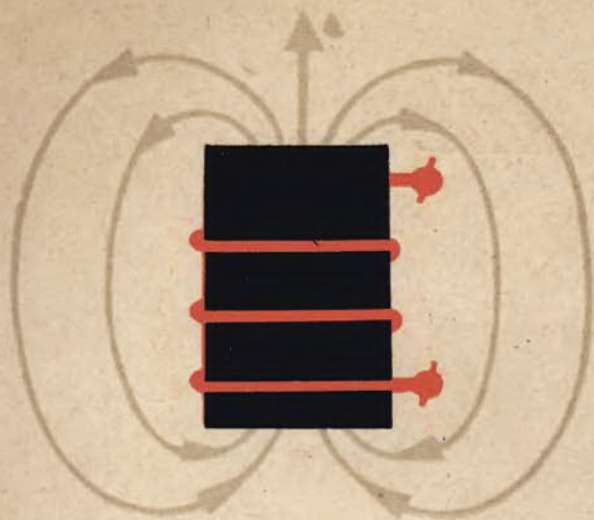




Ю. С. Р У С И Н

РАСЧЕТ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
СИСТЕМ

Ю. С. РУСИН

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИСТЕМ



«ЭНЕРГИЯ»

ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

1968

УДК 621.318.38.001.12.001.24 : (621.30+621.396)

6П.2.1.08

P88

В книге изложен комплекс вопросов, составляющих современную основу проектирования конкретных типов электромагнитных систем (трансформаторов и дросселей), работающих в звуковом и ультразвуковом диапазонах частот.

Книга предназначена для радиоинженеров и инженеров-электриков научно-исследовательских организаций, конструкторских бюро и промышленных предприятий. Она может быть использована также студентами радио- и электроспециальностей в качестве учебного пособия при курсовом и дипломном проектировании.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Бурное развитие радиотехники, электроаппарато- и приборостроения, автоматики и электроники непрерывно повышает технические требования, предъявляемые к приборам и аппаратам. Выполнение многих из этих требований не может быть достигнуто уже имеющимися средствами и поэтому неразрывно связано с необходимостью создания новых, более точных методов исследования. Все это целиком относится к электромагнитным системам, которые в большинстве случаев составляют основу многих приборов и устройств современной радиотехники и электротехники.

Проектирование новых видов приборов всегда должно опираться на достаточно хорошо разработанную теорию и на аналитические методы исследования, позволяющие правильно оценивать полученные результаты. Только на такой основе возможно создание наиболее рациональных конструкций приборов, уменьшение их весов и габаритов, увеличение надежности, сокращение расхода электроэнергии и т. д.

Известно, что проектирование любых электро- и радиотехнических устройств требует решения ряда задач по теории электромагнитного поля, которые в практическом приложении отличаются весьма высокой математической сложностью. А эта сложность приводит к тому, что многие из таких задач становятся неразрешимыми в их конечном виде. Поэтому огромное практическое значение приобретают приближенные методы теоретического анализа электромагнитных систем, которые базируются на определенной идеализации как процессов, протекающих в системе, так и самой геометрии системы. Необходимо отметить, что, несмотря на очень большое количество работ, посвященных расчету электромагнитных систем, актуальность создания новых методов

анализа все более возрастает. Это может быть объяснено недостаточной общностью и точностью существующих методов, что, естественно, вносит известные трудности в практику приборо- и электроаппаратостроения.

Все возрастающая сложность современных технических устройств, предназначенных для выполнения функций контроля, регулирования и управления различными процессами, делает особенно актуальным требование о всемерном уменьшении габаритов как этих устройств в целом, так и отдельных элементов их. Это требование целиком относится и к электромагнитным системам, которые как по своему назначению, так и по объему составляют основную часть большинства указанных устройств. Разработчику современных электромагнитных систем приходится решать целый ряд инженерных задач, связанных с расчетом полей, проводимостей, тепловых режимов, выбором изоляционных расстояний, экранов и т. д. Эти задачи представляют собой единую весьма сложную и недостаточно освещенную в технической литературе проблему проектирования электромагнитных систем, предназначенных для работы в условиях тесных компоновок, взаимного влияния и т. д.

В настоящей книге, практикующей вопрос с чисто прикладных позиций, рассмотрены инженерные методы расчета электромагнитных систем (в основном трансформаторов, дросселей и катушек индуктивности). Теоретические результаты доведены до простых формул, что позволяет специалисту производить необходимые вычисления и анализировать влияние отдельных параметров.

Полученные результаты легко могут быть приложены и к другим видам электромагнитных систем.

Поскольку практическое использование нового теоретического материала может натолкнуться на известные трудности, в книге дан ряд примеров, иллюстрирующих применение расчетных методов к конкретным задачам.

В расчетах применена новая международная система единиц СИ.

Пользуясь случаем, автор выражает признательность кандидату технических наук Е. М. Певзнеру за ряд ценных советов, данных им при рецензировании рукописи.

Отзывы и замечания на книгу просьба направлять Ленинградскому отделению издательства «Энергия» по адресу: Ленинград, Д-41, Марсово поле, 1.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

РАСЧЕТ ПОЛЕЙ И ПРОВОДИМОСТЕЙ

§ 1. Общие соображения

Расчет потенциальных полей и проводимостей представляет собой сложную задачу теории электромагнитного поля, далеко не всегда разрешимую в конечном виде. Существует большое число различных (как точных, так и приближенных) методов решения указанной задачи, каждый из которых охватывает тот или иной класс систем. Расчет поля при проектировании электромагнитных систем требует, в основном, решения задач двух типов:

- а) определения поля в непосредственной близости к поверхности электрода;
- б) определения поля в области, достаточно удаленной от электрода.

Первая задача предшествует расчету допустимых величин пробивных напряжений, нахождению условий, исключающих появление коронного разряда, выбору изоляционных расстояний и т. д.

Вторая задача необходима для оценки степени влияния одного элемента аппаратуры на соседние, для вычисления величин возможных наводок и др.

При определении магнитной проводимости можно ограничиться рассмотрением наиболее типичных форм полюсных концов (применительно к электромагнитным системам — многоугольных призм и различных комбинаций их).

Такой сравнительно узкий круг задач позволяет находить их решения в простом и удобном для практического использования виде, сохраняя при этом достаточную для инженерных расчетов точность вычислений.

§ 2. Поле на значительном удалении от проводников

Поле на значительном удалении от проводника произвольной формы обычно отождествляют с полем точечного (или линейного в двухмерной задаче) источника, имеющего тот же заряд и расположенного в центре реального проводника. Практически важно оценить расстояние, при котором такая замена может считаться допустимой.

Для этого рассмотрим поля, создаваемые шаром, бесконечно тонкой иглой и диском.¹ Потенциал поля указанных электродов соответственно будет определяться известными формулами [Л. 27]:

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon \sqrt{r^2 + x^2}};$$

$$U_2 = \frac{q}{8\pi\epsilon R} \ln \frac{\sqrt{r^2 + (x+R)^2} + R + x}{\sqrt{r^2 + (x+R)^2} - R + x};$$

$$U_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon R} \arctg \frac{\sqrt{2} R}{\sqrt{x^2 + r^2 + R^2} + \sqrt{(x^2 + r^2 - R^2)^2 + 4R^2 x^2}},$$

где $r^2 = z^2 + y^2$; R — радиус шара, диска и половина длины иглы; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды; q — величина заряда электрода.

Нетрудно видеть, что если потенциал поля шара изменяется одинаково по всем направлениям, то для иглы имеет место более резкое изменение по оси x , чем в плоскости yOz (для диска, в свою очередь, потенциал меняется более резко в плоскости yOz , чем по оси x). Изменение потенциала поля в указанных направлениях соответственно для шара, иглы и диска будет равно:

а) при $r=0$; $x=nR$

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon nR}; \quad U_2 = \frac{q}{8\pi\epsilon R} \ln \frac{\sqrt{n^2 + 1} + 1}{\sqrt{n^2 + 1} - 1};$$

$$U_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon R} \arctg \frac{1}{n};$$

¹ Игла располагается на оси x , а диск — в плоскости yOz . Середина иглы и центр диска совпадают с началом координат.

б) При $r = nR$; $x = 0$

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon nR}; \quad U_2 = \frac{q}{8\pi\epsilon R} \ln \frac{n+1}{n-1};$$

$$U_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon R} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

Анализ полученных выражений показывает, что уже при $n=2$ результаты вычислений по всем формулам практически совпадают (максимальное расхождение не превышает 8%).

Таким образом, допустимо считать, что поле указанных электродов подобно полю точечного источника уже на расстоянии 2—3 R (т. е. порядка габаритного размера) от центра электрода.

Наряду с этим представляет интерес сравнить величины градиентов потенциала для рассмотренных электродов. Это сравнение целесообразно провести, очевидно, для тех направлений, по которым градиент меняется наиболее резко. Для диска таким направлением будет r (т. е. плоскость yOz), для иглы — ось x , для шара — любое направление, нормальное к его поверхности. Градиент потенциала шара, иглы и диска соответственно определяется по формулам:

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon R^2 n^2} \quad (r = 0; \quad x = nR);$$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon R^2 (n^2 - 1)} \quad (r = 0; \quad x = nR);$$

$$E_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon nR^2 \sqrt{n^2 - 1}} \quad (r = nR; \quad x = 0).$$

Отличие величины градиента потенциала диска и иглы (при $n=3$) от величины градиента потенциала для шара составляет 6 и 12% соответственно.

Мы рассмотрели поля возможных предельных форм электродов. Совершенно очевидно, что реальные электроды представляют собой тела некоторых промежуточных конфигураций. Следовательно, и поля реальных электродов будут изменяться по различным направлениям менее резко, чем поля рассмотренных нами электродов. Так, например, поле некоторого длинного и узкого

электрода будет быстрее выравниваться и приближаться к полю точечного заряда, чем поле иглы такой же длины. Из сказанного непосредственно вытекает, что для практических расчетов, независимо от формы электрода на расстояниях как больших, так и равных габаритному размеру электрода, поле может рассчитываться как поле точечного источника.

Исходя из сказанного, можно сделать следующие выводы:

1. Поле системы одинаково заряженных тел может быть рассчитано как поле точечного заряда, если, во-первых, заряд этот равен сумме зарядов всех тел, входящих в систему и, во-вторых, расстояние от центра системы до рассматриваемой точки превышает или равно наибольшему размеру системы.

2. Поле системы произвольно заряженных проводников в точках, находящихся вне области, границы которой отстоят от центров проводников на расстояния, превышающие их наибольший размер (или равные ему), может быть рассчитано как поле соответствующих точечных зарядов.

Из сделанных выводов вытекает еще одно важное положение, заключающееся в следующем. Пусть имеются два проводника, расстояние между центрами которых не менее суммы их габаритных размеров. Поле вне сферы, очерченной радиусом, равным габаритному размеру проводника, практически (как мы уже видели) совпадает с полем точечного заряда. Таким образом, если вместо любого из заданных проводников поместить в его центр точечный источник и определить поле такой системы, то оно будет близко к искомому всюду, кроме области, заключенной внутри сферы, центром которой служит точечный источник, а радиус соответствует габаритному размеру проводника. Повторяя ту же процедуру, но по отношению к другому проводнику, можно определить поле в исключенной в первом случае области. Полученное указанным образом приближенное решение задачи позволяет определить поле не только вдали от проводника, но и на его поверхности.

Изложенный в настоящем параграфе способ расчета поля в удаленных от проводника точках всегда позволяет оценить и максимальную величину погрешности вычислений.

Действительно, пусть задан электрод и требуется вычислить величину потенциала поля в некоторой точке, отстоящей от геометрического центра электрода на расстоянии r . При этом выполняется условие, что $r \geq a$ (a — наибольший габаритный размер электрода).

Для решения поставленной задачи необходимо, очевидно, во-первых, выбрать из трех рассмотренных выше предельных форм электродов две такие, которые являлись бы предельными формами для заданного электрода и, во-вторых, определить величины потенциалов поля для выбранных электродов в соответствующих точках. Тогда потенциал поля заданного электрода будет иметь некоторое промежуточное значение в силу высказанных выше соображений.

§ 3. Поле вблизи поверхности проводников

Значительно большие трудности представляет собой расчет поля вблизи поверхности проводника. Строго говоря, этот расчет требует точного решения задачи. Однако для практических целей можно воспользоваться рядом формул, определяющих поле электродов некоторых характерных конфигураций. Тогда задача расчета сводится к подбору либо двух предельных конфигураций электродов, поле которых известно, и по отношению к которым форма исследуемой системы является промежуточной, либо одной, близкой к исходной, формы электродов с заранее определенным полем.

В результате указанных действий можно получить в первом случае два крайних значения напряженности поля, между которыми заключена величина искомого поля, а во втором — значение, близкое к истинному.¹ Для практических расчетов наибольший интерес представляет, очевидно, получение завышенной в разумных пределах величины напряженности поля, которая давала бы надежную гарантию электрической прочности конструкции. Чтобы облегчить ориентировку при выборе соответствующих оценочных формул, выскажем три соображения, общие для всех систем и вытекающие из теории электромагнитного поля:

¹ Во многих случаях такой подход недостаточен, поскольку вопрос о соотношении величин полей заданной системы и системы, поставленной ей в соответствие, остается открытым.

1. Величина напряженности поля на поверхности электрода существенным образом зависит от кривизны поверхности в рассматриваемой точке.

2. Величина напряженности поля в любой точке поверхности проводника зависит от формы поверхности соседних участков.

3. Величина напряженности поля E_c сферы¹ с радиусом R , равным наименьшему радиусу кривизны в какой-либо точке поверхности исследуемого электрода, при прочих равных условиях будет больше напряженности поля электрода в этой же точке.

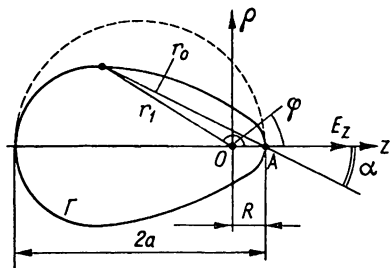


Рис. 1 К расчету поля вблизи поверхности электрода.

Первое из этих соображений достаточно хорошо известно и поэтому не требует дополнительных разъяснений. Два других соображения можно проиллюстрировать следующим образом. Пусть имеется электрод, представляющий собой аксиальносимметричную

поверхность, образованную вращением линии Γ вокруг оси симметрии системы (рис. 1).

Для определенности примем, что:

а) в точке A электрод имеет наименьший радиус кривизны (в этой точке, очевидно, ожидается наличие наибольшей величины напряженности поля, для которой дается настоящая оценка);

б) линия Γ — выпуклая;

в) начало цилиндрической системы координат помещено в центр кривизны для точки A кривой Γ .

Уравнение линии Γ зададим в параметрической форме:

$$r = \rho(\varphi); \quad z = \zeta(\varphi); \quad 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

Тогда величина напряженности поля E_z в точке A выразится формулой:

¹ В условиях плоскопараллельного поля — соответственно для круглого провода.

$$E_z = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\pi \sigma(\varphi) \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \cdot \rho(\varphi) \frac{R - \zeta(\varphi)}{[R + \zeta(\varphi)]^2 + \rho^2(\varphi)}^{3/2} d\varphi =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\pi \sigma \sqrt{\rho'^2 + \zeta'^2} \cdot \rho \frac{\cos \alpha}{r_0^2} d\varphi,$$

где

$$\cos \alpha = \frac{R - \zeta}{[(R - \zeta)^2 + \rho^2]^{1/2}}; \quad r_0 = [(R - \zeta)^2 + \rho^2]^{1/2}.$$

В соответствии с неравенством Коши—Буняковского будем иметь

$$E_z \leq \frac{q}{2\pi^2\varepsilon} \int_0^\pi \frac{\cos \alpha}{r_0^2} d\varphi.$$

Имея в виду, что

$$\cos \alpha = \frac{R^2 + r_0^2 - r_1^2}{2Rr_0}$$

получим

$$E_z \leq \frac{q}{2\pi^2\varepsilon} \left[\frac{1}{2R} \left(R^2 \int_0^\pi \frac{d\varphi}{r_0^3} + \int_0^\pi \frac{d\varphi}{r_0} - \int_0^\pi \frac{r_1^2}{r_0^3} d\varphi \right) \right] \approx$$

$$\approx \frac{q}{4\pi\varepsilon R} \left(\frac{R^2}{r_{0\text{ср}}^3} + \frac{1}{r_{0\text{ср}}} - \frac{r_{1n}^2}{r_{0\text{ср}}^3} \right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon} F,$$

где $r_{0\text{ср}}$ — средняя по углу φ величина r_0 ; r_{1n} — величина r_1 в некоторой промежуточной точке.

Можно показать, что при указанных выше условиях

$$R \leq r_{1n} < r_{0\text{ср}}.$$

Тогда

$$E_z \leq q(4\pi\varepsilon R^2)^{-1}.$$

(Равенство достигается в случае, когда линия Γ является окружностью радиуса R .)

Таким образом, если рассматриваемые электрод и сфера имеют одинаковые заряды, то напряженность поля сферы всегда будет больше напряженности поля электрода в точках, соответствующих наименьшим радиусам

кривизны. В практических задачах обычно задаются потенциалы (или разности потенциалов) электродов. Поэтому целесообразно показать, что полученное соотношение выполняется и при этих условиях.

Учитывая имеющиеся соотношения между R , $r_{1\text{ ср}}$ и $r_{0\text{ ср}}$ нетрудно увидеть, что

$$F \leq \frac{1}{Rr_{0\text{ ср}}} ;$$

$$E_z \leq \frac{q}{4\pi\epsilon Rr_{0\text{ ср}}} .$$

При одинаковых потенциалах электрода и сферы радиуса R заряд на сфере q_c может быть определен через заряд электрода следующим образом:

$$q_c = \frac{C_c}{C} ,$$

где C_c и C — емкость сферы и электрода соответственно.

В силу того, что объем сферы радиуса R меньше объема заданного электрода (сфера находится внутри последнего), в соответствии с изложенным в работе [Л.25] будем иметь:

$$C_c < C .$$

Тогда напряженность поля на поверхности сферы окажется равной

$$E_c = \frac{q_c}{4\pi\epsilon R^2} = \frac{qC_c}{4\pi\epsilon R^2C} .$$

Для всех выпуклых поверхностей (а по условию поверхность электрода выпукла), находящихся внутри сферы радиуса a (см. рис. 1), как нетрудно установить, будет соблюдаться следующее соотношение:

$$\frac{4}{\pi} a \geq r_{0\text{ ср}} \geq a .$$

Следовательно,

$$4\pi\epsilon r_{0\text{ ср}} > C \text{ и } E_z < E_c .$$

Более сложным путем можно прийти к аналогичным результатам для электродов, к форме поверхности которых предъявляются иные требования.

Исходя из сказанного, можно установить, что вблизи поверхности электрода, имеющей в данной точке радиус кривизны R , напряженность поля убывает медленнее, чем $1/r^2$, где r — направление, совпадающее с нормалью к поверхности электрода.¹

Тогда в общем случае можно записать для напряженности поля вблизи поверхности:

$$E \sim \frac{1}{r^n},$$

где $2 \geq n \geq 1$ (для трехмерного поля); $1 \geq n \geq 0$ (для плоского поля).

Таким образом, хорошо известная формула [Л. 19]

$$\frac{dE}{dn} = -E \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \right)$$

(где dE/dn — изменение E по нормали к поверхности; R_x и R_y — радиусы кривизны поверхности в двух взаимно перпендикулярных плоскостях) не дает полной информации о величине напряженности поля, так как не учитывает влияния конфигурации соседних с рассматриваемой точкой участков поверхности электрода, т. е. не учитывает их экранирующего действия.

Действительно, если напряженность поля вблизи поверхности электрода изменяется как

$$E = \frac{A}{r^n} \quad (n \leq 2),$$

то в соответствии с приведенной выше формулой будем иметь (при $R_x = R_y = R$):

$$-\frac{nA}{r^{n+1}} = -\frac{A}{r^n} \cdot \frac{2}{R},$$

или при $r = R$

$$\frac{nA}{R^{n+1}} = \frac{2A}{R^{n+1}}.$$

Равенство выполняется при $n=2$, т. е. только для сферического электрода (аналогично — только для провода в случае плоского поля).

¹ Для плоскопараллельного поля, очевидно, медленнее, чем $1/r$.

Следует отметить, что путем приведенных выше рассуждений мы получаем результат, являющийся верхней оценкой для поля заданного электрода в рассматриваемой точке его поверхности.

Нижнюю оценку можно получить, исходя из следующих соображений. Потенциал поля вблизи некоторой точки поверхности электрода, имеющей радиус кривизны R , может быть представлен соотношением:

$$U = \frac{A}{r^k}; \quad (k \leq 1).$$

Потенциал сферы соответственно будет равен:

$$U_c = \frac{A_c}{r}.$$

Исходя из равенства потенциалов электрода и сферы, будем иметь:

$$A = U_0 R^k; \quad A_c = U_0 R_c.$$

Определим величину радиуса сферы R_c , основываясь на равенстве степеней неоднородности η (введем такой термин для обозначения dE/dn) полей заданного электрода и сферы:

$$\eta = \eta_c; \quad \left| \frac{d^2 U}{dr^2} \right| = \left| \frac{d^2 U_c}{dr^2} \right|;$$

$$\eta|_{r=R} = \frac{k(k+1)A}{R^{k+2}}; \quad \eta_c|_{r=R_c} = \frac{2A_c}{R_c^3},$$

откуда

$$R_c = R \sqrt{\frac{2}{(k+1)k}}; \quad R_c > R.$$

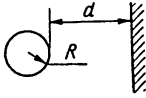
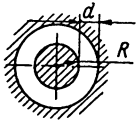
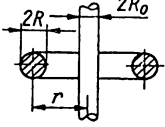
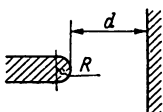
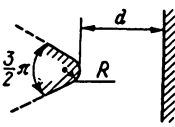
Нетрудно видеть, что напряженность поля на поверхности сферы радиуса R_c меньше напряженности поля на поверхности электрода в точке с радиусом кривизны поверхности, равным R . Действительно,

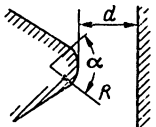
$$\frac{E_c}{E} = \frac{k \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{k(1+k)}} \leq 1.$$

Это соотношение и является нижней оценкой для искомого поля.

**Формулы для определения
напряженности поля E**

Система			Формула, определяющая E на острие
№ пп.	Наименование	Эскиз	
1	Полуэллиптическое ребро на плоскости [Л. 2]		$E = \frac{U_0}{d} \left(1 + \sqrt{\frac{a}{R}} \right)$
2	Множество сферических выступов на плоскости [Л. 2]		$E = 1,17 \frac{U_0}{d}$
3	Гиперболическое ребро [Л. 2]		$E = \frac{2U_0}{\pi \sqrt{dR}}$
4	Полуэллипсоид на плоскости [Л. 2]		$E = \frac{U_0}{d} \times \frac{a}{R} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2a}{R} - 1 \right)^{-1}$
5	Гиперболическое острие [Л. 2]		$E = \frac{U_0}{R} \left(\ln \frac{2d}{R} \right)^{-1}$
6	Сфера против плоскости		$E = \frac{U_0}{R}$

Система			Формула, определяющая E на острие
№ пп.	Наименование	Эскиз	
7	Цилиндр [Л. 19]		$E = \frac{U_0}{R} \left(\ln \frac{2d}{R} \right)^{-1}$
8	Цилиндр в цилиндре [Л. 19]		$E = \frac{U_0}{R} \left(\ln \frac{d+R}{R} \right)^{-1}$
9	Стержень в кольце [Л. 2]		$E_{R_0} = \frac{2U_0}{R_0} \left(\ln \frac{r^3}{2RR_0^2} \right)^{-1};$ $\begin{matrix} R \ll r \\ E_R = \end{matrix}$ $= \frac{U_0}{R} \left(\ln \frac{r^3}{2RR_0^2} \right)^{-1};$ $R_0 \ll r$
10	Край пластины (получено с помощью метода конформных отображений)		$E \approx 1,26 \frac{U_0}{\sqrt{Rd}}$
11	Край острого угла (получено с помощью метода конформных отображений)		$E \approx 1,12 \frac{U_0}{\sqrt[3]{Rd^2}}$

Система			Формула, определяющая E на острие
№ пп.	Наименование	Эскиз	
12	Край острого угла величиной α		$(0 \leq \alpha \leq \pi)$ $E \approx (1,26)^\beta \frac{U_0}{d^{1-m} R^m}$ $m = \frac{\beta}{1 + \beta}; \quad \beta = \frac{\alpha}{\pi}.$

Примечания. 1. Формулы получены в предположении, что радиус кривизны острой кромки поверхности электрода R много меньше расстояния между электродами d .

2. В формулах приняты следующие обозначения: U_0 — разность потенциалов между электродами; α — высота острия.

Для того чтобы оценить влияние обоих факторов (кривизны поверхности электрода и конфигурации соседних участков) на практике, можно, кроме того, пользоваться известными формулами для некоторых характерных форм проводников (табл. 1).

Определенности ради отметим, что формулы, приведенные в табл. 1, справедливы для электронейтральных систем, т. е. для подавляющего большинства систем, встречающихся в практических приложениях.¹ Заметим, что электронейтральная система состоит по меньшей мере из двух проводников, поле вблизи поверхности одного из которых нами исследуется. При этом если высота (основной размер) острия a , находящегося на одном электроде, значительно меньше расстояния между электродами d , то поле вблизи острия практически не зависит от конфигурации другого электрода [Л. 2]. Поэтому в формулах табл. 1 фигурирует, в частности, разность потенциалов между электродами U_0 и расстояние между ними.

Пример 1. Оценить величину поля на остром краю пластины плоского конденсатора со следующими основными параметрами: радиус кривизны острого края пластины $R = 2 \cdot 10^{-2}$ см; расстояние

¹ Электронейтральными называются системы, суммарный заряд которых равен нулю.

между пластинами $d=5$ см; разность потенциалов между пластинами $U=10^4$ в.

Нетрудно видеть, что по форме из всех систем, приведенных в табл. 1, наиболее близко к рассматриваемому электроду (пластине) подходит система 10. Это вытекает из соображения, высказанного выше и заключающегося в том, что ни форма, ни расположение другого электрода практически не оказывают существенного влияния. А так как геометрия рассматриваемой пластины удовлетворяет условию $R \ll d$, то расположение и форма другого электрода (в данном случае второй пластины конденсатора) не должно в большей степени влиять на величину поля в рассматриваемой области.

Тогда в соответствии с формулой (10) табл. 1 будем иметь:

$$E = \frac{1,26U_0}{\sqrt{Rd}} = 4 \cdot 10^4 \text{ в/см.}$$

§ 4. Определение магнитной проводимости

Геометрия полюсных концов большинства рассматриваемых в настоящей работе электромагнитных систем представляет собой совокупность плоских граней и ребер, образованных этими гранями. Представляется целесообразным находить общую

проводимость в виде суммы частных проводимостей между отдельными элементами поверхности полюсных концов. Все необходимые формулы, определяющие частные проводимости, можно получить, исходя из рассмотрения проводимости системы, состоящей из двух прямоугольных призм (рис. 2).

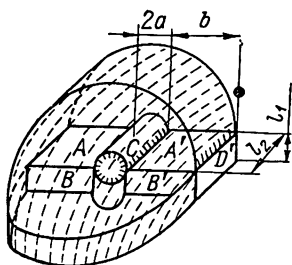


Рис. 2. Система из двух прямоугольных призм.

В качестве таких формул можно использовать, например, следующие, которые определяют проводимость:

а) между прямоугольными гранями, лежащими в одной плоскости (A и A' или B и B') [Л. 28]

$$G_1 = 0,32 \ln \frac{4b}{a} l_{\mu_0} = G'_1 l; \quad (1)$$

б) между прямоугольными гранями, лежащими в параллельных плоскостях (C и C') [Л. 28]

$$G_2 = \frac{l_1 l_2}{2a} \mu_0; \quad (2)$$

в) дополнительную, учитывающую трехмерность поля системы [Л. 28]

$$G_3 = \frac{b}{120} \left(2 \frac{\text{th } 0,87n}{k} + 41 \text{th } 5,5n \right) \mu_0, \quad (3)$$

где $k = a/b$; $n = l/b$ (l — наибольшая величина из l_1 и l_2);

г) между торцовыми гранями D и D' , полученная путем аппроксимации кривых, приведенных в работе [Л. 18],

$$G_4 = 2 \left(l_1 \sqrt{\frac{l_1}{b}} + l_2 \sqrt{\frac{l_2}{b}} \right) \exp \left[-1,6 \left(1 + \frac{m}{10} \right) \right] \mu_0, \quad (4)$$

где

$$m = \frac{a+b}{a}.$$

Все геометрические параметры даны в соответствии с рис. 2. Проводимость G_4 обычно значительно меньше G_1 ; G_2 ; G_3 . Для цилиндров формула (4) приобретает вид:

$$G_4 = 0,62 \mu_0 D \sqrt{\frac{0,9D}{b}}.$$

Необходимо отметить, что при $n \ll 1$ выражение (3) переходит в равенство

$$G_3 = \frac{\mu_0 b}{120} \left(\frac{2}{k} + 41 \right).$$

Для удобства практического использования формул (1)—(3) можно каждой частной проводимости поставить в соответствие определенную форму потока, которая в известной мере отражает истинную картину распределения силовых линий поля. Тогда для G_1 поток может быть представлен полуцилиндром, для G_2 — призмой, а для G_3 — сферическим квадрантом (рис. 3). Для этих проводимостей введем в дальнейшем обозначения соответственно $G_{\text{ц}}$, $G_{\text{п}}$ и $G_{\text{с}}$.

Формулы (1)—(4) являются основными и в известной комбинации могут определять проводимость значительно более сложных систем, чем изображенная на рис. 2.

Диапазон применения формул (1)—(4) можно значительно расширить, введя некоторые дополнительные

соображения. Так, эти формулы можно использовать для вычисления проводимости систем, имеющих осевую симметрию (рис. 4). В работе [Л. 3] показано, что определение проводимости тела вращения сводится к вычислению проводимости аналогичной плоскопараллельной системы некоторой эквивалентной длины, равной

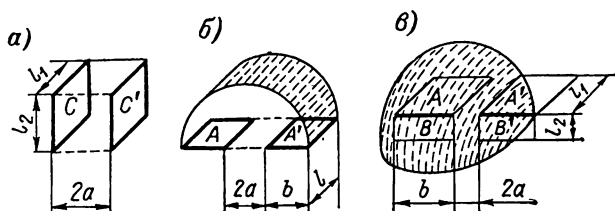


Рис. 3. Условное представление потоков: а — призма; б — полуцилиндр; в — сферический квадрант.

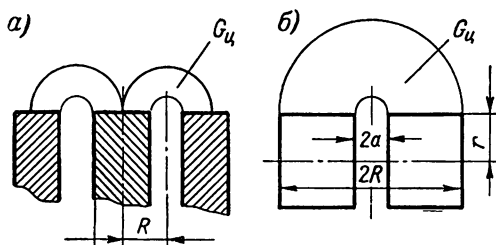


Рис. 4. Цилиндры: а — коаксиальные; б — с общей осью.

$l_3 = 2\pi R_3$. Действительно, проводимость может быть вычислена как

$$G = \mu_0 \frac{V}{l_{cp}^2},$$

где V — объем фигуры вращения; l_{cp} — длина средней силовой линии.

По теореме Гюльдена

$$V = 2\pi S R_{ц.т.},$$

где $R_{ц.т.}$ — расстояние от центра тяжести сечения S , вращением которого вокруг некоторой оси образуется рассматриваемый объем, до этой оси.

В результате получим:

$$G = \mu_0 2\pi R_{ц.т} \frac{S}{l_{ср}^2} = \mu_0 2\pi R_{ц.т} g = \mu_0 g l_э,$$

где g — удельная геометрическая проводимость плоско-параллельного поля.

Следовательно,

$$R_э = R_{ц.т}.$$

Величины $R_{ц.т}$ для систем, изображенных на рис. 4, а и б, составят соответственно:

$$R'_{ц.т} = R; \quad R''_{ц.т} = r + \frac{4R}{3\pi},$$

а полные проводимости будут равны

$$G' = G_{ц} 2\pi R;$$

$$G'' = \frac{\pi r^2 \mu_0}{2a} + G_{ц} 2\pi \left(r + \frac{4R}{3\pi} \right).$$

При вычислении проводимости совокупности двух и более систем, расположенных достаточно близко друг к другу, необходимо учитывать их взаимное влияние. Само собой разумеется, что невозможно дать общей формулы, пригодной для всех случаев. Однако подход к решению подобных задач можно пояснить на следующем примере, характерном для рассматриваемых систем. На рис. 5 показана система, состоящая из двух пар прямоугольных призм. Пути, по которым идут потоки, изображены стрелками. Потоки между гранями A и A_1 проходят в свободном пространстве и, следовательно, проводимость для них вычисляется обычным образом, т. е. как

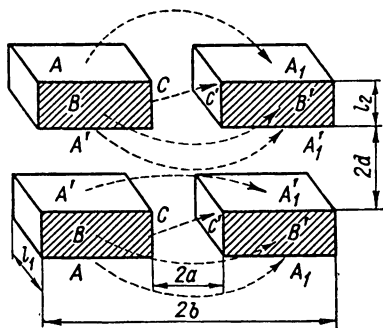


Рис. 5. К расчету проводимости систем со взаимным влиянием.

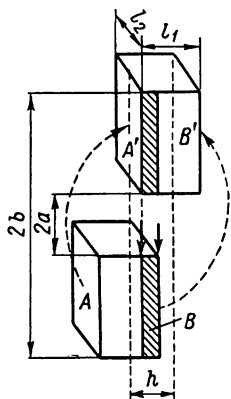
$$G_{AA_1} = G'_{ц} l_1 + 2G_c.$$

На проводимость с граней B и B' , в силу принятой идеализации картин поля (рис. 2), наличие другой системы призм оказывает тоже незначительное влияние, и она может быть определена по формуле (1):

$$G_{BB'} = G'_c l_2.$$

Проводимость же для потоков с граней A' и A'_1 существенным образом может измениться, особенно при $d \leq b$. Можно показать с помощью метода конформных отображений, что для случая $l_1 \rightarrow \infty$ (т. е. для плоскопараллельного поля между гранями A' и A'_1) при $d \geq b$ системы практически не оказывают влияния друг на друга, и проводимость между указанными гранями может быть вычислена по формуле (1). Принятый нами способ разделения окружающего полюсные концы пространства на отдельные области, для которых вычисляются частные проводимости, позволяет сохранить полученное соотношение и для системы конечных размеров.

Рис. 6. К расчету проводимости между смещенными полюсами.



Величина проводимости между гранями A' и A'_1 , найденная также для плоскопараллельного поля, при условии $d \leq a$, оказывается существенно меньшей, чем та же проводимость, но определенная в отсутствие другой системы призм.

По указанным выше соображениям аналогичная картина будет действительна и для системы конечных размеров и в силу того, что в данном случае

$$G_{A'A'_1} \ll G_{AA_1},$$

в общем балансе частных проводимостей величиной $G_{A'A'_1}$ можно пренебречь.

В интервале изменения $a \leq d \leq b$ проводимость между гранями $A'A'_1$ может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$G_{A'A'_1} = \tau (G'_c l_1 + 2G_c),$$

где

$$\tau = \left(\frac{d-a}{b-a} \right) \frac{1 + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{b-a}{a}}{1 + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d-a}{a}},$$

причем $\tau=0$ при $d \leq a$; $\tau=1$ при $d > b$.

Полная проводимость между двумя призмами при условии наличия второй пары призм будет равна:

$$G = G_n + G_u [l_2 + l_1 (\tau + 1)] + 2G_c (\tau + 1).$$

И, наконец, если полюса (призмы) смещены относительно друг друга (рис. 6), то проводимость между ними вычисляется по формуле:

$$G = G'_n + G'_u (l_1 - h + \sigma l_2) 2 + 4G_c,$$

где

$$G'_n = \mu_0 \frac{l_2 (l_1 - h)}{2a};$$

$$\sigma = \left[\frac{b-h-a}{\frac{\pi}{2}(b-a) + 2a} + \frac{h}{2a + \frac{\pi h}{4}} \right] \frac{2a + (b-a) \frac{\pi}{2}}{(b-a)}.$$

Экспериментальная проверка показала, что в условиях наблюдаемого на практике изменения основных геометрических параметров магнитопроводов приведенные формулы позволяют определять магнитную проводимость с погрешностью, как правило не превышающей 10%.

В заключение отметим, что известная аналогия, существующая между потенциальными полями различной физической природы, позволяет эти формулы, предложенные для определения магнитной проводимости, использовать также для подсчетов емкости, электрической и тепловой проводимости и т. д.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТЕЙ

§ 5. Основная формула для расчета индуктивности

Одна из важнейших задач, решаемых при проектировании электромагнитных систем для электро- и радиотехнической аппаратуры, состоит в определении индуктивности. Несмотря на большое число специальных монографий и журнальных работ, посвященных этому вопросу [Л. 15, 24 и др.], несмотря на множество решений, предложенных для различных систем, практика наталкивается еще на ряд трудностей при определении индуктивности. В настоящей главе предлагаются инженерные формулы для расчета индуктивностей некоторых типов катушек.

Индуктивностью (или коэффициентом самоиндукции) называют коэффициент пропорциональности между током и возбуждаемым им потоком сцепления, т. е.:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \omega^2 G_N, \quad (5)$$

где G_N — некоторая величина, являющаяся функцией геометрических размеров системы.

Если проанализировать равенство (5) с точки зрения теории размерностей, то легко видеть, что G_N имеет размерность магнитной проводимости. Однако, как показано в работе [Л. 11], величина G_N может считаться проводимостью лишь в чисто формальном смысле, так как обычно с понятием проводимости связывается определенная величина потока и м. д. с., создающей этот поток. В общем случае, т. е. для катушки, имеющей некоторое число витков ω , определенным образом распределенных в пространстве, весь поток можно рассматривать как сумму потоков, создаваемых отдельными витками. Эти частные потоки, очевидно, не все будут сцеплены с полным числом витков. Следовательно, величина потоком сцепления не будет определяться простым перемножением величины полного потока на общее число витков системы. Иными словами, равенство (5) не будет выполняться, если G_N вычислено как проводимость простран-

ства, в котором распространяется поток. Для того чтобы правильно определить индуктивность, очевидно, необходимо просуммировать отдельные величины потокоцеплений:

$$L \approx \sum_{k=1}^n \omega_k^2 G_k, \quad (6)$$

где G_k — проводимость для k -го потока, сцепленного с ω_k витками.

Формула (6) уже позволяет непосредственно подойти к определению индуктивности любой заданной системы. Основной трудностью в данном случае является определение величин частных проводимостей G_k , но эту операцию, связанную с решением сложных задач теории электромагнитного поля, можно значительно упростить, если применить приближенные методы определения проводимости, разработанные, например, в гл. 1.

Перейдем к выводу основной формулы для определения индуктивности указанным способом.

Пусть имеется некоторая катушка с сердечником. Расположим катушку так, чтобы ее ось совпадала с направлением x . Пусть задан также закон распределения м. д. с. в функции координаты x , т. е. $F(x)$. Исходя из распределения м. д. с. и геометрии системы и используя какой-либо метод определения проводимости, можно найти закон распределения проводимости $G(x)$. Если катушка имеет длину l и общее число витков $\omega(x)$, то число витков, приходящееся на единицу длины катушки, будет равно:

$$\omega_0(x) = \frac{\omega(x)}{l}.$$

Тогда элементарный поток, проходящий через поверхность катушки с высотой dx , определится как:

$$d\Phi = F(x) \frac{\partial G}{\partial x} dx p,$$

где p — периметр сечения катушки при данном x .

Если начало координат поместить в плоскости симметрии катушки (относительно координаты x), то

величина потокосцепления выразится следующей общей формулой:

$$\Psi = \int_0^{l/2} w_0(x) \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx = \int_0^{l/2} w_0(x) F(x) \frac{\partial G}{\partial x} p dx + \Psi_0,$$

где Ψ_0 — величина потокосцепления, обусловленная долей магнитного потока, сцепленного со всеми витками катушки;

$$\Psi_0 = 2\Phi_0 w(l/2).$$

Индуктивность катушки будет равна:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{1}{I} \left[\int_0^{l/2} w_0(x) F(x) \frac{\partial G}{\partial x} p dx + \Psi_0 \right]. \quad (7)$$

С помощью выражения (7) можно получить приближенные формулы для вычисления индуктивности целого ряда типов катушек. В следующих параграфах этой главы выражение (7) используется для определения индуктивности конкретных конструкций катушек. Описаны там и другие способы определения индуктивности катушек.

§ 6. Индуктивность катушек, выполненных ленточным проводом

Во многих технических устройствах используются катушки индуктивности, выполненные ленточным проводником. Применение ленты вызывается необходимостью пропустить через катушку большой ток. Поэтому получение расчетных формул для определения индуктивности таких катушек является практически важной задачей.

Найти соответствующие выражения не представляет особого труда, если воспользоваться методом массивного витка [Л. 15].

Пусть две катушки одинаковы по форме и размерам, но у одной обмотка выполнена круглым проводом, а у другой — лентой (рис. 7). Примем, что коэффициент заполнения обеих катушек равен единице, ибо только при этом условии можно провести указанное сравнение.

Далее предположим, что плотность тока для рассматриваемых катушек одинакова, что позволит написать:

$$L_1 = \frac{\Psi}{i_1} = \frac{1}{i_1^2} \int \Phi di;$$

$$L_2 = \frac{\Psi}{i_2} = \frac{1}{i_2^2} \int \Phi di$$

(индекс «1» относится к катушке, намотанной проводом, а «2» — к катушке, намотанной лентой).

Поскольку картина поля у обеих катушек будет одинаковой, то и поток, создаваемый рассматриваемыми катушками, будет иметь одну и ту же величину. Однако потокоцепления будут различными. Действительно, будет иметь место следующее соотношение для токов:

$$i_2 = m i_1,$$

где m — число витков в слое.

Тогда

$$L_2 = \frac{1}{m^2 i_1^2} \int \Phi di = \frac{L_1}{m^2}.$$

Но так как

$$L_1 = \omega^2 f(x_1; x_2; \dots)$$

(где $\omega = nm$ — число витков катушки, выполненной проводом; $f(x_1; x_2; \dots)$ — некоторая функция геометрических параметров катушки; n — число слоев), то

$$L_2 = n^2 f(x_1; x_2; \dots).$$

Следовательно, для определения индуктивности катушки, выполненной из ленты, достаточно знать формулу, определяющую индуктивность катушки, намотанной проводом. При этом под числом витков следует понимать число слоев ленточной катушки.

У реальных катушек коэффициент заполнения меньше единицы, поэтому для точных расчетов нужна поправка на изменение индуктивности. Способ вычисления этой поправки достаточно подробно описан в работе [Л. 15] и здесь не рассматривается. Процесс вычисления индуктивности ленточных катушек проиллюстрируем на примере спиральной катушки.

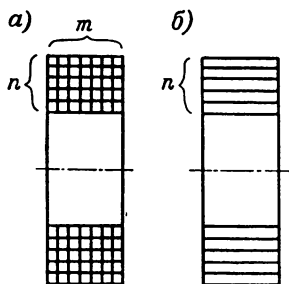


Рис. 7. Катушки, выполненные проводом (а) и лентой (б).

Пример 2. Требуется определить индуктивность спиральной катушки, выполненной из ленты и имеющей следующие геометрические параметры: ширина ленты $b=2$ см; средний диаметр спирали $d=10$ см; число витков спирали $n=25$; толщина намотки $a=2$ см. Индуктивность катушки квадратного сечения будет равна [Л. 15]:

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} \omega^2 dT,$$

где T — величина, зависящая от отношения a/d ; b/d .

Подставив в приведенную формулу заданные величины и вместо ω число слоев n , получим:

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} n^2 dT = 72 \cdot 10^{-6} \text{ гн.}$$

Проверим полученный результат, сравнив его с вычисленным по формуле, приведенной в работе [Л. 6]:

$$L = 4\pi n^2 \frac{d}{2} \left[2,3 \left(1 + \frac{b^2}{8d^2} + \frac{a^2}{24d^2} \right) \lg \frac{4d}{c} - Y_1 + \frac{b^2}{4d^2} Y_2 \right] \cdot 10^{-3} [\text{гн}]$$

где $c = \sqrt{b^2 + a^2}$; Y_1, Y_2 — коэффициенты, зависящие от отношения b/a (или a/b). Для рассматриваемого случая эти коэффициенты соответственно будут равны: $Y_1=0,848$; $Y_2=0,816$.

Подставив численные значения в приведенную формулу, получим:

$$L = 0,0704 \text{ мгн.}$$

Расхождение результатов, как нетрудно увидеть, составляет всего 2,2%.

§ 7. Индуктивность катушек с цилиндрическими прямыми сердечниками

Определение индуктивности катушки с сердечником длина которого соизмерима с длиной катушки, представляет собой практически неразрешимую задачу, но и как и многие другие сложные задачи прикладной электротехники, можно решить, прибегнув к заранее обусловленным упрощениям.

Пусть имеется бесконечно длинный ферромагнитный стержень ($\mu \gg \mu_0$) круглого сечения радиуса R , на котором находится обмотка длиной $2a$. Расположим цилиндрическую систему координат так, как показано на рис. 8, и примем, что:

а) магнитный потенциал изменяется по линейному закону в интервале $|z| \leq a$ и имеет постоянное значение в интервале $|z| \geq a$;

б) обмотка представляет собой токовый слой;

в) если толщина намотки катушки соизмерима с радиусом стержня, то расчет ведется для фиктивной системы, с радиусом, равным среднему радиусу катушки (все остальные ее размеры остаются неизменными).

Допущение «а» позволяет сформулировать граничные условия для осевой составляющей магнитной индукции, выразив их следующим образом:

$$|z| \leq a;$$

$$B_z = \frac{I\omega}{2a} \mu_0 = \text{const};$$

$$|z| \geq a; \quad B_z = 0;$$

$$r = \sqrt{z^2 + \rho^2} \rightarrow \infty;$$

$$B_z \rightarrow 0,$$

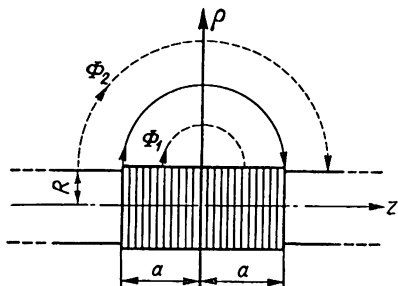


Рис. 8. Катушка на цилиндрическом стержне.

где I — ток, протекающий по обмотке; ω — число витков обмотки.

В силу того, что осевая составляющая индукция B_z удовлетворяет уравнению Лапласа в цилиндрических координатах, можно воспользоваться для ее определения приближенным решением, полученным в работе [Л. 12] для задачи с аналогичными граничными условиями:

$$B_z \approx \mu_0 \frac{I\omega}{2a\pi} \sqrt{\frac{R}{r}} \left(\arctg \frac{a+z}{r-R} + \arctg \frac{a-z}{r-R} \right).$$

Подставив это выражение в уравнение

$$\text{rot } B = 0,$$

найдем после несложных математических действий величину радиальной составляющей индукции на поверхности стержня (т. е. при $r=R$):

$$B_r|_{r=R} = \int \frac{\partial B_z}{\partial r} dz|_{r=R} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I \omega}{2a\pi} \left(\frac{\pi z}{2R} + \ln \frac{a+z}{a-z} \right); & |z| \leq a; \\ \frac{\mu_0 I \omega}{2a\pi} \left(\frac{\pi a}{2R} + \ln \frac{z+a}{z-a} \right); & |z| \geq a. \end{cases}$$

Тогда величины потокосцеплений на участках $|z| \leq a$ и $|z| \geq a$ соответственно будут равны:

$$\Psi_1 = I\omega^2\mu_0 R \left(\frac{\pi a}{6R} + 1 \right);$$

$$\Psi_2 = I\omega^2 R \mu_0 \left(\frac{\pi(z-a)}{2R} + \ln \frac{z^2 - a^2}{4a^2} + \frac{z}{a} \ln \frac{z+a}{z-a} \right).$$

Полученные формулы могут быть использованы для расчета индуктивностей катушек, находящихся на достаточно протяженных сердечниках, т. е. таких, длина которых во всяком случае значительно превышает длину катушки. Заметим, что этот результат можно уточнить, учтя дополнительное потокосцепление, создаваемое потоком, идущим через торцовые поверхности сердечника. Указанное потокосцепление имеет величину:

$$\Psi_3 = \frac{I\omega^2}{2} G_T = I\omega^2\mu_0 R,$$

где G_T — торцовая проводимость сердечника, равная $\mu_0 2R$.

Тогда индуктивность обмотки, находящейся на сердечнике, длина которого значительно превышает длину обмотки, будет равна:

$$L = \omega^2\mu_0 R \left(\frac{\pi(3z-2a)}{6R} + 1 + \ln \frac{z^2 - a^2}{4a^2} + \frac{z}{a} \ln \frac{z+a}{z-a} \right).$$

Как показывают экспериментальные исследования, полученная формула позволяет определять индуктивность рассматриваемого типа катушек с погрешностью, не превышающей 8% при условии, что $Z \geq 2a$.

Для определения индуктивности катушек с короткими сердечниками (т. е. при $a \leq z \leq 2a$) можно использовать полуэмпирическую формулу, полученную автором совместно с И. Л. Гликманом:

$$L = 1,1 \cdot 10^{-5} \omega^2 D \left[1 + \sqrt{\frac{D}{l}} + 2 \ln \left(1 + \frac{2D}{l} \right) \right] [\text{мГн}],$$

где D — средний диаметр обмотки, см; l — длина намотки, см.

§ 8. Индуктивность некоторых других типов катушек

В современной радиотехнике в качестве индуктивных элементов используются катушки самых различных типов. Некоторые из них нами были уже рассмотрены в предыдущих параграфах настоящей главы. В данном параграфе мы остановимся на определении индуктивности катушек, конструкция которых схематически представлена на рис. 9.

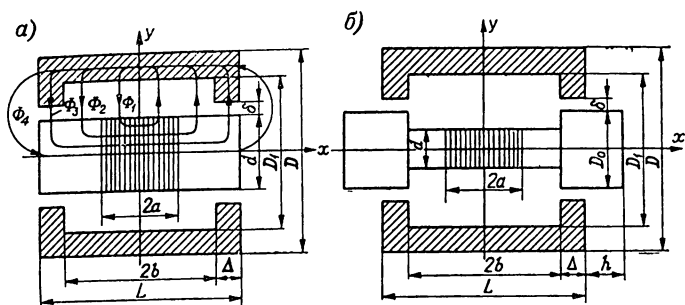


Рис. 9. Катушки с замкнутым цилиндрическим сердечником:
а — тип 1; б — тип 2.

Определим индуктивность системы на рис. 9,а. Для этого идеализируем ход силовых линий так, как показано на рисунке. В результате чего общий поток, создаваемый всей системой, разделится на четыре частичных потока Φ_1 — Φ_4 . При этом поток Φ_1 сцеплен с переменным числом витков катушки, а остальные потоки сцеплены со всеми витками.

Величины потокоцеплений для каждой из выделенных областей определяем методом, изложенным в § 5, причем считаем, что магнитная проницаемость стержня и стакана значительно превышает магнитную проницаемость воздуха. Получаем

$$\Psi_1 = \omega^2 I \mu_0 \pi a \left(6 \ln \frac{R_1}{r} \right)^{-1};$$

$$\Psi_2 = \omega^2 I \pi \mu_0 (b - a) \left(\ln \frac{R_1}{r} \right)^{-1};$$

$$\Psi_3 = \omega^2 I \pi \mu_0 r \frac{\Delta}{\delta};$$

$$\Psi_4 = \omega^2 I (d + \delta) \mu_0 \frac{1}{2} \ln \frac{4(d + \delta)}{\delta}.$$

Тогда

$$L = \omega^2 \pi \mu_0 \left[\frac{6b - 5a}{6 \ln \frac{R_1}{r}} + \frac{d\Delta}{2\delta} + \frac{d + \delta}{2\pi} \ln \frac{4(d + \delta)}{\delta} \right].$$

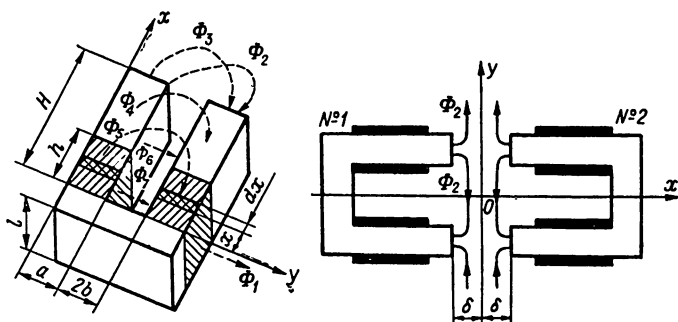


Рис. 10. Катушки, выполненные на одном (а) и на двух (б) П-образных сердечниках.

Из анализа полученной формулы следует, что для получения большей индуктивности длина намотки ($2a$) должна быть минимальной.

Совершенно аналогичным путем можно вывести формулу, например, для определения индуктивности системы, показанной на рис. 9, б:

$$L = \omega^2 \pi \mu_0 \left(\frac{6b - 5a}{6 \ln \frac{D_1}{d}} + \frac{D_0 \Delta}{2\delta} + \frac{D_0}{\pi} \ln \frac{4h}{\delta} \right)$$

и для целого ряда других случаев.

К наиболее часто применяемым конструкциям можно отнести катушки индуктивности, выполненные на П-образных сердечниках (рис. 10), индуктивность которых поддается вычислению по формулам:

а) для рис. 10, а

$$L = \omega^2 \mu_0 \left[\frac{K'}{K} \left(H - \frac{2h}{3} + \frac{l}{2} \right) + \frac{a}{60} \left(\frac{2(a+b)}{b} + 41 \right) \right];$$

б) для рис. 10, б

$$L = \omega^2 \mu_0 \left[\left(\frac{K'}{K} + \frac{l}{2b} \right) \left(H - \frac{2}{3} h \right) + \frac{a\tau}{60} \left(\frac{2(a+b)}{b} + 41 \right) + \frac{\tau K'}{K} + \frac{ld}{2\delta} \right]$$

при

$$\delta \ll l; \quad \delta \ll a; \quad (H-h) \geq b.$$

К катушке, занимающей часть тороидального сердечника (рис. 11), применима формула:

$$L = \omega^2 \left[\frac{\mu S}{l_{\text{ср}}} + \mu_0 p_{\text{ср}} \left(\frac{(\pi - \beta)^2 (2\pi - \beta + \sin \beta)}{8(1 + \cos \beta)^2} + \frac{4,1 \cdot 10^{-2}}{\beta^2} (1 - \cos 2\beta) \right) \right], \quad \beta = \pi - \alpha,$$

где K и K' — полные эллиптические интегралы 1-го рода с модулями, равными

$$k = \frac{b}{a+b};$$

$$k' = \sqrt{1 + k^2};$$

$$\tau = \frac{\delta K}{(2b + \pi \delta) K'};$$

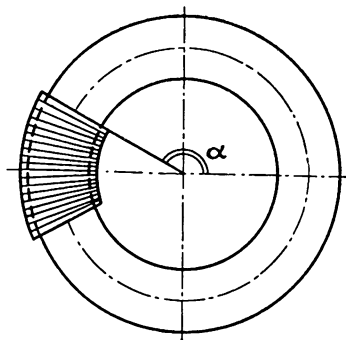


Рис. 11. Катушка, занимающая часть тороидального сердечника.

S — сечение магнитопровода; $p_{\text{ср}}$ — периметр среднего витка; $l_{\text{ср}}$ — длина средней линии магнитопровода, смысл остальных геометрических параметров ясен из рисунков.

Как показала экспериментальная проверка, погрешность в вычислении индуктивности по этим формулам не превышает 10%.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КАТУШЕК ИНДУКТИВНОСТИ

§ 9. Основные задачи

Вычисление величины индуктивности далеко не исчерпывает круг задач, связанных с проектированием катушек индуктивности и дросселей. В настоящей главе рассмотрен ряд других важных вопросов из той же области, которые, к слову сказать, являются определяющими и для проектирования других типов электроэлементов (например, трансформаторов). К числу таких вопросов следует отнести вычисление: а) эквивалентного зазора; б) активного сопротивления обмотки на повышенной частоте; в) сопротивления диэлектрических потерь; г) добротности.

Большое значение для проектирования катушек индуктивности имеет определение их теплового режима. Вопрос этот не менее важен и для трансформаторов, причем его постановка в принципе одинакова в обоих случаях. В связи с этим в настоящей книге расчету тепловых режимов электроэлементов посвящена отдельная глава (гл. 5). Что же касается определения собственной емкости обмотки, то этот вопрос, ввиду существенного различия в объемах соответствующих вычислений, излагается для каждого из типов электромагнитных систем особо.

§ 10. Эквивалентный зазор

Магнитопроводы, применяемые для трансформаторов и дросселей, изготавливаются как с воздушным зазором, так и без него. Воздушный зазор либо создается специально, чтобы получить нужную величину магнитного сопротивления магнитопровода, либо является вынужденным следствием той или иной технологии производства сердечников.

Обычно проводимость воздушного зазора определяется по формуле:

$$G_0 = \mu_0 \frac{S}{\delta} . \quad (8)$$

Эта формула справедлива для случая, когда поле в зазоре близко к однородному; следовательно, ее можно использовать для расчета систем, у которых величина потоков рассеяния пренебрежимо мала по сравнению с рабочим потоком. Иными словами, формулой (8) можно пользоваться для расчета таких систем, у которых воздушный зазор значительно меньше любой из сторон поперечного сечения магнитопровода. При значительных же величинах воздушного зазора магнитное сопротивление основного потока становится соизмеримым с сопротивлением, преодолеваемым потоком рассеяния, идущим с боковых граней магнитопровода. В этом случае формула (8) приводит к значительной погрешности. Но сама форма записи выражения для магнитной проводимости в виде формулы (8) весьма удобна для практических расчетов, если под δ понимать величину некоторого эквивалентного зазора $\delta_э$.

Для рассматриваемых электромагнитных систем основной характерной формой полюсных концов являются две прямоугольные призмы, расположенные друг против друга. Используя формулы для вычисления магнитной проводимости, приведенные в § 4, получим следующее выражение для $\delta_э$:

$$\delta_э = \delta \frac{1}{1 + \frac{h\delta}{60a^2} \left(\frac{h}{\delta} + 41 \right) + \frac{3\delta}{a} \lg \frac{4h}{\delta}}, \quad (9)$$

где h — высота окна магнитопровода; $a = \frac{a_1 + a_2}{2}$ — средний размер стороны сечения магнитопровода; a_1 и a_2 — величины сторон сечения магнитопровода.

Формулу (9) можно с вполне приемлемой для практических расчетов точностью (ошибки не превышают $\pm 7\%$) применять к системам, геометрические размеры которых лежат в пределах:

$$\begin{aligned} a_1 &\leq 2a_2; \\ \delta &\leq 0,4a_1. \end{aligned}$$

Для более точных расчетов систем с указанной геометрией, но с параметрами, отличными от последних, следует пользоваться формулами § 4. Это же относится к системам, имеющим более сложную конфигурацию

полюсов. Таким образом, в общем случае выражение, определяющее величину эквивалентного зазора, может быть представлено в виде:

$$\delta_3 = \frac{\mu_0 S}{G},$$

где G — магнитная проводимость реальной системы, найденная по формулам § 4; S — поперечное сечение магнитопровода.

§ 11. Активное сопротивление обмотки на повышенной частоте

Прохождение тока повышенной частоты по обмотке вызывает рост ее активного сопротивления. Это явление объясняется вытеснением тока в периферийные области сечения проводника, из которого выполнена обмотка. В спиральной многослойной катушке увеличение плотности тока в определенных частях проводника происходит под влиянием поверхностного эффекта и эффекта близости.¹ В ультразвуковом диапазоне частот увеличение активного сопротивления называется в большинстве случаев эффектом близости.

При проектировании электромагнитных систем, используемых для работы в диапазоне повышенных частот, учет указанных выше явлений представляет собой актуальную и важную задачу. Действительно, в определенных условиях (т. е. при повышенной частоте, особой геометрии катушки и провода) активное сопротивление обмотки может возрасти настолько, что это обстоятельство окажет весьма существенное влияние на величину потерь, добротность и тепловой режим данного элемента. Поэтому совершенно не случайно, что решению этого вопроса уделялось и уделяется в настоящее время большое внимание [Л. 16, 34 и др.].

Определение активного сопротивления катушек, работающих на повышенной частоте, вполне закономерно связано с большими математическими трудностями, вытекающими из сложности электромагнитных процессов, происходящих в обмотке. Соответствующими исследова-

¹ Сущность указанных явлений достаточно подробно изложена в курсах теории электромагнитного поля и поэтому нами не рассматривается.

ниями установлено [Л. 34], что величина сопротивления обмотки является сложной функцией частоты и геометрических параметров системы. Необходимо отметить, что как теоретические, так и практические работы, проведенные в этом направлении, касались лишь некоторых частных случаев конструкций катушек. Исследованы в основном воздушные цилиндрические катушки, имеющие рядовую обмотку. На практике же встречаются и другие более сложные системы, например, катушки: а) для силовых цепей, выполненные несколькими проводниками, включенными параллельно; б) из ленточных проводников; в) с магнитопроводами.

При решении перечисленных задач, очевидно, целесообразно исходить из уже готовых решений, полученных для воздушных катушек с рядовой намоткой [Л. 5, 34]. Основные соображения, на основе которых возможен такой переход, сводятся к следующему.

Пусть даны две катушки с одинаковой геометрией, но с обмотками, выполненными двумя разными способами. Допустим, например, что одна из катушек имеет обычную рядовую намотку с числом витков n в каждом из m слоев, а другая выполнена k параллельными проводниками, уложенными также в m слоев по n/k витков в каждом слое (один виток состоит из k проводников). Совершенно очевидно, что конфигурации магнитных полей, создаваемых рассматриваемыми катушками, будут совершенно одинаковыми, а следовательно, и одинаковыми будут явления, происходящие в отдельном проводнике. Различие будет заключаться только в способах, которыми отдельные витки соединены между собой. Так, в первом случае все витки соединены последовательно, во втором же — последовательно-параллельно.

Теперь если пренебречь краевым эффектом в системе, то можно считать, что витки, лежащие в одном слое, имеют одинаковое сопротивление, так как они находятся в одинаковых условиях. Тогда сопротивление первой катушки будет определяться выражением [Л. 30]:

$$R_1 = n \sum_{i=1}^m R_{0i} = R_0' \vartheta,$$

где ϑ — степень увеличения сопротивления катушки; R_1 — активное сопротивление всей катушки, равное $R_0' \vartheta$; n — число витков в слое; R_{0i} — сопротивление одного

витка i -го слоя (с учетом рассматриваемых эффектов); m — число слоев; R'_0 — сопротивление катушки для постоянного тока.

Вторая катушка будет представлять собой k параллельных цепочек, каждая из которых содержит последовательное соединение n/k витков с общим сопротивлением, равным:

$$R_k = \frac{n}{k} R_{01} + \frac{n}{k} R_{02} + \dots + \frac{n}{k} R_{0m} = \frac{n}{k} \sum_{i=1}^m R_{0i},$$

и тогда общее сопротивление всей катушки будет равно:

$$R_2 = \frac{1}{k} \left(\frac{n}{k} \sum_{i=1}^m R_{0i} \right) = \frac{n}{k^2} \sum_{i=1}^m R_{0i}.$$

Учитывая, что сопротивление для постоянного тока второй катушки в k^2 раз меньше сопротивления первой катушки, а также то, что

$$n \sum_{i=1}^m R_{0i} = R_1 = R'_0 \quad \text{и} \quad R''_0 = \frac{R'_0}{k^2},$$

окончательно получаем $R_2 = R''_0$.

Отсюда видно, что степень увеличения сопротивления катушки на повышенной частоте с учетом влияния указанных эффектов для случая намотки параллельными проводами будет такой же, как для аналогичной катушки с рядовой намоткой.

На основании тех же соображений можно установить, насколько изменится сопротивление катушек из ленточного проводника на повышенной частоте. Каждый виток обмотки в этом случае можно рассматривать как параллельное соединение определенного числа проводников квадратного сечения, т. е. свести задачу к предыдущей. Тогда, если ширина ленты b и толщина d , то можно рассмотреть обмотку, имеющую m слоев (m — число витков ленты) с числом b/d запараллельных витков в слое. В соответствии с ранее сказанным степень увеличения сопротивления Φ для реальной катушки из ленточного проводника будет такой же, как для катушки, имеющей ту же геометрию, но выполненной обычной рядовой намоткой в m слоев с числом витков b/d в слое.

Аналогичным путем можно оценить влияние магнитопровода на увеличение сопротивления катушки по сравнению с такой же катушкой, но без магнитопровода.

Влияние сердечника на величину активного сопротивления обмотки совершенно очевидно и качественно легко объясняется усилением поля в месте расположения обмотки. Этот эффект может быть учтен на основании метода зеркальных изображений. В соответствии с этим методом катушка, находящаяся на сердечнике, заменяется системой, состоящей из заданной катушки и ее зеркального изображения в сердечнике. При этом полученная указанным образом система находится в среде с магнитной проницаемостью μ_0 (воздух).

Для получения основных соотношений будем считать, что а) магнитная проводимость сердечника равна ∞ ; б) сердечник имеет форму бесконечного цилиндра; в) катушка вплотную примыкает к сердечнику.

Пусть исходная система, представленная на рис. 12, имеет следующие данные: w — общее число витков; n — число витков в слое; t — число слоев; D — внешний диаметр катушки; h — толщина намотки; l — высота намотки.

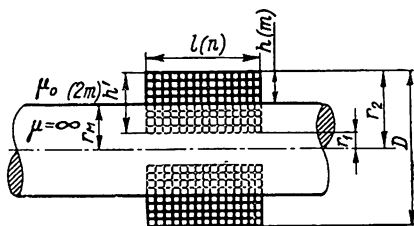


Рис. 12. К расчету активного сопротивления катушки на магнитопроводе.

Если отразить заданную катушку в сердечнике, то в соответствии с методом зеркальных изображений получим некую расчетную модель, представляющую собой воздушную катушку со следующими основными параметрами: $2w$ — общее число витков; n — число витков в слое; $2t$ — число слоев; D — внешний диаметр; h' — толщина намотки, равная $2Dh/(D+h)$; l — высота намотки.

Теперь, пользуясь тем же методом, найдем сопротивление обмотки полученной расчетной модели R' . Совершенно очевидно, что величина активного сопротивления реальной катушки будет определяться разностью между полным сопротивлением R' и той же его долей R'' , которая соответствует части расчетной модели обмотки, получившейся в результате отражения, т. е.:

$$R = R' - R'' = R'_0 \vartheta' - R''_0 \vartheta'',$$

где R'_0 и R''_0 — сопротивления постоянному току расчетной модели катушки и ее части, полученной отражением в сердечнике; ϑ' и ϑ'' — величины, характеризующие степень увеличения сопротивления не повышенной частоте для этих систем.

Величины сопротивлений R' и R'' можно оценить, если предположить, например, что в обмотке поле направлено вдоль ее образующей и изменяется по линейному закону в радиальном направлении. Указанное предположение достаточно хорошо оправдало себя при практических расчетах индуктивности рассеяния [Л. 19, 24].

Тогда, в силу сказанного, напряженность магнитного поля между слоями проводов будет принимать значения:

$$H_k = \frac{I}{2a} (k - 1),$$

где I — ток, протекающий по обмотке; $2a$ — толщина провода (считается, что он имеет квадратное сечение); k — номер слоя (отсчет ведется от внешнего слоя).

Если в первом приближении пренебречь кривизной обмотки (чтобы получить качественную зависимость сопротивления витка от номера слоя k), то после подстановки выражения для H_k в уравнения

$$\operatorname{rot} H = \delta; \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

и решения их для плоского случая получим после соответствующих преобразований:

$$R_k \approx R_{0k} (2k - 1) p \cdot 2a; \quad pa \gg 1,$$

где R_k — добавочное сопротивление витка, обусловленное прохождением переменного тока; R_{0k} — сопротивление витка для постоянного тока; $p = \sqrt{2\pi f \gamma \mu}$.

Тогда полное сопротивление витка k -го слоя определится как:

$$R_{k\pi} = R_{0k} + R_k \approx R_{0k} [1 + (2k - 1) 2ap].$$

Сопротивление всей катушки (для расчетной модели) будет:

$$R' = nR_{0k} \left[1 + 2ap \sum_{k=1}^{2m} (2k - 1) \right] = nR_{0k} (1 + \vartheta_{сд}),$$

где $\vartheta_{\text{ср}}$ — степень увеличения сопротивления для среднего витка.

Величину сопротивления среднего витка можно найти по формуле:

$$R'_{\text{ср}} = \frac{R'}{2mn} = \frac{R'_0 \vartheta'}{2mn}.$$

Искомое сопротивление реальной обмотки будет иметь величину порядка:

$$R = R'_{\text{ср}} mn = \frac{R'_0}{2} \vartheta'. \quad (10)$$

Таким образом, произведенный анализ позволил свети расчет активного сопротивления намоток специального типа на повышенной частоте к известному случаю определения сопротивления воздушной катушки, имеющей обычную рядовую намотку [Л. 34]:

а) для одножильного провода

$$R' = R_0 \left[(1 + A) + \left(\frac{k\omega d}{2D} \right)^2 X \right] = R_0 \vartheta; \quad (11)$$

б) для литцендрата

$$R' = R_0 \left\{ (1 + A) + \left[\frac{c}{d_0^2} + \left(\frac{k\omega}{2D} \right)^2 \right] N^2 d^2 X \right\} = R_0 \vartheta, \quad (11a)$$

где R' — сопротивление катушки току высокой частоты; R_0 — сопротивление провода постоянному току; k — коэффициент, учитывающий влияние геометрии катушки на эффект близости; $(1 + A)$ — коэффициент, учитывающий увеличение сопротивления за счет поверхностного эффекта; X — коэффициент, учитывающий влияние частоты и диаметра провода на эффект близости; D — наружный диаметр катушки, см; d — диаметр голого провода или диаметр отдельной жилы литцендрата, см; ω — число витков; N — число жил литцендрата; d_0 — полный наружный диаметр литцендрата (без наружной изоляции), см; c — коэффициент, зависящий от числа жил.

Значения коэффициентов приведены в табл. 2-4.

Теперь можно показать, что замена одного провода несколькими проводами, включенными параллельно (при условии, что суммарное их сечение равно сечению

Таблица 2

Значения коэффициента c

N	1	3	7	9	15	19	27	>27
c	0	1,55	1,82	1,84	1,88	1,90	1,92	2,0

Таблица 3

Значения коэффициентов X и $(1 + A)$

z	$(1 + A)$	X	z	$(1 + A)$	X
0,1	1	$15 \cdot 10^{-7}$	8	3,09	1,29
0,3	1	$1 \cdot 10^{-4}$	10	3,8	1,64
0,5	1	$1 \cdot 10^{-3}$	15	5,56	2,53
0,8	1	$6,3 \cdot 10^{-3}$	20	7,33	3,41
1	1,01	$15,2 \cdot 10^{-3}$	25	9,09	4,29
1,5	1,03	$69,4 \cdot 10^{-3}$	30	10,9	5,18
2	1,08	$173 \cdot 10^{-3}$	50	17,9	8,71
2,5	1,18	$295 \cdot 10^{-3}$	70	25	12,3
3	1,22	$405 \cdot 10^{-3}$	100	35,6	17,6
3,5	1,49	$499 \cdot 10^{-3}$			
4	1,68	$584 \cdot 10^{-3}$			
5	2,04	$755 \cdot 10^{-3}$			

Примечание. Здесь $z = \frac{d\sqrt{f}}{3}$, причем d [мм], f [кГц].

исходного провода), дает существенный выигрыш, уменьшая сопротивление на повышенной частоте. В самом деле, пусть имеются две катушки с одинаковыми основными геометрическими параметрами D , l и h . Одна из них выполнена проводом с диаметром d_1 и имеет w витков. Другая с тем же числом витков w выполнена n проводниками диаметром d_2 , включенными параллельно. При этом соблюдается условие:

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = S_2 = \frac{\pi d_2^2 n}{4} \left(\text{или } d_2 = d_1 \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

Значения коэффициента k

Параметр		При отношении l/D				
		0,125	0,25	0,375	0,5	1,0
m	1	30	15,6	10,6	8,2	5,0
	2	39,2	20,0	13,6	10,4	5,4
	3	40,6	20,6	14,0	10,6	5,8
	> 3	41,6	21,2	14,4	11,0	6,0
h/D	0	41,0	21	14	11	7
	0,1	23	15	12	10	6
	0,2	16	12	10	8	5,4
	0,3	14	11	9	7	4,8
	0,4	12	9	8	6,8	4,4
	0,5	10	8	7	6,0	4,2

Примечание. Здесь l — высота намотки; h — толщина намотки.

Определим степень увеличения сопротивления на повышенной частоте ϑ в обоих случаях. Заметим, что коэффициент k , входящий в формулу (11), будет иметь одно и то же значение для обеих катушек, так как он является функцией одинаковых по условию параметров l , h и D . Учтем далее, что при $z \ll 1$ коэффициент $(1 + A) \approx 1$, а коэффициент $X \simeq \frac{z^4}{64}$. Тогда получим:

$$\begin{aligned}\vartheta_1 &= 1 + \left(\frac{k\omega d_1}{2D} \right)^2 X_1 = 1 + \left(\frac{k\omega d_1}{2D} \right)^2 \cdot \frac{f^2 d_1^4}{64 \cdot 81}; \\ \vartheta_2 &= 1 + \left(\frac{k\omega n d_2}{2D} \right)^2 X_2 = 1 + \left(\frac{k\omega n d_1}{2D \sqrt{n}} \right)^2 \cdot \frac{f^2 d_1^4}{64 \cdot 81 \cdot n^2} = \\ &= 1 + \left(\frac{k\omega d_1}{2D} \right)^2 \cdot \frac{f^2 d_1^4}{64 \cdot 81 \cdot n}.\end{aligned}$$

Заметим, что при больших величинах z все дальнейшие выводы сохраняются, как это подтверждают численные расчеты.

Из сравнения полученных результатов следует, что $\vartheta_1 > \vartheta_2$. Однако при выполнении катушек параллельно

соединенными проводами следует учитывать возможность появления уравнивающих токов, которые приводят к дополнительным потерям [Л. 4].

Неправильная укладка параллельных ветвей может привести к тому, что поле рассеяния обмотки будет индуцировать в них паразитные э. д. с., вызывающие неравномерное распределение тока по отдельным ветвям. Поэтому в указанном случае целесообразно параллельно соединенные ветви укладывать в одном слое.

Пример 3. Определить степень увеличения активного сопротивления катушки индуктивности, выполненной лентой, на частоте $f = 5$ кгц. Основные параметры катушки: ширина ленты $b = 2$ см; внешний диаметр $D = 6$ см; толщина ленты $d = 0,01$ см; глубина намотки $h = 1$ см; число витков $\omega = 40$.

Степень увеличения сопротивления данной катушки Φ , как было указано выше, будет такой же, как у катушки с рядовой намоткой, но имеющей следующие данные: длина намотки $l = b = 2$ см; внешний диаметр $D = 6$ см; число витков $\omega_1 = \omega \cdot b/d$; глубина намотки $h = 1$ см; диаметр провода $d = 0,01$ см. Для данной расчетной модели при $l/D = 0,33$; $h/D = 0,167$; $z = 0,1 \cdot \sqrt{5/3} = 0,075$ коэффициенты по табл. 3 и 4 будут равны: $k = 13$; $X = 15 \cdot 10^{-7}$; $(1+A) = 1$.

По формуле (11) определяем, что

$$\Phi = (1 + A) + \left(\frac{k\omega_1 d}{2D} \right)^2 X = (1 + A) + \left(\frac{k\omega b}{2D} \right)^2 X = 1,01.$$

Практически увеличения сопротивления не происходит.

При наличии магнитопровода будем иметь следующую расчетную модель: длина намотки $l = b = 2$ см; внешний диаметр $D = 6$ см; число витков $\omega_2 = 2\omega_1 = 2\omega \cdot b/d$; глубина намотки $h' = 1,7$ см.

Вычисляем значения коэффициентов для $l/d = 0,33$; $h'/D = 0,28$ и $z = 0,075$; $k = 10$; $(1+A) = 1$; $X = 15 \cdot 10^{-7}$, тогда

$$\Phi' = (1 + A) + \left(\frac{k\omega_2 d}{2D} \right)^2 X = (1 + A) + \left(\frac{k\omega b}{D} \right)^2 X = 1,02.$$

Из приведенного расчета видно, что наличие сердечника, вообще говоря, оказывает влияние на величину Φ , но в данном конкретном случае оно пренебрежимо мало.

§ 12. Добротность катушек

Проектирование катушек индуктивности в большинстве случаев связано со стремлением получить не только заданную величину индуктивности, но и заданную величину добротности. Последняя в сильной степени зависит от многих факторов, в частности, от таких, как увеличе-

ние активного сопротивления обмотки с повышением частоты; свойства магнитопровода; технология изготовления, связанная с герметизацией и изоляцией катушек (т. е. с пропиткой и заливкой), и т. д. Первый вопрос нами уже был рассмотрен в § 11. Теперь затронем вопрос о том, как на добротность влияют свойства магнитопровода и изолирующих материалов. Это влияние связано с наличием дополнительных потерь в сердечнике и диэлектрике, заполняющем межвитковые промежутки обмотки.

Чтобы исследовать количественную сторону проблемы, будем исходить из эквивалентной схемы катушки, представленной на рис. 13, для которой приняты следующие обозначения: R , L и C — сопротивление, индуктивность и собственная емкость катушки соответственно;

$$r = \frac{R_c \cdot R_d}{R_c + R_d};$$

R_c ; R_d — сопротивления потерь в сердечнике и в диэлектрике.

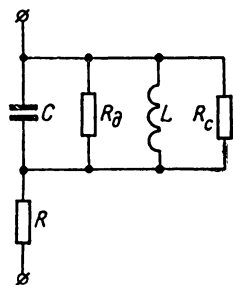


Рис. 13. Эквивалентная схема катушки с потерями.

Добротность катушки представляет собой отношение реактивной составляющей полного сопротивления к активной его части:

$$Q = \frac{\omega L}{R} \left[(1 - \omega^2 LC) + \frac{\omega^2 L^2}{r (1 - \omega^2 LC)} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) \right]^{-1}. \quad (12)$$

Совершенно очевидно, что при проектировании катушек индуктивности (особенно работающих в некоторой полосе частот) всегда следует стремиться к тому, чтобы рабочая частота была значительно ниже резонансной, т. е. $\omega \ll \omega_0 = (LC)^{-1/2}$. В противном случае индуктивность катушки будет в значительной степени уменьшена против заданного значения компенсирующим влиянием собственной емкости. Кроме того, в силу тех же причин с изменением частоты индуктивность и добротность катушек будет сильно меняться.

Поэтому признаком правильного проектирования катушек индуктивности является выполнение условия:

$$\omega^2 LC \ll 1.$$

Принимая во внимание это условие, а также учитывая, что $1/r \ll 1/R$, приводим выражение (12) к виду:

$$Q = \frac{\omega L}{R} \left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{rR} \right)^{-1} = \frac{\omega L}{R} \left[1 + \left(\frac{\omega L}{R_c} + \frac{\omega L}{R_d} \right) \frac{\omega L}{R} \right]^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{Q_k} + \frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_d}}, \quad (13)$$

где $Q_k = \omega L/R$ — добротность катушки; $Q_m = R_c/\omega L$ — добротность материала магнитопровода; $Q_d = R_d/\omega L$ — добротность диэлектрика (изоляции).

Сопротивление потерь в магнитопроводе R_c вычисляют обычным способом по известным величинам мощности потерь P_c в материале и напряжения на зажимах катушки U :

$$R_c = \frac{U^2}{P_c}.$$

Что же касается определения R_d и мощности потерь в изоляции, то этот вопрос будет обсужден в § 13.

Из выражения (13) следует, что на общую добротность катушки может самым существенным образом влиять качество материала магнитопровода и изоляции. Поэтому к выбору этих материалов следует относиться с должным вниманием и осторожностью. С целью снижения потерь в диэлектрике необходимо применять материалы с возможно малыми ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ (тангенс угла диэлектрических потерь), учитывая при этом зависимость последних от частоты. В этом отношении целесообразно использовать нейтральные диэлектрики, которые имеют падающую характеристику для $\operatorname{tg} \delta = \varphi(f)$ и $\epsilon \approx \operatorname{const}$.

Как известно, добротность материала сердечников, выполненных из электротехнических сталей или пермаллоев, весьма низка. Чтобы улучшить добротность катушек индуктивности с магнитопроводом, последний делают с воздушным зазором или же используют для сердечников ферритовые и магнитодиэлектрические материалы. При этом, однако, следует помнить, что для катушек, работающих с постоянным полем подмагничивания (обусловленным постоянной составляющей тока), нецелесообразно применять магнитопроводы из феррита,

так как магнитная проницаемость последних сильно зависит от постоянного поля, падая с его увеличением.

Для сведения читателя приводим формулы, определяющие добротность и индуктивность катушек с магнитопроводом, имеющим воздушный зазор [Л. 37]:

$$Q' = \frac{Q'_m \cdot Q'_k}{Q'_m + Q'_k}; \quad L' = L \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l_c}},$$

где

$$Q'_m = Q_m \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l_c}\right); \quad Q'_k = Q_k \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l_c}\right)^{-1};$$

Q_m и Q_k — добротность материала и катушки (при отсутствии воздушного зазора); L — индуктивность обмотки при отсутствии воздушного зазора; δ — величина воздушного зазора; l_c — длина средней силовой линии сердечника.

В современных условиях особенно важное значение придают сокращению габаритов радиотехнической аппаратуры. Для этого имеются два пути: а) уменьшение габаритов отдельных элементов и б) максимальное уплотнение их компоновки. Последнее, как нетрудно видеть, сопряжено с потребностью в элементах, которые не влияли бы на работу соседних узлов. Вот почему при проектировании катушек индуктивности должно быть учтено требование об уменьшении величины полей рассеивания. А этому требованию в наибольшей степени отвечают, как известно, катушки индуктивности тороидальной конструкции. Поэтому представляется интересным рассмотреть вопрос об оптимальном соотношении размеров поперечного сечения тороидальных катушек с заданной величиной индуктивности L , которое обеспечивало бы получение максимальной величины добротности.

Решение задачи сводится к очевидному результату: поперечное сечение магнитопровода или каркаса (для воздушных катушек), на котором осуществляется намотка, должно быть квадратным (или круглым), так как только в этом случае периметр среднего витка, а следовательно, и сопротивление обмотки будут минимальными.

В практических условиях эта же задача может встретиться в более сложной постановке. Так, необходимость применить ту или иную компоновку элементов разрабатываемого устройства может диктовать выбор допустимых габаритов катушки индуктивности, т. е. ее высоты h и диаметра D (индуктивность L и частота ω заданы).

Тогда индуктивное сопротивление обмотки x_L , добротность обмотки, сердечника и всей катушки будут определяться выражениями:

$$x_L = \omega L = \frac{\mu \omega}{\pi D} \omega^2 S;$$

$$Q_k = \frac{x_L q}{2\rho \omega h \left(1 + \frac{S}{h^2}\right)}; \quad Q_m = \frac{U^2}{P_0 \pi D x_L S};$$

$$Q = \frac{1}{\frac{2\rho \omega h}{x_L q} \left(1 + \frac{S}{h^2}\right) + \frac{P_0 \pi D x_L S}{U^2}}, \quad (14)$$

где q — сечение провода (выбрано из условия допустимой плотности тока); ρ — удельное сопротивление материала провода; U — напряжение, питающее катушку (заданная величина); P_0 — удельные потери материала сердечника; μ — абсолютная магнитная проницаемость материала сердечника (материал выбирается, исходя из конкретных условий, заданных при проектировании).

Условие оптимума Q найдется как $\frac{\partial Q}{\partial S} = 0$, откуда

$$(\sqrt{S})^3 + F_1 (\sqrt{S})^2 - F_2 = 0, \quad (15)$$

где

$$F_1 = \frac{\rho}{qh} \sqrt{\frac{\pi D}{\mu x_L \omega}} \cdot \frac{U^2}{P_0 \pi D x_L}; \quad F_2 = \frac{\rho h}{q} \sqrt{\frac{\pi D}{\mu x_L \omega}} \cdot \frac{U^2}{P_0 \pi D x_L}.$$

Решая уравнение (15), находим:

$$S = \frac{F_1^2}{9} \left\{ 2 \operatorname{ch} \left[\frac{1}{3} \operatorname{Arch} \left(1 - \frac{F_2}{F_1^3} \cdot \frac{27}{2} \right) - 1 \right]^2 \right\}.$$

§ 13. Определение сопротивления потерь в диэлектрике

Обычно при определении сопротивления потерь в диэлектрике, заполняющем межвитковые промежутки обмотки, пользуются формулой, полученной для конденсатора в курсах теоретической электротехники и имеющей вид:

$$R_d = (\omega \operatorname{tg} \delta C)^{-1} \text{ или } G_d = \omega \operatorname{tg} \delta C. \quad (16)$$

Применим эту формулу для вычисления R_d катушек индуктивности. Для простоты рассуждений рассмотрим катушку без сердечника, выполненную ленточным проводником (рис. 14). Геометрические параметры катушки указаны на рисунке. Ширина ленты равна a . Навивка представляет собой архимедову спираль и описывается уравнением:

$$\rho = \rho_1 + \frac{\varphi d}{2\pi},$$

где $0 \leq \varphi \leq 2\pi n$; $d = (\rho_2 - \rho_1)n^{-1}$; n — число витков спирали.

Примем, что напряжение вдоль ленты изменяется по закону:

$$U = U_0 \frac{\varphi}{2\pi n}.$$

Тогда разность потенциалов между слоями будет:

$$\Delta U = \frac{U_0}{n}.$$

Так как $d \ll \rho_1$ и $d \ll \rho_2$, то можно предположить, что силовые линии электрического поля совпадают с направлением радиуса ρ (краевой эффект на торцах катушки не учитывается). Энергия электрического поля,

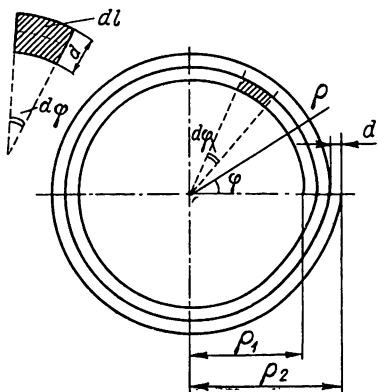


Рис. 14. Спиральная катушка.

сосредоточенная в элементе объема, заключенном между витками (область, выделенная штриховкой на рис. 14), составит величину:

$$dW = \frac{\varepsilon E^2}{2} dV = \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{U_0}{nd} \right)^2 ad dl =$$

$$= \frac{\varepsilon U_0^2 a}{2n^2 d} \sqrt{\left(\rho_1 + \frac{d}{2} + \frac{\varphi d}{2\pi} \right)^2 + \frac{d^2}{4\pi^2}} \cdot d\varphi.$$

Полная энергия, заключенная в электрическом поле рассматриваемой катушки, будет равна:

$$W = \int_V dW \approx \frac{\varepsilon a U_0^2 (\rho_2^2 - \rho_1^2) \pi}{2n^2 d^2}.$$

Эквивалентная емкость, приведенная ко входным зажимам катушки, определится как:

$$C = \frac{2W}{U_0^2} = \frac{\varepsilon \pi a (\rho_2^2 - \rho_1^2)}{d^2 n^2} = \frac{\varepsilon a p_{\text{ср}}}{nd},$$

где $p_{\text{ср}}$ — периметр среднего витка намотки.

Проводимость потерь для рассматриваемой катушки составит:

$$G = \omega \frac{\varepsilon a p_{\text{ср}}}{nd} \operatorname{tg} \delta.$$

Таким образом, сопротивление потерь R_d будет равно:

$$R_d = \frac{nd}{\omega \varepsilon a p_{\text{ср}} \operatorname{tg} \delta}.$$

Мощность тепловых потерь в диэлектрике составит величину

$$P = U_0^2 C \omega \operatorname{tg} \delta.$$

Из аналогичных соображений могут быть получены формулы, определяющие R_d для других типов намотки.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАНСФОРМАТОРА КАК ЭЛЕМЕНТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

§ 14. Основные задачи

Проектирование трансформаторов, работающих в ответственных режимах, должно вестись лишь на основе детального изучения электромагнитных процессов, которые характерны для этих элементов в заданных режимах работы. Последнюю задачу можно успешно решить лишь в том случае, если определены основные параметры, критичные для нормальной работы соответствующих элементов (в данном случае для трансформаторов).

Одним из основных факторов, определяющих работу трансформаторов, особенно в области повышенных частот и специальных режимов, является допустимая величина так называемых паразитных параметров (собственной емкости обмоток и индуктивности рассеяния). Теоретическое исследование влияния конструкции трансформатора на величину этих параметров позволяет не только оценить их количественно, но и предсказать пути их уменьшения.

В настоящей главе помимо определения собственной емкости обмоток и индуктивности рассеяния трансформаторов рассматриваются следующие вопросы: а) влияние собственного резонанса на работу трансформаторов; б) определение величины диэлектрических потерь и анализ характера их распределения на тепловой режим; в) влияние геометрии открытых частей, находящихся под высоким потенциалом, на появление короны; г) анализ особенностей работы широкополосных трансформаторов и т. д.

Существуют и другие специальные вопросы проектирования трансформаторов, долженствующих удовлетворять повышенным требованиям. Здесь мы этих вопросов не касаемся, поскольку они достаточно подробно рассмотрены в широко известных работах [Л. 1, 13, 37], к которым мы и отсылаем читателя.

§ 15. Определение собственной емкости обмоток

Одной из важнейших характеристик трансформаторов специального назначения (импульсных, широкополосных и т. д.) является собственная емкость их

обмоток, которая, как известно, складывается из емкостей между: а) внутренним слоем и сердечником; б) слоями; в) обмотками; г) внешним слоем и экраном (если последний имеется).

Аналитическое определение этого параметра представляет собой сложную задачу теории поля, решение которой встречает большие математические трудности и вряд ли может быть получено в конечном виде. Кроме того, многообразие различных схем соединения обмоток и их конструкций привело бы расчетчика к необходимости находить свое собственное решение для каждого конкретного случая. Вот почему эту задачу, как и многие другие сложные вопросы прикладной электротехники, обычно решают приближенно.

Существует ряд способов определения собственной емкости обмоток. Считается, что наиболее достоверный результат дает метод, разработанный Я. С. Ицхоки [Л. 13]. Однако относительная сложность этого метода затрудняет его применение в повседневных инженерных расчетах.

Ниже излагается способ определения собственной емкости обмоток трансформатора, впервые описанный в работе [Л. 29] и отличающийся достаточной простотой и наглядностью. В основу этого метода положены следующие соображения. Поскольку разность потенциалов между соседними витками обмотки в слое значительно меньше, чем между соседними витками в смежных слоях или между витками внутреннего слоя и сердечником, то и силовые линии электрического поля будут в основном замыкаться либо на сердечник, либо между витками соседних слоев. Поэтому емкостью между соседними витками в одном слое можно пренебречь. Это обстоятельство подтверждается соответствующими исследованиями [Л. 13] и, кроме того, может быть проиллюстрировано следующим образом. Пусть имеется достаточно большое (как это обычно бывает в реальных трансформаторах и дросселях) число витков $n \gg 1$, расположенных в один слой¹ на сердечнике (рис. 15). При этом заметим, что проектировщику рассматриваемых систем всего удобнее и целесообразнее представить об-

¹ В силу того, что нас интересует емкость между витками одного слоя, очевидно, достаточно рассмотреть указанную упрощенную схему.

мотку и ее собственную распределенную емкость в виде эквивалентной схемы, состоящей из параллельного соединения идеальной индуктивности, величина которой соответствует индуктивности реальной обмотки, и сосредоточенной (приведенной) емкости.

Величина этой приведенной емкости может быть определена из энергетических соображений, т. е. из равенства энергии электрического поля, сосредоточенного в междувитковом пространстве обмотки, и энергии поля указанной емкости. Чтобы выяснить в принципе вопрос о степени влияния емкости между витками на величину приведенной емкости обмотки, примем, что: а) потенциал

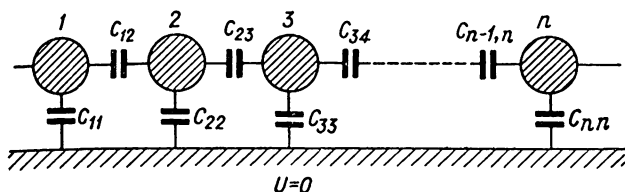


Рис. 15. Схема частичных емкостей в однослойной обмотке.

от витка к витку изменяется по закону $U_k = U_0 k$, где номер витка $k = 1, 2 \dots, n$; б) краевой эффект отсутствует (при $n \gg 1$ его влиянием практически можно пренебречь; в) потенциал сердечника равен нулю.

В результате будем иметь систему частичных емкостей, включенных так, как показано на рис. 15. В силу симметрии этой системы и условия «б» приходим к выводу, что равны между собой как взаимные частичные емкости (между соседними витками) $C_{kk+1} = C_2$, так и собственные частичные емкости отдельных витков $C_{kk} = C_1$.

Для определения заряда каждого витка воспользуемся первой группой формул Максвелла [Л. 19], которая с учетом сказанного выше может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} q_1 &= U_1 C_{11} + (U_1 - U_0) C_{12} = U_0 (C_1 - C_2); \\ q_2 &= (U_2 - U_1) C_{21} + U_2 C_{22} + (U_2 - U_3) C_{23} = 2U_0 C_1; \\ q_n &= (U_n - U_{n-1}) C_{n-1,n} + U_n C_{nn} + (U_n - U_{n+1}) C_{n,n+1} = \\ &= U_0 (C_2 + n C_1). \end{aligned}$$

Тогда энергия электрического поля рассматриваемой системы определится как:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n q_k U_k = \frac{U_0^2}{2} \left\{ C_1 \left[\frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + n^2 \right] + C_2(n-1) \right\}. \quad (17)$$

Теперь если даже принять, что частичные емкости C_1 и C_2 имеют один порядок,¹ то с учетом $n \gg 1$ в формуле (17) можно пренебречь всеми членами, имеющими степени, меньшие трех. Отсюда вытекает, что энергия поля обмотки практически определяется емкостью C_1 , а следовательно, и приведенная емкость также определяется этой величиной.

Так как потенциал от начального витка слоя возрастает к конечному линейно и расстояние между слоями мало по сравнению с их длиной, то можно принять, что величина потока вектора напряженности электрического поля определяется средней величиной разности потенциалов между слоями.

Если исходить из приведенных выше соображений, то можно прийти к следующей расчетной модели. Вместо реальной обмотки с изменяющимся от витка к витку потенциалом вводится система витков, имеющих одинаковый потенциал, равный среднему потенциалу слоя обмотки. Тогда емкость слоя может быть вычислена как сумма емкостей отдельных витков. Емкость отдельного витка определяется в предположении, что все силовые линии идут параллельно оси y (рис. 16). Такое предположение допустимо сделать, поскольку расстояние между соседними слоями (или между слоем и сердечником) мало по сравнению с длиной намотки. При этом краевым эффектом на торцах обмотки можно пренебречь, так как емкость в основном определяется потоком, создаваемым средними витками.

На основании принятой картины поля средняя длина силовой линии будет равна (рис. 16, а):

$$l_{cp} = \frac{1}{r} \int_0^r (a - \sqrt{r^2 - x^2}) dx = \frac{4a - \pi r}{4}.$$

¹ В действительности $C_1 > C_2$, так как в реальных обмотках расстояния между витками в одном слое соизмеримы с расстояниями между слоями, а разность потенциалов между витками существенно меньше средней разности потенциалов между слоями.

Соответственно для случая определения емкости между соседними слоями (рис. 16, б) будем иметь:

$$l_{\text{ср}} = \frac{4a - \pi r}{2}.$$

Среднее же сечение потока на единицу длины витка для обоих случаев будет одно и то же:

$$S_{\text{ср}} = 2r \cdot 1.$$

Тогда емкость на единицу длины витка для каждого из рассмотренных случаев будет соответственно равна:

$$C' = \varepsilon \frac{8r}{4a - \pi r}; \quad C'' = \varepsilon \frac{4r}{4a - \pi r},$$

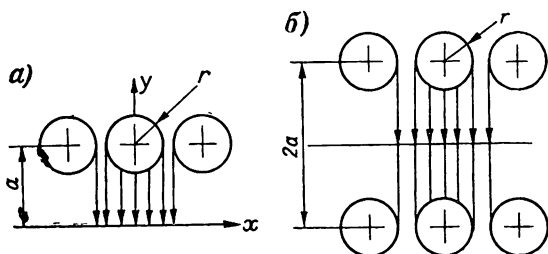


Рис. 16 Предполагаемый ход силовых линий между витками обмотки.

Необходимо заметить, что обмотка может быть выполнена как проводом, так и лентой. При намотке катушки ленточным проводником емкость определяется из соображений, аналогичных высказанным выше, и вычисляется по формуле:

$$C = \varepsilon \frac{t}{s},$$

где t — ширина ленты; s — расстояние между слоями (или между слоем и сердечником); C — емкость на единицу длины витка.

Емкость между слоями (или между слоем и сердечником), в силу сказанного выше, определяется как сумма емкостей отдельных витков. Таким образом, эта емкость может быть заменена эквивалентной сосредоточенной емкостью, которую в соответствующих схемах

замещения условно будем относить к точке, имеющей наибольший потенциал. Например, емкость между первым слоем намотки и сердечником (рис. 16, *а*), определяемая по формуле:

$$C = \varepsilon \frac{8r}{4a - \pi r} pn.$$

(где p — периметр витка; n — число витков слоя), на эскизе обмотки должна быть включена между соответствующими точками в зависимости от способа соединения входных концов. (Потенциал земли принимается условно равным нулю.) В силу сказанного эта емкость для схемы рис. 22, *а* должна быть включена между точками *а* и *б*, а для схемы рис. 22, *б* — между точками *а* и *г*. (При этом участок *аб* соответствует виткам первого слоя, а участок *аг* — виткам остальных слоев.) Как будет ясно из дальнейшего, это различие имеет принципиальное значение при операции приведения емкости к выводным зажимам обмотки.

Межслоевые емкости определяются аналогично по соответствующим формулам, полученным на основании рассмотрения картины поля, изображенной на рис. 16, *б*. Так как общая задача по определению собственной емкости обмоток нами была искусственно расчленена на ряд частных задач, целью которых являлось вычисление емкостей между отдельными элементами обмоток, то уместно называть каждую из этих емкостей частной собственной емкостью обмотки. Обычно для инженерных расчетов требуется определить полную собственную емкость, приведенную к определенным точкам схемы (чаще всего к входным зажимам данной электромагнитной системы). Поэтому в дальнейшем нашей задачей будет нахождение основных зависимостей, определяющих частные емкости, и способов их приведения к первичным виткам или ко входным зажимам обмотки.

Ранее изложенные соображения позволили нам найти частные емкости, отнесенные к единице длины витка. Чтобы найти величину всей емкости, необходимо, очевидно, домножить полученное значение на число витков и периметр витка. Для определенности введем следующие обозначения: C_a — емкость между первым слоем и сердечником; $C_{б'}$ — емкость между двумя слоями витков; $C_б$ — полная межслоевая емкость; $C_г$ — емкость

между экраном и наружным слоем обмотки и C_2 — емкость между обмотками.

В соответствии со сказанным будем иметь:

$$C_a = \frac{8r}{4a - \pi r} \varepsilon n p; \quad C'_6 = \frac{4r}{4a - \pi r} \varepsilon n p'_{cp}; \quad C_8 = \frac{8r}{4b - \pi r} \varepsilon n p''_{cp};$$

$$C_2 = \frac{4r_{cp}}{4d - \pi r_{cp}} \varepsilon n_{cp} p_{cp},$$

где n — число витков в слое; n_{cp} — среднее число витков в смежных слоях двух обмоток; d — расстояние между обмотками; $p, p'_{cp}, p''_{cp}, p_{cp}$ — средняя величина периметров соответственно: а) внутреннего витка и сечения сердечника; б) смежных слоев двух обмоток; в) витков смежных слоев одной обмотки; г) наружного витка и экрана.

При определении полной межслоевой емкости необходимо учесть, что емкости отдельных слоев соединены между собой последовательно, поэтому

$$\frac{1}{C_6} = \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{C'_6}, \quad (18)$$

где m — число слоев.

Вычисление C_6 по приведенной формуле в случае большого числа слоев становится достаточно громоздкой операцией, поэтому преобразуем формулу (18) в более простую. Для этого представим периметр каждого слоя как длину окружности. Тогда i -й периметр может быть определен как:

$$p_i = 2\pi [R - (i - 1) 2a],$$

где R — некоторый начальный радиус.

С учетом этого выражения формула (18) приобретет следующий вид:

$$\frac{1}{C_6} = \frac{4a - \pi r}{4r\varepsilon n} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{p_i} = \frac{4a - \pi r}{4r\varepsilon n 2\pi} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{R + (i - 1) 2a} \approx \frac{(4a - \pi r) (m - 1)}{4r\varepsilon n p_{cp}},$$

где p_{cp} — периметр среднего витка обмотки.

Величина же всей межслоевой емкости катушки, при введенной к ее зажимам, будет равна:

$$C_6 = \frac{4r\epsilon n}{(4a - \pi r)(m - 1)} p_{cp}.$$

В случае намотки катушки лентой соответствующие емкости будут равны:

$$C_a = \epsilon \frac{p_1 t}{s}; \quad C_6 = \epsilon \frac{p_{cp} t}{(m - 1) s_1}; \quad C_e = \epsilon \frac{p_m t}{s_2};$$

где t — ширина ленты; p_1 , p_m , p_{cp} — периметры первого, последнего и среднего витков соответственно; s — расстояние между первым витком и сердечником; s_1 — расстояние между витками; s_2 — расстояние между последним витком и экраном.

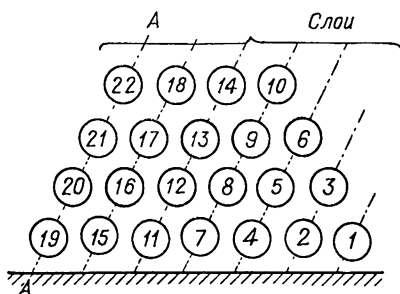


Рис. 17 Намотка способом «пирамида».

Остановимся теперь на вычислении частных емкостей обмоток, выполненных способом «пирамида» (рис. 17).¹ Исходя из характера намотки, нетрудно установить, что слои в данном случае располагаются не парал-

лельно образующей сердечника, а под некоторым углом к ней (на рисунке это направление обозначено линией AA). Таким образом, для указанного типа намотки характерно достаточно большое число слоев с относительно малым числом витков в слое. Высказанные выше предположения, как и накопленный опыт, позволяют заключить, что такая схема расположения витков практически сводит к нулю межслоевую емкость (так как m велико). Общая собственная емкость обмотки, вообще говоря, определяется только емкостью первого ряда витков относительно сердечника (или относительно витков соседней обмотки).

¹ На рис. 17 цифрами указан порядок намотки витков.

Действительно, в соответствии с ранее полученными формулами, будем иметь:

$$C_a = \varepsilon m \frac{8rp_1}{4a - \pi r};$$

$$C_b = \varepsilon n \frac{4rp_{cp}}{4a - \pi r} \cdot \frac{1}{m - 1} \rightarrow 0; (m \gg n).$$

Необходимо отметить, что при расчете емкости между двумя обмотками, которые полностью не охватывают друг друга, в качестве параметра r следует принимать ту часть периметра, на которой обмотки непосредственно примыкают друг к другу. Это относится, например, к трансформаторам, обмотки которых располагаются на разных стержнях.

Если обмотки имеют различное число витков в наружном слое, то в расчетную формулу подставляется среднее число витков, как это было уже ранее сделано в соответствующих формулах.

Диэлектрик, заполняющий пространство между витками обмотки, между обмотками и между обмоткой и сердечником, не всегда однороден, поскольку заливка электроэлементов подчас производится небрежно, да и сама технология заливки не исключает попадания воздуха в диэлектрик. Кроме того, при сборке электроэлементов в них иногда остаются воздушные зазоры. Правда, наличие тех или иных воздушных включений может оказаться полезным, так как способствует уменьшению частных паразитных емкостей вследствие уменьшения величины эквивалентной диэлектрической проницаемости изоляции. Поэтому, выполнив расчет собственной емкости в предположении идеального заполнения электроэлемента диэлектриком, расчетчик может быть всегда уверен в том, что образец будет иметь во всяком случае не большую (чем расчетная) величину собственной емкости.

Однако, принципиально всегда можно оценить изменение ε , если хотя бы ориентировочно знать размеры воздушных включений. Этот расчет проще всего сделать по формуле, определяющей эквивалентную диэлектрическую проницаемость ε_0 :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon \left(1 + 2 \frac{V_0}{V} \cdot \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon} \right),$$

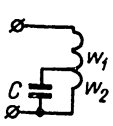
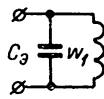
где ϵ и ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость изоляции и воздуха; V и V_0 — объем изоляции и воздушных включений.

Многообмоточные системы, к которым относятся и трансформаторы, представляют собой достаточно сложный комплекс, состоящий из индуктивностей и частных собственных емкостей. Даже при наличии расчетных формул для вычисления отдельных частных емкостей получение общего выражения, определяющего полную собственную емкость электроэлемента, является весьма трудной задачей. Эта трудность в основном заключается в приведении отдельных частных емкостей к определенным частям обмоток трансформатора.

Следует отметить, что при выводе основных формул нами уже осуществлялось приведение емкостей для элементарных случаев, а именно: а) емкость между сердечником и внутренним слоем относилась к точке слоя, которая имеет наибольший потенциал; б) емкость между слоями относилась к зажимам всей катушки.

Таблица 5

Формулы приведения частных емкостей

№ пп.	Исходная схема	Формула приведения	Схема замещения
1		$C_3 = C \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2$	
2		$C_3 = C \left(\frac{w_1 - w_2}{w_1} \right)^2$	То же
3		$C_3 = C \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^3$	То же

Более сложные случаи следует рассматривать на базе выводов теории цепей. В электро- и радиотехнической литературе [Л. 13] этот вопрос исследован достаточно подробно и получены соответствующие формулы приведения. Поэтому на выводе этих формул мы останавливаться не будем, а укажем лишь окончательные результаты.

Пользуясь помещенными в табл. 5 формулами приведения, практически всегда можно значительно упростить любую самую сложную схему включения емкостей и индуктивностей.

Осуществляя операцию приведения, необходимо только, во избежание возможных ошибок, следить за порядком соединения начал и концов обмоток, за положением слоев относительно сердечников и за направлением возрастания потенциала по виткам.

Пример 4. Определим полную собственную емкость трансформатора, схематически изображенного на рис. 18, а. В этой конструкции первичная обмотка разделена на две половины (секции), а вторичная не секционирована. Расчет собственной емкости производится в следующем порядке (формулы, определяющие те или иные частные емкости, здесь не приводятся — они даны в основном тексте настоящего параграфа). Операция приведения осуществляется в несколько этапов.

1. На схематическом чертеже конструкции трансформатора обозначим все емкости, которые имеют физический смысл. Рассматриваемая конструкция имеет: а) емкости между первым слоем и сердечником (землей) C_{a1} , C_{a2} ; б) межслойные емкости $C_{б1}$, $C_{б2}$, $C_{б3}$; в) емкости между обмотками $C_{г1}$, $C_{г2}$.

2. Составляем электрическую схему обмоток трансформатора и соответствующих частных емкостей (рис. 18, б).

3. Исходную электрическую схему путем последовательных упрощений (на базе формул приведения) преобразуем к схеме, представляющей собой параллельное соединение индуктивности первичной обмотки и полной собственной емкости всего трансформатора, приведенной к виткам первичной обмотки. Эта операция иллюстрируется последовательностью схем замещения, приведенных на рис. 8, в и г. При этом величины приведенных емкостей для каждой схемы имеют следующие значения:

а) для схемы рис. 18, а

$$C'_{a1} = C_{a1} \cdot \frac{1}{m^2};$$

$$C'_{a2} = C_{a2} \cdot \frac{1}{m^2} \quad (m — \text{число слоев одной секции первичной обмотки});$$

$$C'_{61} = C_{61} \cdot \frac{1}{4}; \quad C'_{62} = C_{62} \cdot \frac{1}{4}; \quad C''_{a1} = C'_{a1} \cdot \frac{1}{4};$$

$$C''_{a2} = C'_{a2} \cdot \frac{1}{4}; \quad C'_{21} \cdot \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \right)^2;$$

$$C'_{22} = C_{22} \cdot \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} \right)^2; \quad C'_{63} = C_{63} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2;$$

б) для схемы рис. 18, з

$$C = C'_{61} + C'_{62} + C'_{63} + C''_{a1} + C''_{a2} + C'_{21} + C'_{22}.$$

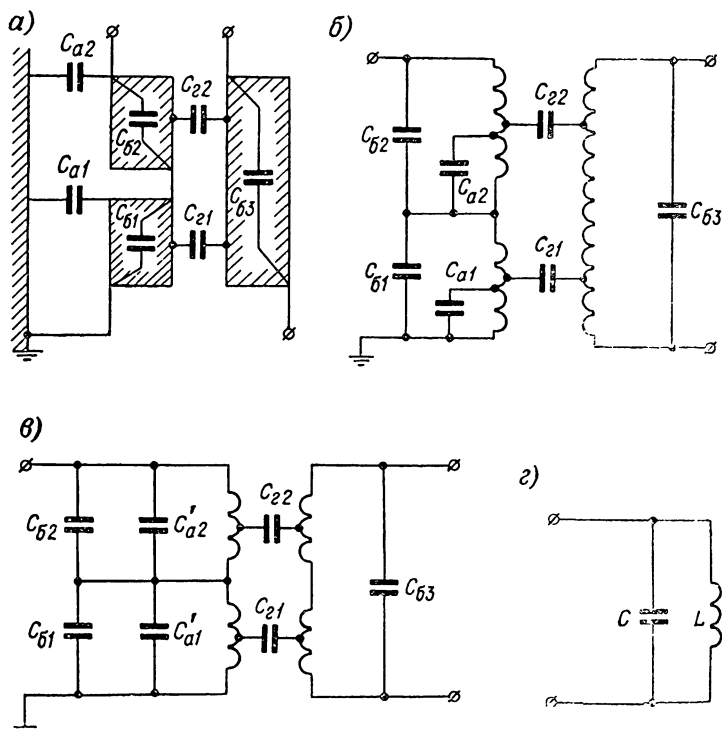


Рис. 18. К расчету собственной емкости трансформатора: а, б — схематическое изображение обмоток и частных емкостей; в, г — последовательность операций приведения частных емкостей к первичным зажимам.

Аналогичным путем преобразуются и другие схемы. Как будет показано в дальнейшем, особый интерес представляют трансформаторы тороидальной конструкции.

ции с секционированными обмотками. Используя основные теоретические соображения, изложенные в настоящем параграфе, можно получить соответствующие формулы для определения собственной емкости обмоток указанного типа трансформаторов.

Нетрудно видеть, что зависимости, определяющие межслойные емкости каждой секции, не будут иметь никаких существенных отличий от соответствующих зависимостей, выведенных применительно к обмоткам обычных трансформаторов. Основное различие состоит в определении межобмоточных емкостей.

Чтобы определить эти емкости, рассмотрим тороидальный сердечник, на котором размещены секции обмоток (рис. 19). В силу того, что секции первичной и вторичной обмоток располагаются на сердечнике поочередно, потоки вектора электрической напряженности поля будут замыкаться по путям, показанным на рисунке. При этом, как нетрудно видеть, поток Φ_0 , проходящий в основном по воздуху и преодолевающий достаточно большое сопротивление, будет пренебрежимо мал по сравнению с потоком Φ , проводимость для которого весьма значительна.

Исходя из этого, емкость между половинами секций обмоток будет в основном определяться емкостью между обмоткой и сердечником. В общем случае, т. е. при неодинаковых размерах секций и расстоянии между секциями, отличным от нуля, искомая емкость оказывается равной:

$$C_0 = \frac{a+b}{4d} p\varepsilon,$$

где d — расстояние от обмотки до сердечника; p — периметр витка; $2a$ и $2b$ — ширина секций (по средней линии сердечника) первичной и вторичной обмоток

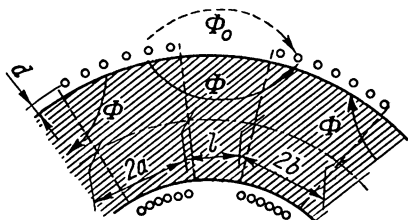


Рис 19. Схематическое изображение хода потоков электрического поля в тороидальном трансформаторе.

соответственно; ε — диэлектрическая проницаемость изоляции.

Если каждая из секций обмотки выполнена в несколько слоев, то полная емкость всей обмотки будет определяться следующей формулой, которая получена на основе уже известных правил и формул приведения [Л. 32]:

$$C = \left[C_1 + \frac{1}{2} C_0 \left(\frac{w_1 - w_2}{w_1} \right)^2 + 2C_2 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 \right] \frac{1}{N}, \quad (19)$$

где C_1 и C_2 — межслойные емкости первичной и вторичной обмоток, определяемые по формулам:

$$C_1 = \frac{4\varepsilon n_1 r_1}{4d_1 - \pi r_1} \cdot \frac{p_1}{m_1 - 1};$$

$$C_2 = \frac{4\varepsilon n_2 r_2}{4d_2 - \pi r_2} \cdot \frac{p_2}{m_2 - 1};$$

N — число секций; r — радиус провода; n — число витков в слое; m — число слоев; $2d$ — расстояние между слоями; p — периметр среднего витка, причем индексы указывают, к какой обмотке относится соответствующий параметр.

При намотке секций в один слой приведенная формула преобразуется так:

$$C = \frac{1}{2N} \left(\frac{w_1 - w_2}{w_1} \right)^2 \cdot C_0. \quad (20)$$

Приведенный выше способ аналитического определения собственной емкости обмоток позволяет проанализировать вопрос о выборе допустимого числа секций, на которое следует разделить обмотку трансформатора, чтобы снизить общую величину собственной емкости. Для тороидальных конструкций трансформаторов эта задача решается сравнительно просто. В соответствии с формулой (20) полная собственная емкость во всех случаях уменьшается с увеличением числа секций N . Что же касается других типов трансформаторов, которые имеют цилиндрические обмотки, то суждение об их емкости может быть получено из соответствующего анализа.

Заметим, что при решении этого вопроса достаточно выявить влияние секционирования на величину собст-

венной емкости для одной обмотки, так как, по существу, полная собственная емкость трансформатора составляется из приведенных емкостей отдельных обмоток. Совершенно очевидно, что такой подход значительно упрощает решение задачи, не ограничивая общности полученных результатов.

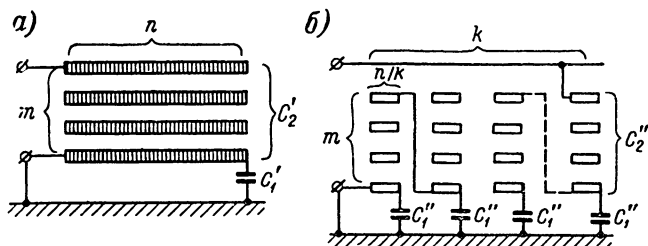


Рис. 20. Схематическое изображение несекционированных (а) и секционированных (б) обмоток трансформатора.

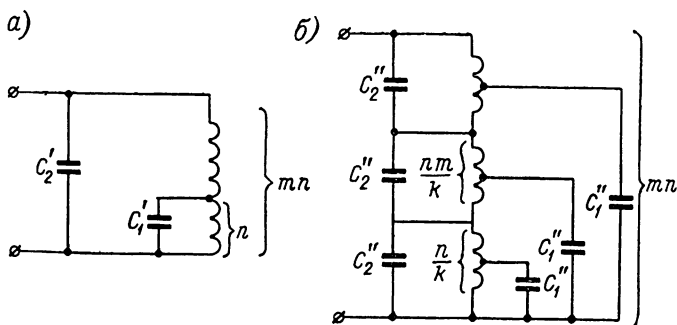


Рис. 21. Эквивалентные схемы для несекционированных (а) и секционированных (б) обмоток

Основываясь на сказанном, рассмотрим две обмотки, находящиеся на сердечниках, одна из которых имеет m слоев и n витков в слое, а другая — k m -слоевых секций по n/k витков в слое каждой секции (рис. 20).

Как нетрудно видеть, обе обмотки имеют одинаковое число витков. В соответствии с изложенным выше эквивалентные схемы для каждой обмотки будут иметь вид, показанный на рис. 21.

На основании общих зависимостей, определяющих соответствующие частные емкости, можно записать следующие соотношения:

$$C_1' = \frac{C_1'}{k}; \quad C_2'' = \frac{C_2'}{k}. \quad (21)$$

Приведем с помощью формул табл. 5 все частные емкости к зажимам каждой обмотки. В результате такого приведения получим:

а) для обмотки рис. 21, а

$$C' = C_2' + \frac{C_1'}{m^2};$$

б) для обмотки рис. 21, б

$$\begin{aligned} C'' &= \frac{C_2''}{k} + C_1'' \left\{ \frac{1}{k^2 m^2} + \frac{(m+1)^2}{k^2 m^2} + \dots + \frac{[(k-1)m+1]^2}{k^2 m^2} \right\} = \\ &= \frac{C_2''}{k} + \frac{C_1''}{k^2 m^2} \left[m^2 \frac{k(k-1)(2k-1)}{6} + m(k-1)k + k \right]. \end{aligned}$$

С учетом выражения (21) получим:

$$C'' = \frac{C_2'}{k} + \frac{C_1'}{k^2 m^2} \left[\frac{m^2 (k-1)(2k-1)}{6} k^2 + m(k-1) + 1 \right]. \quad (22)$$

Анализ формулы (22) позволяет сделать вывод о том, что у секционированных обмоток (т. е. при $k \geq 1$): а) межслоевая емкость уменьшается в k^2 раз; б) при отсутствии сердечника, т. е. при $C_1' = 0$, общая емкость обмотки, равная межслоевой емкости, уменьшается в k^2 раз; в) при достаточно большом числе секций k емкость между первым слоем и сердечником стремится к одной трети C_1' .

Как следует из общих закономерностей, определяющих полную величину собственной емкости трансформатора, последняя существенным образом зависит от способа включения выводных концов обмоток. Это объясняется тем, что в реальных конструкциях один из концов обмотки оказывается заземленным, так как в радиотехнической аппаратуре в качестве «земли» используют шасси. Трансформаторы же монтируют на шасси обычно без дополнительной изоляции.

Поэтому далеко небезразлично, какой из выводов обмотки следует заземлить. Чтобы пояснить сказанное,

рассмотрим обычный дроссель, у которого в одном случае заземляется выводной конец внутреннего, а в другом случае — внешнего слоя обмотки (рис. 22).

В соответствии с формулами приведения (табл. 5) имеем:

а) для случая по рис. 22, а

$$C = \frac{C_a}{m^2} + C_b;$$

б) для случая по рис. 22, б

$$C = C_a + C_b,$$

где m — число слоев обмотки ($m \geq 1$).

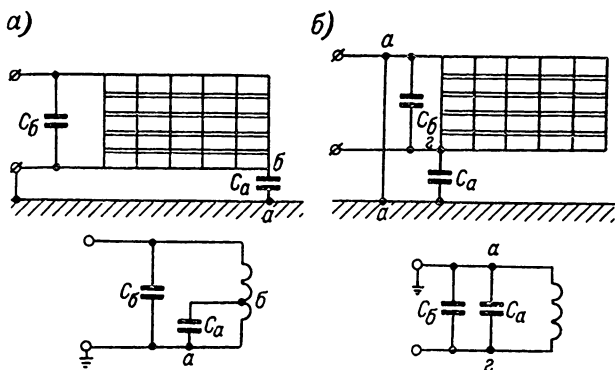


Рис. 22. Схемы соединения выводных концов обмоток с заземлением вывода внутреннего (а) и внешнего (б) слоя.

Из полученных формул видно, что с точки зрения уменьшения общей приведенной емкости трансформатора целесообразнее заземлять выводной конец внутреннего слоя обмотки.

§ 16. Определение индуктивности рассеяния

К числу наиболее важных параметров, определяющих работу трансформатора, относится, наряду с собственной емкостью, также индуктивность рассеяния L_s . Хотя аппарат теоретического определения этого параметра хорошо разработан в технической литературе [Л. 15, 17, 24 и др.], практика трансформаторостроения

знает ряд специальных конструкций, для которых вычисление L_s имеющимися методами невозможно. В настоящем параграфе рассмотрены упрощенные формулы для вычисления L_s обычными методами, а также приведены новые формулы, выведенные специально для тороидальных конструкций трансформаторов.

Напомним, что индуктивность рассеяния, приведенную к первичным виткам коаксиальных цилиндрических обмоток, вычисляют по формуле [Л. 24]:

$$L_s = 2 \cdot 10^{-9} w_1^2 p \ln k_c \frac{g_{12}}{g_1 g_2} \text{ [гн]},$$

где p — периметр среднего витка, см; k_c — коэффициент, учитывающий влияние сердечника; g_1 и g_2 — среднее геометрическое расстояние сечений обмоток; g_{12} — среднее геометрическое расстояние между сечениями. Эта формула получена в предположении, что поле обмоток плоскопараллельно. Как показал С. И. Кочин [Л. 17], такое допущение вполне приемлемо.

Вычисление величин среднегеометрических расстояний в общем случае — достаточно сложная задача, далеко не всегда разрешимая в конечном виде. Поэтому при расчетах часто пользуются приближенными формулами и графическими зависимостями. Для прямоугольных сечений обмоток, имеющих одинаковую высоту (наиболее частый случай на практике), справедливы следующие соотношения (рис. 23, а):

$$g_1 = 0,223 (h + b_1);$$

$$g_2 = 0,223 (b + b_2);$$

$$g_{12} = 0,78d + 0,223h.$$

Для сечений, имеющих различные высоты, соответствующие среднегеометрические расстояния можно вычислить по формулам (рис. 23, б):

$$g_1 = 0,223 (h_1 + b_1);$$

$$g_2 = 0,223 (h_2 + b_2);$$

$$g_{12} = \frac{(0,223h_1 + 0,78d)^\alpha (0,223h_0 + 0,78d)^\beta}{(0,223h_\gamma + 0,78d)^\gamma (0,223h_\delta + 0,78d)^\delta},$$

где

$$\alpha = \frac{(h_2 + h_1)^2}{2h_1h_2}; \quad \beta = \frac{h_0^2}{2h_1h_2}; \quad \gamma = \frac{h_1^2}{2h_1h_2}; \quad \delta = \frac{h_2^2}{2h_1h_2}.$$

Существенное влияние на величину индуктивности рассеяния оказывает магнитный сердечник, магнитная проницаемость которого значительно больше магнитной проницаемости воздуха. Теоретически влияние сердечника можно учесть методом зеркальных изображений, согласно которому ферромагнитную плоскость, находящуюся вблизи обмотки, заменяют обмоткой, пропускающей ток того же направления и расположенной симметрично относительно границы раздела.

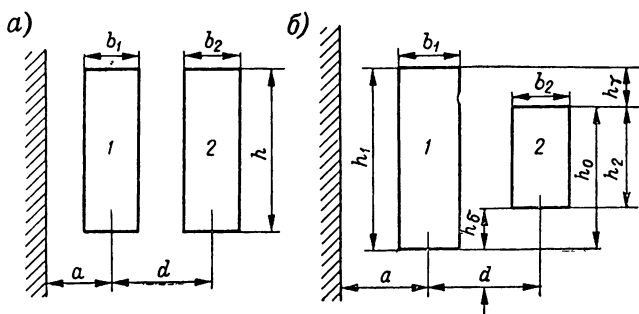


Рис. 23. К определению индуктивности рассеяния трансформаторов.

Если имеется несколько обмоток, то все они «отражаются» в ферромагнетике указанным выше способом. В результате этой операции исходная система приводится к системе, состоящей только из одних обмоток. Индуктивность рассеяния для наиболее типичного случая рис. 23, а с учетом влияния сердечника будет:

$$L_s = 2 \cdot 10^{-9} \omega^2 p \ln \left(\frac{g_{14}^2}{g_{13}g_{24}} \right) \left(\frac{g_{12}^2}{g_1g_2} \right),$$

где

$$\frac{g_{14}^2}{g_{13}g_{24}} = k_c; \quad g_{14} = (2a + d) \cdot 0,78 + 0,223h;$$

$$g_{13} = 1,56a + 0,223h; \quad g_{24} = 1,56(a + d) + 0,223h.$$

При определении индуктивности рассеяния так называемых круговых трансформаторов (рис. 24), подробно описанных, например, в работе [Л. 1], следует учитывать то обстоятельство, что для участков обмотки, не

закрытых сердечником, L_s вычисляют при $k_c=1$, а периметр p_1 определяют по формуле:

$$p_1 = p - nt,$$

где p — общий средний периметр обмотки; n — число участков, закрытых сердечниками; t — длина участка, закрытого сердечником.

Далее определяют индуктивность рассеяния для участков, закрытых сердечниками. Величина индуктивности на единицу длины в данном случае будет отличаться от ранее найденной только наличием коэффициента k_c , который будет определяться схемой расположения обмоток и их геометрией. В качестве периметра здесь следует принимать величину nt .

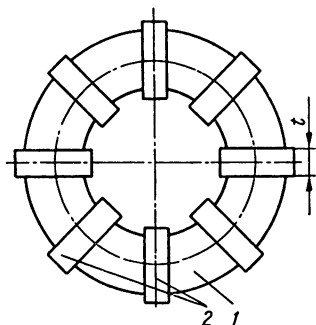


Рис 24. Круговой трансформатор.

1 — обмотка; 2 — сердечники.

И, наконец, полная индуктивность рассеяния равна сумме найденных величин.

Некоторые конструкции трансформаторов имеют секционированные обмотки. Вычисление индуктивности рассеяния таких трансформаторов уже представляет собой значительно более сложную задачу (особенно при большом числе секций [Л. 24]).

Например, индуктивность рассеяния трансформатора, вторичная обмотка которого разделена на две секции, можно определить по формуле:

$$L_s = \frac{1}{2} (L_{12} + L_{13} - L_{23}),$$

где L_{12} — индуктивность рассеяния между первичной обмоткой и одной секцией вторичной обмотки (наличие второй секции в этом случае не учитывается); L_{13} — то же, но с другой секцией; L_{23} — индуктивность между секциями 2 и 3.

Особый интерес представляет определение индуктивности рассеяния тороидального трансформатора с секционированными обмотками. При этом имеется в виду, что секции первичной и вторичной обмоток рас-

полагаются на сердечнике поочередно (рис. 25, а). В этом случае индуктивность рассеяния может быть вычислена по формуле [Л. 32]:

$$L_s = 1,2\mu_0\omega^2 p \sqrt[3]{\frac{1}{N^4} \left(1 + \ln \sqrt{1 + \frac{l}{R}}\right)}, \quad (23)$$

где p — периметр среднего витка; N — число секций; R — радиус средней линии сердечника; l — величина промежутка между секциями, измеренная по средней линии сердечника.

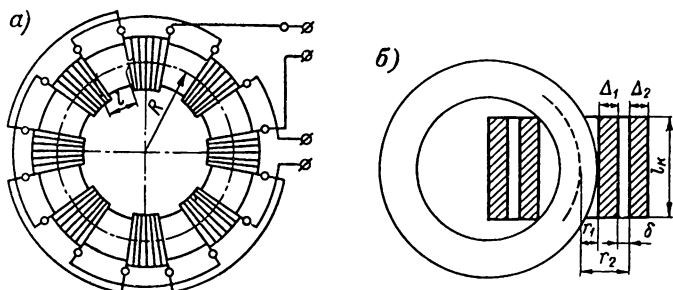


Рис. 25. Тороидальные трансформаторы с секционированными (а) и цилиндрическими (б) обмотками.

Индуктивность рассеяния тороидального сердечника с двумя цилиндрическими коаксиальными обмотками (рис. 25, б) определяют по формуле:

$$L_s = \frac{8\pi^2\omega^2}{10^9 l_k} \left[\left(\frac{r_1}{3} + \frac{\Delta_1}{4} \right) \Delta_1 + \left(r_2 - \frac{\delta}{2} \right) \delta + \left(r_2 + \frac{\Delta_2}{4} \right) \frac{\Delta_2}{3} \right] [\text{мкГн}].$$

(Обозначения даны на рис. 25).

§ 17. Особенности проектирования и расчета специальных трансформаторов

Во многих отраслях современной техники широко используются трансформаторы различных специальных назначений (согласующие, широкополосные, импульсные и др.). Чтобы обеспечить предъявляемые к ним

особые требования, приходится прибегать к достаточно сложному предварительному анализу их работы и особенностей конструкции.

Наиболее типичным представителем специальных трансформаторов следует считать широкополосный трансформатор (ШТ). Остановимся на специфических требованиях, предъявляемых к нему, поскольку их анализ может помочь при проектировании многих других типов специальных трансформаторов.

Основной трудностью, с которой сталкивается проектировщик ШТ, является обеспечение заданной частотной и фазовой характеристик, т. е. заданных значений коэффициентов частотных и фазовых искажений на низших и высших частотах. Указанные коэффициенты являются функциями: а) первичной индуктивности L_1 , которая определяет величину частотных и фазовых искажений на низших частотах; б) — индуктивности рассеяния L_s и собственной емкости C , которые определяют величину частотных и фазовых искажений на высших частотах.

Заметим, что для импульсных трансформаторов первичная индуктивность определяет крутизну наклона вершины импульса, а индуктивность рассеяния L_s и собственная емкость C — крутизну фронта импульса и величину пульсаций на вершукше импульса [Л. 37]. Однако проектирование импульсного трансформатора может быть выполнено с позиций проектирования ШТ. Напомним, что импульсный трансформатор предназначен для трансформации импульсных напряжений при условии минимального искажения их формы. Если разложить трансформируемый импульс заданной формы в ряд Фурье и ограничиться конечным числом членов,¹ то для получения на выходе импульса той же формы, очевидно, необходимо, чтобы трансформатор имел определенные величины коэффициентов частотных и фазовых искажений в выбранном диапазоне частот.

Наибольшие трудности при проектировании трансформаторов вызывает обеспечение заданных величин L_s и C . Однако из анализа полученных ранее зависимостей (см. § 15, 16), а также из общих физических соображе-

¹ Этим самым выбираются определенный диапазон частот и допустимая степень искажения формы импульса.

ний можно выявить некоторые закономерности, способствующие максимальному уменьшению паразитных параметров трансформаторов.

Поскольку величина паразитных параметров трансформатора определяется прежде всего его геометрией, то решение задачи, связанной с уменьшением этих параметров, должно сводиться к выбору соответствующей конструкции. Этот выбор должен сочетаться с той схемой, для которой предназначен данный трансформатор.

С рассматриваемой точки зрения конструирование специальных трансформаторов надо основывать на следующих соображениях. Известно, что наименьшей величиной индуктивности рассеяния (теоретически — нулевой) обладает обмотка, расположенная на тороидальном сердечнике, при условии, если ее витки равномерно распределены по всему магнитопроводу. Таким образом, если на тороидальный сердечник поместить первичную и вторичную обмотки трансформатора (одну над другой, равномерно распределив их витки по сердечнику, то такая конструкция будет обладать минимальным рассеянием. Однако между первичной и вторичной обмотками, а также между слоями каждой из обмоток будет иметься емкость, величина которой в общем случае может оказаться весьма значительной.

Одним из путей снижения общей емкости в данном случае может быть максимальное снижение величин межслойных и межобмоточных емкостей. Если выполнять каждую из обмоток в один слой, то этим самым можно исключить межслойные емкости. Чтобы уменьшить величину межобмоточной емкости, необходимо (при прочих равных условиях) увеличить расстояние между обмотками. Это достигается, с одной стороны, секционированием обмоток, а с другой — возможным увеличением расстояния между секцией и сердечником (т. е. утолщением каркаса). Однако указанная мера, максимально снижающая величину собственной емкости, как нетрудно видеть, сильно увеличивает индуктивность рассеяния, так как при секционированных обмотках возрастают среднегеометрические расстояния между секциями. Эти рассуждения хорошо подкрепляются аналитическими зависимостями, полученными в § 15 и 16.

Из сказанного непосредственно вытекает, что тороидальная конструкция трансформатора с секциониро-

ванными обмотками наиболее перспективна для трансформаторов специального назначения. Действительно, она позволяет, не изменяя ни числа витков обмоток, ни типоразмера сердечника, одним лишь изменением числа секций варьировать в самых широких пределах величины индуктивности рассеяния и собственной емкости. При этом, как следует из формул (20) и (23), тороидальная конструкция трансформаторов обладает и еще одной важной особенностью, а именно, увеличение числа секций приводит к одновременному уменьшению L_s и C , тогда как в обычных конструкциях, т. е. выполненных на П-образных и Ш-образных сердечниках, с увеличением числа секций уменьшается C и возрастает L_s .

Выполнение трансформатора на тороидальном сердечнике требует учета особенностей схемы соединения обмоток. Например, трансформаторы, обмотки которых имеют среднюю точку, целесообразно выполнять так, чтобы секции одних половин обмотки располагались по всему периметру сердечника, равномерно чередуясь с секциями других половин обмотки (это особенно полезно, когда трансформатор обслуживает выпрямитель, т. е. когда половины обмоток работают поочередно, каждая — половину периода).

Весьма важной характеристикой трансформаторов (в особенности широкополосных) является частота собственного резонанса. Сущность явления собственного резонанса для трансформаторов состоит в следующем. Обмотка любого трансформатора имеет целый ряд емкостей, в том числе между первичной и вторичной обмотками, между обмотками и экраном, между обмотками и сердечником. Все эти емкости, как было показано в § 15, можно условно заменить одной эквивалентной емкостью, включенной параллельно первичной индуктивности. В результате указанной замены мы, естественно, приходим к параллельному контуру, который имеет некоторую резонансную частоту, равную

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C}}.$$

Этот тип резонанса может быть назван первым резонансом (или параллельным резонансом).

Кроме собственной емкости, обмотки трансформатора имеют определенную индуктивность рассеяния L_s , которая на эквивалентной схеме включается последовательно с контуром L_1, C . Нетрудно видеть, что смешанное соединение C, L_1 и L_s также имеет некоторую резонансную частоту, которая вычисляется по формуле:

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_s C} + \frac{1}{L_1 C}}.$$

Но так как $L_s \ll L_1$, то

$$f_{02} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{L_s C}},$$

откуда $f_{02} > f_{01}$.

Из приведенных рассуждений совершенно ясно, насколько важно знать указанную характеристику трансформатора. Действительно, в силу того, что трансформатор представляет собой некоторое комплексное сопротивление, величина и характер которого меняются с изменением частоты, необходимо проектировать трансформатор так, чтобы его рабочая частота лежала ниже резонансной, отвечая неравенству:

$$f_{\text{раб}} < f_{01}.$$

В противном случае возможны различного рода нарушения режима работы трансформатора, зависящие от его назначения, а именно, снижение мощности, изменение коэффициента передачи, искажение требуемой частотной характеристики и т. д.

Однако правильный выбор соответствующих параметров трансформатора может обеспечить его нормальную работу в достаточно широкой полосе частот, включающей в себя и частоту собственного резонанса. Действительно, рассмотрим трансформатор с идеальной частотной характеристикой (т. е. такой трансформатор, у которого выходное напряжение не зависит от частоты). Это значит, что сопротивление контура, образованного параллельным соединением L_1, C и R'_n (сопротивление нагрузки, приведенное к первичным виткам), не зависит от частоты, изменяющейся в пределах заданного частотного диапазона. Указанное свойство присуще контуру, очевидно, лишь тогда, когда ветви,

образованные L_1 и C , шунтируются приведенным сопротивлением нагрузки R'_H . Это обстоятельство приводит к тому, что резонанс становится слабо выраженным, т. е. имеет «тупой» размытый характер.

Приведенные выше соображения можно подтвердить теоретически. Будем исходить из величин коэффициентов частотных искажений на высшей M_B и низшей M_H частотах [Л. 37]:

$$\sqrt{M_H^2 - 1} = \frac{R'_H}{2\pi f_H L_1}; \quad \sqrt{M_B^2 - 1} = 2\pi f_B C R'_H \quad (\text{при } R_i \gg R'_H),$$

где f_H и f_B — низшая и высшая частоты заданного частотного диапазона; R_i — внутреннее сопротивление источника. Из условия малых искажений следует, что

$$\frac{1}{\sqrt{M_H^2 - 1}} = N_H \gg 1; \quad \frac{1}{\sqrt{M_B^2 - 1}} = N_B \gg 1.$$

Величина резонансной частоты f_0 определяется по известной формуле:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C}} = \sqrt{f_H f_B} \sqrt{\frac{N_B}{N_H}},$$

из которой видно, что стремление получить идеальную частотную характеристику (т. е. добиться равенства $N_B = N_H$) приводит к тому, что собственный резонанс всегда будет наблюдаться в рабочей полосе частот, поскольку

$$f_H < \sqrt{f_H f_B} < f_B.$$

И, наоборот, условие $N_B \neq N_H$ может привести к тому, что собственный резонанс останется вне рабочего диапазона частот (это наблюдается, естественно, при резком различии N_B и N_H).

Тогда полное сопротивление контура, представляющего собой параллельное соединение R'_H , L_1 и C (влиянием активных сопротивлений первичной и вторичной обмоток и сопротивлением потерь в сердечнике пренебрегаем, так как их учет не вносит никаких принци-

пильных изменений в окончательный вывод), будет равно:

$$Z = \frac{R'_H}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_H}{f N_H} - \frac{f}{f_B N_B} \right)^2}} \approx R'_H,$$

где f — текущее значение частоты ($f_H \leq f \leq f_B$).
Поскольку

$$\left(\frac{f_H}{f N_H} - \frac{f}{f_B N_B} \right)^2 \ll 1,$$

так как

$$\frac{f_H}{f} \leq 1; \quad \frac{f}{f_B} \leq 1; \quad \frac{1}{N_H} \ll 1; \quad \frac{1}{N_B} \ll 1,$$

то, следовательно, Z практически не зависит от частоты, и частотная характеристика не имеет типичного для резонансной кривой всплеска в области f_0 .

Чтобы при работе на реактивную нагрузку уменьшить влияние собственного резонанса на частотную характеристику, шунтируют первичную обмотку трансформатора сопротивлением, подобранным соответствующим образом. Заметим попутно, что иногда роль шунтирующего сопротивления может выполнять сопротивление потерь в сердечнике и тогда становится целесообразной несколько завышенная величина потерь в трансформаторе.

Иногда, стремясь устранить влияние резонанса, первичную обмотку трансформаторов, работающих во входных цепях, шунтируют сопротивлением. Это нежелательно, так как может резко увеличить собственные шумы.

Одним из факторов, ограничивающих выбор рабочей индукции при проектировании любых типов трансформаторов и дросселей, является допустимая величина потерь в магнитопроводе, которая определяется температурой перегрева последнего. На повышенных частотах зависимость потерь от индукции выражена значительно резче, чем на промышленной частоте. Чтобы убедиться в этом, проанализируем хорошо известную в инженерных расчетах формулу, определяющую полные потери

в магнитопроводе в функции индукции и частоты:

$$P = kf^m B^n, \quad (24)$$

где k , m , n — эмпирические коэффициенты, значения которых зависят от марки материала.

Добротность материала магнитопровода Q_m , как известно [Л. 37], выражается отношением сопротивления активных потерь в магнитопроводе r_m к индуктивному сопротивлению обмотки

$$Q_m = r_m / \omega L.$$

Используя далее формулы, определяющие r_m , L и B , а именно,

$$r_m = \frac{U^2}{P}; \quad L = \mu \frac{\omega^2 S}{l}; \quad U = k_1 f S \omega B,$$

получаем:

$$Q_m = \frac{k_1^2 f S l B^2}{\mu 2\pi P}.$$

Подставляя в это выражение величину B из формулы (24), будем иметь:

$$Q_m = \frac{k_1^2 l S}{2\pi P^{1 - \frac{2}{n}} f^{\frac{2m}{n} - 1}}. \quad (25)$$

Экспериментальные исследования, проведенные на образцах ферромагнитных материалов, которые применяются в настоящее время для магнитопроводов, показывают, что при частотах порядка 20 кГц и выше магнитная проницаемость μ практически не зависит ни от частоты, ни от индукции (если последняя не превышает величину индукции насыщения). С учетом этого обстоятельства, а также тенденции добротности материала Q_m уменьшаться с ростом частоты и потерь приходим к выводу, что

$$1 - \frac{2}{n} \geq 0; \quad \frac{2m}{n} - 1 \geq 0.$$

и, следовательно, для этого случая

$$n \geq 2 \text{ и } m \geq \frac{n}{2}.$$

Для частот, меньших 20 кГц (и в особенности для частот, близких к промышленной), магнитная проницаемость существенным образом зависит от индукции. Эту зависимость качественно можно представить следующим образом. С изменением индукции от нуля до некоторой величины B_0 магнитная проницаемость μ возрастает и достигает максимума, т. е.

$$\mu \sim B^{\alpha},$$

а при дальнейшем увеличении B величина μ уменьшается:

$$\mu \sim B^{-\beta}.$$

Выражая B в полученных зависимостях через P и f в соответствии с формулой (24) и подставляя результат в выражение (25), получаем соответственно для каждого интервала изменения B :

$$Q_m \sim P^{(2-\alpha) \frac{1}{n} - 1} f^{1 - \frac{m}{n} (2-\alpha)};$$

$$Q_m \sim P^{(2+\beta) \frac{1}{n} - 1} f^{1 - \frac{m}{n} (2+\beta)}.$$

Из соображений, аналогичных высказанным выше, будем иметь: а) для первого участка изменения B

$$n \geq 2 - \alpha; \quad m \geq \frac{n}{2 - \alpha};$$

б) для второго

$$n \geq 2 + \beta; \quad m \geq \frac{n}{2 + \beta}.$$

Полученные оценки хорошо подтверждаются экспериментально. Известно, например, что по мере приближения индукции к насыщению (второй участок) потери начинают резко возрастать ($n \geq 2 + \beta > 2$). Величины n и m для различных сталей при частотах ниже 20 кГц имеют в среднем следующие значения (для первого участка изменения B):

Марки стали	n	m
34НКМН	1,7	1,5
40НКМН	1,45	1,3
50НП	1,32	1,2
79НМ	2	1,6
Э350	1,8	1,4

Для трансформаторов, работающих в некотором диапазоне частот, влияние потерь в сердечнике следует учитывать на низшей частоте, так как при одной и той же величине питающего напряжения с увеличением частоты потери в сердечнике уменьшаются. В самом деле, как уже указывалось, потери в сердечнике являются функцией частоты и индукции:

$$P = kf^m B^n.$$

Но при $U = \text{const}$

$$B \sim \frac{1}{f};$$

следовательно,

$$P \sim \frac{1}{f^{n-m}} = \frac{1}{f^q}; \quad (q > 0, \text{ так как } n > m).$$

Отсюда следует, что допустимая величина потерь в сердечнике должна соответствовать низшей частоте рабочего диапазона. Если эквивалентная величина сопротивления потерь существенно не влияет на работу трансформатора на низшей частоте, то при переходе к высшим частотам это сопротивление будет увеличиваться (так как потери падают) и, следовательно, будет уменьшаться его шунтирующее действие для контура C , L_1 и R'_H . Частотная характеристика при этом не ухудшается, что произошло бы при ином способе выбора допустимой величины потерь в магнитопроводе.

При проектировании специальных трансформаторов недостаточно учитывать лишь потери в сердечнике, обусловленные вихревыми токами и перемагничиванием, а необходимо считаться и с возможностью возникновения дополнительных потерь, вызванных магнитострикционными явлениями и явлением объемного (размерного) резонанса. Эти вопросы достаточно подробно рассмотрены в работе [Л. 26], что позволяет не останавливаться здесь на них, а перейти к рассмотрению влияния потерь в диэлектрике, которые оказывают весьма существенное влияние на работу трансформатора при повышенных частотах и напряжениях. Исследованию этого вида потерь и посвящен следующий параграф.

§ 18. Диэлектрические потери в трансформаторе

Прохождение переменного тока по проводникам, находящимся в диэлектрике, приводит к появлению в нем электрического и магнитного полей. Как известно, переменное электрическое поле в диэлектрике служит причиной возникновения токов смещения. Вследствие периодического изменения поляризации и несовершенства диэлектрической среды в ней выделяется тепло, на что, естественно, тратится определенная доля энергии. При этом чем выше частота и напряженность электрического поля в диэлектрике, тем больше потери в изоляции. Принципиально этот вопрос достаточно хорошо изучен и получена общая формула для определения диэлектрических потерь в единице объема [Л. 23]:

$$P_{\text{д. уд}} = \omega \epsilon \operatorname{tg} \delta E^2 = 2\pi f \epsilon E^2 \operatorname{tg} \delta. \quad (26)$$

Поскольку в реальных конструкциях электрическое поле не однородно, непосредственно использовать приведенную формулу для практических расчетов не представляется возможным. Чтобы получить рабочую формулу, применим выражение (26) к элементарному объему и затем проинтегрируем его по всему объему диэлектрика:

$$P_{\text{д}} = \int_V P_{\text{д. уд}} dV = 2\pi f \epsilon \operatorname{tg} \delta \int_V E^2 dV = 4\pi f \operatorname{tg} \delta W = 2\pi f U^2 C \operatorname{tg} \delta,$$

где C — частная собственная емкость рассматриваемой области объема трансформатора; U — напряжение, действующее на емкости C .

Таким образом, полученная формула позволяет определять суммарные потери в диэлектрике для любой области трансформатора (или иного электромагнитного элемента) через соответствующую величину частной собственной емкости. Величину частных собственных емкостей определяют методом, изложенным в § 15. Как и всякие потери другого рода (в обмотках и в магнитопроводе), потери в диэлектрике оказывают влияние на тепловой режим электроэлемента. Поэтому мало знать лишь величину потерь, приходящихся на определенный объем диэлектрика в трансформаторе, а, очевидно, необходимо иметь представление и о характере распределения потерь по этому объему.

Диэлектрические потери в изоляции, заполняющей межвитковые промежутки в обмотке, как это было уже показано в § 13, распределены по всему объему обмотки равномерно. Поэтому при тепловых расчетах эти потери следует суммировать с активными потерями самой обмотки.

Распределение же потерь в основной изоляции (т. е. в изоляции между обмотками) будет носить, очевидно, резко неоднородный характер из-за неоднородности имеющегося здесь электрического поля. Таким образом,

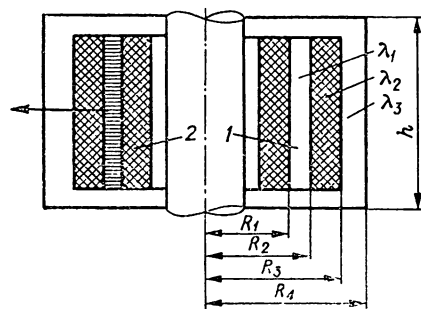


Рис. 26. Схематическое изображение трансформатора.

для точного решения задачи предварительно надо определить электрическое поле в межобмоточном пространстве. Такой путь весьма усложняет расчет и исключает получение универсального решения.

Заметим, что целью настоящего расчета является учет влияния диэлектрических потерь (в частности, за-

ключенных в межобмоточном пространстве) на тепловой режим трансформатора. При этом предполагается, что характер распределения потерь по объему основной изоляции в той или иной степени должен сказаться на величине температуры перегрева.

Г. Н. Дульнев [Л. 9] показал, что для расчета тепловых режимов справедлив принцип наложения. В частности, для трансформатора, в котором действуют несколько источников тепловыделения, результирующее температурное поле можно найти как сумму полей, создаваемых отдельными источниками.

Чтобы наиболее четко представить себе влияние диэлектрических потерь в основной изоляции на перегрев, будем считать, что все другие виды потерь в системе отсутствуют. Предположим далее для простоты, что сердечник и обмотка трансформатора представляют собой тела цилиндрической формы (рис. 26). Потери в основной изоляции сосредоточены в объеме 1,

Для выяснения влияния характера распределения источников тепла на величину максимальной температуры перегрева рассмотрим два следующих крайних случая: а) источники тепла распределены равномерно по объему 1; б) источники тепла сосредоточены в бесконечно тонком цилиндрическом слое, примыкающем к обмотке 2.

Тогда реальное распределение источников тепла по объему 1 при любой степени неравномерности электрического поля будет представлять собой некоторую промежуточную картину.

Для получения еще большего различия между указанными случаями примем, что весь тепловой поток направлен наружу. В соответствии с теорией [Л. 21] будем иметь для случаев «а» и «б» соответственно:

$$\Delta\tau_a = \frac{P_d}{2\pi h} \left[\frac{1}{\alpha R_4} + \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_4}{R_3} \right];$$

$$\Delta\tau_b = \frac{P_d}{2\pi h} \left[\frac{1}{\alpha R_4} + \frac{1}{2\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{R_4}{R_3} \right],$$

где α — коэффициент теплоотдачи; λ_1 , λ_2 и λ_3 — коэффициенты теплопроводности обмотки, изоляции и заливочной массы.

Сравнение обеих формул показывает, что расхождение между $\Delta\tau_a$ и $\Delta\tau_b$ весьма незначительно. Если учесть фактические величины параметров, определяющих $\Delta\tau_a$ и $\Delta\tau_b$ то окажется, что расхождение между ними не превышает 10%. К тому же вычисленные нами величины перегревов составляют только часть общего перегрева, обусловленного всеми видами потерь, поэтому реальная погрешность расчета составит еще меньшую величину. При проектировании трансформаторов целесообразно, очевидно, исходить из случая «б», чтобы иметь хотя и незначительный, но в известной степени обеспечивающий надежность конструкции запас по перегреву.

§ 19. Исследование влияния геометрии элементов высоковольтного устройства на появление короны

Требование всемерно уменьшать габариты современных устройств приводит, в частности, к более тесной компоновке отдельных элементов, т. е. к резкому

сокращению расстояний между ними. Последнее обстоятельство, особенно при наличии среди указанных элементов высоковольтных трансформаторов и дросселей, вызывает необходимость определять вероятность возникновения коронного разряда на отдельных узлах этих электромагнитных систем. Поэтому выбор геометрии элементов, исключающей появление коронного разряда, представляет собой одну из важнейших задач проектирования высоковольтных электромагнитных устройств. Ее решение облегчается тем, что при этом рассматриваются явления, предшествующие появлению короны и, стало быть, еще не связанные с наличием электронных лавин, ионизацией и т. д. Все это позволяет данный вопрос изучать с точки зрения электростатического поля.

Как известно [Л. 10], коронный разряд возникает в неравномерном электрическом поле, точнее, в той его части, где эта неоднородность всего сильнее. Из рассуждений, приведенных в гл. 1, вытекает, что наибольшую неоднородность поля следует ожидать в тех областях примыкающего к проводнику пространства, где поверхность проводника имеет наименьший радиус кривизны и мала степень экранирования поля соседними участками.

Таким образом, возникновение коронного разряда в некоторой точке поверхности данного проводника определяется, очевидно, двумя условиями: во-первых, увеличением в этом месте напряженности поля до определенной (так называемой критической) величины $E_{кр}$ и, во-вторых, наличием в этом месте определенной структуры поля.

Для того чтобы судить о структуре поля и с этой точки зрения сравнивать различные поля, используем введенное ранее (§ 3) понятие о степени неоднородности поля, которую можно выразить формулой:

$$\eta = \frac{dE}{dn} = U_0 f(p_1; p_2; \dots),$$

где n — направление наибольшего изменения поля; U_0 — разность потенциалов между электродами; p_i — совокупность геометрических параметров, определяющих заданную систему электродов.

Эта формула показывает, что изменение величины U_0 позволяет уравнивать степени неоднородности в определенных точках поля сравниваемых систем электродов. Пользуясь понятием степени неоднородности поля, можно сравнительно просто оценивать для любой формы электродов величину начального (критического) напряжения $U_{кр}$, при котором появляется коронный разряд.

Из курсов, изучающих электрические разряды в газах, известно, что теоретическое определение $U_{кр}$ для электродов сложной конфигурации представляет собой достаточно трудную математическую задачу, решаемую из условия поддержания самостоятельного разряда. Но для инженерных расчетов можно предложить более простой метод определения $U_{кр}$ заданной системы электродов по известному значению $U_{кр}^*$ простейших проводников.¹ Такими простейшими электродами являются: а) для плоскопараллельного поля — два провода (или провод в цилиндре); б) для трехмерного поля — две сферы.

Величины $U_{кр}^*$ (или $E_{кр}^*$) таких электродов можно вычислить по имеющимся в литературе формулам и мы будем в дальнейшем считать их известными. Поле этих электродов также известно, следовательно, для них может быть определена степень неоднородности поля η^* .

Пусть имеется система электродов произвольной конфигурации. Очевидно, что появление короны следует ожидать в тех точках их поверхности, которые имеют наименьшие радиусы кривизны. Определив напряженность поля E и η для каждого из возможных мест появления коронного разряда заданной системы в функции U_0 , следует в дальнейшем рассматривать ту область, в которой E и η имеют наибольшие значения (радиус кривизны для этих точек поверхности электрода обозначим через R).

Напомним, что из всех форм электродов наибольшей степенью неоднородности поля (при одинаковой кривизне в сходственных точках поверхности и одинаковой разности потенциалов между электродами U_0) обладает круглый провод (в условиях плоского поля) и сфера

¹ Величины, относящиеся к простейшим системам электродов (так называемым исходным электродам), отмечены звездочками.

(в условиях трехмерного поля), т. е. выбранные нами исходные электроды. В этом легко убедиться, вычислив, например, величины E и η для наиболее характерных и известных типов электродов и сравнив их с соответствующими значениями $E_{кр}^*$ и η^* . Физически указанный факт объясняется тем, что поле провода (сферы) в данной точке поверхности в меньшей степени экранируется соседними участками, чем поле электродов всех других форм (см. § 3).

Из сказанного следует, что на исходном электроде (на сфере или проводе — в зависимости от формы и размеров исследуемой системы электродов) с радиусом R , равным радиусу кривизны заданного электрода в рассматриваемой точке, корона возникнет при меньшем напряжении, чем на заданном электроде.

Чтобы найти напряжение зажигания короны на исследуемом электроде, очевидно, следует исходить из условия равенства соответствующих величин степени неоднородности поля для обеих систем, т. е.

$$\eta = \eta_{кр}^*, \quad (27)$$

где

$$\eta = U_{кр} f_1(p_1; p_2; \dots);$$

$$\eta_{кр}^* = U_{кр}^* f_2(p_1; p_2; \dots).$$

Отсюда величина критического напряжения для исследуемой системы электродов $U_{кр}$ определится как

$$U_{кр} = U_{кр}^* \frac{f_1(p_1; p_2; \dots)}{f_2(p_1; p_2; \dots)}.$$

Приведенные выше формальные рассуждения можно обосновать и более строго. Из условия самостоятельности разряда [Л. 33]

$$\gamma \left[\exp \left(\int_R^{R_i} \alpha dr \right) - 1 \right] \geq 1,$$

где R_i — радиус, ограничивающий зону ионизации; γ — число электронов, освобожденных с катода одним положительным ионом; $\alpha \approx A \exp(-D/E)$ — коэффициент ударной ионизации; A и D — постоянные, следует, что устойчивый разряд будет иметь место при

$$\int_R^{R_i} \alpha dr \geq \ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) = J = \text{const.} \quad (28)$$

Для определенности рассмотрим двухмерный случай (провод). Пусть заданный электрод имеет в рассматриваемой точке радиус кривизны поверхности, равный R . Тогда поле вблизи этой точки ($r \geq R$) для исходного электрода (круглого провода) и для заданного электрода может быть определено (см. § 3) как

$$E^* = \frac{k^*}{r}; \quad E = \frac{k}{r^n}; \quad (n < 1).$$

Степени неоднородности поля для этих электродов будут соответственно равны:

$$|n^*| = \frac{k^*}{r^2}; \quad |\eta| = \frac{nk}{r^{n+1}}.$$

Из условия (27) вытекает, что при $r=R$

$$\eta^*|_{r=R} = \eta|_{r=R}$$

или

$$\frac{k^*}{R^2} = \frac{nk}{R^{n+1}},$$

откуда

$$k = \frac{k^*}{n} R^{n-1}.$$

Выражение (28) с учетом формул, определяющих величину напряженности поля E , может быть записано в виде:

$$J = \int_R^{R_i} \alpha dr = A \int_R^{R_i} \exp\left(-\frac{D}{k} r^n\right) dr.$$

Разложим теперь $\exp\left(-\frac{D}{k} r^n\right)$ в ряд по степеням r и проинтегрируем в пределах от R до R_i :

$$J = \int_R^{R_i} \exp\left(-\frac{D}{k} r^n\right) dr = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{D^p}{k^p (pn+1)} (R_i^{pn+1} - R^{pn+1}).$$

Тогда будем иметь:

а) для исходного электрода (круглого провода), т. е. для $n=1$

$$J_1 = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left(\frac{D}{k^*} \right)^p \frac{1}{(p+1)} (R_i^{p+1} - R^{p+1});$$

б) для заданного электрода, т. е. для $n < 1$

$$J_2 = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left(\frac{Dn}{k^*} \right)^p \frac{1}{(pn+1)} \left[\left(\frac{R_i}{R} \right)^{pn} R_i R^p - R^{p+1} \right].$$

Нетрудно видеть, что ряд J_2 мажорируется рядом J_1 . Действительно:

$$\begin{aligned} J_1 - J_2 &= \sum_{p=0}^{\infty} \left(-\frac{D}{k^*} \right)^p \left[\frac{1}{p+1} R_i^{p+1} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{n^p}{pn+1} R_i R^p \left(\frac{R_i}{R} \right)^{pn} - \frac{1}{p+1} R^{p+1} + \frac{n^p}{pn+1} R^{p+1} \right] = \\ &= \sum_{p=0}^{\infty} \left(-\frac{D}{k^*} \right)^p \left\{ R_i^{p+1} \left[\frac{1}{p+1} - \frac{n^p}{pn+1} \left(\frac{R}{R_i} \right)^{p(1-n)} \right] - \right. \\ &\quad \left. - R^{p+1} \left(\frac{1}{p+1} - \frac{n^p}{pn+1} \right) \right\} = \sum_{p=0}^{\infty} \left(-\frac{D}{k^*} \right)^p \{ R_i^{p+1} \psi_p - \\ &\quad - R^{p+1} \varphi_p \}. \end{aligned}$$

Несложный анализ позволяет установить, что $\psi_p \geq 0$, $\varphi_p \geq 0$ и $\psi_p \geq \varphi_p$. А так как $R_i > R$, то

$$J_1 - J_2 > 0.$$

Следовательно, $J_1 > J_2$.

Таким образом, если на круглом проводе при определенном значении $\eta^* = \eta_{кр}$ возникает коронный разряд, т. е. выполняется равенство $J_1 = J$, то при том же значении $\eta = \eta_{кр}$ на заданном электроде будем иметь:

$$J_2 < J. \quad (29)$$

Неравенство (29) означает, что условие самостоятельности разряда на заданном электроде при $\eta = \eta_{кр}^*$ не достигается, следовательно, короны на нем не будет.

Проведенные рассуждения показывают, что предлагаемый метод позволяет получить верхнюю оценку для величины $U_{кр}$ заданной системы электродов, которая заведомо обеспечивает отсутствие коронного разряда на исследуемом элементе электромагнитной системы.

Пример 5. Заземленный сердечник высоковольтного трансформатора имеет радиус кривизны острой кромки $R = 8 \cdot 10^{-3}$ см. Разность потенциалов U_0 между сердечником и высоковольтным выводом, находящимся в 5 см от него, равна $6 \cdot 10^3$ в. Питающее напряжение — переменное. Требуется оценить возможность возникновения коронного разряда в данных условиях.

Критическая напряженность поля для круглого провода с радиусом $R = 8 \cdot 10^{-3}$ см при $t = 15^\circ$ С и давлении, равном 760 мм рт. ст.,

$$E_{кр}^* = 33,7 \left(1 + \frac{0,264}{\sqrt{8 \cdot 10^{-3}}} \right) = 130 \text{ кВ/см.}$$

Критическая разность потенциалов для провода

$$U_{кр}^* = E_{кр}^* R \ln \frac{2a}{R} = 7,1 \text{ кВ.}$$

Критическая степень неравномерности на проводе

$$\eta_{кр}^* = \frac{U_{кр}^*}{R^2 \ln \frac{2a}{R}} = U_{кр}^* \cdot 2,28 \cdot 10^3 \text{ кВ/см}^2.$$

Критическая степень неоднородности поля на сердечнике (в соответствии с формулой 11 табл. 1) равна:

$$|\eta_{кр}| = \frac{1,12 U_{кр}}{3R \sqrt[3]{Ra^2}} = 0,8 \cdot 10^3 U_{кр} \text{ кВ/см}^2,$$

откуда будем иметь:

$$U_{кр} = U_{кр}^* \frac{2,28}{0,8} = 20 \text{ кВ.}$$

Таким образом, при 6 кВ корона на сердечнике не возникнет.

§ 20. Оценка поля обмоток трансформатора

Чтобы увеличить электрическую прочность применяемых в радиоэлектронной аппаратуре высоковольтных трансформаторов, их заливают различными полимер-

ными компаундами (например, эпоксидным компаундом). Как будет показано ниже, применение указанных диэлектриков приводит к заметному ослаблению (выравниванию) поля в областях межобмоточного пространства, градиенты потенциала которых сильно завышены по сравнению со средними. Это происходит вследствие того, что удельная проводимость полимерных компаундов существенным образом зависит от напряженности поля [Л. 36]:

$$\gamma = AE^n, \quad (30)$$

где величина n колеблется в пределах $2 \leq n \leq 4$.

Задача, связанная с расчетом поля в диэлектрике с указанными свойствами в общем случае практически неразрешима в конечном виде. Однако можно указать способ оценки верхней и нижней границ величины поля в рассматриваемых условиях для электродов любой формы. Этот способ основан на решении задачи о поле провода и сферы (в зависимости от типа исходной задачи) в среде, проводимость которой определяется выражением (30). Необходимо отметить, что указанные задачи имеют точные решения:

$$E_n = \frac{U_0 n}{(1+n) \left(\sqrt[1+n]{R_2^n} - \sqrt[1+n]{R_1^n} \right) \sqrt[1+n]{r}}; \quad (31)$$

$$E_c = \frac{U_0 (n-1)}{(1+n) \left(\sqrt[1+n]{R_2^{n-1}} - \sqrt[1+n]{R_1^{n-1}} \right) \sqrt[1+n]{r^2}},$$

где R_1 и R_2 — радиусы концентрических цилиндров (сфер), между которыми действует разность потенциалов U_0 ; E_n и E_c — напряженность поля провода и сферы соответственно.

Используя эти выражения, можно путем непосредственного расчета установить, что в диэлектриках, имеющих указанную зависимость γ от E , происходит заметное выравнивание поля (по отношению к диэлектрикам с $\gamma = \text{const}$). Степень выравнивания поля можно, очевидно, характеризовать отношением максимальной напряженности поля к средней. Можно, не нарушая общности, легко проверить это положение, если положить, например, что $n=2$; $R_2 = mR_1$ и электрод представляет собой сферу. Тогда будем иметь:

$$a) \gamma = \text{const};$$

$$\Delta_1 = \frac{E_{\text{макс}}}{E_{\text{ср}}} = m;$$

$$б) \gamma = AE^2;$$

$$\Delta_2 = \frac{E_{\text{макс}}}{E_{\text{ср}}} = \frac{1}{3} \left(\sqrt[3]{m^2} + \sqrt[3]{m} + 1 \right).$$

Нетрудно увидеть, что $\Delta_1 > \Delta_2$ (при $m > 1$). Соответствующие оценки для величины поля электродов произвольной конфигурации можно получить из следующих соображений. Обычно при подобного рода расчетах наибольший интерес представляет определение максимальной величины напряженности поля. В частности, применительно к трансформаторам максимальные величины напряженности поля наблюдаются в областях, примыкающих к краям обмоток. Как уже было сказано в § 3, при прочих равных условиях наибольшая величина напряженности поля будет наблюдаться на сфере или проводе (в зависимости от типа исходной задачи) с радиусом, равным радиусу кривизны поверхности в рассматриваемой точке заданного электрода. При этом для диэлектриков с $\gamma = \text{const}$ различие между напряженностью поля сферы (провода) и заданного электрода в указанных условиях будет более значительным, чем при $\gamma = AE^n$, так как в последнем случае поле становится более однородным. Поэтому в качестве верхней оценки величины поля заданного электрода в точке поверхности, имеющей радиус кривизны R , можно принять величину поля сферы (провода) того же радиуса при сохранении других характерных параметров системы (потенциалов, расстояний между электродами и т. д.).

Способ получения нижней оценки поля уже был изложен в § 3. Исходным моментом в этом случае является условие равенства степеней неоднородности поля в рассматриваемой точке поверхности заданного электрода и сферы (провода) с некоторым радиусом R_c , который и определяют из этого условия. Затем при сохранении прочих характерных параметров системы определяют напряженность поля на поверхности сферы (провода) с радиусом R_c , которая будет меньше истинной (см. § 3).

Надо отметить, что, как доказывают непосредственные расчеты, поле между обмотками transforma-

торов заметно выравнивается, что обусловлено указанной зависимостью γ от E . Иными словами, в трансформаторах, в которых используются в качестве изоляции полимерные компаунды, напряженность поля в любой области незначительно отличается от напряженности однородного поля. Проиллюстрируем это примером.

Пример 6. Обмотки трансформатора выполнены проводом, имеющим радиус $R=10^{-1}$ см (это соответствует радиусу кривизны острого края обмотки). Расстояния между обмотками $a=1$ см, разность потенциалов U_0 составляет 6 кв. В качестве диэлектрика используется компаунд с $n=2$ (в этом случае, очевидно, следует ожидать относительно небольшого выравнивания).

Находим верхнюю оценку для величины напряженности поля в наиболее опасной точке (на остром краю обмотки). Для этого пользуемся соответствующей формулой (31), определяющей величину поля круглого провода E_n с радиусом R . В этой формуле $r=R_1=R$; $R_2=a+R$. Тогда

$$E < E_n = \frac{2U_0}{3\sqrt[3]{R} \left(\sqrt[3]{(R+a)^2} - \sqrt[3]{R^2} \right)} = 11 \text{ кв/см.}$$

Для определения нижней границы величины напряженности поля находим радиус соответствующего круглого провода, исходя из равенства степеней неоднородности поля провода заданной системы. Край обмотки можно, очевидно, рассматривать как прямой угол со скругленным острием. Тогда поле на острие определится по формуле 11 табл. 1. Эта же формула позволяет определить и степень неоднородности поля обмотки в рассматриваемой области:

$$\eta = \frac{1,26U_0}{3R\sqrt[3]{R(R+a)^2}} = 54 \text{ кв/см}^2.$$

Степень неоднородности эквивалентного провода с радиусом R_c определится как:

$$\eta_n = \frac{U_0}{R_c^2 \ln \frac{2(R_c+a)}{R_c}}.$$

Исходя из условия

$$\eta = \eta_n,$$

находим величину радиуса R_c , которая оказывается равной 0,23 см.

Искомую напряженность поля определяем по формуле (31), в которую, очевидно, вместо R_2 , r и R_1 следует подставить соответственно $a+R_c$; R_c и R_c . В итоге получим:

$$E > E'_n = \frac{2U_0}{3\sqrt[3]{R_c} \left(\sqrt[3]{(a+R_c)^2} - \sqrt[3]{R_c^2} \right)} = 10,4 \text{ кв/см.}$$

Таким образом, истинная величина напряженности поля находится в достаточно узких пределах:

$$11 \text{ кВ/см} > E > 10,4 \text{ кВ/см.}$$

Средняя величина напряженности поля $E_{\text{ср}} = 6 \text{ кВ/см.}$

Интересно сравнить полученный результат со случаем, когда $\gamma = \text{const}$ (формула 11 табл. 1):

$$E' = \frac{1,26U_0}{\sqrt[3]{(R+a)^2 R}} = 16,4 \text{ кВ/см.}$$

Отношение максимальной величины напряженности поля к средней для обоих случаев составит:

$$\frac{E}{E_{\text{ср}}} = 1,84; \quad \frac{E'}{E_{\text{ср}}} = 2,74.$$

Из произведенного расчета видно, что даже при относительно слабо выраженной зависимости γ от E ($n=2$, а обычно $n>2$) поле существенным образом выравнивается.

§ 21. Экранирование электромагнитных систем

Внешние электростатические и магнитные поля в отдельных случаях могут оказывать весьма существенное воздействие на работу электромагнитных систем. Это воздействие особенно нежелательно для таких элементов, как дроссели и трансформаторы.

Что касается электростатического экранирования, то вопросы, связанные с ним, решаются относительно просто, поскольку для защиты от электростатических полей достаточно элемент и подводящие проводники окружить сплошной металлической оболочкой любой толщины и из любого металла, соединенной с точкой нулевого потенциала. Единственное осложняющее обстоятельство состоит в том, что электростатическое экранирование увеличивает емкость системы и монтажа.

Иначе обстоит дело с экранированием электроэлементов от электромагнитных полей. Такое экранирование представляет собой достаточно сложную задачу теории электромагнитного поля. Наиболее подробно этот вопрос изложен в известной монографии Г. Кадена [Л. 14]. Из анализа самого явления электромагнитного экранирования вытекают следующие принципы проектирования экранов:

а) начальная магнитная проницаемость материала экрана должна быть по возможности более высокой, так как индукция поля помех имеет малое значение;

б) коэффициент экранирования в первом приближении пропорционален толщине экрана, поскольку магнитное сопротивление экрана падает с увеличением его толщины;

в) воздушный промежуток между экранируемым элементом и экраном следует по возможности увеличить (реально до 10 мм [Л. 37]);

г) конструкция экрана должна быть выполнена таким образом, чтобы на пути силовых линий помехонесущего поля не имелось ни стыков, ни швов с большим магнитным сопротивлением; недопустимо также крепление элемента стальными деталями, которые могут образовывать пути с малым магнитным сопротивлением между сердечником и экраном.

При проектировании экранов следует иметь в виду то обстоятельство, что с повышением частоты магнитная проницаемость материала экрана падает и степень экранирования уменьшается. В этом случае целесообразно выбрать для экрана материал с большой проводимостью. Экранирующее действие такого экрана обусловлено встречно направленным полем вихревых токов, возникающих в экране.

Стремление повысить эффективность экранирования и сделать защиту элементов от помехонесущих полей различных частот по возможности надежной привели к созданию многослойных экранов, в которых сочетаются материалы с большой магнитной проницаемостью и большой проводимостью (пермаллой и медь).

Увеличения экранирующего эффекта часто добиваются не утолщением экрана, а применением нескольких тонких экранов, отстоящих друг от друга на 0,5—1 мм. Степень экранирования такой системы экранов определяется формулой [Л. 37]:

$$S = \prod_{i=1}^n S_i,$$

где S_i — степень экранирования одного экрана (отношение величины поля вне экрана к полю внутри экрана).

При заданной степени экранирования S и известных магнитных и электрических характеристиках материала

экрана толщина его стенки может быть определена из соотношения:

$$a \approx \sqrt{\frac{2}{\mu \gamma \omega}} \ln \frac{2S}{1 + \mu_0 D \sqrt{\frac{\omega \gamma}{\mu}}},$$

где γ — проводимость материала экрана, $\text{ом} \cdot \text{см}^{-1}$; $\omega = 2\pi f$; D — габаритный размер экранирующего элемента, м; a — толщина стенки экрана, м.

Не ограничиваясь указанными мерами по защите электромагнитных систем от помехонесущих полей с помощью экранов, проектировщик обязан использовать и следующие очевидные рекомендации: а) по возможности уменьшать габариты элементов и число витков обмоток; б) оси катушек располагать перпендикулярно ходу силовых линий помехонесущего поля; в) для трансформаторов и дросселей применять двухкатушечные системы.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИСТЕМ

§ 22. Основы метода теплового расчета

Изучению теплового режима различных устройств посвящен ряд отечественных и зарубежных работ [Л. 7—9, 22 и др.]. Большинство этих работ носит теоретический характер и основывается либо на решении уравнения теплопроводности [Л. 9, 22, 38] при определенных идеализирующих допущениях, либо на использовании формальной аналогии между электрическими и тепловыми процессами. Последний способ, как справедливо отмечает Г. Н. Дульнев [Л. 9], не может быть надежно использован в практических расчетах в силу нераскрытой структуры тепловых сопротивлений.

В основе других работ по тепловому режиму лежат экспериментальные исследования, направленные на установление связи между мощностью тепловыделения и максимальной (или средней) температурой рассматриваемого класса элементов [Л. 1, 35]. Эти методы, естественно, имеют сугубо частный характер и ограниченное применение.

В настоящей работе для расчета тепловых режимов электроэлементов использован метод, впервые описанный в работе [Л. 31]. Этот метод не требует решения дифференциальных уравнений, а, основываясь на аналогии между тепловыми и электрическими процессами, сводит тепловую задачу к обычным задачам, решение которых известно из теории электрических цепей. Такая возможность достигается благодаря введению специального понятия — обобщенного теплового сопротивления.

Обобщенным тепловым сопротивлением некоторого объема будем называть отношение максимального перепада температур к полному тепловому потоку, проходящему через этот объем:

$$R_T = \frac{t_{\text{макс}} - t_n}{P}, \quad (32)$$

где $t_{\text{макс}}$ — максимальная температура объема; t_n — температура поверхности; P — полный тепловой поток.

В том случае, когда температура поверхности, через которую тепловой поток выходит в окружающую среду, не является постоянной, в качестве t_n следует брать среднюю температуру

$$t_n = \frac{1}{S} \int_S t dS.$$

Распределение температуры в рассматриваемом объеме определяется либо путем решения уравнения теплопроводности при заданных граничных условиях, либо путем применения аналога теоремы Гаусса для тепловых полей:

$$\frac{P}{\lambda} = \oint_S \frac{dt}{dn} \Big|_S dS,^1$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

Из самого определения обобщенного теплового сопротивления следует, что любой элемент, имеющий внутренние источники тепла и не имеющий их, может быть представлен в виде эквивалентной схемы, состоящей из сосредоточенного источника тепла и соответствующего сопротивления.¹ При этом формула (32) дает величину максимального перепада.

¹ Заметим, что при отсутствии распределенных источников тепла по какому-либо объему, его обобщенное сопротивление равно обычному тепловому сопротивлению этого элемента.

Если для одного элемента задача решается достаточно просто, то при наличии целой группы элементов, имеющих сосредоточенные и распределенные источники тепла, решение усложняется и, очевидно, требует особого рассмотрения.

Чтобы проиллюстрировать основную идею метода определения места и величины перегрева наиболее нагретой точки системы, состоящей из комплекса элементов, рассмотрим следующий достаточно общий для электромагнитных систем случай. Пусть имеется система, состоящая из n элементов, соединенных между собой последовательно по ходу потока (рис. 27). Заметим, что такая схема не нарушает общности метода. Сделанное выше предположение, очевидно, эквивалентно допущению об отсутствии теплообмена на гранях AB и CD .

Предположим далее, что каждый элемент имеет суммарную производительность источников, равную P_h , и определяющий геометрический размер a_h . Окружающая температура t принята равной нулю.

Выделим любой k -й элемент системы. Для общности будем считать, что источники тепла равномерно распределены по его объему.

Допустим, что именно этот (k -й) элемент содержит самую нагретую точку в системе, место расположения которой определяется некоторым характерным геометрическим параметром x_k . Тогда тепловой поток в системе идет по следующим двум направлениям: часть полного потока, создаваемого в k -м элементе, P_{k1} идет от линии $O'O''$ к грани AC ; другая часть P_{k2} идет к грани BD . Нетрудно видеть, что поток P_{k1} при движении к грани AC преодолевает сопротивление R_{k1} (величина которого определяется влиянием распределенных источников и характерным геометрическим размером x_k) и сопротивления $R_1, R_2, \dots, R_{k-1}$. При этом естественно, что сопротивления $R_1, R_2, \dots, R_{k-1}$ для потока R_{k1} , который по отношению к ним является внешним, должны

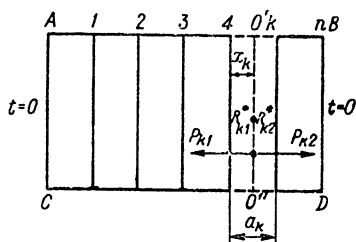


Рис. 27. Последовательное соединение источников тепла

определяться как для элементов, не имеющих внутренних источников тепла. То обстоятельство, что в некоторых элементах имеются источники (в общем случае они могут быть как сосредоточенными, так и распределенными), генерирующие свой поток, идущий в данном случае только к грани AC , может быть учтено включением в цепочку сопротивлений $R_1, R_2 \dots, R_{k-1}$ дополнительных источников, создающих перепады температур, равные:

а) для элементов с распределенными источниками

$$\Delta\tau_i = P_i \left(R_i^* + \sum_{n=1}^i R_{n-1} \right); \quad (i = 1, 2, \dots, k-1);$$

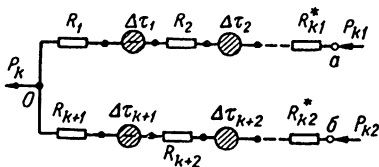


Рис. 28. Эквивалентная схема для тепловых потоков.

б) для элементов с сосредоточенными источниками

$$\Delta\tau_i = P_i \sum_{n=1}^i R_n;$$

$$(i = 1, 2, \dots, k-1).$$

В результате получится ветвь $O-a$ эквивалент-

ной схемы рис. 28. Аналогичным путем может быть составлена вторая ветвь этой схемы $O-b$. Из схемы видно, что так как температуры точек a и b одинаковы, то перепады температур между точками $O-a$ и $O-b$ равны между собой. Поэтому справедливо следующее равенство:

$$\begin{aligned} P_{k1} \left(R_{k1}^* + \sum_{i=1}^{k-1} R_i \right) + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta\tau_i = \\ = P_{k2} \left(R_{k2}^* + \sum_{i=k+1}^n R_i \right) + \sum_{l=k+1}^n \Delta\tau_l. \end{aligned} \quad (33)$$

При этом напомним, что P_{k1} и R_{k1} определяются параметром x_k , а P_{k2} и R_{k2}^* — параметром $(a_k - x_k)$. Все остальные геометрические и теплотехнические параметры заданы. Решая уравнение (33) относительно x_k , находим его величину.

Процедуру, подобную рассмотренной, можно произвести для каждого элемента. В результате получим k значений x_k . Однако, в силу единственности решения уравнения теплопроводности, температурный режим

в системе при заданных условиях может установиться только единственным образом. Отсюда следует, что из всех найденных значений x_k будет иметь смысл, т. е. будет лежать в пределах a_k , только одно единственное значение этого параметра x_{k0} . Найдя это значение x_k , можно определить величину максимального перегрева $\Delta\tau_{\text{макс}}$:

$$\Delta\tau_{\text{макс}} = P_{k10} \left(R_{k10}^* + \sum_{i=1}^{k-1} R_i \right) + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta\tau_i,$$

где P_{k10} ; R_{k10}^* — поток и сопротивление при $x_k = x_{k0}$.

Таким образом, с помощью рассмотренного метода ответ на вопрос о месте самой нагретой точки и величине ее температуры дается автоматически, путем последовательного решения уравнения (33) для каждого из k элементов. Вычислительные операции сами по себе во всех случаях несложны, к тому же количество их можно существенно сократить на основе физических соображений.

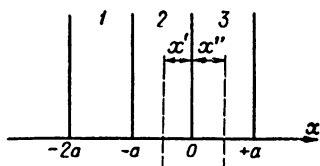


Рис. 29. Многослойная плоская стенка.

Рассмотренный метод отличается от классического, основанного на решении дифференциальных уравнений, не только большей простотой лежащего в его основе принципа, но и меньшей сложностью вычислительных операций. Действительно, для решения задачи описанным методом необходимо сделать k вычислений. Если же эту задачу решать с помощью дифференциальных уравнений, то мы придем к системе из $2k$ уравнений.

Естественно, что решить систему уравнений всегда труднее, чем одно уравнение, в которое определяемый параметр входит к тому же в первой степени и явным образом.

Пример 7. Пусть имеется трехслойная плоская стенка (рис. 29). Теплопроводность каждой области (стенки) одинакова и равна λ . Объемная плотность источников q для каждой области соответственно равна:

Область	q
1	0
2	q_0
3	$2q_0$

где q_0 — мера удельных потерь.

Требуется определить величину температуры самой нагретой точки и ее координату. (Температура окружающей среды принимается равной нулю.)

Сначала решим эту задачу классическим методом.

Уравнение теплопроводности имеет следующие решения для каждой области (цифры в индексах означают номер области).

$$t_1 = C_1 x + D_1;$$

$$t_2 = -q_0 \frac{x^2}{2\lambda} + C_2 x + D_2;$$

$$t_3 = -q_0 \frac{x^2}{\lambda} + C_3 x + D_3.$$

Постоянные $C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3$ определяются из следующих граничных условий:

$$\text{при } x = -2a \quad t_1 = 0;$$

$$\text{при } x = a \quad t_3 = 0;$$

$$\text{при } x = -a \quad t_1 = t_2;$$

$$\text{при } x = 0 \quad t_2 = t_3;$$

$$\text{при } x = -a \quad \lambda dt_1/dx = \lambda dt_2/dx;$$

$$\text{при } x = 0 \quad \lambda dt_2/dx = \lambda dt_3/dx.$$

В результате будем иметь следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -2aC_1 + D_1; \\ 0 = -\frac{q_0}{\lambda} a^2 + C_3 a + D_3; \\ -C_1 a + D_1 = -\frac{q_0}{2\lambda} a^2 - C_2 a + D_2; \\ D_2 = D_3; \\ \lambda C_1 = q_0 a + C_2 \lambda; \\ C_2 = C_3 \end{array} \right.$$

Совместное решение этих уравнений дает:

$$C_1 = \frac{5q_0 a}{6\lambda}; \quad D_1 = \frac{5q_0 a^2}{3};$$

$$C_2 = C_3 = -\frac{q_0 a}{6\lambda}; \quad D_2 = D_3 = \frac{7q_0 a^2}{6}.$$

Тогда выражения, определяющие распределение температур в каждой области, будут иметь вид:

$$t_1 = \frac{5q_0 a}{6\lambda} (x + 2a);$$

$$t_2 = \frac{q_0}{6\lambda} (7a^2 - ax - 3x^2);$$

$$t_3 = \frac{q_0}{6\lambda} (7a^2 - ax - 6x^2).$$

Исследовав каждое выражение на экстремум, получим, что t_2 достигает максимума при $x_2 = -a/6$, а t_3 достигает максимума при $x_3 = -a/12$.

Очевидно, что физический смысл имеет только $x_2 = -a/6$ (x_3 находится за пределами 3-й области). При этом

$$t_{2\text{макс}} = \frac{85}{72\lambda} q_0 a^2.$$

Теперь перейдем к решению той же задачи методом, описанным в работе [Л. 31].

Из очевидных соображений следует, что в 1-й области температура не может достигать максимального значения (нет источников). Поэтому достаточно исследовать два уравнения (для 2-й и 3-й областей), составленные по типу (33).

Для 2-й области:

$$P_{11} (R_1 + R_{21}^*) = P_{12} (R_3 + R_{22}^*) + P_3 R_3^*,$$

где: $P_{11} = q_0 (a - x') S$; $P_{12} = q_0 x' S$;

$$P_3 = 2q_0 a S;$$

$$R_1 = R_3 = \frac{a}{\lambda S}; \quad R_{21}^* = \frac{(a - x')}{2\lambda S};$$

$$R_{22}^* = \frac{x'}{2\lambda S}; \quad R_3^* = \frac{a}{2\lambda S}$$

(сопротивления определены на основе формул § 23 пп. 1Г и 2В) или

$$q_0 (a - x') S \left(\frac{a}{\lambda S} + \frac{a - x'}{2\lambda S} \right) = q_0 x' S \left(\frac{a}{\lambda S} + \frac{x'}{2\lambda S} \right) + 2q_0 a S \frac{a}{2\lambda S},$$

отсюда

$$x' = \frac{a}{6}.$$

В силу того, что $x' = a/6$ имеет смысл (x' находится в пределах второго участка), то необходимость исследования уравнения для области III отпадает.

Максимальная величина температуры определится как

$$t_{\text{макс}} = P_{110} (R_1 + R_{210}^*) = q_0 \left(a - \frac{a}{6} \right) S \left(\frac{a}{\lambda S} + \frac{a - \frac{a}{6}}{2\lambda S} \right) = \\ = \frac{85}{72\lambda} \cdot q_0 a^2,$$

что полностью совпадает с классическим решением.

§ 23. Тепловые сопротивления тел наиболее типичных форм

В целях определенности введем следующие обозначения, которыми мы в известной степени уже пользовались в § 22. Тепловые сопротивления элементов, не имеющих распределенных источников тепла, будем обозначать символом R , а тепловые сопротивления элементов с распределенными источниками тепла — символом R^* .

При всевозможных технических расчетах, в том числе и связанных с тепловыми режимами устройств, исходную систему обычно подвергают известной схематизации. Иначе говоря, геометрию системы преобразуют на основе тех или иных соображений в более простую, что значительно облегчает ее теоретическое исследование. Исходя из этого, определим комплекс термических сопротивлений для различных элементов, имеющих простую конфигурацию. При выборе соответствующих конфигураций будем руководствоваться наиболее часто встречающимися случаями идеализации геометрии реальной конструкции рассматриваемых электромагнитных систем.

1. Термические сопротивления элементов, содержащих внутренние источники тепла [R^*]

А. Полный цилиндр (тепловой поток идет от внутренней поверхности к внешней).

Тепловой поток P , проходящий через внешнюю поверхность полого цилиндра, имеющего внутренние равномерно распределенные источники тепла, определяется

через максимальную разность температур следующим образом [Л. 21]:

$$P = \frac{4\pi\lambda l}{1 - \frac{2r_x^2}{r_1^2 - r_x^2} \ln \frac{r_1}{r_x}} \Delta\tau_{\text{макс}},$$

где l — высота цилиндра; λ — коэффициент теплопроводности; r_1 — внешний радиус цилиндра; r_x — внутренний радиус цилиндра.

В соответствии с выражением (32) обобщенное термическое сопротивление будет равно:

$$R^* = \frac{\Delta\tau_{\text{макс}}}{P} = \frac{1}{4\pi\lambda l} \left(1 - \frac{2r_x^2}{r_1^2 - r_x^2} \ln \frac{r_1}{r_x} \right).$$

Б. Тепловой поток P , проходящий через внутреннюю поверхность цилиндра, находится по формуле [Л. 21]:

$$P = \frac{4\pi\lambda l}{\frac{2r_x^2}{r_x^2 - r_2^2} \ln \frac{r_x}{r_2} - 1} \Delta\tau_{\text{макс}},$$

где r_2 — внутренний радиус цилиндра; r_x — внешний радиус цилиндра.

Отсюда

$$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda l} \left(\frac{2r_x^2}{r_x^2 - r_2^2} \ln \frac{r_x}{r_2} - 1 \right).$$

В. Тепловой поток P , создаваемый равномерно распределенными источниками тепла в сплошном цилиндрическом стержне, определяется через максимальный температурный перепад [Л. 21]:

$$P = 4\pi\lambda l \Delta\tau_{\text{макс}},$$

откуда

$$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda l}.$$

Г. Применяя далее формулу (32) к случаям плоской неограниченной стенки, получим:

$$R^* = \frac{\delta}{2\lambda S},$$

где δ — толщина стенки; S — величина поверхности стенки, через которую проходит поток.

2. Термические сопротивления элементов без внутренних источников тепла [R]

Применение формулы (32) к элементам, не имеющим внутренних источников тепла, позволяет получить следующие формулы для обобщенных термических сопротивлений.

А. Термическое сопротивление для потока, входящего в сплошной цилиндрический стержень с радиусом r нормально к его образующей на участке $l \geq 2r$, можно приближенно определить с помощью метода, изложенного в § 4; оно равно

$$R = \frac{1}{8\lambda r}.$$

Б. Сопротивление полого цилиндра для потока, идущего со стороны внутренней поверхности,

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda l} \ln \frac{r_1}{r_2}.$$

В. Сопротивление плоской стенки

$$R = \frac{\delta}{\lambda S}.$$

Г. Сопротивление на границе «поверхность элемента — окружающая среда»

$$R = \frac{1}{\alpha S_0},$$

где α — коэффициент теплоотдачи; S_0 — поверхность охлаждения.

§ 24. Тепловой расчет трансформатора

Тепловой расчет трансформатора производится на основе метода, изложенного в § 22. Для того чтобы принцип этого расчета был представлен с наибольшей наглядностью, рассмотрим трансформатор, у которого потери в диэлектрике отсутствуют или, точнее говоря, составляют пренебрежимо малую величину, а удельные тепловые потери в первичной и вторичной обмотках одинаковы.

Вообще говоря, нагрев трансформатора обусловлен потерями в сердечнике и в обмотках. Определение этих потерь производится известными методами и не содер-

жит. принципиальных трудностей. Поэтому будем считать, что потери в катушке P_k и в сердечнике P_c нам заданы. Кроме того, предполагается, что известны все теплотехнические и конструктивные характеристики рассматриваемой системы.

Примем в дальнейшем следующие упрощающие допущения:

а) сердечник заменяется круглым прямым стержнем; при этом длина и периметр поперечного сечения стержня считаются равными развернутой длине и периметру поперечного сечения реального сердечника соответственно;

б) круглый стержень, заменяющий сердечник, считается однородным изотропным телом, имеющим некоторую эквивалентную величину теплопроводности λ_c (см. § 26);

в) катушка заменяется полым цилиндром; при этом внешний и внутренний периметры поперечного сечения цилиндра равны соответствующим периметрам поперечного сечения реальной катушки; высота цилиндра принимается равной высоте катушки, увеличенной на некоторую величину a , приблизительно равную толщине намотки (см. § 26);

г) полый цилиндр, имитирующий катушку, считается однородным и изотропным телом с коэффициентом теплопроводности λ_k (определяется в соответствии с [Л. 9]);

д) коэффициент теплоотдачи с поверхности катушки (или сердечника) к окружающей среде принимается постоянным (см. § 26).

Пользуясь методом, изложенным в § 22, можно для рассматриваемого трансформатора составить расчетную схему замещения, содержащую тепловые сопротивления и источники.

В зависимости от мощности источников катушки и магнитопровода, а также от соотношения величин соответствующих тепловых сопротивлений, очевидно, возможны два следующих варианта прохождения тепловых потоков через рассматриваемую схему:

а) тепловой поток, создаваемый катушкой, проходит в окружающую среду только через поверхность катушки; тепловой поток, создаваемый сердечником, рассеивается в окружающую среду двумя путями: через сердечник и катушку;

б) тепловой поток, развиваемый катушкой, частично проходит через катушку и частично через сердечник; тепловой поток, создаваемый сердечником, рассеивается только одним путем — через поверхность сердечника.

Составим для каждого из указанных вариантов свою расчетную схему замещения.

Эти схемы могут быть построены на основании следующих рассуждений. Совершенно очевидно, что в первом случае тепловой поток, создаваемый сердечником, проходит в окружающую среду двумя путями. Часть потока P_c'' проходит через поверхность сердечника, пре-

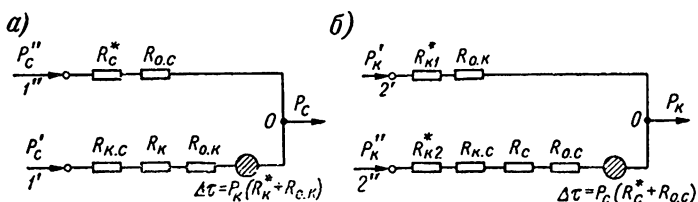


Рис. 30. Эквивалентные схемы для случаев, когда поток сердечника проходит (а) и не проходит (б) через обмотку.

одолевая при этом сопротивление сердечника R_c'' и сопротивление на границе окружающая среда — сердечник $R_{o,c}$. Другая часть P_c' идет через катушку или, иначе говоря, преодолевает сопротивление на границе катушка — сердечник $R_{к,с}$, сопротивление катушки $R_к$ и сопротивление на границе окружающая среда — катушка $R_{о,к}$. Поскольку в катушке имеются источники, генерирующие свой поток, проходящий в данном случае только через катушку, то влияние этого потока будет эквивалентно включению в цепочку сопротивлений $R_{к,с}$, $R_к$ и $R_{о,к}$ дополнительного источника, создающего перепад температур, равный

$$\Delta\tau = P_k(R_{к,с} + R_{о,к}).$$

В итоге будем иметь схему, представленную на рис. 30, а. При этом

$$P_c' = P_c \frac{x}{l_c}; \quad P_c'' = P_c \frac{l_c - x}{l_c},$$

где l_c и x — полная длина сердечника и часть ее соответственно.

В силу того, что температурные перепады между точками $I'-O$ и $I''-O$ равны, можно написать следующее уравнение:

$$P_c \frac{x}{l_c} (R_{к.с} + R_k + R_{о.к}) + P_k (R_k^* + R_{о.к}) = \\ = P_c \frac{l_c - x}{l_c} (R_c^* + R_{о.с}),$$

откуда находим:

$$x = l_c \frac{R_{о.с} + R_c^* - \frac{P_k}{P_c} (R_k^* + R_{о.к})}{R_{к.с} + R_k + R_{о.с} + R_{о.к} + R_c^*}.$$

Температура перегрева сердечника оказывается равной:

$$\Delta\tau_c = P_c \frac{l_c - x}{l_c} (R_c^* + R_{о.с}) \approx P_c \frac{l_c - x}{l_c} R_{о.с},$$

так как $R_c^* \ll R_{о.с}$.

Легко видеть, что при рассмотренной схеме движения тепловых потоков наиболее нагретой частью обмотки будет ее внутренняя поверхность, прилегающая к сердечнику. Температура перегрева катушки будет равна:

$$\Delta\tau_k = P_c \frac{x}{l_c} (R_k + R_{о.к}) + P_k (R_k^* + R_{о.к}).$$

Во втором случае тепловой поток, создаваемый катушкой, проходит в окружающую среду по двум путям: некоторая доля потока идет только через часть катушки, преодолевая сопротивления $R_{к1}^*$ и $R_{о.к}$, а остальной поток проходит через другую часть катушки, далее через сердечник и в окружающую среду и преодолевает при этом сопротивления $R_{к2}^*$, $R_{к.с}$, R_c и $R_{о.с}$. Необходимо отметить, что ввиду наличия в сердечнике собственных источников тепла создается поток, который проходит в данном случае только через сердечник. Совершенно очевидно, что этот поток должен увеличить температуру сердечника и тем самым оказать известное влияние на распределение потоков, создаваемых катушкой. На схеме замещения (рис. 30, б) влияние потока сердечника учитывается включением в цепочку $R_{к2}^*$, $R_{к.с}$, R_c

и $R_{o.k}$ дополнительного источника, создающего температурный перепад, равный

$$\Delta\tau = P_c (R_c^* + R_{o.c}).$$

В этом случае самая нагретая точка будет находиться внутри катушки на некотором расстоянии r_x от ее оси.

Поскольку температурные перепады между точками $2' - O$ и $2'' - O$ равны, то можно написать следующее уравнение:

$$P_k \frac{r_1^2 - r_x^2}{r_1^2 - r_2^2} (R_{k1}^* + R_{o.k}) = P_k \frac{r_x^2 - r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} (R_{k2}^* + R_c + R_{o.c}) + P_c (R_c^* + R_{o.c}).$$

Из этого уравнения находим величину r_x , которая оказывается равной (с учетом формул, данных в § 23, и того, что R_c и R_c^* малы по сравнению с другими сопротивлениями):

$$r_x = \sqrt{\frac{\frac{r_1^2 - r_2^2}{4\pi\lambda_k l_k} + r_1^2 R_{o.k} + r_2^2 (R_{k.c} + R_{o.c}) - \frac{P_c}{P_k} R_{o.c} (r_1^2 - r_2^2)}{\frac{1}{\pi\lambda_k l_k} \ln \frac{r_1}{r_2} + R_{o.k} + R_{k.c} + R_{o.c}}}. \quad (34)$$

Величина перегрева катушки тогда определена как

$$\Delta\tau_k = P_k \frac{r_1^2 - r_x^2}{r_1^2 - r_2^2} (R_{k1}^* + R_{o.k}). \quad (34a)$$

Вопрос о том, какая из двух рассмотренных схем замещения соответствует действительным процессам в трансформаторе, решается автоматически, так как только один из параметров (x или r_x) имеет смысл.

Рассмотренный метод расчета тепловых режимов можно применить к любым другим типам электромагнитных систем. В частности, для тороидальных типов электроэлементов получается только одна схема замещения, так как в этих системах направление теплового потока может иметь только одно направление.

В приложении 6 приведем упрощенный вариант рассмотренного метода теплового расчета трансформаторов и дросселей, позволяющий находить наиболее характерные температурные перепады.

Пример 8. В соответствии с работой [Л. 9] запишем следующие основные данные трансформатора: $l_c = 33 \cdot 10^{-2}$ м;

$$r_2 = 10^{-2} \text{ м}; \quad l_k = 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad \lambda_k = 0,137 \text{ вт/м} \cdot \text{град};$$

$$P_c = 2,5 \text{ вт}; \quad S_{o.k} = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \quad r_1 = 3,45 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$P_k = 22,5 \text{ вт}; \quad S_{o.c} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \quad \alpha = 14,35 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}.$$

Используя формулы, данные в § 23, вычисляем тепловые сопротивления: $R_{c.k} = 1,9 \text{ град/вт}$; $R_{o.c} = 5,8 \text{ град/вт}$; $R_{o.c} = 4,5 \text{ град/вт}$.

По формуле (34) находим, что $r_x = 1,7 \cdot 10^{-2}$ м. Максимальный перепад $\Delta t_{\text{макс}}$ составит 129°C .

В работе [Л. 9] определены температуры в точках, находящихся на расстояниях от оси катушки, равных:

$$r = r_1 = 10^{-2} \text{ м};$$

$$r = 0,5 (r_1 + r_2) = 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$r = r_2 = 3,45 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Подставляя соответствующие r в формулу (34а), получаем:

$$\Delta t_1 = 60^\circ \text{C}; \quad \Delta t_2 = 107^\circ \text{C}; \quad \Delta t_3 = 68^\circ \text{C}.$$

Для тех же точек в соответствии с работой [Л. 9] имеем:

$$\Delta t_1 = 49^\circ \text{C}; \quad \Delta t_2 = 114^\circ \text{C}; \quad \Delta t_3 = 63^\circ \text{C}.$$

Как видно, оба метода дают близкие результаты.

§ 25. Исследование общего случая теплового расчета трансформатора

В § 24 нами рассматривался тепловой расчет трансформатора в предположении, что тепловыделение имеет место только в сердечнике и в катушке. При этом допускалось, что в первичной и вторичной обмотках удельная плотность источников тепла одинакова. В общем же случае плотность тепловыделения в первичной и вторичной обмотках могут быть различными. Кроме того, в высоковольтных и высокочастотных трансформаторах дополнительное тепловыделение может происходить из-за потерь энергии в диэлектрике. Вопрос о диэлектрических потерях подробно исследован нами в § 18. В результате этих исследований установлено, что

диэлектрические потери практически создают такой же тепловой эффект, как если бы все источники были сосредоточены на цилиндрической поверхности, непосредственно примыкающей к внутренней части высоковольтной обмотки.

Если учесть все указанные особенности, присущие рассматриваемому типу трансформаторов, то нетрудно видеть, что тепловой расчет такой системы принципиально ничем не отличается от приведенного в § 24. Все

отличие сводится к некоторому усложнению вычислительных операций и необходимости анализировать большее число эквивалентных схем, соответствующих различным зонам возможного расположения наиболее нагретой точки.

Не вдаваясь в излишние подробности, опишем лишь принципиальный ход расчета теплового режима трансформатора разработанным методом в общем случае.

На рис. 31 представлена расчетная модель такого

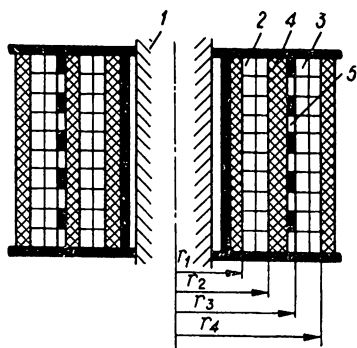


Рис. 31. Расчетная модель трансформатора, имеющего все виды потерь.

трансформатора, выполненная на основе принятых ранее допущений. Цифры на схеме обозначают: 1 — сердечник (основные параметры: l_c , λ_c , r_c); 2 — низковольтная обмотка (r_1 , r_2 , λ_k , l_k); 3 — высоковольтная обмотка (r_3 , r_4 , λ_k , l_k); 4 — межобмоточная изоляция (r_2 , r_3 , λ_d , l_k); 5 — зона диэлектрических потерь (r_3 , λ_d , l_k).

Мощность потерь в каждом элементе системы предполагается известной и обозначается: P_c — потери в сердечнике; $P_{к.н}$ — потери в низковольтной катушке; $P_{к.в}$ — потери в высоковольтной катушке; P_d — потери в диэлектрике.

В исследуемой системе, очевидно, возможны четыре варианта расположения наиболее нагретой точки. Каждому варианту соответствует своя эквивалентная схема, которая составляется на основе соображений, изложенных в § 24.

Рассмотрим возможные варианты прохождения теплового потока.

1. Самая нагретая точка располагается в сердечнике. В этом случае тепловой поток сердечника проходит по двум путям. Часть потока P_c' проходит только через сердечник в окружающую среду. При этом преодолеваются сопротивления R_c^* и $R_{o.c.}$. Другая часть P_c'' проходит в окружающую среду через ка-

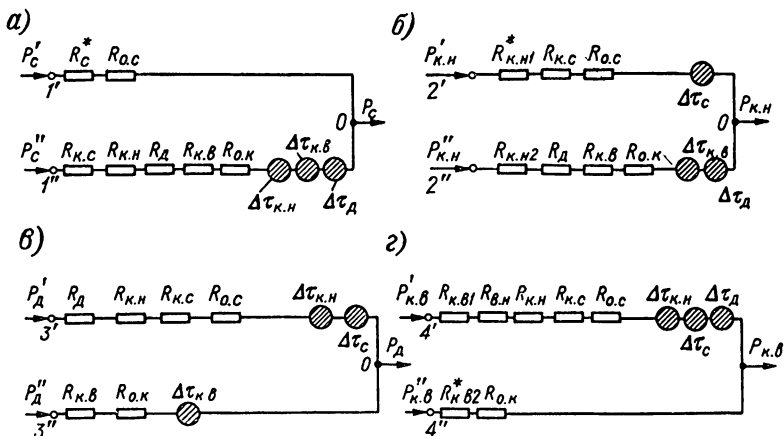


Рис. 32. Эквивалентные схемы для теплового расчета трансформатора, имеющего все виды потерь.

тушки, преодолевая сопротивления $R_{c.k.}$, $R_{k.n.}$, $R_d.$, $R_{k.v.}$, $R_{o.k.}$. Влияние тепловых потоков, генерируемых в катушках и в диэлектрике, учитывается включением в цепь $R_{c.k.}$, $R_{k.n.}$, $R_d.$, $R_{k.v.}$, $R_{o.k.}$ источников, создающих перепады

$$\Delta\tau_{k.n.} = P_{k.n.} (R_{k.n.}^* + R_d. + R_{k.v.} + R_{o.k.});$$

$$\Delta\tau_{k.v.} = P_{k.v.} (R_{k.v.}^* + R_{o.k.});$$

$$\Delta\tau_d = P_d. (R_d. + R_{k.v.} + R_{o.k.}),$$

где

$$R_d. = \frac{r_3 - r_2}{\lambda_d 2\pi r_3 l_{k.}}.$$

В результате получим эквивалентную схему, изображенную на рис. 32, а.

Приравнивая перепады температур между точками $1'—O$, и $1''—O$, найдем величины потоков $P_{с'}$ и $P_{с''}$, так же как это было сделано в § 24.

2. Наиболее нагретая точка располагается *внутри низковольтной катушки*. В этом случае тепловой поток $P_{к.н}$ идет по двум направлениям: $P'_{к.н}$ — по цепи, составленной из $R_{к.н1}^*$, $R_{к.с}$ и $R_{о.с}$, а $P''_{к.н}$ — по цепи $R_{к.н2}^*$, $R_{д}$, $R_{к.в}$ и $R_{о.к}$. Влияние источников сердечника, высоковольтной катушки и диэлектрика учитывается включением сосредоточенных источников, создающих температурные перепады:

$$\Delta\tau_{к.в} = P_{к.в} (R_{к.в}^* + R_{о.к});$$

$$\Delta\tau_c = P_c (R_c^* + R_{о.с});$$

$$\Delta\tau_d = P_d (R_d + R_{к.в} + R_{о.к}),$$

в соответствующие ветви схемы (рис. 32, б). Равенство перепадов между точками $2'$ и O ; $2''$ и O позволяет написать следующее уравнение:

$$P'_{к.н} R_{21} + \Delta\tau_c = P'_{к.н} R_{22} + \Delta\tau_d + \Delta\tau_{к.в},$$

где $R_{21} = R_{к.н1}^* + R_{к.с} + R_c + R_{о.с}$;

$$R_{22} = R_{к.н2}^* + R_d + R_{к.в} + R_{о.к};$$

$$P'_{к.н} = P_{к.н} \frac{r_2^2 - r_x^2}{r_2^2 - r_1^2}; \quad r_1 \leq r_x \leq r_2.$$

Величину r_x определяют по формуле, аналогичной (34). Зная r_x , находят значения $R_{к.н1}^*$, $R_{к.н2}^*$, $R'_{к.н}$ и $P''_{к.н}$, а затем вычисляют максимальный перепад температур, соответствующий этой зоне:

$$\Delta\tau_{\max} = P'_{к.н} R_{21} + \Delta\tau_c.$$

3. Наиболее нагретая точка находится в *зоне межобмоточной изоляции*. Тепловой поток, создаваемый диэлектрическими потерями, может проходить частично через сопротивления R_d , $R_{к.н}$, $R_{к.с}$, R_c и $R_{о.с}$ и частично через $R_{к.в}$ и $R_{о.к}$. Влияние противодействующих тепло-

вых потоков учитывается включением соответствующих источников, создающих перепады температур:

$$\begin{aligned}\Delta\tau_c &= P_c (R_c^* + R_{o.c}); \\ \Delta\tau_{к.н} &= P_{к.н} (R_{к.н}^* + R_d + R_{к.в} + R_{o.к}); \\ \Delta\tau_{к.в} &= P_{к.в} (R_{к.в}^* + R_{o.к}).\end{aligned}$$

Эквивалентная схема, отвечающая данному случаю представлена на рис. 32, в. Из соображений, аналогичных изложенным в п. 2, находим $r_x (r_2 \leq r_x \leq r_4)$ и

$$\Delta\tau_{\text{макс}} = P'_d (R_{к.в} + R_{o.к}) + \Delta\tau_{к.в}.$$

4. Наиболее нагретая точка находится в *высоковольтной катушке*. На основе рассуждений, подобных проведенным выше, можно прийти к схеме рис. 32, г, откуда находим $r_x (r_3 \leq r_x \leq r_4)$ и

$$\Delta\tau_{\text{макс}} = P''_{к.в} (R_{к.в2}^* + R_{o.к}).$$

В ходе расчета $\Delta\tau_{\text{макс}}$ для каждой эквивалентной схемы можно выявить смысловой характер геометрических параметров, определяющих положение наиболее нагретой точки, которые должны быть подчинены условиям:

$$x \leq l_c; \quad r_1 \leq r_x \leq r_2; \quad r_2 \leq r_x \leq r_3; \quad r_3 \leq r_x \leq r_4.$$

В силу сказанного выше (см. § 24) только одно из этих условий может быть удовлетворено. Очевидно, что эквивалентная схема, отвечающая этому условию, и даст решение задачи.

Таким образом, проведенный анализ расчета теплового режима трансформатора в общем случае показывает, что с помощью разработанного метода задача решается также достаточно просто. Решение отличается лишь числом вычислительных операций, а эквивалентные схемы — числом сопротивлений и источников.

§ 26. Обоснование основных допущений

Тепловой расчет трансформатора (дресселя), который был выполнен нами в § 24, основывался на ряде допущений, относящихся к его геометрии и теплофизическим параметрам. Если некоторые из этих допущений

в достаточной степени очевидны (например, допущения, касающиеся замены реальной обмотки — круговым полым цилиндром, сердечника — сплошным цилиндром и др.), то другие требуют известного обоснования. К последним можно отнести: введение эквивалентного коэффициента теплопроводности для сердечника, увеличение расчетной высоты обмотки на некоторую величину a и, наконец, допущение о независимости коэффициента теплоотдачи α от температуры поверхности (в интервале температур, характерных для рассматриваемых электромагнитных систем).

1. *Эквивалентный коэффициент теплопроводности сердечника.* Магнитопроводы современных электромагнитных систем, работающих на переменном токе, либо набираются из отдельных штампованных пластин, либо изготавливаются из ленточного материала. Такая конструкция магнитопровода позволяет рассматривать его как анизотропное тело, теплофизические свойства которого (коэффициент теплопроводности) сильно различаются в двух взаимно перпендикулярных направлениях — вдоль и поперек набора.

Уравнение теплопроводности для анизотропной двумерной среды записывается в виде:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = -q, \quad (35)$$

где q — объемная плотность источников тепла; λ_x и λ_y — коэффициенты теплопроводности в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Подстановка

$$x_1 = \frac{Cx}{\sqrt{\lambda_x}}; \quad y_1 = \frac{Cy}{\sqrt{\lambda_y}}$$

в уравнение (35) дает:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y_1^2} = -\frac{q}{C^2} = -\frac{q}{\lambda}.$$

Эквивалентную величину коэффициента теплопроводности λ можно определить из условия, что количества тепла в исходной и преобразованной системах, проходящие через внешнюю поверхность, должны быть оди-

наковыми. Тогда после несложных преобразований можно прийти к равенству:

$$\begin{aligned} & \lambda_x \int_0^a \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=b} dx + \lambda_y \int_0^b \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=a} dy = \\ & = \lambda \left(\sqrt{\frac{\lambda_y}{\lambda_x}} \int_0^a \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=b} dx + \sqrt{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}} \int_0^b \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=a} dy \right), \end{aligned}$$

где $2a$, $2b$ — размеры поперечного сечения магнитопровода. Это равенство выполняется, если

$$\lambda = \sqrt{\lambda_x \lambda_y}.$$

2. Определение эквивалентной высоты обмотки. При определении термического сопротивления обмотки целесообразно использовать формулы, полученные для цилиндра в предположении, что тепловой поток имеет лишь радиальное направление. Реальная обмотка имеет боковую поверхность конечной высоты и торцовые поверхности, через которые также осуществляется теплообмен (поверхности не являются изотермическими). Поэтому принятая расчетная модель обмотки (полый цилиндр с изотермической поверхностью), исходя из условия эквивалентности теплового режима модели и натуры, должна иметь необходимую эквивалентную высоту, отличную от высоты реальной катушки.

Задачу, связанную с оценкой величины эквивалентной высоты обмотки, можно упростить, если заменить цилиндр плоской стенкой того же сечения. Возможность такой замены вытекает из геометрических соотношений, присущих магнитопроводам (а следовательно, и обмоткам), применяемым в современных трансформаторах (дресселях) малой мощности. Эти соотношения сводятся к тому, что внутренний и внешний радиусы обмотки могут различаться не более чем в два раза. С учетом сказанного нетрудно убедиться, что формулы, определяющие термическое сопротивление цилиндра и плоской стенки (см. § 23), практически совпадают.

Рассмотрим теперь бесконечно длинный стержень с поперечным сечением, имеющим размеры $2a$ и $2b$. Источники тепла распределены равномерно по сечению

с объемной плотностью, равной q . Коэффициент теплопроводности стержня λ . Примем, что коэффициент теплоотдачи с поверхности стержня α является постоянной величиной.

Нетрудно увидеть, что максимальный температурный перепад рассматриваемой системы

$$\Delta\tau_{\max} = qab(R_2 + R_1) = qa\left(\frac{1}{\alpha(1+z)} + \frac{an}{\lambda}\right),$$

где R_1 и R_2 — внутреннее тепловое сопротивление стержня и сопротивление от поверхности к окружающей среде (на единицу длины); n — параметр, являющийся функцией z , а $z = a/b$.

Аппроксимируя n линейной зависимостью

$$n = Az + B,$$

можно найти коэффициенты A и B на базе двух точных решений (для стержня квадратного сечения и бесконечной пластины).

В итоге будем иметь:

$$\Delta\tau_{\max} = qa\left[\frac{1}{\alpha(1+z)} + \frac{a}{\lambda}\left(\frac{2-\pi}{2\pi}z + \frac{1}{2}\right)\right]. \quad (36)$$

Рис. 33. К определению эквивалентной высоты обмотки.

Используя готовые точные решения для некоторых характерных частных случаев, имеющих конкретные соотношения сторон сечения стержня, можно показать, что полученная формула позволяет вычислять величину $\Delta\tau_{\max}$ с погрешностью не более 10%. С помощью выражения (36) можно определить также величину внутреннего теплового сопротивления стержня, которое соответствует тепловому сопротивлению реальной обмотки (рис. 33, двойная штриховка):

$$R_1 = \frac{a}{2\lambda b}\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi-2}{2\pi} \cdot \frac{a}{b}\right).$$

Тепловое сопротивление участка бесконечной пластины некоторой эквивалентной высоты l (рис. 33,

одинарная штриховка) определяется выражением (см. § 23):

$$R_{\text{пл}} = \frac{a}{2\lambda l}.$$

Величина l определяется из условия: $R_1 = R_{\text{пл}}$ и оказывается равной

$$l = \frac{b}{\frac{1}{2} - 0,18 \frac{a}{b}}.$$

Для реальных обмоток, габариты которых определяются размерами существующих магнитопроводов, имеет место соотношение: $a/b \approx 0,4$. Тогда $l \approx 2,4 b = 2b + a$, т. е. при вычислении внутреннего теплового сопротивления обмотки высота последней должна быть увеличена на a .

К аналогичному результату можно прийти, используя рекомендации, полученные на основе эксперимента и изложенные в работе [Л. 9].

3. *Коэффициент теплоотдачи.* Как показывают многочисленные экспериментальные данные (например, приведенные в работе [Л. 9]), температура по поверхности обмотки изменяется незначительно (в пределах 30%). Исходя из известного соотношения [Л. 7, 9], определяющего коэффициент теплоотдачи α в зависимости от величины перегрева (в пределах температур, имеющих место в обмотках трансформаторов и дросселей):

$$\alpha = A (t_{\text{п}} - t_0)^{1/4},$$

где $t_{\text{п}}$, t_0 — температура поверхности и окружающей среды соответственно; A — коэффициент пропорциональности, можно определить пределы изменения α . Если принять, что (в соответствии со сказанным выше) отношение перепадов температур в наиболее и наименее нагретых точках поверхности обмотки составляет

$$\frac{(t_{\text{п}} - t_0)_{\text{макс}}}{(t_{\text{п}} - t_0)_{\text{мин}}} = 1,3,$$

то

$$\frac{\alpha_{\text{макс}}}{\alpha_{\text{мин}}} = \left[\frac{(t_{\text{п}} - t_0)_{\text{макс}}}{(t_{\text{п}} - t_0)_{\text{мин}}} \right]^{1/4} = 1,07.$$

Расхождение составляет величину, не превышающую 7%. При выборе величины α по средней температуре поверхности погрешность, естественно, становится еще меньше. Все это приводит к выводу, что в инженерных расчетах тепловых режимов трансформаторов и дросселей величина α может быть принята постоянной.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Материал	Теплопроводность $вт/см \cdot град. \cdot 10^3$	Электрическая прочность, $кв/мм$	Диэлектрическая проницаемость		$\epsilon_g \delta$	
			при $f = 50 гц$	при $f = 10^6 гц$	при $f = 50 гц$	при $f = 10^6 гц$
Асбестолит	—	4—12	—	—	0,07—0,09	0,1—0,12
Бакелит	—	15—20	7	—	0,05—0,12	—
Бумага	6	25	2,5—3	—	0,02	—
Гетинакс	2,1—3,4	32—34	7—10	8—10	0,12—0,18	0,03—0,05
Лакоткань	2,5	24—65	4—6	—	0,06—0,09	—
Полихлорвинил	—	10—20	4,7	—	0,01—0,1	—
Седякопласт (минеральный наполнитель)	1,6—1,7	15—25	4—5	4—7,5	0,01—0,04	0,006—0,01
Текстолит (электротехнический)	2,3—3,4	35—80	—	6—8	—	0,06—0,08
Эпоксипласты (без наполнителя)	1,2—1,9	11—30	3—4,5	3—5	0,008—0,04	0,014—0,035
Электрокартон	1,7	9—13	3	—	0,02	—

УДЕЛЬНЫЕ ПОТЕРИ МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ, Вт/кг

Марка материала	Частота, кГц	При индукции, тл						
		1	2	4	6	8	10	12
50Н-0,05	0,4	0,1	0,3	1,0	2	3,2	5,3	8
	1,0	0,3	1,0	2,8	5	8,6	14,3	22,5
	4,4	2	6,8	19	—	—	—	—
	10,0	4,5	20	50	120	200	350	500
	20,0	30	70	200	320	—	—	—
	50,0	80	200	520	—	—	—	—
	100,0	150	550	—	—	—	—	—
Э350	0,4	—	—	—	2	6	10	15
	1,0	—	—	5	10	16	23	34
	3,0	4	8	20	38	—	—	—
	5,0	7	40	120	—	—	—	—
	10,0	12	40	120	—	—	—	—
	20	20	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—
80НХС	0,4	0,01	0,05	0,18	0,6	—	—	—
	1,0	0,05	0,18	0,6	1,7	—	—	—
	4,4	0,43	1,65	6,0	18	—	—	—
	10,0	1,6	7	22	55	—	—	—
	20,0	5	17,5	83	—	—	—	—
	50,0	20	73	—	—	—	—	—
	100,0	75	—	—	—	—	—	—
79НМА	0,4	—	0,05	0,2	0,3	—	—	—
	1,2	—	0,1	0,5	1,3	—	—	—
	2,0	0,07	0,2	1,0	2,5	—	—	—
	4,0	0,15	0,5	2,5	5,0	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—

П р и м е ч а н и е. Определение величины удельных потерь на промежуточных частотах (при $B = \text{const}$) производится по следующей приближенной формуле: $P_1 = P_2 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{3/2}$.

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ
МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Марка материала	Частота, кГц	При индукции, тл						
		1	2	4	6	8	10	12
50Н-0,05	0,4	7000	9000	11 000	11 800	12 800	13 000	12 000
	1,0	5000	6700	9 000	10 000	10 800	11 000	11 000
	4,4	3600	4200	6 000	7 000	7 500	7 500	7 500
	10,0	3200	3500	4 500	4 800	4 800	4 800	4 800
	—	—	—	—	—	—	—	—

Марки материала	Частота, кГц	При индукции, тл						
		1	2	4	6	8	10	12
Э350	0,05	5500	7300	11 000	13 400	14 500	1 300	10 700
	0,5	5200	6500	9 000	10 800	11 600	11 800	10 700
	1,0	4800	5500	7 700	9 200	10 300	10 500	9 800
	5,0	3300	4000	5 300	—	—	—	—
	10,0	2700	3300	4 000	—	—	—	—
	20,0	2000	2000	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000
80НХС	0,4	$40 \cdot 10^3$	$47 \cdot 10^3$	$50 \cdot 10^3$	$30 \cdot 10^3$	—	—	—
	1,0	$30 \cdot 10^3$	$35 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$	$20 \cdot 10^3$	—	—	—
	4,4	$15 \cdot 10^3$	$20 \cdot 10^3$	$25 \cdot 10^3$	10^4	—	—	—
	10,0	10^4	10^4	10^4	10^4	—	—	—
79НМА	0,4	$50 \cdot 10^3$	$72 \cdot 10^3$	$76 \cdot 10^3$	$37 \cdot 10^3$	—	—	—
	1,2	$42 \cdot 10^3$	$65 \cdot 10^3$	$70 \cdot 10^3$	$30 \cdot 10^3$	—	—	—
	2,0	$37 \cdot 10^3$	$57 \cdot 10^3$	$68 \cdot 10^3$	$28 \cdot 10^3$	—	—	—
	4,0	$30 \cdot 10^3$	$45 \cdot 10^3$	$55 \cdot 10^3$	$25 \cdot 10^3$	—	—	—

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ФОРМУЛА КРИТИЧЕСКОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ ПОЛЯ

Формула Пика для ориентировочного расчета критической напряженности поля при коронном разряде:

$$E_{кр} = A\delta \left(1 + \frac{C}{\sqrt{\delta r}} \right) [\text{кВ/см}],$$

где $\delta = \frac{3,92B}{273 + t}$; B — давление, мм рт. ст.; r — радиус провода, см;

t — температура, °С.

Коэффициенты A и C выбираются в соответствии с таблицей:

Особенности разряда	A	C
Положительная корона	33,7	0,242
Отрицательная корона	31,2	0,308
Корона на переменном напряжении	33,7	0,264

НЕКОТОРЫЕ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Коэффициенты теплопроводности λ

- а) пропитанные катушки: $(2 \div 4) \cdot 10^{-3}$ вт/см·град;
 б) непропитанные катушки: $(1 \div 2) \cdot 10^{-3}$ вт/см·град.

Коэффициенты теплоотдачи α_0

- а) от стенки к воздуху $\begin{cases} (11,5 + 0,05\Delta\tau) \cdot 10^{-4} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}; \\ 5,3 \sqrt[4]{\Delta\tau} \cdot 10^{-4} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}; \end{cases}$

- б) в узкой щели: $\alpha = \alpha_0 \frac{109\delta}{\sqrt[4]{h}}; \quad \left(0 \leq \delta \leq \frac{\sqrt[4]{h}}{109} \right);$

- в) в зависимости от скорости обдува ($v \leq 5$ м/сек):

$$\alpha = \alpha_0 (1 + 0,5 \sqrt{v}),$$

где $\Delta\tau$ — температурный перепад, °С; δ — ширина щели м; h — высота щели, м; α_0 — коэффициент теплоотдачи в свободном пространстве или без обдува.

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

РАСЧЕТ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ТРАНСФОРМАТОРА

В настоящем приложении дан второй (упрощенный) вариант расчета теплового режима трансформаторов и дросселей.

Введем следующие обозначения: $R_{о.г}$ и $R_{о.к}$ — тепловые сопротивления на границе поверхности охлаждения сердечника (катушки) и окружающей среды; R_k — тепловое сопротивление катушки для потока, идущего со стороны сердечника; R_k^* — тепловое сопротивление катушки для потока, развиваемого в самой катушке; $R_{к.с}$ — тепловое сопротивление между катушкой и сердечником.

Необходимо отметить важность точного определения величины сопротивления $R_{к.с}$ (особенно при наличии воздушных прослоек между гильзой и сердечником), величина которого существенно влияет на распределение тепловых потоков между катушкой и сердечником. Формулы для определения указанных сопротивлений с учетом соображений, изложенных в § 26, могут быть представлены в виде:

$$R_{о.с} = \frac{1}{\alpha S_{о.с}}; \quad R_{о.к} = \frac{1}{\alpha S_{о.к}}; \quad R_k = \frac{a}{\lambda_k h_{\Sigma} l};$$

$$R_k^* = \frac{R_k}{2} = \frac{a}{2\lambda_k h_{\Sigma} l}; \quad R_{к.с} = \frac{\delta}{\lambda h d},$$

где α — коэффициент теплоотдачи; λ_k и λ — коэффициент теплопроводности катушки и гильзы (или воздушной прослойки); $S_{о.с}$ и

$S_{o.k}$ — поверхность охлаждения сердечника и катушки; a , h и h_a — толщина, высота и эквивалентная высота катушки; l и d — длина среднего витка и периметр сечения сердечника; δ — толщина гильзы (с учетом воздушных промежутков).

В зависимости от соотношения потерь в сердечнике P_c и в катушке P_k

$$\nu = \frac{P_c}{P_k}$$

можно различать следующие тепловые режимы в рассматриваемых системах.¹

Режим a , близкий к холостому ходу, теоретически характеризуется отсутствием потерь в обмотке, т. е.

$$P_k = 0; \quad \nu \rightarrow \infty.$$

Для данного случая тепловой поток, создаваемый потерями в сердечнике, проходит по двум путям: одна часть $(1-s)P_c$ по-прежнему идет непосредственно через поверхность сердечника (через сопротивление $R_{o.c}$), а другая (sP_c) — через катушку (т. е. через сопротивления $R_{k.c}$, R_k и $R_{o.k}$ рис. 34). Перегрев наиболее нагретой точки, которая находится в теле сердечника, определяется из уравнения:

$$\Delta\tau_{\text{макс.с}} = sP_c(R_{k.c} + R_k + R_{o.k}) = (1-s)P_cP_{o.c},$$

откуда

$$s = s_a = R_{o.c}(R_k + R_{k.c} + R_{o.k} + R_{o.c})^{-1}.$$

Наиболее нагретая точка катушки находится на ее внутренней поверхности, и ее перегрев определяется выражением:

$$\Delta\tau_{\text{макс.к}} = sP_c(R_k + R_{o.k}).$$

Перегрев внешней поверхности катушки будет равен:

$$\Delta\tau_{\text{п}} = sP_cR_{o.k}.$$

Средний перегрев катушки определится как

$$\Delta\tau_{\text{ср}} = \frac{sP_c}{2}(R_k + 2R_{o.k}).$$

Промежуточный режим б характеризуется наличием потерь в катушке P_k и в сердечнике P_c и направлением тепловых потоков, идущих от сердечника и присущих режиму холостого хода (рис. 35).

¹ На последующих рисунках и в тексте индексы «к» и «с» обозначают величины, относящиеся к катушке и сердечнику соответственно.

В данном случае наиболее нагретая точка находится в теле сердечника и ее перегрев определяется из уравнения:

$$\Delta\tau_{\text{макс. с}} = (1-s) P_c R_{o.с} = s P_c (R_k + R_{k.с} + R_{o.к}) + \\ + P_k (R_k^* + R_{o.к}),$$

откуда

$$s = \frac{\nu R_{o.с} - R_k^* - R_{o.к}}{\nu (R_{k.с} + R_k + R_{o.к} + R_{o.с})}.$$

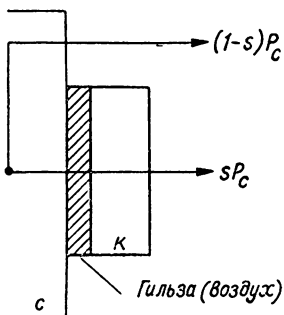


Рис. 34. Тепловой режим, соответствующий холодному ходу.

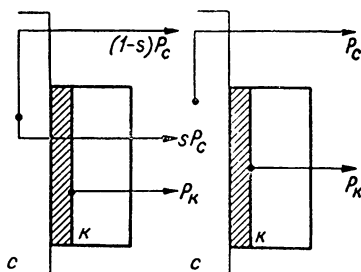


Рис. 35. Промежуточный тепловой режим.

Изменение s в зависимости от величины ν лежит в пределах:

$$s_a = \frac{R_{o.с}}{R_k + R_{k.с} + R_{o.с} + R_{o.к}} \geq s \geq 0.$$

Соответственно:

$$\infty \geq \nu \geq \frac{R_k^* + R_{o.к}}{R_{o.с}} = \nu_b.$$

Наиболее нагретая точка катушки находится на ее внутренней поверхности, и ее перегрев определяется выражением:

$$\Delta\tau_{\text{макс. к}} = s P_c (R_k + R_{o.к}) + P_k (R_k^* + R_{o.к}).$$

Средний перегрев катушки и перегрев ее внешней поверхности будут соответственно равны:

$$\Delta\tau_{\text{ср}} = \frac{P_c + P_k}{2(1+\nu)} [s\nu (R_k + 2R_{o.к}) + (R_k^* + 2R_{o.к})];$$

$$\Delta\tau_{\text{п}} = R_{o.к} (s P_c + P_k).$$

Режим в, близкий к короткому замыканию, характеризуется тем, что поток, создаваемый потерями в сердечнике, рассеивается в окружающую среду только через поверхность сердечника (через сопротивление $R_{o.c}$), а поток катушки проходит по двум путям: часть $(1-n)P_K$ идет через катушку и сердечник, а другая (nP_K) — только через катушку (рис. 36). При этом поток $(1-n)P_K$ на своем пути преодолевает часть сопротивления катушки $(1-n)R_K^*$ и $R_{o.c}$, а поток nP_K — соответственно nR_K^* и $R_{o.к}$.

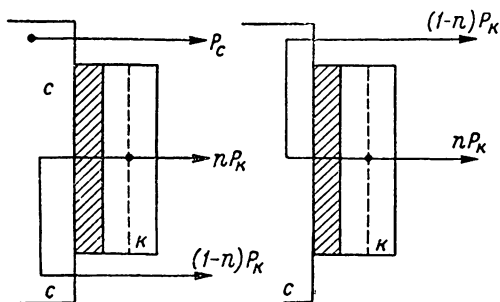


Рис. 36. Тепловой режим, соответствующий короткому замыканию.

В силу сказанного наиболее нагретая точка находится внутри катушки, и ее перегрев определяется из уравнения:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{\text{макс. к}} &= \Delta\tau_{\text{макс. с}} = nP_K (nR_K^* + R_{o.к}) = \\ &= (1-n)P_K [(1-n)R_K^* + R_{к.с} + R_{o.с}] + P_c R_{o.с}, \end{aligned}$$

откуда

$$n = \frac{R_K^* + R_{o.с}(1+\nu) + R_{к.с}}{R_{o.с} + R_{o.к} + R_{к.с} + 2R_K^*}.$$

Изменение n в зависимости от ν должно лежать в пределах:

$$1 \leq n \leq \frac{R_K^* + R_{o.с} + R_{к.с}}{R_{o.к} + R_{o.с} + R_{к.с} + 2R_K^*}.$$

Соответственно

$$\nu_6 = \frac{R_K^* + R_{o.к}}{R_{o.с}} \geq \nu \geq 0.$$

Средний перегрев и перегрев внешней поверхности катушки для этого случая соответственно будут равны

$$\Delta\tau_{cp} = \frac{P_c + P_k}{2(1 + \nu)} \{ n^2 R_k^* + n(n+1) R_{o.k} + (1-n) [R_{k.c}(1-n) + R_{o.c}(1 + \nu - n)] \};$$

$$\Delta\tau_n = n P_k R_{o.k}.$$

Помимо определения характерных температурных перепадов в трансформаторах и дросселях рассмотренный метод позволяет получить еще целый ряд важных в практическом отношении результатов:

1) по заданному значению ν всегда можно для конкретного элемента (т. е. для элемента с известной геометрией и теплофизическими параметрами) определить свойственный ему тепловой режим (по величинам s и n , для которых установлены пределы изменения);

2) учитывая, что габаритная мощность трансформатора P_T пропорциональна величине полных потерь ($P = P_c + P_k$) [Л. 1]:

$$P_T = kP \frac{\sqrt{\nu}}{1 + \nu}; \quad P = P_T k_1 \frac{1 + \nu}{\sqrt{\nu}},$$

можно установить существование оптимума для P_T (промежуточные выкладки опускаем, так как они не имеют принципиального характера) при

$$\nu = \nu_{opt} = \frac{R_k^* + R_{o.k}}{R_k + R_{o.k}} \approx 1,$$

$$(R_{o.k} > R_k^*; \quad R_{o.k} > R_k);$$

3) по заданной величине перегрева $\Delta\tau_{макс.к}$ (или $\Delta\tau_{cp}$) для каждого конкретного типа трансформатора можно установить допустимую величину потерь, которая определяется с помощью полученных выше формул при $\nu = \nu_{opt}$.

Пример 9. Определить характерные температурные перепады для трансформатора, имеющего следующие параметры:

$$P_c = 5 \text{ вт}; \quad P_k = 20 \text{ вт}; \quad \nu = 0,25; \quad R_{o.c} = 6 \text{ град/вт};$$

$$R_{o.k} = 5 \text{ град/вт}, \quad R_k = 12 \text{ град/вт}; \quad R_k^* = 6 \text{ град/вт};$$

$$R_{k.c} = 2 \text{ град/вт}.$$

Вычисление тепловых сопротивлений производится по приведенным выше формулам. Эта операция не имеет принципиального интереса, поэтому мы здесь приводим окончательный результат.

Определяем граничную (между режимами б и в) величину ν :

$$\nu = \nu_6 = \frac{R_k^* + R_{o.k}}{R_{o.c}} = 1,84.$$

Заданная величина $\nu=0,25$ меньше ν_6 . Следовательно, тепловой режим рассматриваемой системы будет соответствовать режиму ν , для которого $\nu_6 \geq \nu \geq 0$. Пользуясь формулами, описывающими этот тепловой режим, будем иметь:

$$n = \frac{R_{\kappa}^* + R_{o.c} (1 + \nu) + R_{\kappa.c}}{R_{o.c} + R_{\kappa.c} + R_{o.\kappa} + 2R_{\kappa}^*} = 0,62;$$

$$\Delta\tau_{m.\kappa} = nP_{\kappa} (nR_{\kappa}^* + R_{o.\kappa}) = 107^{\circ} \text{ C};$$

$$\Delta\tau_{cp} = \frac{P_{\kappa} + P_c}{2(1 + \nu)} \{ n^2 R_{\kappa}^* + n(1 + n) R_{o.\kappa} + (1 - n) [R_{\kappa.c} (1 - n) + R_{o.c} (1 + \nu - n)] \} = 88^{\circ} \text{ C};$$

$$\Delta\tau_{\Pi} = nP_{\kappa} R_{o.\kappa} = 62^{\circ} \text{ C}.$$

При этом параметр n показывает, что наиболее нагретая точка обмотки располагается приблизительно на расстоянии 0,62 a (толщины обмотки) от ее поверхности. Это непосредственно следует из смысла соответствующих тепловых сопротивлений обмотки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б а л ь я н Р. Х., Трансформаторы малой мощности, Судпромгиз, 1961.
2. Б р а у д е Б. В., Градиенты напряжения в мощных передатчиках, «Радиотехника», № 2, 1946.
3. Буль О. Б., К исследованию и расчету магнитных систем, создающих поле в большом объеме, Автореферат кандидатской диссертации, изд. МЭИ, 1966.
4. Г а л ь п е р и н Б. Б., Добавочные потери в обмотках трансформаторов от несовершенства транспозиций, «Вестник электропромышленности», № 5, 1954.
5. Гинкин Г. Г., Справочник по радиотехнике, Госэнергоиздат, 1948.
6. Гоноровский И. С., Проектирование R -, L -, C -радиопередатчиков, Связьтехиздат, 1934.
7. Готтер Г., Нагревание и охлаждение электрических машин, Госэнергоиздат, 1961.
8. Гухман А. А., Физические основы теплопередачи, Госэнергоиздат, 1934.
9. Дульнев Г. Н., Теплообмен в радиоэлектронных устройствах, Госэнергоиздат, 1963.
10. Жебровский С. П., Электрофильтры, Госэнергоиздат, 1950.
11. Жежерин Р. П., Индукторные генераторы, Госэнергоиздат, 1961.
12. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г., Вопросы расчета и моделирования электрохимической антикоррозийной защиты судов, «Судостроение», 1965.
13. Ицхоки Я. С., Импульсная техника, Изд. «Советское радио», 1949.
14. Каден Г., Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи, Госэнергоиздат, 1957.
15. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А., Расчет индуктивностей, Госэнергоиздат, 1955.
16. Карпенский А. К., Определение параметров ленточных катушек, «Электричество», № 1, 1963.
17. Кочин С. И., Индуктивность рассеяния пары обмоток, произвольно расположенных на сердечнике, кандидатская диссертация, МЭИ, 1937.
18. Крамп В., Кольдервуд Н. (Cramp W., Colderwood N.), Определение потока воздушного зазора, Proc. Inst. El. Eng., 1923, № 323, vol. 61.

19. Круг К. А. и др. Основы электротехники, Госэнергоиздат, 1932.
 20. Марквард Е. Г., Электромагнитные расчеты трансформаторов, ГОНТИ, 1938.
 21. Михеев М. А., Основы теплопередачи, Госэнергоиздат, 1956.
 22. Наседкин Л. Н., Исследование тепловых режимов теплостойких маломощных трансформаторов, Известия вузов по разделу «Электромеханика», № 5, 1963.
 23. Нетушил А. В. и др. Высокочастотный нагрев диэлектриков и полупроводников, Госэнергоиздат, 1959.
 24. Петров Г. Н., Расчет индуктивных параметров рассеяния микротрансформаторов, Труды МЭИ, вып. XXXVIII, 1962.
 25. Поля Г., Сеге Г., Изопериметрические неравенства в математической физике, Физматгиз, 1962.
 26. Поливанов К. М., Намагничивание магнитодиэлектрических стержней прямоугольного сечения, Труды МЭИ, вып. XIV, 1957.
 27. Русин Ю. С., К вопросу расчета электростатических полей, «Электричество», № 9, 1962.
 28. Русин Ю. С., Определение магнитной проводимости, Известия вузов по разделу «Электромеханика», № 12, 1963.
 29. Русин Ю. С., Определение собственной емкости обмоток, «Радиотехника», т. 19, № 2, 1964.
 30. Русин Ю. С., К определению сопротивления обмоток с учетом влияния эффекта близости и поверхностного эффекта, «Электросвязь», № 2, 1965.
 31. Русин Ю. С., Расчет перегрева трансформаторов и дросселей, Известия вузов по разделу «Электромеханика», № 12, 1965.
 32. Русин Ю. С., К расчету широкополосных трансформаторов ультразвуковой частоты, Известия вузов по разделу «Радиотехника», № 3, 1966.
 33. Сиротинский Л. И., Техника высоких напряжений, ч. I, Госэнергоиздат, 1951.
 34. Сифоров В. И., Радиоприемные устройства, Воениздат, 1954.
 35. Сотсков Б. С., Элементы автоматической и телемеханической аппаратуры, Госэнергоиздат, 1950.
 36. Флинн П. (Flipp P.), Проводимость, зависящая от напряженности поля, в неоднородных полях и ее связь с электрическим пробоем, Proc. Inst. El. Eng., vol. 102, № 2, 1955.
 37. Цыкин Г. С., Трансформаторы низкой частоты, Связьиздат, 1955.
 38. Черкасов В. Н., Теория теплового режима трансформаторов малой мощности, Известия вузов по разделу «Приборостроение», № 3, 1963.
-

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Латинский алфавит

- B — индукция
 C — электрическая емкость
 E — напряженность электрического поля
 F — м. д. с.
 f — частота
 G — магнитная проводимость
 H — напряженность магнитного поля
 I, i — ток
 L — индуктивность
 m — число слоев обмотки
 N — число секций
 n — число витков в слое
 P — мощность
 p — периметр
 Q — добротность
 q — заряд; плотность источников тепла
 R'_n — приведенное сопротивление нагрузки
 R — сопротивление
 r — радиус
 S — поверхность; площадь поперечного сечения
 t — температура
 U — потенциал
 W — энергия
 w — число витков

Греческий алфавит

- α — коэффициент теплоотдачи
 γ — удельная проводимость
 δ — величина зазора
 Δt — перегрев
 ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость
 ε_0 — абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума
 λ — коэффициент теплопроводности
 μ — абсолютная магнитная проницаемость
 μ_0 — абсолютная магнитная проницаемость вакуума
 Φ — поток
 Ψ — потокоцепление
 ω — круговая частота
-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
<i>Глава первая. Расчет полей и проводимостей</i>	5
§ 1. Общие соображения	—
§ 2. Поле на значительном удалении от проводников	6
§ 3. Поле вблизи поверхности проводников	9
§ 4. Определение магнитной проводимости	18
<i>Глава вторая. Определение индуктивностей</i>	24
§ 5. Основная формула для расчета индуктивности	—
§ 6. Индуктивность катушек, выполненных ленточным проводом	26
§ 7. Индуктивность катушек с цилиндрическими прямыми сердечниками	28
§ 8. Индуктивность некоторых других типов катушек	31
<i>Глава третья. Проектирование катушек индуктивности</i>	34
§ 9. Основные задачи	—
§ 10. Эквивалентный зазор	—
§ 11. Активное сопротивление обмотки на повышенной частоте	36
§ 12. Добротность катушек	44
§ 13. Определение сопротивления потерь в диэлектрике	49
<i>Глава четвертая. Определение характеристики трансформатора как элемента электрической цепи</i>	51
§ 14. Основные задачи	—
§ 15. Определение собственной емкости обмоток	—
§ 16. Определение индуктивности рассеяния	67
§ 17. Особенности проектирования и расчета специальных трансформаторов	71
§ 18. Диэлектрические потери в трансформаторе	81
§ 19. Исследование влияния геометрии элементов высоковольтного устройства на появление короны	83
§ 20. Оценка поля обмоток трансформатора	89
§ 21. Экранирование электромагнитных систем	93
<i>Глава пятая. Тепловой расчет электромагнитных систем</i>	95
§ 22. Основы метода теплового расчета	—
§ 23. Тепловые сопротивления тел наиболее типичных форм	102
§ 24. Тепловой расчет трансформатора	104
§ 25. Исследование общего случая теплового расчета трансформатора	109
§ 26. Обоснование основных допущений	113

П р и л о ж е н и я

1. Характеристики диэлектрических материалов	119
2. Удельные потери магнитных материалов <i>вт/кг</i>	120
3. Относительная магнитная проницаемость магнитных ма- териалов	—
4. Формула критической напряженности поля	121
5. Некоторые теплотехнические характеристики	122
6. Расчет теплового режима трансформатора	—
Литература	128
Основные условные обозначения	132

Русин Юрий Семенович

Редактор ***В. М. Вайц***
 Художественный редактор ***Г. А. Гудков***
 Технический редактор ***Е. М. Соболева***
 Корректор ***Т. А. Пак***

Сдано в производство 7/X 1968 г.
 Подписано к печати 23/XII 1968 г. М-17916.
 Печ. л. прив. 6,93. Уч.-изд. л. 6,4. Бум.
 л. 2,07. Бумага типографская № 2. Тираж
 12 000. Заказ 1930. Цена 32 коп.

Ленинградское отделение издательства
 «Энергия» Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Главполи-
 графпрома Комитета по печати при Совете
 Министров СССР, Социалистическая, 14.

Цена 32 коп.