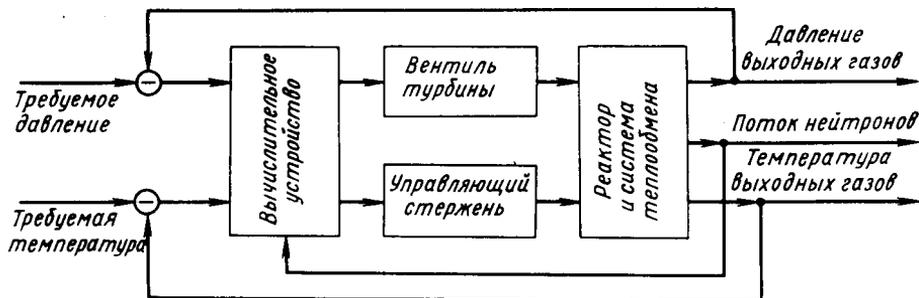


Рис. 1.1—3. Схема регулирования реактора ядерной ракеты для получения максимальной мощности

равления реактором будет удовлетворять большинству предъявляемых требований. По сигналу с датчика плотности потока нейтронов можно вычислить изменения плотности, в частности при пуске реактора. Вычислительное устройство, на основе сведений о динамических свойствах системы, измерений давления, температуры газа, плотности потока нейтронов, принимает решение и выдает команды на установление вентилей турбины и управляющих стержней в положение, при котором обеспечивается получение максимальной мощности.

В последние годы ученые были заняты решением весьма сложных проблем. Трудно переоценить их значение. Успех в решении этих проблем может послужить основой быстрого технического прогресса. Необходимо и в дальнейшем развивать общую теорию оптимальных систем управления, разрабатывать новые принципы построения приборов для оптимального управления, методы построения систем, обладающих способностью к самоприспособлению, самообучению и самоорганизации. Эта книга ставит своей целью познакомить читателя с современными методами решения задач автоматического управления.

## 1.2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Построению системы автоматического управления обычно предшествует предварительный этап сбора некоторых специфических сведений. Эти сведения касаются математического описания объекта управления, требований, предъявляемых к работе системы в статическом и динамическом режимах, свойств элементов системы и наложенных ограничений, входных воздействий, приложенных к объекту, статистических свойств внешних возмущающих воздействий, выходных переменных, допускающих непосредственное измерение, и выходных переменных, для которых может быть получена только оценка. При этом заранее может оказаться, что необходимо учесть характер заданных управляющих воздействий и структуру системы или предусмотреть квантование сигналов во времени и по уровню, а также использование цифровой вычислительной машины. В некоторых случаях решение задачи может быть единственным, когда наилучшей является только одна система, в других — могут существовать несколько удовлетворительных компромиссных решений и окончательный выбор зависит от исследователя.

Понятиям анализа, проектирования, синтеза в книге придается следующий смысл. Анализ означает, что система управления уже построена и требуется изучить ее работу в заданных условиях. Термин «проектирование» часто используется для обозначения процессов расчета системы управления, удовлетворяющей исходным требованиям. В целом этот процесс не является заранее предопределенным и часто требует инженерной интуиции. Термин «синтез» относится к ситуациям, близким к идеальным, когда требуется найти математическое решение задачи и известна процедура решения, как, например, при синтезе некоторых оптимальных систем, а также линейных цепей и фильтров.

Существует три различных подхода к решению задач проектирования и синтеза систем управления. Первый подход базируется на операторных методах, имеющих дело с преобразованиями в плоскости комплексной переменной  $s$  или  $z$ , а также на методе корневого годографа. При использовании этого подхода проектирование системы осуществляется последовательными приближениями и поэтому его также называют методом проб и ошибок.

При проектировании системы обычно требуется удовлетворять ряду более или менее жестких требований, предъявляемых к частотным или временным характеристикам системы и, возможно, к ее структуре. Этими характеристиками, используемыми наиболее часто, являются запас по усилению, запас по фазе, показатель колебательности, выходной импеданс, время нарастания и время установления процессов, максимальный выброс или перерегулирование. Для удовлетворения заданных требова-

ний обычно производится регулировка усиления и коррекция частотных и временных характеристик системы.

Второй подход, часто называемый аналитическим, основан на использовании в качестве критериев качества системы интегральной квадратичной и среднеквадратичной ошибки. Эти критерии качества были впервые предложены Винером и Холлом. Проектирование сводится к расчету компенсирующего фильтра при использовании классических вариационных методов для минимизации ошибок. Этот подход может быть применен к линейным системам как в случае детерминированных, так и в случае стохастических входных воздействий, а также и к линейным дискретным системам [136].

В годы второй мировой войны и в последующее десятилетие проектирование систем автоматического управления проводилось

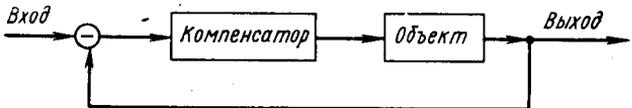


Рис. 1.2—1. Структурная схема системы с обратной связью

главным образом при помощи первых двух подходов. Они глубоко укоренились в инженерной практике и могут быть названы классическими. Структурная схема типичной классической системы с обратной связью, включающей управляемый объект и компенсирующий фильтр, показана на рис. 1.2—1.

Можно спроектировать много систем с различными характеристиками, удовлетворяющих исходным требованиям. Структурная схема системы управления в той или иной степени предопределяется заранее и обычно не является оптимальной. В классической системе регулирования управляющее воздействие обычно вырабатывается при помощи сравнения входа с выходом. В системах даже умеренной сложности одной лишь этой операции недостаточно для получения всей информации, необходимой для осуществления оптимального управления. Проектирование многомерных и нестационарных систем при использовании классических методов наталкивается на серьезные трудности и ограничивается. Применение этих методов обычно ограничивается идеализированными и относительно простыми системами с обратной связью. Ниже перечислены этапы проектирования систем при использовании метода последовательных приближений и аналитического метода соответственно [123].

**Краткая характеристика метода последовательных приближений**

- 1. Исходные данные:
  - а) динамика управляемого процесса;

- б) вход и желаемый выход;
  - в) внешние возмущения;
  - г) допустимая ошибка и запас устойчивости.
2. Процедура расчета:
- а) определение требуемого усиления по допустимой ошибке;
  - б) расчет корректирующего фильтра для обеспечения устойчивости;
  - в) проведение анализа с целью проверки соответствия полученных характеристик требуемым;
  - г) повторение процедуры расчета и переход к усложненной компенсации, если исходные требования не удовлетворяются.

### **Краткая характеристика аналитического метода**

1. Исходные данные:
  - а) динамика управляемого процесса;
  - б) вход и желаемый выход;
  - в) внешние возмущения;
  - г) критерии качества;
  - д) допустимый разброс параметров системы.
2. Процедура расчета:
  - а) установление класса системы в тех случаях, когда структура системы задана, не задана и может быть выбрана свободно, частично задана;
  - б) составление аналитического выражения для критерия качества как функции свободных параметров, если структура системы задана; максимизация или минимизация критерия качества путем соответствующей регулировки этих параметров;
  - в) расчет по методу спектральной факторизации корректирующего фильтра для максимизации или минимизации критерия качества, если структура системы не задана и может выбираться свободно или задана частично;
  - г) проверка соответствия характеристик полученной системы требуемым; если требования удовлетворены, то теоретическое рассмотрение закончено и может быть начата физическая реализация, если — нет, то исходные требования должны быть изменены.

Третий подход к проектированию систем управления, являющийся обобщением второго, получил в последние годы дальнейшее развитие в различных направлениях. Однако, если ограничиться рассмотрением только линейных систем, то можно достаточно просто охарактеризовать последовательные этапы проектирования. Вначале задается или составляется функционал от переменных управления и состояния процесса, накладываются ограничения на эти переменные и затем с помощью одного из методов вариационного исчисления определяется закон управления или управляющая последовательность, доставляющая функционалу максимум или минимум.

Этот подход был впервые использован для проектирования систем управления всего лишь около десяти лет назад и в последние годы завоевал широкую популярность. Этот метод, часто называемый современным, стал основным подходом, используемым при проектировании систем автоматического управления. Основная идея современного подхода заключается в определении закона или стратегии оптимального управления, минимизирующего или максимизирующего некоторую совокупность критериев качества. Закон управления выражает управляющее воздействие в

виде функции координат состояния объекта, что в результате приводит к системе с обратной связью. В относительно простых системах оптимальный закон управления можно реализовать с помощью корректирующего устройства или активного фильтра. В более сложных случаях для этой цели часто применяют цифровые вычислительные машины, дающие большие преимущества в формировании оптимальных законов управления. Используя информацию о состоянии процесса, цифровая машина производит вычисления по некоторой программе и выдает последовательность чисел, которые выражают стратегию оптимального управления. Для динамической оптимизации системы при использовании современного подхода необходимо передавать по каналу обратной связи всю информацию, характеризующую динамику процесса.

Современный подход к проектированию систем управления обладает многими преимуществами по сравнению с классическим. Он упрощает проектирование нестационарных и многомерных систем и позволяет установить структуру оптимальной системы.

Современные методы синтеза естественным образом учитывают произвольные начальные условия. Современный подход облегчает решение большого класса более реалистических задач управления, которые с большим трудом решаются классическими методами. Трудности заключаются в том, что их решение должно одновременно удовлетворять многим условиям и ограничениям, поэтому проектирование таких систем классическими методами может оказаться исключительно сложным. Современный подход позволяет проектировщику ограничиться аналитическим решением задачи или разработкой вычислительного алгоритма решения и поручить вычислительной машине выполнение всей тяжелой и утомительной работы, связанной с проведением расчетов, которые обычно могут быть систематизированы и выполнены по определенной программе.

Появление электронных цифровых вычислительных машин оказало большое влияние на технику инженерного анализа и проектирования систем управления. Новые аналитические методы проектирования оцениваются в настоящее время не только изяществом математического решения, но и возможностью формализации вычислений. Несмотря на многие преимущества нового подхода и интерес к исследованиям в рассматриваемой области, до настоящего времени практически не было написано ни одного учебника по современной теории управления, хотя имеется уже более сотни учебников и монографий по классической теории регулирования. В связи с этим ощущалась острая потребность в книге, посвященной современной теории управления. Чтобы удовлетворить этой потребности, и была написана настоящая книга

### 1.3. ЗАДАЧА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Проблема оптимального управления в настоящее время занимает центральное место в теоретических исследованиях по созданию систем управления. В случае типовой системы управления можно выделить следующие четыре группы переменных.

1. *Независимые переменные*, которые являются управляющими переменными в процессе управления или регулирования; изменение этих переменных осуществляется в соответствии с законом управления, реализуемым в системе.

2. *Зависимые переменные*, которые используются для измерения и описания состояния процесса в любой момент времени.

3. *Вторичные переменные*, которые используются для индикации и измерения качества функционирования системы управления.

4. *Возмущающие воздействия*, которые являются для системы неконтролируемыми внешними переменными.

Общая проблема оптимального управления заключается в отыскании способа сохранения вторичных переменных в окрестности их оптимальных значений, несмотря на наличие флуктуаций, вызываемых возмущающими воздействиями и изменением параметров системы. Вторичные переменные используются для описания критерия качества системы управления. Проблема оптимального управления сводится, таким образом, к минимизации или максимизации критерия качества.

Физическую систему  $n$ -го порядка в любой момент времени можно описать с помощью конечного множества величин  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ...,  $x_n(t)$ . Эти переменные величины называют переменными состояниями системы и при записи в векторной форме они представляют собой координаты вектора  $x(t)$  состояния системы. Смысловое содержание этих понятий разъясняется в гл. 3. Чтобы связать последовательные состояния системы во времени, сделаем простое и полезное допущение, заключающееся в том, что производная вектора состояния  $\frac{dx}{dt}$  зависит только от текущего состояния системы и не зависит от предыстории состояний. Это простое допущение позволяет описать процесс посредством векторно-матричного дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = \frac{d x(t)}{dt} = f[x(t); m(t), t] \quad (1.3-1)$$

с начальным условием  $x(0) = x_0$ . В уравнении (1.3-1)  $m(t)$  обозначает вектор управления,  $f$  — векторную функцию переменных состояния, управляющих воздействий, времени  $t$ , возможно, возмущающих воздействий.

В каждый момент времени вектор управления  $\mathbf{m}$  должен удовлетворять условию

$$\mathbf{g}(\mathbf{m}) \leq 0, \quad (1.3-2)$$

описывающему ограничения, наложенные на систему управления. Функция  $\mathbf{g}$  есть заданная векторная функция управляющих воздействий.

Задачу проектирования оптимальной системы можно сформулировать следующим образом: задан объект управления или процесс; найти закон управления или управляющую последовательность воздействий, доставляющих максимум или минимум заданной совокупности критериев качества системы. Оптимальный закон управления должен формироваться оптимальным регулятором или цифровой вычислительной машиной, являющейся составной частью системы управления.

В некоторых случаях все координаты состояния системы допускают непосредственное измерение и наблюдение. Для линейных систем, обладающих таким свойством, формирование оптимального закона управления как функции координат состояния может производиться даже при наличии шумов измерения. Однако в инженерной практике очень часто не все координаты состояния системы допускают непосредственное наблюдение и измерение. В этих случаях оптимальный закон управления определяется как функция наилучших оценок координат состояния, определяемых по измерениям выходных сигналов системы. Следовательно, проблема оптимального управления в более общей постановке включает в себя как проблему оптимальной оценки, так и проблему оптимального управления.

Для иллюстрации рассмотрим проблему автоматического управления полетом самолета [54]. Уравнения движения самолета можно получить из рассмотрения аэродинамических сил и моментов, действующих на самолет, основных законов механики. Результирующие уравнения далее линеаризуются в предположении малости отклонений самолета от заданного режима установившегося движения.

Схема действующих на самолет сил и моментов и геометрия углов показаны на рис. 1.3—1.

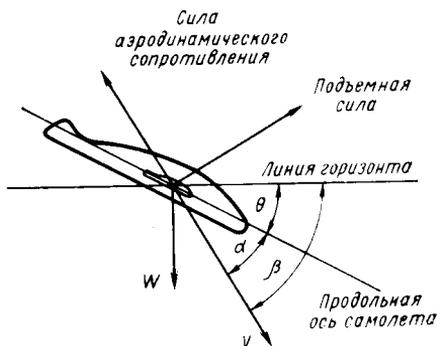


Рис. 1.3—1. Распределение сил и моментов при полете самолета

При рассмотрении системы посадки самолета можно допустить, что угол наклона глissады планирования  $\beta$  является очень малым и продольное движение самолета целиком определяется отклонением руля высоты  $\delta(t)$ ; допустим также, что рукоятка сектора газа в течение всего времени посадки удерживается в положении, обеспечивающем постоянство воздушной скорости  $V$ . При этих допущениях линеаризованное уравнение короткопериодических колебаний в продольном движении самолета принимает вид

$$\frac{d^3\theta(t)}{dt^3} + 2\zeta\omega_0 \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \frac{d\theta(t)}{dt} = KT_0\omega_0^2 \frac{d\delta(t)}{dt} + K\omega_0^2\delta(t), \quad (1.3-3)$$

где  $\zeta$  — коэффициент демпфирования короткопериодических колебаний;

$\omega_0$  — резонансная частота колебаний;

$K$  — коэффициент усиления короткопериодических колебаний;

$T_0$  — траекторная постоянная времени.

Величины  $\zeta$ ,  $\omega_0$ ,  $K$  и  $T_0$  являются параметрами, зависящими от конструкции самолета. Угол тангажа  $\theta$  и высота  $h$  связаны дифференциальным уравнением

$$T_0 \frac{d^2h(t)}{dt^2} + \frac{dh(t)}{dt} = V\theta(t), \quad (1.3-4)$$

где начальные условия предполагаются нулевыми и воздушная скорость самолета  $V$  постоянной.

Исключая  $\theta$  из уравнений (1.3—3) и (1.3—4), получаем

$$\frac{d^4h(t)}{dt^4} + 2\zeta\omega_0 \frac{d^3h(t)}{dt^3} + \omega_0^2 \frac{d^2h(t)}{dt^2} = KV\omega_0^2\delta(t). \quad (1.3-5)$$

Полагая

$$\begin{aligned} x_1 &= h, & x_2 &= \dot{x}_1 = \frac{dh}{dt}, \\ x_3 &= \dot{x}_2 = \frac{d^2h}{dt^2}, & x_4 &= \dot{x}_3 = \frac{d^3h}{dt^3} \end{aligned}$$

и  $m = \delta$ ,

уравнение (1.3—5) запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= x_3; \\ \dot{x}_3 &= x_4; \\ x_4 &= -\omega_0^2 x_3 - 2\zeta\omega_0 x_4 + K_1 m, \end{aligned} \quad (1.3-6)$$

где переменные  $x_i$  могут рассматриваться в качестве координат состояния самолета. Как будет показано в гл. 3, если ввести в рассмотрение вектор

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad (1.3-7)$$

то система уравнений (1.3—6) может быть записана в виде одного векторно-матричного уравнения типа (1.3—1).

При проектировании системы посадки самолета необходимо оценить возможность наблюдения и измерения координат состояния. Высота  $h$  может быть измерена радиовысотомером, скорость снижения  $dh/dt$  — с помощью барометрического датчика. Однако величины  $d^2h/dt^2$  и  $d^3h/dt^3$  не поддаются непосредственному измерению. В гл. 3 показано, что эту трудность можно обойти, выбрав в качестве координат состояния другие переменные.

Проектирование системы посадки самолета должно производиться с учетом ряда ограничений, накладываемых конструкцией самолета и требованиями безопасности посадки. Например, угол тангажа самолета  $\theta$  в желаемый момент  $t = T_f$  касания посадочной полосы из практических соображений должен находиться в интервале  $0-10^\circ$ ; в процессе выравнивания отклонение руля высоты  $\delta(t)$  не должно превышать предельных значений; при посадке самолета необходимо предоставить максимальные удобства пассажирам.

Для современной теории управления при описании системы характерно использование переменных состояния и применение методов проектирования, оптимизирующих ее движение в пространстве возможных состояний. В общей постановке проектирование оптимальной системы является вариационной задачей [142]. Существует много различных вариационных методов минимизации или максимизации функционала в функциональном пространстве. В их число входят классические методы вариационного исчисления, а также численные методы и различные способы последовательных приближений, использующие эксперимент или моделирование процессов. Наиболее часто при проектировании систем управления используются следующие методы:

1. Вариационное исчисление.
2. Принцип максимума.
3. Динамическое программирование.

Во всех случаях конечной целью проектирования является определение оптимального закона управления или управляющей последовательности воздействий, доставляющих максимум или минимум заданному функционалу, характеризующему качество системы. Интересно отметить, что общим для всех трех методов

