

С. ЩЕЛКУНОВ, Г. ФРИИС

АНТЕННЫ

<< СОВЕТСКОЕ РАДИО >>

С. ЩЕЛКУНОВ
Г. ФРИИС

АНТЕННЫ

С. ЩЕЛКУНОВ и Г. ФРИИС

АНТЕННЫ

(Теория и практика)

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО

ПОД РЕДАКЦИЕЙ

Л. Д. БАХРАХА

ИЗДАТЕЛЬСТВО „СОВЕТСКОЕ РАДИО“

МОСКВА — 1955



Scan AAW

SERGEI A. SCHELKUNOFF, HARALD T. FRIIS

ANTENNAS

THEORY AND PRACTICE

NEW YORK. JOHN WILEY & SONS, INC.

LONDON. CHAPMAN & HALL, LIMITED

1952

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Настоящая книга написана американскими учеными, работающими в области антенн: С. А. Щелкуновым и Г. Т. Фриисом.

В ней на высоком научном уровне рассматриваются вопросы теории, расчета и проектирования как радиовещательных и связных антенн, так и антенных устройств сантиметрового диапазона.

Представляет несомненный интерес пропагандируемая авторами общность подхода к различным антенным системам: показывается, как методы расчета антенн одного типа можно применить к антеннам другого типа.

Авторы книги на первый план выдвигают физическую сущность явлений, стремясь предельно упростить и сократить математический аппарат, хотя не во всех случаях такое упрощение математического аппарата может удовлетворить читателя.

Книга написана своеобразно: одни и те же явления рассматриваются вначале упрощенно, а затем более строго, это, естественно, приводит к повторениям.

В книге неравномерно освещены различные вопросы расчета антенн, так например весьма сокращенно по сравнению с другими разделами рассмотрены поверхностные антенны, диэлектрические антенны и т. п.

Существенный недостаток книги состоит в том, что авторы не использовали работ советских ученых, хотя выдающаяся роль советских ученых в разработке теории и техники антенн общеизвестна. Работы советских ученых не приведены ни в одном библиографическом списке книги.

При редактировании этот пробел был частично восполнен: в форме подстрочных сносок в соответствующих местах указаны работы советских ученых в области антенн и внесены некоторые дополнения в библиографию.

Большую помощь в редактировании рукописи оказал инженер Элькинд С. А.

Редактор.

ГЛАВА I

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

1.1. Радиосвязь

Под радиосвязью понимают передачу и прием электрических сигналов без соединительных проводов. Теоретически радиосвязь осуществима на большие расстояния благодаря тому, что взаимодействие между электрическими зарядами возможно и при удалении этих зарядов друг от друга. Переменные электрические токи в электрических цепях на передающем конце воздействуют на свободные (легко перемещающиеся) электроны в электрических цепях на приемном конце, создавая в них изменения электрического тока в соответствии с изменениями на передающем конце.

Для практического осуществления радиосвязи необходимы специальные устройства — антенны, создающие сильные электрические поля на больших расстояниях, чувствительные к окружающим электромагнитным полям.

Ввиду того что взаимодействие между антеннами, находящимися на передающем и на приемном концах, очень мало, прибегают к усилению сигналов на обоих концах.

Применение теории обычных электрических цепей к расчету антенн весьма затруднительно. При рассмотрении работы антенны трудно избежать сложного математического анализа, хотя в некоторых случаях выводы являются довольно простыми. В 1 главе книги рассматриваются физические принципы работы антенн, причем дается общий обзор и принципы работы систем в целом. В последующих главах рассматриваются отдельные вопросы их работы.

1.2. От цепей к полям

Между передающими средами, применяемыми в проводной связи и радиосвязи, существует большое различие. В проводной связи сигналы передаются с помощью линий, состоящих либо из двух параллельных проводников, либо из коаксиальных проводников, непосредственно соединяющих передающее устройство с приемным (рис. 1.1). Передающие линии небольшой длины аналогичны обычным цепям. В любой точке линии можно измерить ток (в каждом проводнике) или напряжение между проводниками. Отличие обыч-

ных цепей от длинных линий состоит в том, что в обычной цепи с сосредоточенными постоянными емкостью локализована, в основном, в специально включенных конденсаторах, а индуктивность — в катушках. Емкостью и индуктивностью проводов, соединяющих элементы цепи, за исключением случая высоких частот, обычно пренебрегают. В длинных линиях емкость и индуктивность распределены вдоль проводов, и их уже нельзя не учитывать. Ток, протекающий по участкам линии, близко расположенным к передающему концу, влияет на ток в более отдаленных участках. Падение напря-

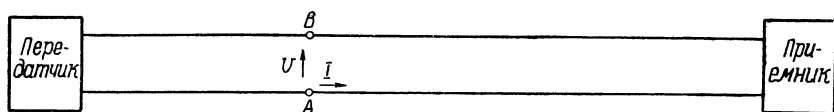


Рис. 1.1. Двухпроводная передающая линия, соединяющая передающее и приемное устройства.

жения на близлежащих участках оказывает влияние на напряжение, возникающее на отдаленных участках. Полезно представить длинную линию так, как показано на рис. 1.2. При таком представлении не требуется введения новых понятий для длинных линий, пригодными являются представления об обычных цепях.

В радиосвязи передающей средой является свободное пространство. Методы, применяемые для исследования электрических явлений в обычных электрических цепях (например, подключение к зажимам цепи измерительных приборов), непригодны в радиосвязи.

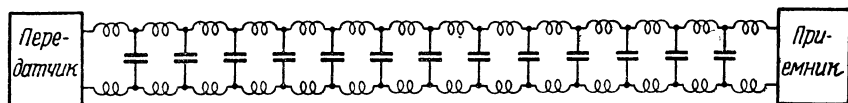


Рис. 1.2. Длинная линия, состоящая из бесконечно малых индуктивностей и емкостей, обладающая электрическими свойствами двухпроводной линии.

Из экспериментов известно, что электрические заряды и элементарные магниты подвергаются действию электрических и магнитных полей. Электрический заряд окружен электрическим полем и электрический ток — магнитным полем. Для количественной оценки напряженностей электрического и магнитного полей необходимы практические средства для проведения этих измерений. Так как на электрический заряд, помещенный в данную точку электрического поля, действует сила, пропорциональная заряду, то естественно определить напряженность электрического поля, обозначаемую обычно буквой E , как силу, действующую на единицу заряда. В результате получается мера, характеризующая свойства поля. Непосредственное измерение силы, действующей на единицу заряда, практически неудобно, в особенности для поля, изменяющегося со временем в процессе пе-

передачи электрических сигналов. Желательно измерять напряженность электрического поля с помощью вольтметра. Для этого в свободное пространство помещают зонд, состоящий из двух проводов, каждый длиной l (рис. 1.3). На зажимах такого зонда будет индуцироваться напряжение, зависящее от величины напряженности поля и от конструкции зонда. Для исследования распределения напряженности электрического поля перемещают зонд и записывают величину напряжения в каждой точке. В процессе исследования выясняется, что даже в одной и той же точке индуцированное напряжение зависит от ориентации зонда. Если сила, действующая на свободный электрон в зонде, перпендикулярна к зонду, то этот

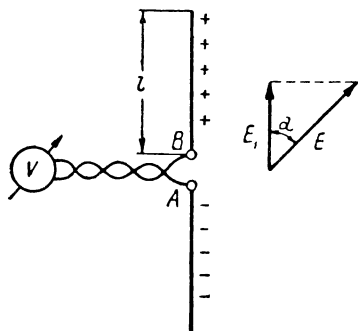


Рис. 1.3. Зонд для измерения напряженности электрического поля.

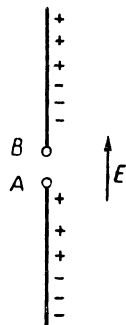


Рис. 1.4. Зонд с разомкнутыми зажимами в электрическом поле.

электрон лишь переместится к поверхности зонда. Только сила, касательная к зонду, являясь причиной появления разности потенциалов между плечами, будет перемещать электрон с одного плеча в другое.

До подключения вольтметра к зонду электроны не могут пройти от одного плеча к другому. Они только несколько сместятся, как показано на рис. 1.4¹. Следовательно, между точками A и B будет существовать разность потенциалов.

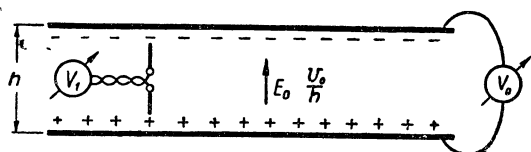
Для определения напряженности электрического поля в данной точке нужно исключить влияние зонда. Это можно сделать путем предварительной калибровки зонда, зная показания зонда в поле известной напряженности. Например, поле между двумя бесконечными параллельными пластинами с равными зарядами противоположного знака является равномерным и может быть определено по напряжению U_0 между пластинами (рис. 1.5). Если расстояние между пластинами равно h , то напряжение на единицу длины, т. е. напряженность электрического поля E_0 , равна U_0/h . Если напряжение, индуцированное в зонде, равно U_1 , то каждый индуцированный вольт обусловлен напряженностью

¹ На рис. 1.3, 1.4 и 1.5 приведено возможное мгновенное распределение зарядов. Предполагается, что поле является переменным.

$U_0/U_1 h$ вольт на метр (где h выражено в метрах). Если в данной точке индуцированное напряжение другого электрического поля равно U , то напряженность электрического поля в этой точке будет

$$E = \frac{U U_0}{U_1 h}. \quad (1)$$

Наблюдения показывают, что напряжение, индуцированное в тонком зонде, существенно не зависит от его радиуса и пропорционально длине зонда. Действительно, в поле между параллельными пластинами



$$U_1 = \frac{U_0 l}{h}. \quad (2)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), получаем

$$E = \frac{U}{l}. \quad (3)$$

Рис. 1.5. Поперечное сечение плоско-параллельного конденсатора.

Теория показывает, что это уравнение является точным только для случая зонда с бесконечно малой толщиной. Необходимо также иметь в виду, что все приведенные уравнения дают только среднюю величину напряженности в области, занятой зондом. Поэтому величина l должна быть возможно малой.

Зонд для измерения напряженности электрического поля представляет собой простейший пример приемной антенны.

Термин «антенна» относится ко всем цепям, служащим для обеспечения эффективной радиосвязи на больших расстояниях.

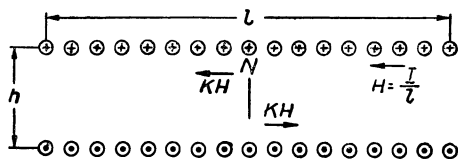


Рис. 1.6. Параллельные решетки из проводов с равными и противоположно направленными токами.

Вокруг проводника, по которому течет электрический ток, образуется магнитное поле. Об этом свидетельствует тот факт, что магнит, находящийся около проводника с током, испытывает действие вращающего момента. На концах магнита действуют противо-

положные силы. Эти силы пропорциональны величине тока. Магнитное поле между двумя параллельными решетками, состоящими из проводов, по которым протекают равные и противоположно направленные токи (рис. 1.6), является более или менее равномерным, если ширина l решеток велика по сравнению с расстоянием h между ними и если зазор между проводами мал. Между двумя бесконечными параллельными пластинами с равными и противоположно направленными постоянными токами поле будет идеально равномерным. Исследование напряженности поля с помощью пробного магнита показывает, что если ток на единицу длины I/l поддерживать постоянным, то величина напряженности магнитного поля не будет

зависеть от расстояния между решетками и от числа проводов. Это позволяет использовать отношение

$$H = \frac{I}{l} \quad (4)$$

в качестве меры напряженности магнитного поля между решетками. Напряженность переменного магнитного поля определяют по величине тока в измерительном витке или в измерительной катушке, состоящей из нескольких витков (рис. 1.7).

В некоторой точке свободного пространства напряженности электрического поля E и магнитного поля H играют роль напряжения и тока на зажимах цепи. Величины E и H имеют соответственно размерность напряжения и тока на единицу длины. Когда речь будет идти либо о E , либо о H , мы будем употреблять более общий термин „интенсивность поля“¹. При определении параметров поля существенным является характер среды, в которой проводятся измерения. Относительные показания прибора будут неизменны, пока явления происходят в одной и той же среде. Однако если среда изменяется, то требуется вводить определенные коэффициенты пропорциональности. Таким образом приходят к понятиям диэлектрической проницаемости ϵ и магнитной проницаемости μ среды и к двум новым параметрам поля: $D = \epsilon E$ и $B = \mu H$. Необходимо научиться связывать эти физические постоянные однородной среды с соответствующими емкостью и индуктивностью в цепях.

Таким образом наблюдается близкая аналогия между электрическими явлениями в неограниченных средах и в обычных цепях.

Из рассмотренного ясна важность изучения предмета теории поля. Этому вопросу посвящен следующий раздел².

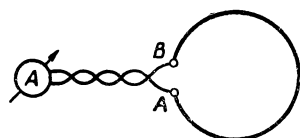


Рис. 1.7. Петля для измерения напряженности магнитного поля.

1.3. Уравнения Максвелла

Для статических электрических полей напряженность поля может быть рассчитана по закону Кулона, определяющему взаимодействие между двумя точечными зарядами q_1 , q_2 :

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}, \quad (5)$$

где r — расстояние между зарядами, а
 ϵ — диэлектрическая проницаемость среды.

¹ Интенсивность волны обычно определяется как квадрат напряженности поля. Другой термин—интенсивность излучения—определяется как излучаемая мощность на единицу телесного угла (см. раздел 5).

² Систематическое изложение вопросов теории поля см. в книге И. Е. Тамма „Теория электричества“ ОГИЗ, 1946. [Прим. ред.]

Таким образом поле, создаваемое зарядом q_1 , является радиальным и величина его напряженности равна

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon r^2}. \quad (6)$$

Такое же выражение справедливо и для поля, создаваемого зарядом q_2 . Результирующая напряженность поля может быть определена с помощью векторного сложения напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами q_1 и q_2 . Имеются аналогичные правила для определения статических магнитных полей по образующим их токам. Между статическими электрическим и магнитным полями нет никакого взаимодействия. Они существуют независимо друг от друга. С другой стороны, изменяющиеся во времени электрическое и магнитное поля взаимодействуют между собой, образуя электромагнитное поле. Для расчета такого поля необходимо знать величины зарядов и токов, создающих электрическое и магнитное поля, а также законы их взаимодействия. В окончательной форме законы взаимодействия электрического и магнитного полей были сформулированы Максвеллом.

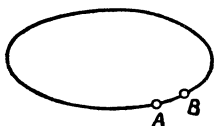


Рис. 1.8. Замкнутый контур.

Уравнения Максвелла являются основными в теории поля и играют ту же роль, что и уравнения Кирхгофа в теории цепей. Уравнения Максвелла выводятся следующим образом. Представим себе в электромагнитном поле замкнутый контур (рис. 1.8), ограничивающий некоторую поверхность. Пусть E_{tg} представляет собой составляющую напряженности электрического поля, касательную к элементу кривой контура. Назовем произведение $E_{tg} \Delta s$ (где Δs — длина элемента) напряжением вдоль элемента контура. Суммируя напряжение по контуру и деля общее напряжение на длину l контура, мы получим среднюю тангенциальную напряженность E_{tg}^{cp} . Общее напряжение по контуру может быть, таким образом, выражено как произведение $E_{tg}^{cp} l$. Поверхность с площадью S разделим на элементы площади и получим среднюю нормальную составляющую $H_{норм}^{cp}$ напряженности магнитного поля. Одно из уравнений Максвелла может быть написано в следующем виде:

$$E_{tg}^{cp} l = \mu \frac{\partial H_{норм}^{cp}}{\partial t} S, \quad (7)$$

где t — время,

μ — магнитная проницаемость среды.

Второе уравнение имеет вид:

$$H_{tg}^{cp} l = \epsilon \frac{\partial E_{норм}^{cp}}{\partial t} S + I, \quad (8)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость,

I — ток, пересекающий поверхность.

Необходимо подчеркнуть, что уравнения (7) и (8) являются точными и справедливы для любого замкнутого контура, большого или малого, расположенного в свободном пространстве или частично, или полностью на поверхности проводника. Из этих выражений, налагая соответствующие ограничения на размеры и геометрию цепей и на скорость изменения электромагнитного поля во времени, можно вывести уравнения Кирхгофа для электрических цепей. В приведенных уравнениях (7, 8) не учитывалось взаимной ориентации нормали к поверхности и касательной к ограничивающему ее контуру. При их учете правая часть одного из уравнений (7, 8) будет иметь отрицательный знак. (Обычно касательную и нормаль ориентируют по правой винтовой системе и отрицательный знак появляется в уравнении (7)).

Эти уравнения иногда используются в том виде, в каком они приведены выше. Однако во многих случаях их следует записывать относительно составляющих E и H в прямоугольных, цилиндрических или сферических координатах. В каждой системе координат мы получим шесть дифференциальных уравнений в частных производных, связывающих три составляющие E с тремя составляющими H .

1.4. Силовые линии

Хотя уравнения Максвелла могут быть составлены довольно просто, решение их встречает ряд трудностей. Уравнения выражены в весьма общем виде, а решения их должны быть применимы к полям, образующимся в электрических цепях, проводных передающих линиях, волноводах, антеннах, в среде между антеннами и т. д. Поэтому уравнения Максвелла имеют разнообразные решения; некоторые из них простые, другие — чрезвычайно сложные. Иногда бывает гораздо легче найти некоторые простые решения и подобрать физическую задачу, которую они выражают, чем анализировать эту задачу и решать ее непосредственно. Полезно ввести понятия, упрощающие наши представления об электромагнитных полях. Особенно полезным оказывается представление о силовых линиях¹. Электрическая силовая линия представляет собой линию, касательную к вектору напряженности поля E во всех точках. Аналогично определяется магнитная силовая линия.

Электрические силовые линии начинаются на положительном заряде и кончаются на отрицательном заряде. Но они не могут начинаться или кончаться в точке среды, где отсутствует заряд. По плотности силовых линий можно судить об относительной величине напряженности электрического поля. В качестве примера рассмотрим равномерно заряженный металлический шар. Силовые линии в этом случае радиальные. Если из шара выходит A линий, то число линий на единицу площади на расстоянии r от центра состав-

¹ Следует иметь в виду, что картина силовых линий не может объяснить полностью сложный процесс излучения. Приводимые далее рассуждения автора о процессе излучения, как о распространении силовых линий, носят описательный характер. [Прим. ред.]

ляет $A/4 \pi r^2$. По закону Кулона напряженность поля, пропорциональная плотности силовых линий, находится из уравнения (6). В случае двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов все линии, выходящие из положительного заряда, должны кончаться на отрицательном заряде (рис. 1.9). Следовательно, число силовых линий, пересекающих верхнюю полусферу радиуса r , уменьшается по мере увеличения r , и больше всего линий пересекает экваториальную плоскость. Напряженность электрического поля уменьшается с расстоянием быстрее, чем функция вида $1/r^2$.

Магнитные силовые линии всегда замкнуты, так как в природе нет магнитных зарядов. Для теоретического исследования иногда удобно рассматривать гипотетические магнитные заряды. При таком рассмотрении магнитные линии ведут себя так же, как и электрические линии.

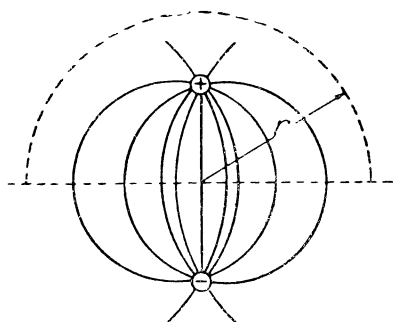


Рис. 1.9. Электрические силовые линии в поле вокруг равных и противоположных зарядов.

В элементарных учебниках по электричеству и магнетизму рассматриваются электрические силовые линии, начинающиеся и кончающиеся на зарядах или в бесконечности, и магнитные силовые линии, — окружающие проводники с электрическим током. Мы в дальнейшем их рассматривать не будем. Замкнутые электрические и магнитные линии, не окружающие проводник, менее привычны для читателя. Каковы же условия их существования?

Рассмотрим замкнутую электрическую силовую линию. К ней можно применить уравнение (7). Так как вектор E касателен к замкнутой кривой, то левая часть уравнения может быть не равна нулю. Поэтому не равна нулю и правая часть, и число магнитных линий, проходящих через поверхность, ограниченную электрической силовой линией, должно изменяться во времени. Замкнутые электрические линии, таким образом, должны быть связаны с магнитными линиями. Далее из уравнения (8) заключаем, что магнитные линии должны быть связаны либо с электрическим током, либо с электрическими линиями, либо с тем и другим вместе. Как будет видно из раздела 1.8, излучение энергии в свободное пространство зависит от существования замкнутых электрических линий.

1.5. Волны

Первоначальное возмущение, создающее волну, часто локализуется, а импульс распространяется от места возмущения по прямым линиям или радиусам. Энергия, переносимая волной, называется излучаемой энергией.

То, что излучаемая энергия оставляет свой источник, легко представить себе, если первоначальное возмущение длится недолго. Воз-

мущение заканчивается, но импульс распространяется дальше. Энергия, связанная с этой бегущей волной, перемещается дальше и дальше от источника, пока, наконец, волна не встретит препятствие, которое может направить ее обратно или, иначе говоря, «отразить».

Для понимания механизма распространения волн рассмотрим какую-либо массу, прикрепленную к пружине (рис. 1.10, а). Если оттянуть пружину влево и отпустить ее, то возникнут колебания. Вначале пружина оттянет массу вправо и сообщит ей ускорение. Затем движущаяся масса сожмет пружину и постепенно создаст противодействующую силу, которая, в конце концов, заставит тело двигаться обратно. Растяжение или сжатие пружины, действующее в точке крепления, изменяется в зависимости от фазы движения.

Рассмотрим теперь цепочку, состоящую из ряда тел и пружин (рис. 1.10, б). Как и прежде, натяжение пружины будет ускорять движение массы, прикрепленной к пружине. Так как первая пружина вначале не натянута, то она не окажет противоположного воздействия на движущуюся массу, а также не создаст натяжения, действующего на вторую массу. Общая сила, приложенная к первой массе, не передается мгновенно ко второй массе. Существует задержка в передаче силы и движения вдоль цепочки. Таким образом, если массу слева заставить двигаться по синусоидальному закону во времени, то другие массы будут также перемещаться синусоидально, но с фазовым сдвигом, увеличивающимся с расстоянием от начала движения.

На рис. 1.11 стрелками показано распределение движения в длинной цепи для четырех моментов времени, через одну восьмую периода. Если все массы и пружины идентичны, то можно ожидать, что распределение движения вдоль цепи будет синусоидальным¹.

Неодинаковость масс и пружин вызовет отклонение от синусоидального закона.

На рис. 1.11 представлено перемещение профиля волны слева направо. Расстояние между вершинами называется длиной волны и обозначается λ . Волна перемещается на это расстояние за время T , называемое периодом колебаний. Следовательно, скорость распространения волны

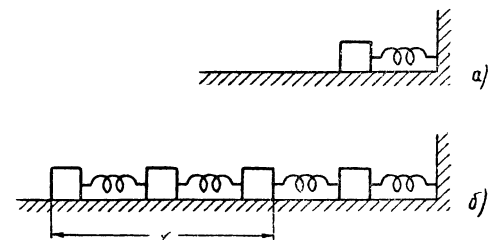


Рис. 1.10.

а) масса, связанная пружиной с жесткой стенкой, б) цепочка масс и пружин.

$$v = \frac{\lambda}{T}, \quad (9)$$

¹ За исключением очень быстрых колебаний, когда сила, приложенная к массе, никогда не передается полностью следующей массе и, следовательно, движение вдоль цепи должно затухнуть.

Частота f в герцах представляет собою число полных колебаний в секунду

$$f = \frac{1}{T}, \quad (10)$$

следовательно,

$$v = \lambda f. \quad (11)$$

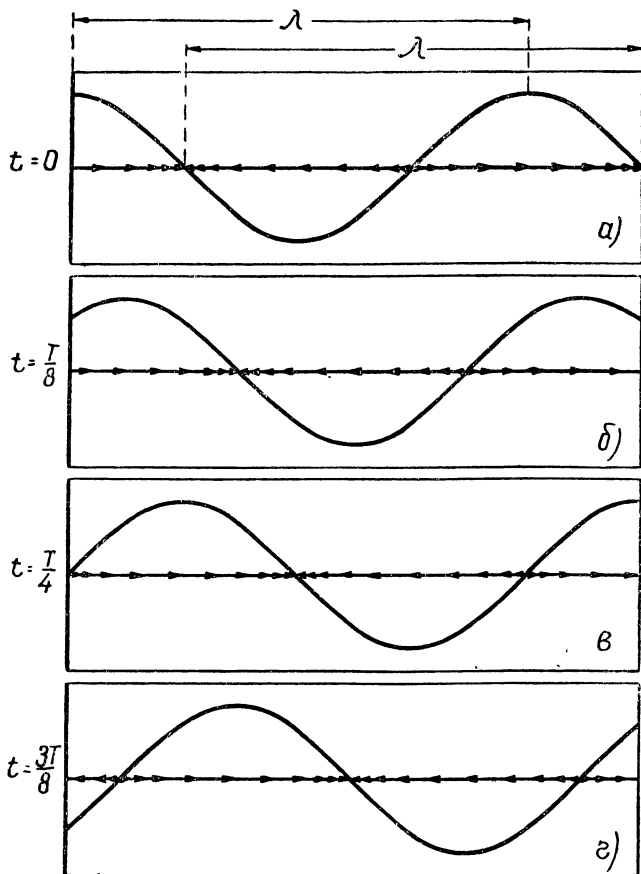


Рис. 1.11. Распределение смещения вдоль длинной цепочки масс и пружин в различные моменты времени, показывающее перемещение волны слева направо.

Если скорость распространения волны не зависит от частоты, то длина волны и частота изменяются обратно пропорционально друг другу. Низкочастотным колебаниям соответствуют длинные волны, а высокочастотным колебаниям — короткие волны.

В точке $x = 0$ фаза волны равна $2\pi t/T$. Сдвиг фазы на одну длину волны составляет 2π радиан или $2\pi/\lambda$ радиан на единицу длины. Следовательно, сдвиг фазы при перемещении на расстоя-

ние x составляет $2\pi x/\lambda$. Истинное значение фазы на расстоянии x от источника колебаний составляет $(2\pi t/T) - (2\pi x/\lambda)$, а отклонение в определенный момент времени пропорционально косинусу фазового угла

$$\psi :: \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right). \quad (12)$$

Когда движение достигнет закрепленного конца цепи, то вследствие реакции стенки возбуждается обратная волна. В установившемся режиме эта отраженная волна налагается на первоначальную волну и возникают стоячие волны. При сложении двух синусоидальных профилей получается новый профиль, также синусоидальный. Но на фиксированном конце профиля ($x = l$) в любой момент не должно быть никакого движения. Поэтому отклонение должно быть пропорционально синусоидальной функции вида

$$\psi :: \sin \frac{2\pi(l-x)}{\lambda}. \quad (13)$$

Величина в скобках не может содержать t , так как ψ должно быть равно нулю при $x = l$ в любой момент времени. Так как ψ изменяется синусоидально со временем, то

$$\psi :: \sin \frac{2\pi(l-x)}{\lambda} \cos \frac{2\pi t}{T}. \quad (14)$$

Таким образом, временной множитель влияет на движение одинаково во всех точках. На рис. 1.12 показано распределение движения для пяти моментов времени, взятых через одну восьмую периода.

Электрические колебания в простейших цепях (рис. 1.13,а) и их распространение в длинных цепях, состоящих из последовательно соединенных простейших цепей (рис. 1.13,б), аналогичны механическим колебаниям и волнам. Если на одной обкладке конденсатора простейшей схемы установится электрический заряд, то на зажимах конденсатора и катушки появится напряжение, в результате чего потечет электрический ток. Этот ток будет увеличиваться постепенно до тех пор, пока половина зарядов не перейдет на другую обкладку. В этот момент возбуждающее напряжение исчезнет, но ток через катушку не может прекратиться мгновенно. Для прекращения тока потребуется столько же времени, сколько потребовалось для достижения им максимальной величины. За это время весь заряд с первой обкладки перейдет на вторую, а затем процесс повторится в обратном направлении. Напряжение, приложенное в начале длинной цепи (рис. 1.13,б), заставляет электрический ток протекать через первую катушку и начинает заряжать первый конденсатор. Требуется определенное время до появления всего напряжения на зажимах первого конденсатора. Таким образом, существует задержка в передаче напряжения и тока, иначе говоря, напряжение и ток в длинной цепи распространяются с конечной скоростью.

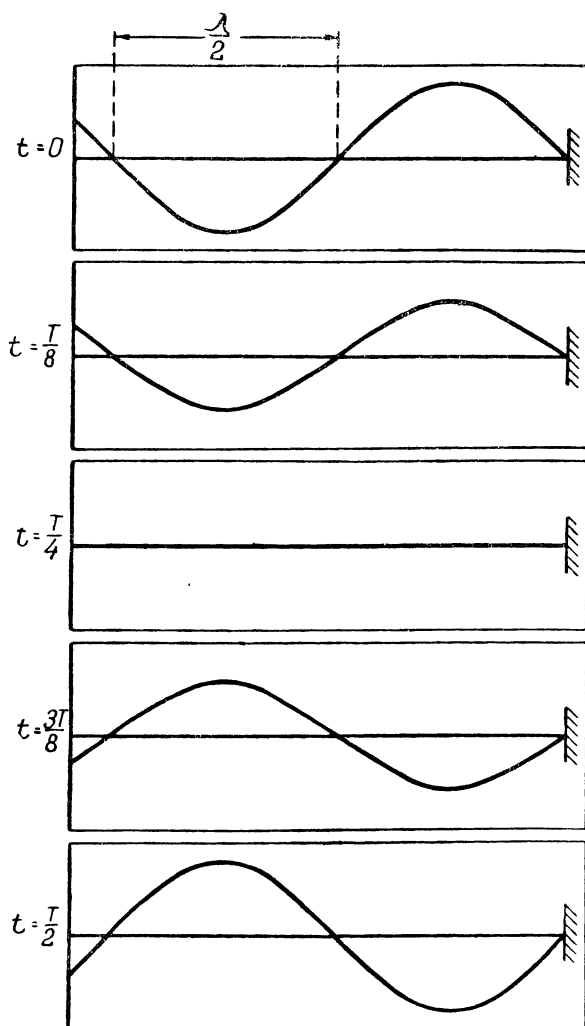


Рис. 1.12. Стоячие волны.

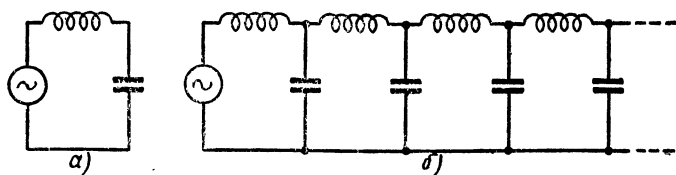


Рис. 1.13.

а) электрический контур, б) цепочка электрических контуров.

1.6. Электрические колебания в проводниках и в свободном пространстве

Параллельные проводники можно рассматривать как цепочки элементарных катушек и конденсаторов, соединенных, как показано на рис. 1.2. Поэтому можно ожидать задержки в передаче напряжения и в накоплении заряда на одном и другом проводниках. Представление о распределении заряда дают электрические силовые линии (рис. 1.14). В местах высокой плотности заряда имеются сгущения силовых линий. В последовательно расположенных сгущениях силовые линии направлены в противоположные стороны. Расстояние между этими сгущениями составляет $\frac{\lambda}{2}$. Расстояние

между сгущениями с одинаково направленными силовыми линиями составляет λ . В бегущей волне последовательность сгущений перемещается в одном направлении. В стоячей волне расположение

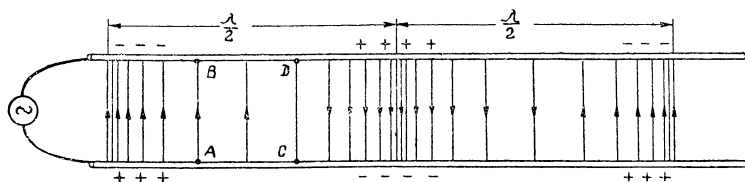


Рис. 1.14. Электрические силовые линии между параллельными проводниками.

сгущений стационарно, но их плотность изменяется синусоидально со временем. При изучении длинных линий становится наглядной связь между понятиями, применяемыми в электрических цепях и электромагнитных полях.

Легко представить себе, что между двумя противоположными участками длинных проводников существует емкость. В длинных линиях, кроме того, имеется и индуктивность, представляющая виток, образуемый отрезками проводов. В коротких участках трудно представить себе физически наличие витка. К коротким участкам параллельных проводов можно применить уравнения Кирхгофа. С другой стороны, не представляет затруднений применить уравнения Максвелла, так как замкнутые контуры, описываемые ими, могут частично или целиком находиться в свободном пространстве. Выберем контур $ACDB$ (рис. 1.14) и применим к нему уравнение (7). Проходя последовательно от точек A и C , затем к D , B и обратно к A , найдем величину напряжения, отличную от нуля и зависящую от скорости изменения во времени средней величины составляющей H , нормальной к площади, ограниченной контуром. Напряжение на участке $A-C$ вдоль провода мало. В случае идеального проводника оно равно нулю. Также мало напряжение между точками B и D по сравнению с напряжением между точками A и C . Следовательно, напряжения U_{AB} и U_{CD} различны. Величина напряжения изменяется вдоль двухпроводной передающей линии.

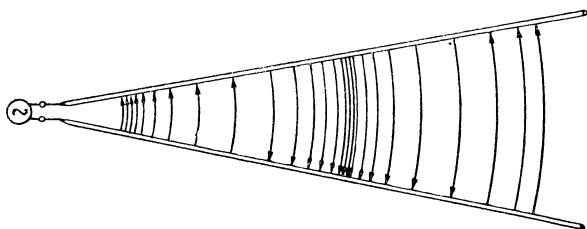


Рис. 1.15. Электрические силовые линии между сходящимися проводниками.

Рис. 1.16. Электрические силовые линии между расходящимися проводниками.

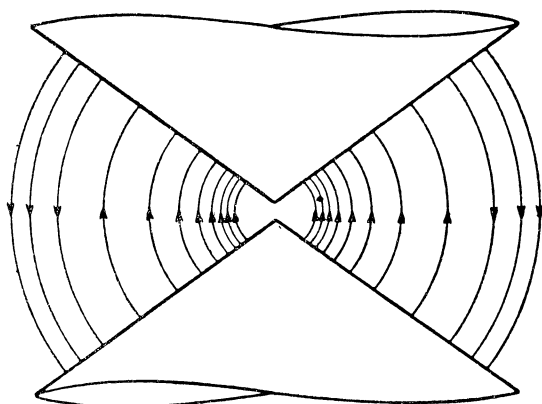
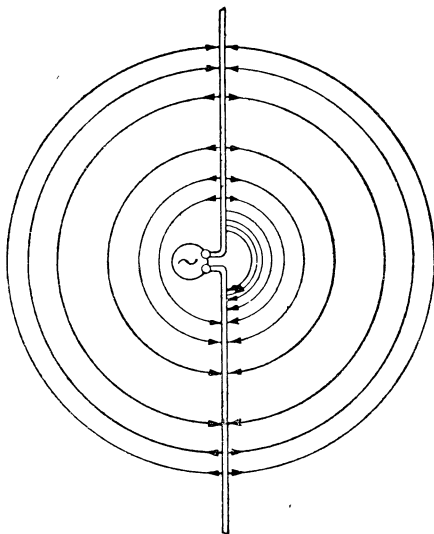


Рис. 1.17. Электрические силовые линии между коническими проводниками.

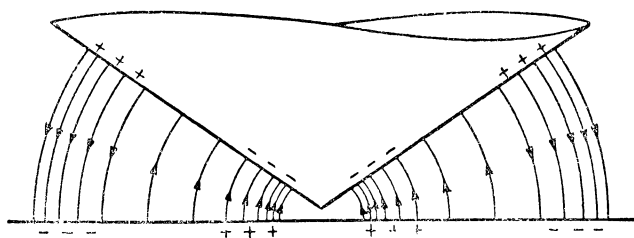


Рис. 1.18. Электрические силовые линии между конусом и плоскостью земли.

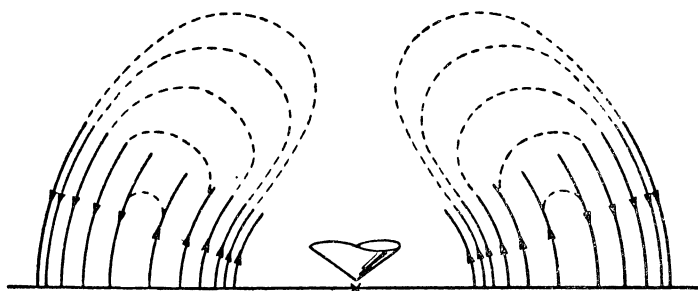


Рис. 1.19. Электрические силовые линии, отделившиеся от элементарного конуса.

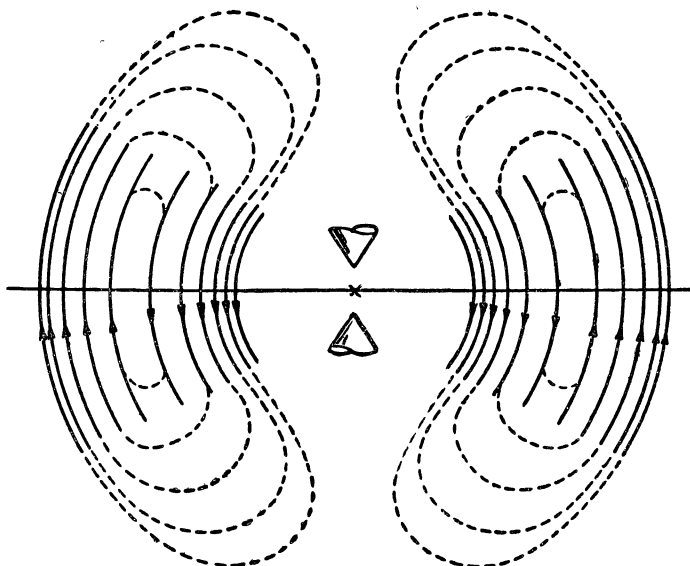


Рис. 1.20. Электрические силовые линии, отделившиеся от элементарных конусов.

От распространения волн по параллельным проводам можно перейти к распространению волн по сходящимся проводам (рис. 1.15 и 1.16). Каждый провод затем может быть преобразован в большой конус (рис. 1.17). Далее один из конусов может быть преобразован в плоскость (рис. 1.18). Воспользуемся только частью — верхним конусом вблизи вершины (рис. 1.19), тогда получим картину распространения электрических волн над землей. Аналогичным образом можно воспользоваться частями обоих конусов у вершины и получить картину распространения волн в свободном пространстве (рис. 1.20). Если удалить провода, то силовые линии замыкаются сами на себя. В разделе 1.4 мы установили, что такие замкнутые силовые линии, не связанные с проводниками, согласуются с уравнениями Максвелла. Однако возникает вопрос: почему силовые линии отделяются от конусов? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно рассмотреть короткие антенны. В главах 3 и 4 мы вернемся к более полному рассмотрению плоских и сферических волн на проводниках и в свободном пространстве. Здесь мы только укажем на то, что свободное пространство представляет собою частный случай «радиальной передающей линии».

1.7. Короткие антенны

Антенны называют короткими, если длина их намного превосходит ширину и толщину, одновременно оставаясь значительно меньше λ . Короткая антенна в основном ведет себя как конденсатор.

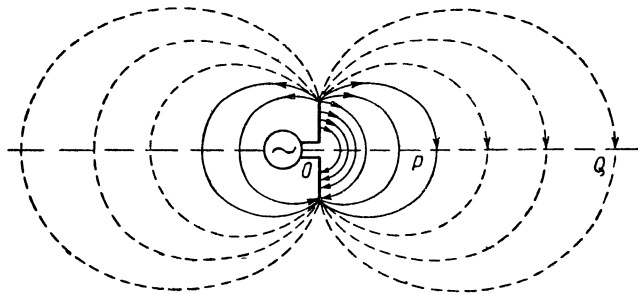


Рис. 1.21. Электрические силовые линии около короткой антенны.

Заряд, поступающий от генератора, достигает концов антенны через очень небольшую долю периода. Электрические силовые линии при условии постоянства заряда имеют вид, изображенный на рис. 1.21. Предположим, однако, что антенна подключается к генератору переменного тока в некоторый момент $t = 0$. В течение первой четверти периода заряд на верхнем плече достигает максимума. Пусть N — число электрических силовых линий, выходящих из верхней ветви и заканчивающихся на нижней ветви. Линии пересекают экваториальную плоскость в пределах круга радиуса OP , равного $\lambda/4$. В следующую четверть периода начинается разряд, который

можно представить себе как действие заряда, нейтрализующего первоначальный заряд.

Во второй четверти периода возникает N противоположно направленных силовых линий, распространяющихся внутри круга радиусом OP . Но в этом интервале времени часть kN первоначальных силовых линий, распространяется в пределах круга радиусом $OQ = \lambda/2$. В пределах меньшего круга остается только $(1 - k)N$ силовых линий. Прибавляя к ним N противоположно направленных линий, мы получим kN линий в пределах круга радиуса OP , направленных противоположно линиям между окружностями с радиусами OP и OQ . В конце первого полупериода заряд на антенне отсутствует. Это значит, что kN силовых линий отделились от антенны и присоединились к силовым линиям между P и Q , как показано на рис. 1.20. На рис. 4.22 показана конфигурация линий в момент полного разряда через $\frac{3}{2}T$ сек после подключения антенны к генератору. На рис. 4.23 показано расположение линий еще через четверть периода.

Количество kN отделенных линий перемещается, уступая место новым силовым линиям. При движении линий наружу период сгущений остается равным $\lambda/2$. Следовательно, одни и те же линии распространяются по площади между двумя окружностями с радиусами $r - (\lambda/4)$ и $r + (\lambda/4)$, где r — расстояние от антенны до центра сгущения. Эта площадь равна $2\pi r \times \lambda/2$, т. е. $\pi \lambda r$. Поэтому для большого значения r , когда относительное распределение силовых линий в пределах сгущения не зависит от r , относительная плотность линий на единицу площади пропорциональна величине $kN / \pi \lambda r$. В соответствии с нашими представлениями о силовых линиях эта плотность пропорциональна напряженности электрического поля. Число линий N , выходящих из полностью заряженной антенны, пропорционально величине заряда и, следовательно, максимальному току генератора. Часть этого общего числа линий k , отделяющаяся от антенны, пропорциональна длине антенны $2l$. Напряженность электрического поля в экваториальной плоскости пропорциональна величине $2Il / \pi \lambda r$. Размерность этой величины — амперы/на метр, а размерность напряженности электрического поля — вольты/на метр. Таким образом, размерность отношения этих величин соответствует размерности сопротивления. Такую же размерность имеет отношение напряженности электрического поля к напряженности магнитного поля. Это отношение $\rho = E/H$ называется волновым сопротивлением среды¹. Волновое сопротивление свободного пространства оказалось равным $376,7 \text{ ом}$, что очень близко к величине 120π , или 377 ом . Формула для напряженности электрического поля в экваториальной плоскости короткой антенны принимает вид

$$E = k_1 \frac{2\rho Il}{\pi \lambda r}, \quad (15)$$

где k_1 — безразмерный коэффициент.

¹ Волновое сопротивление может быть определено экспериментально путем измерения E с помощью зонда и H с помощью витка.

На больших расстояниях, где относительное распределение не зависит от r , плотность силовых линий должна быть пропорциональна косинусу фазового угла (12). Следовательно, в экваториальной плоскости:

$$E = k_2 \frac{2\rho Il}{\pi\lambda r} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0\right). \quad (16)$$

В формулу (16) входит постоянная фаза φ_0 , поскольку аргумент определяется на расстояниях, больших по сравнению с λ , и нельзя определить абсолютную разность фаз между током в антенне и на

пряженностью поля в некоторой удаленной точке. Числовой множитель k_2 может быть определен, как указано в разделе 1.19 или из уравнений Максвелла. Коэффициент k_2 оказывается равным $\pi/4$, а $\varphi_0 = -\pi/2$. Однако мы будем продолжать пользоваться буквенным обозначением, пока не определим значение k_2 .

Все отделившиеся электрические силовые линии пересекают сферу радиуса r , проходя через пучности силовых линий. Следовательно, радиальная составляющая напряженности электрического поля пропорциональна величине $kN/4 \pi r^2$, т. е.

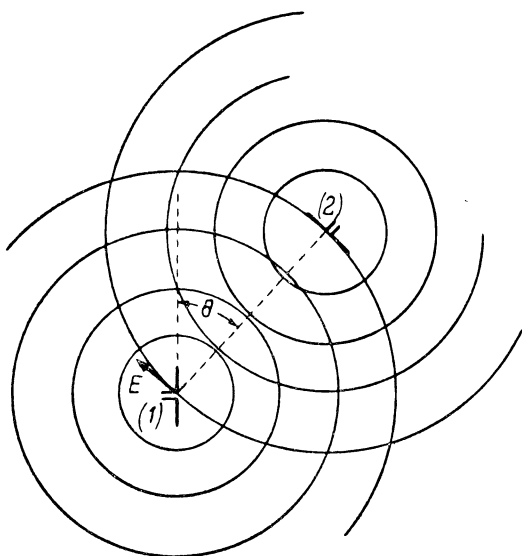


Рис. 1.22. Две короткие антенны.

$2Il/4 \pi r^2$. Как и прежде, мы должны включить волновое сопротивление среды и фазовую постоянную. Таким образом, радиальная напряженность изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от антенны, в то время как меридиональная напряженность изменяется обратно пропорционально первой степени этого расстояния. Величина отношения этих напряженностей уменьшается пропорционально λ/r . На больших расстояниях вектор напряженности электрического поля перпендикулярен радиусу, проведенному от антенны в рассматриваемую точку.

Для того, чтобы уравнение (16) оказалось бы справедливым и для других направлений, рассмотрим две идентичные антенны (рис. 1.22). Если антенна 2 используется в качестве передающей, то напряженность электрического поля в экваториальной плоскости определяется уравнением (16). Напряжение, индуцированное в антенне 1, пропорционально тангенциальной составляющей этой напряженности, т. е. произведению правой части уравнения (16) на

$\sin \theta$. Если теперь возбудить антенну 1 тем же током (т. е. использовать ее в качестве передающей), то напряжение, индуктированное в антенне 2 , окажется равным напряжению, ранее индуктированному в антенне 1 . Это наиболее характерный пример обратимости, не требующий доказательства, так как антенны являются идентичными и ничем в свободном пространстве друг от друга не отличаются. Следовательно, меридиональная составляющая напряженности электрического поля антенны 1 будет равна

$$E_{\theta} = k \frac{2\rho I l}{\pi \lambda r} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0\right) \sin \theta. \quad (17)$$

Здесь индекс у k опущен.

Приведенные выше уравнения получены в предположении, что r велико по сравнению с λ . Если r очень мало по сравнению с λ , то электрическое поле в основном будет электростатическим. Силовые линии достигают этих значений r через небольшую долю периода, изменения напряженности соответствуют изменениям зарядов на антеннах. Напряженность электрического поля вокруг одиночной заряженной частицы изменяется обратно пропорционально r^2 ; вокруг двух близко расположенных равных по величине и противоположно заряженных частиц она изменяется обратно пропорционально r^3 . Если этот закон изменения напряженности поля был бы действителен для всех расстояний, то радиосвязь была бы практически неосуществимой. Поля были бы слишком слабыми для обнаружения. Но, как следует из уравнения (17), на больших расстояниях напряженность поля уменьшается в первом приближении пропорционально $\frac{1}{r}$.

1.8. Излучение

Существование замкнутых электрических силовых линий имеет важные следствия, которые можно лучше всего выявить путем сравнения с линиями, оканчивающимися на зарядах. Представим себе два длинных проводника, присоединенных с помощью переключателя к генератору. При включении генератора на короткий промежуток времени возникает электрическое возмущение. Это возмущение продолжает существовать после выключения питания, т. е. после прекращения действия первоначальной причины. Распространение возмущения связано с зарядами на проводниках, и можно подумать, что наличие этих зарядов важно для существования поля. Наличие же замкнутых электрических линий означает, что электромагнитное поле может существовать и без зарядов. Электрические заряды требуются для возбуждения поля, но в них нет необходимости для дальнейшего поддержания этого поля. Это явление аналогично возбуждению волн на воде при бросании в нее камня или при опускании и вынимании конца палки. Можно наблюдать движение волны, несмотря на то, что камень, вызвавший ее, находится на дне или палка не касается воды. Электромагнитные волны

реальны так же, как и вызвавшие их заряды. Радиолокация является примером практического использования свободных электромагнитных волн.

Любая бегущая волна несет с собой некоторую энергию. Толчок, действующий на первую массу в цепочке, показанной на рис. 1.10,б, передает ей определенное количество энергии, которая представляет собой кинетическую энергию массы. Последовательно эта энергия преобразуется в потенциальную энергию первой пружины, кинетическую энергию второй массы, потенциальную энергию второй пружины и т. д. Таким образом энергия распространяется. Аналогичным образом энергия может распространяться по последовательной цепи катушек и конденсаторов или вдоль непрерывных электрических передающих линий. Каждый пучок силовых линий, отделяющихся от антенны, включает в себе определенное количество энергии. Действительно, электрический заряд, введенный в пучность поля, будет перемещаться под действием напряженности электрического поля E и, следовательно, расходовать энергию. Единственным источником этой энергии является поле после прекращения колебаний в антенне. Эти соображения подтверждают, помимо существования электромагнитной энергии, связанной с зарядами и токами, существование свободной или излученной энергии.

При распространении волны по двум проводникам передаваемая мощность равна UI , где U — напряжение между проводниками, а I — ток в одном из них¹. Можно получить соответствующую формулу потока мощности для волны в свободном пространстве. Для этой цели рассмотрим пару широкоугольных коаксиальных конусов (рис. 1.17). Электрические линии проходят по меридианам, а магнитные — представляют собой окружности, ось которых совпадает с осью конусов. На расстоянии r от вершины длина такой линии равна $2\pi r \sin \theta$, где θ — полярный угол. Между широкоугольными конусами угол θ приблизительно равен 90° и длина магнитной линии изменяется в зависимости от угла θ незначительно. Из уравнения Максвелла (8) следует, что произведение напряженности магнитного поля H на длину окружности равно электрическому току I на конусе на расстоянии r от вершины, при этом предполагается, что радиальная составляющая электрического поля отсутствует. Напряжение U между конусами равно напряженности электрического поля E , умноженной на длину отрезка меридиана, заключенного между двумя конусами. Таким образом, мощность UI волны между конусами равна $EH S$, где S — поверхность сферы радиуса r , заключенной между конусами. Мощность на единицу поверхности составляет

$$W = EH. \quad (18)$$

Векторы электрической и магнитной напряженности поля E и H касательны к сфере и взаимно перпендикулярны друг другу. Поток мощности радиален. Следовательно, поток мощности, приходящейся

¹ Предполагается распространение бегущей волны

на единицу поверхности, можно выразить в виде векторного произведения

$$\vec{W} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (19)$$

Выражение (19) определяет величину и направление потока. Вектор W носит название вектора Умова-Пойнтинга. В следующей главе мы рассмотрим более подробно вопросы накопления энергии и потока мощности в применении к электрическим цепям.

Мы убедились, что на больших расстояниях от антенны отношение $\frac{E}{H}$ представляет собой постоянную ρ , называемую волновым сопротивлением свободного пространства. Следовательно, поток мощности через единицу поверхности может быть выражен только через E

$$W = \frac{E^2}{\rho}. \quad (20)$$

Так как E изменяется синусоидально со временем, а средняя величина квадрата синуса (или косинуса) за один период составляет $1/2$, то

$$W_{\text{cp}} = \frac{E_a^2}{2\rho}, \quad (21)$$

где E_a — амплитуда E .

Напряженность электрического поля волны, возбужденной короткой антенной, определяется выражением (17). Пользуясь уравнениями (20) и (21), получаем

$$W = k^2 \frac{4\rho I^2 l^2}{\pi^2 \lambda^2 r^2} \cos^2 \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0 \right) \sin^2 \theta \quad (22)$$

и

$$W_{\text{cp}} = k^2 \frac{2\rho I^2 l^2}{\pi^2 \lambda^2 r^2} \sin^2 \theta.$$

Для подсчета общей излучаемой мощности, проходящей через сферу, необходимо умножить это уравнение на элемент площади $r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ и проинтегрировать его

$$P = k^2 \frac{2I^2 \rho l^2}{\pi^2 \lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta d\varphi = k^2 \frac{16\rho I^2 l^2}{3\pi \lambda^2}. \quad (23)$$

Теперь можно выразить напряженность электрического поля волны, возбужденной короткой антенной, через излученную мощность. Из уравнения (23) находим

$$kI = \left(\frac{3\pi P}{16\rho} \right)^{1/2} \lambda; \quad (24)$$

Подставляя в уравнение (17), получаем

$$E_{\theta} = \left(\frac{3\rho P}{4\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{r} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0 \right) \sin \theta. \quad (25)$$

Как видно, неизвестный множитель k исключен из выражения (25). Если P представляет собою мощность, излученную любой антенной, то усредненный во времени поток мощности через единицу поверхности должен быть равен $P/4\pi r^2$, так как через каждую сферу, концентричную с антенной, должна проходить одна и та же излученная мощность. Так как напряженность электрического поля E пропорциональна квадратному корню из этой величины, то для любой антенны на достаточно большом расстоянии от нее среднее значение E изменяется обратно пропорционально r . Эту удаленную зону поля вокруг антенны принято называть полем излучения или волновой зоной в отличие от местного поля, с непосредственно действующими силами между зарядами и токами.

1.9. Тепловые потери

Рассмотрим теперь эффективность различных антенн. Передающая антенна предназначена для создания в волновой зоне сильного поля, приемная антенна должна возможно эффективнее реагировать на приложенное внешнее поле. Из уравнения (17) видно, что на-

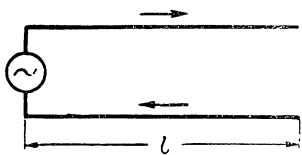


Рис. 1.23. Неэффективная вибраторная антенна.

пряженность поля в дальней зоне, создаваемого короткой антенной, пропорциональна длине антенны, выраженной в длинах волны. С другой стороны, будучи выраженной через мощность излучения (25), напряженность электрического поля не зависит от длины антенны и частоты колебаний. Зависит ли эффективность антенны от ее длины и частоты колебаний?

Действительно, если токи в двух антеннах равны, то более длинная антенна создает более сильное поле. Но что мешает в более короткой антенне при той же мощности излучения использовать трансформатор для увеличения тока? Оказывается, что больший ток в электрической цепи вызывает большее рассеяние мощности в виде тепла в проводниках, имеющих определенное сопротивление. Сопротивление короткой антенны пропорционально ее длине. Следовательно, мощность рассеяния также пропорциональна длине антенны. Мощность излучения, с другой стороны, пропорциональна квадрату длины антенны. Значит, при увеличении длины антенны отношение мощности излучения к мощности рассеяния будет увеличиваться. Следовательно, из двух антенн более эффективным излучателем является более длинная антенна.

Антенна должна быть возможно более «открытой». Если согнуть плечи антенны, показанной на рис. 1.21, таким образом, чтобы они стали параллельными, как показано на рис. 1.23, то для одного и того же тока на входе поле в дальней зоне во втором случае будет

значительно слабее, чем в первом. Поля двух равных и противоположно направленных токов почти нейтрализуют друг друга. Изгиб проводов, однако, не влияет на величину их сопротивления. Квадратная рамка является более эффективной антенной, чем узкая прямоугольная рамка с тем же периметром.

Обычные электрические цепи специально проектируются таким образом, что связанные с ними поля ограничиваются небольшими зонами и являются очень слабыми на больших расстояниях от этих зон. Конденсаторы, например, изготавливаются в виде металлических пластин, близко расположенных друг от друга, между которыми заключается сильное электрическое поле. При такой конструкции увеличивается емкость конденсатора без увеличения его размера и в то же время уменьшается непосредственная связь между конденсаторами в различных частях схемы. Открытый конденсатор становится эффективной антенной.

Идеальных проводников в природе нет, однако в теории часто удобно рассматривать идеально проводящие антенны. Уравнение (23), например, определяет мощность излучения безотносительно к сопротивлению антенны. Это не означает, что вовсе пренебрегают сопротивлением антенны. Этот вопрос рассматривается отдельно. Это значит, что вся мощность поступает в антенну и лишь небольшая часть ее ведет себя иначе. Идеально проводящие короткие антенны различной длины имеют одинаковую эффективность.

1.10. Полное сопротивление антенны

Мощность от генератора к передающей антенне и от приемной антенны к нагрузке передается с помощью фидерной линии. Место сочленения обычной антенны или антенны сантиметрового диапазона

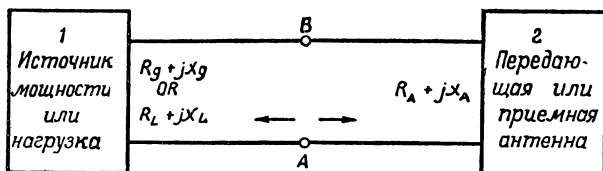


Рис. 1.24. Антенна как „скрытая“ электрическая цепь.

на с фидером может быть определено. В последнем случае оно определяется условно. При передвижении по фидеру можно найти место, в котором можно измерить напряжение и токи, определить их отношение, т. е. полное сопротивление нагруженного фидера. Пока речь идет об этих измерениях, антенна или антенна вместе с частью фидера представляет собой цепь, электрические характеристики которой целиком определяются входным сопротивлением. Такая цепь обычно изображается на схеме в виде прямоугольника (рис. 1.24) с парой зажимов. При наличии внешнего поля на зажимах приемной антенны имеется напряжение холостого хода, анало-

гичное напряжению холостого хода на зажимах любой электрической цепи, содержащей генератор. Когда речь идет о напряжении и токе на зажимах, приемную антенну или любую другую цепь можно рассматривать как генератор ЭДС с определенным внутренним сопротивлением.

Пусть $R_A + jX_A$ — входное сопротивление антенны, а U — амплитуда напряжения холостого хода. Пусть $R_L + jX_L$ — сопротивление нагрузки. Тогда ток через нагрузку равен

$$I = \frac{U}{(R_A + R_L) + j(X_A + X_L)} \quad (26)$$

Мощность, передаваемая в нагрузку

$$P = \frac{1}{2} R_L I^2 = \frac{R_L}{2[(R_A + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2]} \quad (27)$$

Эта мощность увеличивается при уменьшении величины $X_A + X_L$. Если

$$X_L = -X_A \quad (28)$$

Тогда

$$P = \frac{R_L U^2}{2(R_A + R_L)^2} \quad (29)$$

Эта мощность равна нулю, когда $R_L = 0$ и $R_L = \infty$.

Следовательно, для некоторого значения R_L мощность, передаваемая в нагрузку, будет максимальной. Для определения максимума продифференцируем P по R_L и приравняем производную нулю. Таким образом, мы найдем второе условие для максимальной передачи мощности от антенны в нагрузку

$$R_L = R_A \quad (30)$$

Подставляя в (29), получим

$$P_{\max} = \frac{U^2}{8R_A} \quad (31)$$

Итак, для максимальной передачи мощности сопротивление нагрузки должно представлять собою сопряженную величину с величиной входного сопротивления антенны

$$R_L + jX_L = (R_A + jX_A)^* = R_A - jX_A$$

или

$$R_L = R_A, \quad X_L = -X_A \quad (32)$$

В случае идеально проводящей антенны активная составляющая входного сопротивления обуславливается только потерями мощности, связанными с излучением, и поэтому она называется

сопротивлением излучения¹. Для короткой антенны, например, мощность излучения определяется уравнением (23). С другой стороны, эта мощность выражается уравнением

$$P = \frac{1}{2} R_A I^2. \quad (33)$$

Следовательно,

$$R_{A\Sigma} = k^2 \frac{32\rho l^2}{3\pi\lambda^2} \quad (34)$$

Реактивная составляющая входного сопротивления короткой антенны обуславливается прежде всего ее емкостью. Однако при увеличении l все большую роль начинает играть индуктивность.

Короткие антенны будут рассмотрены дополнительно в гл. 10. Здесь мы отметим лишь следующее. Уравнение (34) определяет сопротивление излучения антенны. Для определения общего входного сопротивления антенны необходимо учесть активное сопротивление $R_{ом}$, обуславливающее потери мощности в виде тепла. Тогда максимальная мощность, передаваемая в нагрузку, будет

$$P_{\text{макс}} = \frac{U^2}{8(R_{изл} + R_{ом})}. \quad (35)$$

Активное сопротивление пропорционально l . Индуктированное напряжение U также пропорционально l . Если l настолько мало, что сопротивление излучения пренебрежимо мало по сравнению с активным сопротивлением, то максимальная принимаемая мощность пропорциональна l . Но, если l настолько велико, что сопротивление излучения $R_{изл}$ значительно превышает $R_{ом}$, то максимальная принимаемая мощность не зависит от l .

1.11. Распределение тока в тонких антеннах

Мы видели (раздел 1.5), что в механической цепочке, состоящей из масс и пружин, бегущая волна, достигая закрепленного конца, отражается. Отраженная волна накладывается на падающую и в результате получается стоячая волна с узлом в точке крепления (относительно смещения и скорости). Аналогичным образом мы можем получить стоячие волны в конечной цепи, состоящей из катушек индуктивности и конденсаторов, причем узел будет находиться у разомкнутого конца цепи. В случае антенны положение осложняется тем, что поле распределяется в пространстве и нет такого места, где электрическое возмущение «кончается». Ток должен прекратиться у открытого конца провода и, если принять, что отраженная волна тока подобна падающей волне тока, то получим стоячие волны (рис. 1.25). Около узла синусоидальная волна почти имеет вид прямой. Следовательно, если $l \ll \lambda$, то распределение тока

¹ Следует иметь в виду, что сопротивление излучения относится к определенному току в антенне. [*Прим. ред.*]

является приблизительно линейным (рис. 1.25,а). При $l = \lambda/4$ распределение тока имеет вид полупериода синусоиды (рис. 1.25,б). При $l = \lambda/2$ получаются две полупериодные ветви (рис. 1.25,в). По мере уменьшения радиуса антенны эти распределения приближаются постепенно к одному и тому же виду, так как электрические и магнитные поля в непосредственной близости к проводам концентрируются все больше и больше и распространение волны происходит во всех направлениях почти одинаково.

Независимо от того, насколько тонка антенна, распределение тока в ней отклоняется от идеальной синусоиды. Это становится особенно очевидным, если рассмотреть случай, показанный на

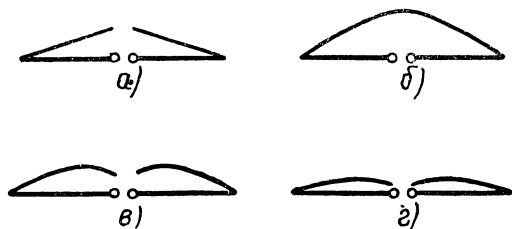


Рис. 1.25. Приближенные характеристики распределения тока в вибраторных антеннах.

а — короткая антенна; б — антенна с резонансом тока; в — промежуточный случай между резонансом тока и напряжения, г — антенна с резонансом напряжения.

рис. 1.25,г, когда входной ток, повидимому, должен быть равен нулю. Поскольку, однако, излучается некоторая мощность, то она должна поступить в антенну. Эта мощность определяется уравнением (33), где I — амплитуда входного тока. Таким образом, входной ток не равен нулю и, следовательно, распределение тока на антенне должно быть отлично от

синусоидального, особенно вблизи входных зажимов. Действительное распределение тока в тонкой антенне указанной длины показано сплошной линией на рис. 11.13. Различные факторы, влияющие на распределение тока в антеннах, рассмотрены в главе 8. Однако простая аппроксимация синусоидой дает возможность с достаточной степенью точности определить для практических целей напряженность поля в дальней зоне. При расчетах полного сопротивления требуется внесение поправок для входного тока.

1.12. Расчет поля излучения

Для расчета поля излучения разделим антенну на элементы длины dz (рис. 1.26). Элемент антенны отличается от короткой антенны тем, что ток в нем является строго постоянным по всей длине элемента. Напряженность электрического поля волны, создаваемой элементом тока, определяется поэтому выражением вида уравнения (17), но с иным числовым значением k . Однако можно получить выражение с тем же числовым коэффициентом k , если соответствующим образом выразить произведение $2I$ для антенны и элемента антенны. В элементе антенны ток постоянен и, следовательно, вдвое больше эффективного тока в короткой антенне, в которой амплитуда тока спадает к краям примерно по линейному закону. Примем длину dz элемента равной половине длины $2l$ короткой антенны, так что $I = I(z) dz$.

Напряженность электрического поля волны, создаваемой элементом тока, равна

$$dE_{\theta} = k \frac{2\rho I(z) dz}{\pi \lambda r} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi t}{\lambda} + \varphi_0 \right) \sin \theta. \quad (36)$$

Пусть r_0 — расстояние от центра антенны до некоторой удаленной точки. Тогда расстояние r от элемента тока до той же точки равно r_0 минус проекция отрезка между центром и элементом на направление до удаленной точки

$$r = r_0 - z \cos \theta. \quad (37)$$

Подставляя в уравнение (36), получим

$$dE_{\theta} = k \frac{2\rho I(z) dz}{\pi \lambda (r_0 - z \cos \theta)} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \varphi_0 + \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda} \right) \sin \theta. \quad (38)$$

Произведение $z \cos \theta$ в знаменателе является пренебрежимо малым по сравнению с r_0 . В выражении для фазы, однако, произведением $2\pi z/\lambda$ и $\cos \theta$ нельзя пренебречь, так как, если антенна длинная, то величина этого произведения сравнима с π или даже больше π . Остальные фазовые члены $\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_0}{\lambda} + \varphi_0$ постоянны в любом месте сферы радиуса r_0 и для всех элементов тока. Следовательно, если нас не интересует абсолютная величина фазы поля, то можно опустить эту постоянную фазу и написать следующее выражение для напряженности электрического поля элемента тока

$$dE_{\theta} = k \frac{2\rho I(z) dz}{\pi \lambda r_0} \cos \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda} \sin \theta. \quad (39)$$

Подставив вместо $I(z)$ приближенное выражение для синусоидальной волны и интегрируя, мы получим результирующую напряженность электрического поля.

Если не все элементы тока расположены на одной прямой, то их поля нужно складывать векторно. Как показано в гл. 12, расчет полей в дальней зоне может быть проведен весьма просто.

1.13. Направленное излучение

Уравнение (36) показывает, что если расстояние от двух элементов до указанной точки отличаются на $\lambda/2$, то фазы их полей разнятся на π , а амплитуды остаются одинаковыми. Следовательно, оба эти поля уничтожают друг друга в указанном направлении. В каком-либо другом направлении поля могут прийти

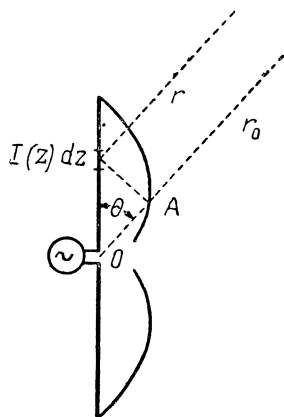


Рис. 1.26. Линейная антенна и произвольный элемент тока с моментом $I(z)dz$.

в данную точку в фазе и усилить друг друга. Наибольшее усиление полей имеет место, когда разность фаз составляет величину, кратную 2π , полное уничтожение их имеет место, когда разность фаз равна нечетному числу π . При промежуточных значениях разности фаз может быть либо частичное усиление результирующего поля, либо частичное его ослабление. Предполагается, что токи в двух элементах находятся в фазе. Если они не находятся в фазе, то необходимо учитывать дополнительную разность фаз.

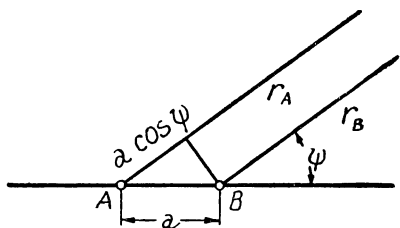


Рис. 1.27. Решетка из двух антенн.

Каждая антенна излучает равномерно во всех направлениях в этой плоскости чертежа. Если токи одинаковы, то амплитуды волн, приходящих в некоторую удаленную точку, одинаковы, и результирующая волна зависит от соотношения фаз. Если фазы токов в антеннах одинаковы, то фазовые множители равны

$$\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_A}{\lambda} + \varphi_0\right) \text{ и } \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi r_B}{\lambda} + \varphi_0\right). \quad (40)$$

Общая напряженность поля пропорциональна сумме этих множителей

$$2 \cos \frac{\pi(r_B - r_A)}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_A + r_B}{2} + \varphi_0 \right). \quad (41)$$

Так как $r_B - r_A = a \cos \psi$, где a — расстояние между антеннами а ψ — угол между выбранным направлением и линией, соединяющей антенны, то результирующая амплитуда напряженности поля пропорциональна величине

$$2 \cos \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \psi \right). \quad (42)$$

Если $a = \lambda/2$, эта величина равна 0 при $\psi = 0$ и 2 при $\psi = \pi/2$. Следовательно, линия AB является линией нулевого излучения, а линия максимального излучения к ней перпендикулярна.

Как показано выше, на некотором большом расстоянии r от источников излучения относительное распределение поля не зависит от абсолютного значения фаз волн, приходящих от отдельных источников, а зависит только от разности фаз этих волн. Если E_A является комплексным числом, представляющим напряженность электрического поля волны от одного источника

(рис. 1.27), то напряженность поля волны, приходящей от другого источника, будет равна¹

$$E_B = E_A e^{j(2\pi a/\lambda) \cos \psi}, \quad (43)$$

где экспоненциальной функцией выражается опережение фазы вследствие того, что путь волны из точки B короче по сравнению с путем волны из точки A . На рис. 1.28 это соотношение показано графически, как это часто применяется при решении задач, связанных с цепями переменного тока. Диагональ параллелограмма представляет собой результирующую напряженность поля. Таким образом напряженность поля от любого количества источников можно складывать графически.

Второй множитель в выражении (41) показывает, что при определении фазы, точка, находящаяся посередине расстояния между источниками излучения A и B , является эффективной точкой излучения.

Это можно проиллюстрировать графически рис. 1.29. Фаза волны, начинающейся в точке A и приходящей в некоторую удаленную точку, имеет отставание относительно фазы волны, начинающейся в точке O , а фаза волны, начинающейся в точке B ,

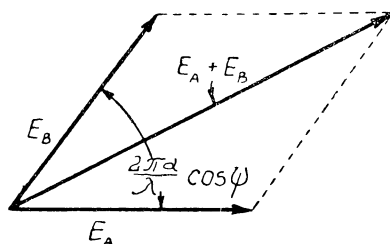


Рис. 1.28. Сложение полей двух антенн в волновой зоне.

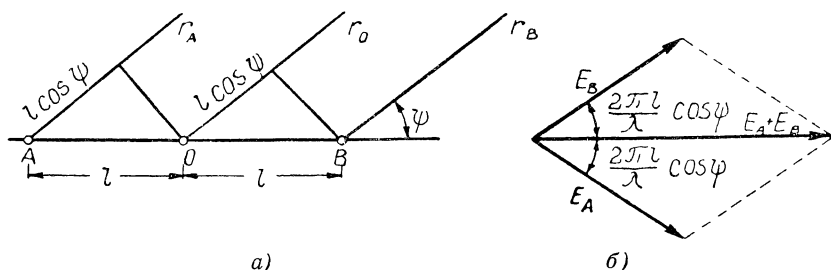


Рис. 1.29. При рассмотрении поля в волновой зоне любая система источников может быть заменена соответствующим эффективным источником излучения в любой точке внутри системы. Если два источника идентичны, то эффективный источник может быть помещен в среднюю точку между ними.

имеет опережение на ту же величину. Если источники волн A и B имеют одинаковую напряженность и работают в фазе, то результирующая напряженность электрического поля в удаленной точке определяется диагональю ромба (рис. 1.29, б). Фаза результирующей напряженности получается такая же, как если бы источник волны был расположен в точке O . Очевидно, величина

¹ Токи в обеих антеннах предполагаются одинаковыми. [Прим. ред.]

на результирующей напряженности в два раза больше проекции каждой составляющей на диагональ

$$|E_A + E_B| = 2|E_A| \cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda} \cos \psi\right). \quad (44)$$

Для линейного излучателя с непрерывным распределением тока (рис. 1.30) принимаем, что напряженность поля от элемента равна $E_1(s)ds$. Если источники симметричны относительно средней точки O , то $E_1(-s) = E_1(s)$, и результирующая напряженность поля от двух элементов, расположенных на одинаковом расстоянии от O , равна

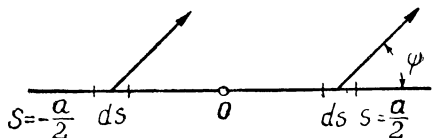


Рис. 1.30. Источник излучения с непрерывным распределением тока.

$$2E_1(s) \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda} \cos \psi\right) ds.$$

Суммарное поле, обусловленное всей антенной, равно

$$E = 2 \int_0^{a/2} E_1(s) \cos\left(\frac{2\pi s}{\lambda} \cos \psi\right) ds. \quad (45)$$

Например, для линейного излучателя с равномерным распределением тока $E_1 = E_0/a$ из уравнения (45) следует

$$E = E_0 \frac{\sin[(\pi a/\lambda) \cos \psi]}{(\pi a/\lambda) \cos \psi}, \quad (46)$$

где E_0 —напряженность поля в удаленной точке при сосредоточении источника в точке O .

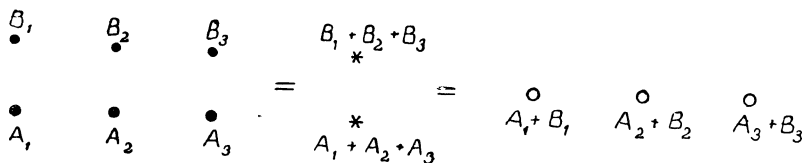


Рис. 1.31. Прямоугольная решетка или линейная система решеток.

Сплошной кривой в приложении II показано E/E_0 . Расчет дальних полей плоских решеток облегчается применением правила произведения. Пусть имеются шесть идентичных источников, образующих прямоугольную решетку (рис. 1.31). Рассматривая удаленные точки, можно заменить прямоугольную решетку либо линейной вертикальной решеткой, в которой элементы характеризуют излучение источников, расположенных в горизонтальных рядах, либо линейной горизонтальной решеткой, в которой элементы характеризуют излучение источников, расположенных в вертикальных рядах. Отсюда, $E = (E_0 S_h) S_v$ или $E = (E_0 S_v) S_h$, где S_h —множитель, соответствующий сосредоточению источников

каждого горизонтального ряда в одной эффективной точке излучения, а S_v — аналогичный множитель для излучателей вертикального ряда. Таким образом,

$$E = E_0 S_h S_v. \quad (47)$$

Например, для равномерной прямоугольной решетки площадью ab имеем

$$E = E_0 \frac{\sin [(\pi a/\lambda) \cos \phi_a]}{(\pi a/\lambda) \cos \phi_a} \frac{\sin [(\pi b/\lambda) \cos \phi_b]}{(\pi b/\lambda) \cos \phi_b}, \quad (48)$$

где ϕ_a и ϕ_b — углы, образованные между выбранным направлением в пространстве и сторонами прямоугольника, обозначенными соответствующими индексами. При наличии нескольких антенн можно расположить их таким образом, чтобы их поля складывались в некотором определенном направлении и в значительной степени уничтожались в направлениях за пределами основного лепестка. Неравномерное распределение излучения означает усиление интенсивности сигнала при данной величине мощности излучения в некоторых направлениях.

Коэффициент направленного действия (к. н. д.) можно определить как отношение потока максимальной излучаемой мощности к потоку средней излучаемой мощности на том же расстоянии от излучателя

$$D = \frac{W_{\text{макс}}}{W_{\text{ср}}}. \quad (49)$$

Следовательно, если P — мощность излучения, то

$$W_{\text{ср}} = \frac{P}{4\pi r^2} \text{ и } W_{\text{макс}} = D \frac{P}{4\pi r^2}. \quad (50)$$

При $D = 1$, $W_{\text{макс}} = W_{\text{ср}}$. Такой излучатель, в котором мощность излучается равномерно во всех направлениях, носит название изотропного излучателя. Коэффициент направленного действия (D) антенны характеризует усиление ее мощности по сравнению с изотропным излучателем, т. е. такую мощность излучения P/D данной антенны, которая достаточна для получения на данном расстоянии от нее такой же мощности на единицу площади, как от изотропного излучателя с мощностью P . Примером изотропного излучателя электромагнитных волн может служить равномерно нагретое сферическое тело. Однако такое сферическое тело не является источником когерентного излучения, т. е. излучения, характеризуемого в данном месте определенной фазой в данный момент. Тепло излучается различными молекулами с длинами волн, характеризующимися случайными фазами. Изотропных источников когерентного излучения в природе нет. Теоретически, однако, удобно пользоваться изотропными излучателями как условными эталонами при определении к. н. д. антенны.

1.14. Направленный прием

В случае двух приемных антенн, расположенных в точках A и B (рис. 1.27), волна приходит в эти точки с различными фазами. Разность фаз зависит от проекции расстояния a между антеннами на направление, характеризующее углом ψ , т. е. от $\cos \psi$. Выходы антенн можно соединить в фазе или в каком-либо другом фазовом соотношении. Для определенного соединения выходов антенн получается усиление общего сигнала от нескольких антенн в некоторых направлениях и ослабление его в других направлениях. Таким образом, для направленного приема можно использовать несколько направленных антенн.

Одним из очевидных преимуществ направленного приема является выигрыш в отношении сигнал/помеха в том случае, когда шумы поступают более или менее равномерно со всех направлений. Если прием антенны с некоторых направлений ослаблен, то с этих направлений величина шумов будет меньше¹.

Существует обратимость между направленным излучением и направленным приемом. Если антенны в точках A и B соединены линиями равной длины с общим генератором, то токи антенн находятся в фазе. Следовательно, максимальное излучение происходит под прямыми углами к AB и при $a = \lambda/2$, вдоль AB излучение отсутствует. Если теперь заменить генератор нагрузкой, то сигналы с выходов обеих антенн придут с одинаковой задержкой. Следовательно, для колебаний, приходящих перпендикулярно AB , сигналы усиливают друг друга, а для колебаний, приходящих параллельно AB , они ослабляют друг друга. К. н. д. данной антенны, используемой в качестве передающей, равен выигрышу отношения сигнал/внешняя помеха при использовании ее в качестве приемной антенны.

1.15. Передача мощности в свободном пространстве

Отношение принимаемой антенной мощности к плотности потока приходящей мощности для согласованного режима (т. е. когда полные сопротивления антенны и нагрузки представляют собою сопряженные комплексные величины) называется действующей площадью антенны

$$A = \frac{P_{\text{пр}}}{W}. \quad (51)$$

При этом обычно принимается во внимание, что приемная антенна ориентирована по отношению к приходящим колебаниям так, что она обеспечивает наилучший прием.

¹ Коэффициент направленного действия приемных антенн с точки зрения подавления помех подробно рассмотрен А. А. Пистолькорсом, „Антенны“, Связьиздат, 1947 г. [Прим. ред.]

Если передающая антенна ориентирована так, что ее главный луч направлен на приемную антенну, то в уравнении (50) $W = W_{\text{макс}}$. Отсюда

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{пер}} \frac{D_{\text{пер}} A_{\text{пр}}}{4\pi r^2}. \quad (52)$$

Коэффициент направленного действия (D) всегда может быть определен, если известно относительное распределение поля для различных направлений в пространстве. Мощность излучения короткой антенны, например, определяется уравнением (23). Поэтому

$$W_{\text{ср}} = k^2 \frac{4\rho I^2 l^2}{3\pi^2 \lambda^2 r^2}. \quad (53)$$

Для определения $W_{\text{макс}}$ принимаем $\theta = \pi/2$ в уравнении (17), подставляем это значение в уравнение (20) и берем среднее значение

$$W_{\text{макс}} = k^2 \frac{2\rho I^2 l^2}{\pi^2 \lambda^2 r^2}. \quad (54)$$

Следовательно,

$$D = \frac{W_{\text{макс}}}{W_{\text{ср}}} = 1,5. \quad (55)$$

Для определения действующей площади идеально проводящей короткой антенны заметим, что амплитуда индуцированного напряжения равна $E_a l$, где E_a — амплитуда напряженности электрического поля, а l — длина ветвей антенны. Согласно уравнениям 31 и 32 максимальная принимаемая мощность равна

$$P = \frac{E_a^2 l^2}{8R_a} = \frac{3\pi\lambda^2 E_a^2}{256\rho k^2}. \quad (56)$$

Мощность, приходящаяся на единицу площади, определяется уравнением (21)

$$W = \frac{E_a^2}{2\rho}. \quad (57)$$

Следовательно, действующая площадь равна

$$A = \frac{P}{W} = \frac{3\pi\lambda^2}{128k^2}. \quad (58)$$

Таким образом, невозможно определить действующую площадь без предварительного определения величины k . В разделе 1.19 будет установлено, что k^2 равно $\pi^2/16$, так что

$$A = \frac{3\lambda^2}{8\pi}, \quad (59)$$

и для двух коротких идеально проводящих антенн

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{пер}} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{r} \right)^2. \quad (60)$$

Уравнение (59) показывает, что независимо от длины и радиуса короткая идеально проводящая приемная антенна в состоянии поглотить мощность плоской волны, проходящую через прямоугольник со сторонами, приблизительно равными $\lambda/4$ и $\lambda/2$. Эта мощность может быть принята только в том случае, если нагрузка согласована с антенной. При других условиях принимаемая антенной мощность может быть очень малой. Потери на активном сопротивлении применяемых на практике коротких антенн еще более уменьшают принимаемую мощность.

1.16. Большие излучающие, отражающие и поглощающие поверхности

В предыдущих разделах были рассмотрены небольшие излучатели и системы, состоящие из небольших излучателей. Так как большой излучатель всегда можно представить состоящим из небольших излучателей, то к нему можно применить общий метод для определения поля излучения при известном распределении тока. Однако в некоторых отношениях большие излучатели являются более простыми по сравнению с малыми и при их рассмотрении можно получить интересные выводы. Пусть имеется бесконечный плоский экран с током, линейная плотность которого составляет C а/м, а направление перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля (рис. 1.32). Предположим, что ток распределяется равномерно таким образом, что C имеет одно и то же значение во всех точках. Согласно закону Ампера-Максвелла

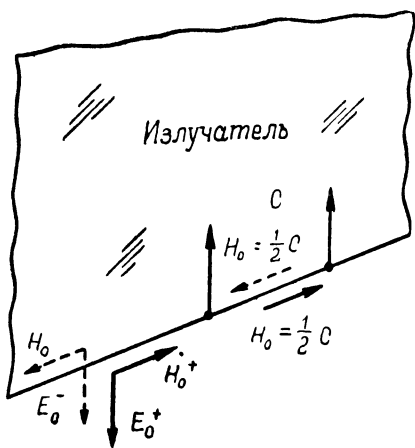


Рис. 1.32. Часть бесконечно большого излучающего экрана с током.

вокруг проводника с током образуется магнитное поле. В данном случае напряженность магнитного поля должна иметь равные и противоположные значения на обеих поверхностях экрана. Магнитодвижущая сила по узкому прямоугольному контуру, окружающему полоску единичной ширины с током, равна $2H_0$, где H_0 — напряженность магнитного поля на любой стороне экрана. Согласно уравнению (8) Ампера-Максвелла эта м. д. с. должна равняться току C . Следовательно, $H_0 = \frac{1}{2}C$. Если C из-

меняется с некоторой частотой f , то H_0 будет также изменяться, причем эти изменения будут происходить в обоих направлениях от экрана. Получается обычный сдвиг фазы, пропорциональный расстоянию от экрана. Для поддержания тока, компенсирующего

реакцию возбужденной им волны, необходимо приложить напряженность электрического поля, равную и противоположную напряженности электрического поля, создаваемого волной. Так как эта напряженность должна быть приложена в направлении тока, то вектор напряженности E_0 волны должен быть направлен противоположно C (рис. 1.32). Необходимо заметить, что на каждой стороне экрана волны движутся в направлении поступательного движения правоходового винта при его повороте на 90° от E_0 к H_0 . Было уже указано, что отношение E к H в бегущей плоской волне равно постоянной ρ , называемой волновым сопротивлением среды, и что в свободном пространстве эта постоянная ρ равна приблизительно $120 \pi \text{ ом}$. Отсюда следует, что $E = 1/2\rho C$. Величина мгновенного значения на единицу площади равна $1/2\rho C_a^2 \cos^2(2\pi t/T) dt$, где C_a — амплитуда плотности тока. Среднее значение квадрата косинуса равно $1/2$. Следовательно, средняя величина излученной мощности составляет $1/4\rho C_a^2$. Одна половина этой мощности распространяется по одному пути, другая половина — по другому. Величина излученной мощности от площади S равна $1/4\rho C_a^2 S$.

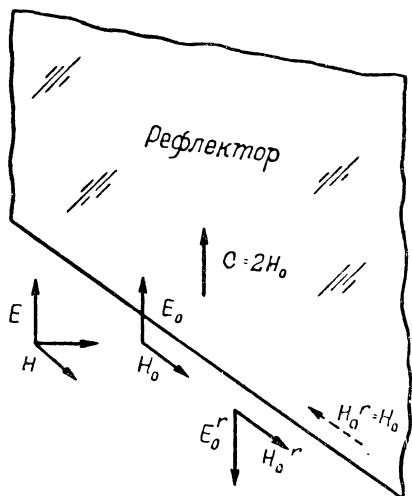


Рис. 1.33. Часть бесконечно большой идеально проводящей поверхности, действующей как рефлектор.

Рассмотрим теперь идеально проводящую плоскую поверхность и равномерную плоскую волну (наподобие возбуждаемой экраном с током), распространяющуюся перпендикулярно к ней (рис. 1.33). Электрическая напряженность E_0 проводящего экрана возбуждает ток, плотность которого равна C . Выше было найдено, что $E_0 = 1/2\rho C$, поэтому $C = 2E_0/\rho = 2H_0$. Напряженность магнитного поля, обусловленная индуктированным током, такова, что позади проводящего экрана магнитное поле падающей волны уничтожается, т. е. отсутствует вовсе; впереди проводящего экрана напряженность магнитного поля удваивается. Поскольку падающая и возбужденная волны уничтожают друг друга непосредственно за проводящим экраном, то они будут уничтожать друг друга на любом расстоянии за экраном. Впереди проводящего экрана волна, возбуждаемая индуктированным током, распространяется в направлении, противоположном направлению падающей волны, образуя стоячую волну; напряженность магнитного поля H максимальна непосредственно у экрана и становится равной нулю на расстоянии $\lambda/4$ от него. Напряженность

электрического поля E равна нулю непосредственно у экрана и максимальна в точках, где H равно нулю.

Из сказанного выше следует, что за проводящим экраном существуют две волны — падающая волна и волна, возбуждаемая индуцированным током, и что эти волны уничтожают друг друга, так как они имеют одинаковую напряженность и разность фаз, равную 180° . Мы вынуждены были сделать это заключение, так как наши представления исходили из наличия установившегося состояния. Если бы мы рассматривали небольшой участок плоской волны, па-

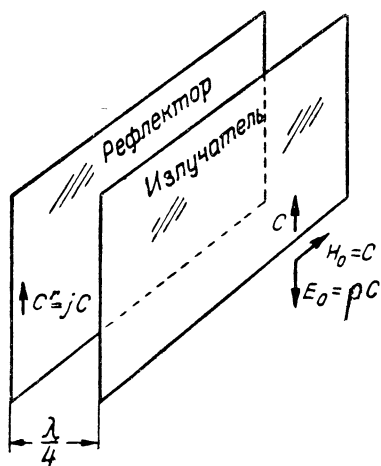


Рис. 1.34. Излучающий экран с током впереди рефлектора

дающей на проводящую поверхность, мы пришли бы к выводу, что волна не проникает через поверхность, а лишь отражается ею. Любая волна состоит из элементарных волн и, следовательно, отражается от проводящей поверхности. Можно использовать это представление для определения напряженности отраженной волны в случае установившегося режима, рассмотренного в предыдущем разделе. Идеальный проводник характеризуется тем, что тангенциальная составляющая напряженности электрического поля на поверхности проводника равна нулю. Следовательно, напряженность электрического поля отраженной от проводящей поверхности волны должна быть равна по ампли-

туде и противоположна по фазе напряженности электрического поля падающей на эту поверхность волны. Применяя правило правого-ходового винта, можно найти, что напряженности магнитного поля падающей и отраженной волн равны у проводящей поверхности.

Этой картиной обычно пользуются, рассматривая звуковые волны, падающие на жесткую перегородку. Для расчетов допустимо (и иногда удобно) рассматривать жесткую перегородку как систему источников звуковых волн, которые за перегородкой уничтожают падающие волны. Этот способ с точки зрения физических представлений необычен, но математически он допустим. Можно перейти к привычным представлениям, если рассматривать проводящие отражатели как системы вторичных источников, так как в действительности в них протекают электрические токи и мы привыкли к представлению, что такие токи всегда создают поля.

Обратимся снова к экрану с током, возбуждающему волны, и установим сзади него на расстоянии четверти длины волны отражающий экран (рис. 1.34). Было найдено, что на расстоянии четверти длины волн перед отражающей поверхностью напряженность магнитного поля H равна нулю. В данном устройстве это означает, что H равно нулю непосредственно за возбуждаю-

щим экраном или излучателем независимо от плотности тока, текущего по нему. Поэтому магнитная напряженность H_0 непосредственно перед излучателем равна плотности тока C . Следовательно, $E_0 = \rho H_0 = \rho C$. Излучаемая мощность на единицу площади составляет $1/2 \rho C_a^2$. Мощность, излучаемая площадью S , равна

$$P = \frac{1}{2} \rho C_a^2 S. \quad (61)$$

Сдвиг фаз волн, приходящих к отражателю от излучателя, равен 90° . Если волна при своем дальнейшем движении уничтожается волной, возбуждаемой током в отражателе, то плотность тока C по отношению к напряженности H падающей волны должна иметь сдвиг фазы на 180° , т. е. опережать C на 90° . Следовательно, впереди излучателя колебания от излучателя и отражателя будут находиться в фазе.

Наконец, рассмотрим поглощающий (обладающий сопротивлением) экран, сзади которого установлен отражающий экран (рис. 1.35). Если расстояние между ними составляет $\lambda/4$, то H равно нулю непосредственно за поглощающим экраном. Пусть поверхностное сопротивление переднего экрана таково, что падающая на него волна целиком поглощается. В этом случае плотность тока C в экране должна быть равна магнитной напряженности падающей волны H_0 . Следовательно, поверхностное сопротивление равно $E_0/C = E_0/H_0 = \rho(120\pi \text{ ом в свободном пространстве})$. Экран, обладающий таким сопротивлением, поглощает всю падающую на него мощность. Его действующая площадь при работе в качестве приемной антенны равна его геометрической площади.

В этом разделе нами принято, что излучающий, отражающий и поглощающий плоские экраны являются бесконечно большими. Но мы предполагаем, что большие экраны также обладают рассмотренными свойствами. Таким образом, можно считать, что действующая площадь приемной антенны, состоящей из поглощающего экрана с поверхностным сопротивлением, равным $120 \pi \text{ ом}$, и отражателя, расположенного сзади экрана на расстоянии четверти длины волны, приблизительно будет равна ее геометрической площади. При этом будет иметь место краевой эффект, так как ток, перпендикулярный

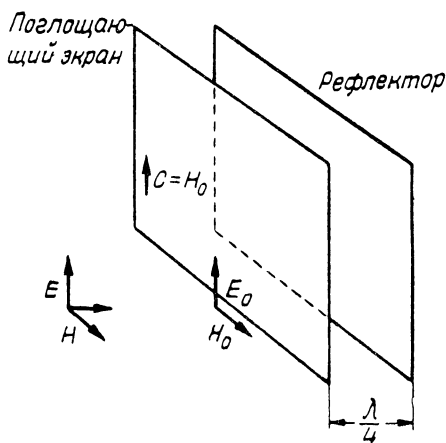


Рис. 1.35. Поглощающий экран впереди рефлектора, действующий как идеальный поглотитель.

к краю поверхности, должен быть равен нулю. В идеальном же случае мы принимаем его везде одинаковым. Краевой эффект зависит от периметра поглощающего экрана.

1.17. Антенные решетки

Колебания, излучаемые различными элементами большого однородного экрана с током, совпадая по фазе, усиливаются в направлении, перпендикулярном к экрану. В других же направлениях происходит интерференция с существенным ослаблением. Следовательно, такие экраны являются направленными антеннами.

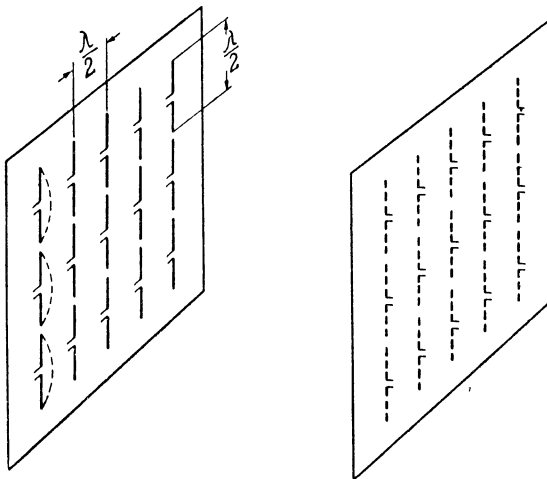


Рис. 1.36. Передающая и приемная решетки из вибраторных антенн впереди рефлектора.

Практически антенны, представляющие собой решетки из полуволновых вибраторов, обладают свойствами рассмотренных выше экранов с токами (рис. 1.36). В этих решетках расстояния между точками включения питания соседних вибраторов (как в ряду, так и в колонке) не должны значительно превышать $\lambda/2$. В противном случае колебания, излучаемые отдельными вибраторами, будут складываться в некоторых направлениях, отличных от направления, перпендикулярного плоскости решетки, и в результате получится несколько главных лучей (максимумов).

Пусть расстояние между точками включения питания равно $\lambda/2$. Предположим, что ток в каждом вибраторе распределяется равномерно по площади $1/2\lambda \times 1/2\lambda$. Если максимальная амплитуда тока в каждом вибраторе равна I_0 , то среднее значение его вдоль вибратора будет $(2/\pi)I_0$, а средняя плотность тока по площади будет $(2/\pi)I_0$, деленная на $\lambda/2$

$$C = \frac{4}{\pi\lambda} I_0. \quad (62)$$

Мощность, излучаемая площадью, приходящейся на каждый вибратор, равна

$$P = \frac{1}{2} \rho C^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 = \frac{2\rho}{\pi^2} I_0^2. \quad (63)$$

С другой стороны,

$$P = \frac{1}{2} R I_0^2, \quad (64)$$

где R — входное сопротивление вибратора. Поэтому

$$R = \frac{4\rho}{\pi^2} = \frac{480}{\pi}. \quad (65)$$

Вблизи краев антенной решетки сопротивление будет иметь другую величину.

1.18. Коэффициент направленного действия большой излучающей поверхности с отражающим плоским экраном

Для определения к. н. д. большого излучающего экрана с током необходимо рассчитать параметры удаленного поля и максимальный и средний потоки мощности через единицу по-

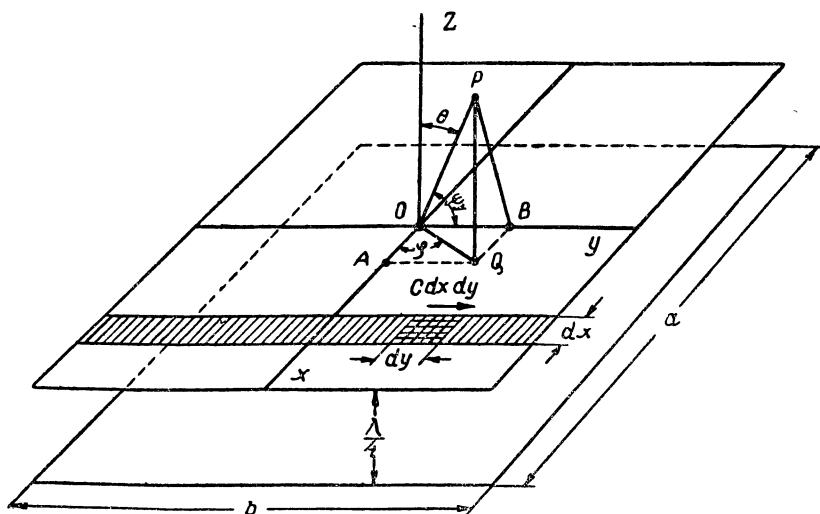


Рис. 1.37. Иллюстрация к расчету коэффициента направленного действия большой излучающей поверхности.

верхности (рис. 1.37). Пусть излучающий экран с током расположен в плоскости xy (рис. 1.37). Напряженность дальнего поля определяется уравнением (48). В этом уравнении E_0 обозначает напряженность электрического поля, которое получилось бы, если весь ток был бы сконцентрирован в центре 0. Если C —

плотность тока, то общий ток равен Ca . Умножая эту величину на b , получим момент распределения тока Cab . Напряженность электрического поля, создаваемого элементом тока, обладающего моментом $I(z)dz$, определяется уравнением (36). В этом уравнении θ — угол между выбранным в пространстве направлением и осью элемента. В рассматриваемом случае он равен углу ψ_y между осью y и направлением (θ, φ) . Следовательно, если опустить множитель, характеризующий фазу поля то уравнение (48) можно представить в следующем виде:

$$E_1 = \frac{2k\rho Cab \sin \psi_y}{\pi \lambda r} \frac{\sin [(\pi a/\lambda) \cos \psi_x]}{(\pi a/\lambda) \cos \psi_x} \frac{\sin [(\pi b/\lambda) \cos \psi_y]}{(\pi b/\lambda) \cos \psi_y}. \quad (66)$$

Нас интересует только участок, где E_1 имеет большую величину, т. е. где θ мало. Пусть u — угол, образованный прямой OP с плоскостью yz . Этот угол является дополнительным к углу ψ_x . Поэтому $\cos \psi_x = \sin u \approx u$. Аналогичным образом, $\cos \psi_y = \sin v \approx v$, где v — угол, образованный прямой OP с плоскостью xz . Таким образом, для области, в которой E_1 имеет существенное значение, получаем

$$E_1 = \frac{2k\rho Cab}{\pi \lambda r} \frac{\sin (\pi au/\lambda)}{\pi au/\lambda} \frac{\sin (\pi bv/\lambda)}{\pi bv/\lambda}. \quad (67)$$

Излучающий экран с током и отражатель, расположенные на расстоянии четверти длины волны друг от друга, образуют решетку, состоящую из двух источников. Было установлено, что фаза тока отражателя опережает на 90° фазу тока излучателя. Следовательно, в направлении вперед прямая и отраженная волны приходят в фазе. В направлениях, образующих небольшие углы с осью z , волны приходят почти в фазе. Таким образом, напряженность поля, создаваемая излучателем, снабженным отражателем, составляет

$$E = 2E_1. \quad (68)$$

Максимальное излучение имеет место вдоль оси z и

$$E_{\text{макс}} = \frac{4k\rho Cab}{\pi \lambda r}. \quad (69)$$

Максимальный поток мощности через единицу площади равен

$$W_{\text{макс}} = \frac{E_{\text{макс}}^2}{2\rho} = \frac{8k^2\rho C^2 a^2 b^2}{\pi^2 \lambda^2 r^2}. \quad (70)$$

Для определения общего потока мощности проинтегрируем $(E^2/2\rho)dS$ по сфере радиуса r . В зоне, где углы u и v малы, элементарная площадь будет $dS = r^2 du dv$ и тогда

$$P = \frac{8k^2 C^2 ab}{\pi^2 \lambda^2} \int_{-u_0}^{u_0} \frac{\sin^2 (\pi au/\lambda)}{(\pi au/\lambda)^2} du \int_{-v_0}^{v_0} \frac{\sin^2 (\pi bv/\lambda)}{(\pi bv/\lambda)^2} dv, \quad (71)$$

где пределы интегрирования невелики, но достаточны для включения большей части излучения. Заменим теперь переменные интегрирования. В первом интеграле примем $t = \pi au/\lambda$, а во втором — $t = \pi bv/\lambda$. Следовательно,

$$P = \frac{8k^2 \rho C^2 ab}{\pi^4} \int_{-\pi au_0/\lambda}^{\pi au_0/\lambda} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt \int_{-\pi bv_0/\lambda}^{\pi bv_0/\lambda} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt. \quad (72)$$

При увеличении размеров экрана с током пределы интегрирования стремятся к бесконечности. Следовательно, предельным значением P будет

$$P = \frac{8k^2 \rho C^2 ab}{\pi^4} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt \right]^2. \quad (73)$$

Интеграл в скобках равен¹ π . Следовательно,

$$P = \frac{8}{\pi^2} k^2 \rho C^2 ab. \quad (74)$$

Таким образом, средний поток мощности через единицу поверхности сферы радиуса r составляет:

$$W_{\text{ср}} = \frac{2k^2 \rho C^2 ab}{\pi^3 r^2}. \quad (75)$$

Для определения к. н. д. разделим уравнение (70) на уравнение (75). Тогда получим

$$D = \frac{4\pi ab}{\lambda^2}. \quad (76)$$

1.19. Передача мощности от большой излучающей поверхности к большой поглощающей поверхности

Выше было показано, что большой экран, обладающий сопротивлением и снабженный отражателем, в состоянии поглотить всю падающую на него мощность. Поэтому действующая площадь экрана, работающего в качестве приемной антенны, равна $A = ab$. Таким образом, мы получаем следующее соотношение между к. н. д. (или выигрышем по отношению сигнал/внешняя помеха) и действующей площадью

$$D = \frac{4\pi A}{\lambda^2}. \quad (77)$$

Следовательно, для больших антенн рассматриваемого типа уравнение (52) передачи мощности принимает вид

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{пер}} \frac{A_{\text{пер}} A_{\text{пр}}}{\lambda^2 r^2}. \quad (78)$$

¹ Более детально интегрирование приведено в разд. 5. 17.

Это уравнение симметрично относительно действующих площадей. Для передачи мощности между двумя большими антеннами применим теорему взаимности.

Если предположить¹, что теорема взаимности приложима к антеннам, то из уравнения (52) следует

$$D_1 A_2 = D_2 A_1, \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{D_2}{D_1}. \quad (79)$$

Следовательно, действующие площади антенн пропорциональны их к. н. д. и уравнение (77) является общим. Поэтому формула передачи (78) также является общей.

Необходимо заметить, что формулу (52) было получить легче, чем формулу (78). Причина состоит в том, что к. н. д. является естественным понятием для передающих антенн, а действующая площадь — естественным понятием для приемных антенн. Однако в технике антенн сантиметрового диапазона антенны являются большими по сравнению с λ и более полезной оказывается вторая формула.

Для изотропного излучателя $D=1$. Из уравнения (77) мы получаем его действующую площадь

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}. \quad (80)$$

Произведя преобразования, аналогичные предыдущим, можно определить неизвестный постоянный коэффициент пропорциональности k в выражении для дальнего поля элементарного электрического тока. Таким образом, мощность, излучаемая экраном с током, определяется уравнением (74). Она также определяется уравнением (61), где $C_a = C$. Следовательно,

$$k = \frac{1}{4} \pi. \quad (81)$$

Если эта величина была бы известна ранее, мы могли бы определить к. н. д. (уравнение 76) более просто из уравнений (61) и (69). Последнее уравнение может быть выведено без знания полной картины излучения (уравнение 67), так как в прямом направлении поля всех элементарных токов совпадают по фазе, следовательно, складываются и действуют так, как если бы они все были сосредоточены в центре экрана с током. Как видно, в основном из элементарных физических представлений, выраженных уравнениями Максвелла и подкрепленных соответствующими математическими расчетами, (требующими применения относительно простого интегрирования), можно получить так много выводов. Некоторые выводы отражают общие свойства колебаний (любого вида) и их можно, таким образом, получить без какого-либо применения уравнений Максвелла. Эти свойства будут рассмотрены в разделе 1.22.

¹ Доказательство будет приведено ниже.

1.20. Магнитные экраны

Бесконечно большой однородный экран с электрическим током является источником однородных плоских волн, распространяющихся перпендикулярно к экрану. Пусть имеется два таких экрана (рис. 1.38) с равными и противоположно направленными токами. Если расстояние s между ними очень мало по сравнению с λ , то напряженность магнитного поля между экранами распределяется равномерно. Напряженность магнитного поля будет при этом равна $H = C$, где C — плотность тока на каждом экране. Плотность магнитного потока равна μH , где μ — магнитная проницаемость. Магнитный поток на единицу длины вдоль вертикальных ребер на рис.

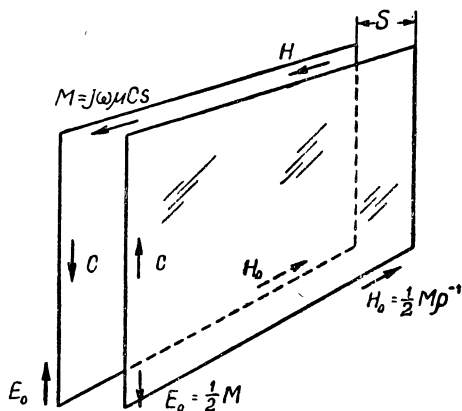


Рис. 1.38. Двойной экран электрического тока или одинарный экран магнитного тока.

1.38 составляет μHs . Скорость изменения этого потока во времени назовем плотностью магнитного тока — M . Следовательно, $M = j\omega\mu Hs$. Так как $H = C$, то $M = j\omega\mu Cs$. Предположим, что Cs бесконечно мало, а C бесконечно велико, произведение же Cs имеет конечное значение. Согласно уравнению (7) Фарадея-Максвелла магнитодвижущая сила по узкому прямоугольному контуру, окружающему магнитный ток M , как мы только что определили, равна M . Поэтому векторы напряженностей электрического поля на наружных поверхностях двойного экрана с током равны по величине $E_0 = \frac{1}{2}M$ и направлены противоположно друг другу.

Векторы напряженности магнитного поля направлены подобным же образом и равны

$$H_0 = E_0/\rho = M/2\rho.$$

Магнитный поток между экранами с током имеет везде одно и то же направление. Здесь существует полная аналогия с магнитным потоком для случая плоского экрана с током. Таким образом, двойной экран с электрическим током можно рассматривать как простой экран с магнитным током. Понятие экрана с магнитным током является особенно удобным, так как его способность возбуждать колебания зависит не только от электрического тока в экранах, но и от некоторых других факторов, например, от напряжения, требуемого для обеспечения заданной скорости изменения магнитного потока M и т. д.

Сравнивая простые электрические и магнитные экраны, можно сделать вывод, что при переходе через электрический экран напря-

женность электрического поля сохраняет знак, а напряженность магнитного поля меняет свой знак на обратный. При рассмотрении магнитного экрана, наоборот, меняет свое направление напряженность электрического поля, а напряженность магнитного поля сохраняет знак. Следовательно, комбинируя два таких экрана, можно ослабить поле на одной стороне до нуля. Необходимо только, чтобы C и M были взаимно перпендикулярны и соблюдено равенство: $M = \rho C$. Тогда на одной стороне будем иметь $E_0 = M$ $H_0 = C$, а на другой стороне $E_0 = H_0 = 0$. Свободная от поля полусфера определяется направлением движения правоходового винта при повороте его на 90° от M к C ¹.

1.21. Распространение волн

Ранее, исходя из понятий статического поля и установившегося режима колебаний, складывалось представление, что электромагнитные волны как бы «привязаны» к зарядам и токам, создающим их. Только с развитием импульсной техники волны стали привлекать все большее внимание. При проектировании антенн сантиметрового диапазона приходится гораздо больше рассматривать вопросы, связанные с волнами, чем с зарядами и токами, их создающими.

С этой точки зрения идеально проводящая плоскость является барьером для распространения в прямом направлении падающих на нее волн. У этого барьера возникают отраженные электромагнитные колебания аналогично тому, как у жесткой преграды возникают отраженные водяные волны. Идеальная проводящая плоскость является удобным абстрактным приближением к металлической пластине. Существует большая разница между волнами в свободном пространстве (и других идеальных диэлектриках) и волнами в средах с высокой проводимостью. В свободном пространстве отношение электрической напряженности к магнитной велико. Для волн на больших расстояниях от проводников это отношение составляет $120 \pi = 377 \text{ ом}$. С другой стороны, в хороших проводниках малая напряженность электрического поля вызывает сильный ток и, следовательно, сильное магнитное поле. Проводимость меди равна $5,8 \cdot 10^7 \text{ мо/м}$. Следовательно, один вольт создает ток плотностью $5,8 \cdot 10^7 \text{ а/м}^2$. В пластине толщиной в 1 мм линейная плотность тока, создаваемая одним вольт, равна $5,8 \cdot 10^4 \text{ а/м}$. Напряженность магнитного поля на каждой стороне такой пластины составляет половину этой величины. Плотность один ампер на метр будет, таким образом, создаваться примерно третьей частью величины 10^{-4} в . Несоответствие в величинах отношений E/H в свободном пространстве и на металлической пластинке вызывает отражение волн от металлической пластины (рис. 1.39,а). У поверхности пластины напряженность электрического поля отраженной волны должна быть направлена

¹ Комбинированные антенны, состоящие из электрического вибратора и магнитного вибратора (рамки), применяются для обеспечения кардиоидного приема. [Прим. ред.]

противоположно напряженности падающей волны и приблизительно равна ей с тем, чтобы отношение результирующего значения E к результирующему значению H согласовывалось с соответствующими величинами их в проводнике.

В проводящую пластину проходит очень небольшая доля падающей энергии. По мере дальнейшего распространения в пластине эта энергия преобразуется в тепло. Для возбуждения волн на противо-

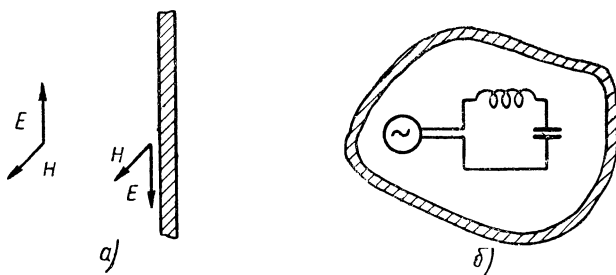


Рис. 1.39. Экранирующее действие металла.

положной стороне пластины остается весьма незначительная часть энергии. На этом основан принцип экранирования. В самом деле, раз мы определили электрические токи в экране (рис. 1.39, б), то слабое поле вне экрана можно объяснить нейтрализацией первоначального поля цепи индуктированными токами. Распространение электромагнитного импульса через излучающую передающую систе-

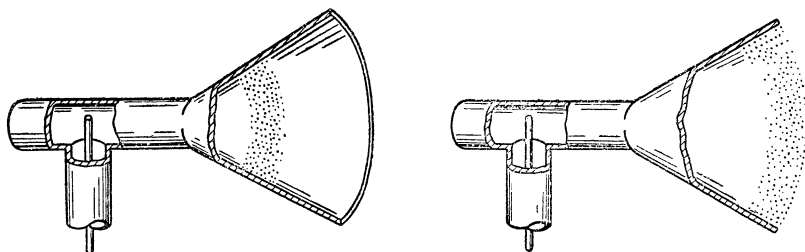


Рис. 1.40. Импульс, распространяющийся по экранированной передающей системе, может достигнуть внешнего пространства только через открытое отверстие.

му в виде рупора (рис. 1.40) происходит через раскрыв рупора, а не через стенки. Поле в раскрыве возбуждает волны во внешнем пространстве. В гл. 16 более подробно будет рассмотрен механизм распространения волн через отверстия. Однако в случае больших раскрывов можно обойтись и без точного знания этого механизма.

1.22. Излучение через рупоры с большими раскрывами

Пусть имеется источник мощности P_1 и такой фронт волны, что напряженность электрического поля имеет одинаковую величину и фазу во всех точках области A_1 (рис. 1.41). В соответ-

ствии с принципом Гюйгенса каждый элемент фронта любой волны действует как новый источник волн. В нашем случае волны в окружающей рупор среде возбуждаются электрическими и магнитными силами в каждом элементе раскрыва. Хотя волна от каждого точечного источника и является сферической, однако нет оснований предполагать, что диаграммы излучения являются однородными во всех направлениях. Так как волны распространяются вперед, то диаграмма поля, обусловленная отдельным источником, должна быть похожей на кардиоиду. При большом раскрыве диаграмма излучения определяется прежде всего интерференционной картиной волн, приходящих от различных точек раскрыва, а не диаграммой элементарного

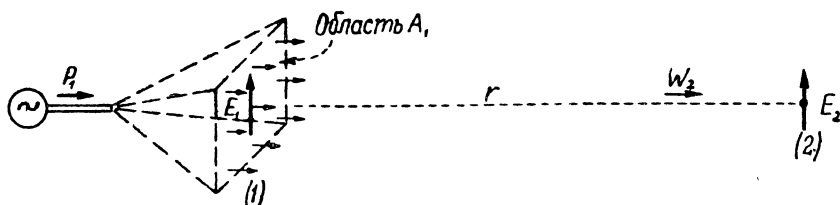


Рис. 1.41. Излучение из раскрыва.

источника. Эта диаграмма определяется коэффициентами, зависящими от ψ_a и ψ_b в уравнении (48), или соответствующими коэффициентами, зависящими от u и v в уравнении (67). Поток мощности через единицу площади на расстоянии r пропорционален квадрату напряженности электрического поля. Следовательно,

$$W = W_2 \frac{\sin^2(\pi au/\lambda) \sin^2(\pi bv/\lambda)}{(\pi au/\lambda)^2 (\pi bv/\lambda)^2}, \quad (82)$$

где u и v — углы между направлением излучения и координатными осями раскрыва, а W_2 поток мощности по оси, в направлении которой имеется приемная антенна. Общий поток мощности

$$P_1 = \iint W r^2 du dv = \frac{\lambda^2 r^2 W_2}{\pi^2 ab} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx, \quad (83)$$

где очень большие пределы интегрирования заменены бесконечно большими. Величина каждого интеграла равна π и

$$P_1 = \frac{\lambda^2 r^2 W_2}{ab} = \frac{\lambda^2 r^2 W_2}{A_1}. \quad (84)$$

Если раскрыв приемной антенны также является большим и обеспечивает равномерное синфазное распределение E , то вся падающая на раскрыв мощность направляется в нагрузку. Принимаемая мощность равна

$$P_2 = A_2 W_2. \quad (85)$$

Следовательно,

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{A_1 A_2}{\lambda^2 r^2}. \quad (86)$$

Для получения потока мощности W_2 от изотропного излучателя к нему должна быть подведена мощность

$$P_0 = 4\pi r^2 W_2. \quad (87)$$

Отсюда, коэффициент усиления по мощности¹ для большого раскрыва составляет

$$D = \frac{P_0}{P_1} = \frac{4\pi A_1}{\lambda^2}. \quad (88)$$

Идеальная антенна с большим раскрывом, фигурировавшая в предыдущих параграфах, может быть довольно точно аппроксимирована сектором большой биконической антенны и антенны, снабженной линзой (рис. 1.42), обеспечивающей равномерное распределение

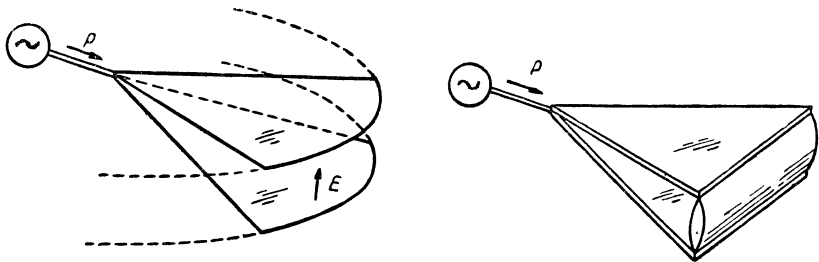


Рис. 1.42. Антенна с равномерным распределением E в раскрыве.

фазы. При отсутствии линзы величина E по раскрыву постоянна, но фронт волны искривляется, и если его не спрямить, то поток мощности W_2 у приемной антенны уменьшится, в результате чего уменьшится действующая площадь раскрыва.

Другой возможной причиной уменьшения действующей площади раскрыва является неравномерность распределения поля в раскрыве, как, например, в пирамидальном рупоре с четырьмя металлическими гранями. У металлической поверхности тангенциальная составляющая электрической напряженности должна быть очень малой. Следовательно, вблизи граничных поверхностей раскрыва, параллельных вектору E , будет иметь место очень малое излучение. В случае наличия в рупоре основной волны поле в раскрыве распределяется равномерно в одном направлении и синусоидально — в другом. Так как среднее значение амплитуды синусоидальной волны за полупериод равно $2/\pi$, умноженное на максимальное значение амплитуды

¹ Предполагается, что коэффициент полезного действия антенны равен единице и коэффициент усиления по мощности равен коэффициенту направленного действия D . [Прим. ред.]

ды, то электрическая напряженность в удаленной точке на оси такого рупора с корректирующей линзой равна $2/\pi$, умноженному на величину напряженности поля от идеального раскрыва с равномерным распределением. Поток мощности через единицу площади равен $(2/\pi)^2$, умноженному на величину потока мощности от раскрыва с равномерным распределением. С другой стороны, поток мощности через раскрыв пропорционален квадрату синуса и, следовательно, составляет половину потока через раскрыв с равномерным распределением. Таким образом, действующая площадь составляет только величину $8/\pi^2$, умноженную на геометрическую площадь раскрыва.

Сравним передачу мощности между двумя идеальными антеннами, расположенными друг против друга (рис. 1.43, а), с передачей мощности между антеннами, отстоящими друг от друга на значи-

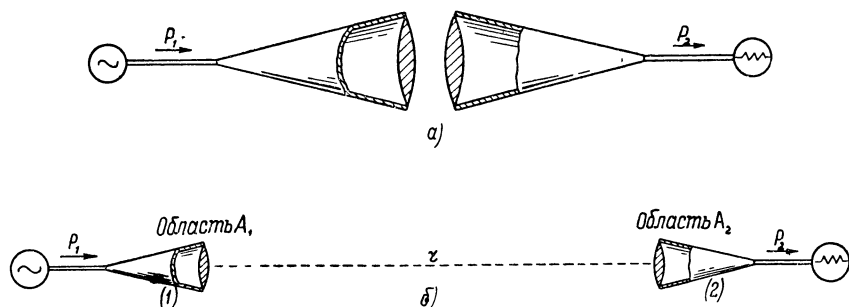


Рис. 1.43. Две идеальные антенны: а) близко расположенные друг к другу б) расположенные далеко друг от друга.

тельном расстоянии (рис. 1.43, б). Вблизи раскрыва антенны фронт волны близок к плоскому. Следовательно, в первом случае большая часть мощности пройдет во второй раскрыв. Измерения показали, что для больших рупорных отражателей, расположенных друг против друга, потери в передаче составляют меньше 1 дБ. Можно построить графическую картину перехода от плоского фронта волны у раскрыва к сферическому на больших расстояниях, отложив отрезок прямой линии и вычерчивая окружности со все увеличивающимися радиусами, центры которых находятся на раскрыве. Таким образом, для больших расстояний между двумя антеннами в свободном пространстве передаваемая мощность от одной антенны к другой будет обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. При расположении антенн вблизи земли отражения от нее могут значительно увеличить потери при передаче.

1.23. Параболические рефлекторы

Параболы обладают свойством, используемым для направленного излучения. Расстояние от фокуса F параболы (рис. 1.44) до точки на параболе и от нее до перпендикуляра к оси параболы является одинаковым для всех точек параболы. Таким образом

$FP + PQ = FP' + P'Q'$. Установим точечный источник излучения в фокусе большого проводящего параболоида (или линейный источник по фокальной линии большого параболического цилиндра). Поле излучателя будет индуцировать электрические токи на поверхности пропорционально напряженности поля во всех точках поверхности, кроме точек, близких к краю. Благодаря указанному выше свойству параболы вторичные колебания, возбуждаемые индуцированными токами, будут складываться в фазе в любой удаленной точке в направлении оси AB параболы. В других направлениях вторичные колебания от различных элементов параболического рефлектора, интерферируя, будут стремиться ослабить друг друга. Таким образом можно использовать направленные свойства зеркала, сравнимые с рупором, обладающим таким же раскрытием. Коэффициент направленного действия из-за неравномерного распределения поля в отражателе в данном случае будет несколько ниже. Для предотвращения интерференции между вторичными и первичными колебаниями можно установить небольшой отражатель за первичным источником.

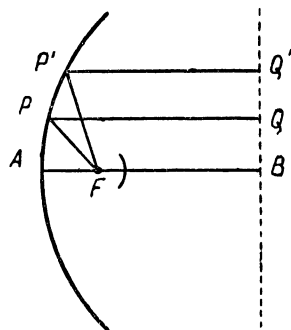


Рис. 1.44. Параболический рефлектор.

1.24. Линзы

Скорость распространения электромагнитных волн в твердых диэлектриках меньше, чем в воздухе. Это свойство может быть использовано для увеличения направленного действия источника, если поместить впереди него линзу (рис. 1.45). При распространении волны в среде с меньшей скоростью распространения изменение фазы в направлении распространения происходит быстрее, чем в среде с большей скоростью распространения. Рассмотрим симметричную линзу и источник излучения F на ее оси. Придавая соответствующую форму линзе, можно обеспечить равенство оптического пути $FPQR$ от источника до удаленной точки R оптическому пути вдоль оси $FABC$. Так как $FA + BC < FP + QR$, то изменение фазы вдоль $FA + BC$ меньше, чем изменение фазы вдоль пути $FP + QR$. Это неравенство можно скомпенсировать, сделав $PQ < AB$, где PQ и AB — расстояния, проходимые волнами через среду с более быстрым изменением фазы.

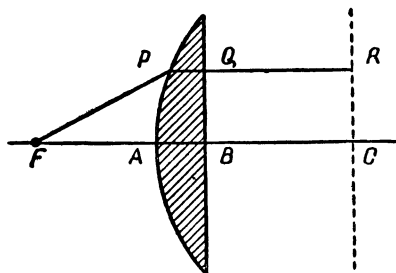


Рис. 1.45. Линза.

1.25. Широкополосные линейные антенны

На рис. 1.25 показано приблизительное распределение тока в тонких проводах. Если общая длина антенны равна $\lambda/2$, то ток имеет большую величину в точке входа, при этом входное полное сопротивление антенны должно быть относительно малым. Можно рассчитать поле излучения, как указано в разделе 1.12, получив поток мощности через единицу площади и общую мощность излучателя. Эта мощность пропорциональна квадрату тока на входе антенны. Коэффициент пропорциональности определяет входное сопротивление. Если синусоидальное распределение тока является

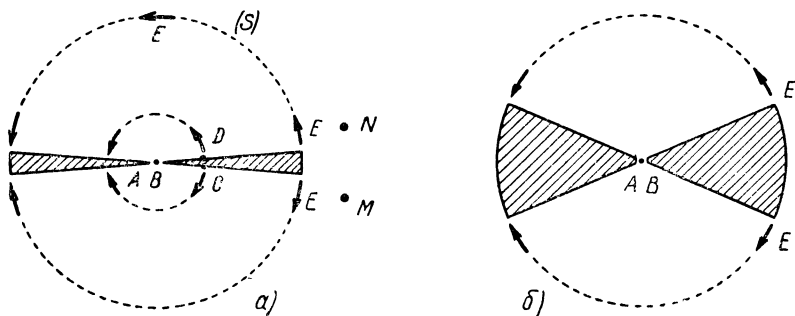


Рис. 1.46. Две биконические антенны.

хорошим приближением к действительному, то входное сопротивление полуволновой антенны почти не зависит от радиуса антенны и равно 73 ом .

В соответствии с принятым порядком аппроксимации входной ток в антенне, общая длина которой равна λ , равен нулю, а ее полное входное сопротивление бесконечно. Это говорит о том, что в этом случае полное входное сопротивление антенны очень велико. Можно получить общее представление о независимости полного сопротивления антенны от радиуса из следующих соображений. Пусть имеется тонкая биконическая антенна (рис. 1.46, a). По мере распространения волн от точки входа электрические силовые линии будут приближаться к окружностям. Максимальная напряженность электрического поля сосредоточена у поверхности антенны и направлена нормально к ней. В точках C, D на противоположных сторонах конуса напряженность электрического поля имеет противоположное направление. Однако поля экранируются друг от друга конусом и возбуждают сильную волну в прямом направлении. В том месте, где конусов нет, экранирования не существует и уже в точках M, N волна будет слабой. Только в экваториальной плоскости волна за сферической поверхностью S сравнима по напряженности с волной внутри этой поверхности S . Но в этой плоскости напряженность поля E меньше, чем вблизи конусов. Если сделать конусы более тонкими и поддерживать постоянное напряжение вдоль меридианов, то большая часть этого напряжения будет скон-

центрирована вблизи конусов. Такое распределение неэффективно для возбуждения волны во внешнем пространстве. Следовательно, излучаемая мощность будет меньше и входное полное сопротивление антенны больше.

Таким образом, в то время как сопротивление антенны при резонансе тока изменяется мало с изменением ее радиуса, сопротивление антенны при резонансе напряжения увеличивается неограниченно по мере приближения радиуса к нулю. Следовательно, при изменении частоты колебаний флюктуации сопротивления в тонкой антенне больше, чем в толстой антенне. В широкополосной антенне флюктуации полного сопротивления должны быть относительно малыми, а углы конусов должны быть большими (рис. 1.46,б).

1.26. Антенны различных типов

Первая антенна, примененная Герцем для подтверждения теории Максвелла и существования предсказанных ею электромагнитных волн, состояла из двух стержней, длиной приблизительно 30 см каждый, присоединенных к двум пластинам площадью около 40 см² (рис. 1.47). Позднее Герцем была изобретена система, показанная на рис. 1.48, в которой вибраторные антенны были установлены вдоль фокальных линий параболических зеркал примерно на высоте 2 м.

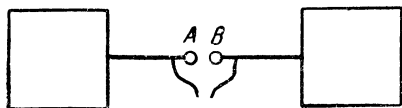


Рис. 1.47. Вибраторная антенна.

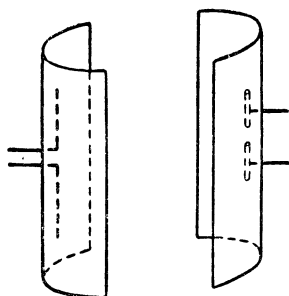


Рис. 1.48. Вибраторные антенны с параболическими рефлекторами.

Для дальней радиосвязи первоначально применялись более низкие частоты. Вертикальные антенны должны были быть очень короткими по сравнению с длиной волны. Горизонтальные антенны оказывались непрактичными, так как при их применении токи земли, направленные противоположно токам в горизонтальном проводе, стремились нейтрализовать поле провода. Как было показано выше, короткие антенны являются неэффективными вследствие относительно больших тепловых потерь. Еще большие тепловые потери происходят из-за низкой проводимости почвы. Это привело к работе по улучшению заземления путем применения подземных проводов. Дополнительные преимущества были получены применением (рис. 1.49,а) систем заземления, снижающих плотность токов земли. При ограничении места для размещения антенны, например, на кораблях, самолетах, в железнодорожных вагонах, комнатах и т. п., необходимо было применять короткие антенны. Гл. 10 полностью посвящена рассмотрению коротких антенн.

Диапазон частот, выделенный для радиовещательных станций, применяющих амплитудную модуляцию, лежит в пределах 500 — 1600 кгц (округленно $\lambda = 200 — 600$ м). Антенны имеют

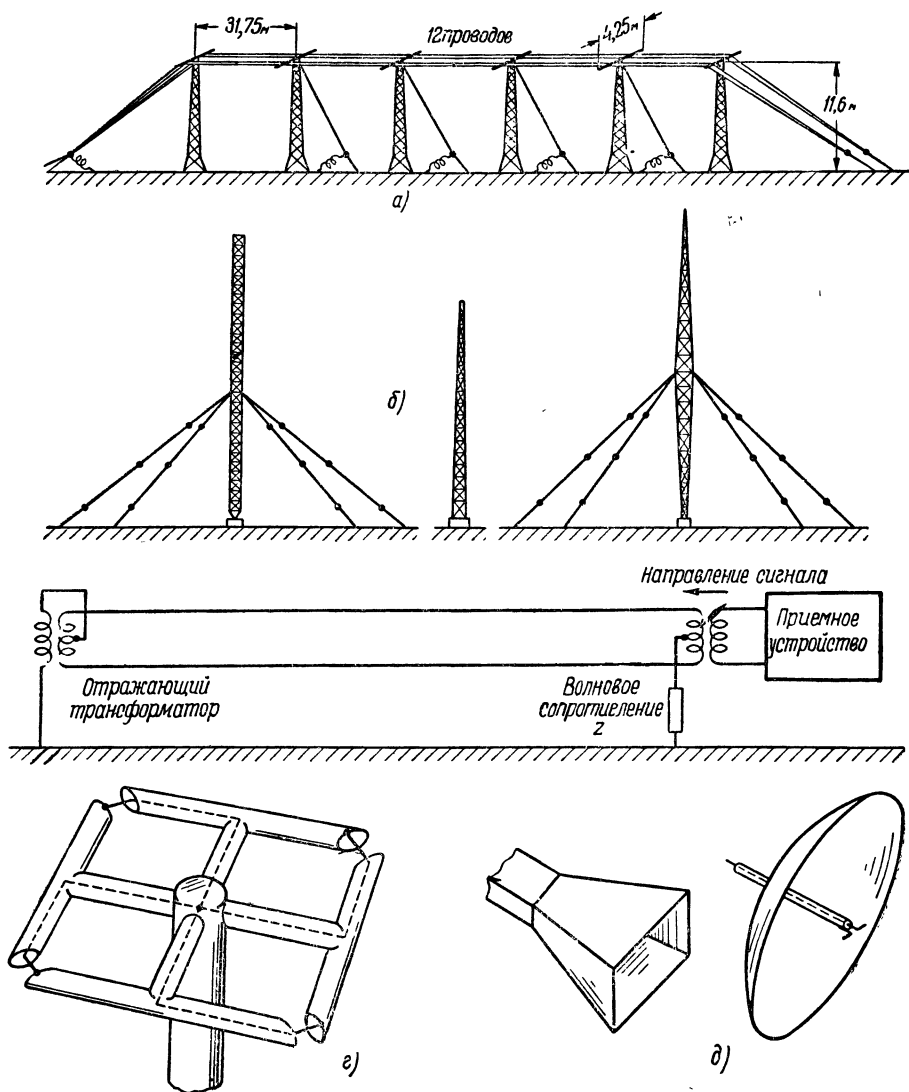


Рис. 1.49. Различные типы антенн.

вид мачт (рис. 1.49,б) с опорами и без них. Некоторые мачты являются короткими (в электрическом смысле), длина других сравнима с длинами волн $\lambda/4$ и даже с $\lambda/2$. Такие антенны рассматриваются в главах 11, 12 и 13.

Если земля была бы идеально проводящей, то горизонтальные антенны на малых по сравнению с $\lambda/10$ высотах были бы практически неосуществимыми при любой их длине. Однако из-за плохой проводимости земли горизонтальная составляющая вектора E , индуцирующая токи в параллельных земле проводах, становится ощутимой. Можно добиться, чтобы эти токи складывались в фазе в нагрузке. Тогда сигнал будет усиливаться с увеличением длины провода. По этому принципу работает направленная антенна, состоящая из параллельных горизонтальных проводов — однопроводная антенна бегущей волны (рис. 1.49, в). На высоких частотах, на которых практически возможно конструировать антенны с размерами, сравнимыми с длиной волны и больше ее, существует большое многообразие типов антенн. Выгодно применять горизонтальные антенны, так как они могут быть подняты для исключения влияния земли.

Имеются два основных типа коротковолновых антенн: 1) всенаправленные антенны, излучающие равномерно во всех горизонтальных направлениях и применяемые для радиовещательных целей и 2) лучевые или остронаправленные антенны, применяемые для магистральных радиосвязей. На рис. 1.49, г показана всенаправленная рамочная антенна. Рамка возбуждается в четырех равноудаленных точках с целью получения более равномерного распределения тока по рамке и сохранения таким образом всенаправленных свойств даже для довольно большой рамки¹. На рис. 1.49, д приведены два вида остронаправленных антенн: рупор и параболическое зеркало. Рупор представляет собою аналогию квадратной решетки вибраторов, работающих в фазе. Их поля складываются в прямом направлении, в то время как в других различных направлениях происходит интерференция с ослаблением сигнала. Основной принцип работы заключается в том, что каждый элемент волны в раскрыве рупора действует как самостоятельный источник колебаний для внешнего пространства. Этот принцип Гюйгенса позже был обоснован математически.

Коротковолновые всенаправленные антенны могут располагаться вертикально с целью усиления поля вблизи земли и сохранения энергии. На рис. 1.49 приведено только несколько антенн, чтобы показать их разнообразие. Эти и многие другие антенны подробнее рассматриваются в главах 8—19. Ограниченный объем книги не позволяет рассмотреть все предложенные в разное время типы антенн, однако будет рассмотрено значительное количество примеров с тем, чтобы дать возможность читателю усвоить общие принципы и оценить любую антенну, которая может быть сконструирована им самим или которую он может встретить в периодической литературе или учебнике. Между антеннами для амплитудно-модулированных и для частотно-модулированных колебаний, так же как и между антеннами, применяемыми в обычном радиовещании и

¹ Небольшая рамка в горизонтальной плоскости является всегда всенаправленной.

телевидении, нет существенной разницы. Наиболее важным фактором, влияющим на практическое применение данного типа антенны, является рабочая частота или длина волны. При $f = 1\,000\,000\text{ гц}$ $\lambda = 300\text{ м}$. Поэтому рупоры, раскрыты которых для обеспечения их эффективного действия должны составлять несколько длин волн в квадрате, в этом случае практически неприменимы.

Назначение данной антенны определяет требуемые характеристики направленности. В общем случае диаграмма излучения должна быть всенаправленной в радиовещании и остронаправленной в магистральной связи. Кроме того, при пеленговании диаграмма направленности должна иметь ярко выраженный нуль. На диаграмму излучения влияет характер почвы и иногда необходимо с целью получения более равномерного распределения интенсивности сигнала на некотором расстоянии от антенны характеристики излучения антенны делать неравномерными. Если, например, радиовещательная антенна находится слишком далеко от центра перекрываемой зоны, то желательно сделать диаграмму излучения неравномерной, обеспечив таким образом наибольшую дальность действия. В некоторых случаях может потребоваться неравномерная диаграмма для уменьшения интерференции сигналов от двух станций, обслуживающих соседние районы на одной и той же частоте.

1.27. Земля и атмосфера

Земля и атмосфера изменяют свойства антенн. На больших расстояниях от башенной антенны сигнал у поверхности земли значительно слабее, чем в свободном пространстве на том же расстоянии или чем в случае идеально проводящей плоской земли. Узкие лучи остронаправленных антенн сантиметрового диапазона могут изгибаться при прохождении через атмосферу и вследствие этого миновать приемную антенну. Это явление не сказывается серьезно при стабильном состоянии атмосферы. При конструировании антенны для простоты предполагают, что они находятся в свободном пространстве. В этом случае необходимо оценить влияние земли и атмосферы и далее либо учитывать его, либо устранить.

1.28 Теория и практика

Для того, чтобы самому спроектировать антенну, нужно иметь соответствующую теоретическую подготовку. Городской житель, которому нужна антенна для приема в стандартном радиовещательном диапазоне частот (550—1500 кГц), сталкивается с простой задачей. Он должен знать, что в этом диапазоне частот напряжение, возникающее в антенне, приблизительно пропорционально ее длине. Предел для длины антенны обуславливается практическими соображениями и стремлением уменьшить длину обратных проводов. Более правильно определить эту длину (приблизительно 9 м) экспериментально, чем пытаться определить ее расчетным путем.

Мы привели пример, когда эксперимент является простым и дешевым, в то время как расчет вообще невозможен.

С другой стороны, при конструировании, например, радиовещательных мачт применение теории дает большую экономию средств. Она может и не дать в полном объеме все ответы по интересующим вопросам и должна быть дополнена экспериментальными исследованиями моделей. Однако значение ее неоспоримо. Теория необходима для постановки хороших экспериментов, она также полезна для обоснования отказа от исследований, которые могут оказаться неудачными.

При решении ряда вопросов применения антенн необходим критический подход. Такой целеустремленный подход необходим при идеализации явлений, допущениях, упрощениях, физической аппроксимации без ущерба для практической ценности выводов.

Для того, чтобы ответить на поставленные выше вопросы, необходимо ознакомиться с вопросами теории и практики антенн. Изучение предлагается проводить в следующем порядке: 1) развитие основных понятий теории поля, 2) вывод уравнений для расчета поля и исследование их физического смысла, 3) получение выражений для электрического и магнитного поля волны, возбужденной элементарным электрическим током в свободном пространстве, 4) исследование направленного действия пространственных устройств, состоящих из элементов тока, 5) получение формул передачи мощности между антеннами, 6) определение характера распределения тока в антеннах, соединенных соответствующим образом с генераторами, 7) исследование принципа взаимности между передающей и приемной антеннами, 8) определение полного сопротивления антенн и 9) применение общих принципов к выбранным типам антенн.

В настоящей книге эти задачи рассматриваются в следующем порядке. В гл. 2 рассматриваются основные понятия теории поля и уравнения Максвелла. В гл. 3 дается применение этой теории к плоским волнам. В гл. 4 рассматриваются сферические волны в проводниках и в свободном пространстве. Здесь выводится основная формула для дифференциального элемента тока. В гл. 5 рассматривается принцип направленного излучения и его применение к антенным системам, а также два метода расчета мощности излучения при заданном распределении тока. В гл. 6 рассматривается передача мощности между двумя антеннами. В гл. 7 разбирается в основном количественная сторона теории распространения и отражения волн. Эта теория применяется к задаче отражения радиоволн от гипотетической плоской земли. В гл. 8 рассматривается распределение тока в тонких антеннах, простая синусоидальная аппроксимация и различные влияющие на нее факторы, относительное значение этих факторов при расчете диаграмм излучения, мощность излучения, полное сопротивление. Гл. 9 посвящена тем характеристикам, для которых антенны представляют собой линейные системы, поведение которых находится вне связи с уравнениями Максвелла. В гл. 10 рассматриваются короткие антенны, а в гла-

ве 11 — резонансные антенны. В остальных главах рассматриваются последовательно ромбические антенны, различные системы линейных антенн, рупорные, щелевые антенны, отражатели и линзы.

1.29. Задачи

На некоторые задачи, приводимые в конце глав, для облегчения изучения даются ответы. Однако некоторые задачи и вопросы могут потерять свое значение, если изучающий будет заранее знать ответ на них. Эти задачи имеют целью заставить изучающего глубже продумать поставленный вопрос. Ответы на вопросы можно найти в книге.

1.7.1. Как изменяется радиальная составляющая поля E в данной точке в зависимости от угла θ между направлением на данную точку и осью короткой антенны?

1.7.2. Рассмотреть волны, возбуждаемые переменным током в небольшой рамке.

1.7.3. Получить возможно более полное выражение для напряженности магнитного поля на больших расстояниях от небольшой одновитковой рамки площадью S с переменным током амплитуды I .

1.7.4. Как зависит поле небольшой рамки от числа ее витков?

1.7.5. Рассмотреть две идентичные крестообразные короткие антенны. Сделать допущение, что амплитуды токов равны и антенны работают в фазе. Какова будет напряженность электрического поля вдоль линии, перпендикулярной к антеннам?

1.7.6. Какой ответ получится для предыдущей задачи, если антенны работают в квадратуре? Каково геометрическое место точек вектора напряженности электрического поля?

1.7.7. Какие получатся ответы на вопросы предыдущей задачи, если амплитуды антенных токов не равны?

1.8.1. Какова напряженность электрического поля на больших расстояниях от небольшой рамки?

1.8.2. Подсчитать мощность, излучаемую небольшой рамкой площадью S , имеющей n витков.

1.9.1. Какие факторы влияют на эффективность небольшой рамки, работающей в качестве антенны?

1.10.1. Определить сопротивление излучения небольшой рамки.

1.13.1. Рассмотреть две идентичные вертикальные антенны, расположенные на расстоянии $\lambda/2$ друг от друга. Построить полярную диаграмму, показывающую изменение напряженности электрического поля в плоскости земли в предположении, что антенные токи равны.

1.13.2. Решить предыдущую задачу, приняв, что токи в антеннах равны по амплитуде, но сдвинуты по фазе на 180° .

1.13.3. Решить задачу 1.13.1, приняв, что расстояние между антеннами равно $\lambda/4$, токи в антеннах равны по величине, но сдвинуты по фазе на 90° .

1.13.4. Каков к. н. д. небольшой рамки?

Ответ 1,5.

1.13.5. Каков к. н. д. гипотетической антенны, излучающей равномерно во всех направлениях между конусами, образующими углы 45° с осью антенны, и не излучающей в других направлениях?

Ответ $\sqrt{2}$.

1.13.6. Подсчитать мощность, излучаемую элементом тока с моментом Idz .

Ответ.

$$P = 640k^2 (Idz/\lambda)^2,$$

где k имеет то же значение, что в уравнениях (17) и (36).

1.13.7. Рассмотреть антенну длиной $\lambda/2$, приняв синусоидальное распределение тока. Пусть максимальная амплитуда тока будет I_0 . Сделав простую аппроксимацию относительно диаграммы излучения, определить мощность излучения и сопротивление излучения.

О т в е т.

$$P = \frac{640 k^2 I_0^2}{\pi^2}, R_{\text{изл}} = \frac{1280 k^2}{\pi^2}.$$

1.13.8. Рассмотреть два элемента тока, расстояние между которыми равно d , расположенных на одной прямой линии. Определить отношение излучаемой ими мощности к мощности, излучаемой изолированным элементом.

О т в е т.

$$\begin{aligned} 6 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta \right) \sin^3 \theta d\theta &= 2 + 6 \left(\frac{\lambda}{2\pi d} \right)^2 \times \\ &\times \left[\frac{\sin(2\pi d/\lambda)}{2\pi d/\lambda} - \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right]. \end{aligned}$$

Второй член представляет собой отношение излучаемой мощности двумя элементами тока к мощности, излучаемой изолированным элементом.

1.13.9. Рассмотреть одноволновую антенну, приняв синусоидальное распределение тока, показанное на рис. 1.25, d . Использовать результаты двух предыдущих задач для определения мощности излучения.

О т в е т. $1670 k^2 I_0^2 / \pi^2$.

1.13.10. Рассмотреть систему, состоящую из n идентичных коротких вертикальных антенн, расположенных по горизонтали на расстоянии l друг от друга. Если фазы токов в последовательно расположенных антеннах слева направо составляют

$$0, 2\pi l/\lambda, 4\pi l/\lambda \dots, 2(n-1)\pi l/\lambda,$$

то колебания, излучаемые этими антеннами, усиливают друг друга в направлении решетки (слева направо). Если E_0 представляет напряженность поля в некоторой точке, удаленной от одной антенны, то nE_0 представляет поле всей решетки. При некотором угле ϕ с решеткой поле будет характеризоваться величиной

$$E_0 + E_0 | \vartheta + E_0 | 2\vartheta + \dots + E_0 | (n-1) \vartheta,$$

где $\vartheta = (2\pi l/\lambda) (\cos \phi - 1)$.

Пусть питание антенн осуществляется с помощью передающей линии, нагруженной последовательно включенной емкостью так, что скорость волны вдоль линии получается большей, чем скорость света. Пусть λ_1 — длина волны вдоль линии, а задержка в фазе распространения волны от одной антенны к следующей составляет $2\pi l/\lambda_1$. Определить угол ϕ между линией решетки и направлением, при котором волны приходят в фазе.

О т в е т.

$$\phi = \arccos \frac{\lambda}{\lambda_1}.$$

1.13.11. Уравнение (42) определяет интенсивность излучения двух идентичных коротких антенн, расположенных на расстоянии a друг от друга, с одинаковыми синфазными токами в экваториальной плоскости. Показать, что если каждую антенну заменить направленным излучателем, который обуславливает напряженность поля, равную $E(\phi)$, то напряженность двух антенн составит $2E(\phi) \cos[\pi a/\lambda] \cos \phi$. Использовать этот результат для того, чтобы показать, что напряженность поля трех коротких синфазных антенн на одной и той же прямой с отношением амплитуд тока 1:2:1 равна $\{2E_0 \cos[\pi a/\lambda] \cos \phi\}^2$, где E_0 представляет напряженность поля каждой из концевых антенн. Распространить эту формулу на четыре антенны с амплитудами токов, пропорциональными 1; 3; 3; 1, затем на пять антенн с амплитудами токов, пропорциональными 1; 4; 6; 4; 1.

1.13.12. Показать, что для антенны протяженностью от $z = -l$ до $z = l$ уравнение (39) может быть представлено в виде

$$E_{\theta} = k \frac{2\rho}{\pi \lambda r_0} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n A_n \frac{(2\pi l/\lambda)^{2n}}{(2n)!} \cos^{2n} \theta \sin \theta$$

$$A_n = \int_{-l}^l \left(\frac{z}{l} \right)^{2n} I(z) dz.$$

1.13.13. Определить в предыдущей задаче первые два члена для полуволновой антенны, показанной на рис. 1.25, *b*.

О т в е т.

$$E_{\theta} = k (2\rho/\pi^2 r_0) I_0 \left[1 - \left(\frac{1}{8} \pi^2 - 1 \right) \cos^2 \theta \right] \sin \theta,$$

где I_0 — максимальная амплитуда тока антенны.

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

2.1. Понятие и уравнения электромагнитного поля

Для понимания работы антенн необходимо знать как теорию цепей, так и теорию поля¹. Первая антенна, применявшаяся Герцем в экспериментах с электромагнитными волнами, представляла собою всего лишь конденсатор с разнесенными на некоторое расстояние обкладками, так что поле конденсатора располагалось в окружающем пространстве (рис. 1.47). Отношение напряжения к току на зажимах в антенне является такой же важной величиной, как в любой другой цепи. В случае применения антенны нас интересуют условия во внешнем пространстве.

В конденсаторе с зарядами $+q$ и $-q$ электрическое поле заключено прежде всего в пространстве между обкладками. В отличие от конденсатора поле вокруг антенны не локализовано. Электрическое и магнитное поля в конденсаторе достаточно разделены и друг от друга независимы. Вокруг антенны эти поля взаимодействуют друг с другом. Величина этого взаимодействия увеличивается с частотой. В конденсаторе магнитное поле является вредным и его уменьшают применением специальных мер. В отличие от конденсатора антенна имеет гораздо меньшую емкость, и магнитное поле антенны приобретает важное значение. Эти факторы обуславливают отличие полного сопротивления антенны от полного сопротивления обычного конденсатора. Еще более важным является различие между взаимной емкостью двух обычных конденсаторов, расстояние между которыми мало, и взаимным полным сопротивлением «емкостных» антенн, расположенных далеко друг от друга. Чтобы понять эти различия, необходимо рассмотреть распределенные электрическое и магнитное поля.

Между понятиями, относящимися к полю и цепям, имеется близкая аналогия. Различия обуславливаются практическими соображениями. Рассматривая свойства электрической цепи в целом, мы интересуемся только величинами, которые могут быть измерены на ее зажимах (нас интересует общий ток I , поступающий в цепь). Этот ток определяется как величина электрического заря-

¹ См. И. Е. Тамм, „Теория электричества“, изд. 3-е, 1946. Л. [Прим. ред.]

да, проходящего через зажимы в единицу времени. Таким образом, если заряд dq проходит за время dt , то

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

С другой стороны, внутри цепи условия могут меняться от точки к точке, и общий ток не указывает на местное движение заряда. Мы должны вместо общего тока рассматривать плотность тока в определенной точке P , которая определяется как вектор, совпадающий с направлением тока в точке P , и величина которого равна току через единичную площадку, перпендикулярную направлению движения зарядов. Если ток I в проводе с сечением S распределяется равномерно, то плотность тока равна

$$J = \frac{I}{S}. \quad (2)$$

Рассматривая электрическую цепь в целом, мы не касаемся сил, действующих на заряды в различных точках цепи. Нас интересует только общий эффект, характеризуемый величиной эдс цепи, которая определяется как общая работа, совершаемая электрическими силами над единичным зарядом, проходящим по цепи. Внутри цепи работа, совершаемая электрическими силами над движущимся зарядом, может изменяться. Нас интересует напряженность электрического поля E в данной точке P . Величина E определяется как вектор, равный градиенту напряжения. Он имеет направление, в котором напряжение на единицу длины максимально. Величина E равна этому максимальному напряжению на единицу длины. Если напряжение между концами провода длиной l равно U и если это напряжение распределяется вдоль провода равномерно, то электрическая напряженность в различных точках равна U/l . В хорошо проводящих металлах плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля

$$J = gE, \quad (3)$$

где g — проводимость среды.

Напряженность электрического поля может быть также определена как сила, действующая на единицу заряда. Это определение эквивалентно данному в предыдущей главе. Если F — сила, действующая на заряд q , то работа, совершаемая силой F , когда заряд смещен на небольшое расстояние s от точки P в точку Q , составляет $F_{PQ}s$, где F_{PQ} — составляющая силы в направлении PQ . Напряжение между точками P и Q по определению представляет собой работу по перемещению единичного заряда $U_{PQ} = F_{PQ}s/q$. Напряжение на единицу длины равно $E_{PQ} = F_{PQ}/q$, т. е. составляющей силы (в направлении PQ), действующей на единицу заряда. Максимальное напряжение на единицу заряда равно F/q .

В настоящей книге применяется система единиц метр — килограмм — секунда — кулон (*мкск*). В этой системе все электриче-

ские единицы являются практическими, которыми обычно пользуются при лабораторных измерениях. Единицей работы является практическая единица, которая называется джоуль (10^7 эрг). Работа, совершаемая при поднятии одного килограмма на высоту одного метра против сил тяготения, равна приблизительно 9,8 дж. Единицей электродвижущей силы («напряжения») является джоуль на кулон, она называется вольт. Единицей напряженности электрического поля является вольт на метр (т. е. джоуль на кулон на метр). Единицей силы в системе (мкс) является джоуль на метр, называемый ньютоном. Ньютон приблизительно равен весу массы 0,102 кг, он также равен 10^5 дин . Единица напряженности электрического поля вольт на метр равна ньютону на кулон.

Для описания свойств электрической цепи требуется знать две величины: ток через зажимы и напряжение на них. Аналогичным образом две величины определяют электрическое состояние в какой-либо точке электрического поля. В проводящей среде этими величинами являются плотность тока и напряженность электрического поля. В непроводящей среде (например, между обкладками конденсатора) требуется также знать два параметра поля.

Одним из этих параметров является напряженность электрического поля. Между двумя большими близко расположенными параллельными металлическими пластинами конденсатора электрическое поле является всюду равномерным, за исключением окрестности краев пластины. Напряженность электрического поля перпендикулярна к пластинам и равна U/l . Другой параметр поля определяется через электрический заряд, перемещенный под действием электрического поля (его напряженности) с одной стороны тонкой металлической пластинки на другую (рис. 2.1). Электрическое поле действует на свободные электроны пластинки и смещает их относительно положительно заряженных ядер, пока поле, образованное смещенным зарядом, не уничтожит первоначальное поле в пространстве, занятом испытуемой пластинкой. Электроны будут продолжать свое движение до тех пор, пока не исчезнут силы, действующие на них внутри испытуемой пластинки. Непосредственно снаружи пластины эти силы должны быть к ней перпендикулярны. Тангенциальные составляющие сил будут еще в состоянии перемещать электроны. Величина заряда, смещенного по такой пластине, может быть измерена, если пластина состоит из двух отдельных частей. Эти составные части должны быть для измерения разделены в поле, в ко-

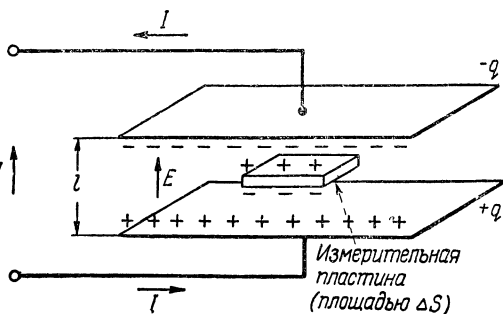


Рис. 2.1. Плоско-параллельный конденсатор.

тором смещенные заряды удерживаются от рекомбинации. Для достаточно малой площади ΔS испытываемой пластинки величина смещенного заряда пропорциональна этой площади и в данной точке P является максимальной при определенной ориентации пластины. Вектор D , величина которого равна смещенному заряду на единицу площади, называется плотностью электрического смещения. В изотропной среде вектор D параллелен и пропорционален E . Таким образом,

$$D = \epsilon E, \quad (4)$$

где коэффициент пропорциональности ϵ называется диэлектрической проницаемостью среды. В анизотропной среде прямоугольные координаты D являются линейными функциями прямоугольных координат E .

Величина D между пластинами конденсатора равна приблизительно отношению положительного заряда к площади одной пластины q/S . Это отношение является точным для двух бесконечно больших параллельных пластин, заряженных одинаковыми и противоположно направленными зарядами.

При изменении U со временем изменяются также E и D . Так как D имеет размерность заряда на единицу площади, то его производная по времени dD/dt имеет размерность плотности электрического тока. Эта производная носит название плотности тока электрического смещения

$$J_d = \frac{dD}{dt} = \epsilon \frac{dE}{dt}. \quad (5)$$

Она равна по величине электронному току на единицу площади, существующему между поверхностями испытываемой пластинки, расположенной перпендикулярно к вектору D . Значение тока смещения впервые было установлено Максвеллом. Он сделал предположение, что токи смещения так же, как электронные токи, возбуждают магнитные поля. Гипотеза Максвелла наилучшим образом подтверждается законами распространения волн, применяемых в радиолокации, продолжающих существовать после исчезновения возбуждающих их электронных токов.

В разделе 1.2 определена напряженность магнитного поля H между двумя большими параллельными экранами с равными и противоположно направленными постоянными токами (рис. 1.6). Она определяет собою вектор, перпендикулярный к току и равный по величине току, приходящемуся на единицу длины. Это определение подтверждается тем экспериментальным фактом, что магнитное поле между экранами с током (как свидетельствует его действие на тонкую магнитную иглу) является однородным, а напряженность зависит исключительно от величины тока на единицу длины безотносительно к расстоянию между экранами. Эксперименты показывают, что магнитное поле является также однородным внутри длинного соленоида с малым шагом намотки (рис. 2.2,а). При этом предполагается, что измерения производятся не в непосред-

ственной близости к местам обмотки, где имеются зазоры. Для получения идеальной однородности поля нужно иметь бесконечно длинный соленоидный цилиндр с током (рис. 2.2,б).

Тогда, если I_c ампервитки на длине l соленоида $I_c = nI$, где I — ток в обмотке, а n — число витков на длине l , то напряженность магнитного поля зависит только от ампервитков, приходящихся на единицу длины, I_c/l . Ни размеры, ни форма поперечного сечения соленоида не влияют на напряженность поля. В реальных соленоидах напряженность поля в середине больше, чем около концов. Величина напряженности поля в средней части соленоида немного меньше I_c/l .

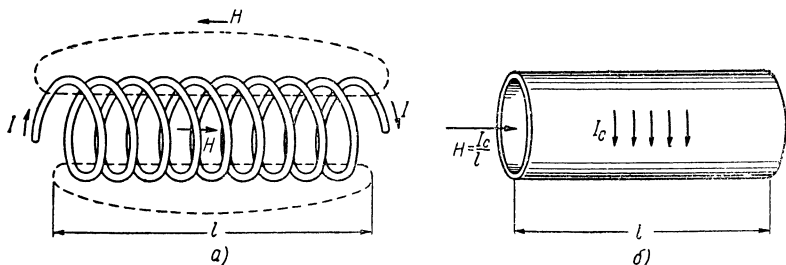


Рис. 2.2. Напряженность магнитного поля H .

а) внутри бесконечно длинного соленоида с близко расположенными витками параллельна оси соленоида и равна nI/l , где n — число витков, приходящееся на длину l вдоль оси; б) внутри экрана с циркулирующим током $H = I_c/l$, где I_c соответствует nI (ав).

Для вывода точного соотношения между напряженностью магнитного поля и током необходимо определить магнитодвижущую силу вдоль определенной кривой AB

$$U = \int_{AB} H_s ds. \quad (6)$$

Эксперименты подтверждают, что магнитодвижущая сила по замкнутой кривой равна охватываемому ею току

$$U = \oint H_s ds = I. \quad (7)$$

Эта формула является математическим выражением закона Ампера. В самом деле эксперименты подтверждают пропорциональность между U и I ¹. Способы определения E и H различны. Нельзя определить H как силу, действующую на единичный магнитный заряд, так как магнитных зарядов в природе не существует. Можно H определить либо непосредственно через элек-

¹ Равенство имеет место, поскольку применяется практическая система единиц. [Прим. ред.]

трический ток, как это было сделано выше, либо ввести понятие „магнитного полюса“, который будет играть роль магнитного заряда. Вообще же необходимо связать H с создающим его током¹.

В случае бесконечно длинной прямой трубки тока магнитные силовые линии представляют собою окружности, коаксиальные с трубкой (рис. 2.3). Из условия симметрии мы заключаем, что H зависит только от расстояния ρ от оси трубки. Следовательно, на основании уравнения (7) имеем

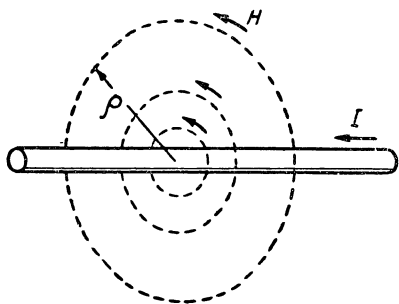


Рис. 2.3. Прямолинейная трубка тока и магнитные силовые линии вокруг нее.

$$2\pi\rho H = I, \quad H = \frac{I}{2\pi\rho}. \quad (8)$$

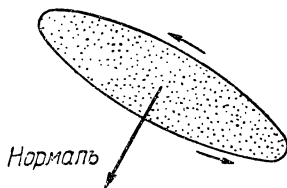


Рис. 2.4. Принятое соотношение между положительным направлением обхода замкнутой кривой и положительным направлением нормали к плоскости кривой.

На рис. 2.3 представлена зависимость между положительными направлениями магнитодвижущей силы и тока. Ниже будут рассмотрены случаи, в которых придется связывать токи или потоки через поверхность с линейными интегралами по контуру, ограничивающему поверхность. Необходимо поэтому условиться о положительном направлении нормали к поверхности и положительном направлении интегрирования по контуру. Принятые направления показаны на рис. 2.4.

Закон Ампера (уравнение 7) выражает магнитодвижущую силу по замкнутой кривой, окружающей электрический ток, и требует, чтобы пути интегрирования и тока были связаны между собою как два замкнутых звена цепи. В противном случае уравнение не имеет смысла. Если по замкнутым проводам протекают постоянные токи, уравнение (7) не вызывает недоразумений. В любом проводнике могут существовать переменные токи. Между концами короткого провода могут происходить флуктуации заряда. Несмотря на то, что такие токи возбуждают магнитные поля, закон Ампера в представленном уравнением (7) виде не может быть к ним применим.

¹ Подробное объяснение понятий электромагнитного поля с экспериментальной точки зрения читатель может найти в книге Р. Поля „Физические принципы электричества и магнетизма“, 1930.

Максвелл выдвинул следующую гипотезу: электрические токи смещения возбуждают магнитные поля и уравнение (7) остается справедливым, если I включает в себя токи смещения. Отличие закона Ампера для постоянного тока от закона Ампера-Максвелла для переменного тока наглядно показано на рис. 2.5. В случае постоянного тока правая часть уравнения (7) представляет собой ток, связанный с путем интегрирования. Из рис. 2.5,а следует, что этот ток должен быть равен nI . В общем случае нужно представить себе поверхность, граничный контур которой является путем интегрирования (рис. 2.5,б). Эта поверхность может частично находиться внутри и частично снаружи проводника. Ток в элементе поверхности проводника площадью ΔS может

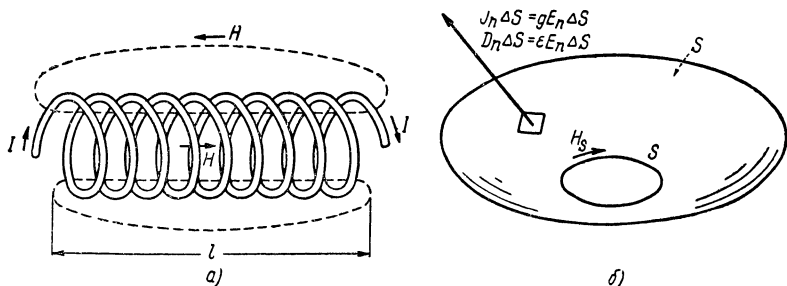


Рис. 2.5. Приложение уравнений Ампера-Максвелла.

а) ток, сцепленный с контуром интегрирования; б) общий случай.

быть представлен как $J_n \Delta S = g E_n \Delta S$, где n — нормаль к элементу. В диэлектрике смещение заряда в элементе поверхности составляет $D_n \Delta S = \epsilon E_n \Delta S$. Интегрируя, получаем общее смещение зарядов по поверхности и соответствующий ток смещения¹. Складывая его с током проводника, получим общий ток, выраженный уравнением

$$I = \iint g E_n dS + \frac{\partial}{\partial t} \iint \epsilon E_n dS. \quad (9)$$

Таким образом уравнение Ампера-Максвелла можно представить в следующем виде:

$$\oint H_s ds = \iint g E_n dS + \frac{\partial}{\partial t} \iint \epsilon E_n dS. \quad (10)$$

В более общем случае в диэлектрической среде могут существовать свободные заряженные частицы (например, электронные потоки в электровакуумных приборах), и их заряд на поверхности S необходимо учитывать. Но этот случай не является характерным для техники антенн.

¹ Ток смещения в диэлектрике складывается из составляющей тока смещения, не связанного с движением зарядов, и из составляющей тока, учитывающей движение зарядов, связанных с молекулами диэлектрика, см. подробнее И. Е. Тамм „Теория электричества“, изд. 3-е 1946. [Прим. ред.]

Из уравнения (10) следует, что результирующие токи, проходящие через все поверхности, имеющие общий граничный контур, равны. В частности, результирующий ток, выходящий из замкнутой поверхности (или входящий в нее), равен нулю.

$$\iint gE_n dS + \frac{\partial}{\partial t} \iint \epsilon E_n dS = 0. \quad (11)$$

Перенесем первый член в правую часть уравнения и проинтегрируем относительно t от $t = t_0$ до $t = t_1$.

$$\iint \epsilon E_n(t_1) dS - \iint \epsilon E_n(t_0) dS = - \int_{t_0}^{t_1} dt \iint gE_n dS. \quad (12)$$

Если интегралы по поверхности взяты в направлении нормали, обращенной наружу объема, охватываемого S , то левая часть уравнения (12) представляет собой изменение наружного электрического смещения по S , а правая часть — величину электрического заряда, входящего в объем, охватывающий S . Если при $t = t_0$ из-за соответствующего расположения равных и противоположных зарядов поле отсутствует (макроскопически), а при $t = t_1$ движение заряда прекращается, то уравнение (12) принимает вид

$$\iint \epsilon E_n dS = q, \quad (13)$$

где q — заряд, окруженный S . Это выражение следует из уравнения (10) Ампера-Максвелла, но экспериментально впервые оно было установлено Фарадеем. Это уравнение указало Максвеллу на существование тесной связи между движением электрического заряда и скоростью изменения электрического смещения в окружающей среде и заставило его поправить и обобщить закон Ампера.

Если заряд q распределяется равномерно по поверхности сферы радиусом a , то электрическая напряженность радиальна (рис. 2.6, а). Применяя уравнение (13) к концентрической сфере радиусом $r \geq a$, получим.

$$E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}, \quad D_r = \epsilon E_r = \frac{q}{4\pi r^2}, \quad r \geq a. \quad (14)$$

Внутри заряженной сферы поле отсутствует. Аналогичным образом для заряда, равномерно распределенного по поверхности цилиндра радиусом a (рис. 2.6), имеем

$$E_\rho = \frac{q}{2\pi\epsilon \rho}, \quad D_\rho = \frac{q}{2\pi \rho}, \quad \rho \geq a, \quad (15)$$

где q — заряд на единицу длины цилиндра.

Уравнение (10) Ампера — Максвелла связывает магнитную напряженность данного поля с электрическим током в проводниках (током проводимости) и током смещения в непроводящей части

поля. Имеется соответствующее уравнение, связывающее напряженность электрического поля со скоростью изменения напряженности магнитного поля. Для вывода этого уравнения введем магнитные величины, аналогичные электрическому смещению, току электрического смещения и их плотностям. Вначале рассмотрим статическое магнитное поле, возбуждаемое постоянными магнитами или постоянным током. Введем в поле небольшую одновитковую испытательную рамку, соединенную с вольтметром. При движении рамки вольтметр покажет напряжение. Напряжение исчезнет при прекращении движения рамки. Величина напряжения зависит от напряженности магнитного поля и от скорости движения рамки. Но напряжения не возникнет, если рамка будет перемещаться в однородном поле при условии, что угол между H и плоскостью рамки

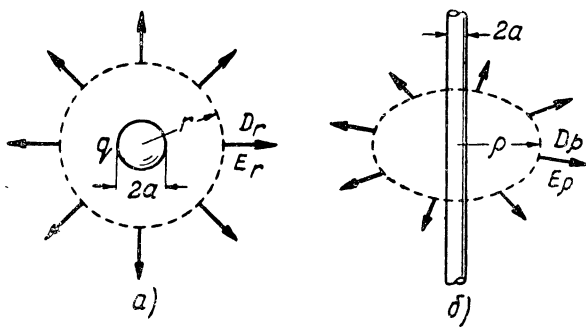


Рис. 2.6.

а) поле вокруг заряженной сферы, б) поле вокруг равномерно заряженного цилиндра.

будет поддерживаться постоянным. Эти явления согласуются с представлением, что напряжение на испытательной рамке обусловливается определенным видом потока через поверхность рамки. Этот поток называется током магнитного смещения. Напряжение служит его мерой. Таким образом, ток электрического смещения определяется электронным током через металлическую испытательную пластину, а ток магнитного смещения определяется напряжением на испытательной рамке. Интеграл по времени тока магнитного смещения называется магнитным смещением или магнитным потоком. Единицей измерения для него является вольт-секунда, которая называется вебером. Необходимо отметить соответствие между этой единицей и ампер-секундой или кулоном, единицей электрического заряда и электрического смещения.

Обратимся снова к первоначальному статическому полю и предположим, что испытательная рамка присоединена к баллистическому гальванометру с большим периодом, измеряющим интеграл напряжения по времени. Если рамка перемещена из данной точки P поля в пространство, где поле отсутствует, то интеграл напряжения по времени не зависит ни от пути, проделанного рамкой, ни от скорости ее движения. Он зависит только от первоначальной

ориентации плоскости рамки. Для некоторого определенного положения плоскости рамки интеграл напряжения по времени является максимальным. Перпендикулярный к этой плоскости вектор B , равный по величине максимальному значению интеграла по времени напряжения на единицу поверхности испытательной рамки, называется магнитной индукцией или плотностью магнитного смещения в точке P . Если B изменяется со временем, то dB/dt называется плотностью тока магнитного смещения в точке P . (Так как магнитного потока в смысле движущегося «магнитного заряда» не существует, то можно опустить слово «смещение»).

Во многих средах B пропорционально H , т. е.

$$B = \mu H, \quad (16)$$

где μ — проницаемость среды.

Для железа и других ферромагнитных веществ это уравнение справедливо при достаточно слабых полях.

Сформулируем теперь уравнение, аналогичное уравнению Ампера — Максвелла. Рассмотрим поверхность с отверстием (рис. 2.5, 6). Магнитное смещение в элементе этой поверхности равно $B_n \Delta S$, где B_n — составляющая B , нормальная к элементарной площадке ΔS . Интегрируя по поверхности, получим общее магнитное смещение через поверхность. Дифференцируя относительно t , получим магнитный поток через поверхность. Затем определим напряжение на элементе Δs контура поверхности. Это напряжение равно $E_s \Delta s$, где E_s — составляющая E , касательная к контуру. Интегрируя по контуру, получим общее напряжение по контуру. Если обусловлены положительные направления нормали к поверхности и интегрирования по контуру, как показано на рис. 2.4, то напряжение по контуру поверхности равно магнитному току через поверхность, взятому со знаком минус.

$$\oint E_s ds = - \frac{\partial}{\partial t} \iint B_n dS = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \mu H_n dS. \quad (17)$$

В этом состоит закон Фарадея — Максвелла.

2.2. Уравнения Максвелла для общего случая и для стационарного режима

Уравнение Ампера — Максвелла

$$\oint H_s ds = \iint g E_n dS + \frac{\partial}{\partial t} \iint \epsilon E_n dS \quad (18)$$

и уравнение Фарадея — Максвелла

$$\oint E_s ds = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \mu H_n dS \quad (19)$$

выражают законы взаимодействия между электрическим и магнитным полями. Их нужно рассматривать как гипотезы, подтвержденные некоторыми важными экспериментами. Никакие эксперименты не могут доказать их полностью, так как предполагается,

что они применимы к любой замкнутой кривой и любой поверхности, которую ограничивает этот контур. Можно выбрать такую кривую полностью на поверхности замкнутой проводящей рамки (рис. 2.7,а), частично в диэлектрической среде и частично на поверхности проводника (рис. 2.7,б,з), полностью в диэлектрической среде (рис. 2.7,в). В справедливости этих уравнений нет сомнения, так как многочисленные выводы, полученные на их основании, были позже подтверждены опытом. Уравнение (10) недействительно для внутренних процессов электронных ламп. Это ограничение не имеет значения для теории антенн, имеющей дело с электромагнитными явлениями вне электрических генераторов. Такие генераторы могут рассматриваться в теории антенн лишь как „граничные условия“. Это значит, что если данный генератор окружить замкнутой поверхностью, то нам будут известны некоторые данные о поле на поверхности. Уравнения Максвелла позволяют перейти от поля на этой поверхности к окружающему пространству. Физически эти уравнения определяют законы распространения электромагнитного поля от генератора в окружающую среду.

Напряженности электрического и магнитного полей в точке $P(x, y, z)$ являются функциями координат точки и времени t . Эти функции $E(x, y, z, t)$ и $H(x, y, z, t)$ ограничиваются только уравнениями (18) и (19) и условиями на границе генератора, возбуждающего поле. Если силы, возбуждающие поле, изменяются периодически со временем, то поле в конечном счете будет характеризоваться установившимся состоянием (установившимся режимом), в котором E и H также будут изменяться периодически со временем. В установившемся режиме $E(x, y, z, t)$ и $H(x, y, z, t)$ выражаются действительными частями экспоненциальных временных функций $E(x, y, z)e^{(j\omega t)}$ и $H(x, y, z)e^{(j\omega t)}$, где $\omega = 2\pi f$, а f — частота.

Подставляя эти функции в уравнения (18) и (19) и исключая экспоненциальный временной множитель, получим уравнения Максвелла для установившегося режима

$$\oint H_s ds = \iint (g + j\omega\epsilon) E_n dS, \quad (20)$$

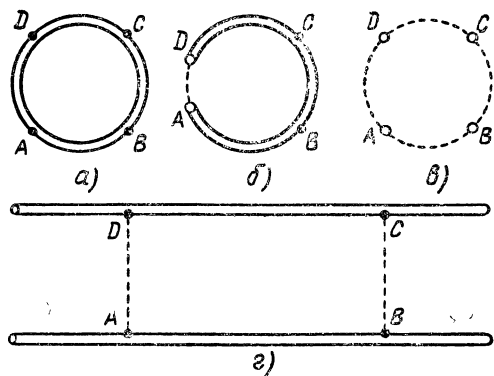


Рис. 2.7. Уравнения Максвелла применимы к любому замкнутому контуру $ABCD A$, который может быть расположен:

а) полностью на поверхности проводника; б, з) частично на поверхности проводника и частично в диэлектрической среде; в) полностью в диэлектрической среде.

$$\oint E_s ds = - \iint j\omega\mu H_n dS. \quad (21)$$

В этих уравнениях E и H являются функциями только пространственных координат. Для получения их мгновенных значений нужно умножить эти функции на $e^{j\omega t}$ и взять действительную часть.

Необходимо заметить, что в установившемся режиме плотность электрического тока проводимости равна gE , плотность электрического тока смещения — $j\omega\epsilon E$, а общая плотность электрического тока — $(g + j\omega\epsilon)E$. Плотность магнитного тока (смещения) равна $\sim j\omega\mu H$. В металлах проводимость g является очень большой и на всех радиочастотах величина $j\omega\epsilon$ пренебрежимо мала. Для чистой меди $g = 5,8 \times 10^7$ мо/м, так что требуется лишь небольшая электрическая напряженность для возбуждения большого тока. В вакууме $\epsilon \simeq (1/36\pi) 10^{-9}$ ф/м, а $\mu = 4\pi 10^{-7}$ гн/м. Следовательно, изменения E и H местного характера, вызываемые токами смещения, являются очень небольшими, если частота не очень высока.

2.3. Дифференциальные уравнения и граничные условия

При решении задач часто применяют уравнения (20) и (21) к бесконечно малым контурам для получения дифференциальных уравнений. Затруднения не возникают, если электромагнитные

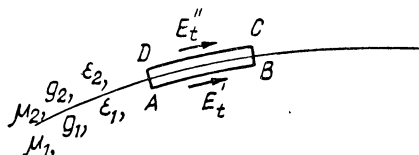


Рис. 2.8. К пояснению непрерывности тангенциальных составляющих E и H на границе между двумя средами с различными электромагнитными свойствами.

параметры среды g , μ , ϵ являются постоянными величинами или непрерывными функциями координат. Если же эти параметры изменяются скачкообразно на некоторой поверхности (рис. 2.8), то мы получаем две системы дифференциальных уравнений, для каждой среды свою систему.

Для получения граничных условий применим уравнения (20) и (21) к узкому прямоугольному контуру, длинные стороны которого параллельны поверхности раздела и находятся по обе стороны от нее (рис. 2.8). Короткие стороны AD и BC будем стремить к нулю. Электрический ток и магнитный поток через прямоугольную площадку в пределе будут стремиться к нулю. Следовательно, магнитодвижущая и электродвижущая силы по прямоугольному контуру также будут стремиться к нулю. Так как AD и BC исчезающе малы, то величины м. д. с. и э. д. с. от них не зависят. Следовательно, э. д. с. от A к B равна и противоположно направлена э. д. с. от C к D . Э. д. с. от A к B , таким образом, равна э. д. с. от D к C для произвольной длины

AB . При стремлении AB к нулю эти э. д. с. приближаются к значениям $E'_i(AB)$ и $E''_i(DC)$. Следовательно, $E'_i = E''_i$, т. е. составляющая E , касательная к поверхности раздела двух сред, не изменяется при переходе в другую среду. Аналогичным образом неизменной является тангенциальная составляющая H .

Эти граничные условия позволяют связать решения дифференциальных уравнений для двух сред.

2.4. Электрические цепи

Электрическая цепь в обычном смысле является устройством, в котором электрическое и магнитное поля хорошо разделены между собой и сконцентрированы на относительно малых участках. Разделение полей достигается применением материалов (проводимости, диэлектрические постоянные и проницаемости которых значительно отличаются от соответствующих величин окружающей среды) и соответствующим распределением этих материалов в пространстве. Наиболее употребительными из этих материалов являются металлы, обладающие очень большими проводимостями. Проводимость меди, например, равна приблизительно 5.8×10^7 *мо/м*. Таким образом, небольшие электрические напряженности будут вызывать сильные токи в тонких проводах. В соответствии с уравнением (8) вблизи таких проводов имеется сильное магнитное поле. При намотке проводов в виде катушки магнитные поля различных витков складываются, и результирующие поля становятся еще более сильными. Если провода намотаны на тороидальные сердечники, то магнитные поля почти целиком оказываются заключенными внутри намотки. Связанные с ними электрические поля сконцентрированы вблизи их зажимов.

Сильное электрическое поле на небольшом участке можно создать, складывая в столбик тонкие металлические пластины с чередующимися тонкими слоями диэлектрика и соединяя металлические пластины хорошими проводниками. Если U — напряжение между пластинами, а l — расстояние между ними, то электрическая напряженность между пластинами равна U/l . Она может быть сделана большой при достаточном уменьшении l . Вне такого «конденсатора» электрическое поле является слабым, так как противоположные заряды на близлежащих пластинах стремятся уничтожить друг друга. Плотность смещения внутри конденсатора равна $\epsilon U/l$. Диэлектрическая постоянная воздуха равна $8,854 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*. Диэлектрическая постоянная слюды в 6—7 раз больше. Несмотря на большую напряженность электрического поля, плотность тока электрического смещения $\omega \epsilon U/l$ очень мала даже на высоких частотах. Следовательно, магнитное поле внутри конденсатора является слабым.

Если электрическое и магнитное поля распределены в пространстве, то задача их расчета требует применения уравнений Максвелла во всех точках свободного пространства. Однако в электриче-

ской цепи (рис. 2.9) нас не интересует распределение слабого поля вне элементов цепи, поэтому уравнения Максвелла необходимо применить только к самой цепи. Например, применяя уравнение Фарадея — Максвелла к замкнутому контуру $ABCDEFGHA$, который частично проходит по поверхности соединительных проводов и частично между зажимами элементов цепи, получим

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FG} + U_{GH} + U_{HA} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (22)$$

где Φ — магнитный поток (смещение) через площадь $ABCDEFGHA$. Так как провода являются хорошими проводниками, то напряжения U_{AB} , U_{CD} , U_{EF} , U_{GH} имеют малую величину и ими можно поэтому пренебречь. Магнитный поток Φ также мал, вследствие чего величиной $d\Phi/dt$ можно пренебречь, за исключением того случая, когда скорость изменения I очень велика. Следовательно, считая $U_{HA} = -U$, уравнение 22 можно написать в следующем виде:

$$U_{BC} + U_{DE} + U_{FG} = U, \quad (23)$$

где U — напряжение на зажимах генератора. Если генератор не обладает внутренним сопротивлением, индуктивностью или емкостью, то это напряжение равно по величине и противоположно по направлению внутренней э. д. с. U^i , развиваемой генератором. В реальных генераторах, когда $U^i \neq U$, величина разности потенциалов зависит

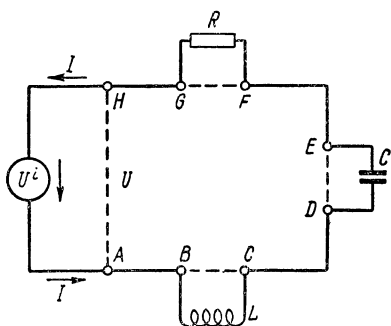


Рис. 2.9. Упрощенная схема электрической цепи, состоящей из сопротивления R , конденсатора C и индуктивности L .

внутреннего сопротивления генератора.

Если среда, окружающая цепь, не является идеальным диэлектриком, то будет существовать некоторый ток проводимости от одного провода AB к другому HG в соответствии с напряжением между ними. Такие токи утечки малы, так как они преднамеренно ограничиваются применением хороших диэлектриков. Однако между проводами всегда существуют токи смещения. На низких частотах эти токи крайне малы и почти один и тот же ток I протекает через каждый элемент цепи. Тогда уравнение (23) имеет вид

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{\int I dt}{C} + RI = U. \quad (24)$$

Это упрощенное уравнение цепи можно сделать более точным без существенного его усложнения. В уравнении (24) предполагается, что сопротивление R_L катушки пренебрежимо мало, но для его учета требуется только добавить множитель $R_L I$ в левую часть уравнения (24). Аналогичным образом сопротивления про-

водов влияют только на общее сопротивление цепи. Для того чтобы в уравнении (24) учесть величину $d\Phi/dt$ [см. уравнение (22)], следует в величину L включить «индуктивность рассеяния». Можно также уравнением учесть влияние «паразитных емкостей» между проводами, но тогда одноконтурная цепь на рис. 2.9 превратится в более сложную схему, показанную на рис. 2.10. По этой схеме, однако, можно подробнее проследить поведение нашей реальной цепи на более высоких частотах. Метод учета незначительного влияния среды, окружающей реальную цепь путем добавления дополнительных элементов в соответствующую электрическую схему, применяется часто и является эффективным в случае больших полей рассеяния в среде вблизи реальной цепи. Этот метод может применяться даже в сантиметровом диапазоне волн.

Паразитной емкостью между зажимами у генератора, сопротивления, катушки индуктивности или антенны часто пренебрегают даже на больших частотах, так как расстояние между ними по сравнению с диаметрами проводов является обычно большим. В сантиметровом диапазоне волн эти зажимы могут быть так близко расположены друг к другу, что через паразитную емкость между ними может произойти короткое замыкание. Об этом необходимо всегда помнить. Практическое пренебрежение паразитными емкостями создает впечатление, что размер промежутка между зажимами реальной конструкции не имеет важного значения и в теоретических исследованиях емкость между зажимами может быть приравнена нулю. Однако такое математическое упрощение допустимо только в том случае, когда предполагается, что расстояние между зажимами стремится к нулю.

Метод замены поведения электрических реальных цепей поведением идеализированных цепей, учитывающих влияние полей рассеяния в окружающей среде, может быть использован для представления устройства и среды в виде точной эквивалентной схемы с бесконечно малыми ячейками. Иногда этим методом пользуются при изучении электрических передающих линий, хотя при этом применяются некоторые допущения. В общем случае такое представление среды в виде цепи не упрощает решения задач электродинамики, но служит хорошей иллюстрацией справедливости известных законов теории цепей, как, например, теоремы взаимности, теоремы Гельмгольца — Тевенина, в приложении к электромагнитным полям. Это представление облегчает понимание электромагнитных явлений читателям, знакомым с электрическими цепями. Кроме того, на нем основан метод экспериментального решения задач электродинамики.

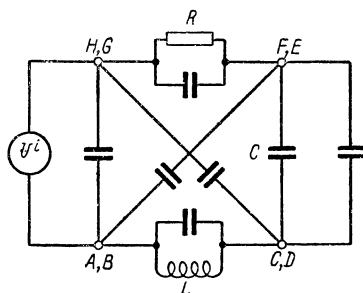


Рис. 2.10. Паразитные емкости между проводами цепи, изображенной на рис. 2.9.

2.5. Поток энергии

Рассмотрим цепь (рис. 2.11), в которой проводящая среда расположена между двумя параллельными, идеально проводящими пластинами C и D . Предположим, что генератор и соединительные провода AD и BC не имеют сопротивления. По определению, электродвижущая сила между двумя точками представляет собою работу, совершаемую электрической силой над единичным зарядом, перемещаемым между этими точками. Следовательно, работа, совершаемая за промежуток времени $0, t$ будет равна

э. д. с. U^i ,

$$\mathcal{E} = \int_0^t U^i dq, \quad (25)$$

где dq — элементарный заряд, перемещаемый от точки B к точке A генератора. По определению $dq = Idt$. Следовательно,

$$\mathcal{E} = \int_0^t U^i Idt. \quad (26)$$

Скорость, с которой совершается эта работа, определяет мощность P

$$P = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = U^i I. \quad (27)$$

На сопротивлении действует э. д. с. (U поля), совершающая работу по перемещению заряда между пластинами. Эта работа и мощность соответственно равны

$$\mathcal{E} = \int_0^t UI dt, \quad P = UI. \quad (28)$$

Если генератор не обладает внутренним сопротивлением, емкостью или индуктивностью, то $U^i = U$, а работа, совершаемая генератором, равна работе, совершаемой полем между пластинами. Таким образом, энергия оказывается переданной без потерь от генератора к сопротивлению. Опыт показывает, что на сопротивлении эта энергия преобразуется в тепло.

Выражая напряжение и ток через параметры поля, получаем

$$P = lSEJ = EJ\tau, \quad (29)$$

где τ — объем, занимаемый сопротивлением, и l — расстояние между электродами (рис. 2.11).

Следовательно, мощность, приходящаяся на единицу объема, рассеянная в виде тепла, равна

$$\frac{P}{\tau} = EJ = gE^2. \quad (30)$$

Так как $U = lE$ и $I = sH$, где s — общая длина сопротивления, выражение (28) и для мощности можно также написать в виде

$$P = lsEH. \quad (31)$$

Так как нет сомнения в том, что энергия из генератора поступает в сопротивление, то из уравнения (31) следует, что поток энергии направлен перпендикулярно к E и H , а величина его на единицу поверхности равна $\vec{W} = EH$. В данном примере E и H перпендикулярны друг другу. В общем случае, поток мощности на единицу поверхности может быть выражен векторным произведением электрической и магнитной напряженностей

$$\vec{W} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (32)$$

Абсолютная величина этого произведения равна $EH \sin \psi$, где ψ — угол между E и H . Вектор $\vec{W}$ называется вектором Умова—Пойнтинга. С его помощью можно объяснить передачу энергии в любой точке пространства.

В случае установившегося режима E и H являются синусоидальными величинами. Среднее значение произведения EH составляет $\frac{1}{2} E_a H_a \cos \vartheta$, где E_a и H_a — амплитуды E и H , а ϑ — разность фаз между ними. Если теперь E и H представить в виде комплексных экспотенциальных величин, то получим

$$E = E_a e^{j\omega t + j\vartheta}, \quad H = H_a e^{j\omega t}, \quad (33)$$

где ϑ — разность фаз между E и H . Взяв произведение E на сопряженную величину H^* , имеем

$$EH^* = E_a H_a e^{j\omega t + j\vartheta} e^{-j\omega t} = E_a H_a e^{j\vartheta}. \quad (34)$$

Действительная часть этого произведения равна

$$\text{re}(EH^*) = E_a H_a \cos \vartheta. \quad (35)$$

Поэтому средним по времени значением потока мощности на единицу поверхности W является действительная часть комплексного вектора Умова—Пойнтинга

$$\psi = \frac{1}{2} E \times H^*, \quad (36)$$

т. е.

$$W = \frac{1}{2} \text{re}(E \times H^*). \quad (37)$$

2.6. Задачи

2.1.1. Определить сопротивление кольцевого диска толщиной h . Внутренний радиус равен a , внешний — b .

О т в е т.

$$R = (2\pi gh)^{-1} \ln \frac{b}{a}.$$

2.1.2. Определить сопротивление между двумя электродами, представляющими параллельные окружности на сфере из тонкой оболочки радиуса a и толщины h . Расстояния до этих электродов от одного из полюсов — s_1 и $s_2 > s_1$.

О т в е т.

$$R = (2\pi gh)^{-1} \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{s_1}{2a} \operatorname{tg} \frac{s_2}{2a} \right).$$

2.1.3. Однородное поле в вакууме напряженностью 100 в/см уменьшается до нуля с постоянной скоростью в течение одной микросекунды. Какова величина тока смещения через поверхность квадрата со стороной 10 см (необходимые постоянные см. в приложении IX)?

О т в е т. $0,8854 \text{ ма}$.

2.1.4. Приняв, что ток I распределен равномерно в проводе радиуса a определить напряженность магнитного поля на расстоянии $\rho < a$ от оси провода.

О т в е т.

$$H_\varphi = \frac{I\rho}{2\pi a^2}.$$

2.1.5. Определить напряженность магнитного поля между близко расположенными круглыми пластинами конденсатора (рис. 2.11). Частота является низкой, зарядный ток — I

О т в е т.

$$H_\varphi = \frac{I\rho}{2\pi a^2}.$$

2.2.1. Рассмотреть однородное магнитное поле, изменяющееся с частотой $f = 1 \text{ мггц}$. Амплитуда напряженности поля 1 а/см . Какова амплитуда напряжения на контуре в форме квадрата с диагональю 10 см , наклоненном к полю под углом 30° ?

О т в е т. $\pi^2/5 \text{ в}$

2.2.2. Рассмотреть однородное электрическое поле, изменяющееся с частотой $f = 1 \text{ мггц}$. Амплитуда $E = 100 \text{ в/м}$. Какова амплитуда магнитодвижущей силы на квадрате со стороной 10 см , нормальном к E : а) в вакууме, б) в морской воде?

О т в е т. а) $1/18 \text{ ма}$, б) 5 а .

2.2.3. Рассмотреть контур в виде квадрата со стороной 10 см , перпендикулярный к однородному магнитному полю, изменяющемуся с частотой $f = 10 \text{ мггц}$. $H = 10 \cos 2\pi ft \text{ а/м}$. Какова разность потенциалов между соседними вершинами квадрата?

О т в е т. $(8\pi^2/10) \sin 2\pi ft$.

2.3.1. Заряженная сфера радиуса a окружена концентрической сферической оболочкой с внешним радиусом b и диэлектрической постоянной ϵ_1 . Диэлектрическая постоянная среды вне оболочки ϵ_2 . Определить E и D .

О т в е т.

$$D_r = \frac{q}{4\pi r^2}; E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_1 r^2}, \quad a \leq r < b,$$

$$E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_2 r^2}, \quad r > b.$$

2.3.2. Заряженная сфера окружена двумя диэлектриками, поверхностью раздела ее является коническая поверхность с вершиной в центре сферы. Ω — телесный угол зоны с диэлектрической постоянной ϵ_1 . Диэлектрическая постоянная другой зоны — ϵ_2 . Определить E и D .

О т в е т.

$$E_r = q[\Omega\epsilon_1 + (4\pi - \Omega)\epsilon_2]^{-1} r^{-2}; \text{ в зоне 1 — } D_r = \epsilon_1 E_r$$

$$\text{в зоне 2 — } D_r = \epsilon_2 E_r.$$

2.3.3. Решить предыдущую задачу в предположении, что напряжение между сферой и точкою в бесконечности (потенциал сферы) равно U_0 . Какова величина заряда на сфере?

О т в е т. $E_r = U_0 a / r^2$; в зоне 1 $D_r = \epsilon_1 U_0 a / r^2$ и в зоне 2 $D_r = \epsilon_2 U_0 a / r^2$; $q = [\Omega\epsilon_1 + (4\pi - \Omega)\epsilon_2] U_0 a$.

2.3.4. Бесконечный цилиндр радиуса a с током I окружен коаксиальным цилиндрическим слоем с проницаемостью μ_1 . Наружный диаметр слоя — b , проницаемость среды вне слоя μ_2 . Определить H и B .

О т в е т. $H_\varphi = \frac{I}{2\pi\rho}$; $B_\varphi = \frac{\mu_1 I}{2\pi\rho}$, если $a \leq \rho < b$, и $B_\varphi = \frac{\mu_2 I}{2\pi\rho}$, если $\rho > b$.

2.3.5. Бесконечный цилиндр радиуса a с током I окружен двумя средами с проницаемостями μ_1 и μ_2 . Граничными поверхностями между средами являются полуплоскости, которые, при их продолжении до оси цилиндра, образуют клин. ϕ — угол клина, содержащий среду с проницаемостью μ_1 . Определить H и B .

О т в е т. $B_\varphi = \mu_1 \mu_2 I [\phi \mu_2 + (2\pi - \phi) \mu_1]^{-1} \rho^{-1}$; в среде 1 $H_\varphi = B_\varphi / \mu_1$, и в среде 2 $H_\varphi = B_\varphi / \mu_2$.

ГЛАВА 3

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ

3.1. Классификация волн

Рассмотрим электрический заряд в небольшой зоне однородной среды. Если этот заряд заставить колебаться относительно его первоначального положения, то в соответствии с законом Ампера — Максвелла вокруг него создастся переменное магнитное поле. Согласно закону Фарадея — Максвелла это поле, в свою очередь, возбудит электрическое поле, которое изменит первоначальное магнитное поле. По истечении некоторого времени установится такой режим электромагнитного поля, при котором изменение во времени напряженности электрического поля E обуславливает изменение напряженности магнитного поля H , в свою очередь, изменение последней обуславливает напряженность электрического поля. Если колеблющийся заряд возбуждает волну, то последняя должна распространяться во всех направлениях, так как в однородной среде не может быть какого-либо предпочтительного направления. Такие волны называются сферическими. Предположим теперь, что бесконечно длинный равномерно заряженный цилиндр колеблется в направлении своей оси. Из соображений симметрии следует, что волны будут распространяться во всех направлениях перпендикулярно оси. Движения волн параллельно оси не будет. Такие волны называются цилиндрическими. Излучение энергии от источников, равномерно распределенных на плоскости, создает плоскую волну, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном плоскости. Более точные определения можно дать только после детального рассмотрения различных типов волн.

Волны, в которых вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен направлению распространения, называются поперечно-магнитными волнами (волны ТМ)¹. Если вектор напряженности электрического поля перпендикулярен направлению распространения, то волны называются поперечно-электрическими (ТЕ)². Если векторы E и H перпендикулярны к направлению распространения, то волна называется поперечно-электромагнитной (ТЕМ).

¹ Или электрическими волнами (волны E).

² Или магнитными волнами (волны H). [*Прим. ред.*]

3.2. Однородные плоские волны

Представим себе бесконечный плоский экран с равномерно распределенным током параллельно плоскости xu (рис. 3.1). Если направление тока параллельно оси x , то вектор напряженности магнитного поля параллелен оси y . Рассмотрим теперь сплошной заряженный экран. В этом случае вектор E будет иметь две составляющие: одну перпендикулярную, а другую параллельную экрану; последняя вызвана перемещением экрана. Если на экране имеются одинаковые по величине и противоположные по знаку заряды, движущиеся друг относительно друга, то составляющая, перпендикулярная экрану, отсутствует. В этом случае единствен-

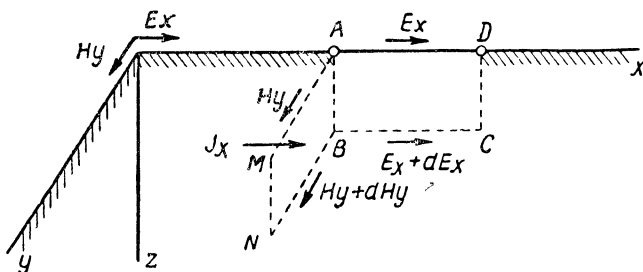


Рис. 3.1. Иллюстрация к выводу уравнений передачи для однородных плоских волн.

ной составляющей вектора E является E_x , параллельная экрану. Как E_x , так и H_y не зависят от координат x и y . Такое рассмотрение в значительной степени идеализировано, но оно приближенно отражает действительную картину большого экрана, по которому течет ток.

Участок сферической волны на большом расстоянии от центра может рассматриваться приближенно как участок плоской волны. На примере плоских волн, не прибегая к сложному математическому анализу, можно ввести наиболее важные характеристики для всех остальных волн.

Рассмотрим электромагнитное поле, в котором единственными составляющими, не зависящими от x и y , являются E_x и H_y . Уравнения распространения получаются в результате применения уравнений Максвелла к прямоугольным контурам, параллельным плоскостям yz и xz . Рассматривать контур, параллельный плоскости xu , нет необходимости, так как в этом случае можно получить данные только о распределении поля в плоскости xu , а оно уже известно. Так как поле не зависит от координат x и y , то можно упростить расчеты, предположив $AM = AD = 1$. (рис. 3.1). Вертикальные стороны прямоугольника $ABCD$ имеют бесконечно малую длину dz . Магнитодвижущая сила по контуру $AMNBA$ будет $H_y - (H_y + dH_y) = -dH_y$. Согласно уравнению

(2-20)¹ Ампера — Максвелла эта магнитодвижущая сила должна равняться электрическому току, пересекающему площадь прямоугольника в направлении тока с плотностью J_x . Так как $J_x = (g + j\omega\varepsilon)E_x$, а площадь равна dz , то этот ток составляет $(g + j\omega\varepsilon)E_x dz$, и одно из уравнений распространения волны имеет вид

$$\frac{dH_y}{dz} = -(g + j\omega\varepsilon)E_x. \quad (1)$$

Электродвижущая сила по контуру $ABCD$ равна $(E_x + dE_x) - E_x = dE_x$. Согласно уравнению (2-21) Фарадея — Максвелла она должна равняться отрицательному магнитному потоку, пересекающему площадь прямоугольника в направлении y . Плотность магнитного потока равна $j\omega\mu H_y$, а площадь равна dz . Следовательно, общий ток составляет $j\omega\mu H_y dz$, и второе уравнение распространения принимает вид

$$\frac{dE_x}{dz} = -j\omega\mu H_y. \quad (2)$$

Исключая E_x , получаем

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} = \gamma^2 H_y, \quad (3)$$

где

$$\gamma = [j\omega\mu(g + j\omega\varepsilon)]^{1/2}. \quad (4)$$

Решая уравнение (3), имеем

$$H_y = Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}, \quad (5)$$

где A и B — произвольные постоянные интегрирования. Подставляя (5) в уравнение (1), получаем

$$E_x = \rho Ae^{-\gamma z} - \rho Be^{\gamma z}, \quad (6)$$

где

$$\rho = \frac{\gamma}{g + j\omega\varepsilon} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \left(\frac{j\omega\mu}{g + j\omega\varepsilon} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Так как g , ε и μ обычно являются положительными величинами, то $j\omega\mu$ лежит на положительной мнимой оси, а $g + j\omega\varepsilon$ — либо в первом квадранте, либо на его границах (рис. 3.2). Следовательно, произведение $j\omega\mu(g + j\omega\varepsilon)$ находится во втором квадранте или на его границах. Имеются два квадратных корня, различающихся только знаком. Так как фаза произведения находится между 90° и 180° , то фаза одного квадратного корня лежит между 45° и 90° . Обозначим этот квадратный корень через γ .

¹ Здесь и далее в таком написании первая цифра обозначает главу.

Другой квадратный корень будет $-\gamma$. По этому определению действительная и мнимая части комплексного числа

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (8)$$

являются в общем случае положительными. В непроводящей среде $g=0$ и поэтому $\alpha=0$. Фаза второго параметра ρ будет 90° минус фаза γ . Так как $45^\circ \leq \text{фаза } (\gamma) \leq 90^\circ$, то имеем $0 \leq \text{фаза } (\rho) \leq 45^\circ$.

Пусть источник волны находится в точке $z=0$. При $z \rightarrow +\infty$ последние члены в уравнениях (5) и (6) приближаются к бесконечности по экспоненциальному закону (предполагая $g \neq 0$), если B не равно нулю. Бесконечная плотность тока означает бесконечное рассеяние мощности. С другой стороны, при $z=0$ как E , так и H конечны, так что поток мощности от источника, приходящийся на единицу поверхности, будет величиной конечной. Закон сохранения энергии будет нарушен, если B не равно нулю под плоскостью, где z положительно. Следовательно

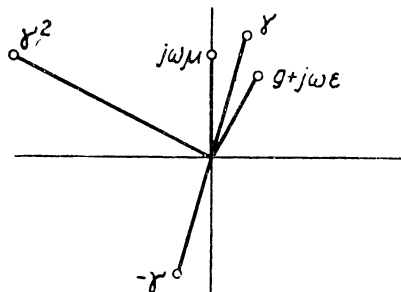


Рис. 3.2. Постоянная распространения среды расположена в первом квадранте комплексной плоскости или на его границах.

$$H_y^+ = A e^{\gamma z}, \quad E_x^+ = \rho H_y^+, \quad 0 \leq z < \infty, \quad (9)$$

Очевидно, если среда не простирается в бесконечность, наш аргумент неприменим и оба члена в уравнениях (5) и (6) должны остаться. Аналогичным образом

$$H_y^- = B e^{\gamma z}, \quad E_x^- = -\rho B e^{\gamma z}, \quad -\infty < z \leq 0. \quad (10)$$

Введем теперь временной коэффициент в уравнение (9)

$$H_y^+ e^{j\omega t} = A e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}. \quad (11)$$

Первый экспоненциальный множитель в правой части уравнения влияет только на амплитуду волны, а второй — только на фазу. Величина α называется постоянной затухания, величина β — фазовой постоянной. Комплексная величина в целом $\gamma = \alpha + j\beta$ называется постоянной распространения.

Фаза волны равна

$$\varphi = \omega t - \beta z, \quad (12)$$

не учитывая постоянный сдвиг по фазе, связанный с A . Период T колебаний представляет собою время, требуемое для изменения фазы на 2π радиан в данной точке. Следовательно,

$$\omega T = 2\pi, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (13)$$

Длина волны λ представляет собой расстояние, соответствующее изменению фазы на 2π радиан в данный момент времени. Следовательно,

$$\beta\lambda = 2\pi, \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (14)$$

Пусть t и z изменяются таким образом, что фаза остается постоянной. Дифференцируя уравнение (12), получаем

$$\omega dt - \beta dz = 0 \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}. \quad (15)$$

Поэтому для наблюдателя, движущегося со скоростью

$$v = \frac{\omega}{\beta} = f\lambda, \quad (16)$$

фаза волны будет иметь постоянное значение. Эта скорость называется фазовой скоростью. В среде без потерь

$$\beta = \omega(\mu\varepsilon)^{1/2}, \quad v = (\mu\varepsilon)^{-1/2}. \quad (17)$$

Отношение

$$\frac{E_x^+}{H_y^+} = - \frac{E_x^-}{H_y^-} = \rho \quad (18)$$

называется волновым сопротивлением среды. При других типах волн соответствующее отношение E и H зависит от ρ и от геометрии волны. Из уравнения (2-36) следует, что в данном случае комплексный вектор Умова—Пойнтинга имеет только составляющую

$$\Psi_z = \frac{1}{2} E_x H_y^*. \quad (19)$$

Для волн на противоположных сторонах токового экрана получаем

$$\begin{aligned} \Psi_z &= \frac{1}{2} \rho H_y^+ (H_y^+)^* = \frac{1}{2} \rho |H_y^+|^2, \quad 0 \leq z < \infty \\ \Psi_z &= -\frac{1}{2} \rho H_y^- (H_y^-)^* = -\frac{1}{2} \rho |H_y^-|^2, \quad -\infty \leq z < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Так как действительная часть ρ является положительной, то средний поток мощности через единицу поверхности, определяемый действительной частью Ψ_z , имеет в каждом случае направление от экрана с током.

В вакууме

$$\begin{aligned} \mu_v &= 4\pi \times 10^{-7} = 1,257 \times 10^{-6} \text{ гн/м}, \\ \varepsilon_v &= 8,854 \times 10^{-12} \simeq (1/36\pi) \times 10^{-9} \text{ ф/м}, \\ \rho_v &= \left(\frac{\mu_v}{\varepsilon_v} \right)^{1/2} = 376,7 \simeq 120\pi \text{ ом}, \\ v_v &= (\mu_v \varepsilon_v)^{-1/2} = 2,998 \times 10^8 \simeq 3 \times 10^8 \text{ м/сек.} \end{aligned} \quad (21)$$

Электромагнитные параметры воздуха в основном такие же. Из уравнения (16) можно получить длину волны, соответствующую данной частоте.

$$\lambda_{\sigma} = 3 \times \frac{10^8}{f} \text{ м.} \quad (22)$$

Следовательно, фаза однородных плоских волн в воздухе изменяется медленно, за исключением случая весьма высоких частот. В меди $g = 5,8 \times 10^7$ и $\omega\epsilon$ пренебрежимо мало по сравнению с g на всех радиочастотах. Магнитная проницаемость меди такая же, как вакуума. Следовательно,

$$\begin{aligned} \gamma_c &= (j2\pi\mu fg)^{1/2} = (j46,4f)^{1/2} \pi, \quad a_c = \beta_c = 15,1f^{1/2} \\ \rho_c &= \left(\frac{j\omega\mu}{g}\right)^{1/2} = 2\pi \left(\frac{jf}{2,9}\right)^{1/2} \times 10^{-7} = 2,61 \times 10^{-7} f^{1/2} (1+j). \end{aligned} \quad (23)$$

Даже на довольно низких частотах волна в меди затухает очень быстро. Электромагнитные волны не проникают глубоко в медь или другие металлы. Обратная величина постоянной распространения называется глубиной проникновения

$$h = \frac{1}{\alpha}. \quad (24)$$

На этой глубине, отсчитываемой от поверхности металла, напряженность составляет $1/e = 0,368$ ее величины на поверхности.

Проводимость морской воды равна $5 \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$, а диэлектрическая постоянная ее относительно вакуума равна 80. Глубина проникновения значительно выше, чем в металлах, но относительно все-таки мала. Проводимости почв различных видов отличаются в значительной степени. Они могут иметь величину порядка от $0,002 \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ до $0,02 \text{ ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$. Величина диэлектрической постоянной почв зависит от содержания в них влаги. В сухой почве диэлектрическая постоянная может быть в 10 раз больше, а во влажной почве — в 30 раз больше, чем в вакууме. Глубина проникновения, таким образом, будет больше, чем в морской воде.

Если значение g приближается к бесконечности, то постоянная затухания приближается к бесконечности, а волновое сопротивление — к нулю. Следовательно, электромагнитные волны не в состоянии проникнуть в совершенные проводники, а тангенциальная составляющая напряженности электрического поля исчезает. Нормальная составляющая вектора Умова — Пойнтинга также исчезает и поток энергии обязательно должен быть параллельным к поверхности идеального проводника и почти параллельным к поверхности хорошего проводника. Идеально проводящая замкнутая поверхность или бесконечная идеально проводящая плоскость разделяет среду на независимые в электромагнитном отношении области. В одной области может быть возбуждено поле, в то время как в другой области поле может отсутствовать. Хорошие проводники являются эффективными экранами. Какая-либо волна, возбужден-

ная в одной области, затухает настолько быстро при прохождении через проводящую стенку, что ее напряженность на другой стороне стенки оказывается очень малой. Вначале может казаться, что низкочастотные колебания будут проходить через несовершенный проводник, так как постоянная распространения уменьшается с частотой. Однако волновое сопротивление также уменьшается и в результате более длинные волны сильнее «отражаются» от проводящих поверхностей, чем короткие волны.

3.3. Волны между параллельными полосами

В однородной плоской волне, рассмотренной в предыдущем разделе, электрические силовые линии параллельны оси x , а магнитные силовые линии параллельны оси y . В это поле перпендикулярно

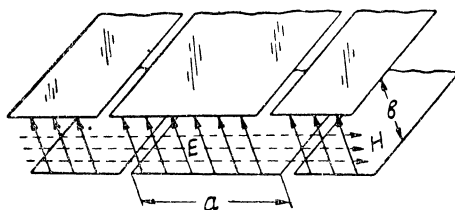


Рис. 3.3. Ленточная передающая линия с боковыми линиями для обеспечения однородности поля.

к электрическим силовым линиям введем две идеально проводящие плоскости, не изменяя при этом поля. Так как такие плоскости разделяют среду на электрически независимые области, то можно удалить части экрана с током, находящиеся вне области, ограниченной плоскостями, при этом поле между плоскостями не будет нарушено. Затем

обрежем плоскости в направлении распространения волны, как показано на рис. 3.3. В результате этого электрическое и магнитное поля в основном не изменятся. Если боковые части плоскостей удалить, то структура поля у краев будет нарушена; магнитные силовые линии у края будут окружать торцовые части верхней и нижней полос. Если ширина a полос велика по сравнению с расстоянием b между ними, то плотности электрических и магнитных силовых линий вне полос малы по сравнению с соответствующими плотностями между полосами. Большая часть потока энергии заключена в области между пластинами. Распределение поля между параллельными полосами с «защитными боковыми полосами» с каждой стороны мало отличается от распределения поля между широкими и близкорасположенными плоскостями.

Напряжение U между полосами и ток I в нижней полосе (положительный в положительном направлении z) соответственно равны

$$U = bE_x, \quad I = aH_y. \quad (25)$$

Подставляя в уравнения (1) и (2), имеем

$$\frac{dI}{dz} = -YU, \quad \frac{dU}{dz} = -ZI, \quad (26)$$

где последовательное сопротивление на единицу длины Z и параллельная проводимость на единицу длины Y равны

$$Z = \frac{j\omega\mu b}{a}, \quad Y = (g + j\omega\varepsilon) \frac{a}{b}. \quad (27)$$

3.4. Волны, направляемые параллельными проводами

Рассмотрим пару параллельных проводов (рис. 3.4). В случае двух генераторов, развивающих одинаковое напряжение U в синфазном режиме, токи на одном и том же расстоянии от генераторов должны быть равны и одинаково направлены. Плотности зарядов должны быть также равны. Если приложены одинаковые напряжения в противофазном режиме, то токи в проводах равны, но направлены противоположно. Аналогичным образом равны и противоположны плотности зарядов. В первом случае магнитные поля, создаваемые токами в проводах, противодействуют друг другу между проводами и усиливают друг друга вне проводов. Во втором случае они складываются между проводами и стремятся уничтожить друг друга вне проводов. Это же положение оказывается справедливым и для электрических полей. Таким образом, во втором случае поле будет сконцентрировано в окрестности параллельной пары проводов, в то время как в первом случае оно будет распространяться на большие расстояния. Электрические силовые линии в случае противофазного режима идут непосредственно от одного провода к другому, так как эти провода имеют равные и противоположные заряды. В синфазном режиме заряды на обоих проводах имеют одинаковый знак на равных расстояниях и на одной и той же стороне по отношению к генераторам. На том же расстоянии с другой стороны генераторов заряд проводов имеет противоположный знак. Следовательно, в случае синфазного режима электрические силовые линии выходят наружу от обоих проводов на одной стороне генераторов и постепенно загибаются до встречи с проводами на другой стороне. В этом случае волны являются в основном сферическими. Они будут рассмотрены в следующей главе. В общем случае мы имеем комбинацию плоской и сферической волн. Общее напряжение, приложенное к проводам, всегда может быть представлено в виде комбинации напряжений при синфазном и противофазном режимах. Так, U_1 составляет половину суммы, а U_2 — половину разности действительных напряжений, приложенных к проводам. Разложение общей волны на синфазную и противофазную составляющие оказывается полезным, если расстояние от генераторов значительно превышает расстояние между проводами. В непосред-

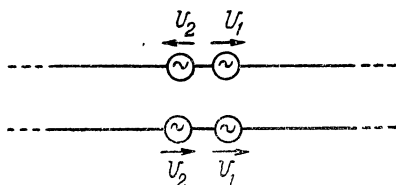


Рис. 3.4. Два вида распространения в свободном пространстве по параллельным проводам одинакового радиуса

ственной близости к генераторам имеются две сферические волны, сконцентрированные около каждого из них.

Установлено, что на низких частотах сферическая волна, возбужденная при распределении напряжения в синфазном режиме, является очень слабой. Напряжение, распределенное по любому закону, будет возбуждать в основном противофазную волну. Так как при этой волне поле сконцентрировано вблизи проводов, то можно заключить, что пары параллельных проводов являются эффективными передающими линиями.

Пусть расстояние между осями параллельных проводов (рис. 3.5) равно s , а радиус каждого провода равен a . Предположим, что провода являются тонкими, так что любая небольшая неравномерность, которая может иметь место в распределении тока по

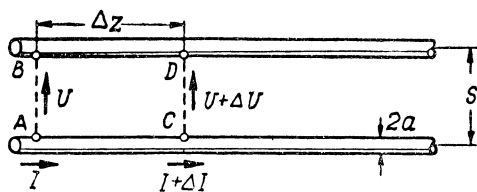


Рис. 3.5. Параллельные провода.

периферии каждого провода, оказывает пренебрежимо малое влияние на распределение магнитного поля. Уравнение (2-8) определяет напряженность магнитного поля как функцию расстояния от оси провода. Оно было выведено в предположении установившегося

тока в проводе. Продольная составляющая электрического поля у поверхности проводов мала (равна нулю, если провода являются идеальными проводниками). Для противофазного режима продольные составляющие электрического поля (если они не равны нулю) направлены в противоположные стороны на проводах также, как и токи в этих проводах. Для получения плотности тока смещения необходимо умножить величину напряженности электрического поля на очень малый коэффициент $\omega\epsilon$. Следовательно, влияние продольной составляющей тока смещения на распределение напряженности поля в окрестности проводов пренебрежимо мало. В действительности, в случае противофазного режима, нет оснований ожидать существования какой-либо продольной составляющей электрического поля, за исключением концов параллельных проводов, ввиду того, что провода имеют равные и противоположные заряды, а электрические силовые линии проходят от одного провода к другому. Следовательно, можно применить уравнение (2-8) для определения магнитного смещения через прямоугольный контур $ACDBA$. Плотность смещения, обусловленная током в нижнем проводе, составит $\mu I / 2\pi r_0$, где r_0 — расстояние от оси. Интегрируя это выражение в пределах от $r=a$ до $r=s$, получим смещение на единицу длины вдоль проводов

$$\Phi = \int_a^s \frac{\mu I}{2\pi r} dr = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{s}{a}. \quad (28)$$

К формуле (28) следует добавить магнитное смещение, обусловленное током в верхнем проводе и тогда общее смещение будет равно 2Φ . Следовательно, магнитный поток, проходящий через площадь контура $ACDBA$, равен $2j\omega\Phi\Delta z$ и направлен к читателю. Согласно закону Фарадея—Максвелла магнитный ток с отрицательным знаком должен быть равен напряжению на контуре в направлении против часовой стрелки. Следовательно,

$$U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} + U_{BA} = -\frac{j\omega\mu I}{\pi} \Delta z \ln \frac{s}{a}. \quad (29)$$

При идеальных проводниках $U_{AC} = U_{DB} = 0$. Если U — напряжение в направлении от нижнего проводника к верхнему, то $U_{CD} + U_{BA} = \Delta U$. Подставляя в уравнение (29) и переходя к пределу, получаем

$$\frac{dU}{dz} = -ZI, \quad Z = j\frac{\omega\mu}{\pi} \ln \frac{s}{a}. \quad (30)$$

Таким образом, вдоль проводов возникает поле, компенсирующее продольную составляющую E . Если провода не являются идеальными проводниками, то напряжения U_{AC} и U_{DB} зависят от внутреннего сопротивления проводов, активного на низких частотах и реактивного на высоких частотах. Если Z_i — внутреннее сопротивление каждого провода на единицу длины, то

$$Z = 2Z_i + \frac{j\omega\mu}{\pi} \ln \frac{s}{a}. \quad (31)$$

Для получения второго уравнения передачи заметим, что если q — заряд на единицу длины нижнего провода, то заряд на участке AC равен $q\Delta z$. Скорость увеличения этого заряда равна $j\omega q\Delta z$.

При идеальном диэлектрике эта величина равна разности — ΔI между входным током в точке A и выходным током в точке C .

Таким образом, при Δz , стремящемся к нулю,

$$\frac{dI}{dz} = -j\omega q. \quad (32)$$

Уравнение (2-15) определяет напряженность электрического поля, обусловленную трубкой тока. Половина напряжения между A и B обусловлена зарядом на одном проводе. Следовательно,

$$\frac{1}{2}U = \int_a^s \frac{q}{2\pi\epsilon\rho} d\rho = \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{s}{a}. \quad (33)$$

Выразим q через U и подставим в уравнение (32)

$$\frac{dI}{dz} = -YU, \quad Y = \frac{j\omega\pi\epsilon}{\ln(s/a)}. \quad (34)$$

Если среда между проводами не является 'идеальным диэлектриком, то появится поперечный ток утечки, что обуславливает частичное уменьшение продольного тока между A и C . В этом случае

$$\gamma = \frac{(g + j\omega\epsilon)\pi}{\ln(s/a)}. \quad (35)$$

3.5. Уравнения передачи для одномерного случая

Уравнения Максвелла представляют собой наиболее общие уравнения, определяющие условия распространения электромагнитных волн в трехмерном пространстве. При некоторых специальных условиях они принимают вид уравнения (26) для одномерного случая. При этом обе функции зависят от одной координаты, а коэффициенты Y и Z в общем случае являются функциями этой координаты. Если Y и Z величины постоянные, то общее решение может быть выражено через экспоненциальные функции. Сравнивая уравнение (26) с уравнениями (1) и (2) и заменяя $(g + j\omega\epsilon)$ и $j\omega\mu$ на Y и Z , мы получаем решение из уравнений¹ (4), (5), (6) и (7). Таким образом,

$$I = Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}, \quad U = Z_c A e^{-\gamma z} - Z_c B e^{\gamma z}, \quad (36)$$

где постоянная распространения γ и характеристическое сопротивление Z_c равны

$$\gamma = (ZY)^{1/2}, \quad Z_c = \left(\frac{Z}{Y}\right)^{1/2}. \quad (37)$$

Если Z и Y являются функциями z , то общего решения нет. Каждое уравнение должно быть рассмотрено в отдельности. Только в специальном случае, когда Z и Y являются монотонно изменяющимися функциями z , существуют общие приближенные решения¹.

3.6. Отражение

Если питание бесконечно длинных параллельных проводов осуществляется в противофазном режиме при $z=0$, то в уравнениях (36) в зависимости от условия $z < 0$ или $z > 0$ либо A , либо B должны обратиться в 0. Это обусловлено законом сохранения энергии: рассеяние энергии происходит либо в проводах, либо в среде между ними. Такой случай всегда имеет место на практике. Теоретически часто удобно рассматривать идеализированные передающие линии без потерь, для которых постоянная распространения является чисто мнимой величиной, а оба члена в уравнении (36) имеют в бесконечности конечные значения. Этот слу-

¹ С. А. Щелкунов, Прикладная математика. Нью-Йорк, 1948. Г. З. Айзенберг, Антенны для магистральных коротковолновых радиосвязей, Связьиздат, 1948. [Прим. ред].

чай можно рассматривать как предел общего случая, при котором коэффициенты поглощения стремятся к нулю. Тогда очевидно, что члены, которые должны быть также опущены в случае наличия потерь, должны быть также опущены и в идеализированном случае (без потерь). Было показано, что $B = 0$ при $z > 0$. В этом случае амплитуда волны затухает, а фаза запаздывает в положительном направлении z . Аналогичным образом находим, что на другой стороне генератора амплитуда затухает, а фаза запаздывает в отрицательном направлении z . Следовательно, на обеих сторонах генератора амплитуда затухает, а фаза запаздывает с увеличением расстояния от генератора.

В случае отсутствия потерь амплитуда остается постоянной, но фаза запаздывает.

Предположим теперь, что провода простираются только от $z = 0$ до $z = l$ и что генератор находится в точке $z = 0$. В этом случае в уравнении (36) A и B должны присутствовать. Если провода просто заканчиваются в $z = l$, то ток там должен прекратиться, и мы получаем соотношение между A и B . Если напряжение на генераторе, т. е. $U(0)$, задано, то мы получаем другое соотношение между A и B . Следовательно, постоянные интегрирования полностью определяются. В более общем случае, к концам проводов в точке $z = l$ присоединено сопротивление (нагрузка). Если это сопротивление известно, то известно также отношение $U(l)/I(l)$. Следовательно, мы получаем соотношение между A и B . Сравнивая волны на этом конечном участке передающей линии с волнами в бесконечной линии, мы заключаем, что первые члены в волновых функциях (уравнение 36) представляют собой волну, возбужденную в $z = 0$ и падающую на нагрузку или, в более общем случае, на некоторую неоднородность, подключенную в точке $z = l$. Вторые слагаемые представляют собой волну, возбуждаемую в неоднородности и распространяющуюся обратно к генератору. Эта волна называется отраженной волной.

Отношение между волновыми функциями, выражающими падающую и отраженную от неоднородности волны, называется коэффициентом отражения. Обозначим его через p с индексом, указывающим соответствующую волновую функцию. Таким образом,

$$p_I(l) = \frac{B}{A} e^{2\gamma l}, \quad p_V(l) = -\frac{B}{A} e^{2\gamma l}. \quad (38)$$

Если Z — полное сопротивление в $z = l$, то

$$Z = \frac{U(l)}{I(l)} = Z_c \frac{A e^{-\gamma l} - B e^{\gamma l}}{A e^{-\gamma l} + B e^{\gamma l}} = Z_c \frac{1 + p_U}{1 - p_U}. \quad (39)$$

Отношение

$$k = \frac{Z}{Z_c} \quad (40)$$

называется нормированным (по отношению к характеристическому сопротивлению) сопротивлением в $z = l$.

Решая уравнение (39) относительно p_U , получаем

$$p_U = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c} = \frac{k - 1}{k + 1}. \quad (41)$$

Уравнение (39) применяется часто при измерениях полного сопротивления, в особенности в передающих линиях сантиметрового диапазона и волноводах, в которых обычно невозможно измерить требуемые U и I (или E и H) в неоднородности. Для этой цели в данной точке $z < l$ определяем коэффициент отражения

$$p_V(z) = -\frac{B}{A} e^{2\gamma z}. \quad (42)$$

Взяв отношение уравнений 38 и 42, имеем

$$p_V(l) = p_V(z) e^{2\gamma(l-z)}. \quad (43)$$

В хороших передающих линиях постоянная затухания мала и для небольших расстояний ее действием можно пренебречь. Поэтому

$$p_U(l) = p_U(z) e^{2j\beta(l-z)}. \quad (44)$$

Следовательно, величина кажущегося коэффициента отражения является постоянной вдоль линии, но фаза изменяется. В некоторых точках фаза равна нулю, падающая и отраженная волны находятся в фазе и напряжение максимально. На расстоянии четверти длины волны от этих точек падающая и отраженная волны сдвинуты одна относительно другой на 180° и напряжение минимально. Коэффициент стоячей волны r , определяемый выражением¹

$$r = \frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}} = \frac{1 + |p|}{1 - |p|}, \quad (45)$$

может быть измерен экспериментально на некотором расстоянии от неоднородности. Из уравнения (45) получаем величину коэффициента отражения

$$|p| = \frac{r - 1}{r + 1}. \quad (46)$$

Из уравнения (44), следует, что если напряжение максимально в точке $z = z$, то фаза коэффициента отражения в точке $z = l$ равна фазе

$$[p_U(l)] = 2\beta(l - z), \quad (47)$$

так как фаза $[p_U(z)] = 0$ в точке максимума напряжения.

Из уравнения (41) очевидно, что отражение отсутствует, если сопротивление нагрузки равно характеристическому сопротивлению.

¹ Широко распространен в СССР термин коэффициент бегущей волны $K = \frac{1}{r}$, введенный А. А. Пистолькорсом. [Прим. ред.]

Необходимо заметить, что все предыдущие уравнения были получены в предположении, что Z и Y не зависят от z . В частности, выражение для коэффициента отражения в общем случае является более сложным¹.

Приведенная выше теория отражения разработана для волн, являющихся одномерными в том смысле, что для описания их распространения требуется лишь одна координата. В следующей главе будут рассмотрены сферические волны, возбуждаемые бесконечно малым элементом тока, и будет установлено, что распределение поля как функция угловых координат не зависит от электромагнитных параметров среды. Следовательно, если элемент находится в центре сферы (рис. 3.6), являющейся границей между двумя различными однородными средами, то мы можем ограничить наше рассмотрение каким-либо определенным радиусом. Тангенциальные составляющие E и H и, следовательно, их отношение, называемое волновым сопротивлением, должны быть непрерывными на граничной поверхности. Если это условие удовлетворено в одной точке граничной поверхности, то оно автоматически удовлетворяется на всей граничной поверхности, так как относительная зависимость поля от угловых координат является одинаковой для обеих сред.

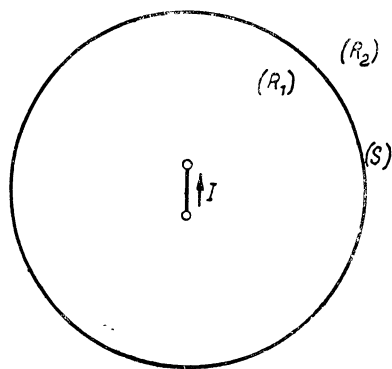


Рис. 3.6. Элемент электрического тока, concentричный со сферической границей s между двумя однородными средами R_1 и R_2 .

Если, однако, источник колебаний не находится в центре сферы, разделяющей среду, то характер отражения усложняется. Пример неравномерного отражения на границе показан на рис. 3.7. Волны могут быть возбуждены напряжением, приложенным между вершинами конусов. Если конусы являются бесконечно длинными, то распределение поля как функция угловых координат не зависит от электромагнитных параметров среды между конусами. Следовательно, если эти параметры изменяются скачкообразно на некоторой concentрической с вершинами конусов сфере, то мы имеем в основном одномерный случай отражения. Но если конусы имеют конечную длину, то отражение на сфере с неоднородностью S не будет равномерным, даже если электромагнитные параметры областей R_1 и R_2 одинаковы. Граничные условия становятся в основном трехмерными. Решение задачи отражения в этом случае зависит от различных типов волн, на которые могут быть разложены поля в обеих областях.

¹ С. А. Щелкунов, Электромагнитные волны Нью-Йорк, 1943, стр. 226

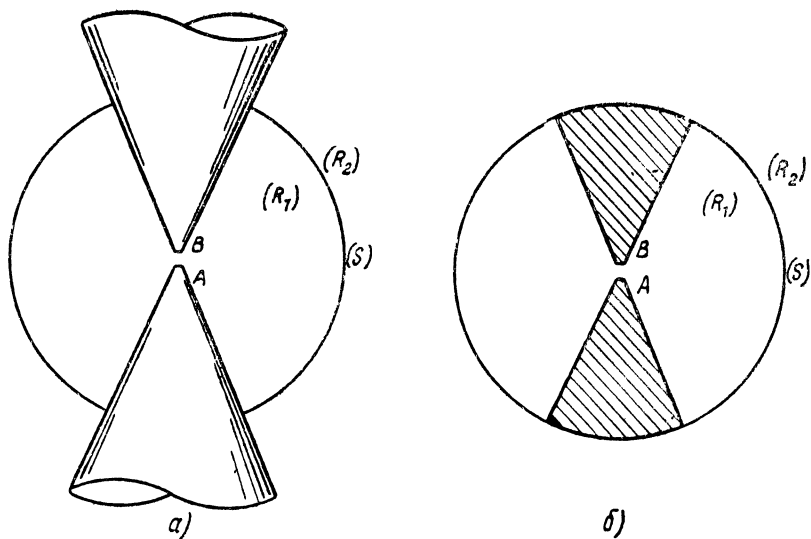


Рис. 3.7. Коаксиальные конусы:
а—бесконечной длины; б—конечной длины.

3.7. Задачи

3.2.1. Показать, что поле, заданное параметрами

$$H_{\varphi} = \frac{Ae^{-j\beta z}}{2\pi\rho}, \quad E_{\rho} = \rho H_{\varphi}, \quad E_z = E_{\varphi} = H_{\rho} = H_z = 0$$

согласуется с уравнениями Максвелла и граничными условиями на поверхности идеально проводящих коаксиальных с осью z цилиндров.

3.2.2. Пользуясь результатом предыдущей задачи, определить волновое сопротивление пары коаксиальных идеально проводящих цилиндров, радиусы которых равны a и $b > a$.

О т в е т.

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$

3.2.3. Пользуясь результатом предыдущей задачи, показать, что

$$Z_c = \frac{\rho s}{2\pi c} \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{s}{2c} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{s}{2c} \right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{s}{2c} \right)^6 + \dots \right],$$

где $s = b - a$ и $c = \frac{1}{2} (a + b)$.

3.2.4. Определить мощность, переносимую волной, описанную в задаче 3.2.1 вне одиночного цилиндра радиуса a . Какой важный практический вывод можно сделать на основе этого результата?

3.5.1. Выразить напряжение и ток в передающей линии через их значения в $z = l$.

О т в е т.

$$U(z) = U(l) \cos \beta(l-z) + jZ_c I(l) \sin \beta(l-z),$$

$$I(z) = I(l) \cos \beta(l-z) + jZ_c^{-1} U(l) \sin \beta(l-z).$$

3.5.2. Показать, что входное сопротивление передающей линии без потерь длиной l , оканчивающейся сопротивлением Z_t , составляет

$$Z_i = Z_c \frac{Z_t \cos \beta l + jZ_c \sin \beta l}{Z_c \cos \beta l + jZ_t \sin \beta l} = Z_c \frac{1 + p e^{-2j\beta l}}{1 - p e^{-2j\beta l}}$$

где p — коэффициент отражения по напряжению.

ГЛАВА 4

СФЕРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

4.1. Введение

В предыдущей главе были рассмотрены плоские волны, которые могут возбуждаться при известных условиях. Несмотря на специальные предосторожности, при этом одновременно возбуждаются и сферические волны, интенсивность которых может быть небольшой. Генератор переменного тока со «свободными» зажимами (рис. 4.1, а) возбуждает сферическую волну, интенсивность которой

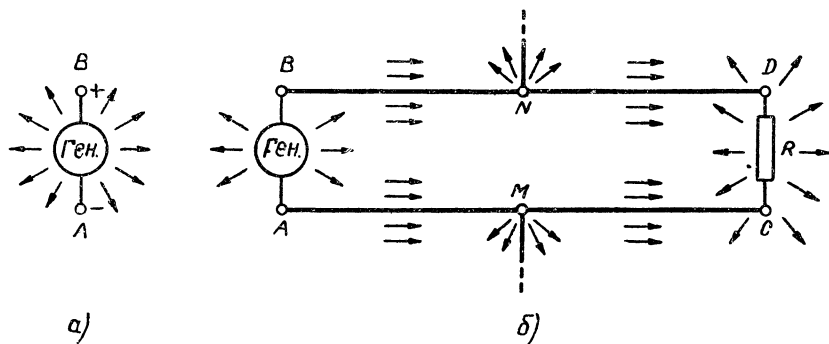


Рис. 4.1. Сферические и плоские волны.

а—электрический генератор со «свободными» зажимами генерирует сферическую слабую волну, если расстояние между зажимами составляет небольшую часть четверти длины волны, б—генератор, присоединенный к паре близко расположенных друг от друга проводов, генерирует сильную плоскую волну.

на низких частотах очень мала. Если к этому генератору подключить пару проводов, то волна, как было показано в предыдущей главе, направится к нагрузке, включенной на дальнем конце (рис. 4.1, б). На обоих концах возбуждаются слабые сферические волны. Они также возбуждаются в промежуточных точках, в местах, где, например, к передающей линии подключается какой-либо прибор. В таких случаях сферические волны, являясь паразитным явлением, могут с этой точки зрения представить практический интерес.

С другой стороны, радиосвязь основана на использовании распространения сферических волн. В этой главе будут рассмотрены сферические волны в двух крайних случаях. Вначале будут рассмотрены волны на бесконечно длинных расходящихся проводниках, при переходе к очень короткому проводнику, и рассмотрено распространение волны в свободном пространстве.

4.2. Уравнения Максвелла в сферических координатах

Сферические волны удобно выражать в сферических координатах. В этих координатах положение точки P (рис. 4.2) задается расстоянием r от фиксированной точки O , называемой началом

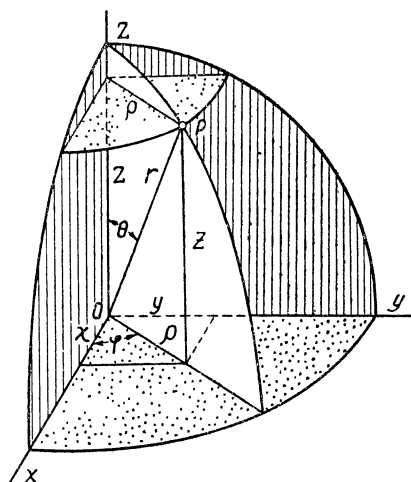


Рис. 4.2. Прямоугольные (x, y, z) , цилиндрические (ρ, φ, z) и сферические (r, θ, φ) координаты.

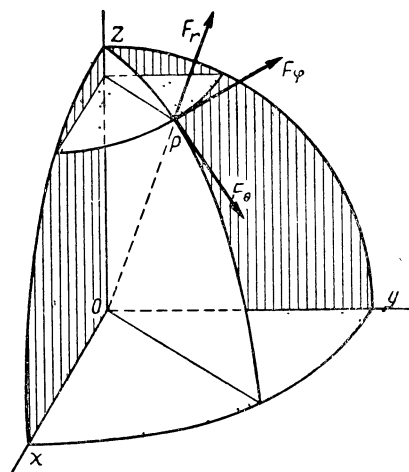


Рис. 4.3. Сферические составляющие вектора.

координатной системы, полярным углом θ между OP и осью OZ координатной системы и азимутальным углом φ , т. е. углом между меридианом, проходящим через точку P , и главным меридианом в плоскости XOZ . Любой вектор F может быть разложен на три взаимно перпендикулярные составляющие F_r, F_θ, F_φ , как показано на рис. 4.3. Составляющая r лежит в направлении радиуса, проходящего через точку P , составляющая θ касательна к меридиану, а составляющая φ касательна к окружности широт. Положительные направления этих составляющих выбираются таким образом, чтобы они совпадали с направлением возрастания координат.

Для выражения уравнений поля в сферических координатах рассмотрим элементарный объем (рис. 4.4), образованный двумя концентрическими сферами с радиусами r и $r + \Delta r$, двумя коаксиальными конусами, углы которых с осью равны θ и $\theta + \Delta \theta$, и двумя

полуплоскостями, углы которых с плоскостью XOZ равны φ и $\varphi + \Delta\varphi$. Для получения полной системы уравнений необходимо применить уравнения Максвелла к каждому ряду трех взаимно перпендикулярных поверхностей элементарного объема. Возьмем поверхность $ABCD$, ограниченную линиями r и линиями θ (рис. 4.5). Она лежит в полуплоскости, заданной постоянной координатой φ . Согласно закону Фарадея—Максвелла э. д. с. в направлении против часовой стрелки по контуру $ABCD$ должна быть равна сме-

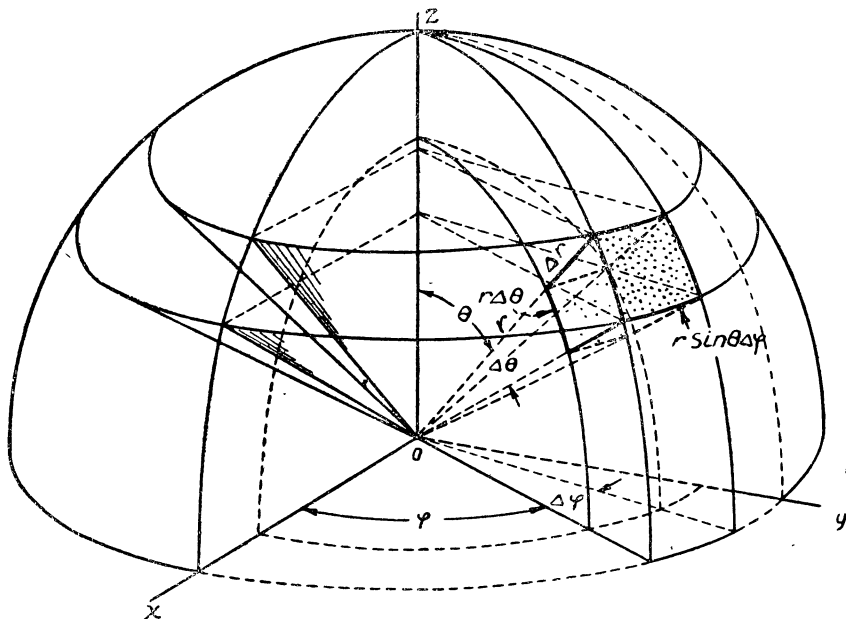


Рис. 4.4. Элементарный объем в сферических координатах ограничен двумя бесконечно близкими сферами, концентричными с началом O , двумя почти равными конусами, коаксиальными с OZ , и двумя полуплоскостями, выходящими из OZ и образующими небольшой угол. Размеры элемента для заданных разностей координат Δr , $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$ зависят от его положения.

щению магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, в направлении от читателя. Так как этот поток равен произведению его плотности $j\omega\mu H\varphi$ на площадь $r\Delta r\Delta\theta$, то получаем

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = j\omega\mu H_{\varphi} r \Delta r \Delta\theta. \quad (1)$$

Четыре напряжения в левой части уравнения могут быть выражены через напряжения U_{MN} и U_{PQ} следующим образом:

$$U_{AB} = U_{PQ} - \frac{\partial U_{PQ}}{\partial r} \left(\frac{1}{2} \Delta r \right), \quad U_{DC} = U_{PQ} + \frac{\partial U_{PQ}}{\partial r} \left(\frac{1}{2} \Delta r \right);$$

$$U_{BC} = U_{MN} + \frac{\partial U_{MN}}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \Delta\theta \right), \quad U_{AD} = U_{MN} - \frac{\partial U_{MN}}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \Delta\theta \right).$$

Поэтому

$$U_{AB} + U_{CD} = U_{AB} - U_{DC} = -\frac{\partial U_{PQ}}{\partial r} \Delta r,$$

$$U_{BC} + U_{DA} = U_{BC} - U_{AD} = -\frac{\partial U_{MN}}{\partial \theta} \Delta \theta.$$

Подставляя в уравнение (1), получаем

$$-\frac{\partial U_{PQ}}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial U_{MN}}{\partial \theta} \Delta \theta = j\omega\mu H_{\varphi} r \Delta r \Delta \theta. \quad (2)$$

Напряжение U_{PQ} представляет собою произведение напряженности электрического поля E_{θ} на длину $r\Delta\theta$ отрезка PQ , а U_{MN} представляет собой произведение E_r на Δr . Подставляя в уравнение (2) и исключая $\Delta r \Delta \theta$, получаем

$$-\frac{\partial (rE_{\theta})}{\partial r} + \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = j\omega\mu r H_{\varphi}. \quad (3)$$

Аналогично, определив магнитодвижущую силу по контуру и приравняв ее значение электрическому току через поверхность, ограниченную контуром, получаем

$$-\frac{\partial (rH_{\theta})}{\partial r} + \frac{\partial H_r}{\partial \theta} = -(g + j\omega\epsilon) r E_{\varphi}. \quad (4)$$

Еще одну пару уравнений можно получить для контура $A'B'C'D'$, образованного окружностями широт и меридианами на сфере радиуса r (рис. 4.5). Наконец, третью пару уравнений можно получить в результате рассмотрения контура, взятого на конусе с углом θ . Таким образом, получаем следующую полную систему уравнений Максвелла в сферических координатах для установившегося электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} (rE) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} &= -j\omega\mu r H_{\varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial r} (rH_{\theta}) - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} &= (g + j\omega\epsilon) r E_{\varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_{\varphi}) - \frac{\partial E_{\theta}}{\partial \varphi} &= -j\omega\mu r \sin \theta H_r, \\ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_{\varphi}) - \frac{\partial H_{\theta}}{\partial \varphi} &= (g + j\omega\epsilon) r \sin \theta E_r, \\ \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} - \sin \theta \frac{\partial (rE_{\varphi})}{\partial r} &= -j\omega\mu r \sin \theta H_{\theta}, \\ \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} - \sin \theta \frac{\partial (rH_{\varphi})}{\partial r} &= (g + j\omega\epsilon) r \sin \theta E_{\theta}. \end{aligned} \quad (5)$$

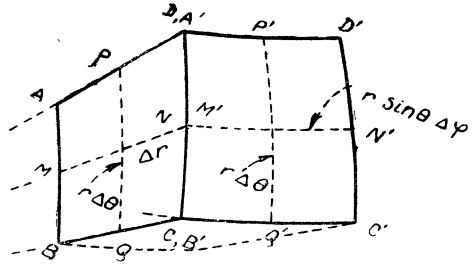


Рис. 4.5. Дифференциальные уравнения Максвелла в любой координатной системе можно получить, применяя законы электромагнитной индукции к поверхностям элементарного объема.

4.3. Поля круговой симметрии

Если поле не зависит от φ , то частные производные относительно φ исключаются, и уравнения (5) распадаются на две независимые системы уравнений. Одна система уравнений содержит E_r , E_θ , H_φ и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta H_\varphi) = (g + j\omega\epsilon) r \sin \theta E_r, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi) = -(g + j\omega\epsilon) r E_\theta, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r E_\theta) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = -j\omega\mu r H_\varphi. \quad (8)$$

Магнитные силовые линии представляют собой коаксиальные с осью OZ окружности, а электрические силовые линии лежат в плоскостях, проходящих через ось OZ . Эти волны называются круговыми магнитными волнами.

Другая система уравнений содержит H_r , H_θ , E_φ и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta E_\varphi) = -j\omega\mu r \sin \theta H_r, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r E_\varphi) = j\omega\mu r H_\theta, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r H_\theta) - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} = (g + j\omega\epsilon) r E_\varphi. \quad (11)$$

В этом случае электрические силовые линии являются концентрическими окружностями, а магнитные силовые линии лежат в аксиальных плоскостях, т. е. плоскостях, проходящих через ось OZ .

4.4. Поле, зависящее только от расстояния до начала координат

Если поле зависит только от r , то уравнение (6) принимает вид

$$H_\varphi \cos \theta = (g + j\omega\epsilon) r E_r \sin \theta,$$

$$\frac{H_\varphi}{r E_r} = (g + j\omega\epsilon) \operatorname{tg} \theta.$$

Этот результат противоречит нашему первоначальному предположению, что поле зависит только от r . Следовательно, не существует однородных сферических электромагнитных волн, аналогичных однородным сферическим звуковым волнам, возбуждаемым пульсирующей сферой¹.

¹ Электромагнитные волны, излучаемые равномерно нагретой сферой, являются однородными только при усреднении их результирующего эффекта. Они состоят из большого количества волн, находящихся в произвольных фазовых соотношениях и имеющих произвольную ориентацию основных плоскостей излучения.

4.5. Сферические волны на больших расстояниях от центра

Подставляя E_r из уравнения (6) в уравнение (8), получаем

$$\frac{\partial}{\partial r}(rE_\theta) - \frac{1}{(g + j\omega\varepsilon)r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} [(rH_\varphi) \sin \theta] \right\} = -j\omega\mu rH_\varphi. \quad (12)$$

Таким образом, имеем два уравнения (7) и (12) для rE_θ и rH_φ . При увеличении r второй член в уравнении (12) уменьшается по сравнению с первым, и оба уравнения приближаются с возрастающей точностью к следующим выражениям:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rE_\theta) = -j\omega\mu(rH_\varphi), \quad \frac{\partial}{\partial r}(rH_\varphi) = -(g + j\omega\varepsilon)(rE_\theta). \quad (13)$$

Исключая rE_θ , получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rH_\varphi) = \gamma^2(rH_\varphi), \quad (14)$$

где

$$\gamma^2 = j\omega\mu(g + j\omega\varepsilon), \quad \gamma = [j\omega\mu(g + j\omega\varepsilon)]^{1/2}. \quad (15)$$

Постоянная распространения остается такой же, как для однородных плоских волн.

Общее решение уравнения (14) имеет вид

$$rH_\varphi = Ae^{-\gamma r} + Be^{\gamma r}, \quad (16)$$

где A и B — произвольные постоянные, являющиеся функциями θ . Первый член уравнения (16) уменьшается экспоненциально с увеличением расстояния от начала координат (так как среда обладает потерями, то $g \neq 0$). Второй член увеличивается экспоненциально с увеличением r или уменьшается с уменьшением r . Следовательно, первый член представляет собой волну, выходящую из начала координат, а второй член — волну, приходящую в начало координат из бесконечности.

Из уравнений (13) и (16) имеем

$$rE_\theta = \rho Ae^{-\gamma r} - \rho Be^{\gamma r}, \quad (17)$$

где ρ — волновое сопротивление, определенное в предыдущей главе,

$$\rho = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{\gamma}{g + j\omega\varepsilon} = \left(\frac{j\omega\mu}{g + j\omega\varepsilon} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Аналогично из уравнений (9), (10) и (11) для больших значений r получаем

$$rH_\theta = Ae^{-\gamma r} + Be^{\gamma r}, \quad rE_\varphi = -\rho Ae^{-\gamma r} + \rho Be^{\gamma r}. \quad (19)$$

Последние члены в уравнениях (16), (17) и (19) становятся бесконечно большими в бесконечности. Следовательно, для волн,

возбуждаемых внутри сферы конечного радиуса, B должно быть равно нулю. Таким образом, из уравнений (16) и (17) находим

$$rH_{\varphi} = Ae^{-\gamma r}, \quad E_{\theta} = \rho H_{\varphi}. \quad (20)$$

Аналогично из уравнений (19) получаем

$$rH_{\theta} = Ae^{-\gamma r}, \quad E_{\varphi} = -\rho H_{\theta} = \rho(-H). \quad (21)$$

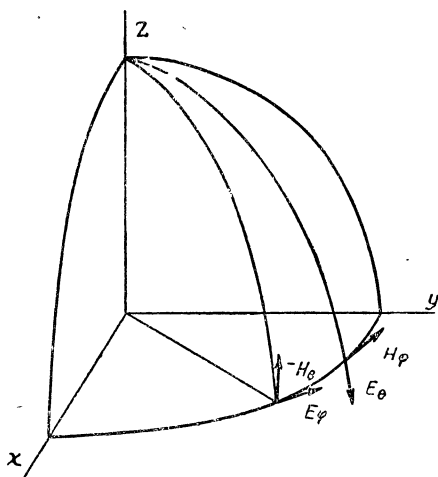


Рис. 4.6. Относительные направления E и H в расходящихся бегущих волнах на больших расстояниях от их центра.

На рис. 4.6 показано, что в обоих случаях направление распространения совпадает с направлением движения правоходового винта при повороте его на 90° от E к H .

4.6. Сферические волны ТЕМ

По определению радиальные составляющие E и H в сферических волнах ТЕМ равны нулю

$$E_r = 0, \quad H_r = 0. \quad (22)$$

Для полей с круговыми магнитными силовыми линиями второе равенство удовлетворяется автоматически. При условии соблюдения первого равенства выражения (6), (7)

и (8) приводятся к более простому виду.

Тогда уравнение (6) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_{\varphi}) = 0, \quad \sin \theta H_{\varphi} = \hat{H}_{\varphi}(r), \quad (23)$$

где $\hat{H}_{\varphi}(r)$ является функцией только r .

Согласно закону Ампера—Максвелла м. д. с. по выбранной магнитной линии должна быть равна радиальному электрическому току. В данном случае радиальный ток смещения отсутствует, и, следовательно, должен существовать ток проводимости. В противном случае должна исчезнуть H_{φ} , а с ней и все поле. Принятая симметрия поля требует, чтобы этот ток был распределен на коаксиальных конусах (рис. 4.7,а) и чтобы его плотность не зависела от φ . Так как $E_r = 0$, то конусы должны быть идеальными проводниками. Электрические силовые линии идут по меридианам от одного конуса к другому.

Пусть $I(r)$ — ток на расстоянии r в конусе $\theta = \theta_1$ (рис. 4.7, а). Тогда, согласно закону Ампера — Максвелла, имеем

$$2\pi r \sin \theta H_\varphi = I, \quad H_\varphi = \frac{I}{2\pi r \sin \theta}, \quad \theta_1 < \theta < \theta_2. \quad (24)$$

Ток такой же величины, но противоположный по направлению течет в конусе $\theta = \theta_2$.

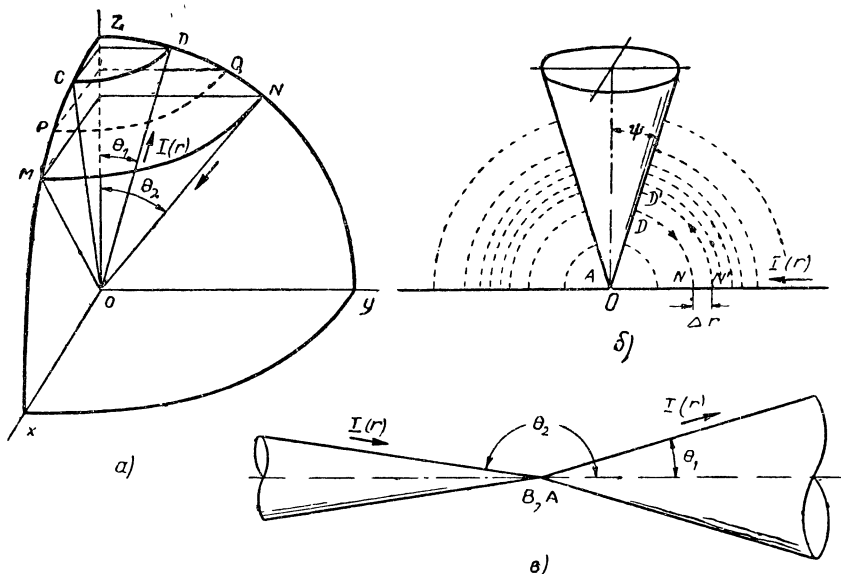


Рис. 4.7. Коаксиальные конические проводники (плоскость представляет собой частный случай конической поверхности).

Уравнения (7) и (8) тождественны уравнению (13). Следовательно, их решения имеют вид, определяемый уравнениями (16) и (17) с постоянными интегрирования, обратно пропорциональными $\sin \theta$.

Таким образом,

$$\begin{aligned} H_\varphi &= \frac{I_0^+ e^{-\gamma r} + I_0^- e^{\gamma r}}{2\pi r \sin \theta}, \\ E_\theta &= \frac{\rho I_0^+ e^{-\gamma r} - \rho I_0^- e^{\gamma r}}{2\pi r \sin \theta}, \end{aligned} \quad (25)$$

где постоянные интегрирования выражены через токи (I_0^+ — выходящий ток, I_0^- — входящий ток), связанные с двумя бегущими волнами.

Поперечное напряжение $U(r)$ по выбранному меридиану от $\theta = \theta_1$ до $\theta = \theta_2$ равно

$$U(r) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} r E_\theta d\theta = Z_c I_0^+ e^{-\gamma r} - Z_c I_0^- e^{\gamma r}, \quad (26)$$

где характеристическое сопротивление Z_c биконической передающей линии равно

$$Z_c = \rho \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{2\pi \sin \theta} = \frac{\rho}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{2 \sin \frac{1}{2} \theta \cos \frac{1}{2} \theta} = \frac{\rho}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta}$$

или

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \ln \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_1 \right). \quad (27)$$

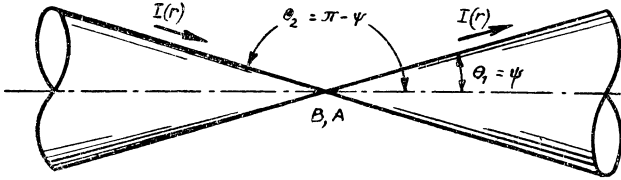


Рис. 4.8. Два равных коаксиальных конуса.

В частности, для конуса над проводящей плоскостью (рис. 4,7,б)

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \pi, \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 = 1$$

и

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi = 60 \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi. \quad (28)$$

Для двух конусов с равными углами (рис. 4.8) имеем

$$Z_c = \frac{\rho}{\pi} \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi = 120 \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi. \quad (29)$$

Если θ_1 и θ_2 малы, то $\operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_1 \simeq 2/\theta_1$ и $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 \simeq \frac{1}{2} \theta_2$, следовательно,

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{\theta_2}{\theta_1}. \quad (30)$$

Пусть a и b — радиусы конусов на расстоянии r от вершины. Тогда $\theta_1 = a/r$, $\theta_2 = b/r$ и

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \quad (31)$$

При стремлении θ_1 и θ_2 к нулю конусы приближаются к паре коаксиальных цилиндров, и уравнение (31) определяет значение соответствующего характеристического сопротивления.

Необходимо заметить, что в то время, как величины напряженности поля при r , стремящемся к нулю, увеличиваются неограниченно, величины напряжения и тока остаются конечными. Урав-

нения (7) и (8) могут быть выражены через U и I , так как согласно уравнениям (24), (25) и (26) имеем

$$H_{\varphi} = \frac{I}{2\pi r \sin \theta}, \quad E_{\theta} = \frac{\rho U}{2\pi r Z_c \sin \theta}. \quad (32)$$

Таким образом, получаем

$$\frac{dU}{dr} = -j\omega \dot{L}I, \quad \frac{dI}{dr} = -(G + j\omega C)U, \quad (33)$$

где распределенные индуктивность, проводимость и емкость биконической передающей линии равны

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_1 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 \right), \\ G &= \frac{2\pi g}{\ln \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_1 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 \right)}, \\ C &= \frac{2\pi \varepsilon}{\ln \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_1 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta_2 \right)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Волны ТЕМ с круговыми электрическими силовыми линиями получаются из уравнений (9), (10) и (11), если принять $H_r = 0$. В этом случае магнитные силовые линии будут проходить вдоль меридианов, а конусы должны быть идеальными магнитными проводниками. Таких проводников в природе нет, и, следовательно, этот случай не может быть реализован на практике.

4.7. Основные волны в неконических проводках

В неконических проводках (рис. 4.9) чисто поперечные электромагнитные волны возбуждаться не будут. Однако существуют волны, сильно приближающиеся к поперечным. В соответствии с соображениями, которые станут ясными позже, эти волны, как и волны ТЕМ, будут относиться нами к типу „основных волн“. Мы предполагаем, что в случае тонких проводов распределение поля в зависимости от θ определяется уравнениями, приведенными в предыдущем разделе¹.

Это поле не строго удовлетворяет граничному условию равенства нулю тангенциальной составляющей напряженности электрического поля на поверхности проводов. Если провода цилиндрические (рис. 4.9), эта составляющая поля равна

$$E_z = -E_{\theta} \sin \psi, \quad (35)$$

¹ Математическое доказательство этого предположения, см. С. А. Щелкунов, Основные и дополнительные волны в антеннах, IRE Proc. 34, январь 1946, стр. 23—32.

где ψ — угол конуса на расстоянии r . В более точных выражениях должен присутствовать небольшой дополнительный член, обращающий E_z на проводах в нуль. Этим членом при интегрировании¹ E_θ и H_φ для получения соответственно U и I пренебрегают. При вычислении L , G и C пользуются уравнениями, аналогичными (34), причем углы $\theta_1 = \psi$ и $\theta_2 = \pi - \psi$ зависят от r . Предположение о малости ψ используем для упрощения уравнения (34). Заметив, что $\psi = a/r$, где $a(r)$ — радиус провода на расстоянии r , можно получить

$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2r}{a}, \quad C = \frac{\pi \varepsilon}{\ln \frac{2r}{a}}, \quad G = \frac{\pi g}{\ln \frac{2r}{a}}. \quad (36)$$

При $g=0$ характеристическое сопротивление становится равным

$$Z_c = \left(\frac{L}{C} \right)^{1/2} = \frac{\rho}{\pi} \ln \frac{2r}{a} = 120 \ln \frac{2r}{a}. \quad (37)$$

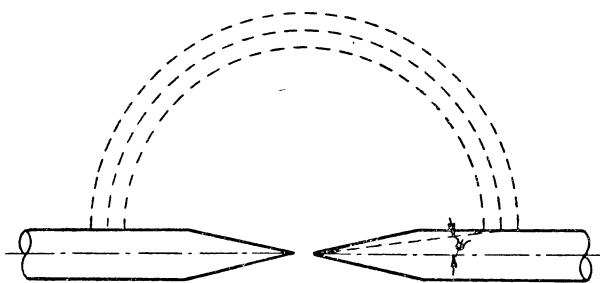


Рис. 4.9. Коаксиальные цилиндрические проводники с коническими концами.

Показаны электрические силовые линии для основных волн.

Численный коэффициент относится, как обычно, к свободному пространству. Если радиусы двух проводов a_1 , a_2 не одинаковы, то можно применять те же уравнения, но со значением $a = \sqrt{a_1 a_2}$. С допущенной степенью приближения r равно z .

В приведенных выше приближениях предполагалось, что провода сужаются к концам, если r сравнимо с их диаметром или меньше его. Эта область будет рассмотрена в разделе 12.10.

4.8. Волны ТЕМ у коаксиальных цилиндров

В разделе 4.6 рассматривалась пара коаксиальных цилиндров как предельный случай двух коаксиальных конусов, углы которых θ_1 и θ_2 стремятся к нулю. Таким способом было определено характеристическое сопротивление для коаксиальной пары.

¹ После интегрирования в окончательных результатах остаются ошибки второго порядка.

Для получения выражений поля заметим, что при стремлении θ к нулю r стремится к z . Кроме того,

$$r \sin \theta = r_1, \quad (38)$$

где r_1 — расстояние от оси цилиндров. Следовательно, для любой точки между цилиндрами $|a < r_1 < b|$ уравнения (24) и (25) принимают вид

$$\begin{aligned} H_\varphi &= \frac{1}{2\pi r_1} = \frac{I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z}}{2\pi r}, \\ E_{r_1} &= \frac{\rho I_0^+ e^{-\gamma z} - \rho I_0^- e^{\gamma z}}{2\pi r_1}. \end{aligned} \quad (39)$$

4.9. Волны ТЕМ у параллельных проводов

В предыдущем разделе предполагалось, что радиус наружного цилиндра очень велик. Уравнения (39) приблизительно справедливы, даже если оба цилиндра не являются точно коаксиальными. Расположим второй (внутренний) цилиндр параллельно первому (рис. 4.10) и предположим, что расстояние между осями l довольно велико по сравнению с суммой радиусов a_1, a_2 (по крайней мере больше в два раза). В этой системе будет иметь место влияние ближнего поля, выражающееся в смещении электрического заряда на одном цилиндре под действием тангенциальной составляющей напряженности электрического поля заряда на другом цилиндре. Это влияние уменьшается с уменьшением a_1 и a_2 или с увеличением l .

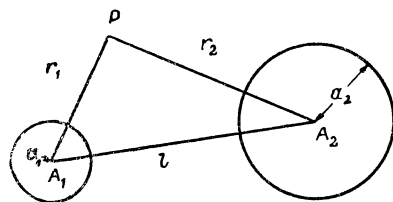


Рис. 4.10. Поперечные сечения двух параллельных цилиндров.

Если токи на внутренних частях этих цилиндров равны и противоположно направлены, то общий ток на удаленном „коаксиальном“ цилиндре будет равен 0. Так как существует некоторая напряженность магнитного поля, тангенциальная к удаленному цилиндру, то в этом цилиндре будет течь некоторый ток на одной стороне в одном направлении и на другой стороне в противоположном направлении. По мере увеличения расстояний r_1, r_2 до точки P поля двух цилиндров будут стремиться в наружном цилиндре совершенно уничтожить друг друга, и токи, индуцированные в наружном цилиндре, будут все меньше и меньше. В пределе мы получаем два параллельных провода.

Согласно уравнению (39) напряженность электрического поля на линии $A_1 A_2$, соединяющей точки A_1 и A_2 на осях проводов (рис. 4.10), составляет

$$E_{r_1} = \frac{\rho I_0^+ e^{-\gamma z} - \rho I_0^- e^{\gamma z}}{2\pi r_1} - \frac{-\rho I_0^+ e^{-\gamma z} + \rho I_0^- e^{\gamma z}}{2\pi r_2}, \quad (40)$$

при условии, что E_{r_1} положительно в направлении A_1A_2 . Интегрируя от точки на поверхности одного провода до точки на поверхности другого провода, получим поперечное напряжение между проводами. Лучше, однако, принять, что r_1 изменяется от a_1 до l , так что соответствующее напряжение вычисляется относительно середины второго провода. Аналогично принимаем, что r_2 изменяется от l до a_2 . Таким образом, получаем

$$U = \int_{-l}^l E_{r_1} dr_1 = Z_c I_0^+ e^{-\gamma z} - Z_c I_0^- e^{\gamma z},$$

где

$$Z_c = \frac{\rho}{2\pi} \left(\ln \frac{l}{a_1} + \ln \frac{l}{a_2} \right) = \frac{\rho}{\pi} \ln \frac{l}{\sqrt{a_1 a_2}}. \quad (41)$$

Не представляет трудностей получить точную формулу для Z_c , но для наших целей достаточна приведенная приближенная формула.

4.10. Основные волны у расходящихся проводов

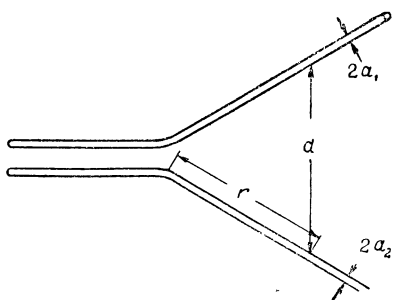


Рис. 4.11. Расходящиеся провода, соединенные с параллельными проводами.

Сравнивая уравнение (37) характеристического сопротивления для проводов, расходящихся под углом 180° , с уравнением (41) характеристического сопротивления для параллельных проводов, находим, что уравнения имеют один и тот же вид. Это не случайно, так как обе формулы представляют собой специальные случаи более общего уравнения (42) для двух расходящихся проводов (рис. 4.11), радиусы которых равны a_1 и a_2 , и расстояние между соответствующими элементами проводов d .

$$Z_c = \frac{\rho}{\pi} \ln k, \quad \text{где } k = \frac{d(r)}{[a_1(r) a_2(r)]^{1/2}}. \quad (42)$$

4.11. Основные волны конической решетки

Можно также показать известными методами, что для конической решетки (рис. 4.12), состоящей из $2n$ конических проводов, расположенных на поверхности двух коаксиальных конусов с углами ψ и $\pi - \psi$ на равных расстояниях друг от друга, характеристическое сопротивление определяется тем же уравнением, что и для сплошных конусов с действующим углом, определяемым выражением

$$\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \psi_g \right) = \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \psi \right) \left[\frac{n \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \phi_0 \right)^{1/n}}{\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \psi \right)} \right], \quad (43)$$

где ψ — угол каждого конического провода.

Если провода являются тонкими, а ψ мало, то действующий радиус пучка может быть получен из уравнения 43. Таким образом,

$$a_g = a \left(\frac{na_0}{a} \right)^{1/n}, \quad (44)$$

где a_0 — радиус каждого провода, a — радиус решетки.

В этом виде мы можем использовать уравнение для определения эквивалентного радиуса решетки, образованного проводами,

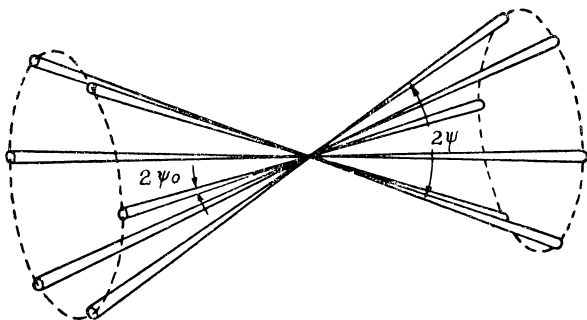


Рис. 4.12. Коническая решетка, образованная тонкими коническими проводниками, расположенными на конической поверхности на одинаковом расстоянии друг от друга.

расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга на цилиндрической поверхности. При $n = 2$ формула дает $a_g = \sqrt[3]{a_0 s}$, где s — расстояние между осями проводов.

4.12. Высшие типы волн

До сих пор мы рассматривали основные волны, в которых электрические силовые линии шли от одного проводника к другому или от одной группы проводников к другой и в которых напряженность электрического поля в направлении распространения либо точно, либо приблизительно была равна нулю. В этом разделе мы рассмотрим в более общем виде волны, обладающие круговой симметрией, радиальное поле которых не исчезает.

В начале рассмотрим круговые магнитные волны, определяемые уравнениями (6), (7), (8). Из этих уравнений следует

$$E_r = \frac{1}{(g + j\omega\epsilon)r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_\varphi), \quad (45)$$

$$E_\theta = - \frac{1}{(g + j\omega\epsilon)r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi). \quad (46)$$

Подставляя в уравнение (8), получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rH_\varphi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} [(rH_\varphi) \sin \theta] \right\} = \gamma^2(rH_\varphi). \quad (47)$$

Допустим теперь, что rH_φ является произведением двух функций соответственно от r и θ

$$rH_\varphi = R(r) \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta}. \quad (48)$$

Второй множитель представлен в виде производной по θ , только из-за удобства дальнейших математических выкладок. Подставляя в уравнение (47) и интегрируя относительно θ , получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(R\Theta) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(R \frac{d\Theta}{d\theta} \sin \theta \right) = \gamma^2 R\Theta,$$

$$\Theta \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{R}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\Theta}{d\theta} \sin \theta \right) = \gamma^2 R\Theta.$$

Умножая на r^2 и деля на $R\Theta$, получаем

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\Theta}{d\theta} \sin \theta \right) = \gamma^2 r^2. \quad (49)$$

Второй член является функцией r (согласно нашему первоначальному допущению) и не может быть функцией θ , так как остающиеся два члена не зависят от θ . Следовательно, величина его должна быть постоянной

$$\frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\Theta}{d\theta} \sin \theta \right) = k. \quad (50)$$

Подставляя эту постоянную в уравнение (49), получаем

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + k = \gamma^2 r^2. \quad (51)$$

Эти два уравнения могут быть выражены следующим образом:

$$\sin \theta \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \cos \theta \frac{d\Theta}{d\theta} - k \sin \theta \Theta = 0, \quad (52)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = \left(\gamma^2 - \frac{k}{r^2} \right) R. \quad (53)$$

Для получения уравнения (52) умножаем уравнение (50) на $\Theta \sin \theta$, выполняем указанное дифференцирование и переносим все члены в левую часть уравнения. Для получения уравнения (53) умножаем уравнение (51) на R и делим на r^2 . Из уравнений (48) и (45), пользуясь уравнением (50), находим

$$E_r = \frac{kR\Theta}{(g + j\omega_1) r^2}. \quad (54)$$

Из уравнений (46) и (48) получаем

$$E_{\theta} = -\frac{1}{(g + j\omega\epsilon)r} \frac{dR}{dr} \frac{d\Theta}{d\theta}. \quad (55)$$

Таким образом, все поле выражено через R и Θ , что удовлетворяет уравнениям (53) и (52).

Аналогично в случае волн, у которых электрические силовые линии представляют собой окружности, получаем

$$rE_{\varphi} = R(r) \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta}, \quad rH_{\theta} = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{dR}{dr} \frac{d\Theta}{d\theta}, \quad H_r = -\frac{kR\Theta}{j\omega\mu r^2}. \quad (56)$$

Волны ТЕМ могут быть получены в предположении, что k стремится к нулю. Распространение волн высших порядков имеет место при $k \neq 0$. Параметр k не является произвольным и принимает различные значения в зависимости от величины углов. Таким образом, для круговых магнитных волн E_r должно равняться нулю во всех точках поверхностей конусов. Поэтому Θ , являясь решением уравнения (52), одновременно должна удовлетворять граничным условиям

$$\Theta(\theta_1) = \Theta(\theta_2) = 0. \quad (57)$$

Установлено, что эти условия не могут быть удовлетворены, если только k не ограничено определенными значениями.

В свободном пространстве не существует граничных условий, аналогичных уравнению (57). На первый взгляд может показаться, что параметр k не ограничен. Однако установлено, что если не имеет места равенство

$$k = -n(n+1), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (58)$$

решения уравнения (52) получаются неопределенными при $\theta = 0$ или при $\theta = \pi$, либо при обоих значениях. Так, неопределенность поля в какой-либо точке свободного пространства лишена физического смысла, поэтому допустимые значения k определяются уравнением (58), т. е.

$$k = -2, \quad -6, \quad -12, \dots$$

Однако имеется более простой способ определения значений k для типов волн в свободном пространстве. В уравнении (52) отсутствует частота. В уравнении (53) влияние частоты ослабляется при стремлении r к нулю. Поэтому функции Θ являются одинаковыми для статических и переменных полей, в то время как функции R являются приблизительно одинаковыми вблизи начала координат. Таким образом, можно с помощью элементарных методов вначале рассмотреть статические поля, а затем обобщить полученные результаты для случая переменных полей. В следующих разделах мы будем пользоваться именно этим методом.

Легко понять важное значение распространения волн высших порядков. В случае волн ТЕМ электрические силовые линии между

коаксиальными конусами располагаются по меридианам. Если конусы имеют конечную длину, то указанное распределение не характеризует полностью поля. Некоторый заряд будет перемещен к концам конусов и электрические силовые линии будут распространяться в свободном пространстве. Это вызовет изменение расположения линий между конусами.

Уравнения Максвелла должны дать решения, учитывающие эффект концов и связанное с ним изменение поля. Волны, выражающие этот эффект, относятся к высшим типам волн.

В свободном пространстве электрические силовые линии, следующие строго по меридианам, не существуют, так как отсутствуют проводники, на которых эти линии могли бы оканчиваться. В этом случае уравнения Максвелла должны определить структуры волн, распространяющихся в свободном пространстве.

4.13. Точечный заряд, диполь и элемент электрического тока

Заряженная частица окружена электрическим полем. Определим это поле.

Для решения этой задачи необходимо найти соответствующее решение уравнений (52) и (53). Эти уравнения имеют бесконечно большое число решений, так как им удовлетворяют все волны, магнитные силовые линии которых являются окружностями, коаксиальными с осью z . Такие волны могут возникнуть в результате произвольного распределения колеблющихся заряженных частиц по оси z . Нас интересует частное решение, которое соответствует волне от одиночной частицы, колеблющейся около неподвижной частицы с равным по величине и противоположным по знаку зарядом. Такое решение может быть использовано для анализа колебаний электронов в электрически нейтральных проводниках под действием приложенных электродвижущих сил.

Как указано в конце предыдущего раздела, требуемое решение осуществимо:

1. Решением задачи для статического случая ($\gamma = 0$), в котором будет представлен предельный случай общего решения уравнений (52) и (53) при стремлении γr к нулю.

2. Обобщением полученного решения для всех значений γr . Для простоты предположим вначале, что среда не имеет потерь ($g = 0$).

Если частица неподвижна (рис. 4.13,а), то ее поле радиально, и в среде без потерь уравнение (2—14) примет вид

$$E_r = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2}. \quad (59)$$

Электрический диполь представляет собою две частицы, с равными по величине и противоположно направленными зарядами (рис. 4.13,б), расположенными на бесконечно малом расстоянии s друг от друга. Произведение qs называют моментом диполя. Поле диполя можно получить путем векторного сложения

полей двух частиц. Проще, однако, воспользоваться известной скалярной функцией, что позволит заменить векторное сложение простым сложением. Эта функция называется потенциалом U и определяется как работа, совершаемая силами электрического поля при переносе единичного заряда из данной точки P в неподвижную точку Q , которая обычно берется в бесконечности. Так

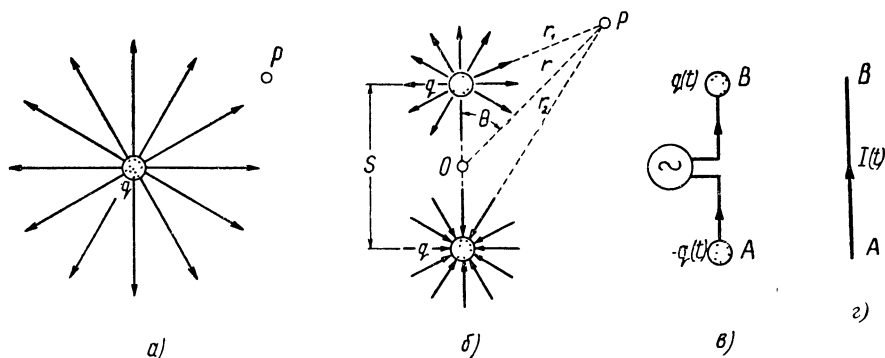


Рис. 4.13.

а—электрическое поле точечного заряда; б—вибратор, образованный двумя равными и противоположными точечными зарядами, в—вибратор с переменными концевыми зарядами; г—элемент электрического тока.

как напряженность электрического поля E представляет собой силу, приходящуюся на единицу заряда, то общая сила, действующая на заряд q , равна Eq . Составляющая этой силы вдоль касательной к элементу ds пути частицы (рис. 4.14) равна $E_s q$. Следовательно, работа, совершаемая при перемещении частицы на расстояние ds , равна $E_s q ds$, а полная работа является интегралом этой величины. По определению потенциала в точке P

$q = 1$.

Таким образом

$$U = \int_P^Q E_s ds. \quad (60)$$

Очевидно, это определение имеет смысл только тогда, когда интеграл не зависит от пути между точками P и Q . В противном случае U не будет характеризовать точку P . Согласно закону Фарадея-Максвелла приведенный выше интеграл не зависит от пути интегрирования только в том случае, если поле является статическим¹.

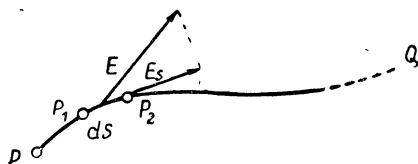


Рис. 4.14. В статическом электрическом поле интеграл тангенциальной составляющей E_s напряженности электрического поля E от данной точки P до точки Q в бесконечности называется потенциалом поля в точке P . Этот интеграл не зависит от пути интегрирования.

¹ Если мы интересуемся только небольшими областями, пользуемся только короткими путями интегрирования и избегаем областей с большой напряженностью магнитного поля (внутренняя часть катушек), то можно приблизительно определить потенциалы разных точек

В разделе 8.4 будет определена потенциальная функция для нестатических полей, но определение ее будет отличаться от уравнения (60) и сведется к нему только в предельном случае поля, изменяющегося бесконечно медленно. Данное определение, однако, вполне достаточно для выводов настоящего раздела.

Неподвижная точка Q , взятая в бесконечности, по определению имеет нулевой потенциал. Следовательно, работа, совершаемая при перемещении единичного заряда из точки P в бесконечность, равна разности потенциалов между точкой P и бесконечно удаленной точкой. В более общем случае работа, совершаемая при перемещении единичного заряда из точки P_1 в точку P_2 , равна падению потенциала между P_1 и P_2 . Если P_1 и P_2 бесконечно близки друг к другу, то эта работа может быть также выражена через $E_s \Delta s$, где E_s — напряженность электрического поля в направлении $P_1 P_2$. Получим уравнение

$$E_s \Delta s = -\Delta U,$$

где ΔU представляет приращение потенциала от точки P_1 до точки P_2 .

Поэтому E_s равна частной производной U с отрицательным знаком

$$E_s = -\lim_{\Delta s} \frac{\Delta U}{\Delta s} = -\frac{\partial U}{\partial s}. \quad (61)$$

Если напряженность электрического поля представляет собой векторную сумму нескольких напряженностей

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots,$$

то потенциал

$$U = \int E_{1,s} ds + \int E_{2,s} ds + \int E_{3,s} ds + \dots$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots,$$

является суммой скалярных функций. Векторная сумма, таким образом, может быть получена частным дифференцированием скалярной суммы. В этом и состоит упрощение

Для точечного заряда имеем

$$U = \int_r^\infty \frac{q dr}{4\pi\epsilon r^2} = -\left. \frac{q}{4\pi\epsilon r} \right|_r^\infty = \frac{q}{4\pi\epsilon r}. \quad (62)$$

Для диполя

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon r_2} = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon r_1 r_2}. \quad (63)$$

Из треугольников (рис. 4.13, б) следует

$$\begin{aligned} r_1 &= \left(r^2 - sr \cos \theta + \frac{1}{4} s^2 \right)^{1/2} = r \left(1 - \frac{s}{r} \cos \theta + \frac{s^2}{4r^2} \right)^{1/2}, \\ r_2 &= \left(r^2 + sr \cos \theta + \frac{1}{4} s^2 \right)^{1/2} = r \left(1 + \frac{s}{r} \cos \theta + \frac{s^2}{4r^2} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (64)$$

Согласно известной формуле биномиального ряда квадратный корень из $1+x$ равен $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$. Следовательно, пренебрегая второй и высшими степенями s/r , имеем

$$r_1 = r - \frac{1}{2} s \cos \theta, \quad r_2 = r + \frac{1}{2} s \cos \theta. \quad (65)$$

Подставляя в уравнение (63) и снова пренебрегая второй степенью s , получаем потенциал диполя

$$U = \frac{qs \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2}. \quad (66)$$

Беря частные производные в направлениях r и θ , получаем

$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{qs \cos \theta}{2\pi\epsilon r^3}, \quad E_\theta = -\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{qs \sin \theta}{4\pi\epsilon r^3}, \quad E_\varphi = 0. \quad (67)$$

Сравнивая E_r в уравнениях (59) и (67) с E_r в уравнении (54) находим, что R и Θ являются постоянными для точечного заряда, а для диполя

$$\Theta :: \cos \theta, \quad R :: \frac{1}{r}. \quad (68)$$

Заменяя Θ постоянной в уравнении (52) в случае точечного заряда, находим $k=0$. Подставляя это значение и заменяя R постоянной в уравнении (53) находим, что R должно равняться нулю, за исключением случая, когда γ равно нулю. Последний случай имеет место, когда $\omega=0$ или $j\omega = -g/\epsilon$. Следовательно, строго радиальное электрическое поле должно быть либо статическим, либо неустановившимся. В последнем случае временной коэффициент равен $e^{j\omega t} = e^{-gt/\epsilon}$. В идеальной диэлектрике радиальное поле может быть только статическим, как и следовало ожидать, исходя из закона сохранения энергии.

В проводящей среде точечный заряд будет постепенно растекаться в радиальных направлениях под действием сил, обусловленных законом Кулона. Подставляя значение Θ из уравнения (68) в уравнение (52), получаем в случае диполя

$$k = -2. \quad (69)$$

Это значение k определяется уравнением (58).

Сравнивая уравнения (54) и (67) и замечая, что в данном случае $g=0$, получаем

$$\Theta = \cos \theta, \quad R = -\frac{j\omega\epsilon r^2 E_r}{2\theta} = -\frac{j\omega qs}{4\pi r}. \quad (70)$$

В нестатическом режиме диполя электрический заряд должен передвигаться между двумя точками либо свободно, либо под

влиянием приложенного напряжения (рис. 4.13, *б*). Соответствующий ток равен

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = j\omega q, \quad q = \frac{I}{j\omega}. \quad (71)$$

Подставляя в уравнение (70), получаем

$$R = -\frac{Is}{4\pi r}, \quad \Theta = \cos \theta. \quad (72)$$

Из уравнения (48) имеем

$$H_{\varphi} = \frac{Is \sin \theta}{4\pi r^2}. \quad (73)$$

В случае нестатического режима функции R в уравнениях (72) и H_{φ} в уравнении (73) являются приближенными, так как точное значение R должно удовлетворять уравнению (53) и, следовательно, должно зависеть от γ .

Данные, которыми мы теперь располагаем, позволяют точно решить уравнение (53). Рассмотрим вначале приведенные выше приближенные уравнения для случая, когда проводимость среды не равна нулю. В дополнение к составляющей тока (уравнение 71), вызывающей электрическое смещение, будет существовать составляющая, обуславливающая ток проводимости. Соотношение между общей плотностью тока и напряженностью электрического поля выражается следующим образом:

$$J = (g + j\omega\epsilon)E. \quad (74)$$

Токи проводимости и смещения распределяются одинаково, и так как от обоих токов зависит напряженность магнитного поля, то уравнение (73) остается неизменным при условии, что I представляет собой полный ток, протекающий между концами диполя. Поэтому R в уравнении (72) остается без изменений. Тогда из уравнений (54) и (55) получаем

$$E_r = \frac{Is \cos \theta}{2\pi (g + j\omega\epsilon) r^3}, \quad E_{\theta} = \frac{Is \sin \theta}{4\pi (g + j\omega\epsilon) r^3}. \quad (75)$$

Было уже установлено, что в случае диполя $k = -2$. Следовательно, точное дифференциальное уравнение (53) имеет вид

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = \left(\gamma^2 + \frac{2}{r^2} \right) R. \quad (76)$$

При большом r вторым членом в скобках можно пренебречь, и решение принимает вид

$$R = Ae^{-\gamma r} + Be^{\gamma r}. \quad (77)$$

Так как действительная часть γ является положительной, то второй член стремится экспоненциально к бесконечности при бесконечном r . Для поля, возникающего в окрестности $r = 0$, B должно

быть равно нулю в соответствии с законом сохранения энергии. При стремлении r к нулю первый член в уравнении (77) стремится к A , и R должно также удовлетворять уравнению (72). Следовательно, точное решение должно содержать, по крайней мере, два члена — один, определяющий ближнее поле, и другой, определяющий дальнее поле.

Таким образом, можно предположить, что

$$R = -\frac{Is}{4\pi r} e^{-\gamma r} + A e^{-\gamma r}. \quad (78)$$

В первом члене участвует множитель $e^{-\gamma r}$, так как без него нельзя удовлетворить уравнению (76). Экспоненциальная функция должна присутствовать во всех членах с тем, чтобы ее можно было исключить. Дифференцируя дважды уравнение (78) и подставляя в уравнение (76), получим

$$A = -\frac{\gamma Is}{4\pi}. \quad (79)$$

Подставляя в уравнение (78), имеем

$$R = -\frac{\gamma Is}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r}. \quad (80)$$

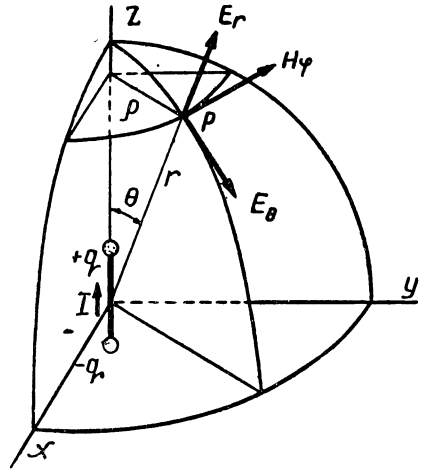


Рис. 4.15. Элемент электрического тока в начале координат и составляющие поля, вызванного им.

Пользуясь этим значением R в уравнениях (48), (54), (55), получим точное распределение поля бесконечно малого элемента электрического тока с моментом Is , расположенного в начале координат (рис. 4.15) и направленного вдоль оси Z :

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{j\omega\mu Is}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r} + \frac{1}{\gamma^2 r^2}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta, \\ H_\phi &= \frac{\gamma Is}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta, \\ E_r &= \frac{\rho Is}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (81)$$

В среде без потерь эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{j\rho Is}{2\lambda r} \left(1 - \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} - j\frac{\lambda}{2\pi r}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \text{ где } \beta = \frac{2\pi}{\lambda}, \\ H_\phi &= \frac{jIs}{2\lambda r} \left(1 - j\frac{\lambda}{2\pi r}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \\ E_r &= \frac{\rho Is}{2\pi r^2} \left(1 - j\frac{\lambda}{2\pi r}\right) e^{-j\beta r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (82)$$

Эту волну, возбуждаемую бесконечно малым элементом тока, называют основной волной в свободном пространстве. Она является основной в том смысле, что точно представляет волну, возбуждаемую малым элементом тока любой формы в точках, расстояния которых от элемента являются большими по сравнению с наибольшим размером элемента. Размеры и конфигурация элемента влияют на волны высших типов ($k = -6, -12, \dots$ в уравнении 58). Эти волны существенно влияют на поле вблизи элемента, но становятся незаметными на больших расстояниях, если только сам элемент не становится большим.

Любое данное распределение тока может быть разложено на бесконечно малые элементы тока, а волна, обусловленная этим распределением, может рассматриваться как результат наложения основных волн, распространяющихся в свободном пространстве, источники которых располагаются в различных точках и относительные амплитуды зависят от распределения тока. Этот метод анализа является удобным для исследования диаграмм излучения антенн и антенных систем. Однако для других задач, связанных с исследованием антенн, более удобным оказывается окружить все источники электромагнитных волн сферической поверхностью и описать волну вне этой сферы как результирующую некоторых волн относительно простого типа, возбуждаемых в центре сферы. Только одна из этих волн принадлежит к типу волн, которые могут быть возбуждены бесконечно малым элементом тока. Другие волны соответствуют решениям уравнений Максвелла при $k = -6, -12$ в уравнении (58). Силовые линии, описывающие некоторые из этих волн, будут показаны в разделе 4.17.

Уравнения Герца (82) в теории и практике антенн являются наиболее важными уравнениями.

4.14. Поле элемента электрического тока в дальней зоне в свободном пространстве

Волновое сопротивление свободного пространства равно приблизительно 377 или 120π ом. Подставляя это значение вместо r в уравнение (82) и приняв $r/\lambda \gg 1/2 \pi$, получаем

$$E_\theta = j \frac{60\pi I_s}{\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta, H_\varphi = j \frac{I_s}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin \theta, E_r = \frac{60I_s}{r^2} e^{-j\beta r} \cos \theta. \quad (83)$$

Отношение амплитуд радиальных и поперечных напряженностей электрического поля составляет

$$\frac{|E_r|}{|E_\theta|} = \frac{\lambda}{\pi r} \operatorname{ctg} \theta. \quad (84)$$

Таким образом, на больших расстояниях от источника поле яв-

ляется поперечным, за исключением случая непосредственной близости к оси элемента тока, где $\operatorname{ctg} \theta$ имеет большое значение. На небольшом расстоянии $r_1 = r \sin \theta$ от оси элемента, имеем:

$$E_\theta = j \frac{60 I_s \pi r_1}{r^2 \lambda} e^{-j\beta r}, \quad E_r = \frac{60 I_s}{r^2} e^{-j\beta r}. \quad (85)$$

Следовательно, E_θ меньше E_r только, когда $\pi r_1 < \lambda$.

4.15. Сравнение волн в свободном пространстве и основных волн у расходящихся проводов

Простейшим примером колебательного электрического диполя является генератор переменного тока со свободными зажимами, размеры которого весьма малы (по сравнению с λ). Под действием внутренней э. д. с. U^i будут происходить флуктуации небольших зарядов между зажимами в зависимости от емкости между ними. В непосредственной близости от генератора напряжение поля между зажимами равно по величине и противоположно по направлению внутренней э. д. с. генератора. Как видно из уравнений (82), это поле затухает очень быстро с увеличением расстояния от генератора до тех пор, пока это расстояние не станет сравнимо с λ . На больших расстояниях поле очень слабое и изменяется медленно обратно пропорционально расстоянию.

С другой стороны, если присоединить пару расходящихся проводов к зажимам генератора, то поле будет изменяться обратно пропорционально расстоянию, как в случае, описываемом уравнением (32) даже при небольших расстояниях от генератора. Уменьшение амплитуды напряженности поля в пределах первой волны не так велико, как в предыдущем случае. Таким образом, провода способствуют усилению удаленного поля при данном напряжении, развиваемом генератором.

4.16. Линии потока мощности

Энергия распространяется нормально к E и H (раздел 2.5). Следовательно, в любой волне ТЕМ поток энергии движется в направлении распространения волны. В частности, в сферической волне ТЕМ поток является радиальным. Из уравнений (32) и (2-37) определяем среднюю мощность, проходящую через единицу поверхности в бегущей волне ТЕМ между коаксиальными конусами,

$$W = \frac{1}{2} E_\theta H_\varphi^* = \frac{\rho U I^*}{8\pi^2 r^2 Z_c \sin^2 \theta} = \frac{\rho I I^*}{8\pi^2 r^2 \sin^2 \theta}. \quad (86)$$

Следовательно, мощность, проходящая между конической поверхностью $\theta = \theta_m$ и экваториальной плоскостью $\theta = \pi/2$, равна

$$P(\theta_m) = \int_0^{2\pi} \int_{\theta_m}^{\pi/2} W r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \\ = \frac{\rho I I^*}{4\pi} \int_{\theta_m}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin \theta} = \frac{\rho I I^*}{4\pi} \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_m. \quad (87)$$

Если поверхность верхнего конического проводника определяется величиной $\theta = \psi$, то поток мощности между проводником и экваториальной плоскостью составляет

$$P(\psi) = \frac{\rho I I^*}{4\pi} \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi. \quad (88)$$

Поэтому

$$P(\theta_m) = P(\psi) \frac{\ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \theta_m}{\ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi}. \quad (89)$$

Пользуясь этим уравнением, пространство между проводником и экваториальной плоскостью можно разделить на области равного потока мощности. На рис. 4.16 показаны пять таких областей, для которых

$$P(\theta_1) = \frac{1}{5} P(\psi), \quad P(\theta_2) - P(\theta_1) = \frac{1}{5} P(\psi). \quad (90)$$

Поток мощности стремится сконцентрироваться вблизи проводника.

В случае волны, возбуждаемой элементом электрического тока, распространяющейся в свободном пространстве, мгновенный поток мощности не является радиальным за исключением волн, находящихся на больших расстояниях от элемента тока. Некоторый поток мощности существует вдоль меридианов нормально к E_r и H_φ . Однако из уравнений (82) видно, что эти составляющие поля находятся в квадратуре, следовательно, в среднем поток мощности вдоль меридианов равен нулю. Таким образом, вектор среднего потока мощности направлен радиально. Поток мощности концентрируется вблизи экваториальной плоскости элемента тока (рис. 4.17). Для получения этого результата определяем комплексный радиальный поток мощности через единицу поверхности из уравнений (82)

$$\psi = \frac{1}{2} E H_\varphi^* = \frac{\rho I I^* s^2}{8\lambda^2 r^2} \left(1 - j \frac{\lambda^3}{8\pi^3 r^3} \right) \sin^2 \theta, \quad (91)$$

а затем средний поток мощности

$$W = \operatorname{re} \psi = \frac{\rho I I^* s^2}{8\lambda^2 r^2} \sin^2 \theta. \quad (92)$$

Поток мощности в конусе, определяемом при $\theta = \theta_m$, составляет

$$\begin{aligned} P(\theta_m) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_m} r^2 W \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \\ &= \frac{\pi \rho I I^* s^2}{6\lambda^2} \left(1 - \frac{3}{2} \cos \theta_m + \frac{1}{2} \cos^3 \theta_m \right). \end{aligned} \quad (93)$$

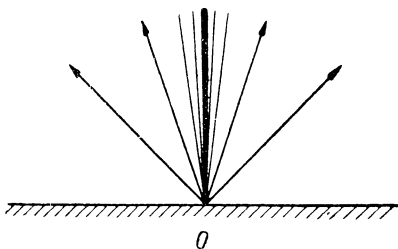


Рис. 4.16. Поток мощности для волны ТЕМ (между проводящей плоскостью и бесконечно длинным коническим проводником, перпендикулярным к плоскости) является радиальным. (Если конус тонкий, то большая часть потока находится вблизи конуса).

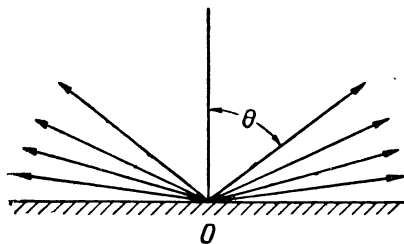


Рис. 4.17. Поток мощности от элемента тока, перпендикулярного к проводящей плоскости, является радиальным. (Большая часть потока расположена вблизи плоскости).

Поток мощности во всей верхней полусфере равен

$$P\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi \rho I I^* s^2}{6\lambda^2}. \quad (94)$$

Следовательно,

$$P(\theta_m) = P\left(\frac{1}{2}\pi\right) \left(1 - \frac{3}{2} \cos \theta_m + \frac{1}{2} \cos^3 \theta_m \right). \quad (95)$$

Давая отношению $P(\theta_m)/P(\pi/2)$ последовательно значения $1/5$, $2/5$, $3/5$ и $4/5$ и оценивая соответствующие углы, получим картину, изображенную на рис. 4.17.

Если конические проводники имеют конечную длину, то векторное поле среднего потока мощности усложняется. Из рассмотрения диаграмм потока мощности и уравнений поля очевидно, что волны ТЕМ между конусами не согласуются с волнами от элемента тока. Расчет поля в этом случае становится затрудненным и здесь не рассматривается. Расчеты показывают, что линии потока мощности, начинаясь у вершины, где, по предположению, находится источник мощности, располагаются вначале радиально по двум бесконечно длинным конусам, затем отходят от биконической антенны в сторо-

ну и образуют другое радиальное распределение. Если длина каждого плеча антенны не значительно отличается от четверти длины волны, то картина распределения потока мощности близка к распределению потока для элемента тока, изображенного на рис. 4.17. На рис. 4.18 и 4.19 показаны переходные области для двух антенн, плечи которых имеют длину в четверть длины волны. В первом

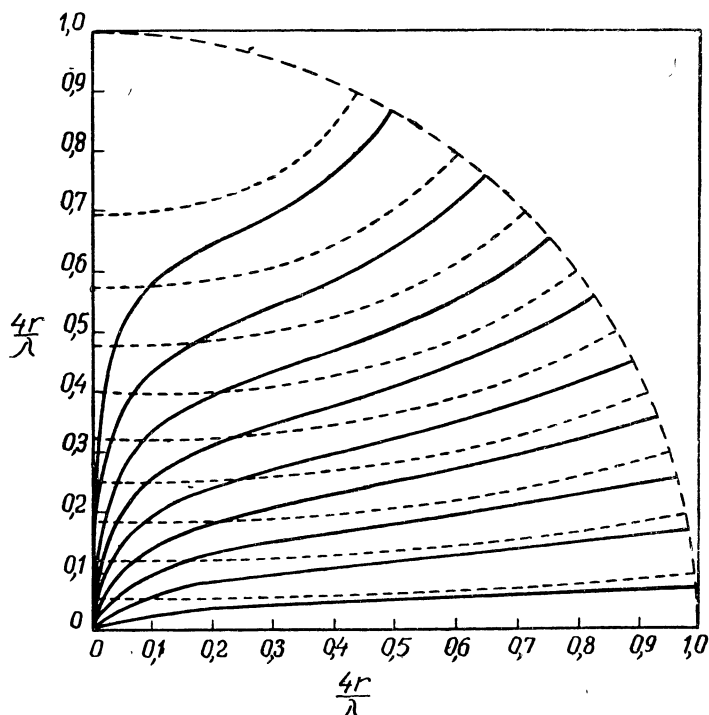


Рис. 4.18. Линии среднего потока мощности от полуволновой антенны в свободном пространстве или четвертьволновой антенны, перпендикулярной к проводящей плоскости.

Сплошные линии даны для случая $l/a = \lambda/4a = 74$ Пунктирные линии даны для $a = 0$

случае отношение длины l плеча антенны к максимальному радиусу a равно 74. Во втором случае $l/a = 11\,000$. Таким образом, по мере уменьшения радиуса антенны линии потока мощности, прежде чем изменить свое направление, стремятся в большей степени охватить антенны. На рисунках пунктирные линии представляют линии потока мощности для бесконечно тонкой антенны. Кажется, что они выходят из антенны, а не из источника мощности, расположенного в ее вершине. В действительности линии выходят из источника колебаний, но они все сконцентрированы в окружающем бесконечно тонкую антенну цилиндре бесконечно малого радиуса.

Необходимо также заметить, что в случае бесконечно тонкой антенны с конечным значением тока, запасенная энергия также бес-

конечна и распределена в бесконечно тонком слое, окружающем антенну. Из этого слоя энергия распространяется под прямыми углами к антенне. Однако требуется бесконечно большое время для установления стационарного режима.

Практически для любой антенны независимо от того, насколько она тонка, время установления выражается несколькими периодами.

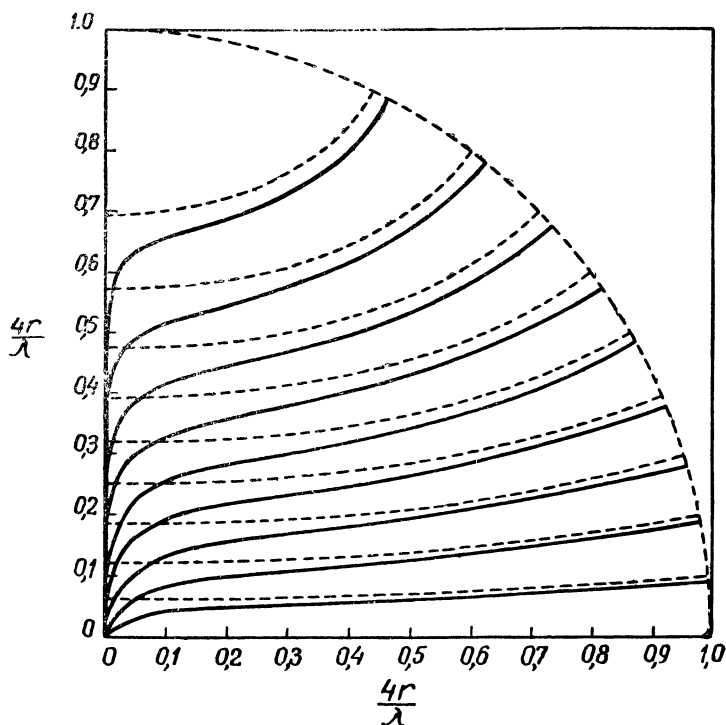


Рис. 4.19. Линии среднего потока мощности от полуволновой антенны в свободном пространстве или четвертьволновой антенны, перпендикулярной проводящей плоскости.

Сплошные линии даны для случая $l/a = \lambda/4a = 11\,000$ Пунктирные линии — для $a = 0$

Расположение линий потока мощности в этом случае значительно отличается от предельного случая (непосредственная близость к антенне и большие расстояния от антенны).

Антенна с конечной проводимостью поглощает и рассеивает тепловую энергию. Некоторые линии потока мощности, расположенные очень близко к антенне, оканчиваются на антенне и представляют, таким образом, поток мощности, входящий в антенну.

Принятый на рис. 4.18 и 4.19 масштаб не позволяет показать эти линии, так как они располагаются очень близко от антенны.

4.17. Электрические силовые линии

Электрические силовые линии, по определению, являются касательными к вектору напряженности электрического поля. Следовательно, элемент длины ds вдоль силовой линии совпадает по направлению с вектором E (рис. 4.20), а составляющие ds по координатным осям должны быть пропорциональны составляющим E . В сферических координатах имеем

$$\frac{dr}{E_r} = \frac{rd\theta}{E_\theta} = \frac{r \sin \theta d\varphi}{E_\varphi}. \quad (96)$$

Для полей с круговой симметрией, в которых электрические силовые линии лежат в аксиальных плоскостях, уравнение (96) принимает вид

$$\frac{dr}{E_r} = \frac{rd\theta}{E_\theta}. \quad (97)$$

Рис. 4.20. Дифференциалы dr , $rd\theta$ вдоль касательной к электрической силовой линии пропорциональны составляющим E_r , E_θ напряженности электрического поля.

Для статического режима диполя E_r и E_θ определяются уравнениями (67),

а силовые линии определяются выражением

$$\frac{dr}{r} = \frac{2 \cos \theta d\theta}{\sin \theta}. \quad (98)$$

Интегрируя, получаем

$$\ln r = 2 \ln \sin \theta + C, \quad (99)$$

где C — постоянная интегрирования. Для точки в экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$, и соответствующее значение r_0 величины r может быть найдено из выражения

$$\ln r_0 = C.$$

Это значение может быть использовано как новая постоянная интегрирования. Подставляя в уравнение (99) и, взяв антилогарифмы, получаем

$$\frac{r}{r_0} = \sin^2 \theta, \quad \sin \theta = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1/2}. \quad (100)$$

Так как $\sin \theta$ никогда не становится больше единицы, то r никогда не будет больше r_0 , и силовые линии имеют вид, показанный на рис. 4.21. Все силовые линии начинаются у положительного заряда и возвращаются к отрицательному. Линии проходят через все пространство.

Для электрического диполя переменного тока уравнение (97) сохраняет свой вид, но знаменатели будут функциями времени. Уравнение для электрических силовых линий принимает вид

$$\frac{dr}{\tilde{E}_r} = \frac{rd\theta}{\tilde{E}_\theta}, \quad (101)$$

где $\tilde{E}_r$ и $\tilde{E}_\theta$ представляют напряженности поля в некоторый определенный момент.

Из уравнений (54) и (55) для среды без потерь имеем

$$\tilde{E}_r = \operatorname{re} \frac{kR\Theta e^{j\omega t}}{j\omega\epsilon r^2}, \quad \tilde{E}_\theta = -\operatorname{re} \frac{1}{j\omega\epsilon r} \frac{dR}{dr} \frac{d\Theta}{d\theta} e^{j\omega t}. \quad (102)$$

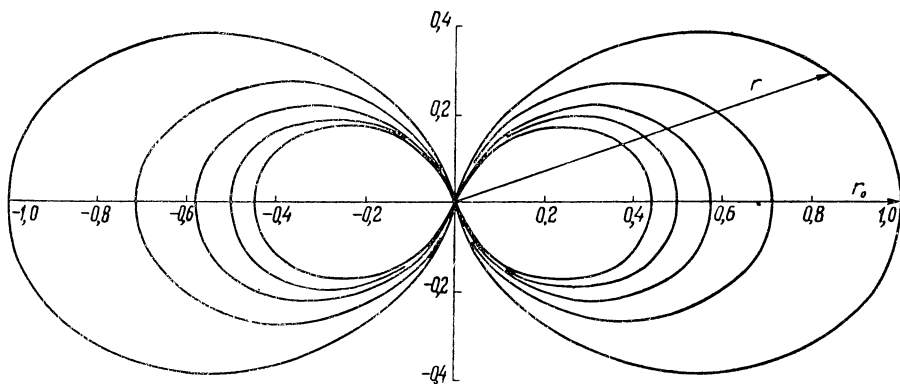


Рис. 4.21. Электрические силовые линии, окружающие статический бесконечно малый вибратор, расположенный на вертикальной оси в начале координат.

В случаях, представляющих особый интерес, Θ и k являются действительными величинами, а R — комплексной величиной. Приняв

$$R = R_r + jR_i, \quad (103)$$

из уравнений (102) получаем

$$\tilde{E}_r = \frac{k\Theta}{\omega\epsilon r^2} (R_r \sin \omega t + R_i \cos \omega t), \quad (104)$$

$$\tilde{E}_\theta = -\frac{1}{\omega\epsilon r} \frac{d\Theta}{d\theta} \left(\frac{dR_r}{dr} \sin \omega t + \frac{dR_i}{dr} \cos \omega t \right).$$

Подставляя в уравнение (101) и интегрируя, получим уравнение для электрических силовых линий. Таким образом,

$$R_r \sin \omega t + R_i \cos \omega t = C e^{\left[-k \int \frac{\Theta d\theta}{d\Theta/d\theta} \right]}. \quad (105)$$

Для элемента электрического тока, характеризуемого $\Theta = \cos \theta$ и $k = -2$, функция R задана уравнением (80). Предполагая, что среда не имеет потерь, примем $\gamma = j\beta$. Постоянный коэффициент

не влияет на конфигурацию силовых линий и может быть опущен. Таким образом,

$$R = \left(\cos \beta r - \frac{\sin \beta r}{\beta r} \right) - j \left(\sin \beta r + \frac{\cos \beta r}{\beta r} \right). \quad (106)$$

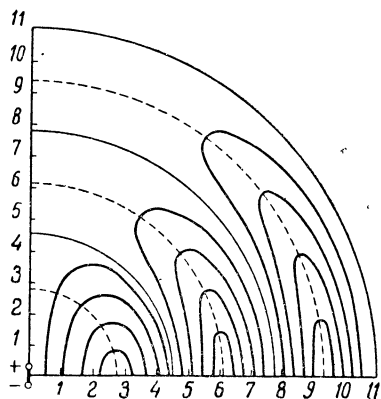


Рис. 4.22. Электрические силовые линии, окружающие элемент электрического тока или диполь в момент полного разряда.

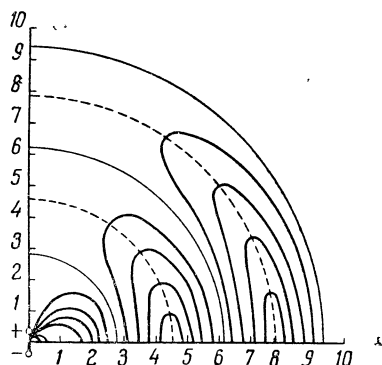


Рис. 4.23. Электрические силовые линии через четверть периода.

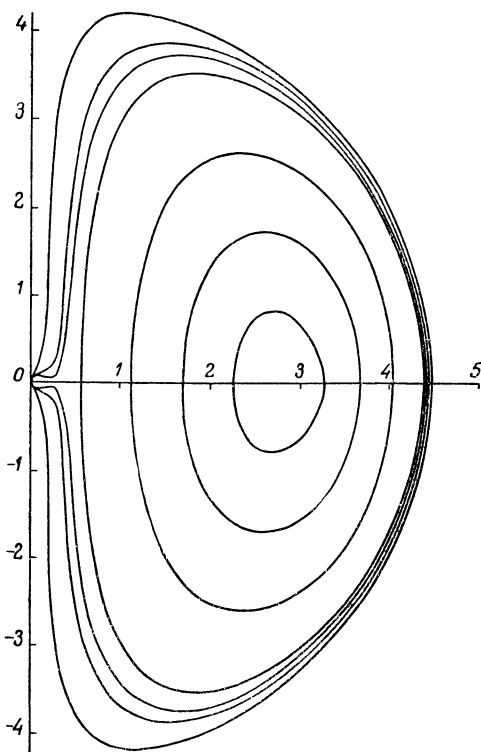


Рис. 4.24. Электрические силовые линии непосредственно перед полным разрядом.

Подставляя в уравнение (105) и вводя радиальную координату r_0 точки в экваториальной плоскости вместо C , получаем

$$\sin^2 \theta = \frac{\left(\cos \beta r_0 - \frac{\sin \beta r_0}{\beta r_0} \right) \sin \omega t - \left(\sin \beta r_0 + \frac{\cos \beta r_0}{\beta r_0} \right) \cos \omega t}{\left(\cos \beta r - \frac{\sin \beta r}{\beta r} \right) \sin \omega t - \left(\sin \beta r + \frac{\cos \beta r}{\beta r} \right) \cos \omega t}. \quad (107)$$

Придавая t разные значения, можно построить электрические силовые линии для различных фаз колебаний. На рис. 4.22 эти линии

показаны в момент, когда диполь полностью разряжен, так что силовые линии не связаны с источником (показан только верхний правый квадрант). Через четверть периода линии принимают форму, показанную на рис. 4.23. Новое семейство линий выходит из диполя и выталкивает замкнутые линии наружу. Рис. 4.24 изображает кар-

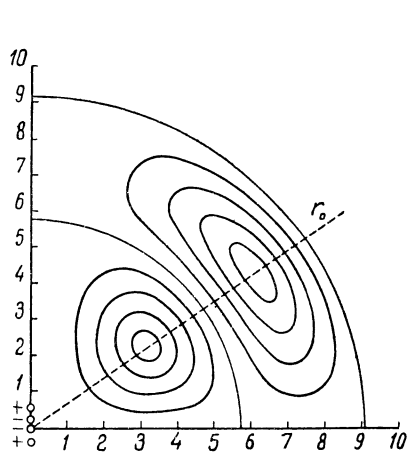


Рис. 4.25. Электрические силовые линии для волны, генерируемой трехполюсной антенной $(+1, -2, +1)$, в момент полного разряда.

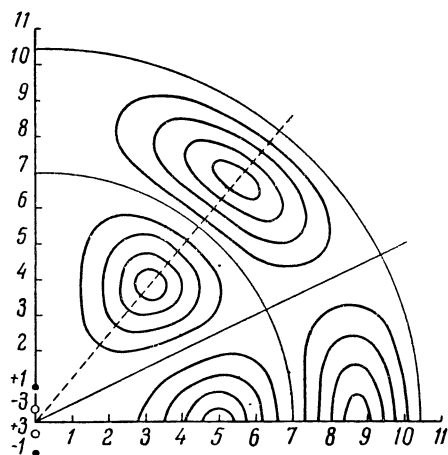


Рис. 4.26. Электрические силовые линии для волны, генерируемой четырехполюсной антенной $(+1, -3, +3, -1)$, в момент полного разряда.

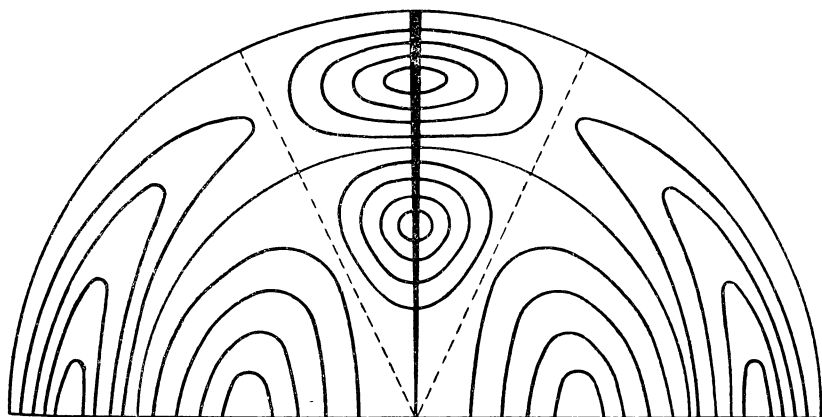


Рис. 4.27. Изменение поля, показанного на рис. 4.22, вызванное проводящим конусом.

тину, происходящую незадолго до того момента, как диполь становится нейтральным. На нем показана одна линия перед раздвоением — большой свободный овал и маленький стягивающийся овал. Замкнутые линии уносят некоторую энергию. Энергия, связанная со стягивающейся линией, возвращается к диполю.

В случае двух противоположно направленных элементов тока электрические силовые линии в момент полного разряда будут иметь вид, показанный на рис. 4.25. Для трех находящихся в соответствующем соотношении элементов тока линии будут иметь вид, показанный на рис. 4.26.

В случае двух коаксиальных конусов может иметь место волна типа ТЕМ, для которой в свободном пространстве нет аналогичной. В дополнение к этому основному типу для указанных конусов могут иметь место высшие типы волн, которым соответствуют аналогичные волны в свободном пространстве. Электрические силовые линии должны быть нормальны к проводникам и оканчиваться на их поверхности. На рис. 4.27 показан тип волны, возбуждаемой элементом электрического тока. Высшие типы волн имеют очень важное значение в современной теории антенн.

Существует много математических способов описания электрических полей. Применение того или иного из них зависит от конкретной задачи. Если известно распределение тока, то ток можно разбить на элементы, а затем определить общее поле, интегрируя поле отдельных элементов. На практике обычно задается не распределение тока, а напряжение на зажимах генератора. Это значительно усложняет решение, за исключением некоторых случаев, когда относительно простыми являются приближенные решения. В этих случаях имеются некоторые вопросы, на которые можно дать исчерпывающий ответ только при глубоком анализе.

4.18. Теория зеркальных изображений

В экваториальной плоскости элемента электрического тока напряженность электрического поля, нормальная к элементу, равна нулю (см. уравнения 82). Следовательно, идеально проводящий экран в этой плоскости поля не возмущает. Пусть элемент тока разрезан пополам. Напряжение, приложенное к элементу, разделится пополам. Если проводящий экран является бесконечным, то он разделит пространство на две электрически независимые области. Для доказательства этого вспомним, что вектор Умова — Пойнтинга нормален к вектору электрического поля и поэтому касателен к поверхности идеального проводника.

Следовательно, через идеально проводящую поверхность энергия никогда пройти не может. Поэтому в приведенном выше случае можно удалить нижнюю половину элемента тока, не изменяя поля верхней половины, и получить поле элемента тока непосредственно под идеально проводящей плоскостью.

В более общем случае определения электромагнитного поля, обусловленного данной системой источников в присутствии идеально проводящей плоскости, на первоначальное поле в свободном пространстве данной системы источников налагается другое поле, обусловленное соответствующей системой зеркальных изображений. Из соображений симметрии всегда можно выбрать зеркальные источники таким образом, что напряженность электрического поля,

касательная к плоскости, была бы равна нулю. Тогда можно повторить предыдущие рассуждения и получить требуемое поле. Например, составляющие E , перпендикулярные и параллельные элементу тока, равны соответственно

$$E_\rho = E_r \sin \theta + E_\theta \cos \theta, \quad E_z = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta. \quad (108)$$

Из этих уравнений и из уравнений (82) находим, что в двух точках (r, θ) и $(r, \pi - \theta)$ на одном и том же перпендикуляре к экваториальной плоскости и на равных расстояниях над и под плоскостью

$$E_\rho(r, \theta) = -E_\rho(r, \pi - \theta), \quad E_z(r, \theta) = E_z(r, \pi - \theta). \quad (109)$$

Поэтому изображение вертикального элемента тока (рис. 4.28) имеет тот же момент, что и сам источник, а изображение горизонтального элемента имеет сдвиг фазы на 180° относительно источника.

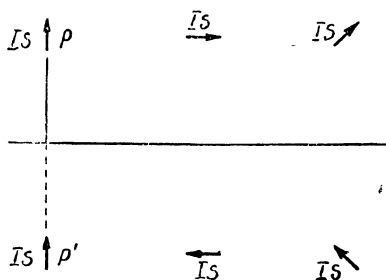


Рис. 4.28. Элементы тока над проводящей плоскостью и их зеркальные изображения.

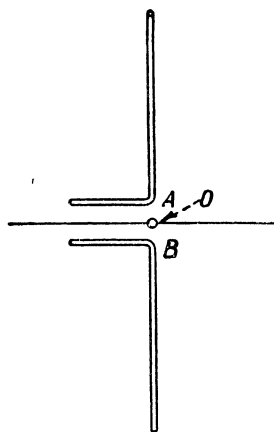


Рис. 4.29. Вертикальная антенна над идеальной землей и ее зеркальное изображение.

Эти два правила достаточны для всех случаев, так как любой элемент тока может быть представлен в виде комбинации вертикального и горизонтального элементов. Во всех случаях суммарное поле, обусловленное источником и изображением, представляет поле источника над идеально проводящей плоскостью. Под нею поле исчезает (считая, конечно, что под плоскостью нет реальных источников).

Из приведенных выше соображений заключаем, что введение идеально проводящей плоскости между зажимами перпендикулярно к антенне с симметричным питанием не окажет влияния на возбуждаемое ею поле (рис. 4.29). Напряжение между центром O и верхним зажимом в этом случае равно половине напряжения между A и B . Следовательно, сопротивление вертикальной антенны над идеальной землей равно половине сопротивления соответствующей антенны в свободном пространстве, образованной действительной антенной и ее изображением.

4.19. Задачи

4.2.1. Написать уравнения Максвелла в прямоугольных координатах.

О т в е т.

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -j\omega\mu H_x, \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = (g + j\omega\epsilon) E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -j\omega\mu H_y, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = (g + j\omega\epsilon) E_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -j\omega\mu H_z, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = (g + j\omega\epsilon) E_z.\end{aligned}$$

4.2.2. Написать уравнения Максвелла в цилиндрических координатах (ρ , φ , z).

О т в е т.

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \rho \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} &= -j\omega\mu\rho H_\rho, \quad \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \rho \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = (g + j\omega\epsilon) \rho E_\rho, \\ \frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} &= -j\omega\mu H_\varphi, \quad \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = (g + j\omega\epsilon) E_\varphi, \\ \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho E_\varphi) - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} &= -j\omega\mu\rho H_z, \quad \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho H_\varphi) - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} = (g + j\omega\epsilon) \rho E_z.\end{aligned}$$

4.2.3. На основании уравнений задачи 4.2.1. показать, что если g , ϵ , μ не зависят от x , y , z , то

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0.$$

4.2.4. Уравнения Максвелла для изменяющихся произвольно со временем полей получаются при замене $j\omega$ на $\partial/\partial t$. Показать, что в переходном режиме

$$\frac{\partial \mu H_x}{\partial x} + \frac{\partial \mu H_y}{\partial y} + \frac{\partial \mu H_z}{\partial z} = f(x, y, z),$$

где $f(x, y, z)$ является произвольной функцией интегрирования. Эта функция пропорциональна плотности магнитного заряда и должна быть равна нулю для действительных магнитных полей. Но этот вывод нельзя сделать на основании уравнений Максвелла.

4.2.5. Показать, что в переходном режиме

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = f(x, y, z) e^{-(g/\epsilon)t},$$

при условии, что g и ϵ не зависят от x , y , z . При этом, если $g=0$, то правая часть уравнения от времени не зависит.

4.2.6. Пользуясь уравнениями Максвелла и считая g , ϵ , μ постоянными, получить выражения

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho H_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= f_1(\rho, \varphi, z), \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho E_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} &= f_2(\rho, \varphi, z) e^{-(g/\epsilon)t}.\end{aligned}$$

f_1 и f_2 не зависят от времени и равняются нулю для простых гармонических полей.

4.2.7. Пользуясь уравнениями Максвелла и считая g , ϵ , μ постоянными, получить выражения

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 H_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} = f_1(r, \theta, \varphi),$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} = f_2(r, \theta, \varphi) e^{-(g/\epsilon)t}.$$

(см. объяснения в предыдущей задаче).

4.4.1. Показать, что вывод, данный в разделе 4.4, основан на предположении, что $g + j\omega\epsilon$ не равно нулю, и что, следовательно, он не применим к статическим полям идеальных диэлектриков.

4.4.2. Какие выводы можно сделать из уравнений (6), (7), (8) при $g = \omega = 0$?

О т в е т.

$$H_\varphi = \frac{A}{r} \sin \theta, \quad E_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad E_\theta = \frac{\partial U}{r \partial \theta},$$

где A — постоянная, U — дифференцируемая функция r и θ .

4.4.3. Пользуясь ответами к задачам 4.2.7 и 4.4.2, мы получаем следующее выражение для U :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = f_2(r, \theta).$$

Принять $f_2(r, \theta) = 0$ и найти частное решение, независимое от θ . Какова величина соответствующей напряженности электрического поля?

О т в е т.

$$U = \frac{A}{r} + B; \quad E_r = -\frac{A}{r^2}; \quad E_\theta = 0.$$

4.5.1. Определить E_r для больших значений r .

О т в е т.

$$E_r = \frac{1}{(g + j\omega\epsilon)r^2} \left[\left(A \operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) e^{-\gamma r} + \left(B \operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial B}{\partial \theta} \right) e^{\gamma r} \right].$$

4.5.2. На основании уравнений (5) получить приближенные уравнения в предположении большого значения r .

4.9.1. Объяснить, почему применение 300-омной коаксиальной линии является нерациональным, а применение 300-омной линии из параллельной пары проводов — рациональным.

4.11.1. Рассмотреть решетку, образованную четырьмя проводами диаметром d , расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга на цилиндре диаметром $20d$. Каков эффективный диаметр решетки?

О т в е т: $13,4d$.

4.12.1. При $g = 0$ выражение в правой части уравнения (51) равно $-(2\pi r/\lambda)^2$. Это выражение стремится к нулю, когда r стремится к нулю или когда λ неограниченно увеличивается. Отсюда функция R , обуславливающая изменение поля в радиальных направлениях, приблизительно не зависит от частоты на расстояниях, для которых $(2\pi r/\lambda)^2 \ll k$. Найти эти приближенные решения.

О т в е т:

$$R = Ar^{\nu_1} + Br^{\nu_2},$$

где ν_1, ν_2 — корни уравнения $\nu^2 - \nu + k = 0$.

4.12.2. В соответствии с уравнением (54) функция R пропорциональна $r^2 E_r$. Электростатическое поле точечного заряда в свободном пространстве пропорционально $1/r^2$, для диполя оно изменяется пропорционально $1/r^3$. В общем случае электрические заряды противоположных знаков могут быть распределены

таким образом, что поле будет изменяться пропорционально $1/r^m$, где m — целое число, большее единицы. Соответствующая функция R выразится тогда через r^{-n} , где n — положительное целое число, включая нуль. Показать, что эти соображения ограничивают величину k значениями, определяемыми равенством $k = -n(n+1)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, и что общим приближенным решением для R является $A r^{-n} + B r^{n+1}$. Решение данной задачи является выводом условия (58) другим способом.

4.13.1. Пусть начало отсчета времени выбрано так, что ток в данном элементе равен $I = I_a e^{j\omega t}$. Показать, что амплитуды и фазы различных напряженностей поля, создаваемых элементом, составляют

$$\text{Амплитуда } (E_\theta) = \frac{\rho I_a ds}{2\lambda r} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 r^2} + \frac{1}{\beta^4 r^4}\right)^{1/2} \sin \theta,$$

$$\text{Фаза } (E_\theta) = \omega t - \beta r + \arctg \left(\beta r - \frac{1}{\beta r} \right),$$

$$\text{Амплитуда } (H_\varphi) = \frac{I_a ds}{2\lambda r} \left(1 + \frac{1}{\beta^2 r^2}\right)^{1/2} \sin \theta,$$

$$\text{Фаза } (H_\varphi) = \omega t - \beta r + \arctg \beta r,$$

$$\text{Амплитуда } (E_r) = \frac{\rho I_a ds}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{\beta^2 r^2}\right)^{1/2} \cos \theta,$$

$$\text{Фаза } (E_r) = \omega t - \beta r - \arctg \frac{1}{\beta r}, \text{ где значения арктангенсов лежат в пределах } -\pi/2 \text{ и } \pi/2.$$

4.13.2. Приняв, что мгновенное значение тока составляет $\tilde{I} = I_a \cos \omega t$, показать, что

$$\tilde{E}_r = \frac{60 I_a ds}{r^2} \left[\left(\cos \beta r - \frac{\sin \beta r}{\beta r} \right) \cos \omega t + \left(\frac{\cos \beta r}{\beta r} + \sin \beta r \right) \sin \omega t \right] \cos \theta,$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_\theta = \frac{60 \pi I_a ds}{\lambda r} & \left[\left(\sin \beta r + \frac{\cos \beta r}{\beta r} - \frac{\sin \beta r}{\beta^2 r^2} \right) \cos \omega t + \right. \\ & \left. + \left(-\cos \beta r + \frac{\sin \beta r}{\beta r} + \frac{\cos \beta r}{\beta^2 r^2} \right) \sin \omega t \right] \sin \theta, \end{aligned}$$

$$\tilde{H}_\varphi = \frac{I_a ds}{2\lambda r} \left[\left(\frac{\cos \beta r}{\beta r} + \sin \beta r \right) \cos \omega t + \left(\frac{\sin \beta r}{\beta r} - \cos \beta r \right) \sin \omega t \right] \sin \theta.$$

4.13.3. Показать, что если r существенно больше $\lambda/2\pi$, то

$$\tilde{E}_\theta \simeq \frac{60 \pi I_a ds}{\lambda r} \sin(\beta r - \omega t) \sin \theta, \quad \tilde{H}_\varphi = \frac{\tilde{E}_\theta}{120\pi};$$

$$\tilde{E}_r \simeq \frac{60 I_a ds}{r^2} \cos(\beta r - \omega t) \cos \theta.$$

4.13.4. Заметив, что $\beta = \omega/v$, где $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, и $j\omega = \partial/\partial t$, написать уравнения (82) для общего случая, в котором $I(t)$ — произвольная функция времени. Общность результата не изменится, если принять $I(t) = 0$, $t < 0$. Пусть

$$\int_0^t I(t) dt = q(t).$$

О т в е т.

$$E_{\theta} = \left[\frac{sq [t - (r/v)]}{4\pi\epsilon r^3} + \frac{\rho s I [t - (r/v)]}{4\pi r^2} + \frac{\rho s I' [t - (r/v)]}{4\pi v r} \right] \sin \theta,$$

$$H_{\varphi} = \left[\frac{s I [t - (r/v)]}{4\pi r^2} + \frac{s I' [t - (r/v)]}{4\pi v r} \right] \sin \theta,$$

$$E_r = \left[\frac{sq [t - (r/v)]}{2\pi\epsilon r^3} + \frac{\rho s I [t - (r/v)]}{2\pi r^2} \right] \cos \theta.$$

4.13.5. Показать, что если $q(t)$ дифференцируемо любое число раз при $t > 0$, то напряженность электрического поля вдоль оси $\theta = 0$ при $t > r/v$ может быть выражена следующим образом:

$$E_r = \frac{sq(t)}{2\pi\epsilon r^3} - \frac{\mu s I'(t)}{4\pi r} + \frac{\rho s}{6\pi} v^{-2} I''(t) + \dots$$

4.13.6. Рассмотреть элемент тока и принять $q(t) = a \sin(2\pi t/T)$ при $0 \leq t \leq T$. В другие моменты времени $q(t) = 0$. Определить поле.

О т в е т. Если $t > T$, то поле существует только между двумя концентрическими сферами с радиусами vt и $v(t - T)$. Напряженности поля равны

$$E_{\theta} = \frac{as}{4\pi r} \left[\frac{1}{\epsilon r^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) + \frac{2\pi\rho}{Tr} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) - \right. \\ \left. - \frac{4\pi^2\rho}{T^2v} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \right] \sin \theta,$$

$$H_{\varphi} = \frac{as}{4\pi r} \left[\frac{2\pi}{Tr} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) - \frac{4\pi^2}{T^2v} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \right] \sin \theta,$$

$$E_r = \frac{as}{2\pi r^2} \left[\frac{1}{\epsilon r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) + \frac{2\pi\rho}{T} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \right] \cos \theta.$$

4.13.7. Показать, что энергия, проходящая через сферу радиусом r , в центре которой помещен элемент тока в интервале времени $(r/v, t)$, составляет

$$\mathcal{E} = \frac{1}{6\pi} s^2 \left\{ \frac{1}{2\epsilon r^3} \left[q \left(t - \frac{r}{v} \right) \right]^2 + \frac{\rho}{r^2} q \left(t - \frac{r}{v} \right) I \left(t - \frac{r}{v} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\mu}{r} \left[I \left(t - \frac{r}{v} \right) \right]^2 + \frac{\rho}{v^2} \int_0^{t-r/v} [I(t)]^2 dt \right\} - \\ - \frac{1}{6\pi} s^2 \left\{ \frac{1}{2\epsilon r^3} [q(0)]^2 + \frac{\rho}{r^2} q(0) I(0) + \frac{\mu}{r} [I(0)]^2 \right\}.$$

При этом, если $q(t - r/v) = q(0)$, $I(t - r/v) = I(0)$, то энергия, прошедшая через сферу, составляет

$$\mathcal{E} = \frac{\rho}{6\pi v^2} s^2 \int_0^{t-r/v} [I(t)]^2 dt,$$

т. е. это количество энергии потеряно источником. Скорость убывания энергии при излучении составляет

$$P_{изл} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{\rho s^2}{6\pi v^2} \left[\frac{dI(t)}{dt} \right]^2.$$

4.13.8. Для среды без потерь уравнения Максвелла остаются неизменными, если j заменить на $-j$ и E на $-E$. Воспользоваться этой заменой и получить

решение для сферической волны, подобной волне, определяемой уравнениями (82), но сходящейся в начале координат.

О т в е т.

$$E_{\theta} = \frac{j\rho A}{2\lambda r} \left(1 - \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} + j \frac{\lambda}{2\pi r} \right) e^{j\beta r} \sin \theta,$$

$$H_{\varphi} = - \frac{jA}{2\lambda r} \left(1 + j \frac{\lambda}{2\pi r} \right) e^{j\beta r} \sin \theta,$$

$$E_r = - \frac{\rho A}{2\pi r^2} \left(1 + j \frac{\lambda}{2\pi r} \right) e^{j\beta r} \cos \theta.$$

4.13.9. Пусть элемент тока с моментом Is находится в центре идеально проводящей сферы. Радиус a сферы велик по сравнению с λ . Определить поле.

О т в е т.

$$E_{\theta} = \frac{j\rho Is}{2\lambda r \sin \beta a} \left[\left(1 - \frac{1}{\beta^2 r^2} \right) \sin \beta (a - r) - \frac{\cos \beta (a - r)}{\beta r} \right] \sin \theta,$$

$$H_{\varphi} = \frac{Is}{2\lambda r \sin \beta a} \left[\cos \beta (a - r) + \frac{\sin \beta (a - r)}{\beta r} \right] \sin \theta,$$

$$E_r = - \frac{j\rho Is}{2\pi r^2 \sin \beta a} \left[\cos \beta (a - r) + \frac{\sin \beta (a - r)}{\beta r} \right] \cos \theta.$$

4.13.10. Рассматривая Is в уравнениях (82) как произвольную постоянную интегрирования, показать, что при $Is = -A$, где A — постоянная в ответе к задаче 4.13.8, суммарное поле является конечным при $r = 0$ и составляет

$$E_{\theta} = - \frac{\rho A}{\lambda r} \left[\frac{\cos \beta r}{\beta r} + \left(1 - \frac{1}{\beta^2 r^2} \right) \sin \beta r \right] \sin \theta,$$

$$H_{\varphi} = j \frac{A}{\lambda r} \left(\frac{\sin \beta r}{\beta r} - \cos \beta r \right) \sin \theta,$$

$$E_r = \frac{\rho A}{\pi r^2} \left(\frac{\sin \beta r}{\beta r} - \cos \beta r \right) \cos \theta.$$

При этом при r , стремящемся к нулю, H_{φ} также стремится к нулю. Следовательно, в точке $r = 0$ нет элемента тока. Этот тип поля характеризует собственные колебания в идеально проводящей сфере; частота колебаний определяется выражением

$$\frac{\sin \beta a}{\beta a} + \left(1 - \frac{1}{\beta^2 a^2} \right) \cos \beta a = 0. \quad \beta a = \omega (\mu\epsilon)^{1/2} a,$$

так что $\omega = (\beta a) (\mu\epsilon)^{-1/2} / a$. Соответствующая длина волны $\lambda = 2\pi a / \beta a$.

4.13.11. Рассмотреть две большие концентрические сферы, одну радиуса a и другую радиуса $a - \frac{1}{4}\lambda$. Пусть первая сфера является идеальным проводником, а вторая представляет собой очень тонкий экран с поверхностным сопротивлением, равным R . Определить поле в установившемся режиме элемента тока с моментом Is , расположенного в центре сферы. Решить задачу вначале для случая $R = \rho$.

О т в е т. Если $R = \rho$, то поле во внутренней сфере определяется уравнениями (82). Между сферой, обладающей активным сопротивлением и идеально проводящей сферой имеем

$$rE_{\theta} = j\rho B \sin \beta (a - r) \sin \theta, \quad rH_{\varphi} = B \cos \beta (a - r) \sin \theta,$$

где $B = (jIs/2\lambda) e^{-j\beta a}$. Это случай идеального поглощения волны поглощающим экраном. Мощность, поглощенная единицей поверхности, равна $\frac{1}{2} \rho H_\varphi H_\varphi^*$, где H_φ — напряженность магнитного поля внутри поглощающего экрана, равная линейной плотности тока I в экране.

Если $R \neq \rho$, то поле между сферами определяется вышеприведенным выражением, где

$$B = \frac{Is}{2\lambda} \left[\sin \beta a - \frac{j\rho}{R} \cos \beta a \right]^{-1}.$$

Внутри сферы, обладающей активным сопротивлением, поле определяется суммой уравнений (82) и выражениями для поля, приведенными в задаче 4.13.10 при

$$A = j\lambda e^{-j\beta a} \left(1 - \frac{\rho}{R} \right) B.$$

4.14.1. Рассмотреть трубку тока вдоль оси z , расположенную между $z = -\lambda/4$ и $z = \lambda/4$, приняв ток в различных точках равным $I(z) = I_0 \cos \beta z$. Определить поле в волновой зоне в экваториальной плоскости.

О т в е т.

$$E_\theta = \frac{60I_0}{r} j e^{-j\beta r}.$$

4.14.2.* Разложить в степенные ряды уравнения (82) для поля элемента тока.

О т в е т.

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{j\rho Is}{2\lambda r} \left(-\frac{1}{\beta^2 r^2} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} j\beta r - \frac{3}{8} \beta^2 r^2 + \frac{2}{15} j\beta^3 r^3 + \dots \right) \sin \theta, \\ H_\varphi &= \frac{jIs}{2\lambda r} \left(\frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{2} j\beta r - \frac{1}{3} \beta^2 r^2 + \frac{1}{8} j\beta^3 r^3 + \frac{1}{30} \beta^4 r^4 + \dots \right) \sin \theta, \\ E_r &= \frac{\rho Is}{2\pi r^2} \left(\frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{2} j\beta r - \frac{1}{3} \beta^2 r^2 + \frac{1}{8} \beta^3 r^3 + \frac{1}{30} \beta^4 r^4 + \dots \right) \cos \theta. \end{aligned}$$

4.14.3. Определить первые два члена E_z и E_ρ в фазе с I .

О т в е т.

$$\begin{aligned} E'_z &= -\frac{2\pi\rho Is}{3\lambda^2} + \frac{\pi\rho Is}{10\lambda^2} \beta^2 r^2 - \frac{\pi\rho Is}{30\lambda^2} \beta^2 r^2 \cos 2\theta, \\ E'_\rho &= 0 + 0 - \frac{\pi\rho Is}{30\lambda^2} \beta^2 r^2 \sin 2\theta. \end{aligned}$$

Заметим, что поле элемента противодействует току.

НАПРАВЛЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

5.1. Основная формула

Основная задача расчета антенн состоит в определении поля в волновой зоне или поля излучения по заданному распределению тока. Для решения этой задачи основными являются уравнения (4-83), определяющие поле излучения электрического тока, протекающего через бесконечно малый элемент. На больших расстояниях радиальная составляющая напряженности электрического поля становится исчезающе малой по сравнению с поперечной составляющей, и ею можно пренебречь. Если начало сферической системы координат выбрано в точке расположения элемента и экваториальная плоскость перпендикулярна к элементу (рис. 4.15), то

$$E_{\theta} = \left(\frac{60\pi I dz}{\lambda r} \sin \theta \right) j e^{-j\beta r}, \quad H_{\varphi} = \left(\frac{I dz}{2\lambda r} \sin \theta \right) j e^{-j\beta r}, \quad (1)$$

где I — ток, а dz — длина элемента.

В предыдущей главе эта формула была получена, исходя из основных законов электромагнетизма. Однако не представляет затруднений получить ее непосредственно экспериментальным путем. Тогда анализ в этой и последующих главах может быть проведен без использования уравнений Максвелла. В самом деле, можно находить диаграммы излучения и сопоставлять направленные свойства антенн с различным распределением тока при помощи простой формулы

$$E_{\theta} = A \frac{\sin \theta}{r} e^{-j\beta r}, \quad (2)$$

где A — постоянный коэффициент пропорциональности, который опускают в окончательных формулах.

Эту формулу можно обосновать следующим образом¹. На больших расстояниях от источника излучения кривизна фронта волны невелика и волна является почти плоской. Следовательно, запаздывание фазы волны по радиусу между точками $r = r_1$ и

¹ См также разделы 1.7 и 1.12.

$r = r$ пропорционально расстоянию $(r - r_1)$ и коэффициент пропорциональности β является таким же, как для плоских волн, т. е. $\omega \sqrt{\mu\epsilon}$. Таким образом, в уравнении коэффициент запаздывания фазы волны равен $e^{(-j\beta r)}$. Множитель $e^{(-j\beta r_1)}$ введем в постоянный коэффициент пропорциональности A , который, таким образом, и будет учитывать возможное влияние кривизны фронта волны на запаздывание фазы волны в окрестности источника излучения. Поток мощности через единицу поверхности должен определяться аналогично случаю распространения волны между двумя параллельными проводящими полосами, т. е. быть пропорциональным квадрату амплитуды E_θ . Общая мощность излучения может быть тогда получена путем интегрирования по сфере большого радиуса. Согласно закону сохранения энергии эта общая мощность не зависит от r . Следовательно, мощность, приходящаяся на единицу поверхности сферы, обратно пропорциональна квадрату радиуса, и поэтому амплитуда E_θ обратно пропорциональна радиусу. Наконец, меридиональная составляющая E_θ поля, обусловленная равными и противоположными зарядами на концах элемента тока, изменяется пропорционально $\sin \theta$. Это можно показать с помощью векторного сложения радиальной напряженности электрического поля от положительного заряда и равной ей, но противоположно направленной радиальной напряженности от отрицательного заряда. Таким образом, получается уравнение (2). Неопределенным остается коэффициент A . Коэффициент A может быть также частично определен из простых соображений. Он должен быть пропорционален току I и длине dz элемента. Тогда напряженность E_θ будет пропорциональна $I dz/r$. Размерность E_θ — напряжение на единицу длины, в то время, как $I dz/r$ имеет размерность электрического тока. Для совпадения размерностей частей уравнения A должно иметь размерность $[ом/м]$. Такую размерность имеет отношение волнового сопротивления среды $\rho = \sqrt{\mu\epsilon}$ к длине волны λ .

Таким образом, уравнение (2) может быть написано в виде

$$E_\theta = A' \rho \frac{I dz}{\lambda r} \sin \theta e^{-j\beta r}. \quad (2')$$

В свободном пространстве $\rho = 120\pi$. Сравнивая уравнения (2') и (1), находим, что A' является безразмерным коэффициентом $\frac{1}{2}j$. Этот коэффициент не может быть определен из простых соображений, приведенных выше. Множитель j указывает на то, что общее запаздывание фазы волны в удаленной точке соответствует расстоянию $r - \frac{1}{4}\lambda$.

Однако этот упрощенный подход к проблеме излучения непригоден для решения всех относящихся к этому вопросу за-

дач. Для определения распределения тока или входного сопротивления антенны в каждом отдельном случае необходимо применить уравнения Максвелла.

5.2. Интенсивность излучения и излучаемая мощность

Интенсивность излучения Φ сферической волны в данном направлении представляет собою излучаемую мощность, приходящуюся на единицу телесного угла. Телесный угол Ω определяется отношением S/r^2 , где S — поверхность, образованная телесным углом на сфере радиуса r , центр которой совпадает с вершиной угла. Общая излучаемая мощность P может быть выражена следующим образом:

$$P = \iint \Phi d\Omega. \quad (3)$$

Так как $(r d\theta)(r \sin \theta d\varphi) = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ представляет собою выражение в сферических координатах элементарной площади, охватываемой углом $d\Omega$ (см. рис. 4.4), то

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi; \quad (4)$$

откуда

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Phi(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (5)$$

В разделе 2.5 (уравнение 2-37) средняя мощность, приходящаяся на единицу поверхности, была выражена уравнением

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{re} (E \times H^*). \quad (6)$$

Так как в дальней зоне электрическое и магнитное поля элемента тока перпендикулярны к радиусу, то это справедливо также и для полей любой комбинации элементов тока, расположенных в любой конечной области. Следовательно, поток мощности является строго радиальным и определяется выражением

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{re} (E_\theta H_\varphi^* - E_\varphi H_\theta^*). \quad (7)$$

Для волны, распространяющейся в свободном пространстве,

$$E_\theta = 120\pi H_\varphi, \quad E_\varphi = -120\pi H_\theta \quad (8)$$

и уравнение (7) принимает вид

$$W = 60\pi (H_\theta H_\varphi^* + H_\varphi H_\theta^*) = \frac{E_\theta E_\theta^* + E_\varphi E_\varphi^*}{240\pi}. \quad (9)$$

Так как площадь, охватываемая единичным телесным углом, равна r^2 , то интенсивность излучения равна

$$\Phi = 60\pi r^2 (H_\theta H_\theta^* + H_\varphi H_\varphi^*) = \frac{r^2 (E_\theta E_\theta^* + E_\varphi E_\varphi^*)}{240\pi}. \quad (10)$$

5.3. Интенсивность излучения элемента тока

Из уравнений (1) и (10) получаем интенсивность излучения элемента тока, параллельного оси z

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta. \quad (11)$$

Расстояние r отсутствует в этом уравнении, так как в данном случае важно не точное положение элемента, а лишь его ориентация. Выразим в общем виде предыдущее уравнение

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \alpha, \quad (12)$$

где ds — длина элемента, а α — угол между осью элемента и выбранным направлением (θ, φ) в пространстве.

Для выражения α в сферических координатах возьмем единичный вектор в направлении OP (рис. 5.1). Его проекциями на координатные оси являются косинусы углов между OP и осями. Проекция отрезка OP на ось x равна проекции его проекции на плоскость xy . Так как проекция OP на плоскость xy равна $OQ = \sin \theta$, а проекция OQ на ось x равна $OQ \cos \varphi$, то получаем косинус угла между осью x и выбранным направлением (θ, φ) в пространстве

$$\cos \alpha = \sin \theta \cos \varphi. \quad (13)$$

Отсюда получаем α в уравнении (12) для элемента, параллельного оси x . Аналогично для элемента, параллельного оси y ,

$$\cos \alpha = \sin \theta \sin \varphi. \quad (14)$$

Косинус угла между двумя направлениями (θ_1, φ_1) и (θ_2, φ_2) определяется разложением единичного вектора одного из этих направлений по координатным осям и проектированием его составляющих на другое направление. Общая формула имеет вид

$$\cos \alpha = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (15)$$

5.4. Мощность излучения элемента тока

Подставляя значение Φ из уравнения (11) в уравнение (5), получаем мощность, излучаемую элементом тока

$$P_0 = 15\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta \, d\theta \, d\varphi = 40\pi^2 \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2. \quad (16)$$

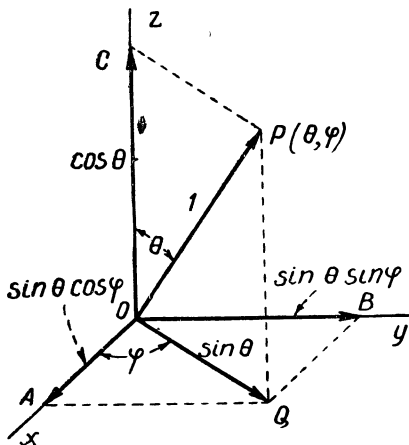


Рис. 5.1. Определение косинуса угла между двумя направлениями путем проектирования единичного вектора, параллельного к одному из этих направлений, на другое направление.

Если du — момент элемента тока, приходящийся на длину волны

$$du = \frac{Idz}{\lambda}, \quad (17)$$

то

$$P_0 = 40\pi^2 du^2. \quad (18)$$

5.5. Диаграммы излучения

Диаграммы излучения выражают графически интенсивность излучения или квадратный корень из нее. Графики $\sqrt{\Phi}$ дают лучшее представление об интенсивности излучения в направлениях,

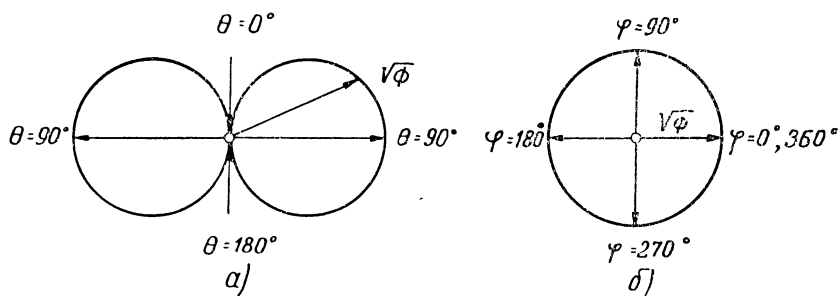


Рис. 5.2. Диаграммы направленности элемента тока в свободном пространстве. а) меридиональная или вертикальная, б—экваториальная или горизонтальная

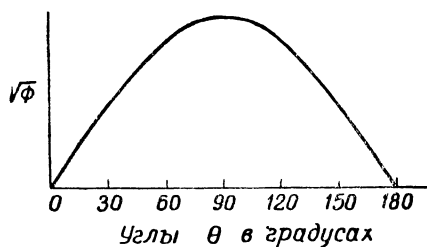


Рис. 5.3. Диаграмма направленности элемента тока в меридиональной плоскости в прямоугольных координатах представляет собою половину синусоиды.

в которых она относительно невелика.

На рис. 5.2 показаны вертикальные и горизонтальные диаграммы излучения элемента электрического тока. В любой плоскости, проходящей через ось элемента $\sqrt{\Phi}$ пропорционально $\sin \theta$, полярная диаграмма представляет собой окружность, касательную к элементу (рис. 5.2,а). В экваториальной плоскости излучение элемента является равномерным во всех направле-

ниях, а диаграмма излучения представляет собою концентрическую с элементом окружность (рис. 5.2,б). На рис. 5.3 показана вертикальная диаграмма в прямоугольных координатах.

5.6. Изотропный излучатель

Излучение изотропного излучателя происходит во всех направлениях с одинаковой интенсивностью. Примером может служить равномерно пульсирующая сфера, возбуждающая звуковые волны.

В природе не существует изотропных излучателей когерентных электромагнитных волн, т. е. волн, обладающих точно определенной фазой. Элементарными простейшими источниками направленных электромагнитных волн являются элемент тока и элементарная рамка с током; они имеют одинаковые диаграммы направленности.

Несмотря на отсутствие в природе изотропных излучателей когерентных электромагнитных волн, понятие о таком идеальном излучателе может оказаться весьма полезным при анализе направленных антенн. Изотропный излучатель рассматривается как эталон для сравнения с ним реальных излучателей.

5.7. Интерференция волн и направленное излучение

Направленное излучение можно получить простейшим способом, применяя ряд излучателей на участке в несколько длин волн. При одинаковой интенсивности источников излучения амплитуды воз-

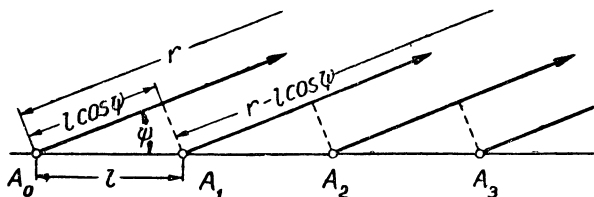


Рис. 5.4. Линейная решетка изотропных излучателей, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга.

буждаемых ими волн имеют тенденцию становиться равными при большом удалении от источников. Фазы излучаемых волн зависят от расстояния между источниками и направления распространения. По некоторым направлениям волны от различных источников могут прийти в фазе и таким образом усилить друг друга. По другим направлениям они могут прийти со сдвигом фазы и уничтожить друг друга.

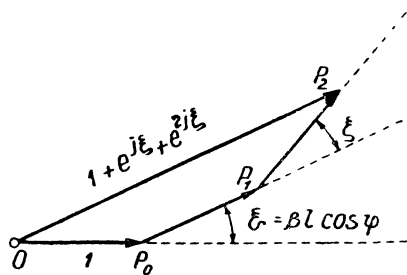


Рис. 5.5. Графический метод определения напряженности поля решетки.

Рассмотрим линейную систему синфазных и равных по интенсивности изотропных излучателей, расположенных на равных расстояниях друг от друга (рис. 5.4). На большом расстоянии от системы амплитуды волн, приходящих от различных источников, будут равны, но фазы их будут различны. Волна от источника A_1 пройдет меньший путь, чем волна от источника A_0 , и ее фаза будет опережать фазу волны, приходящей от A_0 на величину $\xi = \beta l \cos \psi = (2\pi l / \lambda) \cos \psi$. Если напряженность поля волны от A_0 изобразить вектором $OP_0 = 1$ (рис. 5.5), то напря-

женность поля волны от A_1 изобразится вектором $P_0 P_1$, напряженность поля волны от A_2 — вектором $P_1 P_2$ и т. д. В направлении, перпендикулярном решетке, $\Psi = \pi/2$, все эти векторы будут в фазе, и напряженность поля будет равна n , где n — число элементов. В других направлениях напряженность поля будет меньше и может даже оказаться равной нулю. Таким образом, в результате интерференции волн, приходящих из различных точек, результирующая волна оказывается в некоторых направлениях сильнее, чем в других.

Аналитической записью графической диаграммы, изображенной на рис. 5.5, является выражение

$$F = 1 + e^{j\xi} + e^{2j\xi} + e^{3j\xi} + \dots + e^{(n-1)j\xi}, \quad (19)$$

$$\xi = \beta l \cos \Psi = \frac{2\pi l}{\lambda} \cos \psi.$$

Если интенсивности и фазы источников системы относительно A_0 определяются выражениями $A_1 e^{(j\vartheta_1)}$, $A_2 e^{(j\vartheta_2)}$, $A_3 e^{(j\vartheta_3)}$..., то в удаленной точке напряженность поля антенной решетки относительно напряженности исходного элемента будет равна

$$F = 1 + A_1 e^{j(\xi + \vartheta_1)} + A_2 e^{j(2\xi + \vartheta_2)} + A_3 e^{j(3\xi + \vartheta_3)} + \dots + A_{n-1} e^{j[(n-1)\xi + \vartheta_{n-1}]}. \quad (20)$$

5.8. Множитель системы

Предположим теперь, что источники излучения A_0 , A_1 , A_2 и т. д. являются подобными и одинаково ориентированными антеннами (например, параллельные элементы тока или параллельные полуволновые вибраторы). Если E_0 — напряженность электрического поля, создаваемого антенной в точке расположения A_0 , то напряженность электрического поля от антенны A_1 составляет $E_0 A_1 e^{j(\xi + \vartheta_1)}$, где A_1 , ξ и ϑ_1 — величины, обозначенные в предыдущем разделе. Напряженность электрического поля волны от всей решетки, следовательно, будет равна

$$E = (1 + A_1 e^{j(\xi + \vartheta_1)} + A_2 e^{j(2\xi + \vartheta_2)} + A_3 e^{j(3\xi + \vartheta_3)} + \dots + A_{n-1} e^{j[(n-1)\xi + \vartheta_{n-1}]} E_0. \quad (21)$$

Абсолютное значение S величины F (в скобках) назовем множителем решетки или множителем системы

$$S = |F| = |1 + A_1 e^{j(\xi + \vartheta_1)} + A_2 e^{j(2\xi + \vartheta_2)} + \dots + A_{n-1} e^{j[(n-1)\xi + \vartheta_{n-1}]}|. \quad (22)$$

Так как интенсивность излучения пропорциональна квадрату амплитуды напряженности электрического поля, то можно написать

$$\Phi = S^2 \Phi_0, \quad (23)$$

где Φ_0 — интенсивность излучения элемента решетки¹. В общем случае лучше всего определить S^2 , умножая F на его сопряженную величину F^* .

$$S^2 = FF^*, \quad S = \sqrt{FF^*}. \quad (24)$$

Например, для двух элементов

$$\begin{aligned} S^2 &= (1 + Ae^{i(\xi+\vartheta)})(1 + Ae^{-i(\xi+\vartheta)}) = 1 + Ae^{i(\xi+\vartheta)} + Ae^{-i(\xi+\vartheta)} + A^2 = \\ &= 1 + 2A \cos(\xi + \vartheta) + A^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Однако в специальных случаях можно применить более сокращенные методы.

5.9. Антенная пара, излучающая вдоль оси

Антенная решетка, излучающая вдоль оси, представляет собой два одинаковых источника, работающих в квадратуре и расположенных на расстоянии четверти длины волны друг от друга (рис. 5.6, а). Решетка характеризуется преимущественным излучением в направлении линии источников (рис. 5.6, б).

Пусть фаза колебаний от источника, находящегося в A_1 относительно фазы колебаний от источ-

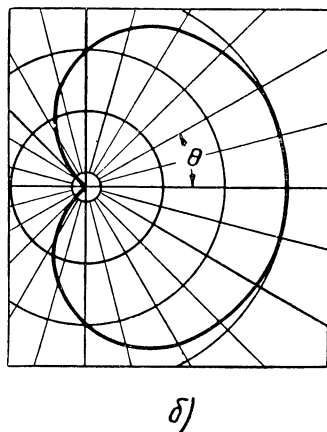
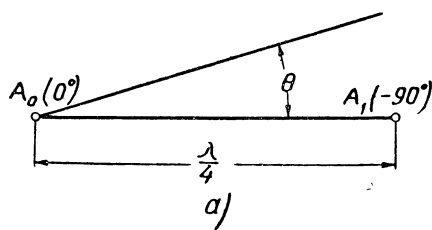


Рис. 5.6. Продольно излучающая пара.
а) общий вид; б) множитель системы.

ника, находящегося в A_0 , отстает на 90° . Волна из A_0 в направлении A_0A_1 должна пройти дополнительно четверть длины волны и придет в удаленную точку в фазе с волной от источ-

¹ Если эта решетка используется как элемент решетки с множителем системы S_1 , то интенсивность излучения системы решеток равна $\Phi_1 = S_2^2 \Phi = S_1^2 S_2^2 \Phi_0$.

ника A_1 . Напряженность поля таким образом удвоится. В противоположном направлении волна из A_1 пройдет дополнительно четверть длины волны и будет иметь сдвиг фазы 180° по отношению к волне из A_0 . Таким образом, напряженность поля будет равна нулю. Под прямыми углами к решетке волны от обоих источников пройдут равные расстояния, при этом сохранится первоначальное соотношение фаз, а результирующая напряженность поля будет в $\sqrt{2}$ раза больше напряженности одиночного источника.

Для определения множителя системы из уравнений (19), (22) и (24) произведем подстановку

$$A_0 = A_1 = 1, \quad \vartheta_1 = -\frac{\pi}{2}, \quad l = \frac{\lambda}{4}, \quad \xi = \frac{\pi}{2} \cos \theta.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} S^2 &= \left[1 + e^{\left[\frac{1}{2} j\pi (1 - \cos \theta) \right]} \right] \left[1 + e^{\left[-\frac{1}{2} j\pi (1 - \cos \theta) \right]} \right] = \\ &= 2 + 2 \cos \left[\frac{1}{2} \pi (1 - \cos \theta) \right] = 4 \cos^2 \left[\frac{1}{4} \pi (1 - \cos \theta) \right], \quad (26) \\ S &= 2 \cos \left[\frac{1}{4} \pi (1 - \cos \theta) \right]. \end{aligned}$$

Полярная диаграмма S приведена на рис. 5.6,б.

Из уравнений (12), (23) и (26) определим интенсивность излучения вдоль оси антенной решетки, состоящей из элементов тока, перпендикулярных к соединяющей их линии. Приняв, что элементы параллельны оси x и пользуясь уравнением (13), находим

$$\Phi = 60\pi \left(\frac{Idx}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \left[\frac{1}{4} \pi (1 - \cos \theta) \right] (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (27)$$

В плоскости, перпендикулярной элементам тока, $\cos \varphi = 0$ и диаграмма излучения будет иметь форму, показанную на рис. 5.6,б. Вид диаграммы в других плоскостях вследствие направленных свойств элементов тока будет иным.

5.10. Синфазная пара

Если два изотропных излучателя находятся в фазе, то они усиливают друг друга, особенно в плоскости, расположенной перпендикулярно соединяющей их линии. Такие излучатели образуют синфазную пару. Если излучатели расположены на оси (рис. 5.7), то

$$S^2 = |1 + e^{j\beta l \cos \theta}|^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta \right). \quad (28)$$

При $l < \lambda/2$, $|(\pi l/\lambda) \cos \theta| < \pi/2$. Следовательно, S для всех направлений не равно нулю. При $l = \lambda/2$, S равно нулю в направ-

лении линии, соединяющей источники. При $l > \lambda/2$ направления, в которых излучение равно нулю, определяются выражением

$$\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta = (2m + 1) \frac{\pi}{2}, \quad \cos \theta = \frac{(2m + 1) \lambda}{2l}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (29)$$

С увеличением отношения l/λ увеличивается число лепестков диаграммы.

5.11. Равномерные решетки

В равномерной линейной решетке амплитуды колебаний источников равны, а сдвиг фазы равномерно нарастает от одного источника к другому, так что

$$\vartheta_m = -m\vartheta, \quad (30)$$

где ϑ — запаздывание фазы колебаний между соседними источниками. Поэтому на основании уравнения (22) множитель системы равен

$$\begin{aligned} S &= |1 + e^{j(\xi - \vartheta)} + e^{2j(\xi - \vartheta)} + e^{3j(\xi - \vartheta)} + \dots + e^{j(n-1)(\xi - \vartheta)}| = \\ &= \frac{|e^{jn(\xi - \vartheta)} - 1|}{|e^{j(\xi - \vartheta)} - 1|} = \frac{\left| e^{\frac{j}{2} n(\xi - \vartheta)} - e^{-\frac{j}{2} n(\xi - \vartheta)} \right|}{\left| e^{\frac{j}{2} (\xi - \vartheta)} - e^{-\frac{j}{2} (\xi - \vartheta)} \right|} = \frac{\left| \sin \left[\frac{1}{2} n(\xi - \vartheta) \right] \right|}{\left| \sin \left[\frac{1}{2} (\xi - \vartheta) \right] \right|}, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\xi = \beta l \cos \psi$. В выражении для Φ множитель системы S возведен в квадрат и обозначения модуля могут быть в окончательном выражении (31) опущены.

Максимум множителя системы достигается при

$$\xi = \vartheta, \quad \beta l \cos \psi = \vartheta, \quad \cos \psi = \frac{\vartheta \lambda}{2\pi l}. \quad (32)$$

Тогда

$$S_{\text{макс}} = n. \quad (33)$$

В более общем виде пространственный множитель принимает свое максимальное значение n при

$$\begin{aligned} \xi - \vartheta &= 2k\pi, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \\ \cos \psi &= (\vartheta + 2k\pi) \frac{\lambda}{2\pi l} = \frac{\vartheta \lambda}{2\pi l} + \frac{k\lambda}{l}. \end{aligned} \quad (34)$$

При достаточно большом l могут существовать несколько направлений, в которых поля складываются в фазе и $S_{\text{макс}} = n$. При достаточно малом l может совсем отсутствовать направление, в котором поля складываются в фазе. В последнем случае еще существуют направления, в которых S максимально, но максимум меньше n . В промежуточных случаях имеет место один большой максимум и несколько меньших максимумов.

На рис. 5.8 в прямоугольных координатах показана зависимость множителя системы от универсальной переменной ξ — ϑ для десятиэлементной решетки. При максимальном изменении угла ϑ от 0° до 180° (раздел 5.7) ξ изменяется от $\beta l - \vartheta$ до $\beta l + \vartheta$. Если эти пределы изменения не превышают 360° , то множитель системы имеет только один основной лепесток. Боковые лепестки ослабевают по мере увеличения угла, отсчитываемого от оси основного лепестка. При дальнейшем увеличении угла ξ — ϑ ($>360^\circ$) интенсивность боковых лепестков начнет возрастать.

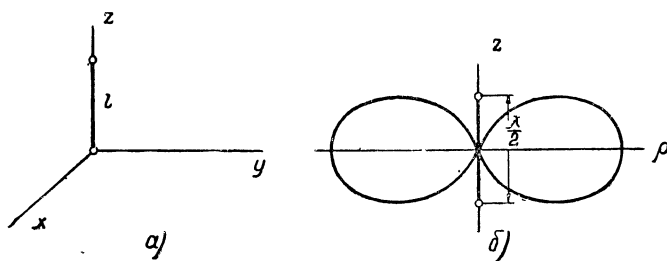


Рис. 5.7. Синфазная пара.
а) общий вид, б) множитель решетки для случая $l = \lambda/2$.

Направления максимального излучения в некоторых случаях в значительной степени определяются диаграммой направленности элементов решетки.

5.12. Однородные синфазные решетки

В синфазной решетке элементы излучают в фазе и ориентированы таким образом, что максимальное излучение энергии происходит в любом направлении, перпендикулярном к линии решетки. Для синфазной решетки $\vartheta = 0$ и множитель системы равен

$$S = \frac{\left| \sin \frac{n\xi}{2} \right|}{\left| \sin \frac{\xi}{2} \right|} = \frac{\left| \sin \left(\frac{n\pi l}{\lambda} \cos \varphi \right) \right|}{\left| \sin \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \varphi \right) \right|}. \quad (35)$$

Из элементов тока могут быть образованы два типа синфазных решеток: 1) „радиовещательный“ (рис. 5.9,а) и 2) „связной“ (рис. 5.9,б). В первом случае оси элементов совпадают с линией решетки, ($\varphi = 0$), а интенсивность излучения

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{n\pi l}{\lambda} \cos \theta \right) \sin^2 \theta}{\sin^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta \right)} \quad (36)$$

одинакова во всех направлениях под прямыми углами к элементам.

Во втором случае оси элементов перпендикулярны к линии решетки, и интенсивность излучения является максимальной только в двух направлениях, перпендикулярных к линии решетки и элементам. В этом случае

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Idx}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{n\pi l}{\lambda} \cos \theta \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta \right)} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (37)$$

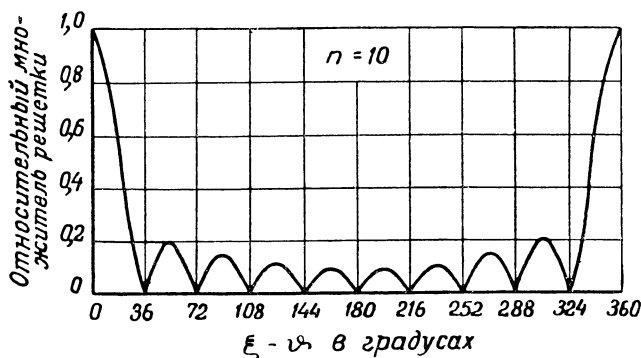


Рис. 5.8. Относительный множитель решетки линейных решеток из десяти источников с равными амплитудами.

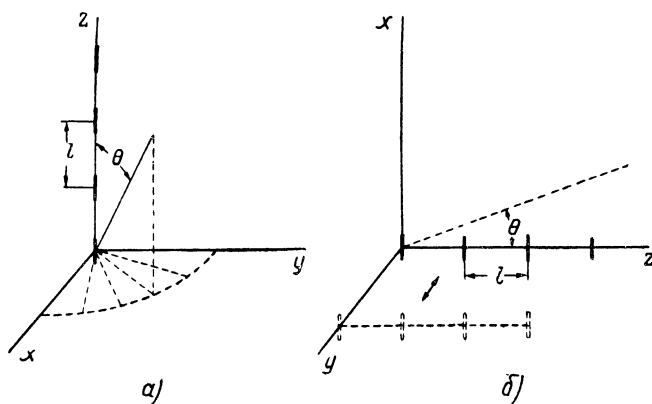


Рис. 5.9. Типы синфазных решеток.

Математическое выражение для Φ зависит не только от конфигурации антенны, но также и от выбора осей сферической системы координат. При определении излучаемой мощности посредством интегрирования Φ важно выбрать систему координат таким образом, чтобы обеспечить наиболее простую форму выражения Φ . Наиболее сложно обычно выражаются множители системы. В связи с этим для обоих вариантов расположения элементов (рис. 5.9) линия решетки выбирается совпадающей с осью z .

В синфазной „связной“ решетке, состоящей из элементов тока (рис. 5.9,б), максимальное излучение направлено в обе стороны по оси y .

При добавлении второй синфазной решетки, параллельной первой и находящейся на расстоянии четверти длины волны в направлении оси y , можно уничтожить обратное излучение. Так как квадрат множителя системы решеток равен

$$S_1^2 = 4 \cos^2 \left[\frac{1}{4} \pi (1 - \sin \theta \sin \varphi) \right],$$

то интенсивность излучения двухрядной решетки составляет

$$\Phi = 60\pi \left(\frac{Idx}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{n\pi l}{\lambda} \cos \theta \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta \right)} \times \\ \times (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \cos^2 \left[\frac{1}{4} \pi (1 - \sin \theta \sin \varphi) \right]. \quad (38)$$

5.13. Однородные решетки, излучающие вдоль оси

В решетке, излучающей вдоль оси, разность колебаний фаз, излучаемых соседними элементами, равна запаздыванию фазы плоской волны, распространяющейся в том же направлении. При этом максимальное излучение каждого элемента происходит также в этом направлении. Таким образом, для решетки, излучающей по оси $\theta = \beta l$ и

$$S = \frac{\left| \sin \frac{n\pi l}{\lambda} (1 - \cos \psi) \right|}{\left| \sin \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \psi) \right|}. \quad (39)$$

Для элементов тока, расположенных по оси z ($\psi = \theta$) (рис. 5.9,б), при отсчете запаздывания фазы в положительном направлении z , имеем

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Idx}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \frac{n\pi l}{\lambda} (1 - \cos \theta)}{\sin^2 \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \theta)} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (40)$$

На рис. 5.10 показан график множителя системы решетки, состоящей из восьми элементов, расположенных на расстоянии четверти длины волны друг от друга, излучающей по оси.

5.14. Непрерывные решетки

Элементы решетки могут быть расположены непрерывно. В этом случае амплитуда и фаза элемента являются непрерывными функциями положения элемента, и суммирование заменяется

интегрированием. Например, для непрерывной однородной решетки, состоящей из ненаправленных источников, расположенных по оси z от $z=0$ до $z=l$, разность фаз между которыми одинакова, $\vartheta = kz$, имеем

$$S = \left| \int_0^l e^{j(\beta \cos \theta - k)z} dz \right| = \left| \frac{e^{j(\beta \cos \theta - k)l} - 1}{j(\beta \cos \theta - k)} \right| = \frac{2 \left| \sin \frac{1}{2} (\beta \cos \theta - k) l \right|}{|\beta \cos \theta - k|}. \quad (41)$$

На рис. 5.11 показана кривая множителя системы для непрерывной синфазной решетки ($k=0$), длина которой равна двум длинам волн.

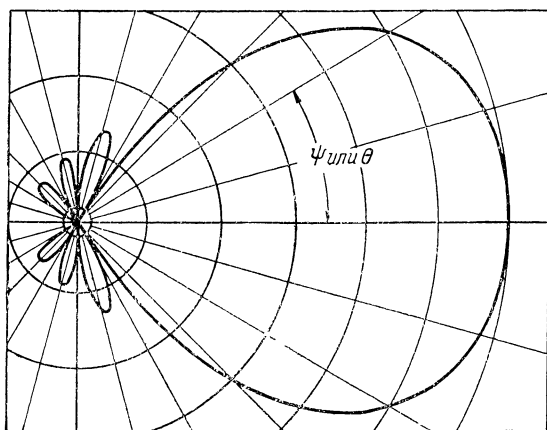


Рис. 5.10. Множитель продольной излучающей решетки из 8 элементов, расположенных на расстоянии четверти длины волны друг от друга.

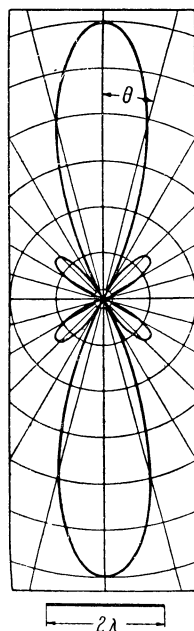


Рис. 5.11. Множитель непрерывной синфазной решетки, длина которой равна двум длинам волн.

Так как абсолютный максимум $(\sin x)/x$ имеет место при $x=0$, то при $k < \beta$ основной луч образует с решеткой соответствующий угол. Косинус этого угла равен k/β .

5.15. Прямоугольные решетки

В прямоугольной решетке элементы располагаются таким образом, что образуют прямоугольник (рис. 5.12). Решетка может быть непрерывной, как в случае прямоугольного экрана с током (рис. 5.13). Если колебания от всех элементов решетки находятся в фазе, то решетка является синфазной, и максимальное излучение происходит в направлении, перпендикулярном к плоскости решетки (предполагая, конечно, что интенсивность излу-

чения каждого элемента также максимальна в этом направлении). Если синфазная прямоугольная решетка является однородной, то ее можно рассматривать как линейную систему, состоящую из линейных решеток. Множитель такой системы равен произведению множителей системы двух решеток: $S = S_1 S_2$,

$$S_1 = \frac{\left| \sin \left(\frac{m\pi a_1}{\lambda} \cos \psi_x \right) \right|}{\left| \sin \left(\frac{\pi a_1}{\lambda} \cos \psi_x \right) \right|}, \quad S_2 = \frac{\left| \sin \left(\frac{n\pi b_1}{\lambda} \cos \psi_y \right) \right|}{\left| \sin \left(\frac{\pi b_1}{\lambda} \cos \psi_y \right) \right|}, \quad (42)$$

где ψ_x и ψ_y — углы, образованные осями x и y с выбранным направлением (θ, φ) . Так как

$$\cos \psi_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad \cos \psi_y = \sin \theta \sin \varphi, \quad (43)$$

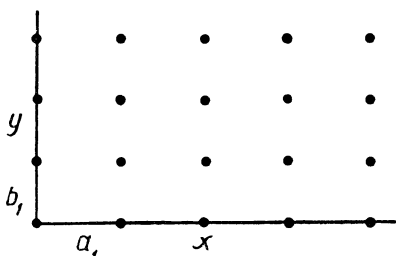


Рис. 5.12. Расположение элементов в прямоугольной решетке.

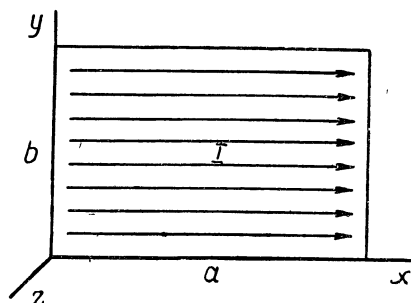


Рис. 5.13. Прямоугольный экран с током.

то множитель системы однородной прямоугольной решетки, состоящей из ненаправленных источников, находится из выражения

$$S^2 = \frac{\sin^2 \left(\frac{m\pi a_1}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi a_1}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi \right)} \frac{\sin^2 \left(\frac{n\pi b_1}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi b_1}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi \right)}. \quad (44)$$

Учитывая, что $(m-1)a_1 = a$ и $(n-1)b_1 = b$, получаем для уравнения (44) следующее выражение:

$$S^2 = \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda(1-m^{-1})} \sin \theta \cos \varphi \right]}{\sin^2 \left[\frac{\pi a}{(m-1)\lambda} \sin \theta \cos \varphi \right]} \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi b}{\lambda(1-n^{-1})} \sin \theta \sin \varphi \right]}{\sin^2 \left[\frac{\pi b}{(n-1)\lambda} \sin \theta \sin \varphi \right]}. \quad (45)$$

Интенсивность излучения непрерывной однородной прямоугольной решетки, состоящей из ненаправленных источников, может быть определена по уравнению (45), если устремить m и n к бесконечности. При малом значении $\sin x \approx x$, и синусы в знаменателях могут быть заменены их аргументами. В самом деле, если интенсивность каждого источника равна единице, то Φ бу-

дет неограниченно увеличиваться, но если интенсивность излучения всей решетки имеет конечное значение, равное P , то интенсивность каждого элемента p/mn . Умножая уравнение (45) на $(p/mn)^2$ и переходя к пределу, получаем

$$S^2 = p^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi\right) \sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi\right)^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi\right)^2}. \quad (46)$$

Однородный прямоугольный экран с током (рис. 5.13) представляет собой непрерывную решетку из элементов тока. Так как интенсивность излучения элемента тока, параллельного оси x , пропорциональна величине

$$\sin^2 \psi_x = 1 - \cos^2 \psi_x = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi, \quad (47)$$

то интенсивность излучения экрана с током равна

$$\Phi = S^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (48)$$

Для получения коэффициента пропорциональности p^2 необходимо оценить $\Phi_{\text{макс}}$ на основании уравнения (48) и приравнять к значению, полученному из уравнений поля. Так как максимальное излучение происходит в направлении оси z , где $\theta = 0$ или π , то

$$\Phi_{\text{макс}} = p^2. \quad (49)$$

С другой стороны, момент каждого элемента тока с площадью $dx dy$ равен произведению тока $(I/b) dy$ в элементе на длину dx . Так как в направлении $\theta = 0$ поля всех элементов складываются в фазе, то амплитуда напряженности магнитного поля равна

$$|H_\varphi| = \int_0^b \int_0^a \frac{I}{2b\lambda r} dx dy = \frac{Ia}{2\lambda r}. \quad (50)$$

По уравнению (10) максимальная интенсивность излучения экрана с током составляет

$$\Phi_{\text{макс}} = p^2 = 15\pi \left(\frac{aI}{\lambda}\right)^2. \quad (51)$$

Отсюда полное выражение для интенсивности излучения однородного экрана с током будет иметь вид

$$\Phi = \frac{15\pi a^2 I^2 \sin^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi\right) \sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi\right)}{\lambda^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi\right)^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi\right)^2} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (52)$$

5.16. Определение излучаемой мощности

Существует два метода определения мощности, излучаемой в среде без потерь при данном распределении тока: 1) метод вектора Умова — Пойнтинга для определения мощности, передаваемой волной, 2) метод сопротивления излучения, он же метод наведенных э. д. с., или метод моментов, позволяющий непосредственно определить работу, совершаемую приложенным полем против реактивного поля, вызываемого излучаемой волной. С помощью метода наведенных э. д. с. непосредственно определяется мощность, передаваемая волне источниками. Согласно принципу сохранения энергии оба выражения для мощности в среде без потерь должны быть равны. Если среда обладает потерями, то энергия, передаваемая волне, постепенно рассеивается в виде тепла, переносимая волной мощность уменьшается с увеличением расстояния от источника и становится сколь угодно малой величиной. В такой среде метод вектора Умова — Пойнтинга должен быть заменен методом определения рассеиваемой мощности, т. е. интегрированием $\frac{1}{2}gEE^*$ по объему, занятому волной.

Метод вектора Умова — Пойнтинга был рассмотрен в разделе 5.2. Он включает следующие операции: 1) расчет поля, создаваемого данными токами в волновой зоне, 2) расчет комплексного вектора Умова — Пойнтинга и его действительной части, определяемой уравнением (6) и представляющей средний поток мощности через единицу поверхности и 3) интегрирование вектора Умова — Пойнтинга по замкнутой поверхности, в качестве которой обычно служит бесконечно большая сфера. Амплитуда поля в волновой зоне изменяется пропорционально $1/r$, поэтому удобно умножить вектор Умова — Пойнтинга на r^2 , получив таким образом мощность Φ , приходящуюся на единицу телесного угла. Интенсивность излучения Φ не зависит от r , и окончательная операция в определении излучаемой мощности состоит в определении двойного интеграла (уравнение 5). Этот метод для определения излучаемой мощности и сопротивления излучения был предложен первым. Он успешно применяется для определения излучения от антенн с синусоидально распределенными токами.¹

5.17. Асимптотические формулы для определения излучаемой мощности

Если антенна является остронаправленной, то легко получить приближенную величину P , рассматривая интеграл в относительно небольших пределах телесного угла Ω , где интегрируемая функция имеет наибольшее значение. Для примера определим мощность, излучаемую однородным прямоугольным экраном (рис. 5.13), ток I которого параллелен оси x .

¹ Однако этот метод не дает возможности выяснить, как распределяются сопротивления излучения между отдельными частями антенны. Кроме того, он связан с вычислением пространственных характеристик антенны. [Прим. ред.]

Интенсивность излучения определяется уравнением (52). Это выражение не изменится, если θ заменить на $\pi - \theta$, так как диаграмма является симметричной относительно плоскости экрана с током. Поэтому

$$P = 2 \iint' \Phi d\Omega, \quad (53)$$

где штрих обозначает, что интегрирование распространяется только на половину единичной сферы¹. Наибольшие значения Φ получаются при малых значениях θ , когда $\sin \theta \approx \theta$. Введем прямо-

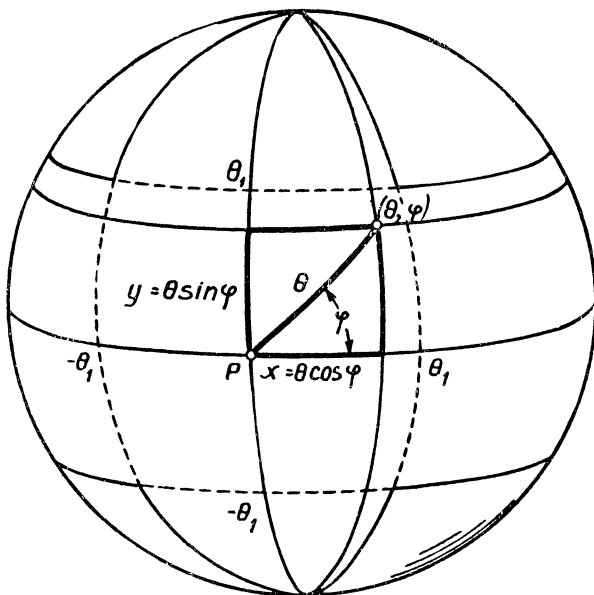


Рис. 5.14. „Прямоугольные“ и „полярные“ координаты в небольшой области сферической поверхности.

угольные координаты (x, y) для площадки на единичной сфере в непосредственной близости к началу P , где $\theta = 0$. Тогда, так как θ — расстояние от начала (рис. 5.14), то

$$x = \theta \cos \varphi, \quad y = \theta \sin \varphi, \quad d\Omega = dx dy. \quad (54)$$

Следовательно, после подстановки уравнений (52) и (54) в (53), уравнение (53) принимает следующий вид:

$$P = \frac{30\pi a^2 I^2}{\lambda^2} \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{\sin^2(\pi a x / \lambda)}{(\pi a x / \lambda)^2} dx \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{\sin^2(\pi b y / \lambda)}{(\pi b y / \lambda)^2} dy, \quad (55)$$

¹ Напоминается, что телесный угол $d\Omega$ является элементарной площадкой на сфере единичного радиуса.

где интегрирование производится по квадрату, сторона которого $2\theta_1$ достаточно велика для приема большей части излучаемой энергии. В множителе $(1-x^2)$ мы пренебрегли величиной x^2 .

Введем новые переменные

$$u = \frac{\pi ax}{\lambda}, \quad v = \frac{\pi by}{\lambda}. \quad (56)$$

Диаграмма направленности экрана с током является остро-направленной только при больших значениях отношений a/λ и b/λ . Новые пределы интегрирования велики даже при малых значениях θ_1 , а интегрируемые функции быстро уменьшаются. Таким образом, можно аппроксимировать P , взяв бесконечные пределы интегрирования

$$P = \frac{30aI^2}{\pi b} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt \right)^2 = \frac{120aI^2}{\pi b} \left(\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt \right)^2. \quad (57)$$

Интеграл может быть взят по частям

$$\begin{aligned} Q = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt &= \int_0^{\infty} \sin^2 t d\left(-\frac{1}{t}\right) = \left(-\frac{1}{t}\right) \sin^2 t \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{2 \sin t \cos t}{t} dt = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\sin 2t}{t} dt = \int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (58)$$

Отсюда

$$P = \frac{30\pi a}{b} I^2. \quad (59)$$

Преобразования (54) и (56) могут быть использованы в других подобных задачах.

В бесконечном экране с током, линейная плотность которого равна C , возбуждаются на обеих сторонах плоские волны. На поверхности экрана $H = \frac{1}{2} C$, $E = \frac{1}{2} \rho C$, а излучаемая мощность на единицу площади равна $\frac{1}{4} \rho C^2 = 30\pi C^2$. Следовательно, мощность, излучаемая поверхностью ab , равна $30\pi C^2 ab$. Если I — ток, протекающий через b , то $C = I/b$, и мы получаем уравнение (59).

5.18. Энергия и мощность, затрачиваемые при возбуждении электромагнитных волн

Для поддержания данного распределения тока в антенне¹ приложенные силы должны производить работу. Пусть $\tilde{J}$ — мгно-

¹ В антенне должно установиться такое распределение тока, при котором удовлетворяются граничные условия для тангенциальной составляющей электрического поля на поверхности антенны, для вибратора, например, $E_z = 0$. [Прим. ред.]

венная плотность тока в элементарном объеме $dSds$, где dS — элементарная площадка, перпендикулярная $\tilde{J}$, а ds — элемент длины в направлении $\tilde{J}$. Если $\tilde{E}$ — напряженность электрического поля, то э. д. с. между торцовыми поверхностями элемента равна $\tilde{E}_s ds$. Для противодействия этой э. д. с. необходимо приложить э. д. с., равную $-\tilde{E}_s ds^1$. Тогда заряд $\tilde{J} dS dt$ передается от одного конца элемента объема к другому и работа, совершаемая в интервале времени $(0, t)$, составит

$$\mathcal{E} = - \int_0^t dt \iiint \tilde{E}_s \tilde{J} dS ds. \quad (60)$$

Отсюда средняя мощность равна

$$P = -\frac{1}{2} \operatorname{re} \iiint E_s J^* dS ds. \quad (61)$$

Для тонкой трубки (рис. 5.15) E_s постоянно вдоль dS , и уравнение (61) принимает вид

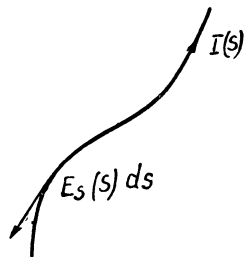


Рис. 5.15. Трубка электрического тока.

$$P = -\frac{1}{2} \operatorname{re} \int E_s I^* dS. \quad (62^1)$$

Тот же результат может быть получен с помощью интегрирования вектора Умова — Пойнтинга по поверхности трубки, так как интеграл тангенциальной составляющей H по трубке должен быть равен I . Для удобства в дальнейших выводах напишем уравнение (62) в следующем виде:

$$P = \operatorname{re}(\Psi), \quad \Psi = -\frac{1}{2} \iiint E_s J^* dS ds = -\frac{1}{2} \int E_s I^* ds, \quad (63)$$

где Ψ — комплексная мощность.

В последующих разделах будет проиллюстрировано приложение уравнения (62) к одному элементу тока и к паре элементов тока. Затем будет выведена другая общая формула для мощности, излучение которой обуславливается данным распределением тока.

¹ Этот метод — метод наведенных э. д. с. был предложен Д. А. Рожанским в 1922 г. Далее он был разработан А. Бриллюэном, И. Г. Клячкиным, А. А. Пистолькорсом и В. В. Татаринковым. См., например, Д. А. Рожанский „Телеграфная и телефонная связь без проводов (T и T_{6n})“, № 14, 1922, Бриллюэн *Radio-électricité*, April, 1922, p. 147; А. А. Пистолькорс (T и T_{6n}), № 48, 333, № 50, 1928, № 52, 1929; И. Г. Клячкин (T и T_{6n}), № 40, 1927. [Прим. ред.]

5.19. Реакция излучения на электрический ток. Сопротивление излучения

Поле элемента тока определяется уравнениями 4-82. Оно состоит из двух составляющих: одной — в квадратуре с моментом Is элемента и другой — в фазе или со сдвигом фаз 180° . Вторая составляющая определяет среднюю реакцию волны на ток. Предполагая, что элемент является тонким, можно получить эту составляющую как предел $\text{re}(E_r)$ при стремлении r к нулю. Таким образом, выбирая начальную фазу I равной 0, имеем $I=I^*$. Тогда

$$\begin{aligned}\text{re}(E_r) &= \frac{60}{r^2} \left(\cos \beta r - \frac{\sin \beta r}{\beta r} \right) Ids, \quad \cos \beta r = 1 - \frac{1}{2}(\beta r)^2 + \frac{1}{24}(\beta r)^4 - \dots, \\ \sin \beta r &= \beta r - \frac{1}{6}(\beta r)^3 + \frac{1}{120}(\beta r)^5 - \dots, \\ \text{re}(E_r) &= -\frac{80\pi^2}{\lambda^2} \left[1 - \frac{2\pi^2 r^2}{5\lambda^2} + \dots \right] Ids,\end{aligned}\quad (64)$$

а в пределе при стремлении r/λ к нулю, получаем

$$\text{re}(E_r) = -\frac{80\pi^2 Ids}{\lambda^2}. \quad (65)$$

Таким образом, в среднем напряженность электрического поля волны противодействует току подобно сопротивлению. Отношение э. д. с., синфазной с током, к току называется сопротивлением излучения элемента тока. Следовательно,

$$R_{\text{изл}} = -\frac{ds \text{re}(E_r)}{I} = \frac{80\pi^2 (ds)^2}{\lambda^2}. \quad (66)$$

Таким образом, получаем следующее выражение для излучаемой мощности

$$P = \frac{1}{2} R_{\text{изл}} I^2 = 40\pi^2 \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2. \quad (67)$$

Это согласуется с уравнением (16).

5.20. Взаимное активное сопротивление излучения двух элементов тока¹

В случае двух элементов тока (рис. 5.16) комплексная величина мощности равна

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_{11} + \Psi_{12} + \Psi_{21} + \Psi_{22} = \\ &= -\frac{1}{2} E_{1,s1} I_1^* ds_1 - \frac{1}{2} E_{1,s2} I_2^* ds_2 - \frac{1}{2} E_{2,s1} I_1^* ds_1 - \frac{1}{2} E_{2,s2} I_2^* ds_2,\end{aligned}\quad (68)$$

¹ Удобная формула для расчета взаимного сопротивления антенн, расположенных на значительном расстоянии друг от друга, дана Г. Г. Марковым „Радиотехника“, т. 3, № 1, 1948. [Прим. ред.]

где $E_{1,s1}$ — составляющая напряженности электрического поля первого элемента по направлению I_1 , $E_{1,s2}$ — составляющая по направлению I_2 и т. д. Взаимные полные сопротивления элементов определяются следующим образом:

$$Z_{12} = -\frac{E_{1,s2} ds_2}{I_1}, \quad Z_{21} = -\frac{E_{2,s1} ds_1}{I_2}. \quad (69)$$

Таким образом, Z_{12} представляет собою отнесенную к единичному току первого элемента э. д. с., которая должна быть приложена ко второму элементу для поддержания тока I_2 , обеспечивающего выполнение граничных условий. Пользуясь уравнениями 4-82, получим

$$Z_{12} = Z_{21}. \quad (70)$$

При совмещении двух элементов взаимное полное сопротивление становится равным собственному полному сопротивлению излучения. Следовательно, уравнение (68) может быть написано в виде

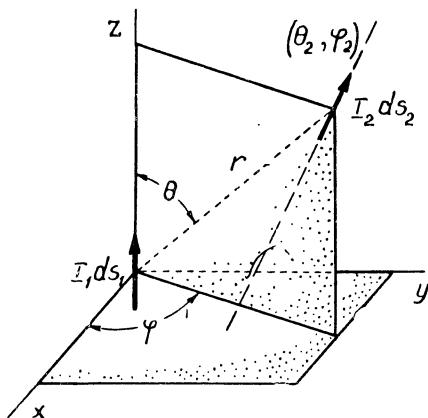


Рис. 5.16. Два элемента тока.

$$\Psi = \frac{1}{2} Z_{11} I_1 I_1^* + \frac{1}{2} Z_{12} (I_1 I_2^* + I_2 I_1^*) + \frac{1}{2} Z_{22} I_2 I_2^*. \quad (71)$$

Взаимное активное сопротивление излучения представляет собою вещественную часть взаимного полного сопротивления Z_{12} , а активное сопротивление излучения элемента — вещественную часть собственного полного сопротивления излучения

$$R_{12} = \operatorname{re} Z_{12}, \quad R_{11} = \operatorname{re} Z_{11}. \quad (72)$$

Величина, стоящая в скобках в уравнении (71), является вещественной, так как

$$I_1 = |I_1| e^{j\vartheta_{11}}, \quad I_2 = |I_2| e^{j\vartheta_{12}}, \\ I_1 I_2^* = |I_1 I_2| e^{j(\vartheta_{11} - \vartheta_{12})}, \quad I_2 I_1^* = |I_1 I_2| e^{j(\vartheta_{12} - \vartheta_{11})}. \quad (73)$$

Поэтому

$$I_1 I_2^* + I_2 I_1^* = 2 |I_1 I_2| \cos \vartheta_{12}, \quad (74)$$

где ϑ_{12} — разность фаз токов

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{11} - \vartheta_{12}. \quad (75)$$

Следовательно, излучаемая мощность равна

$$P = \frac{1}{2} R_{11} |I_1|^2 + R_{12} |I_1 I_2| \cos \vartheta_{12} + \frac{1}{2} R_{22} |I_2|^2. \quad (76)$$

Необходимо заметить, что взаимная мощность излучения равняется нулю при $\vartheta = \pi/2$, т. е. когда два элемента тока работают в квадратуре. Это не означает, однако, что такие элементы независимо излучают. Это означает, что мощность излучения системы в этом случае равна мощности излучения двух элементов при условии их независимой работы. Излучение одного из них может быть меньше, чем при независимой работе этого элемента, но второй элемент компенсирует эту разность мощности.

В случае двух колинеарных элементов (рис. 5.17, а) один элемент находится в поле E_r другого и из уравнений 4-82 получаем

$$R_{12} = \frac{60ds_1ds_2}{r^2} \left(\frac{\sin \beta r}{\beta r} - \cos \beta r \right). \quad (77)$$

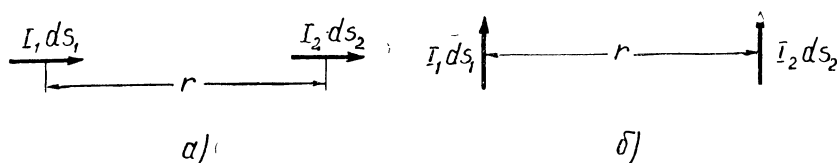


Рис. 5.17.

а—колинеарные элементы; б—два параллельных элемента с осями, перпендикулярными к соединяющей их линии.

Аналогично, если два параллельных элемента перпендикулярны к линии, соединяющей их центры (рис. 5.17, б), то один элемент находится в поле E_θ другого и

$$R_{12} = \frac{60\pi ds_1 ds_2}{\lambda r} \left(\sin \beta r + \frac{\cos \beta r}{\beta r} - \frac{\sin \beta r}{\beta^2 r^2} \right). \quad (78)$$

5.21. Метод моментов для определения мощности излучения

Из уравнения (67) очевидно, что мощность, излучаемая элементом тока, зависит от момента элемента тока, приходящегося на длину волны, Il/λ . Из этого уравнения, а также из уравнений (77) и (78) видно, что удобно выразить взаимное активное сопротивление излучения следующим образом:

$$R_{12} = \frac{K_{12} ds_1 ds_2}{\lambda^2}. \quad (79)$$

„Коэффициент влияния излучения“ K_{12} имеет размерность сопротивления. Он зависит только от расстояния между элементами, выраженного в длинах волн и от относительной ориентации элементов. Пусть

$$du_m = |I_m| \frac{ds_m}{\lambda}. \quad (80)$$

представляет собою момент произвольного элемента, отнесенный к длине волны. Выражая уравнение (76) для мощности, излучаемой двумя элементами через эти величины, получим

$$P = \frac{1}{2} K_{11} du_1 du_1 + K_{12} \cos \vartheta_{12} du_1 du_2 + \frac{1}{2} K_{11} du_2 du_2. \quad (81)$$

В более общем виде

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} K_{11} (du_1 du_1 + du_2 du_2 + du_3 du_3 + \dots) + \\ & + K_{12} \cos \vartheta_{12} du_1 du_2 + K_{13} \cos \vartheta_{13} du_1 du_3 + \dots + \\ & + K_{23} \cos \vartheta_{23} du_2 du_3 + K_{24} \cos \vartheta_{24} du_2 du_4 + \dots + \\ & + K_{34} \cos \vartheta_{34} du_3 du_4 + \dots \end{aligned} \quad (82)$$

Представим это выражение в более компактном виде

$$P = \frac{1}{2} \sum_m \sum_n K_{mn} \cos \vartheta_{mn} du_m du_n, \quad (83)$$

где суммирование распространяется на все элементы. Множитель $1/2$ появляется вследствие того, что при суммировании каждый член, для которого $m \neq n$ фигурирует дважды. Для непрерывного распределения элементов уравнение (83) принимает вид

$$P = \frac{1}{2} \iint K_{mn} \cos \vartheta_{mn} du_m du_n. \quad (84)$$

Задача теперь сводится к определению коэффициента влияния K_{mn} . Для представления результатов в удобной форме введем следующие функции:

$$\begin{aligned} A\left(\frac{r}{\lambda}\right) &= 30 \left(\frac{\lambda}{r}\right)^2 \left[\frac{\sin(2\pi r/\lambda)}{2\pi r/\lambda} - \cos \frac{2\pi r}{\lambda} \right], \\ B\left(\frac{r}{\lambda}\right) &= \frac{30\pi\lambda}{r} \left[\sin \frac{2\pi r}{\lambda} + \frac{\cos(2\pi r/\lambda)}{2\pi r/\lambda} - \frac{\sin(2\pi r/\lambda)}{(2\pi r/\lambda)^2} \right], \\ S\left(\frac{r}{\lambda}\right) &= A\left(\frac{r}{\lambda}\right) + B\left(\frac{r}{\lambda}\right), \quad T\left(\frac{r}{\lambda}\right) = A\left(\frac{r}{\lambda}\right) - B\left(\frac{r}{\lambda}\right). \end{aligned} \quad (85)$$

Тогда для двух параллельных элементов (рис. 5.18,а) имеем

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 2A\left(\frac{r}{\lambda}\right) \cos^2 \theta + 2B\left(\frac{r}{\lambda}\right) \sin^2 \theta,$$

где первый член обуславливается полем E_r , а второй — полем E_θ .

Так как

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta), \quad \sin^2 \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\theta),$$

то имеем

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = S\left(\frac{r}{\lambda}\right) + T\left(\frac{r}{\lambda}\right) \cos 2\theta. \quad (86)$$

Для двух перпендикулярных элементов в той же плоскости (рис. 5.18,б) имеем

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 2A\left(\frac{r}{\lambda}\right) \cos \theta \sin \theta - 2B\left(\frac{r}{\lambda}\right) \sin \theta \cos \theta = T\left(\frac{r}{\lambda}\right) \sin 2\theta. \quad (87)$$

Для любых двух элементов в той же плоскости (рис. 5.18,в) параллельные и перпендикулярные составляющие единичного мо-

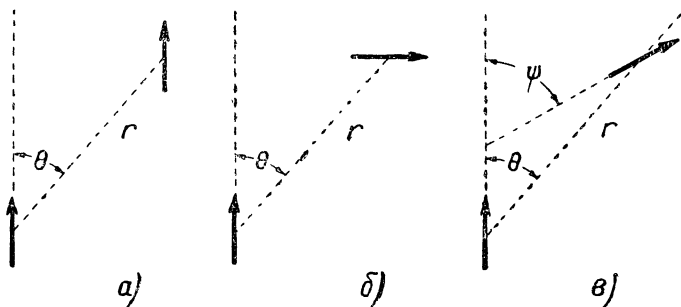


Рис. 5.18.

а — Два параллельных элемента. б — Два компланарных перпендикулярных элемента. в — Два компланарных элемента.

мента равны $\cos \psi$ и $\sin \psi$. Следовательно, для получения K_{12} нужно умножить уравнения (86) и (87) на $\cos \psi$ и $\sin \psi$ соответственно, а затем сложить.

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = S\left(\frac{r}{\lambda}\right) \cos \psi + T\left(\frac{r}{\lambda}\right) \sin \psi. \quad (88)$$



Если один элемент перпендикулярен плоскости, содержащей второй элемент и линию, соединяющую их центры, то

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 0. \quad (89)$$

Рис. 5.19. Функции S и T , определяемые уравнениями (85).

Окончательно, для любых двух элементов, расположенных, как показано на рис. 5.16, проекция единичного момента второго элемента на направление первого равна $\cos \theta_2$, а перпендикуляр-

ная составляющая в аксиальной плоскости первого элемента равна $\sin \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_2)$. Умножая уравнения (86) и (87) на величины этих составляющих и складывая, получим

$$K_{12}\left(\frac{r}{\lambda}\right) = S\left(\frac{r}{\lambda}\right) \cos \theta_2 + T\left(\frac{r}{\lambda}\right) [\cos 2\theta \cos \theta_2 + \sin 2\theta \sin \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_2)]. \quad (90)$$

Функции $S(r/\lambda)$ и $T(r/\lambda)$ показаны на рис. 5.19, а на стр. 164 приведена таблица.

В некоторых случаях интеграл в уравнении (84) может быть выражен через готовые табличные функции. Но в общем случае его необходимо определить численно. Для этого антенна с известным распределением тока разбивается на элементы, момент каждого элемента сосредоточивается в центре элемента и подсчитывается двойная сумма (уравнение 82).

5.22. Применение метода моментов

Для иллюстрации применения метода моментов определим мощность, излучаемую трубкой тока с синусоидальным распределением тока, длина которой равна половине длины волны (рис. 5.20). В гл. 8 будет показано, что такое распределение тока приблизительно существует в тонком проводе длиной $\lambda/2$. Предполагая, что трубка расположена по оси z и что ее центр совпадает с началом отсчета, получаем

$$I(z) = I_0 \cos \beta z, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (91)$$

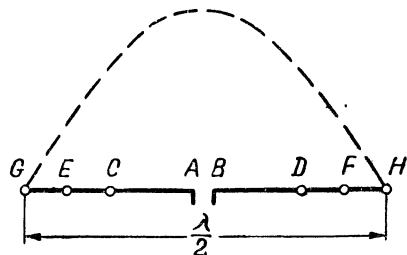


Рис. 5.20. Синусоидальная трубка тока длиной в полволны.

В данном случае возможно оценить интеграл в уравнении (84); это будет сделано в разделе 11.4. Здесь будет приведен метод, которым можно пользоваться, когда невозможно выразить интегралы через известные функции. Этот метод в основном заключается в численном интегрировании, а именно в замене интеграла в уравнении (84) двойной суммой в уравнении (82).

Момент тока на длину волны между $z = z_1$ и $z = z_2$ составляет

$$u = I \int_{z_1}^{z_2} \cos \beta z \, d\left(\frac{z}{\lambda}\right) = \frac{I}{2\pi} \sin \beta z \Big|_{z_1}^{z_2}. \quad (92)$$

Предполагая, что весь момент сосредоточен в центре трубки, получим $z_1 = -\lambda/4$, $z_2 = \lambda/4$ и

$$u = \frac{I}{\pi}. \quad (93)$$

r/λ	$A(r/\lambda)$	$B(r/\lambda)$	$S(r/\lambda)$	$T(r/\lambda)$	r/λ	$A(r/\lambda)$	$B(r/\lambda)$	$S(r/\lambda)$	$T(r/\lambda)$
0	394,8	394,8	789,6	0	0,72	-1,722	-127,7	-129,4	126,0
0,02	394,2	393,5	787,7	0,6112	0,74	-8,320	-123,0	-131,3	114,6
0,04	392,3	389,8	782,1	2,483	0,76	-14,12	-116,7	-130,8	102,6
0,06	389,2	383,6	772,8	5,554	0,78	-19,12	-109,1	-128,3	90,01
0,08	384,9	375,1	760,0	9,796	0,80	-23,35	-100,4	-123,7	77,01
0,10	379,4	364,3	743,7	15,15	0,82	-26,83	-90,58	-117,4	63,75
0,12	372,8	351,2	724,0	21,55	0,84	-29,58	-79,94	-109,5	50,36
0,14	365,1	336,2	701,2	28,90	0,86	-31,64	-68,62	-100,3	36,98
0,16	356,3	319,2	675,5	37,10	0,88	-33,04	-56,80	-89,83	23,76
0,18	346,5	300,5	647,0	46,04	0,90	-33,81	-44,65	-78,46	10,83
0,20	335,9	280,2	616,1	55,61	0,92	-34,02	-32,35	-66,37	-1,676
0,22	324,3	258,7	583,0	65,67	0,94	-33,68	-20,07	-53,75	-13,62
0,24	312,0	235,9	547,9	76,08	0,96	-32,87	-7,979	-40,85	-24,89
0,26	299,0	212,3	511,3	86,70	0,98	-31,63	3,760	-27,87	-35,39
0,28	285,4	188,0	473,3	97,39	1,0	-30,00	15,00	-15,00	-45,00
0,30	271,2	163,2	434,4	108,0	1,05	-24,60	40,04	15,44	-64,64
0,32	256,6	138,2	394,8	118,4	1,1	-17,95	59,34	41,39	-77,29
0,34	241,6	113,2	354,9	128,4	1,15	-10,79	71,70	60,91	-82,49
0,36	226,4	88,52	314,9	137,9	1,2	-3,810	76,60	72,79	-80,41
0,38	211,0	64,28	275,3	146,7	1,25	2,445	74,18	76,62	-71,73
0,40	195,5	40,72	236,3	154,8	1,3	7,552	65,17	72,73	-57,62
0,42	180,1	18,07	198,1	162,0	1,35	11,24	50,86	62,10	-39,61
0,44	164,7	-3,503	161,2	173,3	1,4	13,41	32,87	46,27	-19,46
0,46	149,5	-23,81	125,7	177,3	1,45	14,05	13,06	27,11	0,9958
0,48	134,6	-42,69	91,91	180,0	1,5	13,33	-6,667	6,667	20,00
0,50	120,0	-60,00	60,00	181,4	1,55	11,48	-24,93	-13,45	36,41
0,52	105,8	-75,62	30,19	181,6	1,6	8,796	-39,71	-30,91	48,50
0,54	92,11	-89,46	2,649	180,4	1,65	5,617	-49,88	-44,26	55,50
0,56	78,94	-101,4	-22,49	177,8	1,7	2,284	-54,79	-52,51	57,08
0,58	66,36	-111,5	-45,10	174,0	1,75	-0,8909	-54,30	-55,19	53,41
0,60	54,43	-119,5	-65,12	168,8	1,8	-3,640	-48,76	-52,40	45,12
0,62	43,18	-125,6	-82,47	162,4	1,85	-5,762	-38,94	-44,71	33,18
0,64	32,65	-129,8	-97,14	154,9	1,9	-7,132	-26,00	-33,13	18,87
0,66	22,88	-132,0	-109,1	146,2	1,95	-7,702	-11,28	-18,99	3,581
0,68	13,88	-132,4	-118,5	136,6	2,0	-7,500	3,750	-3,750	-11,25
0,70	5,680	-120,9	-125,2						

Так как $K_{11} = 80\pi^2$, то

$$P = 40I^2. \quad (94)$$

Разобьем теперь каждое плечо антенны на две половины и предположим, что моменты участков GC , CD , DH сосредоточены в их центрах. Моменты CD и DH соответственно равны:

$$U_{CD} = \frac{I}{\pi\sqrt{2}}, \quad U_{DH} = \frac{I(\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}\pi}. \quad (95)$$

На основании уравнения (82)

$$P = 40\pi^2 I^2 \left[\frac{1}{2\pi^2} + \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{8\pi^2} + \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{8\pi^2} \right] + 685,3I^2 \frac{\sqrt{2}-1}{2\pi^2} + 429,7 I^2 \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{8\pi^2} = 37,0I^2. \quad (96)$$

Точная величина для принятого распределения составляет $36,56I^2$.

Если провод изогнут, как показано на рис. 5.21, то имеем

$$P = 40\pi^2 I^2 \left[\frac{1}{2\pi^2} + \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{8\pi^2} + \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{8\pi^2} \right] + \frac{4}{5} I^2 T \left(\frac{\sqrt{5}}{16} / \frac{\sqrt{2}-1}{2\pi^2} + I^2 \left[S\left(\frac{1}{4}\right) - T \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{1}{4}\right) \right] \frac{3-2\sqrt{2}}{8\pi^2} \right) = 23,2I^2. \quad (97)$$

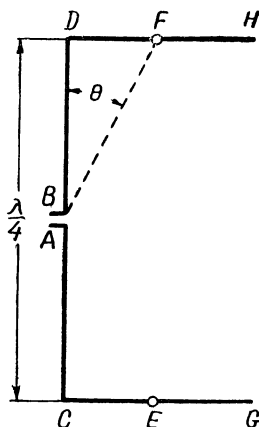


Рис. 5.21. Изогнутая трубка тока с синусоидальным распределением длины в полволны.

С помощью метода моментов могут быть получены довольно точные результаты даже при разбивке на сравнительно небольшое число участков. Точность результатов можно неограниченно повышать, увеличивая число участков. Только в особых точках, характерных для распределения тока в любой реальной антенне, этот метод неприменим.

5.23. Направленный прием

Поглощающие свойства антенны выводятся из ее излучающих свойств с помощью теоремы взаимности¹, которая более подробно рассматривается ниже. Таким образом, диаграмма направленности при работе на прием идентична с диаграммой излучения. В настоящей книге теорема взаимности рассматривается в большинстве случаев применительно к передающим антеннам.

¹ Впервые М. С. Нейман применил принцип взаимности для определения параметров приемной антенны, если известны ее параметры при работе на передачу. [Прим. ред.].

Лишь в некоторых случаях, как например, при рассмотрении антенны типа „волновой канал“ (направленной антенны, состоящей из параллельных горизонтальных проводов) оказывается удобным в первую очередь рассматривать приемные свойства антенн. В любом случае полезно рассматривать антенны с обеих точек зрения.

Пусть имеется короткий провод, нагруженный на концах большой емкостью в форме, например, двух металлических дисков (рис. 5.22). Напряженность электрического поля E , образующая с проводом угол θ , может быть разложена на две составляющие: параллельную к проводу $E \cos \theta$ и перпендикулярную к нему $E \sin \theta$.

Перпендикулярная составляющая не наводит напряжения между зажимами A и B . Напряжение, наводимое параллельной составляющей, равно

$$U = 2El \cos \theta. \quad (98)$$

В случае двух приемных элементов (рис. 5.23) напряжения, наводимые на зажимах каждого элемента, равны

$$U_1 = 2El \cos \theta, \quad U_2 = 2Ele^{-j\beta d \cos \psi} \cos \theta, \quad (99)$$

Рис. 5.22. Короткая антенна с емкостной нагрузкой на концах.

где E — напряженность электрического поля на первом элементе и ψ — угол между линией, соединяющей элементы, и направлением $\vec{n}$ распространения волны. Эти два напряжения можно складывать, по желанию, в любом фазовом соотношении. Если они складываются в фазе, то приемная пара будет действовать как синфазный приемник. Если фаза напряжения на выходе одного элемента запаздывает на βd , то этот приемник будет при-

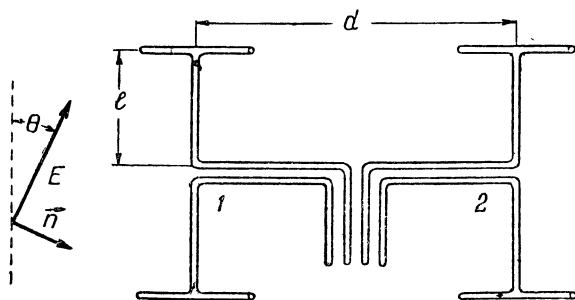


Рис. 5.23. Две нагруженные антенны, применяемые в качестве приемника.

нимать с направления вдоль оси. Напряжения, наводимые в отдельных элементах, могут быть усилены (не обязательно в одинаковой степени) до их сложения.

Напряжение, наводимое в коротком проводе без нагрузки на конце, составляет примерно половину напряжения, наводимого в сильно нагруженном проводе. Таким образом,

$$U = El \cos \theta. \quad (100)$$

Диаграмма приема в этом случае такая же, как у элемента тока.

5.24. Синтез антенных решеток

Как показано в настоящей главе, не представляет затруднений рассчитать диаграмму излучения для данного распределения излучающих элементов. Более трудной является задача расчета антенной решетки с определенными заранее направленными свойствами. Эта задача частично упрощается тем, что в большинстве практических случаев нас интересует не полное воспроизведение диаграммы направленности, а только ее основные данные: ширина основного лепестка, уровень наибольшего бокового лепестка, форма основного лепестка и др. Некоторый практический успех в решении этих задач может быть достигнут с помощью предположений, основанных на знании решений прямых задач. Но реальные успехи в решении обратной задачи возможны при применении непосредственных аналитических методов исследования¹.

При анализе решетки больше всего приходится иметь дело с множителем системы (уравнение 22). Комплексная форма, определяемая уравнением (20), удобна для анализа его свойств. Одним из авторов разработан следующий метод². Вводится комплексная переменная

$$z = e^{j\epsilon} = e^{j\beta l \cos \psi}, \quad (101)$$

где l — расстояние между элементами, а ψ — угол между осью решетки и выбранным направлением в пространстве. Комплексный множитель системы тогда принимает вид полинома

$$F = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_{n-1} z^{n-1}, \quad (102)$$

коэффициенты которого представляют относительные амплитуды и фазы различных элементов. Например, полином для однородной синфазной решетки имеет вид

$$F = 1 + z + z^2 + \dots + z^{n-1}, \quad (103)$$

а полином для однородной решетки, излучающей вдоль оси, равен

$$F = 1 + kz + k^2 z^2 + \dots + k^{n-1} z^{n-1}, \quad k = e^{-j\beta l}. \quad (104)$$

¹ Задачи синтеза антенн по заданной диаграмме направленности как для дискретных излучателей, так и для излучателей с непрерывным распределением тока ставились и были успешно решены Г. С. Раммом, И. И. Вольманом А. А. Пистолькорсом, А. З. Фрадиным и другими советскими учеными. [Прим. ред.]

² С. А. Щелкунов. „Математическая теория линейных решеток“, Bell Sys. Tech. Jour., 22, январь 1943, стр. 80—107.

Согласно основной теореме алгебры любой полином $(n-1)$ -й степени имеет $n-1$ корней и может быть разложен на множители. Таким образом,

$$F = a_{n-1}(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) \dots (z - z_{n-1}), \quad (105)$$

где $z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ являются корнями F . В случае однородной синфазной решетки, например, имеем

$$F = \frac{z^n - 1}{z - 1}. \quad (106)$$

Корнями полинома, стоящего в числителе, являются различные n -ые корни из единицы

$$z_m = u^m, \quad u = e^{2\pi i/n}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (107)$$

Поэтому

$$z^n - 1 = (z - 1)(z - u)(z - u^2) \dots (z - u^{n-1}), \quad (108)$$

и

$$F = (z - u)(z - u^2) \dots (z - u^{n-1}). \quad (109)$$

Множитель системы равен абсолютному значению F .

$$S = |F| = |a_{n-1}| |z - z_1| |z - z_2| \dots |z - z_{n-1}|. \quad (110)$$

Геометрически абсолютное значение разности $z - z_m$ между двумя комплексными числами представляется длиной прямого отрезка, соединяющего точки на комплексной плоскости, определяемые z и z_m . Как видно из уравнения (101), различные направления представляются точками, расположенными на единичной окружности с центром в точке $z = 0$. Следовательно, множитель системы решетки выражается произведением длин прямых отрезков, соединяющих выбранную точку на единичной окружности с нулями комплексного множителя системы F . Например, нули (уравнение 107) однородной синфазной решетки представляются точками, расположенными на единичной окружности на одинаковом расстоянии друг от друга, за исключением точки $z = 1$. Для шестиэлементной решетки эти нули находятся в точках $P_1, P_2, \dots, P_5$ на рис. 5.24. Множитель системы, таким образом, определяется выражением

$$S = (PP_1)(PP_2)(PP_3)(PP_4)(PP_5). \quad (111)$$

Он равен нулю, когда P совпадает с одним из этих нулей. Величина его максимальна, когда P находится в точке A , соответствующей $\psi = 90^\circ$ (т. е. направлению, перпендикулярному оси решетки).

Теперь можно сформулировать основной результат: множитель линейной решетки целиком характеризуется соответствующим многочленом комплексной переменной, которая изменяется в пределах единичного круга,

В случае симметричных решеток можно ввести новую переменную и получить соответствующий многочлен вещественной переменной, пределами которой является $(-1, 1)$. Рассмотрим, например, однородную синфазную решетку (уравнение 103), приняв n нечетным числом¹. Вначале напомним

$$F = z^{(n-1)/2} (z^{-(n-1)/2} + z^{-(n-3)/2} + \dots + z^{(n-3)/2} + z^{(n-1)/2}) \quad (112)$$

и заметим, что абсолютная величина первого множителя равна единице, так что он не оказывает влияния на величину множителя системы. Таким образом, из выражения для F этот множитель может быть вычеркнут. Пусть

$$w = \frac{1}{2} (z + z^{-1}). \quad (113)$$

Возведем последовательно в степень

$$w^2 = \frac{1}{4} (z^2 + 2 + z^{-2}), \quad w^3 = \frac{1}{8} (z^3 + 3z + 3z^{-1} - z^{-3}). \quad (114)$$

Из этих уравнений можно выразить $z^m + z^{-m}$ в виде многочлена относительно w . Следовательно, можно выразить F в виде полинома от w . Новая переменная w равна

$$w = \cos \xi = \cos (\beta l \cos \psi). \quad (115)$$

Она является вещественной и максимальные пределы ее изменения составляют $(-1, 1)$.

Этот метод был применен для расчета направленности решетки фиксированных размеров с целью подавления боковых лепестков. Наибольший боковой лепесток однородной решетки только на 13 дБ ниже уровня основного лепестка безотносительно к числу элементов. Для некоторых случаев эта величина является очень большой. Можно уменьшить этот уровень, сделав решетку неоднородной. Ощутительный выигрыш в направленности можно получить только за счет заметного снижения к. п. д., значительного сужения ширины полосы и увеличения точности регулирования амплитуд и фаз различных эле-

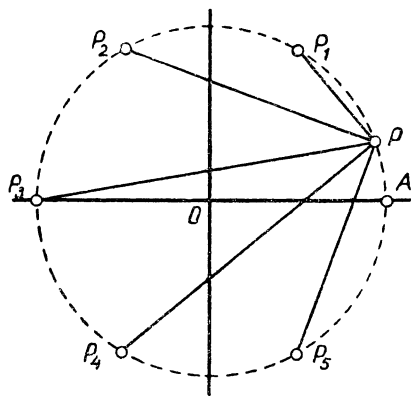


Рис. 5.24. Нули однородной синфазной решетки из 6 элементов.

¹ Рассматриваемый метод неудобен, когда расстояния между излучателями различны. Метод расчета дискретных излучателей с помощью разложения на гармоники и последующего решения системы линейных уравнений, предложенный А. А. Пистолькорсом, обладает большей общностью и может быть применен для любых расстояний между излучателями. [Прим. ред.]

ментов¹. На практике можно удовлетвориться лишь некоторым улучшением направленности по сравнению с однородными решетками.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. M. Foster, Directive diagrams of antenna arrays, Bell Sys. Tech. Jour., 3, April 1926, pp. 292—307.
2. Irving Wolff, Determination of the radiating system which will produce a specified directional characteristic, IRE Proc., 25, May 1937, pp. 631—643.
3. C. L. Dolph, A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side lobe level, IRE Proc., 34, June 1946, pp. 335—348.
4. H. J. Riblet and C. L. Dolph, IRE Proc., 35, May 1947, pp. 489—492.
5. P. M. Woodward and J. D. Lawson, The theoretical precision with an arbitrary radiation—pattern may be obtained from a source of finite size, IEE Jour. (London), 95, Part III, September 1948, pp. 363—370.
6. H. G. Booker and P. C. Clemmow, The concept of an angular spectrum of waves and its relation to that of polar diagram and aperture distribution, IEE Jour. (London), 97, Part III, January 1950, pp. 11—17.
7. T. T. Taylor and J. R. Whinnery, Applications of potential theory to the design of linear arrays, Jour. Appl. Phys., 22, January 1951, pp. 19—29.
8. Г. С. Рамм. Научно-технический сборник по электросвязи, Электротехнического института связи, вып. 3 (19), Связьтехиздат, 1947.
9. Н. И. Вольман, Электросвязь, № 4, 1941.
10. А. А. Пистолькорс, Известия электропромышленности слабого тока, № 1, 1939.
11. А. З. Фрадин, ЖТФ, т. XI, № 13, 1939.
12. А. А. Пистолькорс, ДАН, 89, № 5, 1953.
13. Л. Д. Бахрах, ДАН, т. 92, № 4, 1955.

5.25. Задачи

5.1.1. Пусть l —длина каждого плеча очень короткой и очень тонкой антенны ($l \ll \lambda/4$). Пусть заряд на каждом плече распределен равномерно. Показать, что поле в дальней зоне определяется выражением:

$$E_{\theta} = \frac{60\pi I_0 l}{\lambda r} j e^{-j\beta r} \sin \theta,$$

где I_0 —входной ток.

5.2.1. Показать, что (в дистиллированной воде проводимость равна нулю) интенсивность излучения приближенно определяется выражением

$$\Phi = 20r^2 (H_{\theta} H_{\theta}^* + H_{\varphi} H_{\varphi}^*) = \frac{r^2 (E_{\theta} E_{\theta}^* + E_{\varphi} E_{\varphi}^*)}{80}.$$

5.3.1. Вывести уравнение (15).

5.4.1. Определить мощность, излучаемую очень короткой и очень тонкой антенной, общая длина которой равна $2l$. Входной ток принят равным I_0 .

О т в е т.

$$P = 40\pi^2 \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2.$$

¹ Относительный выигрыш в направленности за счет перераспределения токов практически тем менее достижим, чем больше размер антенны, выраженный в длинах волн. [Прим. ред.]

5.4.2. Выразить дальнейшее поле элемента тока через излучаемую им мощность.

О т в е т.

$$E_{\theta} = \frac{(90P)^{1/2}}{r} j e^{-j\beta r} \sin \theta.$$

5.4.3. Показать, что уравнения полей в дальней зоне элемента тока и короткой антенны, выраженные через излучаемую мощность, имеют одинаковый вид.

5.8.1. Определить системы двух одинаковых источников, расположенных в точках с прямоугольными координатами $(0, 0, 0)$ и $(l, 0, 0)$.

О т в е т.

$$S = 2 \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \cos \varphi \right).$$

5.8.2. Определить множитель системы двух одинаковых источников, расположенных в точках с координатами $(0, 0, 0)$ и $(0, l, 0)$.

О т в е т.

$$S = 2 \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \sin \varphi \right).$$

5.8.3. Определить множитель системы четырех одинаковых источников, расположенных в вершинах квадрата: $(0, 0, 0)$, $(l, 0, 0)$, $(0, l, 0)$, $(l, l, 0)$.

Указание. Наиболее быстро можно решить задачу, рассматривая всю решетку состоящей из пар источников.

О т в е т.

$$S = 4 \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \cos \varphi \right) \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \sin \varphi \right).$$

5.8.4. Определить множитель системы восьми одинаковых источников, расположенных в вершинах куба: $(0, 0, 0)$, $(l, 0, 0)$, $(0, l, 0)$, $(0, 0, l)$ и т. д.

О т в е т.

$$S = 8 \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \cos \varphi \right) \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \sin \varphi \right) \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta \right).$$

5.8.5. Определить множитель системы трех источников, расположенных в точках $(0, 0, 0)$, $(0, 0, l)$, $(0, 0, 2l)$ и работающих в фазе при отношении амплитуд $1:2:1$.

О т в е т.

$$S = 4 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta \right).$$

5.8.6. Определить множитель системы линейной решетки, состоящей из $n+1$ источников, работающих в фазе, с амплитудами, пропорциональными коэффициентам биномиального разложения $(a+b)^n$, l — расстояние между последовательными элементами, Ψ — угол между осью решетки и выбранным направлением в пространстве.

О т в е т.

$$S = 2^n \cos^n \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \psi \right).$$

5.9.1. Определить интенсивность излучения пары, излучающей вдоль оси, состоящей из двух элементов, параллельных оси z и расположенных по оси x .

О т в е т.

$$\Phi = 60\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \left[\frac{\pi}{4} (1 - \sin \theta \cos \varphi) \right] \sin^2 \theta.$$

5.10.1. Какова величина интенсивности излучения синфазной пары, состоящей из двух элементов тока, расположенных по оси z и параллельно ей?

О т в е т.

$$\Phi = 60\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \theta \right) \sin^2 \theta.$$

5.10.2. Определить интенсивность излучения синфазной пары, состоящей из двух элементов, расположенных параллельно оси z и по оси y .

О т в е т.

$$\Phi = 60 \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi \right) \sin^2 \theta.$$

5.10.3. Определить интенсивность излучения синфазной пары, состоящей из двух элементов тока, расположенных вдоль оси x и параллельно ей.

О т в е т.

$$\Phi = 60\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi \right) (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi).$$

5.12.1. Определить множитель системы синфазной линейной решетки, состоящей из n элементов, амплитуды токов которых затухают по закону α непер на единицу длины.

О т в е т.

$$S^2 = \frac{|1 - e^{n(-\alpha + j\beta \cos \psi)l}|^2}{|1 - e^{(-\alpha + j\beta \cos \psi)l}|^2} = \frac{1 - 2e^{-nal} \cos(n\beta l \cos \psi) + e^{-2nal}}{1 - 2e^{-\alpha l} \cos(\beta l \cos \psi) + e^{-2\alpha l}} =$$

$$= e^{-(n-1)\alpha l} \frac{\cosh nal - \cos(n\beta l \cos \psi)}{\cosh \alpha l - \cos(\beta l \cos \psi)}.$$

5.13.1. Определить интенсивность излучения решетки, излучающей вдоль оси, состоящей из элементов, расположенных, как показано на рис. 5.9, а.

О т в е т.

$$\Phi = 15\pi \left(\frac{Idz}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \frac{n\pi l}{\lambda} (1 - \cos \theta)}{\sin^2 \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \theta)} \sin^2 \theta.$$

5.13.2. Определить множитель системы для линейной решетки, излучающей вдоль оси, состоящей из n элементов, амплитуды которых затухают по закону α непер на единицу длины.

О т в е т.

$$S^2 = \frac{1 - 2e^{-nal} \cos[n\beta l (1 - \cos \psi)] + e^{-2nal}}{1 - 2e^{-\alpha l} \cos[\beta l (1 - \cos \psi)] + e^{-2\alpha l}} =$$

$$= e^{-(n-1)\alpha l} \frac{\cosh nal - \cos[n\beta l (1 - \cos \psi)]}{\cosh \alpha l - \cos[\beta l (1 - \cos \psi)]}.$$

5.14.1. Определить множитель системы непрерывной линейной синфазной решетки, состоящей из источников, амплитуды которых затухают по закону α непер на единицу длины.

l — длина решетки.

О т в е т.

$$S^2 = \frac{1 - 2e^{-\alpha l} \cos(\beta l \cos \psi) + e^{-2\alpha l}}{\alpha^2 + \beta^2 \cos^2 \psi}.$$

5.14.2. Решить предыдущую задачу для решетки, излучающей вдоль оси.

О т в е т.

$$S^2 = \frac{1 - 2e^{-\alpha l} \cos[\beta l (1 - \cos \psi)] + e^{-2\alpha l}}{\alpha^2 + \beta^2 (1 - \cos \psi)^2}.$$

5.14.3. Определить множитель системы для линейной синфазной решетки длины l , если амплитуда источников максимальна в центре (единица, например) и спадает к концам по линейному закону

О т в е т.

$$S = l \left| \frac{k \sin\left(\frac{1}{2} \beta l \cos \psi\right)}{\frac{1}{2} \beta l \cos \psi} + \frac{\frac{1}{2} (1 - k) \sin^2\left(\frac{1}{4} \beta l \cos \psi\right)}{\left(\frac{1}{4} \beta l \cos \psi\right)^2} \right|.$$

5.14.4. Определить интенсивность излучения трубки электрического тока, простирающейся по оси z от $z = -\lambda/4$ до $z = \lambda/4$, принимая, что ток равен $I(z) = I_0 \cos \beta z$.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15I_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2} \pi \cos \theta\right)}{\pi \sin^2 \theta}, \quad \Phi_{\max} = \frac{15I_0^2}{\pi}.$$

5.14.5. Определить интенсивность излучения трубки электрического тока простирающейся вдоль оси z от $z = -l$ до $z = l$, принимая ток равным $I(z) = I_0 \sin \beta(l - |z|)$.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15I_0^2 [\cos(\beta l \cos \theta) - \cos \beta l]^2}{\pi \sin^2 \theta}.$$

5.14.6. Определить интенсивность излучения однородной трубки тока длиной l , простирающейся вдоль оси z .

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15I_0^2 [1 - \cos(\beta l \cos \theta)]}{2\pi \cos^2 \theta} \sin^2 \theta.$$

5.14.7. Определить интенсивность излучения бегущей волны тока, распространяющейся с фазовой постоянной k от $z = 0$ до $z = l$, $I(z) = I_0 e^{-jkz}$.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{30\pi I_0^2 [1 - \cos(k - \beta \cos \theta) l]}{\lambda^2 (k - \beta \cos \theta)^2} \sin^2 \theta.$$

5.14.8. Определить интенсивность излучения трубки тока, простирающейся от $z = 0$ до $z = l$ при $I(z) = I_0 \sin(\pi z/l)$.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{60\pi^3 I_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta\right) \sin^2 \theta}{\lambda^2 (\pi^2 - \beta^2 l^2 \cos^2 \theta)^2}$$

5.14.9. Определить интенсивность излучения трубки, простирающейся от $z = 0$ до $z = n\lambda/2$ и разбитой на n равных частей с одинаковым распределением тока. Ток от $z = 0$ до $z = \lambda/2$ равен $I(z) = I_0 \sin \beta z$; от $z = \lambda/2$ до $z = \lambda$ он равен $I(z) = I_0 \sin \beta \left(z - \frac{1}{2}\lambda\right)$ и т. п.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15I_0^2}{\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{1}{2}\pi \cos \theta\right) \sin^2\left(\frac{1}{2}n\pi \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta \sin^2\left(\frac{1}{2}\pi \cos \theta\right)}.$$

5.14.10. Определить множитель системы для однородной круговой решетки радиуса a . Решетка находится в плоскости xy , а центр — в начале координатной системы.

О т в е т.

$$S = 2\pi a J_0(\beta a \sin \theta).$$

5.15.1. Определить множитель системы для однородного цилиндрического экрана, состоящего из источников. Радиус экрана равен a , а высота — l . Цилиндрический экран коаксиален с осью z .

О т в е т.

$$S = 4\pi a J_0(\beta a \sin \theta) \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\beta l \cos \theta\right)}{\beta \cos \theta}.$$

5.15.2. Определить интенсивность излучения однородного цилиндрического экрана с электрическим током. Ток параллелен оси экрана.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15\pi C^2}{\lambda^2} S^2 \sin^2 \theta = \frac{15I^2}{4\pi\lambda^2 a^2} S^2 \sin^2 \theta,$$

где S дано в предыдущей задаче, C — линейная плотность тока экрана, $I = 2\pi a C$ — полный ток, протекающий параллельно оси цилиндра.

5.15.3. Определить интенсивность излучения однородного цилиндрического экрана с током, текущим по нему перпендикулярно оси цилиндра.

Указание. Разложить каждый элемент тока с моментом $(Ia/l) d\varphi dz$ на составляющие по осям x и y , поля которых можно сложить.

Примечание: Более простой способ дан в разделе 12.1.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{60\pi a^2 I^2 J_1^2(\beta a \sin \theta) \sin^2\left(\frac{1}{2}\beta l \cos \theta\right)}{l^2 \cos^2 \theta}.$$

5.16.1. Пользуясь результатом задачи 5.10.1 и уравнением (5), определить мощность, излучаемую синфазной парой (применяющейся в радиовещании).

О т в е т.

$$80\pi^2 \left[1 + \frac{3}{\beta^2 l^2} \left(\frac{\sin \beta l}{\beta l} - \cos \beta l \right) \right] \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.16.2. Рассмотреть два элемента тока на оси z на расстоянии l друг от друга. Пусть их моменты равны $I_1 dz_1$ и $I_2 dz_2$. Принимая, что I_1 и I_2 находятся в фазе, определить интенсивность излучения, а также излучаемую мощность путем интегрирования уравнения (5). Это дает взаимную излучаемую мощность и взаимное сопротивление излучения.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} [(I_1 dz_1)^2 + 2I_1 I_2 dz_1 dz_2 \cos(\beta l \cos \theta) + (I_2 dz_2)^2] \sin^2 \theta,$$

$$P = 40\pi^2 \left(\frac{I_1 dz_1}{\lambda} \right)^2 + \frac{60I_1 I_2 dz_1 dz_2}{l^2} \left(\frac{\sin \beta l}{\beta l} - \cos \beta l \right) + 40\pi^2 \left(\frac{I_2 dz_2}{\lambda} \right)^2.$$

5.16.3. В предыдущей задаче предположить, что моменты равны $I_1 dz_1$ и $I_2 e^{i\theta} dz_2$, где I_1 и I_2 находятся в фазе. Определить интенсивность излучения и доказать, что взаимная мощность излучения отличается от соответствующей мощности в предыдущей задаче на множитель $\cos \theta$.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} [(I_1 dz_1)^2 + 2I_1 I_2 dz_1 dz_2 \cos(\beta l \cos \theta + \theta) + (I_2 dz_2)^2] \sin^2 \theta.$$

5.16.4. Определить взаимную мощность излучения для двух параллельных элементов тока, расположенных на расстоянии l друг от друга и перпендикулярных к линии, соединяющей их центры. Моменты их равны $I_1 ds_1$ и $I_2 e^{i\theta} ds_2$, I_1 и I_2 находятся в фазе.

О т в е т.

$$P_{12} = \frac{60\pi I_1 I_2 ds_1 ds_2}{\lambda l} \left(\sin \beta l + \frac{\cos \beta l}{\beta l} - \frac{\sin \beta l}{\beta^2 l^2} \right) \cos \theta.$$

5.16.5. Пользуясь результатом предыдущей задачи, определить мощность, излучаемую синфазной решеткой, применяющейся в радиосвязи. Решетка состоит из трех элементов, расположенных на расстоянии половины длины волны друг от друга, с моментами $I \cdot ds$.

О т в е т.

$$P = 3P_{11} + 2P_{12} + P_{13} = 10(12\pi^2 - 21) \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.16.6. Решить предыдущую задачу для случая излучения вдоль оси.

О т в е т.

$$P = 10(12\pi^2 + 27) \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.16.7. Определить мощность, излучаемую тремя одинаковыми элементами тока, перпендикулярными данной плоскости и расположенными в вершинах равностороннего треугольника, стороны которого равны $\lambda/2$.

О т в е т.

$$P = 120(\pi^2 - 3) \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.16.8. Определить мощность, излучаемую однородной трубкой тока длины l . Для определения интегрального синуса и косинуса см. уравнения (6—52).

О т в е т.

$$\frac{60\pi l}{\lambda} \left(\text{Si } \beta l + \frac{\cos \beta l - 2}{\beta l} + \frac{\sin \beta l}{\beta^2 l^2} \right) I_0^2$$

5.16.9. Определить мощность, излучаемую трубкой, данные которой приведены в задаче 5.14.4.

О т в е т.

$$15(\ln 2\pi + C - \text{Ci } 2\pi) I_0^2 = 36,56 I_0^2.$$

5.16.10. Показать, что при стремлении βl к нулю, мощность, излучаемая двумя элементами, описанными в задаче.

5.16.2, стремится к величине

$$P = 40\pi^2 \left(\frac{I_1 dz_1 + I_2 dz_2}{\lambda} \right)^2.$$

Отсюда, для любого распределения тока $I(z)$ между $z = -l$ и $z = l$, при котором элементы тока находятся в фазе, а значение $2l/\lambda$ является малым, приближенная величина излучаемой мощности составляет

$$P = \frac{40\pi^2}{\lambda^2} \left[\int_{-l}^l I(z) dz \right]^2.$$

5.16.11. Показать, что если приближенную формулу, выведенную в предыдущей задаче, применить к задаче 5.16.9, то ответ будет $P = 40I_0^2$.

5.17.1. Определить приближенно мощность, излучаемую длинной однородной трубкой тока, и сравнить с точным выражением, приведенным в задаче 5.16.8.

О т в е т.

$$\frac{30\pi^2 l}{\lambda} I_0^2.$$

5.20.1. Определить взаимное сопротивление излучения двух координатных элементов, расположенных на следующих расстояниях друг от друга: (1) $\lambda/4$, (2) $\lambda/2$, (3) $3\lambda/4$, (4) λ .

О т в е т.

$$(1) \frac{1920}{\pi} \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}, \quad (2) 240 \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}, \quad (3) -\frac{640}{9\pi} \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}, \quad (4) -60 \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}.$$

5.20.2. Определить взаимное сопротивление излучения двух параллельных элементов с общей экваториальной плоскостью (рис. 5.17,б) при следующих расстояниях между элементами: (1) $\lambda/4$, (2) $\lambda/2$, (3) $3\lambda/4$, (4) λ .

О т в е т.

$$(1) 240\pi \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2} \quad (2) -120 \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2},$$

$$(3) -80\pi \left(1 - \frac{4}{9\pi^2} \right) \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}, \quad (4) 30 \frac{ds_1 ds_2}{\lambda^2}.$$

5.20.3. Определить мощность излучения излучающей вдоль оси пары, состоящей из двух элементов, расположенных на расстоянии четверти длины волны друг от друга.

О т в е т.

$$80\pi^2 \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.20.4. Определить методом наведенных э. д. с. мощность излучения синфазной пары радиовещательного типа и проверить таким образом ответ на задачу 5.16.1.

5.20.5. Определить мощность излучения синфазной пары радиосвязного типа.

О т в е т.

$$80\pi^2 \left[1 + \frac{3}{2\beta l} \left(\sin \beta l + \frac{\cos \beta l}{\beta l} - \frac{\sin \beta l}{\beta^2 l^2} \right) \right] \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

5.21.1. Определить коэффициенты влияния двух координатных элементов, расположенных на следующих расстояниях друг от друга: (1) $\lambda/4$, (2) $\lambda/2$, (3) $3\lambda/4$, (4) λ .

О т в е т.

(1) $1920/\pi$, (2) 240, (3) $-640/9\pi$, (4) -60 .

5.21.2. Определить коэффициенты влияния двух параллельных элементов, имеющих общую экваториальную плоскость при расстояниях между элементами: (1) $\lambda/4$, (2) $\lambda/2$, (3) $3\lambda/4$, (4) λ .

О т в е т.

(1) $240\pi \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)$, (2) -120 , (3) $-80\pi \left(1 - \frac{4}{9\pi^2}\right)$, (4) 30.

5.21.3. Определить методом моментов мощность, излучаемую трубкой тока, простирающейся от $z = -\lambda/2$ до $z = \lambda/2$ при $I(z) = I_0 \sin \beta z$.

О т в е т.

$$80 \left(1 + \frac{3}{\pi^2}\right) I_0^2 \approx 104 I_0^2.$$

5.21.4. Решить предыдущую задачу для случая $I(z) = I_0 \sin \beta z$.

О т в е т.

$$80 \left(1 - \frac{3}{\pi^2}\right) I_0^2 \approx 56 I_0^2.$$

5.23.1. Рассмотреть два приемника в точках с прямоугольными координатами $(0, 0, 0)$ и $(l, 0, 0)$. Диаграммы приема у них одинаковые. Определить множитель системы решетки, считая, что на выходе приемников сигналы складываются в фазе. Сравните с задачей 5.8.1, учитывая, что диаграммы излучения и приема тождественны.

5.23.2. Решить предыдущую задачу в предположении, что выходное напряжение приемника в точке $(l, 0, 0)$ удвоено до сложения с напряжением на выходе второго приемника.

О т в е т.

$$S = 2 \cos \left(\frac{1}{2} \beta l \sin \theta \cos \varphi - \frac{1}{2} \vartheta \right).$$

5.23.3. Решить предыдущую задачу в предположении, что выходное напряжение приемника в $(0, 0, 0)$ удвоено до сложения с напряжением на выходе другого приемника.

О т в е т.

$$S^2 = 5 + 4 \cos (\beta l \sin \theta \cos \varphi - \vartheta).$$

5.23.4. Сформулировать задачу 5.8.5 для приема и показать путем непосредственного расчета, что система имеет тот же пространственный множитель.

КОЭФФИЦИЕНТ НАПРАВЛЕННОГО ДЕЙСТВИЯ (КНД) И ДЕЙСТВУЮЩАЯ ПЛОЩАДЬ ПЕРЕДАЮЩЕЙ АНТЕННЫ

6.1. Коэффициент направленного действия передающей антенны

Диаграмма излучения антенны показывает относительную мощность, излучаемую ею в различных направлениях. Если поляризация излучаемой волны имеет существенное значение, то необходимо построить диаграммы для отдельных составляющих E по направлениям θ и φ .

При сравнении двух антенн данные, получаемые из диаграмм излучения, обычно дополняются данными о максимально возможном выигрыше мощности, обусловленном их направленными свойствами. Этот выигрыш или усиление одной антенны относительно другой определяется как отношение мощностей, соответствующих одинаковым максимальным интенсивностям излучения. А именно:

$$D_{21} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{\iint \Phi_1 d\Omega}{\iint \Phi_2 d\Omega}, \quad \Phi_{1, \text{ макс}} = \Phi_{2, \text{ макс}}. \quad (1)$$

Эта величина представляет собою усиление второй антенны по отношению к первой. Удобно сравнивать усиление всех антенн с усилением одного эталонного излучателя. Таким эталоном является изотропный излучатель. Усиление D , отнесенное к изотропному излучателю, называется коэффициентом направленного действия антенны (к. н. д.). Таким образом,

$$D = \frac{P_0}{P} = \frac{\iint \Phi_0 d\Omega}{\iint \Phi d\Omega} = \frac{4\pi\Phi_0}{\iint \Phi d\Omega}, \quad \Phi_0 = \Phi_{\text{ макс}}. \quad (2)$$

Часто бывает удобным выбрать Φ таким образом, чтобы $\Phi_{\text{ макс}} = 1$, при этом уравнение (2) принимает вид

$$D = \frac{4\pi}{P} = \frac{4\pi}{\iint \Phi d\Omega}. \quad (2')$$

Из этого уравнения очевидно, что к. н. д. равен отношению максимальной интенсивности излучения к средней интенсивности излучения¹.

Например, интенсивность излучения элемента тока пропорциональна $\sin^2 \theta$. Следовательно,

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\varphi} = 3/2. \quad (3)$$

Если D_{AB} — усиление антенны A относительно B , а D_{BC} — усиление антенны B по отношению к антенне C , то

$$D_{AB} D_{BC} = D_{AC}, \quad (4)$$

где D_{AC} — усиление антенны A относительно антенны C .

Коэффициент направленного действия антенны и усиление одной антенны относительно другой выражают часто в логарифмических единицах, в частности, в децибелах. При этом

$$D_{\text{дб}} = 10 \lg D, \quad D_{\text{дб}AB} = 10 \lg D_{AB}, \quad (5)$$

и

$$D_{\text{дб}AB} = D_{\text{дб}BC} = D_{\text{дб}AC}.$$

Применяя уравнения (2) и (4) к уравнению (1), получаем

$$D_{21} = \frac{\Phi_{2, \text{макс}} \iint \Phi_1 d\Omega}{\Phi_{1, \text{макс}} \iint \Phi_2 d\Omega} = \frac{P_1 \Phi_{2, \text{макс}}}{P_2 \Phi_{1, \text{макс}}}. \quad (6)$$

При $\Phi_{1, \text{макс}} = \Phi_{2, \text{макс}}$ получаем уравнение (1). При $P_1 = P_2$ $D_{21} = \Phi_{2, \text{макс}} / \Phi_{1, \text{макс}}$. Отношение интенсивностей излучения равно отношению квадратов напряженностей поля (E или H).

6.2. Коэффициент полезного действия

В предыдущем разделе мы предположили, что антенны не имеют потерь и что мощность не рассеивается в виде тепла в проводниках и диэлектриках, входящих в их конструкцию. Тепловые потери в антенне влияют на эффективность работы и их следует учитывать при расчете антенны. Элементы тока различной длины являются одинаково эффективными излучателями и приемниками мощности только при условии отсутствия в них потерь. Если активное сопротивление элемента равно R_0 , то полная мощность, поступающая к элементу, работающему в качестве передающей антенны, составляет

$$P = \frac{1}{2} (R_0 + R_{\text{изл}}) I^2. \quad (7)$$

¹ Учитывается выигрыш в мощности только за счет направленных свойств антенны. [Прим. ред.]

Тогда коэффициент полезного действия антенны равен

$$\frac{P_{\text{изл}}}{P} = \frac{R_{\text{изл}}}{R_0 + R_{\text{изл}}} . \quad (8)$$

Так как R_0 пропорционально длине, а $R_{\text{изл}}$ пропорционально квадрату длины элемента, то короткие элементы менее эффективны, чем длинные. В действительности, короткие элементы являются крайне неэффективными.

6.3. Усиление мощности

Общее усиление или усиление по мощности антенны 2 по сравнению с антенной 1 определяется отношением

$$g_{21} = \frac{P_1}{P_2} , \quad \Phi_{1, \text{ макс}} = \Phi_{2, \text{ макс}} , \quad (9)$$

где P_1 — мощность, поступающая к антенне 1, а P_2 — мощность, поступающая к антенне 2. Абсолютная величина усиления мощности данной антенны определяется по отношению к изотропному излучателю без потерь, т. е.

$$g = \frac{P_0}{P} = \frac{4\pi\Phi_{\text{ макс}}}{P_d + \int \Phi d\Omega} , \quad (10)$$

где P_d характеризует тепловые потери в данной антенне.

6.4. Действующая площадь приемной антенны

Действующая площадь приемной антенны выражается отношением максимальной мощности на зажимах антенны, получаемой от линейно-поляризованной волны¹, к мощности волны, падающей на единицу площади, а именно

$$A_{\text{эфф}} = \frac{P_{\text{ макс пр}}}{E^2/240\pi} = \frac{240\pi P_{\text{ макс пр}}}{E^2} . \quad (11)$$

Если пренебречь тепловыми потерями, то действующую площадь можно считать равной „площади направленности“ антенны.

Для примера рассчитаем действующую площадь элемента тока без потерь длиной s . Напряжение, приложенное к элементу, является максимальным, когда элемент параллелен вектору напряженности электрического поля. Это напряжение равно $U = Es$. Пусть $Z_{\text{изл}}$ — полное сопротивление излучения элемента, т. е. сопротивление, обусловленное реакцией волны, возбужденной током I в элементе. Пусть $Z_{\text{нагр}}$ — полное сопротивление цепи, соединенной последовательно с элементом.

¹ Для которой электрический вектор в выбранной точке P ориентирован по фиксированной прямой линии, проходящей через P .

Тогда

$$U = Es(Z_{\text{изл}} + Z_{\text{нагр}})I, \quad I = \frac{Es}{Z_{\text{изл}} + Z_{\text{нагр}}} . \quad (12)$$

Принимаемая мощность составляет

$$P = \frac{1}{2} R_{\text{нагр}} |I|^2 = \frac{R_{\text{нагр}} |Es|^2}{2 |Z_{\text{изл}} + Z_{\text{нагр}}|^2} \quad (13)$$

$$P = \frac{R_{\text{нагр}} E^2 s^2}{2 (R_{\text{изл}} + R_{\text{нагр}})^2 + 2 (X_{\text{изл}} + X_{\text{нагр}})^2} .$$

Она является максимальной, если

$$X_{\text{изл}} + X_{\text{нагр}} = 0, \quad R_{\text{нагр}} = R_{\text{изл}} . \quad (14)$$

Тогда, на основании уравнений 13 и 5—66

$$P_{\text{макс}} = \frac{E^2 s^2}{8 R_{\text{изл}}} = \frac{E^2 s^2}{640 \pi^2 s^2 / \lambda^2} = \frac{E^2 \lambda^2}{640 \pi^2} . \quad (15)$$

Таким образом, максимальная принимаемая мощность не зависит от длины элемента. Подставляя $P_{\text{макс}}$ из уравнения (15) в уравнение (11), определим действующую площадь элемента без потерь:

$$A = \frac{3\lambda^2}{8\pi} . \quad (16)$$

Она приблизительно равна площади квадрата с диагональю $\lambda/2$ или площади прямоугольника со сторонами $\lambda/2$ и $\lambda/4$.

Тепловые потери влияют на к. п. д. приемной антенны и уменьшают ее действующую площадь. Если пренебречь реактивностью в уравнении 13, то уравнение для мощности, воспринимаемой элементом тока, примет вид

$$P = \frac{R_{\text{нагр}} E^2 s^2}{2(R_{\text{изл}} + R_0 + R_{\text{нагр}})^2} . \quad (17)$$

где R_0 — активное сопротивление элемента. В $R_{\text{нагр}}$ поступает максимальная мощность, когда

$$R_{\text{нагр}} = R_{\text{изл}} + R_0 \quad (18)$$

и равна

$$P = \frac{E^2 s^2}{8(R_{\text{изл}} + R_0)} . \quad (19)$$

Отсюда действующая площадь элемента тока с потерями составляет

$$A = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \frac{R_{\text{изл}}}{R_{\text{изл}} + R_0} . \quad (20)$$

К. п. д. приемной антенны определяется, как отношение мощности, фактически поступающей в нагрузку к мощности, которая могла бы поступить при отсутствии тепловых потерь. Таким образом, к. п. д. элемента тока, используемого в качестве приемника, равно его к. п. д. при использовании в качестве передатчика.

6.5. Формулы передачи в свободном пространстве

Рассмотрим две антенны, расположенные на расстоянии r друг от друга (рис. 6.1). Пусть приемная антенна 2 ориентирована в направлении максимального излучения передающей антенны 1. Предположим, что волна, возбуждаемая передающей антенной, линейно поляризована в части пространства, занятой приемной антенной, и пусть последняя должным образом ориентирована для приема максимальной мощности.



Рис 6.1. Две антенны в свободном пространстве.

Для определения отношения принимаемой мощности $P_{\text{пр}}$ к мощности, излучаемой передающей антенной $P_{\text{пер}}$, рассуждаем следующим образом. 1) Если мощность $P_{\text{пер}}$ передающей антенны излучается равномерно во всех направлениях, то мощность, приходящаяся на единицу площади на расстоянии r , равна $P_{\text{пер}}/4\pi r^2$. 2) Если усиление мощности передающей антенны равно D_1 , то поток мощности в приемной антенне увеличивается в D_1 раз. Поэтому если действующая площадь приемной антенны равна A_2 , то имеем

$$P_{\text{пр}} = \frac{P_{\text{пер}}}{4\pi r^2} D_1 A_2, \quad \frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{D_1 A_2}{4\pi r^2}. \quad (21)$$

Например, для двух элементов тока без потерь $D_1 = \frac{3}{2} A_2 = 3\lambda^2/8\pi$ и

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{9\lambda^2}{64\pi^2 r^2}. \quad (22)$$

Если приемная антенна ориентирована для приема максимальной мощности при направлении электрического вектора в на-

правлении $\bar{n}$, отличным от направления E падающей волны, то уравнение (21) принимает вид

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{D_1 A_2}{4\pi r^2} \cos^2(\bar{E}, \bar{n}), \quad (23)$$

где $(\bar{E}, \bar{n})$ — угол между двумя направлениями. Аналогично, отношение мощностей, выраженное коэффициентом $\Phi/\Phi_{\text{макс}}$, уменьшится, если приемная антенна не будет расположена в направлении максимального излучения передающей антенны.

Этот коэффициент при рассмотрении усиления или действующей площади антенны «в данном направлении» включается в D или A .

Аналогичным образом, если передающая антенна возбуждает эллиптически поляризованные волны¹, в то время как конструкция приемной антенны не позволяет наиболее эффективно осуществлять прием этих волн, то появится коэффициент потерь, связанный с поляризацией. Для примера рассмотрим два взаимно перпендикулярных одинаковых элемента тока, соединенных между собою так, что они работают в квадратуре (рис. 6.2). Если эта антенна применяется как передающая антенна, то ее направленность такая же, как у одиночного элемента. Это следует из того, что мощность, излучаемая этими элементами, может быть определена, считая, что они излучают независимо (раздел 5.20). Поля элементов в волновой зоне находятся в квадратуре. Следовательно, излучаемая мощность и максимальная интенсивность излучения в два раза больше соответствующих величин для одиночного элемента.

Если одиночный элемент применяется как приемная антенна (рис. 6.2), то принимаемая им мощность обуславливается только составляющей поля, параллельной элементу. Таким образом, им будет принята только половина полной мощности, поступающей к антенне, рассчитанной на одинаково эффективный прием обоих видов поляризации².

6.6. Соотношение между КНД и действующей площадью

Если две антенны (рис. 6.1) излучают линейно поляризованные волны в направлении (или направлениях) максимального излучения, то, считая антенну 2 передающей, а антенну 1 приемной, получаем

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{D_2 A_1}{4\pi r^2}. \quad (24)$$

¹ Волны эти характеризуются тем, что в течение каждого периода конец электрического вектора описывает эллипс.

² Эллиптически поляризованные волны будут рассмотрены более подробно в разделах 12.13 и 12.14.

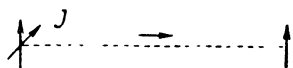


Рис. 6.2. Передающая антенна, состоящая из двух взаимно перпендикулярных элементов, работающих в квадратуре, и одиночный элемент, работающий в качестве приемной антенны.

Согласно теореме взаимности это отношение должно иметь то же значение, что в уравнении (21), и, следовательно,

$$D_1 A_2 = D_2 A_1, \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{D_2}{D_1}. \quad (25)$$

Таким образом, действующие площади двух антенн пропорциональны их к. н. д. (или усилениям мощности в случае наличия потерь).

Пусть одна антенна представляет собой элемент тока, а другая — изотропный излучатель. Тогда

$$\frac{3}{2} A_0 = \frac{3\lambda^2}{8\pi}, \quad A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi}, \quad (26)$$

где A_0 — действующая площадь изотропного излучателя.

Применяя уравнения (25) к любой антенне, излучающей линейно поляризованные волны в направлении максимального излучения и работающей совместно с изотропным излучателем, мы получаем следующее основное соотношение между действующей площадью и к. н. д. антенны:

$$A = \frac{D\lambda^2}{4\pi}, \quad D = \frac{4\pi A}{\lambda^2}. \quad (27)$$

6.7. Вспомогательные формулы передачи в свободном пространстве

Пользуясь уравнением (27), можно выразить отношение мощностей (уравнение 21) либо через к. н. д. двух антенн, либо через действующие площади этих антенн. Таким образом

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пе}}} = \frac{D_1 A_2}{4\pi r^2} = D_1 D_2 \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 = \frac{A_1 A_2}{\lambda^2 r^2}. \quad (28)$$

Последним выражением удобно пользоваться, когда действующие площади передающей и приемной антенн не зависят от длины волны (как в случае больших рупоров). Ранее представленное выражение представляет практический интерес, когда к. н. д. не зависит от длины волны (как в случае полуволновых вибраторов). Наконец, первое выражение наиболее удобно, когда к. н. д. передающей антенны и действующая площадь приемной антенны не зависят от длины волны.

6.8. Коэффициент направленного действия пары, излучающей вдоль оси

В случае пары элементов тока, излучающих вдоль оси, элементы находятся в квадратуре. Было показано (раздел 5.20), что взаимное активное сопротивление излучения таких элементов равно нулю. Следовательно, мощность P , излучаемая парой эле-

ментов тока, вдвое больше мощности, излучаемой одним элементом. Из уравнения 5.67 получаем

$$P = 80\pi^2 \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2. \quad (29)$$

Максимальная интенсивность излучения пары элементов определяется из уравнения 5.27

$$\Phi_{\text{макс}} = 60 \pi \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2. \quad (30)$$

Она равна единице, если

$$\left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{60\pi};$$

тогда

$$P = \frac{4\pi}{3}.$$

Из уравнения (2) теперь находим ¹

$$D = \frac{4\pi}{P} = 3, \quad (31)$$

а из уравнения (27)

$$A = \frac{3\lambda^2}{4\pi}.$$

6.9. Коэффициент направленного действия синфазной пары

В случае синфазной пары радиовещательного типа элементы тока расположены соосно. Если расстояние между элементами составляет половину длины волны, то взаимное активное сопротивление излучения можно определить, принимая $\beta r = \pi$ в уравнении (5.77). Таким образом,

$$R_{12} = \frac{240 ds^2}{\lambda^2}. \quad (32)$$

Из уравнения 5.66 имеем

$$R_{11} = R_{22} = \frac{80\pi^2 ds^2}{\lambda^2}.$$

Из уравнения 5.76:

$$P = 80\pi^2 \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2 + 240 \left(\frac{Ids}{\lambda} \right)^2.$$

¹ Если данные, используемые в настоящем разделе, отсутствуют, то лучше пользоваться непосредственно уравнением 2. Вначале получаем Φ , как в уравнении 5.27. Постоянный коэффициент можно опустить, так как он на D не влияет. Тогда $\Phi_{\text{макс}} = 1$, а D равно 4π , деленное на интеграл по Φ .

Из уравнения 5.36:

$$\Phi_{\text{макс}} = 60\pi \left(\frac{Ids}{\lambda}\right)^2 = 1, \quad \left(\frac{Ids}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{60\pi}; \quad (33)$$

Поэтому

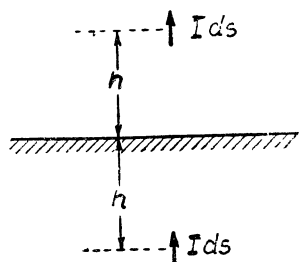
$$D = \frac{3\pi^2}{\pi^2 + 3} = 2,30 \dots, \quad A = \frac{3\pi\lambda^2}{4(\pi^2 + 3)} = 0,183\lambda^2. \quad (34)$$

В синфазной паре магистрального (связного) типа (рис. 5.9б) элементы тока параллельны друг другу и перпендикулярны к линии, соединяющей центры. Интенсивность излучения определяется уравнением (5—37), а взаимное активное сопротивление излучения — уравнением (57—8). Таким образом, при расстоянии между элементами, равном половине длины волны, получаем

$$D = \frac{6\pi^2}{2\pi^2 - 3} = 3,54; \quad A = \frac{3\pi\lambda^2}{2(2\pi^2 - 3)} = 0,281\lambda^2. \quad (35)$$

6.10. Вертикальный элемент над идеальной землей

Для определения влияния земли на поле вертикального элемента (рис. 6.3) вводится его зеркальное изображение. Максимальная интенсивность излучения не зависит от высоты h над землей и равна единице, если равенство (33) выполняется. Подставляя $r = 2h$ в уравнение (5—77) и используя уравнение (5—76), получаем



$$P = 80\pi^2 \left(\frac{Ids}{\lambda}\right)^2 + 15 \left(\frac{Ids}{\lambda}\right)^2 \frac{\lambda^2}{h^2} \left(\frac{\sin 2\beta h}{2\beta h} - \cos 2\beta h \right).$$

Рис. 6.3. Вертикальный элемент тока над идеальной землей и его зеркальное изображение.

Следовательно, к. н. д. элемента и его изображения равен

$$D = 3 \left[1 + \frac{3}{4\beta^2 h^2} \left(\frac{\sin 2\beta h}{2\beta h} - \cos 2\beta h \right) \right]^{-1}. \quad (36)$$

Это выражение характеризует увеличение интенсивности излучения, обусловленное наличием земли. На рис. 6.4 показана зависимость изменения к. н. д. от высоты, выраженной в длинах волн.

Если теперь ввести землю, то излучаемая мощность делится пополам, а интенсивность излучения остается неизменной. Таким образом, мы получим дополнительное усиление в 3 дб.

Можно также утверждать, что вследствие усиления прямого луча отраженным от земли лучом напряженность электрического поля в направлении, параллельном земле, удваивается. Поэтому интенсивность излучения учетверяется. Высоко над землей мощность излучения будет такая же, как в свободном пространстве.

Следовательно, усиление, обусловленное наличием земли, составляет 6 дб.

6.11. Коэффициент направленного действия синфазных решеток

В синфазной решетке как радиовещательного, так и связного типов, состоящей из n элементов тока, мощность излучения равна

$$P = \left[\frac{1}{2} n R_{11} + (n-1) R_{12} + (n-2) R_{13} + \dots + R_{1n} \right] I^2, \quad (37)$$

где R_{12} — взаимное сопротивление излучения между соседними элементами, R_{13} — взаимное сопротивление излучения между m

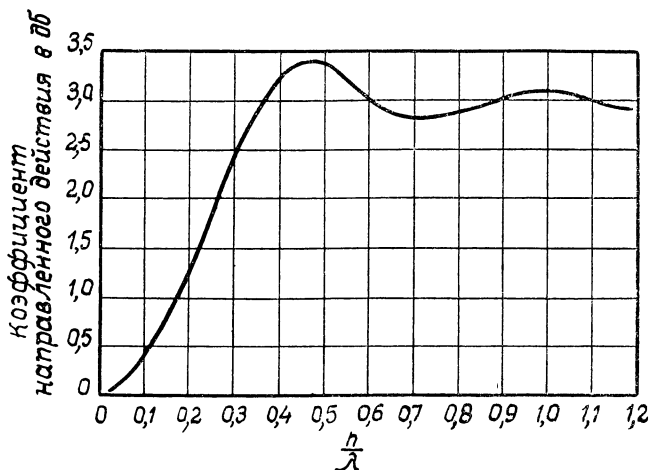


Рис. 6.4. Увеличение коэффициента направленного действия вертикального элемента тока и его зеркального изображения в зависимости от высоты, выраженной в длинах волн.

и $(m+2)$ элементами и т. д. Для любого типа синфазной решетки максимальная напряженность электрического поля согласно уравнению (5—1) равна

$$|E_\theta| = \frac{60 \pi n I d s}{\lambda r}. \quad (38)$$

Подставляя в уравнение (5—10), получаем

$$\Phi_{\text{макс}} = 15 \pi \left(\frac{n d s}{\lambda} \right)^2 I^2. \quad (39)$$

Поэтому, согласно уравнению (2)

$$D = \frac{4\pi \Phi_{\text{макс}}}{P} = \frac{60\pi^2 (n d s / \lambda)^2}{\frac{1}{2} n R_{11} + (n-1) R_{12} + (n-2) R_{13} + \dots + R_{1n}}. \quad (40)$$

Взаимные сопротивления излучения для радиовещательного типа синфазной решетки определяются по уравнению (5—77). Таким образом, при расстоянии между последовательными элементами, равном $\lambda/2$,

$$R_{12} = 240 \left(\frac{ds}{\lambda} \right)^2, \quad R_{13} = -60 \left(\frac{ds}{\lambda} \right)^2, \quad R_{14} = \frac{80}{3} \left(\frac{ds}{\lambda} \right)^2, \quad (41)$$

отсюда

$$D = \frac{1,5 n}{1 + \frac{6}{\pi^2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) - \frac{6}{4\pi^2} \left(1 - \frac{2}{n} \right) + \frac{6}{9\pi^2} \left(1 - \frac{3}{n} \right) - \dots \pm \frac{6}{\pi^2 (n-1)^2 n}}. \quad (42)$$

При большом n , D пропорционально n .

Аналогично, для синфазной решетки связного типа получаем

$$R_{1m} = (-)^{m-1} \frac{120 (ds/\lambda)^2}{(m-1)^2}, \quad m \neq 1; \quad (43)$$

$$D = 1,5 n \left[1 + \sum_{m=2}^n (-)^{m-1} \frac{3}{(m-1)^2 \pi^2} \left(1 - \frac{m-1}{n} \right) \right]^{-1}. \quad (44)$$

Для соответствующей решетки, состоящей из пар, излучающих вдоль оси, D почти удваивается.

6.12. Коэффициент направленного действия решеток, излучающих вдоль оси

Максимальная интенсивность излучения решетки, состоящей из n элементов тока, излучающей вдоль своей оси, определяется уравнением (39). Но при этом необходимо учесть влияние относительных фаз, как показано в уравнении (5—76). Если элементы расположены на расстоянии четверти длины волны друг от друга, то

$$P = \frac{1}{2} n R_{11} I^2 + \sum_{m=2}^n (n - m + 1) R_{1m} \cos \frac{(m-1)\pi}{2} I^2.$$

Косинусный множитель становится равным нулю при четном m и $(-)^k$ при $m = 2k + 1$. Таким образом,

$$P = \frac{1}{2} n R_{11} I^2 + \sum_{k=1}^{k \leq (n-1)/2} (-)^k (n - 2k) R_{1,2k+1} I^2. \quad (45)$$

¹ Заметим, что для линейной решетки, элементы которой расположены на расстоянии $\lambda/2$ друг от друга, максимальный к. н. д. в направлении, перпендикулярном решетке, достигается, когда элементы синфазны. [Прим. ред.]

Следовательно, пользуясь уравнением (39) для значения $\Phi_{\text{макс}}$, получаем

$$D = 1,5n \left[1 + \sum_{k=1}^{k \leq (n-1)/2} \frac{3}{k^2 \pi^2} \left(1 - \frac{2k}{n} \right) \right]^{-1}. \quad (46)$$

При увеличении n D асимптотически приближается к значению n .

$$\begin{aligned} D &\approx 1,5n \left[1 + \frac{3}{\pi^2} \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right) \right]^{-1} = \\ &= 1,5n \left[1 + \frac{3}{\pi^2} \frac{\pi^2}{6} \right]^{-1} = n. \end{aligned} \quad (47)$$

Тем же методом устанавливаем, что D в уравнении (42) стремится к n , а в уравнении (44) — к $2n$.

6.13. Коэффициент направленного действия непрерывных решеток, излучающих вдоль оси

Если решетка является непрерывной (т. е. имеет место непрерывное распределение тока), то удобнее определить мощность излучения путем интегрирования интенсивности излучения по уравнению 5—5, чем с помощью интегрирования величины взаимной мощности, излучаемой двумя произвольными дифференциальными элементами решетки. Рассмотрим для примера непрерывное распределение вдоль оси z элементов тока, расположенных параллельно оси x .

Если решетка предназначена для излучения максимальной мощности в положительном направлении z , то последовательное запаздывание фазы на решетке должно быть по крайней мере равно запаздыванию фазы волн в свободном пространстве. При этом условии можно определить множитель системы, приняв $k = \beta = 2\pi/\lambda$ в уравнении (5—41). Таким образом, интенсивность излучения вдоль оси решетки длины l с непрерывным распределением тока равна

$$\Phi = \frac{\sin^2 \left(\beta l \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}{\beta^2 l^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi). \quad (48)$$

Числовой коэффициент $\beta^2 l^2$ введен с целью¹ получения равенства $\Phi_{\text{макс}} = 1$. Подставляя в уравнение (5—5) и замечая, что

¹ Заметим, что при стремлении x к нулю, $\sin x$ стремится к x .

$\sin \theta = 2 \sin (\theta/2) \cos (\theta/2)$, получаем после интегрирования по φ

$$P = \frac{4\pi}{\beta^2 l^2} \left[\int_0^\pi \frac{\sin^2 \left(\beta l \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} d \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) - \right. \\ \left. - 2 \int_0^\pi \frac{\sin^2 \left(\beta l \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \cos^2 \frac{\theta}{2} d \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (49)$$

Для оценки этого интеграла введем новую переменную интегрирования

$$t = \beta l \sin^2 \frac{1}{2} \theta. \quad (50)$$

Таким образом

$$P = \frac{4\pi}{\beta l} \int_0^{\beta l} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt - \frac{8\pi}{\beta^2 l^2} \int_0^{\beta l} \frac{\sin^2 t}{t} dt + \frac{8\pi}{\beta^3 l^3} \int_0^{\beta l} \sin^2 t dt. \quad (51)$$

Первый и второй интегралы не могут быть выражены через элементарные функции. Но они и многие другие интегралы, встречающиеся в теории излучения, могут быть выражены через известные функции: интегральный синус и интегральный косинус, определяемые следующим образом:

$$\text{Si } x = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \quad \text{Ci } x = \int_\infty^x \frac{\cos t}{t} dt, \quad \text{Cin } x = \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t} dt. \quad (52)$$

Например, первый интеграл в уравнении (51) можно проинтегрировать по частям

$$\int_0^{\beta l} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt = - \int_0^{\beta l} \sin^2 t d \left(\frac{1}{t} \right) = - \frac{\sin^2 t}{t} \Big|_0^{\beta l} + \int_0^{\beta l} \frac{\sin 2t}{t} dt = \\ = - \frac{\sin^2 \beta l}{\beta l} + \text{Si } 2\beta l. \quad (53)$$

Для второго интеграла имеем

$$\int_0^{\beta l} \frac{\sin^2 t}{t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\beta l} \frac{1 - \cos 2t}{t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\beta l} \frac{1 - \cos 2t}{2t} d(2t). \quad (54)$$

Обозначим

$$\int_0^{\beta l} \frac{1 - \cos 2t}{2t} d(2t) = \text{Cin } 2\beta l.$$

Поэтому

$$P = \frac{4\pi}{\beta l} \left(\text{Si } 2\beta l + \frac{\cos^2 \beta l - \text{Cin } 2\beta l}{\beta l} - \frac{\sin 2\beta l}{2\beta^2 l^2} \right). \quad (55)$$

Так как $\Phi_{\text{макс}} = 1$, то к. н. д. равен $D = 4\pi/P$. При увеличении x , $\text{Si } x$ стремится к $\pi/2$. Поэтому для длинной решетки

$$D = \frac{2\beta l}{\pi} = \frac{4l}{\lambda}, \quad D_{\text{дб}} = 10 \lg \frac{l}{\lambda} + 6 \text{ дб}. \quad (56)$$

6.14. Коэффициент направленного действия непрерывных синфазных решеток

Однородная трубка тока длины l вдоль оси z образует синфазную решетку радиовещательного типа. Для этой решетки находим

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{4 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta \right)}{\beta^2 l^2 \cos^2 \theta} \sin^2 \theta, \\ D &= \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Si } \beta l}{\beta l} + \frac{\cos \beta l - 2}{\beta^2 l^2} + \frac{\sin \beta l}{\beta^3 l^3} \right)^{-1}, \\ D &\rightarrow \frac{2l}{\lambda}, \quad D_{\text{дб}} \rightarrow 10 \lg \frac{l}{\lambda} + 3 \text{ дб}, \quad \text{т. к. } \frac{l}{\lambda} \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (57)$$

Если элементы тока параллельны оси x , то имеем синфазную решетку связанного типа. В этом случае множитель системы такой же, как в предыдущем случае, но диаграмма элемента ориентирована иначе

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{4 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta \right)}{\beta^2 l^2 \cos^2 \theta} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi), \\ D &= \left(\frac{\text{Si } \beta l}{\beta l} + \frac{\cos \beta l}{\beta^2 l^2} - \frac{\sin \beta l}{\beta^3 l^3} \right)^{-1}, \\ D &\rightarrow \frac{4l}{\lambda} \quad D_{\text{дб}} \rightarrow 10 \lg \frac{l}{\lambda} + 6 \text{ дб}. \end{aligned} \quad (58)$$

6.15. Коэффициент направленного действия непрерывных прямоугольных синфазных решеток

Однородный прямоугольный экран с током (рис. 5.13) образует синфазную решетку, максимальное излучение которой происходит в двух направлениях нормально к экрану. Интенсивность излучения определяется уравнением (5—52) и при $\theta = 0$

$$\Phi = \Phi_{\text{макс}} = \frac{15\pi a^2 I^2}{\lambda^2}, \quad (59)$$

где I — полный ток. В разделе 5.17 была определена мощность, излучаемая большим экраном с током (см. уравнение 5—59).

Таким образом, к. н. д. и действующая площадь равны соответственно

$$D = \frac{2\pi ab}{\lambda^2}, \quad A = \frac{1}{2} ab. \quad (60)$$

Если экран с током снабжен отражателем, обеспечивающим излучение вперед, то для одного и того же тока в экране в случае отражателя Φ в четыре раза больше значения, определяемого уравнением (59). С другой стороны, P только в два раза больше значения, принятого в уравнениях (60), так как в этом случае существует только один основной лепесток. Следовательно,

$$D = \frac{4\pi ab}{\lambda^2}, \quad D_{\partial\phi} = 10 \lg \frac{ab}{\lambda^2} + 10,99 \partial\phi, \quad A = ab, \quad (61)$$

и действующая площадь антенны равна ее геометрической площади.

6.16. Излучение провода с бегущей волной тока

Предположим, что электрический ток протекает на участке от $z=0$ до $z=l$ с фазой, пропорциональной z . Если запаздывание фазы равно $\nu = kz$, то отношение фазовой скорости вдоль провода к фазовой скорости волн в свободном пространстве составляет β/k . Вводя это запаздывание фазы в выражение для поля (уравнение 5—1) обыкновенного элемента тока, находим

$$E_\theta = j \frac{60 \pi I}{\lambda r_0} e^{-j\beta r_0} \sin \theta \int_0^l e^{j(\beta \cos \theta - k)z} dz. \quad (62)$$

Интегрируя, как в разделе 5.14, и используя уравнение (5—10), получаем

$$\Phi = \frac{30 \pi I^2 [1 - \cos(\beta \cos \theta - k)l]}{\lambda^2 (\beta \cos \theta - k)^2} \sin^2 \theta. \quad (63)$$

Для расчета мощности излучения введем новую переменную $t = (k - \beta \cos \theta)l$. Таким образом, получаем

$$P = \frac{30 \pi l}{\lambda} I^2 \left[\left(1 - \frac{k^2}{\beta^2}\right) \int_{(k-\beta)l}^{(k+\beta)l} \frac{1 - \cos t}{t^2} dt + \frac{2k}{\beta^2 l} \int_{(k-\beta)l}^{(k+\beta)l} \frac{1 - \cos t}{t} dt - \frac{1}{\beta^2 l^2} \int_{(k-\beta)l}^{(k+\beta)l} (1 - \cos t) dt \right]. \quad (64)$$

Эти интегралы можно легко выразить через интегральные синус и косинус. Особый интерес в связи с теорией ромбических антенн представляет случай, при котором фазовая скорость вдоль про-

вода равна фазовой скорости волн в свободном пространстве: $k = \beta$. В этом случае

$$P = 30 I^2 \left(\text{Cin } 2\beta l - 1 + \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l} \right). \quad (65)$$

Для определения направления максимального излучения $d\Phi/d\theta$ приравнивается нулю. Таким образом, получаем следующее уравнение

$$\frac{\text{tg } u}{u} = 2 \left(1 - \frac{u}{\beta l} \right), \quad \frac{l}{\lambda} = \frac{u}{\pi(1 - \cos \theta)}. \quad (66)$$

Наибольший максимум соответствует наименьшему корню. При длинном проводе этот корень существенно не зависит от l и имеет место для значения u , лежащего, приблизительно, в середине между 1,16 и 1,17. Максимальная интенсивность излучения равна единице, если

$$I^2 = \frac{1,16\lambda}{30 l \sin^2 1,16} = 0,046 \frac{\lambda}{l}. \quad (67)$$

Окончательно получаем

$$D_u = 10 \lg \frac{l}{\lambda} + 5,97 - 10 \lg \left(\lg \frac{l}{\lambda} + 0,915 \right). \quad (68)$$

6.17. Коэффициент направленного действия и телесный угол, образуемый основным лепестком

Если излучение является равномерным в пределах данного телесного угла Ω и отсутствует во всех других направлениях, то к. н. д. определяется простой формулой

$$D = \frac{4\pi}{\Omega}. \quad (69)$$

Существование такой идеальной диаграммы теоретически невозможно, хотя она может быть по желанию аппроксимирована как угодно близко к теоретической. Если Ω — телесный угол, образуемый основным лепестком в любой действительной диаграмме излучения, то можно написать

$$D = k \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega/k}, \quad (70)$$

где k зависит главным образом от формы основного лепестка и в некоторой степени от формы боковых лепестков (предполагая, конечно, что боковые лепестки малы). Коэффициент k может быть назван коэффициентом формы диаграммы излучения.

Для длинной решетки, излучающей вдоль оси, угол при вершине конуса, охватывающего основной лепесток, является наименьшим (не равным нулю) углом, для которого числитель в уравнении 48 становится равным нулю

$$\beta l \left(\frac{\theta}{2} \right)^2 = \pi, \quad \theta^2 = \frac{2\lambda}{l}. \quad (71)$$

Отсюда, телесный угол основного лепестка равен

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 2\pi (1 - \cos \theta) \approx \pi \theta^2 = \frac{2\pi\lambda}{l}. \quad (72)$$

Коэффициент направленного действия (уравнение 56), таким образом, равен

$$D = \frac{8\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega/2}. \quad (73)$$

Следовательно, коэффициент формы длинной излучающей вдоль оси линейной решетки равен 2, а эффективный телесный угол составляет половину общего телесного угла, образованного основным лепестком.

Для длинной синфазной решетки радиовещательного типа основной лепесток содержится между двумя конусами, углы которых с осью x равны θ и $\pi - \theta$, где θ — угол, наиболее близкий к $\pi/2$, для которого Φ в уравнении 57 равно нулю. Таким образом,

$$\frac{1}{2} \beta l \cos \theta = \pi, \quad \cos \theta = \frac{\lambda}{l}. \quad (74)$$

Телесный угол, образованный этим лепестком, равен

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi-\theta} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 4\pi \cos \theta = \frac{4\pi\lambda}{l}. \quad (75)$$

Так как $D = 2l/\lambda$, то мы снова получаем уравнение (73). Основной лепесток диаграммы излучения решетки излучающей вдоль своей оси шире основного лепестка в вертикальном поперечном сечении диаграммы синфазной решетки. Но в первом случае все поперечные сечения имеют конусообразный вид, в то время как в последнем случае горизонтальное поперечное сечение представляет собою окружность. Этим объясняется одинаковое значение коэффициента формы.

В синфазной решетке связанного типа общий телесный угол, образуемый основным лепестком, такой же как в решетке радиовещательного типа, но к. н. д. равен $D = 4l/\lambda$. Следовательно,

$$D = \frac{16\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega/4}, \quad (76)$$

а коэффициент формы равен 4. Так как интенсивность излучения в горизонтальной плоскости измеряется пропорционально $\sin^2 \varphi$, и так как среднее значение этого коэффициента равно $1/2$, то можно утверждать, что эффективный телесный угол составляет $\Omega/2$. Тогда уравнение снова примет вид уравнения 73.

Если бы мы произвели подробные расчеты для двумерной синфазной решетки, состоящей из источников, расположенных внутри данного большого круга, мы получили бы

$$D = \frac{14,7\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega/3,7}. \quad (77)$$

Коэффициент формы двумерных решеток, таким образом, получается большим, и их основные лепестки — более острыми (ширина главного максимума меньше).

6.18. Коэффициент направленного действия и сопротивление излучения

Коэффициент направленного действия элемента электрического тока безотносительно к его длине равен 1,5 (см. уравнение 3). Но сопротивление излучения пропорционально квадрату длины. Следовательно, между к. н. д. антенны и ее сопротивлением излучения взаимосвязь отсутствует. С другой стороны, существует определенное соотношение между к. п. д. и усилением мощности антенны, обладающей потерями, как было установлено в разделах 2 и 3 настоящей главы.

6.19. Усиление напряжения несогласованной приемной антенны

Усиление напряжения несогласованной приемной антенны нельзя смешивать с к. н. д. или с коэффициентом усиления по мощности. Если антенна, длина которой мала по сравнению с половиной длины волны, соединена непосредственно с сеткой электронной лампы, то принимаемое напряжение прямо пропорционально длине антенны, тогда как к. н. д. ее остается постоянным.

6.20. «Сверхнаправленные» антенны

Какой к. н. д. можно получить от антенны определенных размеров? Определяется ли к. н. д. антенной решетки числом ее элементов или их размерами? На первый взгляд кажется, что к. н. д. зависит от общих размеров, а не от числа элементов. Например, к. н. д. синфазной решетки магистрального типа, состоящей из n элементов тока, определяется уравнением (44) для случая, при котором расстояние между соседними элементами равно $\lambda/2$. При увеличении n

$$D \rightarrow 2n. \quad (78)$$

Если l — общая длина этой решетки, то $l = (n - 1)\lambda/2$ и

$$D \rightarrow \frac{4l}{\lambda} + 2. \quad (79)$$

С другой стороны, для длинной непрерывной решетки, т. е. для решетки с бесконечным числом элементов, на основании уравнения (56), имеем

$$D \rightarrow \frac{4l}{\lambda}. \quad (80)$$

Таким образом, решающим фактором оказывается длина, выраженная в длинах волн, хотя к. н. д. дискретной решетки получается немного больше. Действующая площадь большой однородной прямоугольной решетки, у которой излучение происходит только с одной стороны, равна ее геометрической площади. Следовательно, к. н. д. определяется площадью, выраженной в длинах волн.

Таким образом, к. н. д. можно увеличить, увеличивая размеры антенной системы. Размеры, однако, не являются основным фактором. К. н. д. короткой антенны лишь незначительно меньше к. н. д. полуволновой антенны. Аналогично, к. н. д. небольшой рамки равен 1,5 безотносительно к площади рамки. Увеличенный к. н. д. был получен от двух рамок, расположенных лишь на расстоянии доли длины волны друг от друга.

Не представляет затруднений доказать, что теоретически нет предела для увеличения направленности произвольно малой антенны.

Диаграмма излучения элемента тока в экваториальной плоскости представляет собою окружность. Рассмотрим два одинаковых параллельных элемента с общей экваториальной плоскостью.

Если элементы работают при сдвиге фаз 180° , то диаграмма излучения имеет форму восьмерки. Следовательно, направленность пары элементов должна быть больше, чем направленность одного элемента. Заменим теперь каждый элемент парой элементов. Интенсивность излучения нужно умножить на другой множитель фигуры 8, и направленность системы, таким образом, увеличится. Применяя новую систему для каждого элемента решетки, мы увеличим направленность еще больше. Таким способом можно создать системы элементов, имеющих следующие распределения тока

$$\begin{aligned} &(1, -1), \\ &(1, -1) + (-1, 1) = (1, -2, 1), \\ &(1, -2, 1) + (-1, 2, -1) = 1, -3, 3, -1), \\ &\dots \dots \dots \\ &\left[1, -n, \frac{n(n-1)}{2!}, -\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}, \dots \right]. \end{aligned}$$

Это, однако, не самый эффективный метод увеличения направленности. С помощью метода, кратко рассматриваемого в разделе 5.24 и более подробно в других работах¹, возможно получить заметное

¹ С. Щелкунов. Математическая теория линейных решеток. Bell Sys. Tech. Jour., 22, январь, 1943, стр. 80—107. В сверхнаправленных антеннах резко возрастают пиковые значения токов антенн, распределение тока имеет при этом переменнo-фазный характер. Диаграмма направленности оказывается неустойчи-

увеличение направленности (рис. 6.5 и 6.6). Это увеличение, однако, сопровождается заметным уменьшением к. п. д. вследствие больших потерь в проводниках реальных антенн. Если для работы однородных решеток требование усиления мощности является перво-степенным, то улучшать направленность таких антенн неперспективно. Но если мы интересуемся разрешающей способностью по направлению без чрезмерного увеличения размеров антенной системы, то эту задачу можно решить с помощью «сверхнаправленных» антенн. Необходимо также заметить, что чем более острой направ-

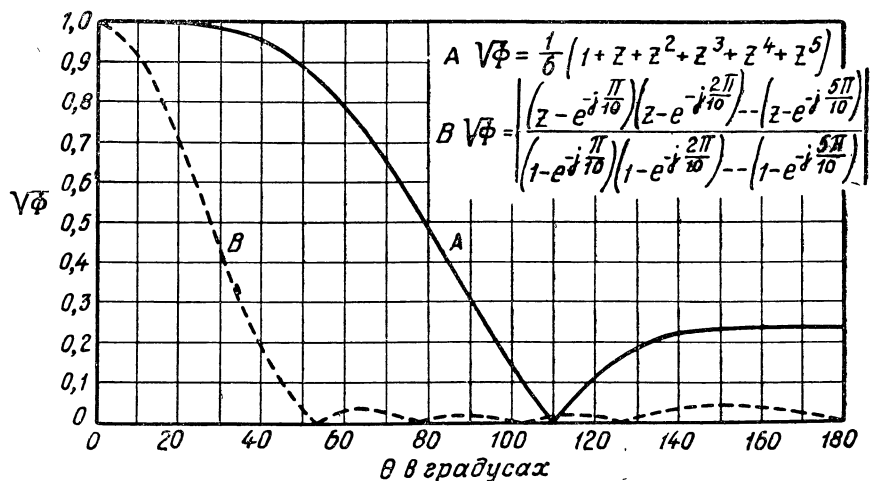


Рис. 6.5. Диаграммы направленного действия продольно излучающих решеток, состоящих из шести элементов. Кривая А — для однородной решетки, кривая В — для сверхнаправленной решетки.

ленностью обладает антенна, тем более узкой является ее ширина полосы. Кроме того, требуется значительно большая точность в регулировке амплитуд и фаз различных элементов.

Несмотря на эти затруднения, умеренные «сверхнаправленные решетки» уже нашли применение (см. библиографию 6).

Для к. н. д. «сверхнаправленных» антенн не существует верхнего предела, поэтому также и для их действующих площадей при условии отсутствия тепловых потерь нет верхнего предела. Эти рассуждения являются абстрактными, так как все практические антенны обладают внутренним сопротивлением. Тем не менее, это свойство требует объяснения, так как предполагается, что идеально проводящая антенна бесконечно малых размеров в состоянии отбирать от плоской волны энергию, проходящую через очень большую площадь.

вой, так как она является результатом разностного действия этих больших токов. Резко ухудшаются диапазонные свойства антенны. Следует заметить, что аналогичные трудности возникают во многих случаях, когда желательно построить антенну с диаграммой направленности, точно совпадающей с расчетной. [Прим. ред.].

Легко понять, что большой экран, обладающий сопротивлением, может поглощать падающую на него мощность или мощность, проходящая через раскрыв большого, постепенно суживающегося рупора, может в конце концов быть поглощена сопротивлением, имеющим небольшие физические размеры. Но что заставляет идеально проводящую «сверхнаправленную» антенну отбирать мощность от большой площади?

У «сверхнаправленных» антенн имеет место сильное реактивное поле на больших расстояниях от антенны, оно как бы направляет

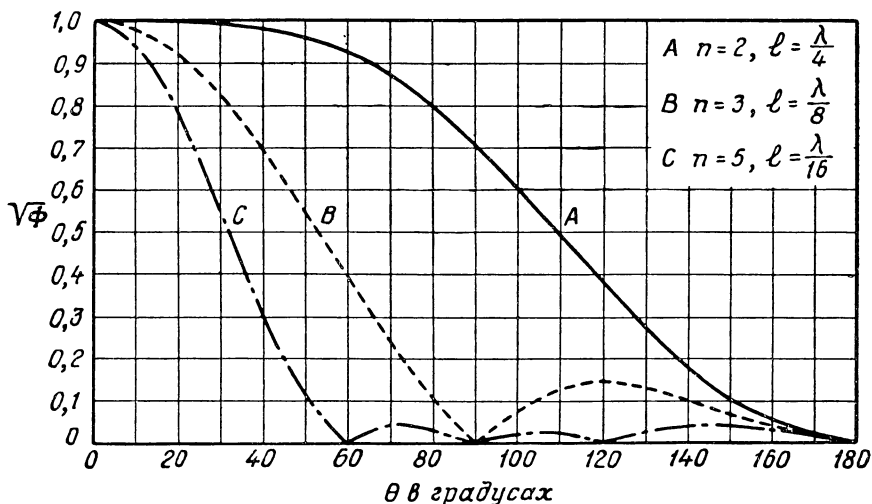


Рис. 6.6. Диаграммы направленного действия трех продольно излучающих решеток, рассчитанных как сверхнаправленные, с одинаковой общей длиной.

мощность приходящей плоской волны через большую площадь по направлению к антенне.

Расстроенные сверхнаправленные антенны улавливают мало энергии. Принимаемая мощность оказывается еще меньше, вследствие действия активных сопротивлений.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. T. Friis, A note a simple transmission formula, IRE Proc., 34, May 1946, pp. 254—256.
2. S. A. Schelkunoff, A mathematical theory of linear arrays, Bell Sys. Tech. Jour., 22, January 1943, pp. 80—107.
3. Harold A. Wheeler, Fundamental limitations of small antennas, IRE Proc., 35, December 1947, pp. 1479—1484.
4. H. J. Riblet, Note on the maximum directivity of an antenna, IRE Proc., 36, May 1948, pp. 620—623.
5. R. M. Wilmotte, Note on practical limitations in the directivity of antennas, IRE Proc., 36, July 1948, p. 878.
6. T. T. Taylor, A discussion of the maximum directivity of an antenna, IRE Proc., 36, September 1948, p. 1135.
7. L. J. Chu, Physical limitations of omni—directional antennas, Jour. Appl. Phys., 19, December 1948, pp. 1163—1175.

8. Фрадин. Журнал технической физики, т. IX, № 13, 1939.
 9. А. А. Пистольковский. Доклады Академии наук СССР, 89, № 5, 1953.
 10. А. И. Усков. Доклады Академии наук СССР.—т. LII, № 1, 1946.
 11. Л. Д. Бахрах. Доклады Академии наук СССР, т. XIV, № 1, 1954.

6.21. Задачи

6.1.1. Пользуясь результатами задач 5.10.1 и 5.16.1, определить к. н. д. синфазной пары.

Ответ.

$$D = 3 \left[1 + \frac{3}{\beta^2 l^2} \frac{\sin \beta l}{\beta l} - \cos \beta l \right]^{-1}.$$

6.1.2. Пользуясь результатами задач 5.14.4 и 5.16.9, определить к. н. д. полуволевой трубки с синусоидальным распределением тока.

Ответ.

$$D = 1,64, \quad D_{\partial \sigma} = 2,15 \partial \sigma.$$

6.1.3. Пользуясь результатами задачи 5.16.2, определить к. н. д. решетки для случая, при котором отношение моментов тока в элементах равно 2, а $l = \lambda$.

Ответ.

$$D = \frac{27\pi^2}{10\pi^2 - 6}.$$

6.1.4. Пользуясь результатами задач 5.16.2 и 5.16.3, определить к. н. д. пары для случая, при котором моменты равны между собой, $l = \lambda$ и $\vartheta = \pi/2$.

Ответ.

$$D = \approx \frac{45}{16}.$$

6.1.5. Пользуясь результатом задачи 5.16.4, определить к. н. д. двух одинаковых параллельных элементов тока, имеющих сдвиг фазы 180° . Принять $l \leq \frac{1}{2} \lambda$.

Ответ.

$$D = \frac{3}{2} (1 - \cos \beta l) \left[1 - \frac{3\lambda}{4\pi l} \left(\sin \beta l + \frac{\cos \beta l}{\beta l} - \frac{\sin \beta l}{\beta^2 l^2} \right) \right]^{-1}.$$

6.1.6. Определить предел D при стремлении l к нулю.

Ответ.

$$D = \frac{15}{4}.$$

6.1.7. Решить задачу 6.1.5 для случая $l > \lambda/2$.

Ответ.

$$3 \left[1 - \frac{3\lambda}{4\pi l} \left(\sin \beta l + \frac{\cos \beta l}{\beta l} - \frac{\sin \beta l}{\beta^2 l^2} \right) \right]^{-1}.$$

6.1.8. Рассмотреть излучающую вдоль оси решетку, состоящую из n параллельных элементов тока, перпендикулярных к линии, соединяющей их центры. Расстояние между последовательными элементами равно $\lambda/4$, ток затухает от одного элемента к другому, причем коэффициент затухания между соседними элементами равен k . Определить приближенную величину усиления решетки по сравнению с одиночным элементом, пренебрегая при этом взаимодействием между элементами.

Ответ.

$$\frac{D}{D_1} = \frac{(1+k)(1-k^n)}{(1-k)(1+k^n)}.$$

6.1.9. Пользуясь результатом предыдущей задачи, показать, что если к. н. д. решетки, состоящей из элементов, токи в которых затухают, равен $d(k)$, то

$$\frac{D(k)}{D(1)} = \frac{(1+k)(1-k^n)}{n(1-k)(1+k^n)}.$$

6.1.10. Показать, что если отношение тока в последнем элементе к току в первом элементе равно u , то результат предыдущей задачи может быть описан следующим образом:

$$\frac{D(u)}{D(1)} = \frac{(1 + \sqrt[n-1]{u})(1 - u \sqrt[n-1]{u})}{n(1 - \sqrt[n-1]{u})(1 + u \sqrt[n-1]{u})}.$$

6.1.11. Показать, что если общий коэффициент затухания u сохраняется постоянным при стремлении n к бесконечности, то решение предыдущей задачи в пределе равно:

$$\frac{D(u)}{D(1)} = \frac{2(1-u)}{(1+u) \ln(1/u)}.$$

Построить эту кривую и показать, что если даже величина амплитуды последнего элемента падает до половины амплитуды первого элемента, то к. н. д. уменьшается лишь на 4 процента.

6.1.12. Рассмотреть остронаправленную непрерывную излучающую вдоль оси решетку, состоящую из элементов тока. Пусть ψ — половина угла основного лепестка, максимальная интенсивность излучения равна единице. Определить мощность, излучаемую в пределах основного лепестка, первого бокового лепестка и полную мощность излучения. Какова величина излучаемой мощности, если интенсивность излучения равна единице для всех направлений внутри конуса, угол которого равен $\frac{1}{2}\psi$, и пренебрежимо мала для всех других направлений.

О т в е т.

$$1,42\psi^2, \quad 0,07\psi^2, \quad 1,57\psi^2, \quad 3,14\psi^2.$$

6.18.1. Доказать, что если две антенны имеют одинаковый к. н. д. и если максимальные интенсивности излучения, соответствующие одному и тому же входному току, равны $\Phi_{\text{макс},1}$ и $\Phi_{\text{макс},2}$, то

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\Phi_{\text{макс},1}}{\Phi_{\text{макс},2}},$$

где R_1 и R_2 — сопротивления излучения антенн со стороны входных зажимов.

6.18.2. Показать, что следствием предыдущей задачи является выражение

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{E_{\text{макс},1}^2}{E_{\text{макс},2}^2}.$$

6.18.3. Доказать, что если $\Phi_{\text{макс},1}$ и $\Phi_{\text{макс},2}$ представляют максимальные интенсивности излучения двух антенн, соответствующие одному и тому же входному току, то

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{D_2 \Phi_{\text{макс},1}}{D_1 \Phi_{\text{макс},2}},$$

где R_1 и R_2 — сопротивления излучения со стороны входных зажимов.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН НАД ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

7.1. Теория зеркальных изображений

Земля и верхние слои атмосферы оказывают большое влияние на диаграммы направленности антенн. В задачу настоящей книги не входит всестороннее рассмотрение влияния земли и атмосферы.

Антенны обычно рассчитываются, исходя из их работы в свободном пространстве. Их действительные характеристики затем оцениваются с учетом различных эффектов распространения. Одним из наиболее важных из этих эффектов является отражение от земли. Мы будем рассматривать лишь идеализированный случай, когда поверхность земли считается гладкой и плоской. В разделе 4.18 был уже рассмотрен случай отражения от идеально проводящей плоско-

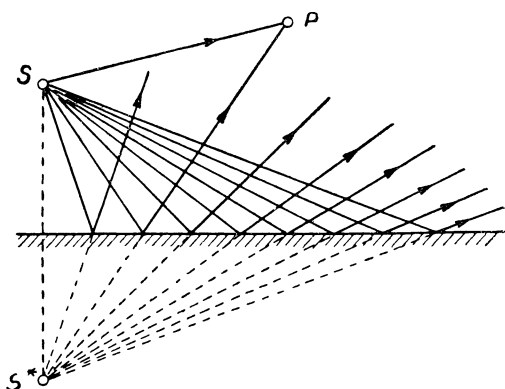


Рис. 7.1. Иллюстрация к зеркальной теории отражения.

сти. В этом случае поле в любой точке P над земной поверхностью (рис. 7.1) равно сумме поля в свободном пространстве от источника S и поля в свободном пространстве от зеркального источника S^* . Мощность излучения зеркального источника равна мощности излучения действительного источника; при этом возможно существование разности фаз между источниками. Если S представляет собой вертикальный элемент тока, то зеркальный источник является вертикальным элементом, фаза которого совпадает с его фазой. Но если S является горизонтальным элементом, то зеркальный источник будет горизонтальным элементом с фазой, повернутой на 180° .

Нет простого правила для точного определения поля над реальной средой. Приближенно можно определить поле следующим обра-

зом. Если источник волн находится высоко над землей, то волны, встречающиеся с землей, можно считать плоскими над любой ограниченной поверхностью. Ниже будет показано, что угол, под которым отражаются плоские волны, равен углу падения. Таким образом, отраженная волна как бы выходит из вертикального источника, как в случае идеального зеркала, но коэффициент отражения в общем случае зависит от угла падения. Последнее справедливо, если предположить, что источник волн или «передатчик» находится высоко над землей. Приемная антенна, однако, может находиться либо высоко над землей, либо вблизи земли. Согласно принципу взаимности можно пользоваться тем же законом зеркальных изображений, когда передающая антенна находится вблизи земли, а приемная — высоко над землей. Случай одновременного расположения вблизи земли как передающей, так и приемной антенн требует специального рассмотрения.

В настоящей главе коэффициент отражения определяется как функция угла падения в предположении однородности земли. Из этого ограниченного решения можно получить важные выводы. На практике, однако, коэффициенты отражения определяются с помощью измерения.

7.2. Расчет коэффициентов отражения

Рассмотрим однородную плоскую волну, падающую на плоскую границу между двумя однородными средами (рис. 7.2). Угол AOZ

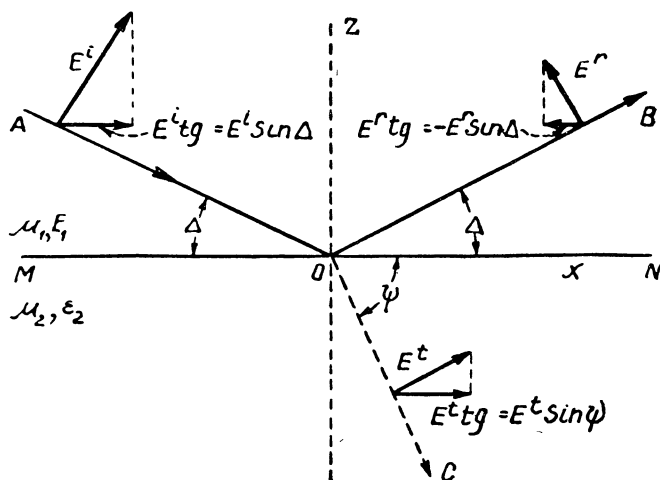


Рис. 7.2. Иллюстрация к расчету коэффициентов отражения.

между направлением распространения и нормалью к границе называется углом падения. Однако, в теории распространения волн более удобно иметь дело с дополнительным углом Δ — углом воз-

вышения. Если s — расстояние в направлении распространения, то

$$E^i = E_0^i e^{-i\beta_1 s}, \quad \beta_1 = \omega (\mu_1 \epsilon_1)^{1/2}, \quad (1)$$

где E_0^i — амплитуда падающей волны в точке пересечения данного падающего луча AO с поверхностью земли. Пусть ось y выбрана в направлении, перпендикулярном к направлению распространения, и параллельно земной поверхности. Тогда

$$s = x \cos \Delta - z \sin \Delta. \quad (2)$$

Подставляя в уравнение (1), получаем

$$E^i = E_0^i e^{(-i\beta_x x + i\beta_z z)}, \quad (3)$$

где

$$\beta_x = \beta_1 \cos \Delta, \quad \beta_z = \beta_1 \sin \Delta \quad (4)$$

являются фазовыми постоянными распространения в направлениях x и z соответственно.

У поверхности земли тангенциальные составляющие E и H должны быть непрерывными. Если это требование удовлетворяется в какой-либо одной точке, то в других точках оно не будет удовлетворено, если фаза отраженной волны не совпадает с фазой падающей волны вдоль всей границы. Поэтому фазовая постоянная отраженной волны в направлении x должна быть равна соответствующей фазовой постоянной падающей волны. Отраженная волна распространяется в направлении от поверхности раздела, а вертикальная фазовая постоянная в направлении вертикальной оси изменяет свой знак. Следовательно,

$$E^r = E_0^r e^{(-i\beta_x x - i\beta_z z)}. \quad (5)$$

Из этого соотношения между фазовыми постоянными следует, что углы возвышения падающей и отраженной волн равны.

Предположим, что проходящая (или преломленная) волна представляет собою также однородную плоскую волну. Если ψ — ее угол возвышения, то

$$E^t = E_0^t e^{(-i\beta'_x x + i\beta'_z z)}, \quad (6)$$

где

$$\beta'_x = \beta_2 \cos \psi, \quad \beta'_z = \beta_2 \sin \psi, \quad \beta_2 = \omega (\mu_2 \epsilon_2)^{1/2}. \quad (7)$$

Здесь опять непрерывность тангенциальных составляющих поля требует, чтобы фазовые постоянные в направлении, параллельном к поверхности земли, были равны

$$\beta'_x = \beta_x, \text{ или } \beta_1 \cos \Delta = \beta_2 \cos \psi, \text{ или } (\mu_1 \epsilon_1)^{1/2} \cos \Delta = (\mu_2 \epsilon_2)^{1/2} \cos \psi. \quad (8)$$

Это уравнение определяет ψ . Показатель преломления n определяется следующим образом:

$$n = \left(\frac{\mu \epsilon}{\mu_0 \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где μ_v и ϵ_v значения μ и ϵ в вакууме. Уравнение (8), записанное для показателей преломления, принимает вид

$$n_1 \cos \Delta = n_2 \cos \phi. \quad (10)$$

Это является выражением закона преломления Снелля.

До сих пор не рассматривалась ориентация векторов напряженностей электрического и магнитного полей E и H по отношению к поверхности земли. Предположим теперь, что вектор E лежит в плоскости падения, определяемой как плоскость, в которой лежат направление распространения и нормаль к границе между средами. Так как вектор H должен быть перпендикулярен вектору E и направлению распространения, то он должен быть параллелен поверхности земли. Падающую волну можно рассматривать теперь либо как однородную плоскую волну, распространяющуюся в направлении AO , либо как волну с синусоидальным распределением фазы, распространяющуюся перпендикулярно к поверхности земли. При рассмотрении вопроса о проникновении волны в землю и отражении от нее нужно иметь в виду только указанное распространение в перпендикулярном направлении, и наша задача является аналогичной рассмотренной в разделе 3.6. На поверхности разрыва электромагнитных параметров тангенциальные составляющие векторов E и H должны быть непрерывными. Как было показано в главе 3, они являются аналогами напряжения U и тока I в передающих линиях. Из уравнения (3—38) находим, что коэффициент отражения для H_{tg} равен коэффициенту отражения для E_{tg} , взятому со знаком минус. Последний получаем из уравнения (3—41), в котором ρ — волновое сопротивление ($\rho_{z,1}$ — в первой среде и $\rho_{z,2}$ — во второй среде) — оба для направления, нормального к земле. В данном случае H_{tg} равно полной величине H и коэффициент отражения равен

$$\rho = \frac{\rho_{z,1} - \rho_{z,2}}{\rho_{z,1} + \rho_{z,2}}. \quad (11)$$

Это выражение представляет собою коэффициент отражения для полной величины E при условии, что положительное направление напряженности E отраженной волны берется (рис. 7.2) так, что E' , H' и направление распространения образуют обычную правую систему координат. Волновые сопротивления, для направления по нормальям к поверхности земли, равны

$$\rho_{z,1} = \frac{E_{tg}^i}{H^i} = \frac{E^i \sin \Delta}{H^i}, \quad \rho_{z,2} = \frac{E_{tg}^t}{H^t} = \frac{E^t \sin \phi}{H^t}. \quad (12)$$

Так как

$$E^i = \rho_1 H^i, \quad E^t = \rho_2 H^t, \quad (13)$$

где ρ_1 и ρ_2 — волновые сопротивления двух сред и так как ϕ может быть выражено через данный угол Δ , определяемый урав-

нениями (8), то коэффициент отражения p может быть выражен через Δ и электромагнитные параметры среды. В частности, если проницаемости сред одинаковы, то

$$p = \frac{(\epsilon_2/\epsilon_1) \sin \Delta - [(\epsilon_2/\epsilon_1 - \cos^2 \Delta)^{1/2}]}{(\epsilon_2/\epsilon_1) \sin \Delta + [(\epsilon_2/\epsilon_1 - \cos^2 \Delta)^{1/2}]} . \quad (14)$$

Эта формула может быть обобщена, если учесть рассеяние. В рассеивающей среде уравнения поля содержат комплексный параметр $g + j\omega\epsilon$ вместо $j\omega\epsilon$. Следовательно, формулы для среды без потерь можно сделать более общими, если заменить диэлектрическую постоянную ϵ на комплексную диэлектрическую постоянную $\epsilon + (g/j\omega) = \epsilon - j(g/\omega)$. Если верхней средой является воздух, то уравнение (14) для коэффициента отражения в случае, когда H параллельно поверхности земли, принимает вид

$$p = \frac{(\epsilon_r - j60g\lambda) \sin \Delta - (\epsilon_r - \cos^2 \Delta - j60g\lambda)^{1/2}}{(\epsilon_r - j60g\lambda) \sin \Delta + (\epsilon_r - \cos^2 \Delta - j60g\lambda)^{1/2}} , \quad (15)$$

где g — проводимость нижней среды, а ϵ_r — относительная диэлектрическая постоянная (относительно воздуха).

Если E параллельно поверхности земли, а H лежит в плоскости падения (как E на рис. 7.2), то

$$p = \frac{\rho_{z,2} - \rho_{z,1}}{\rho_{z,2} + \rho_{z,1}} , \quad (16)$$

где волновые сопротивления, для направления по нормали к поверхности земли, равны

$$\rho_{z,1} = \frac{E^i}{H_{tg}^i} = \frac{E^i}{H^i \sin \Delta} = \rho_1 \operatorname{cosec} \Delta, \quad \rho_{z,2} = \rho_2 \operatorname{cosec} \psi. \quad (17)$$

Для волн, приходящих из воздуха в немагнитную рассеивающую среду, находим

$$p = \frac{\sin \Delta - (\epsilon_r - \cos^2 \Delta - j60g\lambda)^{1/2}}{\sin \Delta + (\epsilon_r - \cos^2 \Delta - j60g\lambda)^{1/2}} . \quad (18)$$

При $\Delta = 90^\circ$ как E , так и H параллельны поверхности земли. Это частный случай каждого из двух предыдущих случаев, и коэффициент отражения может быть получен из уравнений (15) или (18). При этом получаются одинаковые значения, отличающиеся знаком. Отличие в знаке обусловливается принятыми положительными направлениями напряженностей поля. Уравнение (18) справедливо, если векторы E и падающей и отраженной волн параллельны. Естественно, что для обоих векторов выбрано одно и то же положительное направление. Аналогично, уравнение (15) написано в предположении, что векторы H параллельны, так что естественно выбрать для них одно и то же положительное направление. Это приводит к соотношению между положи-

тельными направлениями E^r и E^i , представленному на рис. 7.2. При $\Delta = 90^\circ$ положительное направление E^r прямо противоположно положительному направлению E_i . Необходимо заметить, что принятые направления, показанные на рис. 7.2, удобны для малых углов возвышения.

7.3. Коэффициенты отражения от земли

Коэффициенты отражения от земли зависят от четырех параметров: проводимости земли g , относительной диэлектрической постоянной ϵ_r , длины волны λ в свободном пространстве и угла возвышения Δ падающих волн. Если $\epsilon_r \gg 1$, что справедливо для большинства сухих и влажных видов почвы, то эти параметры можно сгруппировать, и уравнения (15) и (18) можно представить в новом виде, характеризующем более четко существо отражения от земли. Введем коэффициент „добротности“ земли¹ Q , критическую длину волны λ_c , для которой коэффициент добротности равен единице, критический угол возвышения Δ_c и определим эти коэффициенты следующим образом:

$$Q = \frac{\omega \epsilon}{g}; \quad \lambda_c = \frac{\epsilon_r}{60g}; \quad \sin \Delta_c = \epsilon_r^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 \right]^{-1/4}. \quad (19)$$

В следующей таблице приводятся значения параметров для критической длины волны².

Наименование	Сухая почва	Влажная почва	Песок	Морская вода
g	0,015	0,015	0,002	5
ϵ_r	10	30	10	78
λ_c	11	33	83	0,26

Критический угол возвышения Δ_c никогда не бывает больше, чем $1/\epsilon_r^{1/2}$ радиан. Для идеальных проводников λ_c и Δ_c равны нулю. Если $\lambda \gg \lambda_c$, то Δ_c мало. В противном случае Δ_c достаточно велико. При $\lambda \ll \lambda_c$ критический угол почти не зависит от λ . Приведем несколько характерных значений для Δ_c .

Сухая почва	Влажная почва	Песок	Морская вода
0,322 (18°26')	0,183 (10°31')	0,316 (18°26')	0,113 (6°30')

¹ Коэффициент Q представляет собой отношение тока смещения к току проводимости. [Прим. ред.]

² См. также Б. А. Введенский и А. Г. Аренберг, Вопросы распространения ультракоротких волн, 1948 г. [Прим. ред.]

В литературе по распространению волн часто пользуются комплексным показателем преломления. Он определяется как отношение γ/γ_v (постоянной распространения среды к постоянной распространения в вакууме). Отсюда

$$n^2 = \frac{j\omega\mu(g + j\omega\epsilon)}{j\omega\mu_0 j\omega\epsilon_0} = \mu_r \epsilon_r \left(1 - j \frac{\lambda}{\lambda_c}\right). \quad (20)$$

В теории распространения радиоволн обычно предполагается, что $\mu_r = 1$. Это уравнение позволяет определить ϵ_r и λ/λ_c , если дано n^2 .

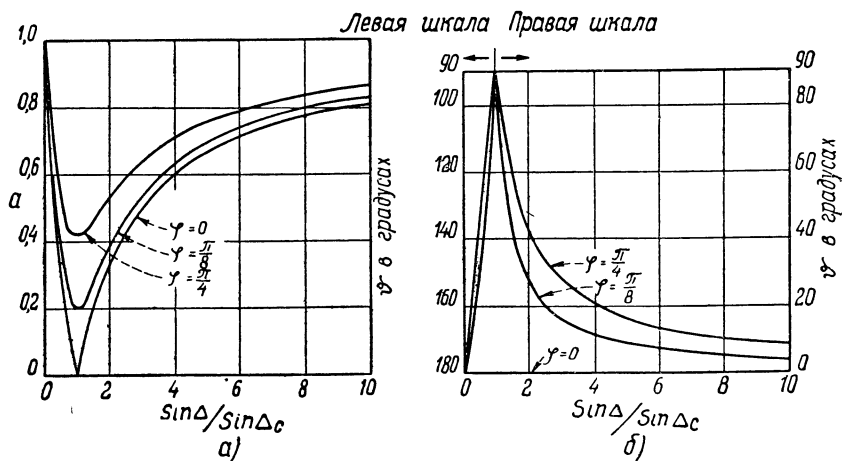


Рис. 7.3. Общие кривые для амплитуды и отрицательной фазы φ коэффициента отражения у волн над земной поверхностью при горизонтальном H .

При $\epsilon_r \gg 1$ можно пренебречь значением $\cos^2 \Delta$ в уравнениях (15) и (18). Тогда, если вектор H горизонтален (а вектор E лежит в вертикальной плоскости), то коэффициент отражения равен

$$p = - \left(1 - \frac{\sin \Delta}{\sin \Delta_c} e^{-j\varphi}\right) \left(1 + \frac{\sin \Delta}{\sin \Delta_c} e^{-j\varphi}\right)^{-1}, \quad \varphi = \frac{1}{2} \arctg \frac{\lambda}{\lambda_c}. \quad (21)$$

Если вектор E горизонтален, то

$$p = - (1 - e^{j\varphi} \sin \Delta \sin \Delta_c) (1 + e^{j\varphi} \sin \Delta \sin \Delta_c)^{-1}. \quad (22)$$

При горизонтальном E коэффициент отражения монотонно приближается к отрицательной единице при изменении Δ в пределах от 90° до 0° . При горизонтальном H отношение $\sin \Delta$ к $\sin \Delta_c$ может быть большим или малым по сравнению с единицей, и величина коэффициента отражения сравнима с положительной или отрицательной единицей в зависимости от того, является ли угол возвышения большим или малым. На рис. 7.3 представлены

амплитуда a , отрицательная фаза ϑ , и коэффициент отражения $\rho = a e^{(-j\vartheta)}$ как функции угла возвышения и параметра φ , определяемого из уравнения (21). При критическом угле амплитуда коэффициента отражения минимальна, а фаза равна -90° . Для идеальных диэлектриков ($\varphi = 0$) при критическом угле отражение фактически отсутствует; в этом случае он называется углом Брюстера. В любом случае $a_{\min} = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi$. Так как φ никогда не превышает значения $\pi/4$, то наибольшее значение $a_{\min}$ составляет $\operatorname{tg}(\pi/8) = 0,414 \dots$. Предельные случаи представлены верхней и нижней кривыми.

7.4. Диаграммы направленности

Для определения поля от передатчика в точке P_1 (рис. 7.4.) необходимо сложить напряженности поля первичной или «прямой» волны и отраженной от земли волны. В точке P_2 , удален-

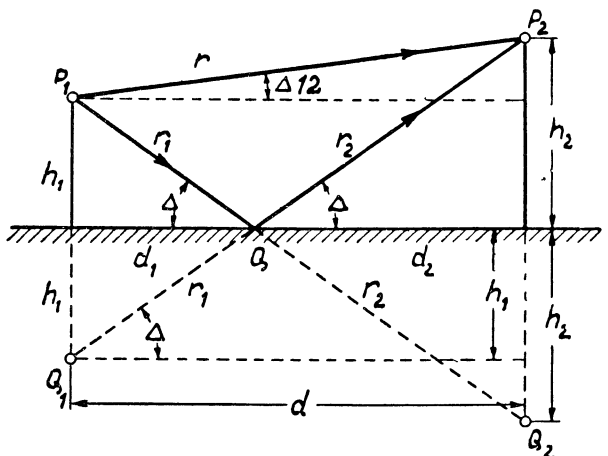


Рис. 7.4. Прямой и отраженный от земли лучи между передающей антенной в точке P_1 и приемной антенной в точке P_2 .

ной настолько от P_1 , что полярные углы, наблюдаемые из P_1 и ее зеркального изображения Q_1 , равны между собой, результирующее поле вертикального элемента тока с моментом Is определяется выражением

$$E_\theta = E_\theta^p + E_\theta^r = \frac{60\pi j Is}{\lambda} \left[\frac{e^{-j\beta r}}{r} + \rho \frac{e^{-j\beta(r_1+r_2)}}{r_1+r_2} \right] \sin \theta. \quad (23)$$

При увеличении r влияние на амплитуду поля разности хода r_1+r_2-r для прямой и отраженной от земли волн уменьшается и, в конце концов, становится пренебрежимо малым. Таким об-

разом, если r очень велико по сравнению с h_1 и h_2 , то уравнение (23) принимает вид

$$E_\theta = E_\theta^P (1 + p e^{-j\beta(r_1+r_2-r)}). \quad (24)$$

Для определения диаграммы направленности нужно стремиться r к бесконечности. Разность пути становится равной проекции P_1Q_1 на Q_1P_2 . Поэтому

$$E_\theta = E_\theta^P (1 + p e^{-2j\beta h_1 \cos \theta}). \quad (25)$$

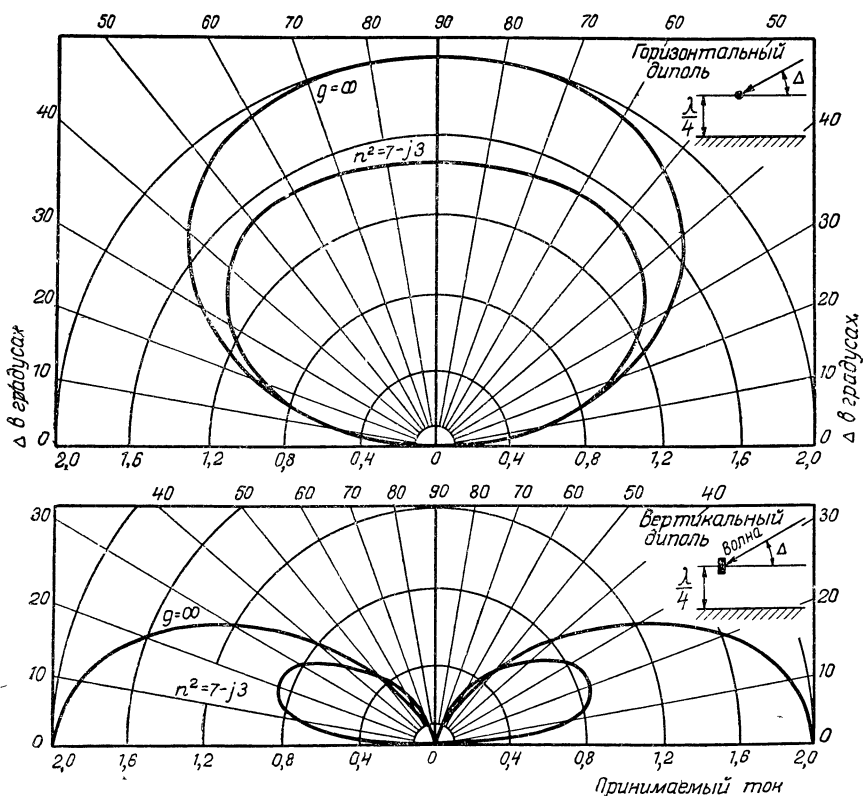


Рис. 7.5. Сравнение диаграмм направленности над землей с бесконечной проводимостью и над землей с конечной проводимостью.

В случае бесконечной проводимости $p=1$ для всех углов. В горизонтальной плоскости $\theta=90^\circ$, экспоненциальный множитель равен единице, а результирующая напряженность электрического поля в два раза больше напряженности поля падающей волны. С другой стороны, для любого конечного значения проводимости при падении по касательной $p=-1$. Следовательно, результирующее поле равно нулю и диаграмма излучения имеет нуль. На рис. 7.5 показано заметное влияние конечной проводимости

земли на диаграмму излучения вертикального элемента тока. Кривые были получены Фельдманом для случая $\varepsilon_r = 7$ и $\lambda/\lambda_c = 3/7$.

7.5. Передача радиоволн под небольшими углами

Если напряженность электрического поля на диаграмме излучения вертикального элемента тока в горизонтальном направлении равна нулю, то это не означает, что поле тождественно равно нулю. Диаграммы излучения дают распределение основной составляющей напряженности электрического поля, амплитуда которой изменяется обратно пропорционально расстоянию от передатчика. Для получения диаграммы излучения напряженность электрического поля нужно умножить на r и перейти к пределу при стремлении r к бесконечности. При переходе к пределу члены, изменяющиеся обратно пропорционально квадрату расстояния от передатчика, исчезают. Следовательно, при любом конечном расстоянии от передатчика диаграмма излучения дает необходимые данные о распределении поля в любом месте, за исключением случая малых воронкообразных впадин, осями которых являются нулевые направления в диаграмме. В этих впадинах остаточная напряженность электрического поля изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от передатчика. Вокруг каждой впадины имеется переходная зона, где напряжение поля постепенно повышается до основного уровня. В окрестности нулевых направлений невозможно построить одну диаграмму излучения, независимую от расстояния до передатчика.

Для вывода формулы передачи при малых высотах нужно воспользоваться более точными выражениями для p и разности хода $r_1 + r_2 - r$ в уравнении (24), чем те, которые были использованы при расчете основной диаграммы излучения. При большой горизонтальной дальности a между передатчиком и приемником (рис. 7.4) имеем

$$r = [d^2 + (h_2 - h_1)^2]^{1/2} \simeq d + \frac{1}{2} d^{-1} (h_2 - h_1)^2,$$

$$r_1 + r_2 = [d^2 + (h_1 + h_2)^2]^{1/2} \simeq d + \frac{1}{2} d^{-1} (h_1 + h_2)^2. \quad (26)$$

Подставляя в уравнение (24) и опуская индекс θ , получаем

$$\frac{E}{E^p} = 1 + p e^{\left(\frac{-j4\pi h_1 h_2}{\lambda d} \right)}. \quad (27)$$

При углах, имеющих небольшую величину по сравнению с критическим углом Δ_c , уравнение (21) для коэффициента отражения, когда E лежит в вертикальной плоскости, принимает вид

$$p \simeq -1 + \frac{2 \sin \Delta}{\sin \Delta_c} e^{-j\varphi} \simeq -1 + \frac{2(h_1 + h_2)}{d \sin \Delta_c} e^{-j\varphi}. \quad (28)$$

Подставляя в уравнение (27), находим

$$\frac{E}{E^p} = 2j \sin\left(\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda d}\right) \cdot e^{\left(\frac{-j2\pi h_1 h_2}{\lambda d}\right)} + \frac{2(h_1 + h_2)}{d \sin \Delta_c} \cdot e^{\left(-j\varphi - j\frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda d}\right)}. \quad (29)$$

При $2\pi h_1 h_2 \ll \lambda d$

$$\frac{E}{E^p} = j\frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda d} + \frac{2(h_1 + h_2)}{d \sin \Delta_c} e^{-j\varphi}. \quad (30)$$

Если h_1 и h_2 велики по сравнению с λ , то первый член является преобладающим и напряженность электрического поля пропорциональна высоте передатчика и приемника над землей. На больших высотах усиление поля с увеличением высоты начинает уменьшаться, и в этом случае необходимо пользоваться уравнением (29). Напряженность поля достигает первого максимума, когда

$$4h_1 h_2 = \lambda d, \quad h_2 = \frac{\lambda d}{4h_1}. \quad (31)$$

Это максимальное значение вдвое превышает напряженность первичного поля. Необходимо помнить, однако, что это справедливо только до тех пор, пока $2(h_1 + h_2)/d \sin \Delta_c$ пренебрежимо мало по сравнению с единицей, так что $p \simeq -1$. В общем случае максимальное значение меньше и его нужно определять по уравнению (27). Если $2h_1 h_2 \ll \lambda d$ и $h_1 \ll h_2$, то уравнение (30) принимает вид

$$\frac{E}{E^p} = j\frac{4\pi h_1}{\lambda} \Delta, \quad (32)$$

т. е. напряженность поля пропорциональна углу возвышения приемной антенны.

При $h_1 = h_2 = 0$ уравнение (27) дает значение $E = 0$. Необходимо напомнить, однако, что описанный метод определения коэффициента отражения непригоден, если и передающая и приемная антенны расположены очень близко к земле. В этом случае можно показать, что¹

$$\frac{E}{E_0} = -\frac{jn^4 \lambda}{(n^2 - 1)\pi d} + \frac{2n^2(h_1 + h_2)}{(n^2 - 1)^{1/2} d}, \quad \frac{2\pi d}{\lambda} \gg 3|n|^2, \quad (33)$$

где n — комплексный показатель преломления. Это дает возможность распространить уравнение (30) на случай непосредственной близости к земле.

7.6. Поляризация волны при падении по касательной

На больших расстояниях от вертикальной антенны, установленной над идеальной проводящей поверхностью земли, E нор-

¹ Пользуясь интегралом Зоммерфельда, см. Ф. Франк и Р. Мизес, „Диф. и интегр. ур-ня матем. физики“, ОНТИ, 1937.

мально к земле. Было показано, что конечная проводимость земли обуславливает значительное уменьшение E . Кроме того, она вызывает наклон вектора E . Составляющая E , касательная к земле, используется в расчетах волновых антенн, которые будут рассмотрены в главе 15. Из второго уравнения (12) определяем нормальную составляющую полного сопротивления $Z_n = \rho \sin \psi$.

При падении по касательной уравнение (7) будучи обобщено, с учетом проводимости земли, принимает вид:

$$j\beta_v = \gamma \cos \psi.$$

Отсюда

$$Z_n = \rho \left[1 - \left(\frac{\beta_v}{\gamma} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \rho, \quad (34)$$

где ρ — волновое сопротивление земли. Следовательно, отношение горизонтальной составляющей E к вертикальной, составляющей равно

$$\frac{E_n}{E_v} = \frac{\rho}{120\pi}. \quad (35)$$

Для длинных волн $\omega \varepsilon \ll g$ и

$$\frac{E_n}{E_v} = \left(\frac{j}{60g\pi} \right)^{1/2}. \quad (36)$$

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. R. Burrows, Radio propagation over plane earth — field strength curves, Bell Sys. Tech. Jour., 16, January, 1937, pp. 45—75, and October 1937, pp. 574—577.

2. K. A. Norton, The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere; Part I, IRE Proc., 24, October 1936, pp. 1367—1387; Part II, IRE Proc., 25, September 1937, pp. 1203—1236.

3. P. O. Pedersen, The Propagation of Radio Waves, Danmarks Naturvidenskabelige Samfund, Copenhagen, 1927.

4. Donald Lerr, Propagation of Short Radio Waves, MIT Radiation Laboratory Series, перевод изд. Советское Радио, М, 1954.

5. H. Bremmer, Terrestrial Radio Waves, Elsevier Publishing Company, New York, 1949.

6. E. C. Jordan, Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice—Hall, New York, 1950, Chapters 16 and 17.

7. В. Н. Кессених, Распространение радиоволн, Гостеортехиздат, 1952.

8. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Я. Л. Альперт, Распространение радиоволн, 1953.

ГЛАВА 8

ТОКИ В АНТЕННЕ

8.1. Электрические свойства антенны

Из вопросов, относящихся к передающей антенне, практически наиболее важным является определение напряженности поля на данном расстоянии при данной излучаемой мощности и диаграмма излучения. Следует также знать входное сопротивление антенны с тем, чтобы можно было согласовать антенну с источником питания и, таким образом, обеспечить получение максимальной излучаемой мощности. Имея в виду работу в широкой полосе частот, мы также интересуемся входным сопротивлением антенны в зависимости от частоты либо с целью лучшего выбора антенны, либо для расчета корректирующих схем.

На все эти вопросы можно дать ответ, если известен ток в антенне. В самом деле, для определения входного сопротивления необходимо знать только ток на входе антенны при данном напряжении на входе. К сожалению, в большинстве случаев невозможно определить ток на входе антенны без предварительного определения закона распределения всего тока. Распределение тока должно быть известно также для ответа на другие практические вопросы. Как будет показано ниже, это распределение не обязательно знать очень точно. С другой стороны, величину входного тока нужно знать весьма точно, если требуется получить данные о входном сопротивлении.

Эта задача, за исключением относительно небольшого числа случаев, является наиболее трудной в антенной практике¹. Даже в простейших случаях точное выражение распределения тока в проводниках является сложным. Обычно нельзя избежать приближений и для решения задачи требуется хорошо уяснить себе относительную важность различных факторов, влияющих на распределение тока. Ошибки в определении распределения тока существенно не скажутся на решении некоторых вопросов, в то время как ответы на другие вопросы могут оказаться неточными. Таким образом, нужно установить, в каких случаях удовлетворительным является первое приближение и когда нужно искать лучшее приближение.

¹ Строгое решение этой задачи дано в работе М. А. Леонтовича и М. Л. Левина, „ЖТФ“ т. 14, № 9. [Прим. ред.]

8.2. Влияние распределения тока на диаграмму излучения и излучаемую мощность

Диаграмма излучения и излучаемая антенной мощность не зависят существенно от неточностей в определении распределения тока. Для определения напряженности поля в любом данном направлении необходимо сложить составляющие поля, обусловленные токами во всех участках антенны — там, где ток является большим, и там, где он мал. Если максимальную амплитуду тока при обычной аппроксимации его синусоидой положить равной максимальной амплитуде тока с учетом точного закона его распределения вдоль антенны, то ошибки окажутся относительно большими только для тех точек, где ток мал. Этими ошибками можно пренебречь при интегрировании, за исключением тех направлений, в которых составляющие поля от различных частей антенны компенсируют друг друга. Распределение тока в антенне необходимо знать более точно, если нас интересует детальная структура диаграммы излучения, в частности, минимальные уровни излучения; в других же случаях в этом нет необходимости.

Диаграммы излучения «сверхнаправленных» антенных систем определяются, главным образом, с помощью множителя системы. Ошибки в распределении тока в отдельных элементах с точки зрения диаграммы излучения менее важны.

Излучаемая мощность может быть определена путем интегрирования интенсивности излучения Φ . Так как Φ пропорциональна квадрату напряженности поля, то ошибки для тех направлений, в которых поле мало (и для которых ошибки относительно велики), приобретают меньшее значение. Кроме того, эти ошибки нивелируются интегрированием. Таким образом, можно получить хорошее приближение к действительной величине излучаемой мощности даже при относительно плохом приближении к действительному распределению тока в антенне¹.

8.3. Влияние распределения тока на входное сопротивление антенны

Пусть излучаемая мощность выражена через максимальную амплитуду тока

$$P = \frac{1}{2} R_a I_{\text{макс}}^2, \quad (1)$$

где R_a — сопротивление излучения, отнесенное к пучности тока. Если R_i — входное сопротивление, то эту мощность можно также выразить уравнением

$$P = \frac{1}{2} R_i I_i^2, \quad (2)$$

¹ Ниже будет найдено, что разность между действительным распределением тока в антенне и током при аппроксимации его синусоидой находится в квадратуре с основным током и поэтому влияние этой разности на излучаемую мощность несущественно.

где I_i — амплитуда входного тока. Приравнивая (1) и (2), получаем

$$R_i = R_a \frac{I_{\text{макс}}^2}{I_i^2}. \quad (3)$$

При выводе этого уравнения предполагалось, что вся поступающая в антенну мощность излучается. На самом деле некоторая часть ее рассеивается в виде тепла в проводниках и изоляторах. Уравнение (3) определяет только сопротивление, обусловленное излучением. Так как рассеиваемая мощность обычно невелика, то она не оказывает влияния на излучаемую мощность и может быть к ней добавлена с целью получения более общего уравнения:

$$\frac{1}{2} R_i I_i^2 = \frac{1}{2} R_a I_{\text{макс}}^2 + \frac{1}{2} R_d I_{\text{макс}}^2; \quad R_i = (R_a + R_d) \frac{I_{\text{макс}}^2}{I_i^2}. \quad (4)$$

Уравнение (3) является точным. Но оно оказывается более приемлемым, если перейти к приближениям. В предыдущем разделе был сделан вывод, что излучаемая мощность мало зависит от формы распределения тока. Таким образом (см. главу 13), даже при грубом приближении для тока можно получить удовлетворительное приближение для R_a . С другой стороны, R_i сильно зависит от погрешности в определении входного тока, в особенности, когда последний мал, так что даже небольшая абсолютная ошибка ведет к большим относительным ошибкам в величине R_i . Уравнение (3) может быть использовано для проверки R_i , но им нельзя пользоваться при проверке R_a .

Ниже и в особенности в главе 13 будет показано, как пользоваться уравнением (3) для получения некоторых предельных значений входного сопротивления.

8.4. Факторы, влияющие на распределение тока в антенне

На распределение тока в антенне влияют следующие факторы:

1. Размеры и формы проводников, находящихся вблизи.
2. Различного рода неоднородности, например, резкие изменения радиуса антенны и т. д.
3. Распределение включенных генераторов в антенну или характер приложенного поля.
4. Излучение мощности.
5. Сопротивление проводников.
6. Расстояние между зажимами антенны и т. д.

В главе 4 было установлено, что напряжение и ток, связанные с волнами типа ТЕМ, распределяются на конических проводниках синусоидально. В таких проводниках влияние излучения и неоднородностей на ток может быть проанализировано с помощью так называемых волн высшего порядка. Этот метод анализа требует при-

менения сложного математического аппарата и выходит за рамки настоящей книги. В главе 4 было установлено, что напряжение и ток, связанные с основными типами волн (в основном, волны ТЕМ), на проводниках, отличных от конических, определяются уравнениями передачи (4—33), в которых распределенные индуктивность и емкость на единицу длины являются медленно изменяющимися функциями вдоль провода. При этих условиях распределение напряжения и тока приблизительно синусоидальны. Поправочные коэффициенты связаны с величиной относительного отклонения распределенных параметров от их средних значений. Кроме того, появляются другие поправочные коэффициенты, обусловленные излучением и возможными неоднородностями. Таким образом, можно полагать, что приближенная форма распределения тока в проводах является синусоидальной, при этом имеется некоторое отклонение, вызванное указанными выше факторами. Синусоидальное распределение было предложено Поклингтоном¹. Оно основывается на том предположении, что источник мощности является дискретным. Распределение тока, обусловленное наличием нескольких дискретных источников или непрерывным распределением приложенного поля, можно получить с помощью суперпозиции токов, имеющих синусоидальное распределение. Поэтому оно не будет синусоидальным даже приближенно. Ток в приемной антенне, например, будет значительно отличаться от тока в той же антенне, используемой в качестве передающей.

В настоящей главе мы определим вначале предельные формы распределения антенного тока при стремлении радиуса антенны к нулю. Затем рассмотрим более тщательно влияние различных факторов, перечисленных выше. Для этой цели необходимо вывести общие выражения для напряженности электрического поля в окрестности антенны в функции тока в антенне. Целесообразно в связи с этим ввести новые понятия. Одним из них является квазистатический потенциал или скалярный статический потенциал U , который непосредственно зависит от распределения зарядов и с помощью которого можно найти часть результирующего поля, взяв отрицательный градиент, подобно тому, как в электростатике определяется результирующая напряженность поля. Единственным отличием статического потенциала от квазистатического является то, что последний содержит множитель с запаздыванием фазы, зависящий от расстояния между элементом заряда и выбранной точкой поля. Этот потенциал часто называют электростатическим потенциалом, хотя рассматриваемое поле может изменяться с частотой в тысячи мегагерц. Применение этого понятия не встречает серьезных возражений, если только полностью уяснена разница между статическим и переменным полями. Предпочтителен, однако, термин «квазистатический потенциал», который подчеркивает его близкое отношение к статическому потенциалу и в то же время говорит о некотором отличии.

¹ Х. Поклингтон. Электрические колебания в проводах, *Cambr. Phil. Soc. Proc.*, 9, октябрь, 25, 1897, стр. 324—332.

Разность между результирующей напряженностью переменного электрического поля и отрицательным градиентом квазистатического потенциала стремится к нулю с уменьшением частоты. Таким образом, она обуславливается только движением заряда, т. е. электрическим током. По этой причине эту разность называют динамической составляющей F напряженности электрического поля.

Эти вспомогательные функции будут выражены затем через токи и заряды. Подробно будет рассмотрено поле вблизи тонкого провода. Именно это поле определяет распределение тока. После этого можно попытаться применить общую теорию к конкретным случаям. В связи со сложностью определения точного распределения тока мы будем пользоваться методом последовательных приближений. В первом приближении будет установлено, что ток в тонкой антенне распределяется точно таким же образом, как в передающей линии при аналогичном распределении приложенного напряжения, как показано, например, на рис. 8.5 и 8.6. Мы найдем, что тот же метод может быть применен для получения второго приближения, если приложить к антенне некоторое компенсирующее электрическое поле, которое может быть вычислено на основе первого приближения в распределении тока. Теоретически этот процесс может продолжаться бесконечно. Практически оказывается целесообразным переходить к численному интегрированию. Даже в том случае, если заранее подготовлены таблицы вспомогательных функций, количество вычислений при комбинировании большого числа членов для любого конкретного случая все еще очень велико. Однако редко встречается необходимость продолжать анализ после второго приближения.

Довольно сложный анализ, приводимый в разделах 5—16, диктуется двумя соображениями: 1) необходимостью обосновать способы приближенного определения распределения тока и 2) необходимостью вывести уравнения, требующиеся для более точных вычислений. В случае если нас интересует только общая приближенная форма распределения тока в тонких проводах, в таком анализе необходимости нет, так как эта формула может быть получена на основе элементарных соображений электростатики и электромагнитной индукции. Пусть q , I , U представляют собой соответственно заряд на единицу длины, ток и потенциал. Потенциал здесь мыслится в обычном электростатическом смысле. Применение его в данном случае объясняется тем, что электрический заряд на тонком проводе вызывает в непосредственной близости от него действие значительных электрических сил. Эти силы пропорциональны местной плотности заряда. Влияние удаленных зарядов является относительно малым. Разность ΔI между током, выходящим из элемента провода, и током, входящим в него, должна равняться скорости уменьшения заряда $q\Delta z$ на элементе длины Δz , т. е. $\Delta I = -j\omega q\Delta z$. Так как U и q приблизительно пропорциональны, то

$$\Delta I \div -j\omega U \Delta z$$

или в пределе

$$\frac{\partial I}{\partial z} \doteq -j\omega U.$$

При изменении тока во времени создается противо э. д. с. самоиндукции, в значительной степени пропорциональная скорости изменения значения тока на данном участке. Эта э. д. с. создает разность потенциалов между концами элемента. Следовательно,

$$\Delta U \doteq -j\omega I \Delta z.$$

В пределе

$$\frac{\partial U}{\partial z} \doteq -j\omega I.$$

Коэффициенты пропорциональности нельзя определить с помощью простых рассуждений, приведенных выше. Однако можно утверждать, что эти коэффициенты являются постоянными вдоль провода, за исключением участков вблизи его концов. Таким образом, приближенные уравнения для распределения тока и потенциала имеют тот же вид, что и обычные уравнения передающей линии. Следовательно, распределение тока в тонких антеннах должно быть приблизительно синусоидальным, как показано на рис. 8.5 и 8.6.

По существу изложенное представляет собой схему анализа, проводимого в следующих разделах. Для случая нестатических полей будет дано точное определение понятия потенциала.

8.5. Квазистатическая и динамическая составляющие напряженности электрического поля

Систему с любым распределением тока можно разбить на элементы тока с моментом $p = Id\tau$, где J — плотность тока, а $d\tau$ — объем, занимаемый элементом. Выражение этого момента можно подставить вместо I_s в уравнения (4-82) для поля элемента тока и проинтегрировать его с учетом данного распределения. Поскольку подинтегральные функции-векторы, то необходимо до интегрирования найти из уравнений (4-82) прямоугольные составляющие поля. Интегральные функции являются сложными.

Как указано в предыдущем разделе, можно заметно упростить задачу путем введения некоторых вспомогательных функций — скалярного электрического потенциала U и динамической составляющей F напряженности электрического поля. Будет доказано, что существуют относительно простые функции — скалярная функция U и векторная функция F такие, что

$$E_s = F_s - \frac{\partial U}{\partial s} \quad (5)$$

или

$$E = F - \text{grad } U. \quad (6)$$

Второй член называют квазистатической составляющей E и обозначают символом G . Происхождение этого названия будет ясно из последующего.

В самом деле электростатическое поле можно представить как градиент потенциала U .

$$E = -\text{grad } U, \quad E_s = -\frac{\partial U}{\partial s}. \quad (7)$$

При этом

$$U = \iiint \frac{q_r d\tau}{4\pi\epsilon r}, \quad (8)$$

где r — расстояние между центром (x', y', z') некоторого элементарного заряда $q_r d\tau$ и выбранной точкой (x, y, z) . Таким образом,

$$r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{1/2}, \quad (9)$$

q_r — плотность заряда. Уравнение (8) является следствием уравнения (4-62) для потенциала точечного заряда

$$U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon r}. \quad (10)$$

Требуется только замена q на $q_r d\tau$ и интегрирование по объему, занятому зарядом.

Уравнение (7) предполагает, что интеграл E по замкнутому контуру равен нулю

$$\oint E_s ds = - \oint \frac{\partial U}{\partial s} ds = -U \Big|_A^B = 0, \quad (11)$$

где A — начальная точка, а B — конечная точка пути. Согласно уравнениям Максвелла это уравнение является справедливым для любой замкнутой кривой только при статическом поле. В противном случае переменная E будет создавать магнитное поле H , а для переменной H справедливо:

$$\oint E_s ds = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \iint H_n dS \quad (12)$$

или в установившемся режиме:

$$\oint E_s ds = -j\omega\mu \iint H_n dS. \quad (13)$$

Это уравнение предполагает, однако, что мы можем выразить переменную E как сумму, состоящую из двух составляющих — одной, получаемой из потенциала, и другой, стремящейся к нулю по мере уменьшения частоты.

Во избежание применения сложных математических теорем для более ясного физического представления задачи построим вспомогательные функции U , F путем синтеза, а затем докажем, что наши окончательные результаты являются правильными.

Каждый член в выражениях (4-82) для поля элемента электрического тока содержит фазовый множитель $e^{(-j\beta r)}$, зависящий от расстояния. Это означает, что указанный множитель включается в уравнение (10) для потенциала точечного заряда

$$U_0 = \frac{qe^{-j\beta r}}{4\pi\epsilon r}. \quad (14)$$

Это квазистатический потенциал точечного заряда. Он сводится к статическому потенциалу при стремлении частоты к нулю и пропорционален заряду таким же образом, как и статический потенциал. Имеется, однако, дополнительный множитель, а именно, множитель с запаздыванием фазы $e^{(-j\beta r)}$. Элемент электрического тока обладает двумя равными и противоположными зарядами (рис. 4.13, б, в, г), и его потенциал поэтому равен

$$U = \frac{qe^{-j\beta r_1}}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{qe^{-j\beta r_2}}{4\pi\epsilon r_2}. \quad (15)$$

Величина E уже была определена для элемента тока. Поэтому можно определить с помощью уравнений 4—82 соответствующую динамическую составляющую F из уравнений (6) и (15)

$$F = E + \text{grad } U = E - G. \quad (16)$$

В следующей главе будет дан подробный расчет и показано, что вектор динамической составляющей напряженности электрического поля параллелен элементу и определяется выражением

$$F = -j\omega\mu \frac{Is e^{-j\beta r}}{4\pi r}, \quad (17)$$

где Is — момент элемента.

Теперь можно обратиться к положениям, приведенным в первом параграфе настоящего раздела и применить их для определения U и F при произвольном распределении зарядов и токов. Заменяя q на $q_\tau d\tau = q_\tau dx'dy'dz'$, где q_τ — объемная плотность заряда, и интегрируя, получаем

$$U = \iiint \frac{q_\tau(x' y' z') e^{-j\beta r}}{4\pi\epsilon r} dx'dy'dz'. \quad (18)$$

Аналогично, из уравнения (17) имеем

$$F = -j\omega\mu \iiint \frac{J(x' y' z') e^{-j\beta r}}{4\pi r} dx'dy'dz'. \quad (19)$$

Мы получили векторное уравнение, например, для z -ой составляющей плотности тока J в прямоугольных координатах:

$$F_z = -j\omega\mu \iiint \frac{J_z(x', y', z') e^{-j\beta r}}{4\pi r} dx'dy'dz'. \quad (20)$$

Получив U и F , можно определить E из уравнений (5) и (6), т. е.

$$E_s = F_s - \frac{\partial U}{\partial s}, \quad E = F - \text{grad } U. \quad (21)$$

Вместо динамической составляющей F напряженности электрического поля обычно применялась другая вспомогательная функция — магнитный вектор потенциал A . Существует простое соотношение между этими двумя функциями:

$$F = -j\omega\mu A, \quad A = -\frac{F}{j\omega\mu}. \quad (22)$$

Применение A вместо F имеет некоторое преимущество, так как A стремится к постоянному пределу при стремлении ω к нулю, в то время как F стремится к нулю вместе с ω . С другой стороны, F обладает более определенным физическим смыслом, а A остается прежде всего вспомогательной математической функцией. В книге мы большей частью пользуемся F , но при этом полностью A не исключается. Составляющая A (в прямоугольных координатах), выраженная через соответствующую составляющую плотности тока J , определяется путем подстановки уравнения (22) в уравнение (20),

$$A_z = \iiint \frac{J_z(x', y', z') e^{-j\beta r}}{4\pi r} dx' dy' dz'. \quad (23)$$

8.6. Элемент электрического тока

Ниже будет дан более подробный вывод окончательных уравнений, приведенных в предыдущем разделе. Необходимо показать, что уже известные уравнения 4-82 можно представить в форме (21), где F определяется уравнением (17), а U на концах каждого элемента определено уравнением 14. Так как скорость возрастания заряда на верхнем конце элемента должна быть равна притекающему к нему току, то можно написать соотношение между q и I :

$$\frac{\partial q}{\partial t} = I, \quad j\omega q = I, \quad q = \frac{I}{j\omega}. \quad (24)$$

На нижнем конце заряд равен $-q$.

Без ущерба для общности можно считать, что элемент параллелен оси z . Пусть элемент простирается от нижнего заряда $-q$ в некоторой точке $(x', y', z' - \frac{1}{2}s)$ до заряда $+q$ на верхнем конце $(x', y', z', +\frac{1}{2}s)$, где s — бесконечно малая длина элемента. Соответствующий скалярный потенциал определяется уравнением (15), где r_1 и r_2 представляют собою соответственно расстояния до верхнего и нижнего зарядов (рис. 4.13). Так как величина s является бесконечно малой, то можно

из уравнения (15) определить потенциал с помощью дифференцирования,

$$U = s \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{qe^{-j\beta r}}{4\pi\epsilon r} \right) \quad (25)$$

где r определяется уравнением (9). Для удобства в дальнейшем вводится следующая волновая функция:

$$\psi = \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}, \quad (26)$$

Тогда учитывая уравнение (24)

$$U = \frac{qs}{\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial z'} = \frac{Is}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial z'}. \quad (27)$$

Из уравнения (9) для r можно видеть, что положительное приращение z' влияет так же, как и отрицательное приращение z . Следовательно, производная относительно z' равна отрицательной производной относительно z , и

$$U = - \frac{Is}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (28)$$

Определим теперь U для элемента тока в начале координат. Заметим вначале, что U зависит от z только через r . Следовательно,

$$U = - \frac{Is}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z}. \quad (29)$$

Для элемента в начале координат

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad 2r \frac{\partial r}{\partial z} = 2z, \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} = \cos \theta. \quad (30)$$

Вводя эту величину в уравнение (29) и замечая, что

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = - \frac{j\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} - \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r^2}, \quad (31)$$

получаем

$$U = \frac{\rho Is}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} \right) e^{-j\beta r} \cos \theta. \quad (32)$$

Записав отрицательные производные в направлениях r и θ , получаем квазистатические составляющие E :

$$\begin{aligned} G_r &= - \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{j\omega\mu Is}{4\pi r} e^{-j\beta r} \cos \theta + \frac{\rho Is}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} \right) e^{-j\beta r} \cos \theta, \\ G_\theta &= - \frac{\partial U}{r \partial \theta} = \frac{\rho Is}{4\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} \right) e^{-j\beta r} \sin \theta. \end{aligned} \quad (33)$$

Вычитая эти выражения из уравнений 4-82 в соответствии с уравнением (16), получаем динамические составляющие напря-

женности электрического поля элемента тока, обладающего моментом Is :

$$\begin{aligned} F_r &= E_r - G_r = -j\omega\mu Is\psi \cos\theta \quad \psi = \frac{e^{(-j\beta r)}}{4\pi r}, \\ F_\theta &= E_\theta - G_\theta = j\omega\mu Is\psi \sin\theta. \end{aligned} \quad (34)$$

Определяя составляющие F_z и F_ρ в направлениях, параллельных и перпендикулярных к элементу, находим

$$\begin{aligned} F_z &= F_r \cos\theta - F_\theta \sin\theta = -j\omega\mu Is\psi, \\ F_\rho &= F_r \sin\theta + F_\theta \cos\theta = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Отсюда динамическая составляющая напряженности электрического поля, создаваемой элементом тока, параллельна этому элементу и зависит только от расстояния до него.

Таким образом, нам удалось разложить напряженность электрического поля элемента тока на две составляющие, одна из которых параллельна элементу и определяется простым уравнением (35), а другую можно получить, взяв отрицательную производную скалярного потенциала, определяемого уравнением (32). Первая составляющая стремится к нулю при $\omega \rightarrow 0$, а вторая стремится к статическому значению E . Показав, что уравнение (6) применимо к произвольному элементу тока, мы воспользуемся принципом суперпозиции для получения общих уравнений, приведенных в конце предыдущего раздела.

8.7. Бесконечно тонкие трубки тока

В линейных антеннах продольные размеры значительно превосходят размеры поперечного сечения, а последние малы по сравнению с $\lambda/4$. Ток в таких антеннах вследствие влияния поверхностного эффекта распределяется по поверхности проводника, параллельного его длине. Изучая распределение электрического поля на некотором расстоянии от такой антенны, иногда представляется удобным идеализировать длинную тонкую трубку тока и аппроксимировать ее бесконечной тонкой трубкой. В том же случае, когда мы интересуемся полем в непосредственной близости к данной трубке, то важно учитывать ее фактические размеры.

В случае бесконечно тонкой трубки тока (рис. 8.1) тройные интегралы в уравнениях (18) и (19) для U и F приводятся к простым интегралам. Таким образом, объемный элемент заряда $q_c dx'dy'dz'$ может быть выражен как $q(s)ds$, где $q(s)$ — линейная плотность заряда. Аналогично, момент элемента тока $Jdx'dy'dz'$ выражается как $I(s)ds$. Отсюда

$$U = \int_{s_1}^{s_2} \frac{q(s) e^{-j\beta r}}{4\pi\epsilon r} ds, \quad F_z = -j\omega\mu \int_{s_1}^{s_2} \frac{I(s) \cos(s, z) e^{-j\beta r}}{4\pi r} ds, \quad (36)$$

где (s, z) — угол между касательной к трубке тока и направлением выбранной координатной оси. Остаточный ток, выходящий из элемента ds , должен быть равен скорости уменьшения заряда. Поэтому

$$\frac{\partial I}{\partial s} ds = -\frac{\partial q}{\partial t} ds, \quad \frac{\partial I}{\partial s} = -\frac{\partial q}{\partial t}. \quad (37)$$

Если I и q являются экспоненциальными функциями времени, то

$$\frac{\partial I}{\partial s} = -j\omega q. \quad (38)$$

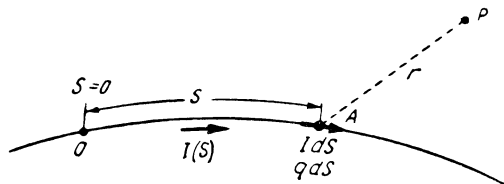


Рис. 8.1. Искривленная бесконечно тонкая трубка тока.

Аналогично, в начале трубки тока, $s = s_1$, и в конце, $s = s_2$, имеем:

$$I(s_1) = -j\omega Q_1, \quad I(s_2) = j\omega Q_2, \quad (39)$$

где Q_1 и Q_2 — заряды на концах. Если концевые заряды отличаются от нуля, то соответствующие потенциалы необходимо прибавить к интегралу для U в уравнении (36). Эти члены не включаются в интеграл, если он рассматривается по Риману. Они включаются только в том случае, если мы считаем, что в концевых точках q бесконечно, а qds конечно и равно Q , т. е. если мы применяем интегралы Стильтьеса¹.

Хотя часто оказывается удобным выражать поле через две вспомогательные функции U и F , необходимо, однако, заметить, что эти функции не являются независимыми. Так, квазистатический потенциал элемента тока, параллельного оси z , определяется уравнением (28), а динамическая составляющая напряженности электрического поля — уравнениями (35). Исключая волновую функцию ψ , получаем

$$U_{(z)} = -\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial F_z}{\partial z}, \quad (40)$$

где заключенный в скобки индекс при U означает, что элемент параллелен оси z , и напоминает, что U не является вектором. В соответствии с принципом суперпозиции это уравнение справедливо для любой системы, состоящей из элементов тока, параллельных оси z . Для систем, состоящих из элементов, парал-

¹ См. Б. В. Гнеденко „Курс теории вероятностей“, ГИТТЛ, 1950.

лельных двум другим осям прямоугольной координатной системы, имеем

$$U_{(x)} = -\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial F_x}{\partial x}, \quad U_{(y)} = -\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial F_y}{\partial y}. \quad (41)$$

Так как потенциалы складываются алгебраически, то потенциал всей системы элементов равен

$$U = -\frac{1}{\beta^2} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\beta^2} \operatorname{div} F. \quad (42)$$

8.8. Тонкие трубки тока

Тонкая трубка тока (рис. 8.2) может быть разбита на бесконечно тонкие трубки с угловой плотностью $I(s)/2\pi$. Следовательно, вместо уравнений (36) можно написать

$$U = \frac{1}{2\pi\epsilon} \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \psi q(s) ds d\varphi',$$

$$F_z = -\frac{j\omega\mu}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \psi I(s) \cos(s, z) ds d\varphi', \quad (43)$$

где ψ определяется уравнением (26), т. е.

$$\psi = \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}, \quad (44)$$

а F_z — составляющая F в прямоугольных координатах.

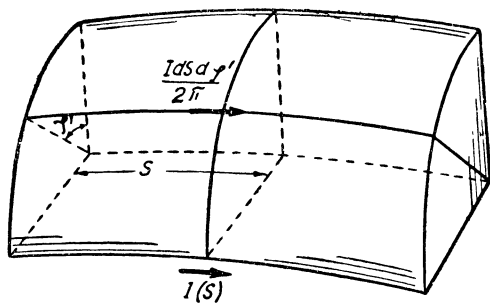


Рис. 8.2. Искривленная трубка тока конечного радиуса.

Необходимо подчеркнуть еще раз, что потенциал определяется плотностью заряда. Как видно из уравнения непрерывности (38), плотность заряда и ток являются зависимыми величинами. В данной точке тонкой трубки U определяется прежде всего плотностью заряда в этой точке. Аналогично F определяется прежде всего током в этой точке. Это обуславливается тем, что ψ велико только в области, в которой $z' - z$ мало. В самом деле, вполне

допустимо, чтобы одно из значений $q(s)$ или $I(s)$ было большим в некоторой точке, а другое — малым. Следовательно, силы, влияющие на распределение заряда на тонком проводе, являются, в основном, электростатическими вместе с силами магнитной индукции, как в случае низкочастотных передающих линий. Это тем более справедливо, чем тоньше провод. Важность сделанных замечаний будет более наглядной, когда будет дан метод оценки высокочастотных эффектов первого порядка на основании результатов, полученных из рассмотрения низкочастотных цепей.

8.9. Точные уравнения распределения квазистатического потенциала и динамическая составляющая напряженности электрического поля в системе из параллельных тонких проводов

Рассмотрим систему из параллельных тонких проводов произвольной длины. Пусть токи текут в одном направлении параллельно проводам. Динамическая составляющая E , таким образом, будет параллельна проводам. Если провода параллельны оси z , то продольное поле, обусловленное токами в проводах, определяется выражением

$$E_z = F_z - \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (45)$$

Если $E_z^i(z)$ — напряженность электрического поля, приложенного к проводу, отличная от напряженности, обусловленной токами в данной системе проводов, то результирующая напряженность электрического поля на поверхности этого провода равна $E_z + E_z^i(z)$. Она должна равняться произведению внутреннего сопротивления провода на ток. Таким образом, на поверхности провода

$$E_z + E_z^i(z) = Z_i I(z), \quad (46)$$

где Z_i — внутреннее сопротивление на единицу длины. На высоких частотах

$$Z_i = \frac{1}{2\pi a} \left(\frac{\pi \mu f}{g} \right)^{1/2} (1 + j), \quad (47)$$

где a — радиус провода. Подставляя значение E_z из уравнения (45) в уравнения (46) и группируя члены, получим

$$\frac{\partial U}{\partial z} = F_z + E_z^i(z) - Z_i I. \quad (48)$$

Напишем уравнение (40) в виде

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = -\beta^2 U. \quad (49)$$

Для идеально проводящих проводов уравнения (48) и (49) принимают вид

$$\frac{\partial U}{\partial z} = F_z + E_z^i(z), \quad \frac{\partial F_z}{\partial z} = -\beta^2 U. \quad (50)$$

Если напряженность приложенного электрического поля действует на небольших участках проводов, то в областях, в которых приложенное поле отсутствует,

$$\frac{\partial U}{\partial z} = F_z, \quad \frac{\partial F_z}{\partial z} = -\beta^2 U. \quad (51)$$

Исключая сперва F_z , а затем U , получаем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\beta^2 U, \quad \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} = -\beta^2 F_z. \quad (52)$$

Решения этих уравнений представляют собою простейшие тригонометрические функции.

В передающих антеннах приложенное напряжение сосредоточено в небольших зонах. Следовательно, в передающих антеннах квазистатический потенциал и динамическая составляющая напряженности электрического поля распределены синусоидально. Относительно простыми являются решения даже более общих систем уравнений (50). К сожалению, ток, представляющий наиболее интересующую нас величину, не входит непосредственно в уравнения (50) и (52). Он, как показывает уравнение (43), связан с F_z довольно сложным образом. Ниже эти уравнения будут заменены более простыми приближенными уравнениями. Но вначале мы распространим приведенные точные уравнения¹ на изогнутые провода.

8.10. Точные уравнения для системы изогнутых проводов

Для системы изогнутых проводов уравнения (50) принимают вид

$$\frac{\partial U}{\partial s} = F_s + E_s^i(s), \quad \frac{\partial F_s}{\partial s} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = -\beta^2 U, \quad (53)$$

где s измеряется вдоль криволинейной оси провода, а x, y перпендикулярны s и друг к другу.

Первое уравнение выражает то условие, что общая напряженность электрического поля, тангенциальная к идеально проводящему проводу, равна нулю, а второе представляет собою общее уравнение (42), связывающее U и F . Для плохо проводящих проводов нужно из правой части первого уравнения (53) вычесть $Z_i I$.

¹ Или вернее почти точные, так как мы пренебрегаем поперечными токами в проводах.

Второе уравнение (53), а также (52) может быть заменено уравнением непрерывности (38)

$$\frac{\partial I}{\partial s} = -\frac{\partial q}{\partial t} = -j\omega q, \quad (54)$$

выражающим тот факт, что ток, выходящий из бесконечно малого участка провода, численно равен скорости уменьшения заряда на участке. Линейная плотность заряда $q(s)$ связана с потенциалом уравнением (43).

8.11. Граничные условия для разветвлений проводов

Граничными условиями для разветвления проводов являются:

1. Сумма входящих (или выходящих) токов в разветвлении равна нулю.

2. Непрерывность потенциала.

Первое из этих условий является выражением закона сохранения заряда.

Для доказательства второго условия мы интегрируем первое уравнение системы уравнений (53) на участке между точками A и B . Таким образом,

$$U(B) - U(A) = \int_{AB} F_s ds + \int_{AB} E_s^i ds. \quad (55)$$

Согласно теореме средних значений

$$U(B) - U(A) = F_s(s_1) \Delta s + E_s^i(s_2) \Delta s, \quad (56)$$

где Δs расстояние между A и B на поверхности провода, а s_1, s_2 — две точки между A и B . При стремлении A к B Δs стремится к нулю, а $U(B)$ стремится к $U(A)$.

8.12. Граничные условия в случае сосредоточенного включения генератора

Граничными условиями в случае сосредоточенного включения генератора являются:

1. Ток, входящий в генератор через один зажим, приблизительно равен току, выходящему через другой зажим.

2. Приращение потенциала на генераторе приблизительно равно приложенному напряжению.

Ток, поступающий в генератор, может не быть в точности равен току, выходящему из него, вследствие возможного накопления заряда внутри генератора. По мере уменьшения размеров генератора этот заряд будет также уменьшаться. Второе условие вытекает из уравнения (55), так как последний член представляет собою приложенное напряжение. Предшествующий ему член уравнения уменьшается при стремлении размеров генератора к нулю.

Предположим в данном анализе, что путь интегрирования взят непосредственно по расстоянию AB между зажимами генератора, а не по внутренней части. Это означает, что последний член уравнения (55) представляет собой напряжение, возникающее между зажимами, а не внутреннюю э. д. с. Последнее больше первого на величину, равную падению напряжения на внутреннем сопротивлении генератора.

8.13. Асимптотические уравнения для поля на поверхности тонкой трубки тока

Рассмотрим теперь поле, создаваемое током, распределенным на поверхности цилиндрической оболочки проводника небольшого радиуса a (рис. 8.3).

Пусть цилиндрические координаты одной точки, где расположен элемент с зарядом (и током) — a, φ, z' , а другой точки на поверхности цилиндра — a, φ, z .

Все элементы тока параллельны, так что угол $(s, z) = (z'z)$ в уравнении (43) равен нулю, а его косинус равен единице. Поэтому на поверхности цилиндра, ограниченного значениями от $z = z_1$ до $z = z_2$, уравнения (43) после подстановки уравнения (44) принимают вид

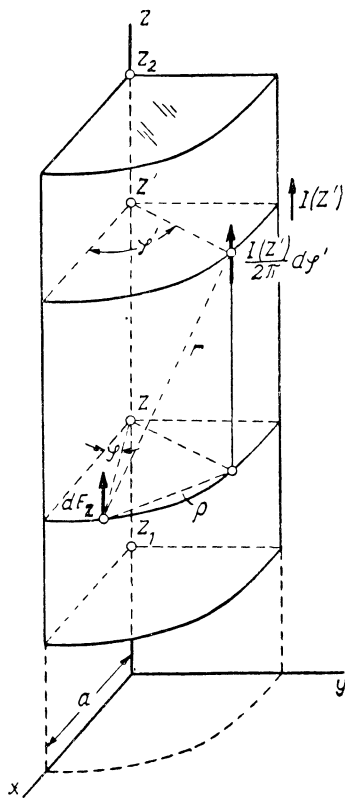


Рис. 8.3. Цилиндрический экран с током.

$$U = \frac{1}{\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{q(z') \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' - j \frac{1}{\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{q(z') \sin \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi',$$

$$F_z = -j\omega\mu \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{I(z') \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' - \omega\mu \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{I(z') \sin \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi', \quad (57)$$

где расстояние r между двумя произвольными точками на цилиндре равно

$$r = \left[(z' - z)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{1}{2} (\varphi' - \varphi) \right]^{1/2}. \quad (58)$$

При $z' = z$

$$r = 2a \left| \sin \frac{1}{2} (\varphi' - \varphi) \right|. \quad (59)$$

Так как a мало, то это расстояние также мало. Таким образом, подинтегральные функции в первом члене последних уравнений для U и F_z особенно возрастают в окрестности $z' = z$. В самом деле, они увеличиваются неограниченно при стремлении a к нулю. Интегральные функции во втором члене остаются конечными. Следовательно, мы получаем следующие асимптотические уравнения

$$U \sim \frac{1}{\varepsilon} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{q(z') \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi',$$

$$F_z \sim -j\omega\mu \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{I(z') \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi'. \quad (60)$$

Предположим теперь, что $q(z')$ и $I(z')$ могут быть разложены в степенные ряды относительно $z' = z$ с остаточными членами

$$q(z') = q(z) + (z' - z)q'(z) + \frac{1}{2}(z' - z)^2 q''(z) + \dots + R_1(z', z), \quad (61)$$

$$I(z') = I(z) + (z' - z)I'(z) + \frac{1}{2}(z' - z)^2 I''(z) + \dots + R_2(z', z).$$

Такого рода разложения существуют для всех точек, кроме концов антенны или точек разрыва потенциала, где плотность заряда бесконечна. Подставляя в уравнение (60), получаем

$$U \sim \frac{1}{\varepsilon} q(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' + \frac{1}{\varepsilon} q'(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{(z' - z) \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' + \dots, \quad (62)$$

$$F_z \sim -j\omega\mu I(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' -$$

$$-j\omega\mu I'(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{(z' - z) \cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi' + \dots$$

Снова можно заметить, что при стремлении к нулю радиуса трубки тока первые члены увеличиваются неограниченно, а другие члены остаются конечными. Следовательно,

$$U \sim \frac{1}{\varepsilon} q(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi',$$

$$F_z \sim -j\omega\mu I(z) \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi'. \quad (63)$$

Часть приложенного поля, необходимая для компенсации F_z равна $-F_z$. Отношение

$$Z = \frac{-F_z}{I(z)} \quad (64)$$

называют последовательным сопротивлением на единицу длины провода. Таким образом,

$$Z = j\omega \mu \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi'. \quad (65)$$

Отношение $q(z)/U(z)$ называют погонной емкостью C . Следовательно,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\varphi'. \quad (66)$$

Выражение

$$Y = j\omega C \quad (67)$$

называют погонной параллельной проводимостью. Асимптотические уравнения (63) могут быть написаны в виде

$$F_z \sim -ZI, \quad q \sim CU. \quad (68)$$

Если трубка тока искривлена, то можно поступить, как показано выше, и получить асимптотические выражения, аналогичные уравнениям (63)

$$U \sim \frac{1}{\epsilon} q(s) \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} ds' d\varphi',$$

$$F_s \sim -j\omega \mu I(s) \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} \cos(s', s) ds' d\varphi', \quad (69)$$

где r — расстояние между двумя точками на поверхности трубки.

8.14. Асимптотические уравнения для потенциала и тока в тонком проводе

Подставляя из уравнений (68) значение F_z в уравнения (50) и замечая, что

$$q = -\frac{1}{j\omega} \frac{\partial I}{\partial z}, \quad (70)$$

получаем (заменяя частные производные на обычные производные, так как q и I являются функциями только z)

$$\frac{dU}{dz} = -ZI + E^i(z), \quad \frac{dI}{dz} = -YU. \quad (71)$$

При отсутствии приложенного поля имеем:

$$\frac{dU}{dz} = -ZI, \quad \frac{dI}{dz} = -YU. \quad (72)$$

Это обычные уравнения линии передачи.

Так как Z и Y являются чисто мнимыми величинами, то рассеяние энергии отсутствует. Это означает, что уравнения (72) не учитывают излучение мощности. Это не является неожиданным, так как эти уравнения были получены в предположении, что радиус стремится к нулю. В этом случае плотность энергии вблизи провода при данном значении тока увеличивается неограниченно. Таким же образом изменяется общая запасенная энергия. Отсюда следует, что если запасенную энергию сохранять постоянной, то ток должен уменьшаться при стремлении радиуса к нулю. Поэтому поле в волновой зоне и, следовательно, излучаемая мощность будут стремиться к нулю при стремлении к нулю радиуса антенны. Вычисления показывают, однако, что переход к пределу совершается крайне медленно и что даже для самых тонких проводов, применяемых на практике, излучением нельзя пренебрегать. Таким образом, нельзя удовлетвориться первым приближением, получаемым непосредственно из уравнений (72). В главе 13 будет рассмотрен метод получения второго приближения с помощью уравнений (72), учитывающих излучение.

Из уравнений (72) получаем вторичные параметры провода — волновое сопротивление Z_0 и постоянную распространения γ ¹. Таким образом, из уравнений (65), (66) и (67) находим

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{8\pi^2 r} dz' d\psi' = 30 \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{2\pi r} dz' d\psi', \quad (73)$$

и

$$\gamma = \sqrt{ZY} = j\omega \sqrt{\mu\epsilon} = j\beta = j\frac{2\pi}{\lambda}. \quad (74)$$

Таким образом, распространение волн вдоль провода совершается со скоростью света.

В следующем разделе будет найдено, что

$$Z_0(z) = 60 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 \right) + 30 [\text{Ci } \beta(z - z_1) + \text{Ci } \beta(z_2 - z)]. \quad (75)$$

Функция Ci имеет большие значения для малых значений аргумента и стремится к нулю при больших значениях аргумента. Следовательно, члены в квадратных скобках играют важную

¹ Строгий вывод формулы для волнового сопротивления провода дал В. Н. Кессених см. „О волновом сопротивлении длинной однопроводной линии“ ДАН, 27, 1940, стр. 507. [Прим. ред.]

роль только вблизи концов провода. Соответствующие выражения для первичных параметров даны уравнениями:

$$Z = j\omega L, \quad Y = j\omega C, \quad C = \frac{\mu\epsilon}{L},$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 \right) + \frac{\mu}{4\pi} [\text{Ci } \beta(z - z_1) + \text{Ci } \beta(z_2 - z)]. \quad (76)$$

При стремлении a к нулю постоянный член в приведенных уравнениях возрастает, а член, зависящий от z , не изменяется. Таким образом, можно опустить переменные члены в выражениях для L , C и Z_0 . Предельными формами распределения тока и потенциала, таким образом, являются синусоиды.

8.15. Определение волнового сопротивления провода¹

Оценим теперь волновое сопротивление, выраженное уравнением (73). Выражение (58) для r перепишем в следующем виде:

$$r = [(z' - z)^2 + \rho^2]^{1/2}, \quad \rho = 2a \sin \frac{1}{2}(\varphi' - \varphi). \quad (77)$$

Сперва будем интегрировать относительно z' . Если написать

$$\frac{\cos \beta r}{r} = \frac{1}{r} - \frac{1 - \cos \beta r}{r}, \quad (78)$$

то найдем, что последний член мал при малом r . Следовательно, в этом члене r можно аппроксимировать величиной $|z' - z|$, так как, если $|z' - z|$ значительно больше ρ , то величиной ρ можно пренебречь, а если $|z' - z|$ сравнимо с ρ или меньше его, то r мало и весь член имеет малую величину. Поэтому,

$$\frac{\cos \beta r}{r} \simeq \frac{1}{r} - \frac{1 - \cos \beta(z' - z)}{|z' - z|}. \quad (79)$$

Знаменатель второго члена равен $z' - z$, когда z' больше z . В противном случае он равен $z - z'$. Поэтому при интегрировании уравнения (79) нужно разбить предел интегрирования на два интервала — один от $z' = z_1$ до $z' = z$ и другой — от $z' = z$ до $z' = z_2$. Таким образом,

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos \beta r}{r} dz' &= \int_{z_1}^z \frac{dz'}{[(z' - z)^2 + \rho^2]^{1/2}} - \int_{z_1}^{z_2} \frac{1 - \cos \beta(z' - z)}{|z' - z|} dz' = \\ &= \int_{z_1}^z \frac{dz'}{[(z' - z)^2 + \rho^2]^{1/2}} - \int_{z_1}^z \frac{1 - \cos \beta(z' - z)}{z - z'} dz' - \int_z^{z_2} \frac{1 - \cos \beta(z' - z)}{z' - z} dz'. \quad (80) \end{aligned}$$

¹ В теории антенн значение волнового сопротивления зависит в некоторой степени от применяемого конкретного метода анализа (см. раздел 13. 14).

В первом и последнем интегралах мы подставляем $z' - z = t$, во втором $-z - z' = t$. Таким образом, получаем

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos \beta r}{r} dz' = \int_{z_1-z}^{z_2-z} \frac{dt}{[t^2 + \rho^2]^{1/2}} - \int_0^{z-z_1} \frac{1 - \cos \beta t}{t} dt - \int_0^{z_2-z} \frac{1 - \cos \beta t}{t} dt. \quad (81)$$

Для интегрирования первого члена заметим, что

$$d[t + (t^2 + \rho^2)^{1/2}] = dt + t(t^2 + \rho^2)^{-1/2} dt = \frac{[t + (t^2 + \rho^2)^{1/2}] dt}{(t^2 + \rho^2)^{1/2}}, \quad (82)$$

отсюда

$$\frac{dt}{(t^2 + \rho^2)^{1/2}} = \frac{d[t + (t^2 + \rho^2)^{1/2}]}{t + (t^2 + \rho^2)^{1/2}}. \quad (83)$$

Интегрируя, получаем

$$\int_{z_1-z}^{z_2-z} \frac{dt}{(t^2 + \rho^2)^{1/2}} = \ln [t + (t^2 + \rho^2)^{1/2}] \Big|_{z_1-z}^{z_2-z} = \ln \frac{z_2 - z + [(z_2 - z)^2 + \rho^2]^{1/2}}{z_1 - z + [(z_1 - z)^2 + \rho^2]^{1/2}}. \quad (84)$$

Знаменатель логарифма в уравнении (84) мал, так как $z_1 - z$ отрицательно, а второй член положителен и имеет почти такую же величину. Более удобный вид получается, если умножить числитель и знаменатель дроби на

$$z - z_1 + [(z - z_1)^2 + \rho^2]^{1/2}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} & \int_{z_1-z}^{z_2-z} \frac{dt}{(t^2 + \rho^2)^{1/2}} = \\ &= \ln \frac{1}{\rho^2} \{z_2 - z + [(z_2 - z)^2 + \rho^2]^{1/2}\} \{z - z_1 + [(z - z_1)^2 + \rho^2]^{1/2}\} = \\ & \simeq \ln \frac{4(z_2 - z)(z - z_1)}{\rho^2}. \end{aligned} \quad (85)$$

В итоге приближение получается вполне удовлетворительным, если не считать участков вблизи концов провода.

Второй и третий члены уравнения (81) представляют собой интегральные косинусы.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z'} \frac{\cos \beta r}{r} dz' &= \ln \frac{4(z_2 - z)(z - z_1)}{\rho^2} - \text{Cin } \beta(z - z_1) - \text{Cin } \beta(z_2 - z) = \\ &= 2 \ln \frac{\lambda}{2\pi\rho} + 2 \ln 2 - 2C + \text{Ci } \beta(z - z_1) + \text{Ci } \beta(z_2 - z), \end{aligned} \quad (86)$$

где $C = 0,577 \dots$ — постоянная Эйлера. Последние два члена малы по сравнению с первым, если исключить участки вблизи

концов провода. Поэтому, если пренебречь концевым эффектом, интеграл зависит только от λ и радиуса r провода, входящих в ρ .

Для получения Z_0 по уравнению (73) необходимо проинтегрировать уравнение (86) относительно φ' . В самом деле, необходимо получить среднее значение интеграла по окружности цилиндра

$$\text{средн.} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos \beta r}{r} dz' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos \beta r}{r} dz'. \quad (87)$$

Единственным членом, зависящим от φ' , является $\ln \rho$. Так как среднее значение не зависит от φ , то можно считать $\varphi = 0$ в уравнении (77). Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \rho d\varphi' &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln 2a d\varphi' + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \sin \frac{1}{2} \varphi' d\varphi' = \\ &= \ln 2a - \ln 2 = \ln a. \end{aligned} \quad (88)$$

Таким образом, среднее значение $\ln \rho$ по окружности равно логарифму радиуса окружности. Этим результатом мы будем часто пользоваться.

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r}{r} dz' d\varphi' &= \\ &= 2 \ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 2 \ln 2 - 2C + \text{Ci } \beta(z - z_1) + \text{Ci } \beta(z_2 - z). \end{aligned} \quad (89)$$

Подставляя в уравнение (73), получаем уравнение (75).

8.16. Асимптотическая форма распределения потенциала и тока на тонких проводах

Количественные результаты, полученные в предыдущем разделе, показывают, что независимо от того, является ли провод прямым или искривленным, изолированным или окруженным другими проводами, относительные изменения распределенных параметров Z, Y уменьшаются при уменьшении радиуса провода. Влияние, обусловленное кривизной и окружающей средой, не зависит от a и, таким образом, получается меньше по сравнению с членом, содержащим $\ln(\lambda/2\pi a)$ и выражающим влияние размеров провода. Следовательно, асимптотические уравнения, определяющие распределение потенциала и тока на всех проводах (прямых или искривленных), имеют вид

$$\frac{dU}{ds} = -j\omega LI + E^i(s), \quad \frac{dI}{ds} = -j\omega CU, \quad (90)$$

где L и C являются постоянными, определяемыми из среднего значения интеграла в предыдущем разделе (уравнение 89). Таким образом,

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } \beta(z_2 - z_1) - \frac{\sin \beta(z_2 - z_1)}{\beta(z_2 - z_1)} \right], \quad C = \frac{\mu\epsilon}{L},$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 60 \left[\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } \beta(z_2 - z_1) - \frac{\sin \beta(z_2 - z_1)}{\beta(z_2 - z_1)} \right]. \quad (91)$$

В теории антенн мы прежде всего интересуемся проводами, длина которых сравнима с $\lambda/2$ или больше $\lambda/2$, так что последние два члена становятся пренебрежимо малыми при уменьшении a . Если $\lambda \gg 2\pi(z_2 - z_1)$, то приблизительно получаем

$$\text{Ci } \beta(z_2 - z_1) \simeq \ln \beta(z_2 - z_1) + 0,577.$$

Следовательно,

$$Z_0 = 60 \left[\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + \ln \frac{2\pi(z_2 - z_1)}{\lambda} + \ln 2 - 1 \right] = 60 \left[\ln \frac{2(z_2 - z_1)}{a} - 1 \right] \quad (92)$$

Таким образом, при достаточно низких частотах Z_0 не зависит от λ . Тем не менее $\ln(\lambda/2\pi a)$, в конце концов, является преобладающим членом, если λ и $z_2 - z_1$ постоянны при стремлении a к нулю. Весьма важно помнить, что Z_0 является функцией трех параметров: длины волн λ , длины провода $z_2 - z_1$ и радиуса a . Нельзя привести каких-либо общих утверждений относительно порядка его величины, если некоторые из этих параметров не поддерживаются постоянными. Вследствие приближений, имеющих в уравнении (92), a будет всегда существенно меньше любого из других двух параметров.

Для любого участка провода, где приложенное поле отсутствует, общим решением уравнения (90) является

$$I(s) = A \cos \beta s + B \sin \beta s,$$

$$U(s) = -\frac{1}{j\omega C} \frac{dI}{ds} = -jZ_0 A \sin \beta s + jZ_0 B \cos \beta s. \quad (93)$$

Эти выражения являются асимптотическими формами распределения тока и потенциала. Постоянные интегрирования определяются из граничных условий на генераторе, разветвлениях и концах провода.

8.17. Координаты разделенных проводов

В линейных антеннах провода не являются непрерывными. Они имеют зажимы и соединения с фидерами. Если антенна отключена от фидера, то ее структура становится неоднородной. Если даже мы предположим наличие генератора малых размеров между зажимами, как это принято в анализе передающих систем, мы все-таки имеем неоднородную физическую структуру, так как свойства участка, занятого генератором, отличаются

сильно от свойств внешнего участка. Иногда удобно не разрывать ось координат на таких неоднородных участках линии (рис. 8.4).

Например, на рис. 8.4, а начало координатной системы раздвоено и представляется двумя точками $z = -0$ и $z = +0$ безотносительно к расстоянию s между этими точками. Аналогично, на участке, отстоящем на некотором расстоянии от начала (рис. 8.4, б), один конец промежутка задается точкой $z = \xi - 0$, а другой $z = \xi + 0$. Направление от $z = \xi - 0$ до $z = \xi + 0$ должно совпадать с положительным направлением z .

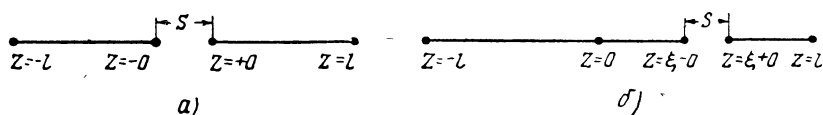


Рис. 8.4. Координаты разделенных линейных отрезков.

Раздвоенные координаты особенно полезны при описании распределения потенциала и тока в линейных антеннах. При рассмотрении поля вне антенны нужно перейти к обычной системе координат. Если, например, начало обычной системы лежит в центре промежутка (рис. 8.4, а), то формулы перехода имеют вид:

$$\begin{aligned} z' &= z + \frac{1}{2}s, & z > 0; \\ z' &= z - \frac{1}{2}s, & z < 0. \end{aligned} \quad (94)$$

Если начало системы лежит в точке $z' = 0$ (рис. 8.4, б), то

$$\begin{aligned} z' &= z, & z < \xi; \\ z' &= z + s, & z > \xi. \end{aligned} \quad (95)$$

8.18. Асимптотическое распределение тока в вибраторных антеннах

Асимптотическое распределение тока достаточно просто определяется. В качестве первого примера рассмотрим антенну, состоящую из двух проводов, расположенных под углом 180° . Будем считать, что эта антенна соединена с двухпроводной передающей линией (рис. 8.5). Генератор подключен к зажимам C, D . В каждом плече антенны ток распределен синусоидально. Следовательно,

$$\begin{aligned} I(z) &= A_1 \cos \beta z + B_1 \sin \beta z, & z > +0; \\ I(z) &= A_2 \cos \beta z + B_2 \sin \beta z, & z < -0. \end{aligned} \quad (96)$$

У свободных концов¹ $z = \pm l$, ток в пределе должен быть равен нулю²

$$I(l) = I(-l) = 0. \quad (97)$$

Цепь является симметричной, и если генератор включен асимметрично относительно фидерной линии в C и D , то токи на участках AC и BD должны быть равны и противоположны. Следовательно ток, входящий в сечение A , должен быть равен току, выходящему из сечения B

$$I(-0) = I(+0). \quad (98)$$

Из уравнений (96) и (97) имеем

$$A_1 \cos \beta l + B_1 \sin \beta l = 0, \quad A_2 \cos \beta l - B_2 \sin \beta l = 0. \quad (99)$$

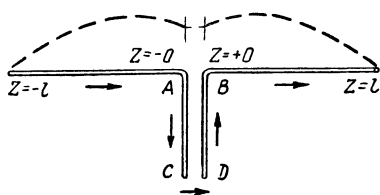


Рис. 8.5. Асимптотическое распределение тока в вибраторной антенне с симметричным питанием.

На основании первого уравнения можно выразить B_1 через A_1 или оба члена через некоторую новую постоянную I_1 . Второе уравнение является аналогичным. Таким образом,

$$\begin{aligned} A_1 &= I_1 \sin \beta l & B_1 &= -I_1 \cos \beta l, \\ A_2 &= I_2 \sin \beta l & B_2 &= I_2 \cos \beta l. \end{aligned} \quad (100)$$

Подставляя в уравнение (96), находим

$$\begin{aligned} I(z) &= I_1 \sin \beta(l - z), & z > +0; \\ I(z) &= I_2 \sin \beta(l + z), & z < -0. \end{aligned} \quad (101)$$

Пользуясь уравнением (98), находим, что $I_2 = I_1 = I_0$ и

$$\begin{aligned} I(z) &= I_0 \sin \beta(l - z), & z > +0; \\ I(z) &= I_0 \sin \beta(l + z), & z < -0. \end{aligned} \quad (102)$$

Точно такую же асимптотическую форму распределения тока можно получить для пары наклонных проводов (рис. 8.6,а) или пары параллельных проводов (рис. 8.6,б). Дело в том, что во всех трех случаях граничные условия на свободных концах и на генераторе являются одинаковыми. Вследствие уничтожения полей в волновой зоне, создаваемых близко расположенными и противоположно направленными элементами тока, параллельная пара будет излучать значительно меньше, чем расходящиеся провода. Распределение тока на ней будет меньше подвержено влиянию излучения.

¹ Концы, не присоединенные к любому другому проводнику или генератору.

² Концевой эффект будет рассмотрен в разделе 8.23.

В асимметричном случае (рис. 8.7) можно упростить задачу, прибегая к синусоидальным функциям, равным нулю при $z = \pm l$. Так,

$$\begin{aligned} I(z) &= I_1 \sin \beta(l - z), \quad z > \xi; \\ I(z) &= I_2 \sin \beta(l + z), \quad z < \xi. \end{aligned} \quad (103)$$

Из непрерывности тока в $z = \xi$ получаем

$$I_1 \sin \beta(l - \xi) = I_2 \sin \beta(l + \xi). \quad (104)$$

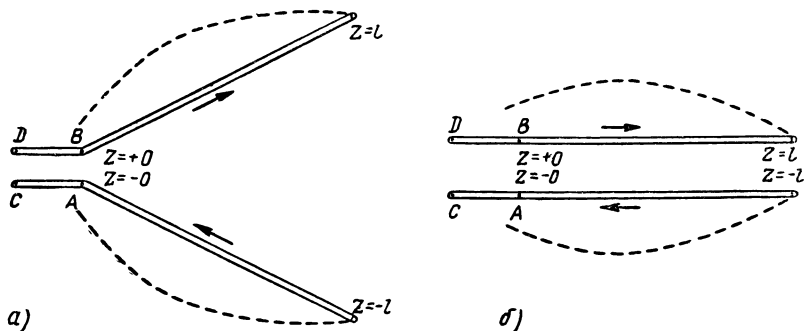


Рис. 8.6. Асимптотическое распределение тока: а — в V-образной антенне с симметричным питанием; б — в параллельной паре.

Чтобы удовлетворить этому уравнению, напомним

$$I_1 = A \sin \beta(l + \xi), \quad I_2 = A \sin \beta(l - \xi). \quad (105)$$

Подставляя в уравнение (103), получаем

$$\begin{aligned} I(z) &= A \sin \beta(l + \xi) \sin \beta(l - z), \quad z > \xi, \\ I(z) &= A \sin \beta(l - \xi) \sin \beta(l + z), \quad z < \xi. \end{aligned} \quad (106)$$

Случай асимметрии требует дальнейшего рассмотрения, когда длина антенны составляет целое число длин волн. Если, например, $2l = \lambda$, то уравнение (106) дает соотношение

$$I(z) = -A \sin \beta \xi \sin \beta z = I_0 \sin \beta z, \quad (107)$$

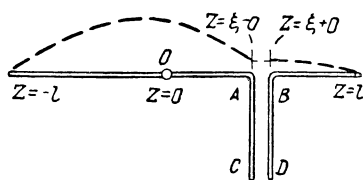


Рис. 8.7. Асимптотическое распределение тока в вибраторной антенне с несимметричным питанием.

как для положительных, так и для отрицательных значений z . Это распределение тока показано на рис. 8.8, а. Ток равен нулю при $z = 0$ и течет в противоположных направлениях по обе стороны от этой точки. Форма распределения оказывается независимой от положения $z = \xi$ генератора. Предположим, однако, что генератор находится в центре. Из условий симметрии распределение тока будет иметь форму, показанную на рис. 8.8, б.

Аналогично из уравнения (102) получаем

$$\begin{aligned} I(z) &= I_0 \sin \beta z, & z > 0; \\ I(z) &= -I_0 \sin \beta z, & z < 0. \end{aligned} \quad (108)$$

При перемещении генератора в одну сторону от точного геометрического центра происходит резкое изменение формы распределения тока. Необходимо, однако, помнить, что мы рассматриваем предельные случаи, и могут проявиться, поэтому, некоторые особенно-

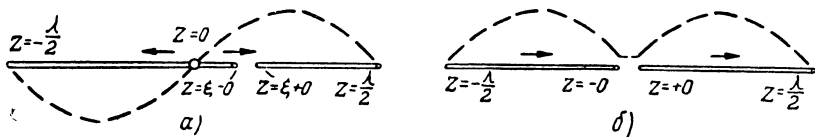


Рис. 8.8. Асимптотическое распределение тока в одноволновых вибраторных антеннах:

a — с несимметричным питанием, *б* — с симметричным питанием.

сти. В дополнение к вышеприведенным синусоидальным членам появятся дополнительные члены. Для очень тонких проводов последние имеют малую величину, но в точках, где основной ток почти равен нулю, даже малые дополнительные члены приобретают важное значение. Переход от распределения тока, показанного на рис. 8.8,б, к распределению тока, показанному на рис. 8.8,а, происходит постепенно. Переход становится более резким по мере умень-

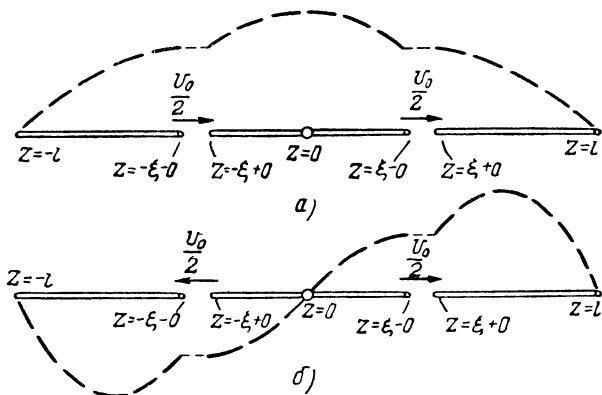


Рис. 8.9. Асимптотическое распределение тока в антеннах:

a — с синфазным питанием; *б* — с противофазным питанием.

шения радиуса антенны. Дополнительные члены, являясь по определению поправочными членами, часто можно получить тем или другим способом с помощью основных членов. В упомянутых выше отдельных случаях вопрос состоит в том, которой из двух форм нужно пользоваться для определения дополнительных членов. Это станет ясным, если рассмотреть асимметричный фидер на рис. 8.7

как результат совместного действия симметричного фидера на рис. 8.9,а и несимметричного фидера на рис. 8.9,б. При $z = -\xi$ результирующее приложенное напряжение равно нулю, так что напряжение целиком приложено в $z = \xi$.

Если длина антенны составляет целое число длин волн, то симметричная составляющая для данного напряжения значительно больше, чем несимметричная составляющая, когда ξ мало. Но с увеличением ξ это соотношение постепенно меняется на обратное.

Следующие выражения являются асимптотическими для двух видов распределения тока:

Симметричный вид (рис. 8.9,а):

$$\begin{aligned} I(z) &= A \cos \beta \xi \sin \beta(l - z), & \xi \leq z \leq l; \\ I(z) &= A \sin \beta(l - \xi) \cos \beta z, & -\xi \leq z \leq \xi. \\ I(z) &= A \cos \beta \xi \sin \beta(l + z), & -l \leq z \leq -\xi. \end{aligned} \quad (109)$$

Антисимметричный вид (рис. 8.9,б):

$$\begin{aligned} I(z) &= A \sin \beta \xi \sin \beta(l - z), & \xi \leq z \leq l; \\ I(z) &= A \sin \beta(l - \xi) \sin \beta z, & -\xi \leq z \leq \xi; \\ I(z) &= -A \sin \beta \xi \sin \beta(l + z), & -l \leq z \leq -\xi. \end{aligned} \quad (110)$$

8.19. Асимптотическое распределение тока в пассивных антеннах

Под пассивной антенной подразумевается провод, находящийся в электромагнитном поле. Вместо генератора в передающей антенне в приемной антенне имеется «пассивное» сопротивление или нагрузка. Пассивные антенны можно рассматривать, как приемные антенны, в которых зажимы нагрузки замкнуты накоротко.

Для определения тока в пассивной антенне заметим вначале, что ток в бесконечно длинном проводе в равномерном поле, распределенном параллельно проводу, является постоянным. В проводе конечных размеров ток на концах равен нулю. Концы такого провода могут явиться источниками волн на проводе. Электрический заряд, связанный с равномерно распределенным током, будет стремиться сконцентрироваться на концах, а обусловленная им сила будет противодействовать движению заряда. Обобщим изложенное: 1) равномерное поле падающей волны можно рассматривать как равномерное распределение генераторов создающих в проводе равномерный ток; 2) концы провода действуют как точечные генераторы, а распределение тока, обусловленного ими, является, согласно изложенному выше, синусоидальным. Общий ток в проводе на участке от $z = -l$ до $z = l$, обусловленный равномерным полем, параллельным проводу, таким образом равен

$$I(z) = A + B \cos \beta z. \quad (111)$$

Член с синусом должен отсутствовать, так как $I(-z) = I(z)$. Так как $I(-l) = I(l) = 0$, то имеем

$$A = -B \cos \beta l, \quad B = -\frac{A}{\cos \beta l}. \quad (112)$$

Отсюда

$$I(z) = B(\cos \beta z - \cos \beta l) = A \frac{\cos \beta l - \cos \beta z}{\cos \beta l}. \quad (113)$$

Переходя к току в центре провода ($z = 0$), получим

$$I(z) = I(0) \frac{\cos \beta z - \cos \beta l}{1 - \cos \beta l}. \quad (114)$$

Из рис. 8.10 видна разница в формах распределения тока для передающих и пассивных антенн. При $l = \lambda/4$ эти распределения тока совпадают в пределах достигнутой степени приближения.

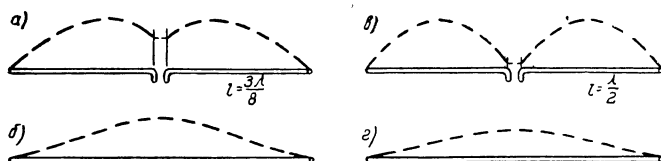


Рис. 8.10. Сравнение между асимптотическими распределениями тока в передающих антеннах (а, б) и распределением тока в соответствующих пассивных антеннах (в, г).

8.20. Асимптотическое распределение тока в приемных антеннах

В приемных антеннах имеется нагрузка Z . Напряжение на нагрузке равно ZI . Нагрузка действует как эквивалентный генератор с внутренней э. д. с., равной ZI . Поэтому ток в приемной антенне, обусловленный равномерным полем, параллельным антенне, представляет собою сумму токов, состоящую из тока, распределение которого свойственно приемной антенне, и тока, распределение которого свойственно передающей антенне. Таким образом, для нагрузки в центре, $z = 0$, ток равен

$$I(z) = I_0 \sin \beta(l - |z|) + B(\cos \beta z - \cos \beta l). \quad (115)$$

Постоянные I_0 и B зависят от приложенного поля, длины провода, длины волны, радиуса провода и сопротивления нагрузки.

8.21. Асимптотическое распределение потенциала в вибраторных антеннах

Для получения асимптотического распределения потенциала следует продифференцировать ток и умножить результат на соответствующий коэффициент, как в уравнении (93). Таким образом, из уравнения (102) находим, что для симметрично питаемых вибраторных антенн

$$\begin{aligned} U(z) &= -\frac{1}{j\omega C} \frac{dI}{dz} = -jZ_0 I_0 \cos \beta(l - z), & z > 0 \\ U(z) &= jZ_0 I_0 \cos \beta(l + z), & z < 0. \end{aligned} \quad (116)$$

Так как синусоидальные и косинусоидальные колебания сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны, то максимальные потенциалы будут на свободных концах антенны и в других узлах тока. Точки нулевого потенциала будут совпадать с точками максимальных амплитуд тока.

8.22. Влияние излучения на ток в антенне

Выше было указано на то, что приближенное выражение распределения тока не учитывает излучение. Это демонстрируют также уравнения (102) и (116), так как получаемое из них входное сопротивление является чисто реактивным

$$Z_i = \frac{U(+0) - U(-0)}{I(0)} = -2jZ_0 \operatorname{ctg} \beta l. \quad (117)$$

В разделе 5.19 найдено, что волна, возбуждаемая элементом тока, создает напряженность электрического поля, одна из составляющих которой имеет по отношению к току сдвиг фазы на 180° . Таким образом, волна вызывает торможение движущегося заряда, создающего ее. Эта составляющая не изменяется сильно с расстоянием от элемента тока, поскольку это расстояние существенно меньше $\lambda/2$. Следовательно, реактивное поле, обусловленное излучением от не очень длинных антенн, является приблизительно постоянным, а ток, наводимый им в антенне, имеет ту же форму, что и в пассивной антенне. Поэтому для тока передающей антенны можно написать более точное выражение

$$I(z) = I_0 \sin \beta(l - |z|) + jkI_0 (\cos \beta z - \cos \beta l), \quad (118)$$

где символ j показывает, что при излучении ток антенны имеет составляющую в квадратуре. Коэффициент k медленно уменьшается по мере уменьшения радиуса антенны.

При $l = \lambda/4$ оба члена можно объединить

$$I(z) = (1 + jk)I_0 \cos \beta z. \quad (119)$$

При $l = \lambda/2$

$$I(z) = I_0 \sin \beta |z| + jkI_0 (1 + \cos \beta z). \quad (120)$$

Следовательно, в данном случае, когда z мало, важное значение приобретает второй член.

Второй член в уравнении (118) представляет собою „питающий ток“, обуславливающий поступление мощности излучения в антенну. В разделе 11.18 вопрос о величине k будет рассмотрен дополнительно.

8.23. Концевой эффект в вибраторных передающих антеннах

При выводе приближенного выражения тока в вибраторных антеннах мы предположим, что на свободных концах ток равен нулю (см. уравнение 97). Это справедливо в пределе — при стрем-

лении к нулю радиуса провода. Нашей целью, однако, является получение рабочей приближенной формулы для антенны конечных размеров. Необходимо учесть заряд на плоских концах провода. Так как эти плоские концы или торцы являются небольшими, то величину накопленного заряда можно вычислить с помощью электростатических уравнений. Емкость диска радиуса a равна $8\epsilon a$.

Следовательно, емкость на одной стороне диска равна $4\epsilon a$. Таким образом, ток, входящий в торец в точке $z=l$, составляет $4j\omega\epsilon aU(l)$, где $U(l)$ — потенциал на конце ($z=l$). Можно, следовательно, написать

$$I_{\text{торц}} = j\omega C_{\text{торц}} U(l) = 4j\omega\epsilon aU(l). \quad (121)$$

Вблизи концов провода также существует концевой эффект. Электрические силовые линии у концов сгущаются, как показано на рис. 8.11,а. Это обуславливается более высокой концентрацией заряда вблизи концов. Для лучшего уяснения этого вопроса заметим, что в любой промежуточной точке заряженная частица подвержена действию заряженных частиц по обе стороны от нее в то время, как на конце она подвергается действию заряда только с одной стороны. Если считать, что заряд распределен равномерно вдоль провода, то потенциал в промежуточных точках вдвое больше потенциала на конце. Вблизи концов потенциал должен быть постоянным, так как его градиент пропорционален току, а ток имеет малую величину. Следовательно, по направлению к концам будет перемещен большой заряд. Это также означает, что вблизи концов емкость на единицу длины увеличивается.

Синусоидальная форма распределения потенциала и тока является характерной для равномерного распределения индуктивности и емкости. Следовательно, вблизи концов антенны можно ожидать отклонения от синусоидальной формы. Однако концевой эффект является значительным лишь в непосредственной близости к концам и поэтому может быть представлен сосредоточенной емкостью на концах дополнительно к емкости торца. Граничные условия на концах с учетом основной составляющей тока можно выразить следующим образом:

$$I(l) = j\omega (C_t + C_{\text{торц}}) U(l), \quad (122)$$

где C_t — эффективная емкость, обусловленная концевым эффектом, а $C_{\text{торц}}$ — емкость торцевой части.

Концевой эффект увеличивает действующую длину антенны, как видно из формы распределения тока (пунктирная линия) на рис. 8.11,б. Для определения эффективного удлинения δ в каждом плече приравняем емкость на конце величине $C\delta$, где C — среднее значение емкости на единицу длины, определяемое уравнениями (91). Таким образом,

$$C\delta = C_t + C_{\text{торц}}, \quad \delta = \frac{C_t + C_{\text{торц}}}{C}. \quad (123)$$

Выражение для концевой эффекта будет получено в гл. 13. Доля δ , обусловленная емкостью торца, может быть определена из уравнения (121). Тогда

$$\delta_{\text{торц}} = \frac{C_{\text{торц}}}{C} = \frac{\omega C_{\text{торц}}}{\omega C}. \quad (124)$$

Так как

$$\omega C = \frac{\omega \sqrt{LC}}{\sqrt{L/C}} = \frac{2\pi}{\lambda Z_0}, \quad \omega \epsilon = \frac{\omega \sqrt{\mu \epsilon}}{\sqrt{\mu/\epsilon}} = \frac{2\pi}{\rho \lambda}, \quad (125)$$

то имеем при учете уравнения (121)

$$\delta_{\text{торц}} = \frac{4aZ_0}{\rho} = \frac{aZ_0}{30\pi}. \quad (126)$$

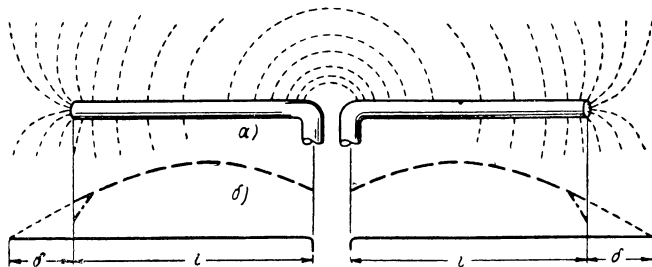


Рис. 8.11. Емкость плоских концов провода и увеличение емкости на единицу длины вблизи концов по сравнению с емкостью в промежуточных сечениях провода обуславливают увеличение действующей длины провода.

Принимая во внимание концевой эффект, заменяем выражения (102) для асимптотического распределения тока в симметрично питаемом вибраторе следующими уравнениями

$$\begin{aligned} I(z) &= I_0 \sin \beta(l + \delta - z), & 0 < z < l; \\ I(z) &= I_0 \sin \beta(l + \delta + z), & -l < z < 0. \end{aligned} \quad (127)$$

Хотя δ мало, однако его величина оказывает непосредственное влияние на положение точек резонансов тока и напряжения. Для очень тонких антенн влиянием емкости торца можно пренебречь, но концевым эффектом пренебрегать нельзя, так как он остается заметным даже при очень малых практических величинах.

8.24. Распределение тока в антеннах с индуктивной и емкостной нагрузкой

Если в проводе между точками $z = \xi - 0$ и $z = \xi + 0$ (рис. 8.12) включено сопротивление Z , то падение напряжения на нем равно

$$U_{AB} = U(\xi - 0) - U(\xi + 0) = ZI(\xi). \quad (128)$$

Начнем для примера с открытого конца $z = l$. Выражая концевой эффект с помощью эффективного удлинения антенны до величины $z = l + \delta$, получаем

$$I(z) = A \sin \beta(l + \delta - z), \quad \xi < z < l. \quad (129)$$

Для потенциала находим

$$U(z) = -jZ_0 A \cos \beta(l + \delta - z), \quad \xi < z < l. \quad (130)$$

Слева от точки $z = \xi = 0$ получаем другой вид синусоидального распределения тока и напряжения

$$\begin{aligned} I(z) &= B \sin \beta z + D \cos \beta z, \quad z < \xi; \\ U(z) &= jZ_0 B \cos \beta z - jZ_0 D \sin \beta z. \end{aligned} \quad (131)$$

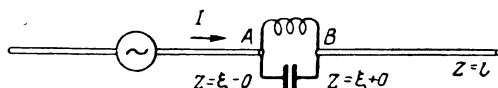


Рис. 8.12. Антенна, нагруженная параллельным контуром.

Согласно уравнению (128) будем считать, что емкость между двухполюсником Z и антенной пренебрежимо мала, так что ток, поступающий в двухполюсник, равен току, выходящему из него,

$$B \sin \beta \xi + D \cos \beta \xi = A \sin \beta(l + \delta - \xi). \quad (132)$$

Из уравнений (128), (130), (131) и (132) получаем

$$B \cos \beta \xi - D \sin \beta \xi + A \cos \beta(l + \delta - \xi) = \frac{Z}{jZ_0} A \sin \beta(l + \delta - \xi). \quad (133)$$

Пользуясь двумя последними уравнениями, можно выразить B и D через A . Уравнения (131) для значений z выполняются на интервале, ограниченном следующей неоднородностью. Затем продолжаем расчет, пока не достигнем другого конца, где применяем соответствующее граничное условие (уравнение 122).

8.25. Асимптотические формы распределения тока в слабо связанных системах проводов

Рассмотрим антенны с параллельным возбуждением, показанные на рис. 8.13, а и б. В этом разделе будут рассмотрены только цепи, состоящие из слабо связанных частей, так что на волновое сопротивление каждого провода близость других проводов не будет оказывать заметного влияния. Это означает, что мы исключим из рассмотрения параллельную пару проводов, питающую антенну, как показано на рис. 8.13б. Будем также считать, что радиусы проводов одинаковы, так что волновые сопротивления их равны между собой. В этом случае постоянство по-

тенциала у каждого разветвления означает постоянство производной тока.

Для цепи на рис. 8.13,а можно написать

$$\begin{aligned} I(z) &= I_1 \sin \beta(l-z), \quad 0 \leq z \leq l; \quad I(x) = I_3 \cos \beta x + I_4 \sin \beta x, \quad 0 \leq x \leq \xi; \\ I(z) &= I_2 \sin \beta(l+z), \quad -l \leq z \leq 0; \quad I(x) = I_5 \sin \beta(l_1-x), \quad \xi \leq x \leq l_1. \end{aligned} \quad (134)$$

Из непрерывности тока в точке $x = \xi$ следует

$$I_3 \cos \beta \xi + I_4 \sin \beta \xi = I_5 \sin \beta(l_1 - \xi). \quad (135)$$

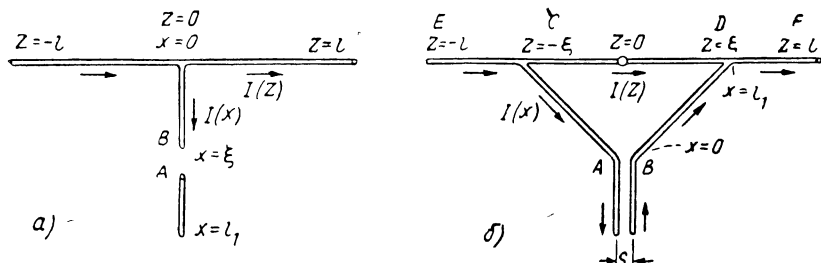


Рис. 8.13. Антенны с параллельным возбуждением.

Полный ток, выходящий из разветвления, $z = 0$, $x = 0$, должен быть равен нулю, а производные токов в различных ветвях должны быть непрерывными. Поэтому

$$I_1 \sin \beta l - I_2 \sin \beta l + I_3 = 0, \quad -I_1 \cos \beta l = I_2 \cos \beta l = I_4. \quad (136)$$

Из этого уравнения получаем

$$I_2 = -I_1, \quad I_4 = -I_1 \cos \beta l, \quad I_3 = -2I_1 \sin \beta l. \quad (137)$$

Подставляя в уравнение (135), находим

$$I_5 = -\frac{2 \sin \beta l \cos \beta \xi + \cos \beta l \sin \beta \xi}{\sin \beta(l - \xi)} I_1. \quad (138)$$

Таким образом, все коэффициенты выражены через асимптотический вид I_1 и распределение тока.

Аналогично, для антенны с параллельным возбуждением, показанной на рис. 8.13,б, находим

$$\begin{aligned} I(x) &= A [\sin \beta \xi \cos \beta(l - \xi) \sin \beta(l_1 - x) - \cos \beta l \cos \beta(l_1 - x)]; \\ I(z) &= A \cos \beta(l - \xi) \cos \beta z, \quad 0 \leq |z| \leq \xi; \\ I(z) &= A \sin \beta \xi \sin \beta(l - |z|), \quad \xi \leq |z| \leq l. \end{aligned} \quad (139)$$

Подробный вывод предлагается сделать читателю.

Случай, при котором длина какой-либо ветви цепи равна $(2n+1)\lambda/4$, где n —целое число, разбирается как особый. Производная тока (рис. 8.14,а) в плече AC в точке A равна нулю.

Если же длина AB отличается от четверти волны или нечетного числа четвертей длины волны, то производная тока в точке A отлична от нуля, если только ток не равен нулю. Таким образом, асимптотическая форма распределения тока будет иметь вид, показанный пунктирной кривой на рис. 8.14, *а* для всех длин AB , кроме равных нечетному числу $\lambda/4$. Но если AB равно $\lambda/4$, то распределение тока будет иметь вид, показанный на рис. 8.14, *б*. Неоднородность в распределении тока существует только в

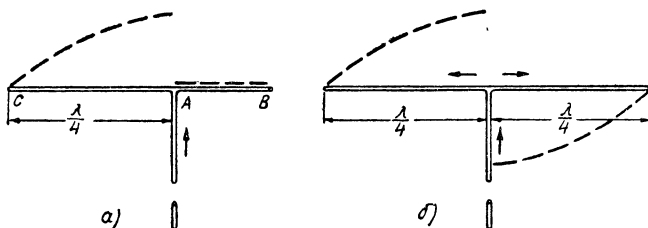


Рис. 8.14. Асимптотическое распределение тока в проводах в случае, когда длина одной ветви составляет $\lambda/4$ или нечетное кратное $\lambda/4$;
а — вторая ветвь не составляет нечетное кратное $\lambda/4$; *б* — вторая ветвь составляет нечетное кратное $\lambda/4$.

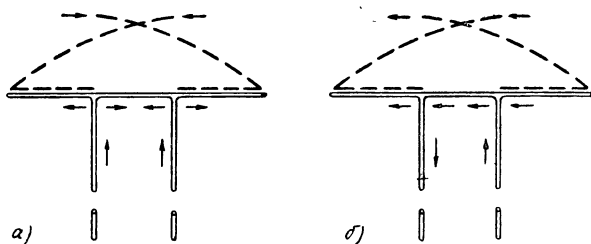


Рис. 8.15. Виды параллельного возбуждения
а — синфазный и *б* — противофазный.

асимптотическом решении. В любом реальном случае переход является непрерывным, хотя он может быть очень резким для тонких проводов.

При вычислении поправочных членов в таких особых случаях необходимо ток в несимметричном фидере на рис. 8.14, *а* рассматривать как результат суперпозиции токов двух фидеров, показанных на рис. 8.15.

8.26. Потенциал и ток в тонких параллельных проводах с сильной связью

Рассмотрим теперь два тонких параллельных провода, имеющих одинаковую длину (рис. 8.16). Можно либо написать уравнения (43) для полной величины потенциала и полной динамической составляющей E в произвольной точке провода, либо раз-

бить эти величины на составляющие, связанные с токами и зарядами в отдельном проводе. Последний метод является более удобным. Пусть U_1 и U_2 — потенциалы двух противоположных точек A, B и пусть:

$$U_1 = U_{11} + U_{12}, \quad U_2 = U_{21} + U_{22}, \quad (140)$$

где U_{11} — потенциал в точке A , обусловленный зарядом на проводе 1, U_{12} — потенциал в точке A , обусловленный зарядом на проводе 2, и т. д. Аналогично разбиваем динамические составляющие поля

$$F_{z,1} = F_{z,11} + F_{z,12} \quad F_{z,2} = F_{z,21} + F_{z,22}. \quad (141)$$

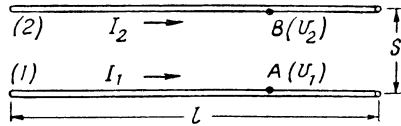


Рис 8.16. Параллельные провода.

Если расстояние s между осями проводов мало и если пользоваться теми же приближениями, что в разделе 8.16, то получим

$$F_{z,11} = -j\omega L_{11} I_1, \quad \frac{F_{z,12}}{I_2} = \frac{F_{z,21}}{I_1} = -j\omega L_{12}, \quad F_{z,22} = -j\omega L_{22} I_2, \quad (142)$$

где

$$\begin{aligned} L_{11} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a_1} + 0,116 + \text{Ci } \beta l - \frac{\sin \beta l}{\beta l} \right), \\ L_{22} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a_2} + 0,116 + \text{Ci } \beta l - \frac{\sin \beta l}{\beta l} \right), \\ L_{12} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi s} + 0,116 + \text{Ci } \beta l - \frac{\sin \beta l}{\beta l} \right). \end{aligned} \quad (143)$$

Уравнения (90) можно теперь представить в виде

$$\frac{dU_1}{dz} = -j\omega L_{11} I_1 - j\omega L_{12} I_2 + E_1^i(z), \quad L_{11} \frac{dI_1}{dz} + L_{12} \frac{dI_2}{dz} = -j\omega \epsilon U_1, \quad (144)$$

$$\frac{dU_2}{dz} = -j\omega L_{12} I_1 - j\omega L_{22} I_2 + E_2^i(z), \quad L_{12} \frac{dI_1}{dz} + L_{22} \frac{dI_2}{dz} = -j\omega \epsilon U_2.$$

Если провода имеют одинаковый радиус $L_{22} = L_{11}$, то можно получить отдельные уравнения, связывающие $U_1 - U_2$ с $I_1 - I_2$ и $U_1 + U_2$ с $I_1 + I_2$. Таким образом,

$$\frac{d(U_1 - U_2)}{dz} = -j\omega (L_{11} + L_{12})(I_1 - I_2) + [E_1^i(z) - E_2^i(z)], \quad (145)$$

$$\frac{dI_1 - I_2}{dz} = -\frac{j\omega \epsilon \mu}{L_{11} - L_{22}} (U_1 - U_2)$$

Аналогично

$$\frac{d(U_1 + U_2)}{dz} = -j\omega(L_{11} + L_{12})(I_1 + I_2) + [E_1^i(z) + E_2^i(z)], \quad (146)$$

$$\frac{d(I_1 + I_2)}{dz} = -\frac{j\omega\epsilon\mu}{L_{11} + L_{12}}(U_1 + U_2).$$

Если приложенное поле таково, что $I_2 = -I_1$, то имеем противофазный вид колебания, определяемый уравнением (145). В этом случае уравнения идентичны с уравнениями для двухпроводной линии, так как

$$2(L_{11} - L_{12}) = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{s}{a}, \quad (147)$$

$U_1 - U_2$ представляют собой „поперечное“ напряжение между A и B , а $\frac{1}{2}(I_1 - I_2) = I_1$ — „продольный“ ток в одном проводе.

Если $I_2 = I_1$, то имеем только синфазный вид колебания, определяемый уравнениями (146).

Обозначая среднее значение потенциала в точках A и B через U , а полный ток через I

$$U = \frac{1}{2}(U_1 + U_2), \quad I = I_1 + I_2, \quad (148)$$

получаем

$$\frac{dU}{dz} = -j\omega LI + \frac{1}{2}[E_1^i(z) + E_2^i(z)], \quad \frac{dI}{dz} = -\frac{j\omega\epsilon\mu}{L}U, \quad (149)$$

где

$$L = \frac{1}{2}(L_{11} + L_{12}) = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi V_{as}} + 0,116 + \text{Ci } \beta l - \frac{\sin \beta l}{\beta l} \right). \quad (150)$$

Следовательно, уравнения для синфазных токов в параллельных проводах совпадают с уравнениями для одиночного провода, радиус которого равен среднему геометрическому значению из радиуса каждого провода и расстояния между осями.

Если радиусы не равны, то имеют место два независимых вида распространения. Но величины токов в проводах для различных видов распространения волн не равны между собой. При незначительном неравенстве лучше всего разбить I_1 и I_2 на слабо связанные «противофазные» и «синфазные» составляющие.

8.27. Цепи, в которых отдельные участки имеют сильную связь

Простейшим примером цепи, один участок которой имеет сильную, а другой — слабую связь, является двухпроводная линия, питающая антенну (рис. 8.17). Как в линии, так и в антенне распределение тока и потенциала является существенно синусоидаль-

ным, однако одна синусоида не является продолжением другой. Ниже будет установлено, что резонанс в антенне наступает тогда, когда ее длина несколько меньше половины длины волны антенны, а ее входное сопротивление равно примерно 73 ом . Будем считать, что когда волновое сопротивление параллельной пары проводов равно этой величине, тогда в них устанавливается бегущая волна. В антенне, с другой стороны, волны являются почти стоячими. При увеличении расстояния между параллельными проводами нарушается согласование сопротивлений, и в этих проводах появляются стоячие волны. При большом расстоянии основной ток в каждом плече антенны будет представлять собой синусоидальное продолжение основного тока параллельной пары. С другой стороны, если расстояние между проводами будет уменьшено настолько, что характеристическое сопротивление двухпроводной линии станет значительно меньше 73 ом , то ток в линии приблизительно будет равен току в линии при разомкнутых концах A и B . Это иллюстрирует эффект от сближения проводов, по которым текут равные и противоположные токи.

Для того, чтобы определить соотношение между распределением тока и напряжения в частях цепи, сильно связанных между собой, и распределением тока и напряжения в частях, слабо связанных, необходимо вместо асимптотических выражений для тока в слабо связанных участках пользоваться более точными выражениями. Для выяснения этого необходимо напомнить, что в точке разветвления $x=0, z=0$ (рис. 8.17) ток и потенциал должны иметь постоянное значение. Следовательно, постоянным должно быть и их отношение. Это означает, что сопротивление со стороны двухпроводной линии должно быть равно входному сопротивлению антенны. Отношение между падающей и отраженной волнами в двухпроводной линии будет, таким образом, зависеть от отношения сопротивления антенны к характеристическому сопротивлению двухпроводной линии. Излучение, обычно, оказывает значительное влияние на сопротивление антенны. При резонансе, например, сопротивление было бы равно нулю, если бы не влияло излучение. Благодаря излучению сопротивление составляет 73 ом . Если характеристическое сопротивление двухпроводной линии значительно больше 73 ом , то антенна будет работать примерно как короткозамкнутая цепь. Но если характеристическое сопротивление линии значительно меньше 73 ом , то линия будет почти разомкнута электрически. Этот переход от одного противоположного состояния к другому целиком обуславливается излучением, которое не учитывается в асимптотическом распределении тока, рассматривавшемся до сих пор. Резюмируя, можно утверждать: с помощью методов, рассмотренных в настоящей главе, мы в состоянии опреде-

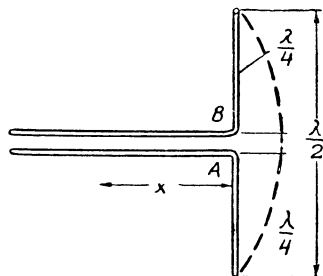


Рис. 8.17. Двухпроводная передающая линия, питающая полуволновую антенну.

лить формы распределения потенциала и тока в сильно связанных и слабо связанных частях цепи. Для установления связи между обоими распределениями необходимо определить питающий ток, обусловленный излучением от слабо связанной части цепи. Это эквивалентно определению сопротивления антенны.

8.28. Влияние скачкообразного изменения радиуса антенны

Поле антенны в волновой зоне увеличивается с ее длиной, при этом желательно, чтобы длина каждого плеча антенны была сравнима с $\lambda/2$. На низких частотах (около 550 кгц) эта длина имеет порядок 275 м. По конструктивным соображениям мачта такой высоты должна быть широкой у основания и тонкой наверху. Практически были построены такие мачты с тонким стержнем наверху. Однако такие антенны имели недостаточную действующую длину.

Это нетрудно объяснить теоретически

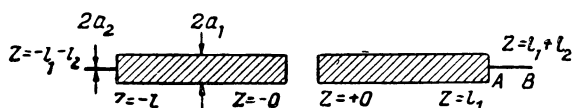


Рис. 8.18. Антенна, состоящая из двух проводов различного диаметра.

Рассмотрим антенну, состоящую из двух секций различного диаметра (рис. 8.18). Для данного анализа будем считать, что ток на конце $z = l_1 + l_2$ равен нулю. Следовательно,

$$I(z) = A \sin \beta (l_1 + l_2 - z), \quad l_1 \leq z \leq l_1 + l_2;$$

$$U(z) = -jZ_0'' A \cos \beta (l_1 + l_2 - z). \quad (151)$$

В толстой части

$$I(z) = B \sin \beta (l_1 - z) + C \cos \beta (l_1 - z), \quad 0 \leq z \leq l_1;$$

$$U(z) = -jZ_0' B \cos \beta (l_1 - z) + jZ_0' C \sin \beta (l_1 - z). \quad (152)$$

Если пренебречь емкостью разветвления между толстой и тонкой частями антенны, то

$$I(l_1 - 0) = I(l_1 + 0), \quad U(l_1 - 0) = U(l_1 + 0). \quad (153)$$

Пользуясь этими условиями, можно выразить B и C через A . Таким образом, получаем

$$I(z) = A \left[\sin \beta l_2 \cos \beta (l_1 - z) + \frac{Z_0''}{Z_0'} \cos \beta l_2 \sin \beta (l_1 - z) \right] =$$

$$= A \left[\sin \beta (l_1 + l_2 - z) + \frac{Z_0'' - Z_0'}{Z_0'} \cos \beta l_2 \sin \beta (l_1 - z) \right], \quad 0 \leq z \leq l_1. \quad (154)$$

Если теперь считать, что

$$Z_0'' = 3,5 Z_0'; \quad l_1 = 4l_2, \quad (155)$$

то найдем, что распределение тока имеет вид сплошной кривой на рис. 8.19. Пунктирная линия соответствует случаю равных сопротивлений. Таким образом, в тонкой части антенны, (если вся антенна не является тонкой, будет течь очень небольшой ток¹).

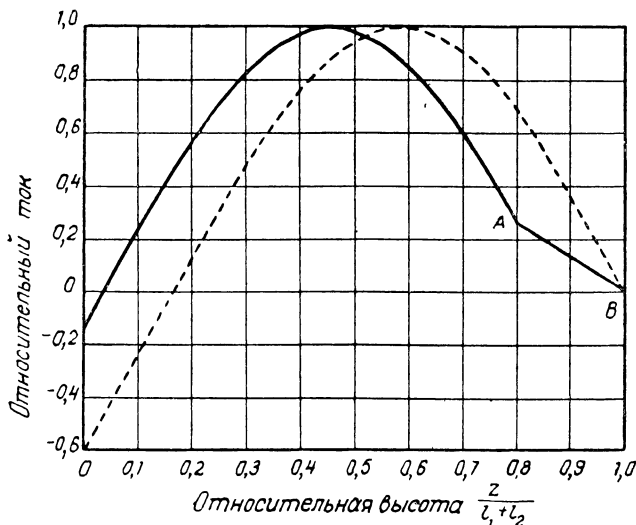


Рис. 8.19. Сплошная кривая представляет собой основную часть тока в неоднородной антенне типа, изображенного на рис. 8.18. Пунктирная кривая представляет соответствующий ток в однородной антенне.

Если не пренебрегать емкостью в точке разветвления $z = l_1$, то распределение тока будет иметь незначительную неоднородность в этой точке, но общая форма останется прежней.

8.29. Получение тех же выводов при другом подходе к решению задачи

До сих пор весь анализ распределения тока и потенциала основывался на выражении поля на поверхности антенны через ток и заряд. Мы имели дело с силами, с которыми заряд и ток в одной части антенны воздействуют на заряд в другой части. С этой точки зрения колебания заряда и тока распространяются в основном с помощью электростатической и электромагнитной индукции таким

¹ Экспериментальное подтверждение см. Ж. Браун. Критическое исследование характеристик радиовещательных антенн, обусловленных распределением тока в антенне. Proc. of IRE, 24, 1936, I, стр. 48—81.

же образом, как в обычных электрических цепях. Понятия распространения волн в пространстве, развитые в главах 3 и 4, нашли только косвенное отражение в нашем анализе через выражение для поля элемента электрического тока. Можно было принять это выражение в качестве основной гипотезы электромагнитной теории, непосредственно вытекающей из опыта вместо вывода из уравнений Максвелла, которые в конечном счете мы должны были принять как постулаты, основывающиеся на опыте. Логически эта точка зрения является вполне самостоятельной. В настоящей главе мы пользовались ею для получения некоторых полезных приближений. Но ее можно применить теоретически для точного анализа всех электромагнитных явлений. Ее применение на практике, однако, ограничивается трудностями математического анализа.

Другая точка зрения базируется непосредственно на уравнениях Максвелла. Она также является самостоятельной и может быть применена для точного анализа электромагнитных явлений. Приме-

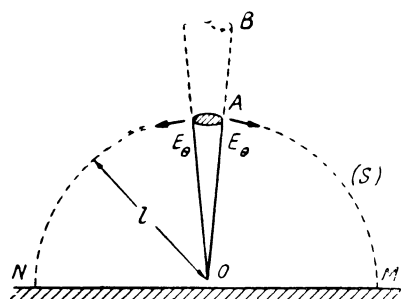


Рис. 8.20. Коническая мачта над идеальной землей

нение ее на практике ограничивается сложным математическим анализом¹. На некоторые вопросы легче дать ответ, исходя из первой точки зрения, а на другие — исходя из второй точки зрения. Здесь мы только рассмотрим качественно влияние распространения волн в трехмерном пространстве на распределение тока. Рассмотрим коническую мачту, обращенную вершиной к идеально проводящей плоскости (рис. 8.20). В области, ограниченной сферой, концентричной с вершиной мачты и проходящей через торцевую поверхность, существуют волны ТЕМ. Как показано в разделе 4.6, эти волны описываются обычными уравнениями передающей линии с постоянными L и C . Если r — расстояние от генератора вдоль образующей мачты и если другие волны, кроме ТЕМ, отсутствуют, то решение будет иметь вид

$$\begin{aligned} I(r) &= I_0 \sin \beta(l + \delta - r), \\ U_\theta(r) &= -jZ_c I_0 \cos \beta(l + \delta - r), \end{aligned} \quad 0 \leq r \leq l, \quad (156)$$

где $U_\theta(r)$ — напряжение между конусом и плоскостью вдоль произвольного меридиана. Его нельзя смешивать с разностью квазистатических потенциалов. Напряжение вдоль меридиана будет включать интеграл по меридиональной составляющей ди-

¹ Любой из указанных методов может быть применен для процесса последовательных приближений, который окончательно может дать точное решение. Сложность вычислений делает его непрактичным для нескольких начальных операций, см. С. Щелкунов, „Современная теория антенн“.

намической напряженности электрического поля. Для конуса с небольшим углом характеристическое сопротивление

$$Z_c = 60 \ln \frac{2l}{a}, \quad (157)$$

а δ определяется током, поступающим в торец наверху конуса. Таким образом

$$\frac{I(l)}{U_\theta(l)} = -\frac{\operatorname{tg} \beta \delta}{jZ_c} = \frac{j\beta \delta}{Z_c} = j\omega C\delta, \quad (158)$$

где C — емкость на единицу длины, связанная с основными волнами. Следовательно, δ известно, если определено отношение $I(l)/U(l)$. Уже было показано, что это отношение пропорционально a/λ .

Как было указано выше, эти уравнения основываются на допущении, что внутри сферы S (рис. 8.20) существуют только волны ТЕМ или, по крайней мере, что другими типами волн можно пренебречь. На сферической поверхности S имеется распределение меридиональной напряженности электрического тока E_θ , изменяющейся обратно пропорционально $\sin \theta$, как видно из уравнений 4—25. Эта напряженность возбуждает пространственную волну вне S , уносящую некоторое количество энергии. Она также будет оказывать реактивное влияние, обуславливающее увеличение δ в уравнениях (156).

Напряженность поля волны в свободном пространстве уменьшается с уменьшением угла конуса. Это объясняется тем, что вызванная большой напряженностью поля волна E_θ на одной стороне конуса компенсируется действием E_θ на другой стороне, поскольку проводник, разделяющий обе стороны, отсутствует. При данном общем меридиональном напряжении большая его часть, таким образом, эффективно нейтрализуется по мере уменьшения угла конуса. Волна в свободном пространстве имеет конечную составляющую E_r . Так как поле на S должно быть непрерывным, то внутри S будет существовать волна, кроме волны ТЕМ. Эта «дополнительная» волна представляет собою реакцию волны свободного пространства вблизи антенны. Ее природа весьма сложна. Но здесь нас интересует только то, что волна будет изменять распределение тока (уравнение 156) и что это изменение уменьшается при уменьшении угла конуса.

Рассмотрим далее конус, к вершине которого пристроен тонкий конический стержень (рис. 8.21). Будем считать, что если верхний стержень доходил бы до плоскости, то его вершина совпала бы с вершиной башни.

Влияние неоднородности в конструкции сказывается прежде всего на основных волнах.

Очевидно, наши уравнения для тока и меридионального напря-

жения будут иметь тот же вид, что и приведенные в разделе 8.28 с заменой Z'_1 и Z'_2 выражениями

$$Z_{c1} = 60 \ln \frac{2l_1}{a_1}, \quad Z_{c2} = 60 \ln \frac{2(l_1 + l_2)}{a_2}. \quad (159)$$

Если $Z_{c2} = 3,5 Z_{c1}$, то получим распределение тока, определяемое сплошной кривой на рис. 8.19, т. е. при этом мы пренебрегаем емкостью наверху башни. Эта емкость может быть учтена таким же образом, как торцевая емкость в уравнении (156).

Как показано в главе 4, мачту произвольной формы можно рассматривать как непрерывно деформированную коническую антенну. Уравнения для основных волн будут теперь зависеть от переменных L и C . По мере уменьшения поперечных размеров башни относительные изменения L и C становятся меньше. Следовательно, распределение тока будет почти синусоидальным.

Таким образом, новая точка зрения приводит к тем же выводам, хотя и различными путями. В основном, распределение тока в проводниках малого поперечного сечения является синусоидальным. Отклонения от синусоиды обусловлены самим излучением, а также резкими неоднородностями, то есть изменениями размеров проводника и дифференциальными неоднородностями — постепенными изменениями этих размеров.

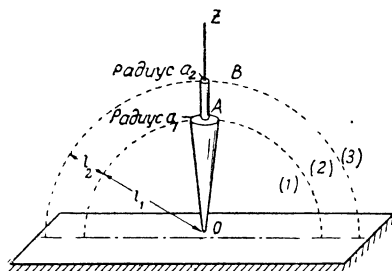


Рис. 8.21. Тонкий конический столб наверху конической мачты.

При количественном сравнении уравнений этого раздела с уравнениями предыдущих разделов необходимо иметь в виду, что напряжение, взятое вдоль меридианов, содержит часть, обусловленную динамической составляющей напряженности электрического поля, которая складывается с разностью квазистатических потенциалов.

При уменьшении радиуса антенны динамическая составляющая, определяемая только током, остается постоянной, если при этом постоянным поддерживается ток. В то же время потенциалы различных точек проводника будут увеличиваться. Следовательно, отношение меридионального напряжения к разности потенциалов будет стремиться к единице. Таким образом, можно ожидать, что при неравенстве между Z_c и Z_0 отношение Z_c/Z_0 будет стремиться к нулю при стремлении a к нулю. Это означает, что приближения первого порядка, полученные двумя методами, могут отличаться друг от друга. Эти отличия исчезают в последующих приближениях.

8.30. Направляемая и излучаемая мощность

Если расстояние между двумя параллельными проводами очень мало по сравнению с λ , то волновое сопротивление пары проводов значительно меньше в случае противофазных колебаний по сравнению с синфазными колебаниями. Следовательно, в этом случае токи в проводах почти равны между собой и противоположны, в особенности, когда пара возбуждается почти симметрично. Поля в волновой зоне, создаваемые двумя близко расположенными равными и противоположно направленными элементами тока, почти уничтожают друг друга, а излучаемая мощность имеет небольшую величину. Вычисления показывают, что, когда расстояние s между проводами мало по сравнению с λ , мощность, излучаемая парой длинных параллельных проводов, с противофазными колебаниями, не зависит от их длины и пропорциональна $(s/\lambda)^2$. Излучение от такой пары обусловлено концевым эффектом. У генератора и на другом конце проводов возникают сферические волны, уносящие небольшую часть мощности. Сама пара параллельных проводов не излучает.

В непосредственной близости к проводам поле является очень сильным. Большая часть энергии от генератора распространяется близко от проводов, и она может быть легко поглощена соответствующим сопротивлением на дальнем конце. Таким образом, параллельная пара является эффективной передающей линией для переноса мощности из одного места в другое. Если сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению линии, то оно не сможет принять всю мощность падающей волны. Эта мощность возвращается к генератору и в установившемся режиме из генератора в линию будет поступать меньше мощности.

Одна (большая) часть общей мощности, направляемой парой параллельных проводов, распространяется близко к проводам, другая (меньшая) часть распространяется на большем расстоянии от проводов. Последняя не отводится к нагрузке в конце линии, а целиком излучается в свободное пространство. Аналогично, у каждого изгиба линии (рис. 8.22) одна система фронтов волны должна быть трансформирована в другую, а мощность, проходящая на больших расстояниях от линии, не будет следовать за изгибами линии и будет теряться в свободном пространстве.

Для того, чтобы излучить мощность, нужно создать условия для получения наибольшего потока мощности там, где отсутствует направляющее действие проводников. Если параллельная пара разомкнута на дальнем конце (рис. 8.66), то большая часть мощности отражается обратно к генератору по той простой причине, что большая часть ее проходит вблизи проводов. Если расположить провода

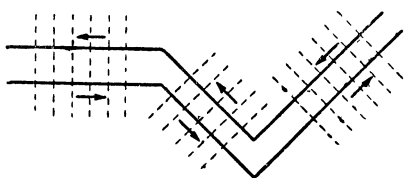


Рис. 8.22. Излучение, возникающее в каждом изгибе параллельной пары.

так, как показано на рис. 8.6,а, то большая часть мощности будет распространяться на больших расстояниях от проводов. Этим создаются благоприятные условия для излучения. Если радиус антенны сделать меньшим, то большая часть мощности будет находиться вблизи провода. В случае тонких антенн излучаемая энергия за период будет составлять небольшую долю энергии, накопленную вокруг антенны, по сравнению с толстыми антеннами (Q тонкой антенны больше Q толстой антенны).

Добротность применяемых на практике антенн невелика. Физически невозможно сделать длинный провод достаточно тонким и изготовить его из материала, проводимость которого достаточно высока, чтобы обеспечить получение Q больше 20. Тем не менее теоретически Q идеально проводящей антенны увеличивается неограниченно с уменьшением радиуса, так что в пределе антенна излучает бесконечно малую долю запасенной энергии.

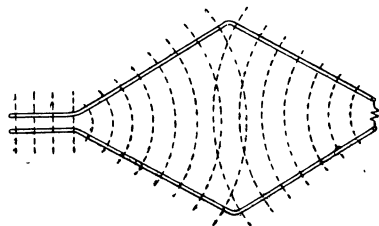


Рис. 8.23. Ромбическая антенна, оканчивающаяся сопротивлением.

В главе 14 будут рассмотрены ромбические антенны (рис. 8.23). Антенны этого типа на удаленном от генератора конце нагружаются

таким сопротивлением, что волны тока вдоль проводов являются в значительной степени бегущими. Согласно уравнению (90) приближенное выражение тока в ромбической антенне имеет вид

$$I(s) = I_0(0)e^{-j\beta s}, \quad (160)$$

где s — расстояние до генератора. Это означает, что вся мощность, поступающая из генератора, поглощается сопротивлением на дальнем конце. Приблизительно это верно, так как при стремлении радиуса провода к нулю все большая доля общей мощности будет проходить в непосредственной близости к проводу. Это можно сформулировать иначе: при уменьшении радиуса в проводе течет меньший ток при той же величине мощности. Следовательно, поле в дальней зоне становится меньшим. Тем не менее при длинной ромбической антенне физически невозможно сделать провода достаточно тонкими, чтобы передать больше половины мощности, поступающей из генератора в нагрузку на другом конце. Следует сказать, что вследствие излучения амплитуда тока будет постепенно уменьшаться при увеличении расстояния до генератора. Для основных волн в ромбических антеннах существует две неоднородности: одна в точке разветвления двухпроводной линии и ромба, где плоские фронты волн не согласованы с расходящимися сферическими волнами, и вторая — в изгибе ромба, где расходящиеся фронты волн не согласуются со сходящимися фронтами во второй части ромба. Эти неоднородности вызывают дополнительные поля для обеспечения непрерывности результирующего поля. Излучение связано с этими дополнительными полями. Они также обуславливают появление

дополнительных членов в выражении для основного тока в проводах.

Длина линейных антенн может составлять несколько длин волн, но она всегда будет меньше длины передающих линий, за исключением линий, применяемых для лабораторных целей. В нашем анализе это ограничение длины учитывалось неявным образом. Так как поле вблизи провода значительно сильнее, чем на некотором расстоянии от него, то действие провода аналогично передающей линии. Однако направляющее действие одиночного провода всегда слабее направляющего действия пары параллельных проводов, одиночного диэлектрического стержня¹ или проводника с диэлектрической оболочкой². В правильно изготовленном нерассеивающем волноводе амплитуда направляющей бегущей волны остается постоянной вдоль волновода. Но вдоль полубесконечного идеально проводящего провода, возбуждаемого на конце, амплитуда изменяется приблизительно обратно пропорционально квадратному корню из $2\ln(2r/a) - 1$ при условии, что расстояние r от конца больше $\lambda/2$. Скорость уменьшения амплитуды невелика, тем не менее направляемая мощность постепенно отделяется от провода и уходит от провода в пространство. Поток мощности внутри коаксиала с радиусом цилиндра b уменьшается обратно пропорционально величине $2\ln(2r/a) - 1$. Эти количественные результаты можно получить из решения уравнений Максвелла для волн на идеально проводящих проводах³, толщина которых бесконечно мала. В реальном случае, когда провода не являются идеальными проводниками, имеются еще лучшие условия для отделения мощности от провода и ее поглощения в проводе.

8.31. Резонанс тока и резонанс напряжения

По определению реактивная составляющая входного сопротивления при резонансе тока равна нулю и, для данного приложенного напряжения, входной ток имеет большую величину. Следовательно, для данного тока разность потенциалов на зажимах генератора имеет малую величину. При резонансе напряжения реактивная составляющая также равна нулю, но для данного приложенного напряжения входной ток мал или для данного входного тока напряжение велико. В случаях отсутствия рассеяния входное напряжение равно нулю при резонансе тока, а входной ток равен нулю при резонансе напряжения. В этом состоят приближенные условия для резонанса тока и резонанса напряжения в антеннах. Эти приближенные условия остаются справедливыми и для реальных антенн, так как известно, что рассеяние мощности влияет на величину зна-

¹ Ф. Франк и Р. Мизес, „Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики“, ОНТИ, 1937. [Прим. ред.]

² Ж. Губо, „Поверхностные волны и их применение к передающим линиям“, J. Appl. physics, 1950, 21. XI, p. 1119—1128.

³ С. Маннебах, Излучение от передающих линий, AIEE Journ 1923, 42, стр. 95—105.

чения резонансных частот при резонансе напряжения лишь как эффект второго порядка.

При учете концевго эффекта в вибраторных антеннах ток определяется уравнением (127), где δ определяется уравнением (123). Следовательно, при резонансе напряжения имеют место условия:

$$\sin \beta(l + \delta) = 0, \quad \beta(l + \delta) = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots, \quad (161)$$

или для длин волн, соответствующих резонансу напряжения, находим

$$\lambda = \frac{2(l + \delta)}{n}. \quad (162)$$

При резонансе тока разность потенциалов на входе равна нулю:

$$\cos \beta(l + \delta) = 0, \quad \beta(l + \delta) = \frac{(2n + 1)\pi}{2}$$

и соответствующая длина волны равна:

$$\lambda = \frac{4(l + \delta)}{2n + 1}, \quad n = 0, 1, 2 \dots, \quad (163)$$

При стремлении радиуса к нулю δ медленно стремится к нулю и в пределе длина волн при резонансе тока составляет $4l$ с нечетным делителем, а длина волн при резонансе напряжения — $4l$ с четным делителем. Это правило может быть применимо к практическим антеннам, если пользоваться эффективной длиной $l + \delta$ вместо фактической длины l . По этой причине будем считать в дальнейшем, что концевой эффект учтен при определении эффективных значений различных длин.

В случае антенны с параллельным возбуждением (рис. 8.13б) условие резонанса можно получить, дифференцируя $I(x)$ и приравняв нулю скачок функций $I'(x)$ в точке $x = 0$, (т. е., если эта точка рассматривается как входная). Таким образом, из уравнений (139) находим

$$\sin \beta\xi \cos \beta(l - \xi) \cos \beta l_1 + \cos \beta l \sin \beta l_1 = 0. \quad (164)$$

Условие для резонанса напряжения имеет вид

$$\sin \beta\xi \cos \beta(l - \xi) \sin \beta l_1 - \cos \beta l \cos \beta l_1 = 0. \quad (165)$$

Для цепи антенны, изображенной на рис. 8.13а, из уравнения (134) и других уравнений, приведенных в разделе 8.25, получаем:

$$I(x) = -I_1(2 \sin \beta l \cos \beta x + \cos \beta l \sin \beta x) \quad x \leq \xi$$

$$I(x) = -\frac{2 \sin \beta l \cos \beta \xi + \cos \beta l \sin \beta \xi}{\sin \beta(l_1 - \xi)} I_1 \sin \beta(l_1 - x), \quad x \geq \xi. \quad (166)$$

Для резонанса напряжения $I(\xi) = 0$ и

$$2 \sin \beta l \cos \beta \xi + \cos \beta l \sin \beta \xi = 0. \quad (167)$$

Если $\cos \beta l$ и $\cos \beta \xi$ не равны нулю, то можно разделить уравнение (167) на произведение этих величин и получить

$$\operatorname{tg} \beta \xi = -2 \operatorname{tg} \beta l. \quad (168)$$

При $\cos \beta l = 0$ для резонанса напряжений необходимо, чтобы $\cos \beta \xi = 0$, а при $\cos \beta \xi = 0$ необходимо, чтобы $\cos \beta l = 0$.

Уравнения, подобные (168), могут быть решены графически построением кривых, представляющих обе части уравнения как функции их аргументов, и определением при этом двух значений $\beta \xi$ и βl , соответствующих равным ординатам. Таким способом можно построить $\beta \xi$ в зависимости от βl .

Дифференцируя уравнение (166) по x , найдем

$$\begin{aligned} I'(x) &= \beta I_1 (2 \sin \beta l \sin \beta x - \cos \beta l \cos \beta x), \quad x \leq \xi; \\ I'(x) &= \frac{2 \sin \beta l \cos \beta \xi + \cos \beta l \sin \beta \xi}{\sin \beta (l_1 - \xi)} \beta I_1 \cos \beta (l_1 - x), \quad x \geq \xi. \end{aligned} \quad (169)$$

Отсюда, для условия резонанса получаем

$$I'(\xi - 0) = I'(\xi + 0), \quad (170)$$

или

$$2 \sin \beta l \sin \beta \xi - \cos \beta l \cos \beta \xi = (2 \sin \beta l \cos \beta \xi + \cos \beta l \sin \beta \xi) \operatorname{ctg} \beta (l_1 - \xi). \quad (171)$$

Если имеется какая-либо существенная разница между волновыми сопротивлениями различных участков антенной цепи, то необходимо учитывать действительные сопротивления. Пусть генератор подключен к зажимам A, B цепи, показанной на рис. 8.24. Пусть $AC = l_1$, $DF = l$, $DH = l_2$. Пусть волновое сопротивление Лехеровой линии AG и BH равно Z_{c1} , а среднее волновое сопротивление антенны DF и CE равно Z_c . Условие резонанса соответствует собственным колебаниям цепи при короткозамкнутых входных зажимах A, B . Так как между C и D ток отсутствует, то полная проводимость между зажимами C, D должна быть равна нулю. Поэтому условие резонанса тока выражается следующим образом:

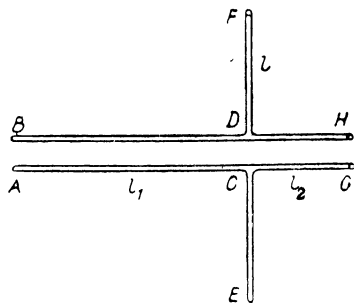


Рис. 8.24. Пара проводов Лехера и вибраторная антенна.

$$-jZ_{c1}^{-1} \operatorname{ctg} \beta l_1 + jZ_c^{-1} \operatorname{tg} \beta l + jZ_{c1}^{-1} \operatorname{tg} \beta l_2 = 0$$

или

$$\operatorname{ctg} \beta l_1 - \operatorname{tg} \beta l_2 = \frac{Z_{c1}}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l. \quad (172)$$

Аналогично, условия для резонанса напряжения имеют вид:

$$jZ_{c1}^{-1} \operatorname{tg} \beta l_1 + jZ_c^{-1} \operatorname{tg} \beta l + jZ_{c1}^{-1} \operatorname{tg} \beta l_2 = 0$$

или

$$\operatorname{tg} \beta l_1 + \operatorname{tg} \beta l_2 = -\frac{Z_{c1}}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l \quad (173)$$

Это является также условием, определяющим собственные частоты цепи.

8.32. Влияние сопротивления на величину тока в антенне

Выше мы предположили, что проводники являются идеальными. Проводимость меди настолько велика, что ее влияние на распределение тока пренебрежимо мало. Этого и следовало ожидать, так как затухание, обусловленное активными потерями, имеет заметную величину только в длинных передающих линиях. При включении внутреннего сопротивления Z_i проводников в уравнение (48) никаких серьезных затруднений не возникает. При этом следует обратить внимание на небольшое увеличение входного сопротивления. Это увеличение определяют следующим образом:

- 1) Пренебрегают омическими потерями и определяют ток;
- 2) Определяют омические потери, соответствующие этому току;
- 3) Делят результат на половину квадрата входного тока, как предложено в разделе 8.3. Применяя этот метод, мы пренебрежем квадратом поправочного члена, имеющего небольшую величину по сравнению с его первой степенью.

8.33. Эффект близости зажимов антенны

Между зажимами любой физической цепи всегда имеется некоторая емкость (см. раздел 2.4). На низких частотах влияние этой емкости на характеристики цепи пренебрежимо мало. Но на высоких частотах и, в особенности, в сантиметровом диапазоне волн это влияние может оказаться существенным. При работе антенны ее зажимы соединены либо с передающей линией, либо с близко расположенными местными цепями. В зависимости от частоты зажимы, представляющие собою переходную область, могут оказать большое или малое влияние на характеристики антенны. Только теоретически, когда необходимо рассматривать антенну отдельно от соединенных с ней цепей, важно в расчетах учитывать расстояние между зажимами. Вообще говоря, нельзя сделать это расстояние равным нулю, не сделав равным нулю полное сопротивление между зажимами. Если концы проводов у зажимов сходятся к точкам, то полное сопротивление остается конечным при стремлении к нулю расстояния между зажимами. Полная проводимость области вблизи таких зажимов поддается расчету и может быть определена из полной проводимости антенны. Ее можно заменить значением полной проводимости, соответствующей другой конфигурации проводов

на входе. Это позволяет придать единый смысл понятию «сопротивление антенны» как для теоретических, так и для практических целей. Входные области антенны будут более подробно рассмотрены в разделе 12.10.

Необходимо добавить, что расстояние между зажимами не оказывает заметного влияния на ток при расстояниях, сравнимых с радиусом антенны или больших его. Единичное напряжение между бесконечно близкими зажимами всегда создает конечный ток в любом месте антенны, кроме зажимов.

8.34. Задачи

8.5.1. Объяснить, почему вектор напряженности электрического поля в дальней зоне при любом распределении тока, ограниченном конечной поверхностью, точно перпендикулярен к радиусу, проведенному из точки, лежащей в области распределения тока. Показать, что при учете квазистатического потенциала к вектору напряженности электрического поля, перпендикулярного к радиусу, прибавляются члены, уменьшающиеся с увеличением расстояния r по степени $1/r^2$ или быстрее.

8.6.1. Показать, что уравнение (13) может быть представлено в виде:

$$\oint E_s \frac{ds}{\lambda} = -2\pi j \iint \rho H_n \frac{dS}{\lambda^2}.$$

Это уравнение показывает, что в области слабого магнитного поля (слабого в том смысле, что $\rho H \ll E$), ограниченной кубом, ребра которого очень малы по сравнению с λ , имеем приближенно $\oint E_s ds = 0$. Следовательно, в такой области различным точкам соответствуют определенные статические потенциалы. Это объясняет применение термина „падение потенциала“ на зажимах элемента цепи и пользование основными статическими понятиями в теории цепей, несмотря на то, что частота в такой цепи может быть порядка миллиона герц. Необходимо, однако, заметить, что если расстояние d между двумя цепями таково, что $2\pi d/\lambda$ не мало по сравнению с единицей, то местные потенциалы для точек на этих цепях не связаны между собой. Иначе говоря, две точки в таких различных местах могут иметь один и тот же потенциал по отношению к земле и в то же время о них нельзя сказать, что они имеют „равные“ потенциалы.

8.8.1. Вывести для случая низких частот выражения для потенциала и динамической составляющей E тонкой трубки заряда и тока.

О т в е т.

$$U = \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \frac{q(s) ds d\varphi'}{8\pi^2 \varepsilon r}; \quad F_z = -j\omega\mu \int_{s_1}^{s_2} \int_0^{2\pi} \frac{I(s) \cos(s, z)}{8\pi^2 r} ds d\varphi',$$

где F_z — составляющая F в прямоугольных координатах.

8.8.2. Предположим, что бесконечно тонкая трубка с током

$I(z) = I_0 e^{j(\omega t - \beta z)}$ простирается вдоль оси z от $z = z_1$ до $z = z_2$. Определить скалярный потенциал и динамическую составляющую E .

О т в е т.

$$U = \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta z_2 - \beta r_2)}}{4\pi j\omega \varepsilon r_2} - \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta z_1 - \beta r_1)}}{4\pi j\omega \varepsilon r_1} + \frac{\rho I_0}{4\pi} (u - jv) e^{j(\omega t - \beta z)};$$

$$F_\rho = F_\varphi = 0;$$

$$F_z = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} I_0 e^{j(\omega t - \beta z)} (u - jv),$$

где

$$\begin{aligned}u &= \operatorname{Ci} \beta (r_2 + z_2 - z) - \operatorname{Ci} \beta (r_1 + z_1 - z), \\v &= \operatorname{Si} \beta (r_2 + z_2 - z) - \operatorname{Si} \beta (r_1 + z_1 - z), \\r_1 &= [(z_1 - z)^2 + \rho^2]^{1/2}, \quad r_2 = [(z_2 - z)^2 + \rho^2]^{1/2}.\end{aligned}$$

8.8.3. Решить предыдущую задачу для случая

$$I(z) = I_0 e^{j(\omega t + \beta z)}.$$

О т в е т.

$$U = \frac{I_0 e^{j(\omega t + \beta z_2 - \beta r_2)}}{4\pi j \omega \varepsilon r_2} - \frac{I_0 e^{j(\omega t + \beta z_1 + \beta r_1)}}{4\pi j \omega \varepsilon r_1} - \frac{\rho I_0}{4\pi} (u_1 - j v_1) e^{j(\omega t + \beta z)},$$

$$F_z = -\frac{j \omega \mu}{4\pi} I_0 e^{j(\omega t + \beta z)} (u_1 - j v_1),$$

где

$$\begin{aligned}u_1 &= \operatorname{Ci} \beta (r_1 - z_1 + z) - \operatorname{Ci} \beta (r_2 - z_2 + z), \\v_1 &= \operatorname{Si} \beta (r_1 - z_1 + z) - \operatorname{Si} \beta (r_2 - z_2 + z).\end{aligned}$$

8.15.1. Определить характеристическое сопротивление провода радиуса a , простирающегося от $z = z_1$ до $z = z_2$ при частотах, стремящихся к нулю.

О т в е т.

$$Z_c = 30 \ln \frac{\{z_2 - z + [(z_2 - z)^2 + a^2]^{1/2}\} \{z - z_1 + [(z - z_1)^2 + a^2]^{1/2}\}}{a^2};$$

За исключением непосредственной близости к концам

$$Z_c \simeq 30 \ln \frac{4(z_2 - z)(z - z_1)}{a^2}.$$

8.15.2. Вычислить среднее значение характеристического сопротивления в предыдущей задаче.

О т в е т.

$$\operatorname{cp.} (Z_c) = 60 \ln \frac{2(z_2 - z_1)}{a} - 60.$$

8.18.1. Вывести уравнение (109).

8.18.2. Вывести уравнение (110).

8.18.3. Получить приближенное выражение для тока в различных антеннах длины $2l$, с противофазным питанием, как показано на рис. 8.25, а, б.

О т в е т.

$$I(x) = A \cos \beta(l - x).$$

8.18.4. Получить приближенное выражение для тока в различных антеннах длины $2l$, с синфазным питанием, как показано на рис. 8.25, в, г.

О т в е т.

$$I(x) = A \sin \beta(l - x),$$

при условии, что положительное направление тока выбрано против часовой стрелки (или по часовой стрелке) во всех точках.

8.19.1. Получить приближенную форму распределения тока в отражающей антенне, образующей угол ϕ с направлением распространения падающей волны.

О т в е т.

$$I(z) = A [\cos \beta l \cos (\beta z \cos \phi) - \cos (\beta l \cos \phi) \cos \beta z].$$

8.20.1. Пусть приложенное поле параллельно антенне, длина которой лежит в пределах от $z = -l$ до $z = l$. Определить асимптотическое распределение тока, когда зажимы антенны в точке $z = 0$ разомкнуты.

О т в е т.

$$I(z) = I_0 \left[\sin \beta (l - |z|) - \frac{\sin \beta l}{1 - \cos \beta l} (\cos \beta z - \cos \beta l) \right]$$

$$I(z) = I_0 \left[\sin \beta (l - |z|) - \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \beta l (\cos \beta z - \cos \beta l) \right].$$

8.20.2. Получить приближенное выражение тока в приемной антенне, нагрузка которой включена в точке $z \approx \epsilon$, считая, что поле параллельно антенне.

О т в е т.

$$I(z) = A (\cos \beta z - \cos \beta l) + I_1(z),$$

где $I_1(z)$ — значение тока при замене нагрузки генератором.

8.20.3. Решить предыдущую задачу для случая бесконечной нагрузки.

О т в е т.

$$I(z) = I_1(z) - \frac{I_1(\xi)}{\cos \beta \xi - \cos \beta l} (\cos \beta z - \cos \beta l).$$

8.21.1. Получить приближенное распределение потенциала в рамочных антеннах (рис. 8.25а, б, см. задачу 8.18.3).

О т в е т.

$$U(x) = jZ_0 A \sin \beta (l - x),$$

где Z_0 — полное сопротивление рамки.

8.21.2. Получить приближенное выражение потенциала в асимметрично питаемой антенне (см. уравнение 106).

О т в е т.

$$U(z) = -jZ_0 A \sin \beta (l + \xi) \cos \beta (l - z), \quad z > \xi,$$

$$U(z) = jZ_0 A \sin \beta (l - \xi) \cos \beta (l + z), \quad z < \xi.$$

8.21.3. Получить приближенное распределение потенциала для симметричного вида колебаний (рис. 8.9а), соответствующее распределению тока, определяемому уравнением (109).

О т в е т.

$$U(z) = -jZ_0 A \cos \beta \xi \cos \beta (l - z), \quad \xi < z \leq l;$$

$$U(z) = -jZ_0 A \sin \beta (l - \xi) \sin \beta z, \quad -\xi < z < \xi;$$

$$U(z) = jZ_0 A \cos \beta \xi \cos \beta (l + z), \quad -l \leq z < -\xi.$$

8.21.4. Получить приближенное выражение потенциала для антисимметричного вида колебаний (рис. 8.9б).

О т в е т.

$$U(z) = -jZ_0 A \sin \beta \xi \cos \beta (l - z), \quad \xi < z \leq l;$$

$$U(z) = jZ_0 A \sin \beta (l - \xi) \cos \beta z, \quad -\xi < z < \xi;$$

$$U(z) = -jZ_0 A \sin \beta \xi \cos \beta (l + z), \quad -l \leq z < -\xi.$$

8.25.1. Вывести уравнение (139).

8.26.1. Показать преимущества введения новых переменных в уравнение 44:

$$I' = \frac{1}{2} (I_1 - I_2), \quad U' = U_1 - U_2, \quad I'' = I_1 + I_2, \quad U'' = \frac{1}{2} (U_1 + U_2),$$

когда L_{11} слабо отличается от L_{22} .

8.28.1. Получить асимптотическое распределение тока в антенне, показанной на рис. 8.18, считая, что отношение полных сопротивлений Z_0''/Z_0' поддерживается постоянным.

О т в е т.

$$I(z) = A \sin \beta (l_1 + l_2 - z), \quad l_1 \leq z \leq l_1 + l_2;$$

$$I(z) = A \left[\sin \beta l_2 \cos \beta (l_1 - z) + \frac{Z_0''}{Z_0'} \cos \beta l_2 \sin \beta (l_1 - z) \right], \quad 0 \leq z \leq l_1,$$

$$I(z) = A \left[\sin \beta (l_1 + l_2 - z) + \frac{Z_0'' - Z_0'}{Z_0'} \cos \beta l_2 \sin \beta (l_1 - z) \right], \quad 0 \leq z \leq l_1.$$

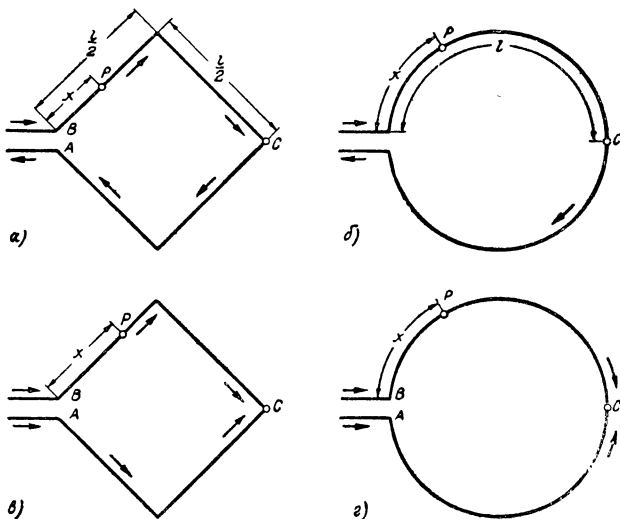


Рис. 8.25. Квадратные и круглые рамочные антенны, питаемые двухпроводными линиями.

а и б — противофазное питание; в и г — синфазное питание.

8.30.1. Прямой подстановкой доказать, что следующие выражения

$$H_\varphi = \frac{I_0 e^{-j\beta r} (1 + \cos \theta)}{4\pi r \sin \theta}, \quad E_\theta = \rho H_\varphi, \quad E_r = -\frac{I_0 e^{-j\beta r}}{4\pi j \epsilon r^2},$$

удовлетворяют уравнениям Максвелла. Показать, что это поле предполагает наличие электрического тока $I(z) = I_0 e^{-j\beta z}$ вдоль оси $\theta = 0$.

8.30.2. Пользуясь выражениями предыдущей задачи, показать, что напряженность магнитного поля, обусловленного трубкой тока, $I(z) = I_0 e^{-j\beta z}$, простирающейся вдоль оси $\theta = 0$ от $z = 0$ до $z = z_1$, определяется уравнением

$$4\pi \rho H_\varphi = I_0 e^{-j\beta r} (1 + \cos \theta) - I_0 e^{-j\beta (z_1 + r_1)} (1 + \cos \theta_1),$$

где ρ — расстояние до оси, θ_1 — полярный угол, r_1 — расстояние от конца трубки в точке $z = z_1$. Начало сферических координат совпадает с концом трубки.

8.30.3. Пользуясь выражением предыдущей задачи, показать, что напряженность магнитного поля, возбуждаемого синусоидальным током $I(r) =$

$= A \sin \frac{\beta r}{\lambda}$, текущим в направлении, определяемом уравнением $\theta = 0$ от $r = 0$ до $r = \frac{\lambda}{2}$, удовлетворяет уравнению

$$4\pi\rho H_{\varphi} = jA (e^{-j\beta r} + e^{-j\beta r_1}).$$

8.30.4. Пользуясь результатом предыдущей задачи и уравнениями Максвелла в цилиндрических координатах, определить напряженность электрического поля.

О т в е т.

$$4\pi\rho E_{\rho} = jA\rho (e^{-j\beta r} \cos \theta + e^{-j\beta r_1} \cos \theta_1)$$

$$E_z = -\frac{jA\rho}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta r}}{r} + \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} \right).$$

8.31.1. Определить приближенно длины волн для резонанса тока в рамочных антеннах (рис. 8.25а, б).

О т в е т.

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

8.31.2. Определить приближенно длины волн для резонанса напряжения в рамочных антеннах.

О т в е т.

$$\lambda_n = \frac{4l}{2n+1}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ПОЛНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ, ПРИНЦИП ВЗАИМНОСТИ, ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ.

9.1. Общие сведения

Передающая и приемная антенны являются лишь двумя из многих элементов тракта. Передача сигналов от одной антенны к другой зависит от распределения тока в них, от полей, возбуждаемых этими токами, и от характера влияния земли и атмосферы на эти поля. На сигналы, поступающие от источника в передающую антенну и из приемной антенны в приемник, оказывают влияние сопротивления антенны и цепи нагрузки. Для определения полного сопротивления данной антенны необходимо решить уравнения Максвелла, подчиняющиеся специальным граничным условиям на поверхности антенны. Однако некоторые из наиболее важных закономерностей, относящихся к сопротивлениям, могут быть получены на основании более общих соображений. Эти свойства являются общими для всех динамических систем: механических, акустических и электрических, и не зависят от частного вида динамических уравнений, если эти уравнения являются линейными.

Такие свойства были рассмотрены Брюном в применении к электрическим цепям¹. Полученные им результаты могут быть легко распространены на все линейные динамические системы и на системы с бесконечным числом степеней свободы. В настоящей главе будут рассмотрены некоторые общие свойства полных сопротивлений.

9.2. Полное сопротивление, как функция комплексной переменной

Будем считать, что мгновенные значения напряженностей электрического и магнитного полей представляют собой вещественные части комплексных величин $\dot{E}e^{(pt)}$, $\dot{H}e^{(pt)}$, где p комплексная частота

$$p = \xi + j\omega. \quad (1)$$

¹ Синтез конечного двухполюсника, входное сопротивление которого является заданной функцией частоты. Journ Math. Phys 10, август, 1931, стр. 191—236. См. также Боде Г; Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью, Изд. иностр. лит., 1948.

[Прим. ред.]

Здесь действительная часть ξ^1 — относительная скорость возрастания амплитуды, а мнимая часть ω — частота колебаний. На практике основной интерес представляют синусоидальные колебания, для которых $\xi = 0$. Однако более общая форма (уравнение 1) с применением теории функций комплексного переменного позволяет лучше уяснить зависимость полного сопротивления антенны от частоты. Выполнив в уравнениях Максвелла (2-18) и (2-19) дифференцирование по t и исключив экспоненциальный временной множитель, получим

$$\int E_s ds = -p\mu \iint H_n dS, \quad \int H_s ds = (g + p\epsilon) \iint E_n dS. \quad (2)$$

Безотносительно к конкретной электродинамической задаче решения этих уравнений $E(x, y, z; p)$, $H(x, y, z; p)$ являются функциями координат произвольной точки и комплексной переменной p . Эти решения представляют собой аналитические функции p всюду, за исключением, может быть, некоторых изолированных значений p .

Напряжение и ток на входных зажимах передающей антенны или любой другой физической цепи определяются полученными путем интегрирования значениями E и H и являются поэтому функциями только p — $U(p)$ и $I(p)$. Отношение этих функций называется входным сопротивлением $Z(p)$ антенны, а обратная ему величина — входной проводимостью $Y(p)$.

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)}, \quad Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)}. \quad (3)$$

Поэтому обобщенный закон Ома будет иметь вид:

$$U(p) = Z(p)I(p), \quad I(p) = Y(p)U(p). \quad (4)$$

Конкретный вид уравнений Максвелла имеет к этим уравнениям небольшое отношение. Единственное требование состоит в том, чтобы уравнения поля были линейными для того, чтобы можно было исключить из них экспоненциальный временной множитель. Полные сопротивления элементов электрических цепей представляют собой обычно простые функции. Цепь содержит только активное сопротивление в случае, если полное сопротивление цепи не зависит от p

$$Z(p) = R. \quad (5)$$

Цепь представляет собою индуктивность, если полное сопротивление пропорционально p

$$Z(p) = Lp. \quad (6)$$

Цепь представляет собою емкость, если полное сопротивление обратно пропорционально p ,

$$Z(p) = \frac{1}{Cp}. \quad (7)$$

¹ ξ — величина, обратная коэффициенту затухания. [Прим. ред.]

На рис. 9.1. показано обычное схематическое изображение двухполюсника, представляющего собою „скрытую пассивную цепь“, (с сосредоточенными или распределенными параметрами), с двумя зажимами. В случае антенны внутренняя схема двухполюсника включает в себя землю и окружающее ее пространство. К изображению антенны в виде четырехполюсника прибегают в том случае, когда бывает необходимо сосредоточить внимание на напряжении и токе на зажимах антенны.

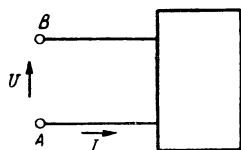


Рис. 9.1. Схематическое представление двухполюсника.

9.3. Нули и полюсы функций полного сопротивления

Нулями входного сопротивления $Z(p)$ являются корни уравнения

$$Z(p) = 0. \quad (8)$$

Они определяют значения фазовой постоянной, при которых напряжение на входных зажимах равно нулю, а ток не равен нулю и соответствует собственным колебаниям антенны, когда ее зажимы замкнуты накоротко.

Полюсами¹ полного сопротивления являются нули полной проводимости

$$Y(p) = 0. \quad (9)$$

Они определяют значения фазовой постоянной, при которых ток через входные зажимы равен нулю, а напряжение не равно нулю и соответствуют собственным колебаниям антенны при разомкнутых зажимах.

Фазовые постоянные собственных колебаний любой пассивной физической цепи, т. е. цепи без внутренних источников питания, должны лежать либо в левой части комплексной плоскости p , либо на мнимой оси. В противном случае, вещественная часть p будет положительной, и амплитуда колебаний будет нарастать без какого-либо поступления мощности в цепь. Антенна в свободном пространстве как в случае короткозамкнутых, так и разомкнутых зажимов теряет мощность при излучении. Следовательно, нули и бесконечные значения e полного сопротивления находятся в левой половине плоскости p . Единственным исключением является начало координат ($p = 0$). Эта точка соответствует статическому полю, поскольку для нее $e^{(pt)} = 1$ во все моменты времени. Если зажимы антенны, состоящей из двух отдельных проводников, разомкнуты, то на этих проводниках можно расположить противоположные заряды и создать напряжение. Ток при этом будет равен нулю. Следовательно, условие $p = 0$ соответствует бесконечному значению полного сопротивления антенны. Все подобные антенны называются вибраторными (рис. 9.2,а).

¹ Полюсы полного сопротивления соответствуют бесконечно большим значениям полного сопротивления. [Прим. ред.]

Аналогичным образом можно рассматривать рамочную антенну, состоящую из изогнутого проводника, концы которого находятся на близком расстоянии друг от друга. Тогда если зажимы замкнуты накоротко и проводник является идеальным, то в рамке потечет постоянный ток, так как отсутствуют потери на излучение. Таким образом, условие $p = 0$ соответствует нулю полного сопротивления идеально проводящей рамочной антенны и, очевидно, бесконечному значению полной проводимости.

Если $p = p_1$ является нулем $Z(p)$, то

$$Z(p) = (p - p_1)^n f(p), \quad (10)$$

где $f(p)$ принимает конечное значение, не равное нулю, если $p = p_1$, а n — положительно. В теории функций термин „нуль“ обычно относится к случаю, когда n — целое число. В противном

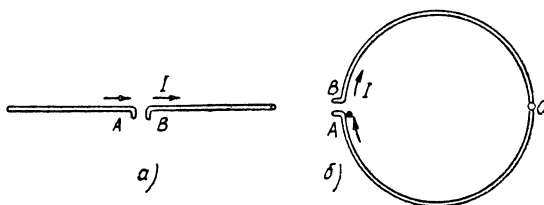


Рис. 9.2.

a — Вибраторная антенна и b — Рамочная антенна.

случае это значение соответствует точке разветвления. В окрестности точки разветвления $Z(p)$ представляют собой неоднозначную функцию. Показатель n называется порядком нуля. Нуль называется простым, если $n = 1$.

В случае бесконечного $Z(p)$ n отрицательно. Если n — целое число, то говорят, что бесконечность является полюсом порядка $|n|$. Если $n = -1$, полюс называется простым.

Существует теорема, относящаяся к распределению и характеру нулей и полюсов на мнимой оси: нули и полюсы пассивного сопротивления, лежащие на мнимой оси, являются простыми и разделяются между собой¹.

Из этой теоремы следует, что пассивное сопротивление не может быть пропорционально n -ой степени p , исключая $n = \pm 1$, для всех значений p . В противном случае точка $p = 0$ не будет простым нулем или полюсом. Это означает, например, что напряжение на зажимах пассивной физической цепи не может быть пропорционально второй производной тока по времени,

$$U = A \frac{d^2 I}{dt^2}, \quad (11)$$

¹ См. ссылку на лит. стр. 268.

оно может быть пропорциональным первой производной по времени

$$U = L \frac{dI}{dt}. \quad (12)$$

Если бы уравнение (11) было справедливо, то для экспоненциально изменяющегося тока

$$U = Ap^2 I, \quad Z(p) = A(p)^2, \quad (13)$$

и полное сопротивление имело бы нуль второго порядка в начале координат. Уравнение (12) не встречает таких возражений в случае индуктивности. Реальная индуктивность всегда обладает некоторым активном сопротивлением, и ее полное сопротивление должно содержать постоянный член. Более тщательный анализ показывает, что ее полное сопротивление содержит высшие степени p

$$Z(p) = R + pL + a_2 p^2 + a_3 p^3 + \dots \quad (14)$$

Можно показать, что если при конструировании антенны мы не ограничены материалами и практическими размерами конструкции, то все коэффициенты, за исключением L , могут быть сделаны произвольно малыми. Практически, следует выбрать лучшие проводники, уменьшить длину катушки индуктивности и одновременно уменьшить радиус провода настолько, чтобы не изменить L .

Для удобства большая часть наших рассуждений основывается на идеализированных элементах и системах. Полученные таким образом результаты остаются приблизительно верными для реальных систем в той степени, в какой реальные системы близки к идеальным.

В предыдущей главе было показано, что при стремлении радиуса антенны к нулю излучение от антенны также стремится к нулю. Следовательно, постоянные затухания собственных колебаний будут стремиться к нулю, а нули и полюсы полного сопротивления антенны будут стремиться приблизиться к мнимой оси. Положения нулей могут быть найдены из условия, что входное напряжение равно нулю. Этим условием мы воспользовались в разделе 8.31 для определения пределов, к которым стремятся резонансные частоты. Для вибраторной антенны последние определяются уравнением 8-163, где $\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = p \sqrt{\mu\epsilon}/j$. Так как концевой эффект, выраженный величиной δ , стремится в пределе к нулю, то приближенные положения нулей вибраторной антенны определяются выражением

$$p_m = \frac{j m \pi}{2l \sqrt{\mu\epsilon}}, \quad m = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (15)$$

Приближенные положения полюсов определяются из уравнения 8-161

$$p_m = \frac{j m \pi}{2l \sqrt{\mu\epsilon}}, \quad m = 0, 2, 4, 6, \dots \quad (16)$$

К ним необходимо также добавить нули и полюсы, соответствующие отрицательным значениям m . Это объясняется следующим. Коэффициенты в уравнениях Максвелла (2) являются вещественными. Поэтому вещественными являются коэффициенты в $Z(p)$. Взяв сопряженную величину уравнения 8, получаем

$$[Z(p)]^* = Z(p^*) = 0. \quad (17)$$

Следовательно, если $p = p_n$ является нулем $Z(p)$, то $p = p_n^*$ также является нулем. Это же справедливо для нулей $Y(p)$ и, следовательно, для полюсов $Z(p)$. Таким образом, нули и полюсы $Z(p)$ встречаются в сопряженных парах или лежат на веще-

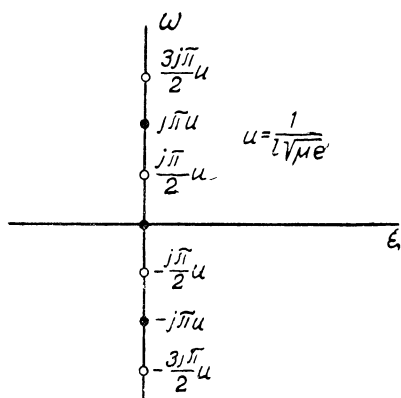


Рис. 9.3. Асимптотическое распределение нулей (светлые кружочки) и полюсов (черные кружочки) полного сопротивления вибраторной антенны. Для рамочной антенны положения нулей и полюсов меняются местами.

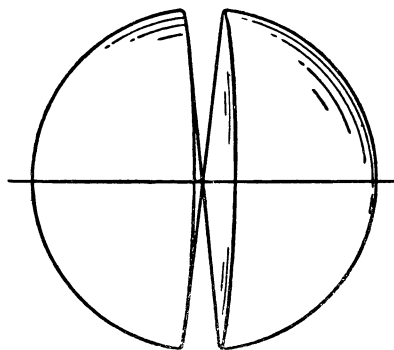


Рис. 9.4. Сферическая антенна.

ственной оси. Сопряженные величины уравнений (15) и (16) определяются отрицательными значениями m .

На рис. 9.3 показано приближенное распределение нулей (светлые кружочки) и полюсов (черные кружочки) полного сопротивления вибраторной антенны. Для рамочной антенны положения нулей и полюсов меняются местами. Антенна, радиус которой не равен нулю, излучает мощность, и ее собственные колебания затухают. Следовательно, нули и полюсы будут сдвигаться от мнимой оси в левую часть плоскости p (все за исключением $p = 0$). Они располагаются близко к мнимой оси для антенн малого радиуса и далеко от нее для антенн большого радиуса. На рис. 9.4 и 9.5 показаны сферическая антенна и расположение наименьших p , соответствующих нулю входного сопротивления. Для полюсов такого графика нет, так как их положения зависят от расстояния между полусферами.

В следующем разделе будет установлено, что нули и полюсы определяют полное сопротивление с точностью постоянного коэффициента. Следовательно, они определяют характер полного сопротивления, как функцию частоты.

9.4. Выражение $Z(p)$ и $Y(p)$ через нули и полюсы

Полное сопротивление цепи, состоящей из конечного числа сопротивлений, индуктивностей и емкостей, представляет собой рациональную дробь,

$$Z(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (18)$$

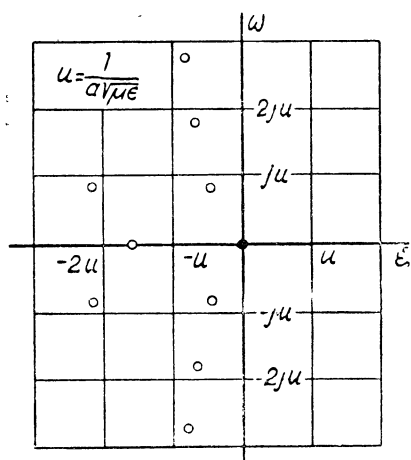


Рис. 9.5. Расположение наименьших нулей входного сопротивления сферической антенны.

с вещественными коэффициентами. Такой же вид имеет полная проводимость. Этот вывод следует из дифференциальных уравнений цепи. Например, уравнение для мгновенных значений тока в последовательной цепи (рис. 9.6) имеет вид

$$L \frac{d\tilde{I}_1}{dt} + R\tilde{I}_1 + \frac{\int \tilde{I}_1 dt}{C} = \tilde{U}_1, \quad (19)$$

где $\tilde{U}_1$ — входное напряжение. Подставляя

$$\tilde{U}_1 = U_1 e^{pt}, \quad \tilde{I}_1 = I_1 e^{pt} \quad (20)$$

и решая, получаем полное сопротивление и полную проводимость

$$Z_1(p) = \frac{U_1}{I_1} = R + pL + \frac{1}{pC} = \frac{p^2 LC + pRC + 1}{pC},$$

$$Y_1(p) = \frac{pC}{p^2 LC + pRC + 1}. \quad (21)$$

Аналогичным образом, для параллельной цепи найдем (рис. 9.7)

$$Z_2(p) = \frac{pL}{p^2 LC + pGL + 1}, \quad Y_2(p) = G + pC + \frac{1}{pL}, \quad (22)$$

где $G = 1/R$ — проводимость.

Если цепь содержит большее число контуров, то будет больше дифференциальных уравнений. При подстановке обычных переменных в виде экспонент $U e^{(pt)}$ и $I e^{(pt)}$ каждая операция дифференцирования относительно t эквивалентна умножению на p . После сокращения экспоненциального множителя мы получаем

линейные алгебраические уравнения для переменных U , I , коэффициенты которых являются полиномами рациональных дробей (если имеются такие члены, как $1/pC$ или $1/pL$). Решая эти уравнения для любого данного отношения U/I , найдем, что это отношение должно иметь вид уравнения (18). Если U и I относятся к одной и той же паре зажимов, то отношение представляет входное сопротивление на этой паре зажимов. Так как нуль (или полюс) в бесконечности должен быть простым, то разность между степенями числителя и знаменателя не может превышать единицы.

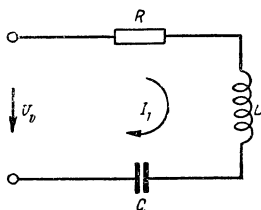


Рис. 9.6. Последовательный контур.

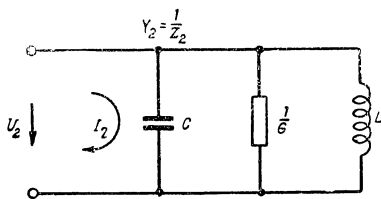


Рис. 9.7. Параллельный контур.

Согласно основной теореме алгебры полиномы $N(p)$ и $D(p)$ в уравнении (18) могут быть разложены на множители. Таким образом

$$Z(p) = \frac{a_n (p - p'_1) (p - p'_2) (p - p'_3) \dots}{b_m (p - p_1) (p - p_2) (p - p_3) \dots}, \quad (23)$$

где p_1, p_2, p_3 — полюсы $Z(p)$, а $p'_1, p'_2, p'_3, \dots$ — нули. Так как

$$p - p_1 = -p_1 \left(1 - \frac{p}{p_1} \right), \quad (24)$$

то уравнение (23) может быть написано в виде

$$\begin{aligned} Z(p) &= \frac{(-)^n a_n p'_1 p'_2 \dots p'_n \left(1 - \frac{p}{p'_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p'_2} \right) \dots}{(-)^m b_m p_1 p_2 \dots p_m \left(1 - \frac{p}{p_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \dots} = \\ &= \frac{a_0 \left(1 - \frac{p}{p'_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p'_2} \right) \dots \left(1 - \frac{p}{p'_n} \right)}{b_0 \left(1 - \frac{p}{p_1} \right) \left(1 - \frac{p}{p_2} \right) \dots \left(1 - \frac{p}{p_m} \right)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Например, нули полного сопротивления последовательной цепи могут быть найдены из уравнения (21)

$$\begin{aligned} Z_1(p) &= 0, \quad p^2 LC + pRC + 1 = 0, \\ p_{1,2} &= -\frac{R}{2L} \pm \left[\left(\frac{R}{2L} \right)^2 - \frac{1}{LC} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Тогда

$$Z_1(p) = \frac{L(p-p_1)(p-p_2)}{p} = \frac{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)\left(1 - \frac{p}{p_2}\right)}{pC},$$

$$Y_1(p) = \frac{p}{L(p-p_1)(p-p_2)}. \quad (27)$$

Очевидно, p_1 и p_2 являются отрицательными вещественными и определенными, когда

$$\frac{R}{2L} > (LC)^{-1/2}, \text{ или } R > 2Z_c, \quad (28)$$

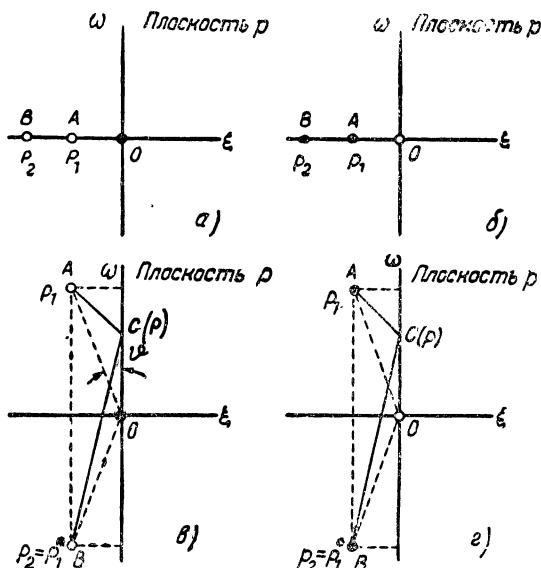


Рис. 9.8. Нули (светлые кружочки) и полюсы (черные кружочки) полных сопротивлений простейших контуров.

а — для последовательного контура при $R > 2Z_c$; б — для параллельного контура при $R > 2Z_c$; в — для последовательного контура при $R < 2Z_c$; г — для параллельного контура при $R < 2Z_c$.

где

$$Z_c = \left(\frac{L}{C}\right)^{1/2}. \quad (29)$$

В комплексной плоскости p эти значения представляются двумя точками A и B на отрицательной вещественной оси (рис. 9.8, а). При $R = 2Z_c$ два нуля совпадают и образуют двойной нуль.

При $R < 2Z_c$ нули представляют собой сопряженные комплексные величины

$$p_1 = \xi_1 + j\omega_1, \quad p_2 = \xi_1 - j\omega_1,$$

где

$$\xi_1 = -\frac{R}{2L}, \quad \omega_1 = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\frac{1 - \frac{1}{4} \Delta^2}{LC} \right]^{1/2} \quad (30)$$

и

$$\Delta = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{Z_c}. \quad (31)$$

Эти нули показаны на рис. 9.8, в.

Аналогично, для параллельной цепи (рис. 9.7) бесконечным значениям полного сопротивления соответствует

$$p_{1,2} = -\frac{G}{2C} \pm \left[\left(\frac{G}{2C} \right)^2 - \frac{1}{LC} \right]^{1/2}, \quad (32)$$

а само полное сопротивление может быть выражено следующим образом:

$$Z_2(p) = \frac{p}{C(p-p_1)(p-p_2)}. \quad (33)$$

Приведенные выше уравнения для полных сопротивлений и полных проводимостей выражают все важные свойства более общих функций. Нули и полюсы находятся либо в левой половине плоскости p , либо на мнимой оси. Они все лежат на мнимой оси только в том случае, когда цепи не имеют потерь ($R=0$ или $G=0$). В цепях с незначительными потерями нули и полюсы располагаются близко к мнимой оси, а угол ϑ , показанный на рис. 9.8 в и определяемый выражением

$$\operatorname{tg} \vartheta = -\frac{\xi_1}{\omega_1} \quad (34)$$

мал по сравнению с единицей. При увеличении потерь они смещаются от мнимой оси. На практике нас интересуют полные сопротивления при действительных частотах, когда $p = j\omega$ находится на мнимой оси. Модуль произведения нескольких множителей равен произведению их модулей. Модуль линейного множителя $p - p_1$ в уравнении (23) равен длине отрезка, соединяющего точки p и p_1 (рис. 9.8, в). Следовательно, если данный нуль расположен близко к мнимой оси, то полное сопротивление на реальных частотах в окрестности этого нуля будет мало. Мы получаем известное явление резонанса. Аналогично, полное сопротивление велико для частот в окрестности полюса, расположенного вблизи мнимой оси. Если несколько нулей и полюсов находятся вблизи мнимой оси, то полное сопротивление будет колебаться между малыми и большими значениями при прохождении частоты через эти точки. По мере удаления нулей и полюсов от мнимой оси эти флюктуации становятся менее заметными, а «резонансные» кривые — более плоскими.

Обычно нули и полюсы являются простыми. Но для некоторых специальных комбинаций постоянных цепи (когда, например,

$R = 2Z_c$ в приведенных выше примерах) они могут объединиться и стать кратными нулями и полюсами. Если они лежат на мнимой оси, то они являются простыми и разделяются между собой. При смещении от мнимой оси они являются либо сопряженными мнимыми, либо отрицательными вещественными величинами. В случае более сложных цепей имеется большее число нулей и полюсов, однако их основные свойства остаются теми же. Если подсчитать число нулей (или полюсов) в бесконечности ($p = \infty$), то окажется, что число нулей равно числу полюсов.

При увеличении числа элементов в цепи число нулей и полюсов также возрастает. В гл. 2 было показано, что непрерывные структуры, включая и свободное пространство, являются предельными случаями цепей со все увеличивающимся числом уменьшающихся контуров. Число их нулей и полюсов является бесконечным. В самом деле, это должно быть справедливым для любой физической цепи, так как все физические цепи являются непрерывными и не могут быть полностью отделены от окружающего пространства. Создавая специальные участки, в которых сосредоточиваются электрическое и магнитное поля (конденсаторы и катушки индуктивности, соответственно), и участки, в которых электромагнитная энергия преобразуется в тепло (сопротивления), найдем, что некоторые нули и полюсы перемещаются ближе к началу $p = 0$ и образуют пучок, более или менее четко отделенный от дальних нулей и полюсов. Последние не влияют на полное сопротивление при частотах вблизи этого пучка, и мы получаем цепь с сосредоточенными элементами.

Передающие линии представляют собой простейшие примеры цепей с неограниченным числом нулей и полюсов. Таким образом, полное сопротивление линии без потерь длиной l , замкнутой на сопротивление R на дальнем конце, равно

$$Z(p) = Z_c \frac{R \operatorname{ch}(p l \sqrt{LC}) + Z_c \operatorname{sh}(p l \sqrt{LC})}{Z_c \operatorname{ch}(p l \sqrt{LC}) + R \operatorname{sh}(p l \sqrt{LC})}, \quad (35)$$

где Z_c — характеристическое сопротивление, равное $\sqrt{L/C}$.

При $R < Z_c$ нули определяются выражением

$$p_n = \frac{-\operatorname{arth}(R/Z_c) \pm j n \pi}{l \sqrt{LC}}, \quad (36)$$

а полюсы — выражением

$$p_n = \frac{-\operatorname{arth}(R/Z_c) \pm j \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi}{l \sqrt{LC}}. \quad (37)$$

Они расположены на одинаковых расстояниях друг от друга на прямой линии, параллельной мнимой оси (рис. 9.9). При $R > Z_c$ положения нулей и полюсов меняются местами. Обратный гиперболический тангенс единицы равен бесконечности, следовательно, линия нулей и полюсов удаляется влево в бесконечность,

когда R стремится к Z_c . При стремлении R к нулю или бесконечности линия нулей и полюсов стремится приблизиться к мнимой оси. Если R постоянно, а характеристическое сопротивление Z_c увеличивается неограниченно, то нули и полюсы будут также стремиться к мнимой оси (так как R/Z_c будет стремиться к нулю), а кривые резонансов будут стремиться стать более острыми.

Для иллюстрации бесконечных произведений полного сопротивления полагаем $R = 0$ в уравнении (35). Тогда $Z(p)$ пропорционально гиперболическому тангенсу $p l \sqrt{LC}$ и

$$Z(p) = Z_c \operatorname{th} p l \sqrt{LC} = \frac{p l \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{p}{p_n'}\right) \left(1 - \frac{p}{p_n^*}\right)}{\prod_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{p}{p_n}\right) \left(1 - \frac{p}{p_n^*}\right)} \quad (38)$$

$$p_n' = \frac{j n \pi}{l \sqrt{LC}}, \quad p_n = \frac{j (2n + 1) \pi}{2 l \sqrt{LC}}.$$

Аналогичные уравнения можно получить для линии, разомкнутой на дальнем конце ($R = \infty$), и для линии, замкнутой на данное полное сопротивление.

В случае двух передающих линий, разделенных таким образом, что взаимодействием между ними можно пренебречь, получаются две цепочки нулей и полюсов. При сближении линий взаимодействие между ними увеличивается и расположение нулей и полюсов изменяется. Для n связанных передающих линий имеется n цепочек нулей и полюсов. При сильной связи отнести цепочку к соответствующей соединительной линии оказывается затруднительным. В общем случае нули и полюсы могут быть разбросаны по всей

левой половине плоскости p , не образуя какой-либо определенной картины, как в случае сферической антенны (рис. 9.4). Такое распределение является типичным для любой реальной цепи, физические размеры которой сравнимы между собой по величине. Когда один размер значительно больше двух других, нули и полюсы, рас-

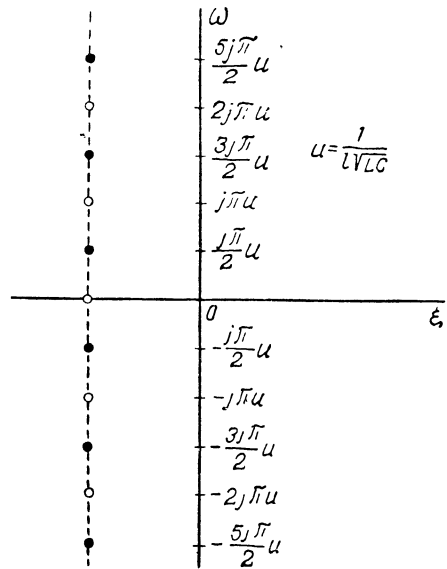


Рис. 9.9. Нули и полюсы однородной передающей линии без потерь, оканчивающейся сопротивлением, не совпадающим с характеристическим сопротивлением.

положенные ближе к началу, образуют отчетливую цепочку. Таким образом, мы устанавливаем аналогию между картинами расположения нулей и полюсов, относящихся к функциям полного сопротивления тонких антенн и передающих линий и свойствами функций полного сопротивления.

Безотносительно к числу нулей и полюсов функции полного сопротивления могут быть выражены как отношения произведений линейных множителей. Это положение представляет собою специальный случай теоремы Вейерштрасса в теории функций комплексного переменного. При бесконечном числе множителей разбираются вопросы сходимости. Два вида произведения (уравнения 23 и 25) являются одинаково справедливыми для случая, когда число множителей является конечным. Но когда число множителей становится бесконечным, то выражение (23) является расходящимся. Это обуславливается тем, что первый член $a_n p^n$ произведения стремится к бесконечности при стремлении n к бесконечности, за исключением случая, когда p равно нулю. С другой стороны, уравнение вида (25) остается справедливым до тех пор, пока нули и полюсы расположены в соответствии с порядком их величин, как, например, в уравнении (38). Множители в произведении могут быть перегруппированы только в случае, если включены множители сходимости Вейерштрасса. Однако эти вопросы выходят за рамки нашего анализа. Основным интересующим нас выводом является то, что полное сопротивление любой реальной цепи может быть выражено как отношение двух произведений линейных множителей, содержащих комплексные частоты свободных колебаний цепи, зажимы которой сперва разомкнуты, а затем замкнуты накоротко. Таким образом, для вибраторной антенны (рис. 9.2,а)

$$Z(p) = \frac{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p_1^*}\right) \left(1 - \frac{p}{p_3}\right) \left(1 - \frac{p}{p_3^*}\right) \dots}{pC \left(1 - \frac{p}{p_2}\right) \left(1 - \frac{p}{p_2^*}\right) \left(1 - \frac{p}{p_4}\right) \left(1 - \frac{p}{p_4^*}\right) \dots}, \quad (39)$$

где $p_1, p_1^*, p_3, p_3^*, \dots$ — комплексные частоты при короткозамкнутых зажимах антенны, а $p_2, p_2^*, p_4, p_4^*, \dots$ — соответствующие частоты при разомкнутых зажимах. Множитель p в знаменателе характерен для дипольных антенн, которые, по определению, имеют полюс при $p = 0$. Для вещественных частот

$$Z(j\omega) = \frac{\left(1 - \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_1^*}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_3}\right) \dots}{j\omega C \left(1 - \frac{j\omega}{p_2}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_2^*}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_4}\right) \dots}. \quad (40)$$

При $\omega \rightarrow 0$,

$$Z(j\omega) \rightarrow \frac{1}{j\omega C}, \quad (41)$$

где C — статическая емкость. Необходимо заметить, что величина C в уравнении (40) постоянна. Таким образом, статическая емкость антенны вместе с фазовыми постоянными собственных колебаний определяет полное сопротивление антенны на всех частотах. Когда постоянные затухания вынужденных колебаний имеют малое значение, то можно пренебречь квадратами их значений.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{j\omega}{p_1}\right) \left(1 - \frac{j\omega}{p_1^*}\right) &= 1 - j\omega \frac{p_1 + p_1^*}{p_1 p_1^*} - \frac{\omega^2}{p_1 p_1^*} = 1 - \frac{2j\omega\xi_1}{\omega_1^2 + \xi_1^2} - \frac{\omega^2}{\omega_1^2 + \xi_1^2} \simeq \\ &\simeq 1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - \frac{2j\omega\xi_1}{\omega_1^2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Поэтому

$$Z(j\omega) \simeq \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - \frac{2j\xi_1\omega}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_3^2} - \frac{2j\xi_3\omega}{\omega_3^2}\right) \dots}{j\omega C \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} - \frac{2j\xi_2\omega}{\omega_2^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_4^2} - \frac{2j\xi_4\omega}{\omega_4^2}\right) \dots} \quad (43)$$

Для идеально проводящей рамочной антенны (рис. 9.2,б), аналогично найдем

$$Z(p) = \frac{pL \left(1 - \frac{p}{p_1}\right) \left(1 - \frac{p}{p_1^*}\right) \left(1 - \frac{p}{p_3}\right) \left(1 - \frac{p}{p_3^*}\right) \dots}{\left(1 - \frac{p}{p_2}\right) \left(1 - \frac{p}{p_2^*}\right) \left(1 - \frac{p}{p_4}\right) \left(1 - \frac{p}{p_4^*}\right) \dots} \quad (44)$$

Числитель обращается в нуль при $p = 0$, что является характерным для полного сопротивления замкнутой цепи без потерь при установившемся токе. Коэффициент L представляет собою индуктивность рамки по постоянному току.

Когда $p = j\omega \rightarrow 0$, то

$$Z(j\omega) \rightarrow j\omega L. \quad (45)$$

9.5. Резонанс тока и резонанс напряжения в простейших цепях

При известных условиях реакция антенны на приложенное напряжение подобна реакции последовательной или параллельной цепи. Выразим полное сопротивление простейших цепей через параметры, имеющие более общий смысл, чем сопротивление, индуктивность и емкость. Вначале рассмотрим последовательную цепь (рис. 9.6). Считая $p = j\omega$ в уравнении (21), получим

$$Z_1(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (46)$$

Реактивная составляющая равна нулю при некоторой частоте $\omega = \omega_r$, определяемой выражением

$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0, \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (47)$$

Эта частота называется резонансной частотой цепи. Так как величина полного сопротивления

$$|Z_1(j\omega)| = \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (48)$$

минимальна при $\omega = \omega_r$, то ток для фиксированного приложенного напряжения является максимальным. В соответствии с уравнением (47) полные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора при резонансе равны и, учитывая уравнение (29), получаем

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} = Z_c. \quad (49)$$

Это уравнение придает физический смысл параметру Z_c , который первоначально определялся просто как квадратный корень из отношения L и C . Полное сопротивление последовательной цепи на любой частоте можно выразить через резонансную частоту ω_r , определяемую уравнением (47), характеристическое сопротивление Z_c цепи и параметр Δ , определяемый уравнением (31). Таким образом,

$$\begin{aligned} Z_1(j\omega) &= Z_c \left[\Delta + j \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \right], \\ |Z_1(j\omega)| &= Z_c \left[\Delta^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (50)$$

Этими уравнениями удобно пользоваться, так как Δ и ω/ω_r являются безразмерными параметрами.

Величина тока, соответствующая единичному напряжению, равна

$$|I_1| = \frac{1}{|Z_1(j\omega)|}, \quad |I_1|_{\max} = \frac{1}{Z_c \Delta}. \quad (51)$$

На рис. 9.10,а представлена зависимость относительной величины тока (по отношению к максимальному току) от f/f_r . Нижняя кривая является обратной характеристикой и представляет собой относительную величину напряжения, необходимого для создания данного тока на различных частотах.

Ток падает от его максимального значения до $1/\sqrt{2}$, когда

$$\left| \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right| = \left| \frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right| = \Delta. \quad (52)$$

С каждой стороны резонансной частоты существует по одной такой частоте f , удовлетворяющей уравнению (52)

$$\frac{f_1}{f_r} = -\frac{1}{2} \Delta + \left(1 + \frac{1}{4} \Delta^2\right)^{1/2}, \quad \frac{f_2}{f_r} = \frac{1}{2} \Delta + \left(1 + \frac{1}{4} \Delta^2\right)^{1/2}. \quad (53)$$

Разность $f_2 - f_1$ называют шириной резонансной кривой. Параметр Δ равен относительной ширине кривой

$$\Delta = \frac{f_2 - f_1}{f_r}. \quad (54)$$

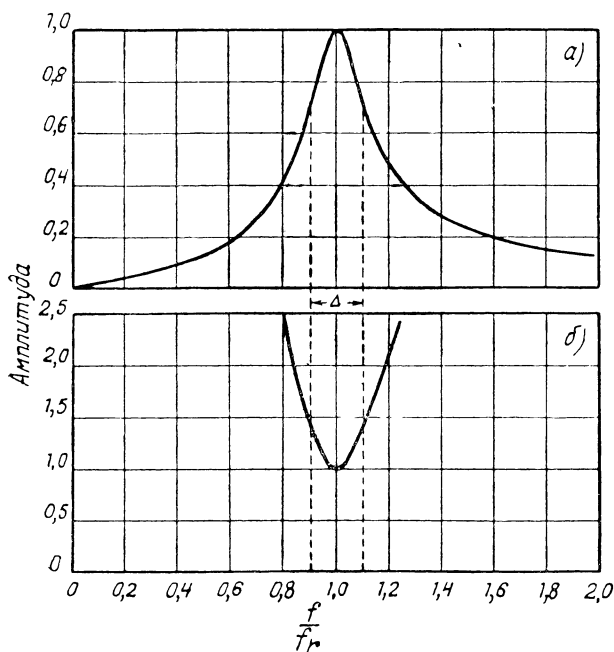


Рис. 9.10. Резонансная кривая и ее обратная величина.

Составляющие тока, находящиеся в фазе и в квадратуре, показаны, соответственно, сплошной и пунктирной кривыми на рис. 9.11. На этом рисунке представлены также кривые активной и реактивной проводимостей цепи, выраженные через полную проводимость при резонансе. Разность между максимальным и минимальным значениями реактивной проводимости равна максимальному значению активной проводимости.

Обратная величина относительной ширины резонансной кривой называется добротностью.

$$Q = \frac{f_r}{f_2 - f_1} = \frac{1}{\Delta} = \frac{Z_c}{R} = \frac{\omega_r L}{R}. \quad (55)$$

При резонансе энергия $\mathcal{E}$, запасенная в цепи, и средняя мощность $P_{\text{ср}}$, рассеянная в R , составляют

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} L I_a^2, \quad P_{\text{ср}} = \frac{1}{2} R I_a^2, \quad (56)$$

где I_a — амплитуда тока. Поэтому

$$Q = \frac{\omega_r \mathcal{E}}{P_{\text{ср}}}, \quad \Delta = \frac{P_{\text{ср}}}{\omega_r \mathcal{E}}. \quad (57)$$

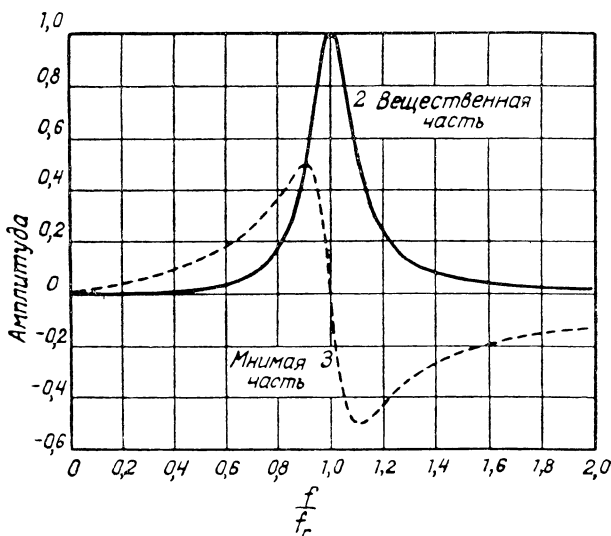


Рис. 9.11. Вещественная и мнимая части резонансной кривой.

При резонансе полное сопротивление цепи является вещественным, а от генератора поступает лишь мощность, рассеиваемая в сопротивлении. Какой-либо другой обмен энергией между генератором и цепью отсутствует. Если Δ мало, а Q велико, то энергия, поступающая в цепь за период, мала. Ее можно рассматривать как энергию, необходимую для поддержания собственных колебаний на постоянном уровне, так как разность между резонансной частотой (уравнение 47) и собственной частотой ω_1 , определяемой уравнением (30), мала.

Следовательно, можно сделать вывод, что

$$Q \simeq \frac{\omega_1 \mathcal{E}}{P_{\text{ср}}}, \quad \Delta \simeq \frac{P_{\text{ср}}}{\omega_1 \mathcal{E}}, \quad (58)$$

где $\mathcal{E}$ — полная энергия свободных колебаний цепи, а $P_{\text{ср}}$ — мощность, рассеянная в сопротивлении. Таким образом, мы получили связь между условиями резонанса и собственными колебаниями.

Из уравнения (30) также находим

$$\xi_1 = -\frac{R}{2L} = -\frac{\omega_1 R}{2\omega_1 L} \approx \frac{\omega_1 R}{2\omega_r L} = -\frac{\omega_1 R}{2Z_c} = -\frac{1}{2} \omega_1 \Delta. \quad (59)$$

Из этого уравнения и уравнения (34) имеем

$$\Delta = -\frac{2\xi_1}{\omega_1} = 2 \operatorname{tg} \vartheta, \quad (60)$$

а также

$$p_1 = \xi_1 + j\omega_1 = -\frac{1}{2} \omega_1 \Delta + j\omega_1 = \left(-\frac{1}{2} \Delta + j\right) \omega_1. \quad (61)$$

Величина тока в параллельной цепи обратна величине тока в последовательной цепи. Кривая на рис. 9.10,а представляет абсолютное значение входного сопротивления, выраженного через максимальное значение полного сопротивления и, следовательно, через относительное напряжение, требуемое для создания данного тока. Кривая на рис. 9.10,б представляет относительную характеристику цепи при воздействии данного напряжения. Кривые на рис. 9.11 представляют активную и реактивную составляющие входного сопротивления, выраженные через максимальное значение полного сопротивления. Говорят, что цепь имеет резонанс напряжения при $f = f_r$. Входная проводимость цепи может быть определена путем подстановки $p = j\omega$ в уравнение (22). Тогда ее можно выразить через волновое сопротивление Z_c , ширину резонансной кривой Δ и частоту при резонансе напряжения f_r или ω_r .

Таким образом,

$$Y_2(j\omega) = Z_c^{-1} \left[\Delta + j \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \right],$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \Delta = GZ_c = \frac{G}{\omega_r C}, \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (62)$$

Разность между максимальным и минимальным значениями реактивного сопротивления равна максимальному активному сопротивлению.

9.6. Резонанс тока и резонанс напряжения в сложных цепях

Будем считать, что особый нуль $p = p_1$ какой-либо цепи расположен близко к мнимой оси и что в ее окрестности нет других нулей и полюсов. Вблизи этого нуля

$$Z(p) \approx (p - p_1)(p - p_1^*) f(p_1), \quad (63)$$

так как все множители $p - p_2, p - p_3 \dots$ являются постоянными для небольших изменений p . Мы могли бы заменить $p - p_1^*$ на

$p_1 - p_1^*$ и включить этот множитель в функцию $f(p_1)$. Но приведенная выше форма является более удобной для сравнения $Z(p)$ с полным сопротивлением последовательной цепи. На мнимой оси

$$(p - p_1)(p - p_1^*) = (j\omega - \xi_1 - j\omega_1)(j\omega - \xi_1 + j\omega_1) = -\omega^2 - 2j\xi_1\omega + \omega_1^2 + \xi_1^2. \quad (64)$$

Пренебрегая квадратом малой величины ξ_1 , найдем

$$(p - p_1)(p - p_1^*) = j\omega_1\omega \left[-\frac{2\xi_1}{\omega_1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right) \right]. \quad (65)$$

Поэтому уравнение (63) принимает вид

$$Z(p) \simeq A \left[-\frac{2\xi_1}{\omega_1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right) \right], \quad (66)$$

где A — постоянная, зависящая от других нулей и полюсов $Z(p)$.

Рассматривая уравнение (60), можно видеть, что это уравнение имеет тот же вид, что уравнение (50) для полного сопротивления последовательной цепи, с тем лишь отличием, что A здесь может быть комплексной величиной. Абсолютное значение A играет роль волнового сопротивления Z_c последовательной цепи. Фаза A влияет на положение резонансной частоты, но ее значение не играет важной роли, так как фаза заключенного в скобки множителя в уравнении (66) изменяется очень быстро от почти -90° , когда ω меньше ω_1 , до почти $+90^\circ$, когда ω больше ω_1 . Следовательно, существует некоторое значение ω вблизи ω_1 , для которого фаза $Z(p)$ равна нулю. При этом будет иметь место резонанс.

Аналогично, в окрестности полюса, близкого к мнимой оси и изолированного от других нулей и полюсов, любая цепь ведет себя как параллельный контур. Эти соображения упрощают анализ резонансных антенн (см. гл. 11).

9.7. Небольшие вибраторные и рамочные антенны

Полное сопротивление вибраторной антенны определяется уравнением (39). Оно может быть разложено в степенной ряд

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + R + pL + Ap^2 + \dots \quad (67)$$

Для доказательства этого заметим, что если перемножить различные множители в числителе, мы получим степенной ряд p , начинающийся с единицы. Остальные множители, за исключением $1/pC$, могут быть также разложены в степенные ряды.

$$\left(1 - \frac{p}{p_2}\right)^{-1} = 1 + \frac{p}{p_2} + \frac{p^2}{p_2^2} + \frac{p^3}{p_2^3} + \dots \quad (68)$$

Произведение такого множителя на предыдущий степенной ряд представляет собой степенной ряд с постоянным членом — единицей.

Разделив результат на pC , получим ряд, имеющий вид уравнения (67). Ряд (68) расходится, если абсолютное значение p меньше абсолютного значения p_2 . Поэтому ряд (67) расходится, если абсолютная величина p меньше абсолютного значения полюса, расположенного ближе к началу (за исключением $p = 0$).

На мнимой оси уравнение (67) принимает вид

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L - A\omega^2 + \dots \quad (69)$$

В гл. 5 было показано, что мощность излучения стремится к нулю при стремлении к нулю частоты. Следовательно, если потери в антенне и окружающей среде отсутствуют, то $R = 0$ и уравнение (69) принимает вид

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L - A\omega^2 + \dots \quad (70)$$

Коэффициенты C , L , A , очевидно, не зависят от ω . Коэффициент C представляет собою емкость по постоянному току, L — индуктивность по постоянному току, а $A\omega^2$ — сопротивление излучения на низших частотах. В следующей главе будет показано, что эти члены можно вычислить без решения более трудной задачи определения $Z(p)$ на всех частотах.

Полная проводимость вибраторной антенны представляет собою выражение, обратное уравнению (70)

$$Y(j\omega) = j\omega C + j\omega^3 LC^2 - AC^2\omega^4 + \dots \quad (71)$$

Таким образом, проводимость излучения на низших частотах изменяется пропорционально четвертой степени частоты.

Аналогично, полная проводимость идеально проводящей рамочной антенны для частот, лежащих ниже первой резонансной частоты, может быть выражена в виде степенного ряда

$$Y(j\omega) = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C - B\omega^2 + \dots, \quad (72)$$

где L — индуктивность рамки по постоянному току, C — емкость по постоянному току, $B\omega^2$ — проводимость излучения на низших частотах. Обратное выражение ряда (72)

$$Z(j\omega) = j\omega L + j\omega^3 CL^2 - BL^2\omega^4 + \dots \quad (73)$$

показывает, что сопротивление излучения рамки изменяется пропорционально четвертой степени частоты, когда частоты являются достаточно низкими.

Приведенные выше уравнения весьма полезны, когда размеры антенны малы по сравнению с длиной волны.

9.8. Линейные преобразователи

Цепь, имеющая две или больше пары зажимов, называется преобразователем.

Разница между преобразователем с четырьмя зажимами и четырехполюсником заключается в том, что в преобразователе зажимы расположены попарно, чего нет в четырехполюснике. В преобразователе (рис. 9.12) входными зажимами всегда являются A, B или C, D , но никогда не являются A, C или A, D . В четырехполюснике входными могут быть два любых зажима. Две антенны образуют четырехполюсник только в том случае, когда они расположены очень близко друг к другу¹. Но они

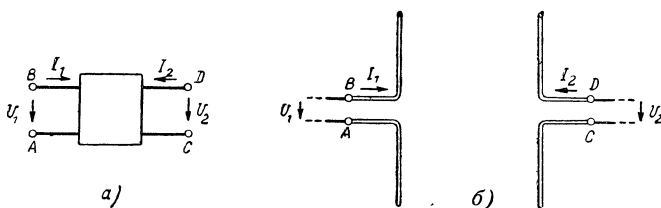


Рис. 9.12.

a — Схема преобразователя. b — Пара антенн, рассматриваемая как преобразователь.

образуют преобразователь, если промежутки между соответствующими входными зажимами малы.

Преобразователь является линейным, если напряжения на каждой паре зажимов являются линейными функциями токов

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2, \quad U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \quad (74)$$

Это, очевидно, означает, что токи являются также линейными функциями напряжений. Таким образом, решая уравнения (74) для I_1 и I_2 , получим

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2, \quad I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2, \quad (75)$$

где

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{D}, \quad Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{D}, \quad Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{D}, \quad Y_{22} = \frac{Z_{11}}{D}, \quad (76)$$

$$D = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}.$$

Направление векторов напряжений, показанных на рис. 9.12, соответствует направлению векторов напряженности поля. Они противоположны векторам напряжений, приложенных со стороны генераторов.

При $I_2 = 0$

$$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1}, \quad Z_{21} = \frac{U_2}{I_1}. \quad (77)$$

¹ Понятие полного сопротивления имеет смысл только для случая близко расположенных друг от друга антенн.

т. е. если единичный ток проходит через зажимы A, B при разомкнутых зажимах C, D , то напряжение на зажимах A, B численно равно Z_{11} , а на зажимах CD — Z_{21} . Аналогично, при $I_1 = 0$

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2}, \quad Z_{22} = \frac{U_2}{I_2}. \quad (78)$$

Величины Z_{12} и Z_{21} называются взаимными полными сопротивлениями.

Если вторая пара зажимов преобразователя замкнута накоротко, то $U_2 = 0$ и из уравнений (75) найдем

$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1}, \quad Y_{21} = \frac{I_2}{U_1}. \quad (79)$$

Один вольт на зажимах A и B при замыкании создает Y_{11} ампер на A, B и Y_{21} ампер на C, D .

Аналогично, при соединении A и B $U_1 = 0$ и

$$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}, \quad Y_{22} = \frac{I_2}{U_2}. \quad (80)$$

Решая уравнения (75) для U_1, U_2 и сравнивая с уравнениями (74), найдем

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta}, \quad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{\Delta}, \quad Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{\Delta}, \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta} \quad (81)$$

$$\Delta = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}.$$

По определению приведенные выше уравнения являются общими для всех линейных преобразователей: электрических, механических, электромеханических, акустических и т. д. Линейность данной реальной системы зависит от динамических уравнений, описывающих ее характеристики. Уравнения Максвелла, например, являются линейными, если проводимость, проницаемость и диэлектрическая постоянная не зависят от напряженности поля. Следовательно, в этом случае соответствующие электрические преобразователи будут линейными. Ферромагнитные материалы являются нелинейными, в особенности вблизи области насыщения. Имеются также поглощающие материалы, которые являются нелинейными. Любой преобразователь, содержащий какой-либо нелинейный материал, является нелинейным. В земной коре содержатся некоторые нелинейные материалы, но их количество настолько мало, что они оказывают ничтожное влияние на распространение волн, и пары антенн образуют существенно линейные преобразователи. Полное сопротивление антенны можно измерить или рассчитать.

9.9. Теоремы взаимности ¹

В теории цепей доказывается, что для любого преобразователя, состоящего из цепи линейных сопротивлений, индуктивностей и емкостей, матрицы коэффициентов в уравнениях (74) и (75) являются симметричными, т. е.

$$Z_{21} = Z_{12}, Y_{21} = Y_{12}. \quad (82)$$

Выше было указано (раздел 2.4), что непрерывная среда в предельном случае может рассматриваться как своеобразная цепь. Следовательно, теорема взаимности может быть применена и к непрерывным средам.

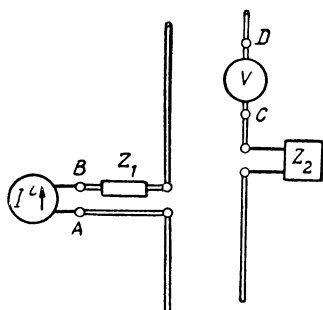


Рис. 9.13. Генератор с бесконечным внутренним сопротивлением, помещенный в A, B , и вольтметр с бесконечным внутренним сопротивлением, помещенный в C, D , можно поменять местами, не вызывая изменения показаний вольтметра.

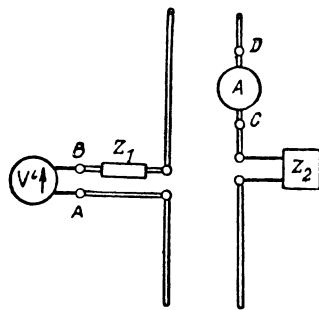


Рис. 9.14. Генератор с нулевым внутренним сопротивлением, помещенный в A, B , и амперметр с нулевым внутренним сопротивлением, помещенный в C, D , можно поменять местами, не вызывая изменения показания амперметра.

Так как напряжение на зажимах C, D при прохождении тока в один ампер через зажимы A, B равно Z_{21} , а напряжение на зажимах A, B при единичном токе у зажимов C, D равно Z_{12} (рис. 9.12), то приведенная выше теорема взаимности может быть сформулирована следующим образом.

В любой реальной линейной цепи генератор, обладающий бесконечным внутренним сопротивлением, и вольтметр можно поменять местами, не оказывая при этом влияния на показание вольтметра (рис. 9.13).

Аналогично, в любой реальной линейной цепи генератор, обладающий нулевым внутренним сопротивлением, и амперметр можно поменять местами, не оказывая при этом влияния на показание амперметра (рис. 9.14).

¹ Для антенн обоснование принципа взаимности дал М. С. Нейман, „Принцип взаимности в теории антенн“, ИЭСТ, № 8, 1935 [Прим. ред.].

Необходимо, однако, заметить, что теоремы взаимности выражают свойства линейных динамических систем и не зависят от специфических форм динамических

Вольтметр и амперметр в этих теоремах будем считать идеальными. Это означает, что полное сопротивление вольтметра должно быть бесконечным, а полное сопротивление амперметра должно быть равно нулю. Генератор с конечным значением полного сопротивления может быть всегда заменен генератором, полное сопротивление которого равно нулю, а его внутреннее сопротивление последовательно включено в линию. Он может быть также заменен генератором с бесконечным полным сопротивлением, соединенным параллельно с его внутренним сопротивлением. Аналогично, вольтметр, полное сопротивление которого имеет конечное значение, может быть заменен идеальным вольтметром, соединенным параллельно с его внутренним сопротивлением. Амперметр с конечным полным сопротивлением можно заменить идеальным амперметром, соединенным последовательно с этим конечным сопротивлением. Идеальные элементы можно поменять местами в соответствии с теоремой взаимности.

9.10. Теоремы эквивалентности цепей

В дополнение к теореме взаимности следует указать на две важные теоремы эквивалентности цепей. Они могут быть сформулированы следующим образом.

Первая теорема эквивалентности цепей. Любая линейная цепь, содержащая один или больше генераторов с нулевым полным сопротивлением, действует на зажимах как генератор, э. д. с. которого равна напряжению на зажимах при отсутствии сопротивления нагрузки и внутреннее сопротивление которого равно полному сопротивлению на этих зажимах при коротком замыкании всех генераторов.

Таким образом, антенна в произвольном поле (рис. 9.15,а) эквивалентна цепи, показанной на рис. 9.15,б, в которой U — напряжение на ее зажимах A, B при отключении Z , а Z_A — полное сопротивление антенны. Для обычных цепей эта теорема была впервые высказана Гельмгольцем, а затем независимо от него Тевенином.

Вторая теорема эквивалентности цепей. Любая линейная цепь, содержащая один или больше генераторов с бесконечным полным

уравнений. Таким образом, уравнения (82) для механической и электрической линейных систем могут быть получены из уравнений Лагранжа. Кроме того, только на основе принципа сохранения энергии можно доказать, что $Z_{12} = -Z_{21}^*$ для любого линейного преобразователя без потерь (включая электромагнитные преобразователи). Следовательно, если Z_{12} вещественно, как это имеет место в электромеханических системах, то $R_{12} = -R_{21}$ (гироскопическая связь). Необходимо также заметить, что переменные в уравнениях преобразователя аналогичны понятиям, используемым в теоретической механике — обобщенным силам и скоростям. В случае цилиндрических электромагнитных волн например E_Z и H_ϕ связаны линейно, но $Z_{12} \neq Z_{21}^*$. Если, однако, выразить те же уравнения через новые переменные E_Z и ρH_ϕ , где ρ — расстояние до оси волны, то принцип взаимности остается в силе.

сопротивлением, действует на зажимах как генератор, ток которого равен току на короткозамкнутых зажимах и полная внутренняя проводимость которого равна полной проводимости на зажимах при размыкании всех генераторов.

Таким образом, антенна, помещенная в произвольное поле (рис. 9.16, а), эквивалентна цепи на рис. 9.16, б, в которой I — ток через зажимы A, B при их коротком замыкании, а Y_A — полная проводимость антенны. Для обычных цепей эта теорема была впервые высказана Нортоном.

Для доказательства первой теоремы¹

$$I = \frac{U}{Z_A + Z}, \quad (83)$$

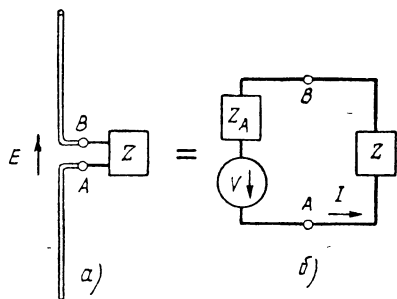


Рис. 9.15. Приложение первой теоремы эквивалентности цепей к приемной антенне.

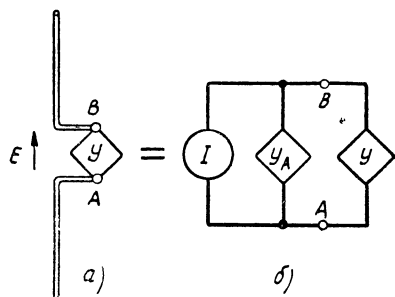


Рис. 9.16. Приложение второй теоремы эквивалентности цепей к приемной антенне.

необходимо лишь определить ток через полное сопротивление Z на зажимах A, B (рис. 9.12), когда данное напряжение приложено к зажимам C, D передающей антенны, создающей поле, а затем проанализировать результат. Если I — ток от B к A в направлении U_1 , то

$$I = -I_1. \quad (84)$$

Если Z — полное сопротивление между A и B , то

$$U_1 = ZI. \quad (85)$$

Подставляя эти значения в уравнения (74), получим

$$ZI = -Z_{11}I + Z_{12}I_2, \quad U_2 = -Z_{12}I + Z_{22}I_2. \quad (86)$$

Решая эти уравнения относительно I , получаем ток:

$$I = \frac{Z_{12}U_2}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2 + ZZ_{22}} = \frac{Z_{12}U_2/Z_{22}}{Z_{11} - (Z_{12}^2/Z_{22}) + Z}. \quad (87)$$

¹ Существуют скорее логические, нежели аналитические доказательства более общих теорем эквивалентности, так как они не зависят от специфических уравнений движения данной динамической системы. Пример такого доказательства приведен в разделах 16.2 и 16.3, посвященных теоремам эквивалентности поля.

Это эффективный ток через Z на зажимах A, B .

Если цепь разомкнута в точках A, B , то напряжение $U_1 = U$ на этих зажимах можно определить, полагая $I_1 = 0$ в уравнениях (74). Таким образом,

$$U = Z_{12} I_2, \quad U_2 = Z_{22} I_2, \quad U = \frac{Z_{12} U_2}{Z_{22}}. \quad (88)$$

Для определения полного сопротивления Z_A со стороны A, B , когда зажимы C, D замкнуты накоротко, полагаем, что $U_2 = 0$ в уравнениях (74) и решаем их относительно отношения $\dot{U}_1/I_1$. Таким образом,

$$Z_A = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22}}. \quad (89)$$

Подставляя необходимые величины из уравнений (88) и (89) в уравнение (87), получим уравнение (83).

Аналогично можно доказать, что напряжение на зажимах A, B на рис. 9.16 равно

$$U = \frac{I}{Y_A + Y}, \quad (90)$$

где I и Y_A определены в соответствии с второй теоремой эквивалентности цепей.

Если две антенны расположены далеко друг от друга, то на полное сопротивление Z_A одной антенны не оказывает влияние сопротивление другой антенны. Влияние между антеннами необходимо учитывать в антенных решетках, при этом необходимо помнить, что Z_A и Y_A в уравнениях (83) и (90) не являются обратными друг другу величинами, так как Z_A определяется в предположении, что вторая антенна замкнута накоротко, а Y_A определяется в предположении, что зажимы второй антенны разомкнуты.

9.11. Применение теоремы взаимности к распределению тока

Пропорциональная проводимость¹ $Y(z_1; z_2)$ между двумя точками провода (рис. 9.17, а) равна току в точке $z = z_2$, обусловленному единичным напряжением в точке $z = z_1$. Согласно теореме взаимности проходимая проводимость является симметричной функцией

$$Y(z_1; z_2) = Y(z_2; z_1). \quad (91)$$

Точки не обязательно должны находиться на одном и том же проводе. Так, на рис. 9.17, в

$$Y(z_1; z'_2) = Y(z'_2; z_1). \quad (92)$$

¹ Эта функция существует за исключением случая, в котором $z_2 = z_1$, где она часто имеет логарифмическую особую точку.

Предположим теперь, что единичное напряжение не сосредоточено в $z = z_1$, а равномерно распределено в интервале $\left(z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1\right)$. Тогда ток в некоторой точке $z = z_2$ численно равен

$$Y\left(z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1, z_2\right) = \frac{1}{s_1} \int_{z_1 - \frac{1}{2}s_1}^{z_1 + \frac{1}{2}s_1} Y(z_1, z_2) dz_1. \quad (93)$$

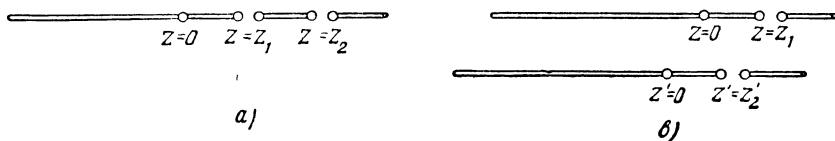


Рис. 9.17 Иллюстрация к уравнениям взаимности.

Так как функция $Y(z_1; z_2)$ симметрична, то

$$\begin{aligned} Y\left(z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1, z_2\right) &= \frac{1}{s_1} \int_{z_1 - \frac{1}{2}s_1}^{z_1 + \frac{1}{2}s_1} Y(z_2; z_1) dz_1 = \\ &= Y\left(z_2, z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1\right); \end{aligned} \quad (94)$$

т. е. ток в $z = z_2$, обусловленный единичным напряжением, распределенным равномерно в интервале $z_1 - \frac{1}{2}s_1 < z < z_1 + \frac{1}{2}s_1$, равен среднему току в этом интервале, обусловленному единичным напряжением в $z = z_2$.

Эта теорема применима и к неравномерно распределенным напряжениям при условии, что при усреднении тока используется один и тот же коэффициент, который выражает связь между различными точками генератора и нагрузки.

Окончательно, если проинтегрируем уравнения (93) и (94) в пределах между $z = z_2 - \frac{1}{2}s_2$ и $z = z_2 + \frac{1}{2}s_2$, то найдем

$$\begin{aligned} Y\left(z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1; z_2 - \frac{1}{2}s_2, z_2 + \frac{1}{2}s_2\right) &= \\ &= Y\left(z_2 - \frac{1}{2}s_2, z_2 + \frac{1}{2}s_2; z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1\right), \end{aligned} \quad (95)$$

т. е. средний ток в интервале $\left(z_2 - \frac{1}{2}s_2, z_2 + \frac{1}{2}s_2\right)$, обусловленный единичным напряжением, равномерно распределенным

в интервале $\left(z_1 - \frac{1}{2}s_1, z_1 + \frac{1}{2}s_1\right)$, равен среднему току в последнем интервале, обусловленному единичным напряжением, распределенным равномерно в первом интервале.

9.12. Пассивные антенны

Рассмотрим провод (рис. 9.18), считая, что $E_z(z)$ — напряженность электрического поля, параллельная проводу. Напряжение на элементе провода равно $E_z(z)dz$. Следовательно, ток в точке $z = \xi$ составляет

$$I(\xi) = \int_{-l}^l E_z(z) Y(z, \xi) dz. \quad (96)$$

Так как Y является симметричной функцией, то

$$I(\xi) = \int_{-l}^l E_z(z) Y(\xi, z) dz. \quad (97)$$

Следовательно, если известен ток $Y(\xi, z)$ в передающей антенне, в которой единичное напряжение приложено в точке $z = \xi$, то можно определить ток в этой точке, когда антенна находится в заданном поле. Но о токе в других точках ничего определенного сказать нельзя. Можно получить все данные только в том случае, если известно распределение тока в передающей антенне, соответствующее положению генератора в каждой точке $z = \xi$.

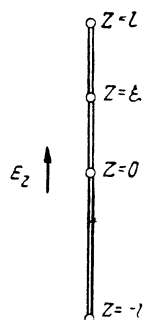


Рис. 9.18.
Пассивная антенна.

9.13. Приемные антенны

В приемной антенне в точке $z = \xi$ включено сопротивление Z или нагрузка. Согласно первой теореме эквивалентности цепей можно определить ток через нагрузку, если известны полное сопротивление Z_A передающей антенны со стороны зажимов нагрузки и напряжение U на зажимах при отключенной нагрузке. Если зажимы замкнуты накоротко, то ток определяется уравнением (97). Для того, чтобы зажимы были разомкнутыми, приложим напряжение между ними, исключаяющее $I(\xi)$. Это напряжение равно $-Z_A I(\xi)$, а его отрицательное значение равно напряжению поля между разомкнутыми зажимами. Таким образом,

$$U = Z_A \int_{-l}^l E_z(z) Y(\xi, z) dz. \quad (98)$$

Тогда ток через нагрузку равен

$$I = \frac{Z_A \int_{-l}^l E_z(z) Y(\xi, z) dz}{Z_A + Z}. \quad (99)$$

Выполненный расчет передающей антенны дает все данные, необходимые для решения задачи о приемной антенне, при условии, что нагрузка и генератор находятся в том же относительном положении.

Так как $Y(\xi, z)$ представляет собой ток в антенне, создаваемый единичным напряжением в $z = \xi$, а $1/Z_A$ — соответствующий выходной ток, то уравнение (98) можно написать в виде

$$U = \frac{\int_{-l}^l E_z(z) I(\xi, z) dz}{I_i}, \quad (100)$$

где $I(\xi, z)$ — распределение тока при расположении генератора в $z = \xi$, а I_i — входной ток.

9.14. Принцип взаимности для передачи и приема

Рассмотрим в качестве излучателей энергии две антенны, полные сопротивления которых равны Z_1 и Z_2 . Пусть первая антенна используется для излучения, а вторая — для приема. Пусть полное сопротивление генератора, соединенного с первой антенной, равно сопряженной величине Z_1 , так что половина мощности поступает в антенну, где она частично рассеивается и частично излучается. Если U — напряжение, вырабатываемое генератором, то мощность, поступающая в антенну, равна

$$P_1 = \frac{1}{2} R_1 \frac{UU^*}{4R_1^2} = \frac{UU^*}{8R_1}. \quad (101)$$

Если полное сопротивление нагрузки приемной антенны представляет собой сопряженную величину Z_2 , то принимаемая мощность P_2 максимальна. Если проходная проводимость равна Y_{12} , то ток через нагрузку равен $Y_{12}U$, а мощность, поглощенная нагрузкой, равна

$$P_2 = \frac{1}{2} R_2 |Y_{12}U|^2 = \frac{1}{2} R_2 Y_{12} Y_{12}^* UU^*. \quad (102)$$

Отношение мощностей, определяемых уравнениями (102) и (101), равно

$$\frac{P_2}{P_1} = 4R_1 R_2 Y_{12} Y_{12}^*. \quad (103)$$

Правая часть этого уравнения является симметричной функцией. Было уже доказано, что при сформулированных выше условиях передача мощности одинакова безотносительно к направлению передачи.

9.15. Принцип взаимности для диаграммы направленности

Диаграмма направленности данной антенны одинакова при использовании антенны как для излучения, так и для приема. Это является непосредственным следствием теоремы, рассмотренной в предыдущем разделе. Кроме данной антенны, рассмотрим в качестве антенны элемент тока. Если элемент тока находится на поверхности большой сферы, центрированной с данной антенной, и ориентирован всегда на прием максимальной мощности, то принимаемая мощность пропорциональна интенсивности излучения Φ . Если теперь элемент тока излучает мощность, равную ранее излученной данной антенной, то последняя будет принимать из каждого направления мощность, равную ранее принятой элементом и, следовательно, пропорциональную Φ . Следует помнить, что распределение тока в приемных и передающих антеннах обычно отличаются и поэтому диаграмма вторичного излучения приемной антенны отлична от ее диаграммы излучения при работе в качестве передающей.

9.16. Задачи

9.4.1. Определить нули и полюсы передающей линии длиной l с потерями, короткозамкнутой на дальнем конце.

О т в е т. Существует один нуль в $p_0 = -R/L$. Остальные нули определяются выражением

$$p_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \pm \left[\frac{1}{4} \left(\frac{R}{L} - \frac{G}{C} \right)^2 - \frac{k_n^2}{LCl^2} \right]^{1/2} \right),$$

где $k_n = n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Полюсы определяются той же формулой при $k_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi$.

Примечание. Если линия однородная то $RC = GL$, и нули и полюсы распределяются равномерно на прямой линии, параллельной мнимой оси.

9.4.2. Определить нули и полюсы передающей линии длиной l с потерями, разомкнутой на дальнем конце.

О т в е т. Один полюс находится в $p_0 = -G/C$. Остальные полюсы определяются формулой предыдущей задачи при $k_n = n\pi$. Нули определяются той же формулой при $k_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi$.

9.8.1. Определить относительные напряжения, которые необходимо приложить к паре вибраторов, образующих продольную антенну, излучающую вдоль своей оси. Пусть расстояние между антеннами равно $\lambda/4$.

О т в е т. Напряжение, приложенное к одной антенне (в направлении оси главного излучения) должно быть в $j(Z_{11} + jZ_{12})/(Z_{11} - jZ_{12})$ раз больше напряжения, приложенного к другой антенне.

9.8.2. Определить относительные напряжения, которые необходимо приложить к различным антеннам, состоящим из решетки из трех элементов, из-

лучающих вдоль своей оси, расположенных на расстоянии четверти длины волны друг от друга.

О т в е т В направлении, оси решетки напряжения должны быть пропорциональны $(Z_{11} - Z_{13}) - jZ_{12}; -jZ_{11} - (Z_{11} - Z_{13}) - jZ_{12}$.

9. 8. 3. Определить относительные напряжения, которые необходимо приложить к различным антеннам в трехэлементной синфазной решетке.

О т в е т. Напряжения, приложенные к антеннам на концах, должны быть в $(Z_{11} + Z_{12} + Z_{13})(Z_{11} + 2Z_{12})$ раз больше напряжения, приложенного к средней антенне.

9. 8. 4. Вывести следующую формулу:

$$|Z_{12}| = (D_1 D_2 R_{i,1} R_{i,2})^{1/2} \frac{\lambda}{2\pi r}$$

для величины взаимного полного сопротивления двух антенн, расположенных на расстоянии r друг от друга. Считать, что приемная антенна с целью получения максимальной мощности оканчивается сопротивлением, равным мнимой части ее полного сопротивления.

9. 13. 1. Вывести следующую формулу передачи для двух параллельных вибраторных антенн в среде с потерями, считая, что антенны имеют общую экваториальную плоскость

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_1} &= \frac{\omega^2 \mu^2 e^{-2\alpha r}}{64\pi^2 R_{i,1} R_{i,2} r^2} \left| \frac{\int_{-l_1}^{l_1} I_1(z) dz}{I_{i,1}} \right|^2 \left| \frac{\int_{-l_2}^{l_2} I_2(z) dz}{I_{i,2}} \right|^2 = \\ &= \frac{900\pi^2 \mu_r^2 e^{-2\alpha r}}{R_{i,1} R_{i,2} \lambda_{\text{возд}}^2 r^2} \left| \frac{\int_{-l_1}^{l_1} I_1(z) dz \int_{-l_2}^{l_2} I_2(z) dz}{I_{i,1} I_{i,2}} \right|^2, \end{aligned}$$

где P_1 — мощность, поступающая к зажимам первой антенны,

P_2 — максимальная мощность, принимаемая второй антенной,

$R_{i,1}, R_{i,2}$ — входные сопротивления антенн,

$I_1(z), I_2(z)$ — токи в антеннах, когда они используются как передающие антенны,

$2l_1, 2l_2$ — длины антенн,

α — внутренняя постоянная затухания среды,

r — расстояние между антеннами.

9. 13. 2. Показать, что формула в предыдущей задаче эквивалентна выражению

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{225\pi^2 \mu r^2 e^{-2\alpha r}}{\lambda_{\text{возд}}^2 r^2 \hat{P}_1 \hat{P}_2} \left| \int_{-l_1}^{l_1} I_1(z) dz \int_{-l_2}^{l_2} I_2(z) dz \right|^2,$$

где $\hat{P}_1$ и $\hat{P}_2$ — мощности излучения, обусловленные токами $I_1(z)$ и $I_2(z)$.

9. 13. 3. Вывести следующую формулу передачи для двух малых копланарных рамок:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\omega^2 \mu^2 |\gamma|^4 S_1^2 S_2^2 e^{-2\alpha r}}{64\pi^2 r^2 R_1 R_2} = \frac{900\pi^2 \mu_r^2 S_1^2 S_2^2 |\gamma|^4 e^{-2\alpha r}}{R_1 R_2 \lambda_{\text{возд}}^2 r^2},$$

где S_1 и S_2 — площади рамок.

9. 14 1. Эффективная длина прямой линейной передающей антенны определяется как ее момент тока, деленный на входной ток; при этом момент тока определяется как сумма моментов элементов тока. Эффективная длина прямой

линейной приемной антенны определяется как напряжение, наведенное между разомкнутыми зажимами антенны, деленное на напряженность электрического поля, когда последняя параллельна антенне. Доказать, что эти эффективные длины равны между собой.

9. 14. 2. Понятия предыдущей задачи могут быть обобщены следующим образом. Возьмем какую-либо антенну и точку A на ней или в ее окрестности. Возьмем другую точку B , удаленную настолько, что выбор A имеет пренебрежимо малое влияние на направление B . Выберем некоторое направление BC , перпендикулярное к AB . Эффективная длина антенны, работающей на передачу, относительно двух направлений AB и BC может быть определена как длина однородной трубки тока, параллельной BC и несущей ток, равный входному току данной антенны, если трубка тока создает ту же самую напряженность электрического поля вдоль BC , что и данная антенна.

Эффективная длина антенны при работе на прием для волны в направлении BA , напряженность электрического поля которой параллельна BC , может быть определена как напряжение, наведенное на разомкнутых зажимах антенны, деленное на напряженность поля падающей волны. Доказать, что эти эффективные длины антенны равны между собой.

9. 14. 3. Доказать, что если антенна излучает волны, линейно поляризованные на больших расстояниях, и если s — ее эффективная длина, то

$$A_{\text{эфф}} = \frac{\rho |s|^2}{4R_i}, \quad D = \frac{\pi \rho |s|^2}{R_i \lambda^2},$$

где R_i — входное сопротивление антенны.

ГЛАВА 10

АНТЕННЫ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ

10.1. Общие сведения об антеннах малых размеров

Электрические свойства антенны зависят от ее размеров по отношению к рабочей длине волны. В связи с этим говорят, что антенна имеет малые размеры, если ее наибольший размер, измеренный по расстоянию от входных зажимов, не превышает одну восьмую часть длины волны. Антенны малых размеров могут оказаться большими в обычном физическом понимании. Если частота равна 60 000 *гц*, то $\lambda = 5\,000$ м, и любая практическая антенна будет по нашему определению малой. В большинстве случаев у малых антенн один размер настолько больше остальных, что малые антенны могут быть названы короткими антеннами. В широкополосном частотном диапазоне антенны могут быть сравнимы по длине с $\lambda/4$ и даже с $\lambda/2$. Из-за ограниченности места и из-за больших расходов, связанных с конструкцией таких антенн, только передающие антенны делают больших размеров¹. При работе на более коротких волнах антенны приходится делать короткими из-за недостатка места (корабельные или самолетные антенны).

Антеннам малых размеров посвящена отдельная глава по двум причинам: во-первых, в некоторых отношениях антенны малых размеров значительно проще больших антенн и их теория может служить хорошим введением в общую теорию антенн. Во-вторых, с антеннами малых размеров связаны свои специфические трудности.

10.2. Полное сопротивление антенны

В пределе при уменьшении частоты вибраторная антенна представляет собою конденсатор, а рамочная антенна — катушку индуктивности. Остальные члены выражений для полных сопротивлений антенн (уравнения 9.69 и 9.73) пренебрежимо малы. При увеличении частоты эти члены начинают приобретать

¹ Даже широкополосные антенны являются иногда короткими. Экспериментальное исследование таких антенн см. К. Смит и Е. Джонсон. Характеристики коротких антенн, IRE, Прос., 35, октябрь 1947, стр. 1026—1038.

большее значение. Таким образом, для вибраторной антенны имеем

$$Z_{\text{ант}} = \frac{1}{j\omega C_{\text{ант}}} + R + j\omega L_{\text{ант}} - A\omega^2 + \dots \quad (1)$$

В разделе 9.6 было показано, что $R = 0$ для идеально проводящей антенны в среде без потерь и что действительный член $A\omega^2$ представляет собой сопротивление излучения. Первые три коэффициента $C_{\text{ант}}$, $L_{\text{ант}}$, A можно в определенных случаях вычислить без вывода полного выражения для $Z_{\text{ант}}$. Так как они не зависят от частоты, то их можно получить, считая частоту исчезающе малой. Как будет показано в следующем разделе, емкость антенны $C_{\text{ант}}$ определяется с помощью решения электростатической задачи. Индуктивность антенны можно определить из этого решения, если условно считать напряжение пропорциональным времени, что соответствует постоянному зарядному току. Отсюда можно вычислить запасенную магнитную энергию $\mathcal{E}_m$ и из нее определить индуктивность

$$L_{\text{ант}} = \frac{2\mathcal{E}_m}{I_{\text{вх}}^2}, \quad (2)$$

где $I_{\text{вх}}$ — входной ток. Третий коэффициент определяется путем расчета мощности излучения в предположении, что ток изменяется бесконечно медленно.

Таким образом, с точки зрения электрических свойств короткие антенны представляют собой принципиально простые электрические цепи, сопротивление которых зависит от рабочей частоты.

Разложение сопротивления антенны в ряд (уравнение 1) справедливо также для идеально проводящих антенн, но интервал сходимости ряда в этом случае меньше, и нельзя при этом утверждать, что $A\omega^2$ представляет собой сопротивление излучения, так как существуют другие члены, пропорциональные ω^2 , обусловленные поверхностным эффектом антенны. В этом случае предпочтительно выделить члены ряда, зависящие от внутреннего сопротивления прозода, и объединить их в общий член R , увеличив радиус сходимости остальной части ряда. Аналогично, можно объединить члены, выражающие собой сопротивление земли, электрические потери и т. п., превращая тем самым этот член в сложную функцию частоты, но сохраняя простоту остальной части ряда.

10.3. Емкость антенны

На больших расстояниях от входных зажимов по сравнению с поперечными размерами антенны емкость на единицу длины

для основных волн определяется уравнением 4-36. В этом случае r почти равно z (рис. 10.1) и можно написать

$$C(z) = \frac{\pi\epsilon}{\ln(2z/\rho)}, \quad (3)$$

где радиус антенны ρ может быть функцией z . Для антенн, состоящих из отдельных проводов, образующих „решетчатую“ конструкцию, эффективный радиус может быть определен из размеров решетки и проводов (уравнение 4-44). Аналогичные формулы можно вывести для плоских полос, стержней с квадратным поперечным сечением и т. п. Во всех этих случаях емкость на единицу длины можно выразить в виде уравнения (3), где ρ — соответствующий эффективный радиус.

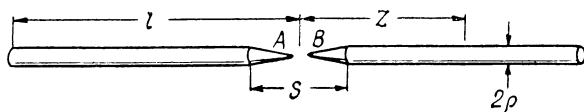


Рис. 10.1. Вибраторная антенна.

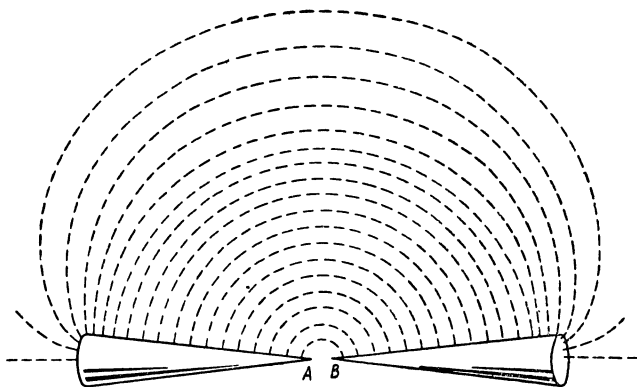


Рис. 10.2. Биконическая антенна.

Емкость, определяемая уравнением (3), соответствует основным волнам, в которых электрические силовые линии представляют собой окружности (или почти окружности) между ветвями антенны. Это условие имеет место, если ветви антенны бесконечно длинные. В антенне конечных размеров оно существует только на достаточно большом расстоянии от внешних концов, т. е. там, где концевой эффект пренебрежимо мал. Вблизи концов электрические линии выступают наружу, как показано на рис. 10.2. Предположим, что антенна является частью бесконечно длинной антенны (рис. 10.3). Ветви антенны имеют противоположные заряды. Положительный заряд на FH отталкивает положительный заряд в D . Если удалить FH , то отталкивание прекращается. Но силы отталкивания слева от D будут перемещать некоторый

заряд ближе к концу D . Следовательно, при одной и той же разности потенциалов вблизи концов отрезка провода сосредоточится больший заряд на единицу длины, чем если бы провод в этих местах не обрывался. Таким образом концевой эффект увеличивает емкость.

Концевой эффект обычно проявляется слабо. Для биконической антенны (рис. 10.2) например общая емкость антенны, определяемая уравнением (3), составляет

$$C_{\text{ант}} = Cl = \frac{\pi \epsilon l}{\ln(2l/a)}, \quad (4)$$

где l — длина одной ветви, a — максимальный радиус провода. Концевой эффект можно определить из следующего выражения для полного заряда¹ на единицу длины тонкого конуса, которое приводится здесь без вывода:

$$q(z) = \frac{\pi \epsilon U}{\ln(2l/a)} + \frac{\pi \epsilon U}{2[\ln(2l/a)]^2} \ln \frac{l+z}{l-z}, \quad (5)$$

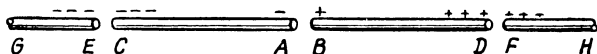


Рис. 10.3. Вибраторная антенна, вырезанная из бесконечно длинного провода.

где U — напряжение между ветвями. Интегрируя это выражение относительно z , найдем

$$C_{\text{ант}} = \frac{\pi \epsilon l}{\ln(2l/a)} + \frac{\pi \epsilon l \ln 2}{[\ln(2l/a)]^2} \approx \frac{\pi \epsilon l}{\ln(2l/a) - \ln 2}. \quad (6)$$

Для получения этого выражения интегрировался только заряд по боковой поверхности конуса. Если включить в формулу интеграл заряда на торцевой поверхности, то получим полное выражение для общей емкости биконической антенны

$$C_{\text{ант}} = \frac{\pi \epsilon l}{\ln(2l/a) - \ln 2} + 2\epsilon a. \quad (7)$$

Необходимо заметить, что плотность заряда бесконечна на концах $z = \pm l$ и имеет большое значение только в непосредственной близости от них. Например, оба члена в уравнении (5) равны между собой для значения расстояния от конца $l - z$, приблизительно равного $l - z = a^2/2l = (a/2l)a$, что составляет исключительно малую долю радиуса.

В разделах 10.7 и 10.8 будут показаны два метода расчета емкости антенны. Любым из этих методов можно получить следующее выражение для емкости тонкой антенны, форма которой

¹ Т. е. заряда, связанного с основным и высшим типами распределения тока.

за входными коническими концами, простирающимися от $z = -\frac{1}{2}s$ до $z = \frac{1}{2}s$, является произвольной¹.

$$C_{\text{ант}} = \frac{\pi\epsilon \left(l - \frac{1}{2}s\right)}{\ln(2l/a_{1m}) - 1 - \ln 2 + f(s, l)} + \frac{\pi\epsilon s}{2 \ln \left[2s/\rho \left(\frac{1}{2}s\right)\right]} + 2\epsilon\rho(l), \quad (8)$$

где $\rho(s/2)$ и $\rho(l)$ — радиусы в точках, $z = s/2$ и $z = l$, a_{1m} — логарифмическое среднее значение радиуса, определяемое выражением

$$\ln a_{1m} = \left(l - \frac{1}{2}s\right)^{-1} \int_{s/2}^l \ln \rho(z) dr. \quad (9)$$

Функция $f(s, l)$ представляет собой поправочный член, который определяется с помощью одного из указанных методов (см. уравнение 38) и равен

$$f(s, l) \approx \frac{s}{2l-s} \ln \frac{2l}{s}. \quad (10)$$

С помощью второго метода (см. уравнения 49 и 54), найдем

$$f(s, l) = \frac{s}{2l-s} \left[\ln \frac{2l}{s} - 2 \ln 2 \right]. \quad (10')$$

Коэффициент $s/2l$ определяет порядок величины $f(s, l)$.

Для цилиндрической антенны приведенный выше средний радиус равен фактическому радиусу. Второй член в уравнении (8) представляет собой приблизительную величину емкости конических входных концов. При другой форме концов она должна быть заменена величиной, соответствующей емкости входной области. Последний член представляет собой емкость между плоскими наружными концами антенны. Если концы закруглены и близки к полусфере, то вместо коэффициента 2 нужно поставить π .

При стремлении логарифмического среднего значения радиуса антенны к нулю и при постоянстве отношения s/a_{1m} емкость антенны асимптотически стремится к следующему пределу:

$$C_{\text{ант}} = \frac{\pi l}{\ln(2l/a_{1m}) - 1 - \ln 2}. \quad (11)$$

Длина входной области в это выражение не входит. Для практических размеров влияние s обычно мало, хотя и можно представить себе размеры, для которых влияние его будет исключительно большим².

¹ Считая, что s , по крайней мере, равно диаметру в точке $z = \frac{1}{2}s$, желательно, чтобы s было немного больше.

² См. раздел 12.10.

Емкость вертикальной антенны, расположенной над идеально проводящей землей (рис. 10.4), вдвое больше емкости, определяемой приведенными выше уравнениями.

В следующих разделах будет показано, что емкость играет роль в определении распределения тока и мощности излучения в антеннах малых размеров. В разделах 10.7 и 10.8 будут показаны два метода определения емкости. Часто, однако, для дополнительных расчетов может потребоваться проведение экспериментов на моделях.

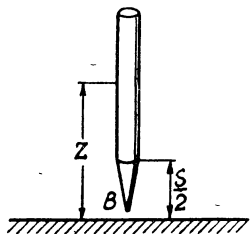


Рис. 10.4. Вертикальная антенна.

10.4. Ток в антенне

Для расчета индуктивности и сопротивления излучения необходимо знать ток в антенне. Если $q(z)$ — заряд на единицу длины, то заряд на элементе Δz равен $q(z) \Delta z$. Скорость изменения этого заряда должна быть равна разности между входящим в элемент $I(z)$ и выходящим из него током $I(z + \Delta z)$. Таким образом,

$$\frac{\partial q}{\partial t} \Delta z = I(z) - I(z + \Delta z).$$

Деля на Δz и переходя к пределу, получаем

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{\partial q}{\partial t}, \quad \frac{dI}{dz} = -j\omega q. \quad (12)$$

Интегрируя от $z = z$ до $z = l$, имеем

$$I(l) - I(z) = -j\omega \int_z^l q(z) dz,$$

или

$$I(z) = I(l) + j\omega \int_z^l q(z) dz. \quad (13)$$

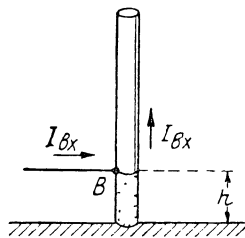


Рис. 10.5. Антенна с изолирующим основанием.

Было уже показано, что третий и четвертый коэффициенты в уравнении (1) можно определить, если принять, что ω стремится к нулю. С этой точки зрения можно считать, что $q(z)$ в приведенном выше уравнении представляет собою статическое распределение заряда.

Входной ток равен

$$I_{\text{вх}} = I(l) + j\omega \int_h^l q(z) dz, \quad (14)$$

если считать, что антенна начинается в точке $z = h$ (рис. 10.5).

Изолирующее основание антенны более удобно рассматривать как часть фидерной системы, чем как часть самой антенны. Полное сопротивление между точкой B и землей равно сопротивлению параллельно соединенных полного сопротивления антенны и полного сопротивления изолирующего основания. С целью математического упрощения иногда желательно положить $h = 0$ и считать, что антенна представляет собой конус, как показано на рис. 10.4.

Если форма антенны такова, что $I(l) = 0$, а заряд на единицу длины постоянен, $q(z) = q_0$, то имеем

$$I(z) = j\omega q_0 \int_z^l dz = j\omega q_0 (l - z). \quad (15)$$

Ниже в этой главе будет дан расчет антенны подобной конфигурации¹ для случая, когда входные зажимы расположены бесконечно близко друг к другу. Тогда

$$I(z) = I(0) \left(1 - \frac{z}{l}\right), \quad I(0) = j\omega q_0 l = j\omega C_{\text{ант}} U \quad (16)$$

и распределение тока является точно линейным.

Для других конфигураций антенн уравнение (16) представляет асимптотическое распределение тока при стремлении к нулю радиуса антенны. Для любой реальной антенны, независимо от малости ее диаметра, имеется существенное отклонение от этой простейшей формы. Для биконической антенны, например, найдем из уравнений (5) и (13)

$$I(z) = \frac{j\omega\pi\epsilon Ul}{\ln(2l/a)} \left(1 - \frac{z}{l}\right) + \frac{j\omega\pi\epsilon Ul}{2[\ln(2l/a)]^2} \left[2\ln \frac{2l}{l+z} + \left(1 - \frac{z}{l}\right) \ln \frac{l+z}{l-z}\right] + I(l). \quad (17)$$

10.5. Сопротивление излучения и эффективная длина антенны малых размеров

В антенне малых размеров все элементы тока расположены так близко между собой, что коэффициент влияния K_{12} в уравнении 5-84 существенно постоянен,

$$K_{12} = 80\pi^2. \quad (18)$$

Так как все элементы тока имеют одну и ту же фазу, то $\cos \vartheta_{mn} = 0$, и уравнение 5-84 принимает вид

$$P = \frac{40\pi^2}{\lambda^2} \int_{-l}^l \int_{-l}^l |I(z_1)| |I(z_2)| dz_1 dz_2 = \frac{40\pi^2}{\lambda^2} \left[\int_{-l}^l |I(z)| dz \right]^2. \quad (19)$$

¹ Показанной на рис. 10.9.

Величина в скобках представляет собой величину момента тока. Эффективную длину антенны $2l_{\text{эфф}}$ будем определять как длину элемента с током, равным входному току и имеющим такой же момент, что и ток в реальной антенне, а именно:

$$2l_{\text{эфф}} I_{\text{вх}} = \int_{-l}^l I(z) dz, \quad 2l_{\text{эфф}} = \frac{1}{I_{\text{вх}}} \int_{-l}^l I(z) dz,$$

$$l_{\text{эфф}} = \frac{1}{I_{\text{вх}}} \int_0^l I(z) dz. \quad (20)$$

Подставляя эту эффективную длину¹ в уравнение (19), получаем

$$P = 40\pi^2 \left(\frac{2l_{\text{эфф}}}{\lambda} \right)^2 |I_{\text{вх}}|^2. \quad (21)$$

С другой стороны, если $R_{\text{вх}}$ — входное сопротивление, то

$$P = \frac{1}{2} R_{\text{вх}} |I_{\text{вх}}|^2. \quad (22)$$

Из этих двух уравнений для короткой антенны в свободном пространстве имеем

$$R_{\text{вх}} = 80\pi^2 \left(\frac{2l_{\text{эфф}}}{\lambda} \right)^2. \quad (23)$$

Для вертикальной антенны длиной l , расположенной над идеальной землей (рис. 10.4), входное сопротивление равно половине указанной выше величины (см. раздел 4-18).

$$R_{\text{вх}} = 160\pi^2 \left(\frac{l_{\text{эфф}}}{\lambda} \right)^2. \quad (24)$$

При линейном распределении тока (уравнение 16) $l_{\text{эфф}} = \frac{1}{2}l$ и приведенные выше уравнения принимают вид:

$$R_{\text{вх}} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \text{ в свободном пространстве} \quad (25)$$

$$R_{\text{вх}} = 40\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \text{ над идеальной землей.}$$

Необходимо помнить, что в первом уравнении l — длина одной ветви антенны, а во втором — общая длина антенны. При одинаковой общей длине входное сопротивление антенны непосредственно над землей вдвое больше входного сопротивления той же антенны в свободном пространстве.

¹ Иногда вместо эффективной длины антенны употребляется термин действующая высота антенны h_e , определяемая аналогично. [Прим. ред.].

Эффективную длину антенны удобнее выразить через распределенную емкость антенны. Для этого возьмем интеграл по частям $I_{эфф}$ (уравнение 20).

$$\begin{aligned} I_{эфф} &= \frac{zI(z)}{I_{вх}} \Big|_0^l - \frac{1}{I_{вх}} \int_0^l z \frac{dI}{dz} dz = \\ &= \frac{Il(l)}{I_{вх}} - \frac{1}{I_{вх}} \int_0^l z \frac{dI}{dz} dz. \end{aligned} \quad (26)$$

Так как

$$\begin{aligned} I_{вх} &= j\omega C_{ант} U, \quad I(l) = j\omega C_{емк} U, \\ \frac{dI}{dz} &= -j\omega q = -j\omega C(z) U, \end{aligned} \quad (27)$$

то уравнение (26) принимает вид

$$I_{эфф} = \frac{lC_{емк} + \int_0^l zC(z) dz}{C_{ант}} = \frac{lC_{емк} + \int_0^l zC(z) dz}{C_{емк} + \int_0^l C(z) dz}. \quad (28)$$

По аналогии с обычным определением центра тяжести можно представить $I_{эфф}$ как высоту „центра емкости“.

Вместо распределения массы в этом случае имеется распределение емкости. Уравнение (28) становится почти очевидным, если вместо разбивки его на элементы тока в антенне с помощью горизонтальных сечений разобьем его на вертикальные трубки неравной длины, но с однородным распределением тока. В течение времени заряда на каждом элементе заряд на единицу напряжения $C(z)dz$ как бы поднимается до высоты z . Следовательно, мы имеем однородную трубку тока с моментом, пропорциональным $zC(z)dz$. Числитель в уравнении (28), таким образом, пропорционален суммарному моменту, а знаменатель — входному току.

Понятие «эффективной длины» или «действующей высоты» является очень полезным при рассмотрении вопросов длинноволновой радиосвязи. Оно позволяет быстро оценить эффективность антенны с точки зрения создания поля в дальней зоне. Оно подчеркивает важность наличия емкостной нагрузки на верхнем конце антенны (рис. 10.6), так как благодаря этому поднимается «центр емкости» и увеличивается действующая высота антенны.

На рис. 10.7 представлено сопротивление излучения коротких цилиндрических антенн. Кривые даны для предельного случая бесконечно тонкой антенны, или для антенн конечного радиуса, конфигурация которых обеспечивает линейное распределение тока в антенне.

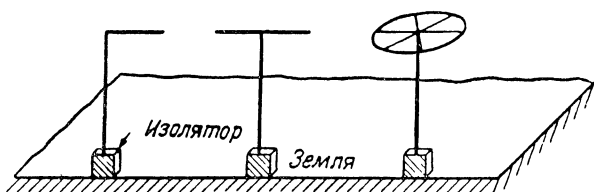


Рис. 10.6. Виды емкостной нагрузки наверху антенны.

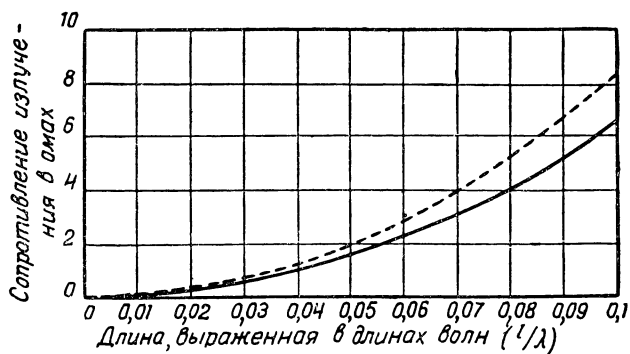


Рис. 10.7. Сопротивление излучения короткой антенны.

Пунктирная кривая представляет сопротивление излучения бесконечно тонкой антенны.

Сплошная кривая дана для антенны малого, но конечного радиуса.

Расхождение зависит от $\ln(2l/a)$.

10.6. Индуктивность антенны

Для основных волн индуктивность на единицу длины равна

$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2z}{a}. \quad (29)$$

Запасенная магнитная энергия равна

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} L_{\text{ант}} |I_{\text{вх}}|^2 = \frac{1}{2} \int_0^l L(z) |I(z)|^2 dz: \quad (30)$$

поэтому

$$L_{\text{ант}} = \frac{1}{|I_{\text{вх}}|^2} \int_0^l L(z) |I(z)|^2 dz. \quad (31)$$

Ввиду того, что ток вблизи концов мал, концевым эффектом можно пренебречь.

Пользуясь линейным распределением тока, определяемым уравнением (16), можно найти следующее приближенное выражение для индуктивности коротких цилиндрических антенн в свободном пространстве:

$$L_{\text{ант}} = \frac{\mu}{\pi} \int_0^l \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2 \ln \frac{2z}{a} dz = \frac{\mu l}{3\pi} \left(\ln \frac{2l}{a} - \frac{11}{6} \right). \quad (32)$$

10.7. Расчет емкости антенны

Один из методов определения емкости антенны основан на представлении поля в виде основных волн и волн высших порядков (или дополнительных). С помощью этого метода легко определить основную часть емкости антенны, так как ее можно определить только из основной волны. Определение концевого эффекта, зависящего от волн высших порядков, не представляет затруднений, но требует знания функций Лежандра дробных порядков. Так как концевой эффект, вообще говоря, мал, то подробности его расчета не рассматриваются.

Емкость на единицу длины, связанная с основной волной, определяется уравнением (3) при условии, что $2z$ имеет достаточно большое значение по сравнению с ρ . Главная часть емкости антенны тогда равна

$$C_{\text{гл}} = \int_{s/2}^l C(z) dz. \quad (33)$$

Для оценки этого интеграла напишем

$$\frac{2z}{\rho} = \frac{2l}{a_{1m}} \frac{z}{l} \frac{a_{1m}}{\rho}, \quad (34)$$

где a_{1m} — некоторая постоянная, пока еще не определенная. Напишем

$$\frac{1}{\ln(2z/\rho)} = \frac{1}{u + v + \omega}, \quad u = \ln \frac{2l}{a_{1m}}, \quad v = \ln \frac{z}{l}, \quad \omega = \ln \frac{a_{1m}}{\rho}. \quad (35)$$

При стремлении a_{1m} к нулю u стремится к бесконечности, при этом v и w остаются, вообще говоря, конечными. Разложим уравнение 35 по обратным степеням u

$$\frac{1}{\ln(2z/\rho)} = \frac{1}{u} \left(1 + \frac{v+\omega}{u} \right)^{-1} = \frac{1}{u} - \frac{v+\omega}{u^2} + \frac{(v+\omega)^2}{u^3} + \dots \quad (36)$$

и воспользуемся только первыми двумя членами в интеграле для $C_{г.л}$ (уравнение 33).

Таким образом,

$$C_{г.л} = \pi\epsilon \left[\left(l - \frac{1}{2}s \right) u^{-1} - u^{-2} \int_{s/2}^l \ln \frac{z}{l} dz - \right. \\ \left. - u^{-2} \int_{s/2}^l \ln \frac{a_{1m}}{\rho} dz \right]. \quad (37)$$

Определим теперь a_{1m} так, чтобы последний член был равен нулю. Как видно, a_{1m} представляет собой логарифмическое среднее значение радиуса, определяемое уравнением (9). Оценивая остальные члены, найдем

$$C_{г.л} = \frac{\pi\epsilon (l - 1/2s)}{u} \left[1 + \frac{1}{u} - \frac{s \ln(2l/s)}{u(2l-s)} \right] \approx \frac{\pi\epsilon (l - 1/2s)}{u \left[1 - \frac{1}{u} + \frac{s \ln(2l/s)}{u(2l-s)} \right]} = \\ = \frac{\pi\epsilon (l - 1/2s)}{u - 1 + \frac{s}{2l-s} \ln \frac{2l}{s}}. \quad (38)$$

Это дает первый член уравнения (8) без слагаемого в знаменателе, представляющего концевой эффект. В первом приближении концевой эффект не зависит от конфигурации антенны и может быть поэтому определен из второго члена уравнения (5) для конической антенны, как показано в уравнении (6).

10.8. Другой метод расчета емкости антенны

Метод, приведенный в предыдущем разделе, является простым, но применение его ограничивается расчетом емкости для тонких антенн любой конфигурации и толстых антенн определенной конфигурации. Другой, давно известный и более общий метод расчета емкости антенны основан на определении потенциала в точке P^1

$$U = \iint \frac{QdS}{4\pi\epsilon r_{12}}, \quad (39)$$

где r_{12} — расстояние между точкой P и выбранной точкой на антенне, в которой поверхностная плотность заряда равна Q . Так как распределение тока на каждой ветви антенны является

¹ Поскольку размеры антенны малы по сравнению с длиной волны, то напряжение в степени можно определять через статический потенциал. [Прим. ред.]

эквипотенциальным, то необходимо решить следующую систему интегральных уравнений первого рода:

$$\int_{(s_1)} \int \frac{QdS}{4\pi\epsilon r_{12}} = U_1; \quad \int_{(s_2)} \int \frac{QdS}{4\pi\epsilon r_{12}} = U_2, \quad (40)$$

где U_1 и U_2 — потенциалы антенных ветвей. Имеется дополнительное условие, обуславливающее равенство величины и противоположность знаков общих зарядов на этих плечах,

$$\int_{(s_2)} \int QdS = - \int_{(s_1)} \int QdS. \quad (41)$$

После решения этих уравнений емкость можно найти из выражения

$$C_{\text{ант}} = \frac{\int_{(s_1)} \int QdS}{U_1 - U_2}. \quad (42)$$

Это уравнение определяет суммарную емкость антенны без разделения на части, связанные с основными волнами и волнами высших типов.

Уравнение (39) приводит к довольно простому методу расчета емкости антенны. Начнем с предположения, что плотность заряда постоянна, так что Q можно вынести за знак интеграла. Затем вычисляем потенциал на поверхности каждого проводника и, наконец, определяем средний потенциал каждого проводника. Далее, считаем, что этот средний потенциал приблизительно равен действительному потенциалу, когда равномерно распределенный заряд имеет возможность перераспределяться таким образом, что первоначальные разности потенциалов между различными точками на каждом проводнике стремятся к нулю. Таким образом, считаем, что U_1 и U_2 в уравнении (42) являются средними потенциалами антенных ветвей. Этим методом расчета емкости антенны пользовались еще в 1914 г. Он исключал необходимость проведения экспериментальных исследований на моделях¹. Значение определенной таким образом емкости всегда (как показал Максвелл) оказывалось немного меньшим точного ее значения. Максвелл также предложил метод определения верхнего предела емкости и метод получения приближений высшего порядка. Даже приближения первого порядка, полученные этими методами, являются вполне удовлетворительными, так как можно показать, что в принятом распределении заряда ошибки первого порядка ведут лишь к ошибкам второго порядка в определении емкости.

Если антенна представляет собою поверхность вращения, то

¹ Метод расчета емкости, разработанный Хоу, а также метод, предложенный М. В. Шулейкиным, можно найти в книге А. А. Пистолькорса „Антенны“, Связьиздат, 1944 г. См. так же Фельд Я. Н. О расчете статической емкости антенн, ЖТФ, XIII, 11—12, 1943. [Прим. ред.].

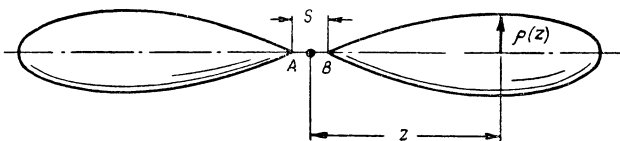


Рис. 10.8. Антенна в виде поверхности вращения.

r_{12} в уравнении (39) удобно выразить в цилиндрических координатах, например:

$$r_{12} = [\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2]^{1/2}, \quad (43)$$

где (ρ, φ, z) и $(\rho'\varphi'z')$ — координаты двух произвольных точек.

В том случае, если каждая ветвь антенны представляет собою сплошной либо полый проводник без отверстий в нем (так как внутренняя часть каждой ветви в этих случаях находится под тем же потенциалом, что и поверхность), можно получить более простые уравнения, чем уравнение (39). Следовательно, для поверхности вращения можно написать

$$\begin{aligned} \int_{s/2}^l \frac{q(z') dz'}{4\pi\epsilon \sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} &= U_1, \\ \int_{-l}^{-s/2} \frac{q(z') dz'}{4\pi\epsilon \sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} &= U_2, \end{aligned} \quad (44)$$

где $q(z')$ — заряд на единицу длины в направлении оси, а z относится к выбранной точке на оси внутри антенны.

При симметричной антенне (рис. 10.8)

$$U_1 = -U_2 = {}^{1/2}U_0, \quad q(-z') = -q(z'),$$

где U_0 — напряжение между ветвями. В этом случае уравнения (44) сводятся к одному интегральному уравнению

$$\begin{aligned} & - \int_{-l}^{-s/2} \frac{q(z') dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} + \\ & + \int_{s/2}^l \frac{q(z') dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} = 2\pi\epsilon U_0 \quad {}^{1/2}s < z < l. \end{aligned} \quad (45)$$

Если радиус антенны мал, то интегральная функция во втором члене имеет большое значение в окрестности $z' = z$, а значение интеграла определяется, главным образом, плотностью заряда в этой точке. Следовательно, в первом приближении можно считать, что $q(z') = q(z)$ и приведенное выше уравнение переписать следующим образом:

$$-q(z) \int_{-l}^{-s/2} \frac{dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} + q(z) \int_{s/2}^l \frac{dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} = 2\pi\epsilon U_0. \quad (46)$$

Отсюда получаем лучшее приближение:

$$q(z) = \frac{2\pi\epsilon U_0}{F(z)}, \quad (47)$$

где

$$F(z) = \int_{s/2}^l \frac{dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}} + \int_{-s/2}^{-l} \frac{dz'}{\sqrt{[\rho(z')]^2 + (z' - z)^2}}. \quad (48)$$

Соответствующее значение емкости на единицу длины равно

$$C(z) = \frac{q(z)}{U_0} = \frac{2\pi\epsilon}{F(z)}. \quad (49)$$

Для получения приближений высшего порядка можно представить уравнение (45) в следующем виде:

$$\begin{aligned} q(z)F(z) &= 2\pi\epsilon U_0 + \int_{s/2}^l \frac{q(z) - q(z')}{\sqrt{\rho^2 + (z' - z)^2}} dz' + \\ &+ \int_{-l}^{-s/2} \frac{q(z') - q(z)}{\sqrt{\rho^2 + (z' - z)^2}} dz'. \end{aligned} \quad (50)$$

Выше при получении приближения мы предположили, что $q(z)$ не зависит от z , поэтому последние члены в уравнении пропадают. Получив первое приближение для $q(z)$, можно подставить его в уравнение и снова вычислить $q(z)$. Повторяя этот процесс, получим ряд последовательных приближений. Для упрощения интегрирования введем среднее значение $F(z)$ в интервале $(1/2s, l)$

$$\bar{F} = \frac{1}{l - 1/2s} \int_{s/2}^l F(z) dz, \quad (51)$$

и напомним уравнение (50) в следующем виде:

$$\begin{aligned} q(z) &= \frac{2\pi\epsilon U_0}{\bar{F}} + \frac{1}{\bar{F}} \int_{s/2}^l \frac{q(z) - q(z')}{\sqrt{\rho^2 + (z' - z)^2}} dz' + \\ &+ \frac{1}{\bar{F}} \int_{-l}^{-s/2} \frac{q(z') - q(z)}{\sqrt{\rho^2 + (z' - z)^2}} dz' + \left[1 - \frac{F(z)}{\bar{F}}\right] q(z). \end{aligned} \quad (52)$$

Каждое последовательное интегрирование в этом случае все более усложняется, и появляется необходимость в численном интегрировании¹. Однако для практических целей обычно оказывается достаточным первое приближение.

¹ Даже в простом случае круглого цилиндра интегрирование представляет длительный процесс. См. Э. Халлен. Решение двух потенциальных задач электростатики. Arkiv for Matematik Astronomi, och Fysik, 21A № 22, Стокгольм, 1929.

Если ветви антенн являются цилиндрическими, то будем считать, что в уравнении (48) ρ постоянно и будем интегрировать, производя подстановку $t = z' - z$.

$$F(z) = \int_{s/2-z}^{l-z} \frac{dt}{\sqrt{\rho^2 + t^2}} - \int_{-l-z}^{-s/2-z} \frac{dt}{\sqrt{\rho^2 + t^2}}. \quad (53)$$

Решение интегралов такого типа было приведено в разделе 8.15. Таким образом, найдем

$$F(z) = \ln \left\{ \frac{[l-z + \sqrt{(l-z)^2 + \rho^2}]}{\rho^2 [l+z + \sqrt{(l+z)^2 + \rho^2}]} \times \right. \\ \left. \times z - \frac{1}{2}s + \sqrt{\left(z - \frac{1}{2}s\right)^2 + \rho^2} \right] \left[z + \frac{1}{2}s + \sqrt{\left(z + \frac{1}{2}s\right)^2 + \rho^2} \right] \right\}. \quad (54)$$

Из этого уравнения, а также из (49) определяем максимальное значение емкости на единицу длины цилиндрической антенны.

В заключение необходимо заметить, что легче решить обратную задачу, в которой задается определенное распределение заряда и определяются потенциал, а затем форма эквипотенциальных поверхностей, соответствующих принятому распределению заряда. Так как любая эквипотенциальная поверхность может быть заменена проводящим экраном без возмущения при этом поля, то мы получаем таким образом конфигурации антенн, для которых распределение заряда и емкость точно известны. Будем считать, например, что равномерно на оси от $z = -l$ до $z = 0$ распределен отрицательный заряд, а на участке от $z = 0$ до $z = l$ распределен равный ему и противоположный заряд. Потенциал этих двух линейных трубок равен

$$U = -\frac{q_0}{4\pi\epsilon} \int_{-l}^0 \frac{dz'}{\sqrt{\rho^2 + (z-z')^2}} + \frac{q_0}{4\pi\epsilon} \int_0^l \frac{dz'}{\sqrt{\rho^2 + (z-z')^2}}. \quad (55)$$

Эти интегралы такого же типа, что и в уравнении (53). Считая $s = 0$ в уравнении (54), найдем

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon} \ln \frac{[l-z + \sqrt{(l-z)^2 + \rho^2}](z + \sqrt{z^2 + \rho^2})}{\rho^2 [l+z + \sqrt{(l+z)^2 + \rho^2}]}. \quad (56)$$

Таким образом, получаем уравнение для эквипотенциальных поверхностей

$$\frac{[l-z + \sqrt{(l-z)^2 + \rho^2}](z + \sqrt{z^2 + \rho^2})}{\rho^2 [l+z + \sqrt{(l+z)^2 + \rho^2}]} = e^{4\pi\epsilon U/q_0}. \quad (57)$$

Пусть $\rho = kz$, где k — постоянная. Тогда для $z > 0$ из уравнения (56) имеем

$$U = \frac{q_0}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1 + \sqrt{1 + k^2}}{k} + \frac{q_0}{4\pi\epsilon} \ln \frac{l-z + \sqrt{(l-z)^2 + k^2 z^2}}{l+z + \sqrt{(l+z)^2 + k^2 z^2}}. \quad (58)$$

При стремлении z к нулю второй член стремится к нулю, а U стремится к постоянному пределу. Следовательно, в окрестности $z = 0$ эквипотенциальные поверхности представляют собою конусы, определяемые равенством $\rho = kz$.

При ρ , малом по сравнению с z и $l - z$, уравнение (57) принимает вид

$$\rho = kz \sqrt{\frac{l-z}{l+z}}, \quad k \approx 2e^{-2\pi\epsilon U/q_0}. \quad (59)$$

Мы получили приближенное уравнение для эквипотенциальных поверхностей в случае, когда k мало по сравнению с единицей. На рис. 10.9 показана структура эквипотенциальных по-

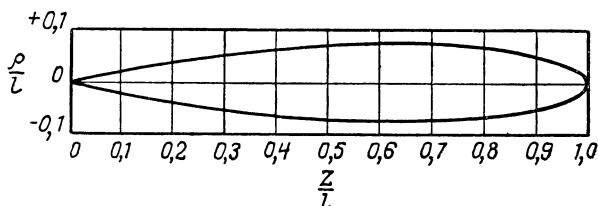


Рис. 10.9. Одно плечо антенны с равномерно распределенной результирующей емкостью, т. е. емкостью, связанной с основными волнами и волнами высшего порядка. Емкость, связанная только с основными волнами, распределяется равномерно на биконических антеннах.

верхностей $k = 1/4$. Уравнение (59) не вполне справедливо в окрестности точки $z = l$. Поверхность, определяемая этим уравнением, пересекает ось z в точке $z = l$, в то время, как точная эквипотенциальная поверхность, определяемая уравнением (57), пересекает ось z в точке $z = l + 0,125k^2l$. Радиус кривизны уточненной поверхности в точке $z = l$ составляет $\rho = 0,25k^2l$. При малых k ρ мало и упрощенное выражение (59) является вполне удовлетворительным.

Заряд на единицу длины антенной ветви, совпадающей с эквипотенциальной поверхностью, можно определить, умножая абсолютное значение $\text{grad } U$ на $2\pi\epsilon$. При малых k заряд на единицу длины приблизительно равен q_0 , за исключением участков в непосредственной близости к внешним концам антенны. На рис. 10.9 показана антенна с равномерно распределенной емкостью. Сопоставим эту антенну с биконической антенной, в которой равномерно распределена только часть общей емкости, связанная с основной волной.

Выше указывалось, что электрический заряд распределяется по проводнику таким образом, что запасенная электрическая энергия является минимальной и, поэтому, емкость $C = q^2/2\mathcal{E}$ максимальна. Следовательно, ошибки первого порядка в заданном распределении заряда обуславливают ошибки второго порядка

в рассчитанной емкости. Вычисления, основанные на этом принципе, являются довольно простыми. Будем считать, что электрический заряд на цилиндрической антенне распределяется равномерно, так что потенциал определяется уравнением (56) при $\rho=a$, где a — радиус антенны. Взяв средний потенциал в одной ветви антенны, получим

$$\begin{aligned}\bar{U} &= \frac{q_0}{2\pi\epsilon l} \int_0^l \ln \frac{2z}{a} dz - \\ &- \frac{q_0}{4\pi\epsilon l} \int_0^l \ln \frac{l+z}{l-z} dz = \\ &= \frac{q_0}{2\pi\epsilon} \left[\ln \frac{2l}{a} - 1 \right] - \frac{q_0}{2\pi\epsilon} \ln 2. \quad (60)\end{aligned}$$

Отсюда получим емкость цилиндрической антенны, что согласуется с уравнением (11).

Для получения второго приближения для плотности заряда на цилиндре заметим, что при постоянной $\rho=a$ потенциал равномерно распределенного аксиального заряда является медленно изменяющейся функцией z на большей части интервала $0 < z < l$. Это означает, что q_0 в уравнении (56) рассматривается как переменная. Поэтому

$$q(z) = 4\pi\epsilon U \left[\ln \frac{[l-z + \sqrt{(l-z)^2 + a^2}](z + \sqrt{z^2 + a^2})}{a^2 [l+z + \sqrt{(l+z)^2 + a^2}]} \right]^{-1}. \quad (61)$$

При $z \gg a$ и $l-z \gg a$

$$q(z) = 4\pi\epsilon U \left(2 \ln \frac{2z}{a} + \ln \frac{l-z}{l+z} \right)^{-1}. \quad (62)$$

Область $-2a < z < 2a$ требует отдельного рассмотрения (см. раздел 12.10).

10.9. Малые рамочные антенны

Поле электрического тока I , протекающего в небольшой рамке (рис. 10.10) площадью S , можно определить, решая уравнения 4-9, 4-10 и 4-11. Так как, однако, поле элемента электрического тока уже было определено, то можно значительно упростить нашу задачу. Так, напряжение, наведенное в рамке элементом тока в точке P_0 , равно:

$$U_{AB} = -j\omega\mu H_z S. \quad (63)$$

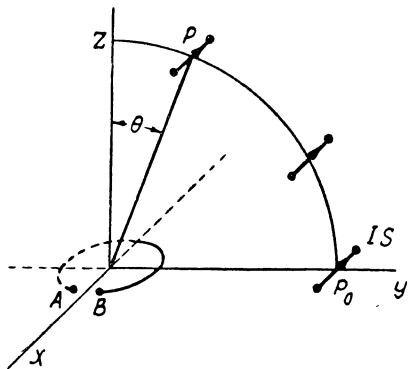


Рис. 10.10. Иллюстрация к расчету поля рамочной антенны.

Так как H_z лежит в экваториальной плоскости элемента, то ее значение найдем, подставив $\theta = \pi/2$ в уравнение 4-81.

Следовательно,

$$U_{AB} = -j\omega\mu \frac{\gamma IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} S. \quad (64)$$

Согласно теореме взаимности такое же напряжение наводится в элементе током рамки I . Выражая его через напряженность электрического поля рамки E_φ , получим

$$U_{AB} = E_\varphi s. \quad (65)$$

Сравнивая это выражение с уравнением (64), определим E_φ в экваториальной плоскости рамки

$$E_\varphi = -\frac{j\omega\mu\gamma IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r}. \quad (66)$$

При любом другом положении P элемента в осевой плоскости рамки выражение для H_z у рамки отличается от уравнения (66) множителем $\sin \theta$. Следовательно, полное выражение для напряженности электрического поля составляет

$$E_\varphi = -\frac{j\omega\mu\gamma IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta. \quad (67)$$

Подставляя в уравнения 4-10 и 4-9, найдем

$$\begin{aligned} H_\theta &= \frac{\gamma^2 IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r} + \frac{1}{\gamma^2 r^2}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta, \\ H_r &= \frac{\gamma IS}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (68)$$

В среде без потерь $\gamma = j\beta$ и

$$\begin{aligned} E_\varphi &= \frac{\rho\beta^2 IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \\ H_\theta &= -\frac{\beta^2 IS}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{\beta^2 r^2}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \\ H_r &= \frac{j\beta IS}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) e^{-j\beta r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (69)$$

Приемные свойства рамки отражены в уравнении (63). Так, если ψ — угол между нормалью к плоскости рамки и напряженностью магнитного поля H_0 , то напряжение, наведенное в рамке, равно

$$|U| = \omega\mu H_0 S \cos \psi = \frac{2\pi\rho H_0 S \cos \psi}{\lambda} = \frac{2\pi E_0 S \cos \psi}{\lambda}. \quad (70)$$

Напряжение, наведенное в катушке, состоящей из n витков, возрастает в n раз.

10.10. Сопротивление излучения небольшой рамки

На больших расстояниях от рамки

$$E_{\varphi} = \frac{\rho \beta^2 I S}{4\pi r} e^{-j\beta r} \sin \theta. \quad (71)$$

Отсюда мощность излучения равна

$$P = \frac{1}{2\rho} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 E_{\varphi} E_{\varphi}^* \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\rho}{12\pi} (\beta^2 S)^2 II^*. \quad (72)$$

Таким образом, сопротивление излучения рамки равно

$$R = \frac{\rho}{6\pi} (\beta^2 S)^2 = 320\pi^4 \frac{S^2}{\lambda^4} \approx 31,000 \frac{S^2}{\lambda^4}. \quad (73)$$

Если рамка имеет n витков, то суммарный ток в контуре равен¹ nI . Следовательно, входное сопротивление рамки, обусловленное излучением, в n^2 раз больше, чем для одиночного витка, считая при этом, что все витки соединены последовательно. Сопротивление излучения не изменится, если витки соединены параллельно.

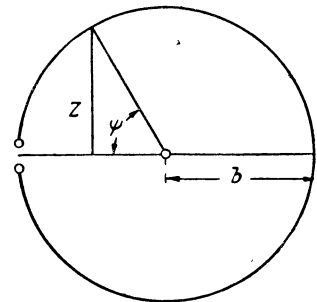


Рис. 10.11. Иллюстрация к расчету индуктивности рамочной антенны.

10.11. Индуктивность небольшой рамки

В небольшой одновитковой рамке ток является существенно равномерным, и приближенную величину индуктивности можно определить, интегрируя уравнение (29). Из рис. 10.11 найдем, что для рамки радиуса b

$$z = b \sin \psi. \quad (74)$$

Отсюда, если радиус провода равен a

$$L_{\text{рамки}} = \frac{\mu b}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \left(\frac{2b}{a} \sin \psi \right) d\psi = \mu b \ln \frac{b}{a}. \quad (75)$$

10.12. Емкость небольшой рамки

Емкость небольшой одновитковой рамки может быть определена с помощью метода, аналогичного применявшемуся в разделе 10.6 для определения индуктивности вибраторной антенны.

¹ При условии, что общая длина провода мала по сравнению с $\lambda/4$. В противном случае, токи в различных витках не будут равны между собой.

Запасенная электрическая энергия может быть выражена уравнением:

$$\mathcal{E}_e = 1/2 C_{\text{рамки}} |U_i|^2 = \frac{1}{2} \int_0^\pi C(z) |U(z)|^2 d(b\psi). \quad (76)$$

Поэтому

$$C_{\text{рамки}} = \frac{\int_0^\pi C(\psi) |U(\psi)|^2 d(b\psi)}{|U_i|^2}. \quad (77)$$

Для напряжения имеем

$$U(\psi) = I \int_\psi^\pi \frac{\mu}{\pi} \left(\ln \frac{2b}{a} + \ln \sin \psi \right) d(b\psi); \quad (78)$$

$$U(\psi) = \frac{\mu b I}{\pi} (\pi - \psi) \ln \frac{2b}{a} + \frac{\mu b I}{\pi} \int_\psi^\pi \ln \sin \phi d\phi. \quad (79)$$

Первый член является линейной функцией ψ , и если пренебречь вторым членом, то уравнение принимает вид

$$\frac{U(\psi)}{U(0)} = 1 - \frac{\psi}{\pi}. \quad (80)$$

Аналогичным образом, если заменить $C(\psi)$ его средним значением по рамке и проинтегрировать уравнение (77), пользуясь уравнением (80), то получим

$$C_{\text{рамки}} = 1/3 C_{\text{ср}} b\pi, \quad (81)$$

где $C_{\text{ср}}$ — среднее значение емкости между двумя половинами рамки, приходящееся на единицу длины вдоль контура рамки. Так как $C(\psi)$ является медленно изменяющейся функцией, то ее среднее значение приблизительно равно обратной величине среднего значения обратной функции.

Последнюю легко определить (см. уравнение 75). Итак,

$$C_{\text{ср}} = \frac{\pi\epsilon}{\ln(b/a)}. \quad (82)$$

Обращаясь к уравнению (79), заметим, что первый член увеличивается при уменьшении радиуса провода, а второй член остается постоянным. Таким образом, уравнение (80) представляет собой асимптотическое распределение напряжения в небольшой рамке, а уравнение (82) становится все более и более точным при увеличении отношения b/a .

Не представляет особых затруднений определить второй член в уравнении (79).

Применим тождество¹

$$\ln 2 \sin \psi = \ln 2 + \ln \sin \psi = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\psi}{n}. \quad (83)$$

$$P(\psi) = \int_{\psi}^{\pi} \ln \sin \psi d\psi = -(\pi - \psi) \ln 2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\psi}{n^2}. \quad (84)$$

Подставляя в уравнение (79), получаем

$$U(\psi) = \frac{\mu b I}{\pi} (\pi - \psi) \ln \frac{b}{a} + \frac{\mu b I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\psi}{n^2}. \quad (85)$$

Следовательно,

$$\frac{U(\psi)}{U(0)} = 1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi \ln(b/a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\psi}{n^2}. \quad (86)$$

Сумма рядов равна нулю при $\psi = 0, \pi/2, \pi$. При $\psi = \pi/4$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\psi}{n^2} = 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \dots = 0,916. \quad (87)$$

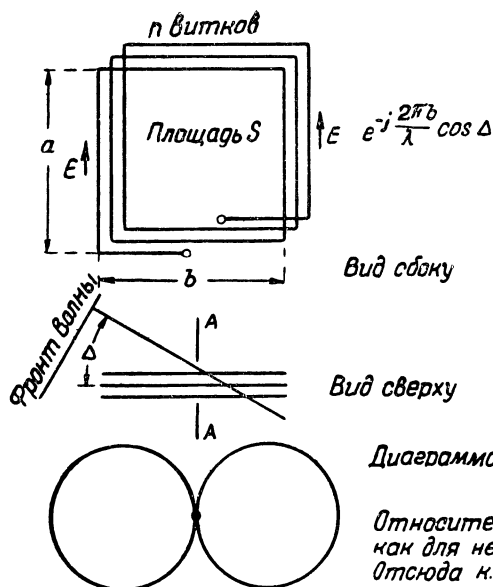
При $\psi = 3\pi/4$ получаем значение $-0,916$.

10.13. Реальные рамочные антенны

На практике бывает не существенно знать точно величину индуктивности или емкости рамочной антенны. Настройка производится обычно переменным конденсатором и требуется знать лишь порядок величины индуктивности. Емкость рамки влияет лишь на емкость для настройки. Обычно даже нет необходимости знать поле в ближней зоне. Основные данные могут быть получены для таких антенн более простыми методами по сравнению с применявшимися в предыдущих разделах, в особенности, если считать рамку прямоугольной. (Необходимые соотношения для основной рамочной антенны приведены на рис. 10.12).

Рамочные антенны, вообще говоря, применяются для радиопеленгования на волнах широкоэвещательного диапазона и более длинных. Такое применение обусловливается ее диаграммой направленности, напоминающей по форме восьмерку, имеющей нуль в направлении, перпендикулярном плоскости рамки (см. рис. 10.8). Следовательно, при вращении рамки вокруг вертикальной оси сигналы принимаются до тех пор, пока нормаль к рамке не будет совпадать с направлением на источник волн.

¹ И. М. Рыжик и Градштейн. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений, Гостехиздат. 1950. [Прим. ред.].



Полное наведённое напряжение:

$$U = E_{\text{ант}} \left(1 - e^{-j \frac{2\pi b}{\lambda} \cos \Delta} \right)$$

для $b \ll \lambda$

$$|U| = E \frac{2\pi}{\lambda} a b n \cos \Delta$$

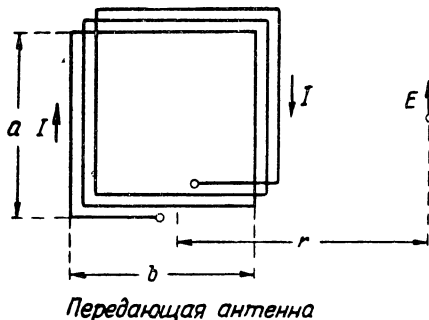
$$|U|_{\text{макс}} = E \frac{2\pi}{\lambda} a b n = E \frac{2\pi}{\lambda} S n$$

$$h = \frac{2\pi}{\lambda} S n \text{ действующая высота рамки}$$

Приёмная антенна

Диаграмма направленности:

Относительно оси А-А (такая же, как для небольшого вибратора). Отсюда к.н.д. $D = 1,5$



При равномерном токе I в проводках поле E на большом расстоянии r в плоскости рамки составляет:

$$E = j 120 \pi \frac{I_{\text{ант}}}{2 \lambda r} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} r}$$

$$- j 120 \pi \frac{I_{\text{ант}}}{2 \lambda (r-b)} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (r-b)}$$

для $b \ll \lambda$,

$$|E| = I 120 \pi^2 \frac{S n}{\lambda^2 r}$$

Мощность излучения:

$$P_r = \frac{|E|^2}{2 \times 120 \pi} \times \frac{4 \pi r^2}{9} = \frac{320 \pi^4 (S n)^2 I^2}{\lambda^4 \cdot 2}$$

Сопротивление излучения рамки:

$$R_{ra} = \frac{320 \pi^4 (S n)^2}{\lambda^4}$$

Рис. 10.12. Основные свойства небольшой рамочной антенны.

Диаграмма направленности в виде восьмерки, показанная на рис. 10.12, получается только в том случае, если цепь рамки симметрична относительно земли¹. В случае несимметрии рамка работает так же, как вибраторная антенна. Следовательно, нули делаются нечеткими, и их направления могут изменяться. Это явление часто называют «антенным эффектом» рамки, однако этот термин не является удачным. На рис. 10.13,а и б показаны типичные сбалансированные цепи рамок. Лучшая симметрия достигается при окружении рамки электростатическим экраном² (рис. 10.13,в). Такой экран обеспечивает равенство емкостей всех частей рамки относительно земли, независимо от ориентации рамки или близости различных предметов. Одновитковые симметричные экранированные рамки были рассмотрены Л. Либби³.

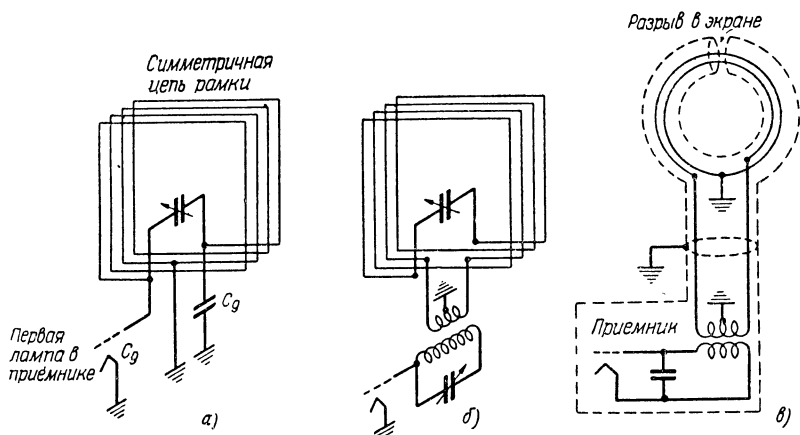


Рис. 10.13. Способы симметричного питания рамочных антенн, применяемые с целью устранения излучения, обусловленного несимметричными токами (типа электрического диполя).

10.14. Магнитные и диэлектрические антенны

Рамка с магнитным сердечником при данном токе рис. 10.14,а создает более сильное поле, чем простая рамка. Ток рамки намагничивает сердечник, и последний приобретает свойства магнитного диполя, поле которого накладывается в фазе на поле, обусловленное током рамки. Если рамка и сердечник имеют малые размеры, то диаграмма направленности еще сохраняет форму восьмерки. Следовательно, на направленность рамки сердечник не влияет. Так как для данного тока поле и, следовательно, излучаемая мощность

¹ Это хороший пример случая, в котором необходимо учитывать влияние земли.

² Дж. Браудер. Расчетные величины для входных цепей рамочных антенн, Рис. I, IRE. Proc., 35, май 1947, стр. 519—525.

³ Особенности симметричных экранированных рамок. IRE. Proc, 34, сентябрь 1946, стр. 641—646.

усиливаются сердечником, то сопротивление излучения должно увеличиваться. Так, пусть H_1 и H_2 — напряженности магнитного поля в дальней зоне при действии простой рамки и рамки с магнитным сердечником.

$$H_1 = AI, \quad H_2 = kAI, \quad k > 1, \quad (88)$$

где A и k — коэффициенты пропорциональности. Интенсивность излучения пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля, и для одной и той же диаграммы направленности излучаемая мощность пропорциональна интенсивности излучения. Поэтому

$$P_2 = k^2 P_1. \quad (89)$$

Если R_1 и R_2 представляют соответственно сопротивления излучения простой рамки и рамки с магнитным сердечником, то

$$P_1 = 1/2 R_1 I^2, \quad P_2 = 1/2 R_2 I^2. \quad (90)$$

Следовательно,

$$R_2 = k^2 R_1. \quad (91)$$

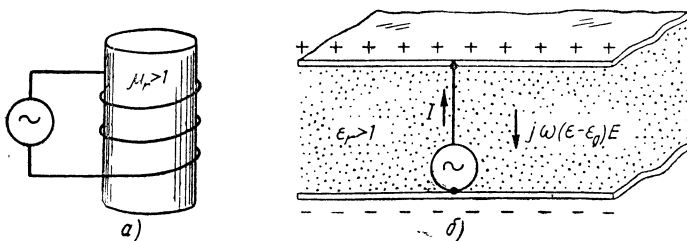


Рис. 10.14. Магнитная и диэлектрическая антенны.

На тепловые потери в рамке сердечник не влияет. Следовательно, если тепловые потери в сердечнике пренебрежимо малы, то эффективность излучения и усиление мощности рамки увеличиваются.

В случае вибраторной или конденсаторной антенны с диэлектриком (рис. 10.14,б) влияние диэлектрика противоположно влиянию сердечника рамки. Ток поляризации¹ в диэлектрике (плотность которого равна $j\omega(\epsilon - \epsilon_0)E$ в диэлектрике направлен противоположно току I в вибраторе. Токи поляризации создают поля такие же, как и токи проводимости. В данном случае они ослабляют поле, обусловленное токами проводимости.

¹ Ток поляризации в данной среде представляет собой разность между током смещения в данной среде и током смещения в вакууме (при одинаковой напряженности электрического поля).

Если пренебречь концевым эффектом, то ток поляризации равен

$$j\omega(\epsilon - \epsilon_0)ES = j\omega\epsilon ES\left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right) = I\left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right),$$

где S — площадь конденсатора, $I = j\omega\epsilon ES$ — ток проводимости в проводе. Следовательно, эффективный ток излучения равен

$$I - I\left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right) = I \frac{\epsilon_0}{\epsilon}.$$

Необходимо заметить, что в любой однородной среде сопротивление излучения элемента тока или рамки пропорционально внутреннему полному сопротивлению $\rho = \sqrt{\mu/\epsilon}$ среды. Следовательно, при увеличении μ сопротивление излучения увеличивается, а при увеличении ϵ оно уменьшается.

10.15. Длинноволновые антенны

Во время сильных магнитных бурь дальняя радиосвязь на очень длинных волнах является самой надежной связью. Это является одной из причин применения длинных волн для связи. Эффективность длинноволновых антенн является довольно низкой, а развитие техники коротковолновых антенн достигло заметных результатов. На рис. 10.15 показан простейший тип длинноволновой антен-

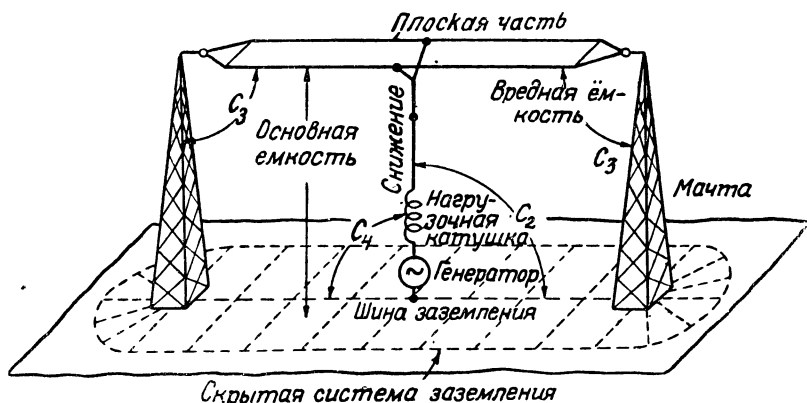


Рис. 10.15. Длинноволновая антенна.

ны. Одиночное снижение соединяется с плоской частью, состоящей из параллельных горизонтальных проводов, поддерживаемых двумя мачтами.

Для трансатлантической связи использовалась станция, работающая на волне 18000 м (16,66 кГц). На этой станции имелось

двенадцать мачт для поддержания двух систем проводов с емкостной нагрузкой. Станция размещалась на участке длиной около 2,5 км и шириной 1,6 км. Емкость большей антенной системы составляла 0,045 мкф, а меньшей — 0,033 мкф. Было рассчитано, что антенне, поддерживаемой 250-метровыми мачтами, потребуется минимальный рабочий ток 500 а. Для обеспечения достаточного запаса мощности (с учетом того, что возможные потери могут понизить эффективность до 50%) станция была рассчитана на мощность 1000 квт. Общее сопротивление меньшей (0,033 мкф) антенны составляло около трех четвертей ом. Средняя геометрическая высота антенны была равна 236 м, а действующая высота, определенная путем измерений, составляла 185 м. Сопротивление излучения, таким образом, составляло всего лишь 0,16 ом.

При такой малой величине сопротивления излучения бывает важным обеспечить возможно лучшее заземление. В противном случае к. п. д. получается очень низким. Подземная система заземления является более простой и распространенной, однако в электрическом отношении поднятый противовес более эффективен.

Рассчитывая по Максвеллу, найдем, что заземленный экран с проводами, расположенными на расстоянии 0,3 м друг от друга и 0,15 м над землей, несет 80% тока. Если тот же экран изолировать, то ток земли составит меньше 10⁻⁴ процента. Эти цифры основаны на соображениях электростатики, справедливых для столь длинных волн. Чем выше высота экрана по сравнению с расстоянием между проводами, тем сильнее его экранирующее действие.

В дополнение к потерям в земле имеют место потери в проводах, настроечных катушках, диэлектрические потери в изоляторах и потери утечек. Если эти потери представить последовательными сопротивлениями в антенной цепи, то эти сопротивления будут изменяться в зависимости от частоты следующим образом:

сопротивление излучения	:: λ^{-2}
сопротивление провода	:: $\lambda^{-1/2}$
сопротивление диэлектрических потерь	:: λ
сопротивление утечек	:: λ^2

На частотах значительно ниже частоты первой полосы поглощения проводимость g диэлектрика пропорциональна частоте. Полная проводимость изолятора пропорциональна $g + j\omega\epsilon$. Следовательно, она пропорциональна частоте. Полное сопротивление при этом будет пропорционально длине волны. Если в изоляторе имеющуюся утечку представить большим постоянным сопротивлением R , параллельно соединенным с емкостью антенны, то потери мощности будут составлять $UU^*/2R$. Так как $U = I/j\omega C$, то эквивалентное последовательное сопротивление будет изменяться обратно пропорционально квадрату частоты или прямо пропорционально квадрату длины волны.

В основном емкость антенны C_1 обуславливается ее горизонтальной частью (рис. 10.15). Она сделана преднамеренно большой по сравнению с емкостью C_2 (снижения) с целью, как можно выше поднять «центр емкости» 0 и таким образом увеличить действующую высоту антенны и сопротивление излучения. Емкости C_3 (между горизонтальной частью и опорными мачтами) являются нежелательными, так как зарядные токи в мачтах направлены противоположно току в снижении и таким образом ослабляют дальнее поле антенны.

Нагрузочная катушка предназначена для регулировки емкости антенны. Емкость C_4 (между этой катушкой и землей) является нежелательной, так как зарядные токи в этой катушке вызывают лишь дополнительные потери мощности.

10.16. Многократно заземленные антенны

Для уменьшения потерь в заземлении может быть использована схема с несколькими снижениями, достаточно удаленными друг от друга, для того чтобы они не были связаны токами земли. В этих схемах расстояние между снижениями подбирается настолько малым по сравнению с λ , что эти снижения в создании дальнего поля эквивалентны одиночному снижению. Но сопротивление земли уменьшается пропорционально числу снижений n . Это объясняется тем, что ток в каждом снижении равен теперь I/n , а соответствующие потери на заземление составляют $1/2 R_g (I/n)^2$, где R_g — часть сопротивления антенны с одним снижением, обусловленная током земли. Общие потери на заземление в n раз больше, так как взаимные сопротивления пренебрежимо малы.

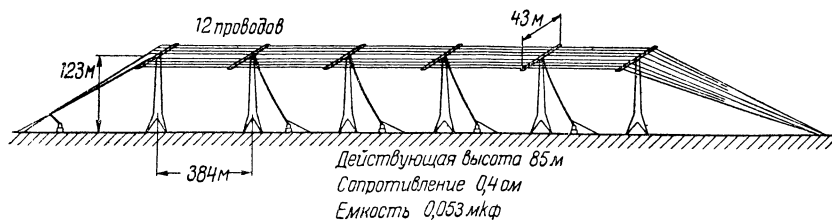


Рис. 10.16. Антенна с многократным заземлением.

Следовательно, общие потери на заземление, соответствующие n снижениям, составляют $R_g I^2 / 2n$ по сравнению с $R_g I^2 / 2$ для одного снижения.

В некоторых случаях (рис. 10.16) наряду с несколькими снижениями применяется искусственная земля. Подобная антенна¹

¹ Е. Александерсон и др. Электрическая установка для трансокеанской радиотелеграфии, AIEE Jour 42, июнь 1923, стр. 693—703.

была установлена на медной плите шириной 610 м и длиной 5 км. Общее сопротивление антенны и системы заземления составляет 0,4 ом. Эта величина складывается из следующих составляющих:

Сопротивление излучения на волне 16 500 м	0,05 ом
Сопротивление земли	0,10 "
Сопротивление настроечной катушки	0,15 "
Сопротивление проводников	0,05 "
Потери на изоляцию и др.	0,05 "

Общее сопротивление 0,40

Мощность антенны составляет 200 *квт*. Соответствующий ток в антенне равен 200 *а* (эффективных). Момент тока равен соответственно 60 000 метр. ампер.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. E. Burgess, Iron — cored loop receiving aerial, *Wireless Eng.*, 23 June 1946, pp. 172—178.
2. L. L. Libby, Special aspects of balanced shielded loops, *IRE Proc.*, 34, September 1946, pp. 641—646.
3. Carl E. Smith and E. M. Johnson, Performance of short antennas, *IRE Proc.*, 35, October 1947, pp. 1026—1038.
4. R. H. Barfield and R. E. Burgess, Small aeriels in dielectric media, *Wireless Eng.*, 25, August 1948, pp. 246—253.
5. F. Horner, Properties of loop aeriels, *Wireless Eng.*, 25, August 1948, pp. 254—259.
6. L. C. Smeby, Short antenna characteristics — theoretical, *IRE Proc.*, 37, October 1949, pp. 1185—1194.
7. Я. Н. Фельд, О расчете статической емкости антенн, *ЖТФ*, XIII. 11 — 12, 698, 1943.
8. С. И. Надененко, Выбор размеров заземления антенн, *Радиотехника*, 1946, V, т. I, № 2.

10.17. Задачи

10.4.1. Короткий провод длиной $2l$ находится в однородном поле с напряженностью E_0 , параллельной проводу.

Каков вид распределения тока?

О т в е т. $I(z) = A(l^2 - z^2)$, где z — расстояние до центра, A — постоянная.

10.4.2. Решить предыдущую задачу при разрыве провода в точке $z = 0$.

О т в е т. $I(z) = Bz(l - z)$ при $0 < z < l$ и $I(z) = -Bz(l + z)$ при $-l < z < 0$, где B — постоянная.

10.5.1. Определить момент p тока в проводе при условиях задачи 10.4.1. и мощность P , излучаемую проводом.

О т в е т.

$$p = 4/3 Al^3, \quad P = \frac{640\pi^2}{9\lambda^2} A^2 l^6.$$

10.5.2. Решить задачу 10.5.1, приняв условия задачи 10.4.2.

О т в е т.

$$p = 1/3 Bl^3, \quad P = \frac{40\pi^2}{9\lambda^2} B^2 l^6.$$

10.6.1. Определить приближенную величину проводимости короткой антенны между точками $z = 0$ и $z = l$.

О т в е т.

$$I(z) = \frac{1}{Z_i} \left(1 - \frac{|z|}{l} \right),$$

где Z_i — полное сопротивление со стороны центра.

10.6.2. Определить A в задаче 10.4.1.

О т в е т: $A = E_0/Z_i l$, где Z_i определяется в задаче 10.6.1.

10.6.3. Определить B в задаче 10.4.2, пренебрегая взаимодействием между двумя половинами провода.

О т в е т. $B = 2E_0/Z'_i l$, где Z'_i — полное сопротивление со стороны центра провода длиной l .

10.6.4. Показать, что в пределах, в которых можно пренебречь индуктивностью и разностью между $\ln(2l/a)$ и $\ln(l/a)$, постоянные A и B в задачах 10.4.1. и 10.4.2 равны между собой.

10.6.5. Какое напряжение наводится между зажимами разорванного провода в задаче 10.4.2?

О т в е т.

$$U = E_0 l.$$

10.6.6. Какова величина тока в нагрузке идеально проводящей короткой приемной антенны, если считать, что антенна настроена и что сопротивление нагрузки равно сопротивлению излучения?

О т в е т:

$$I = \frac{E_0 \lambda^2}{160\pi^2 l}.$$

10.6.7. Какова принимаемая мощность при условиях предыдущей задачи?

О т в е т:

$$P = \frac{E_0^2 \lambda^2}{640\pi^2}.$$

10.6.8. Пользуясь результатом предыдущей задачи, рассчитать действующую площадь короткой идеально проводящей антенны.

О т в е т.

$$A = \frac{3\lambda^2}{8\pi}.$$

10.6.9. Решить задачу 10.6.6 для случая, когда провод не является идеально проводящим, а обладает омическим сопротивлением R_0 на единицу длины.

О т в е т.

$$I = \frac{E_0 \lambda^2}{160\pi^2 l + 2/3 R_0 \lambda^2}.$$

Заметьте, что член с R_0 может быть основным. См. раздел 6.2 об эффективности антенны.

10.6.10. Какова величина входного сопротивления короткой антенны при учете омического сопротивления?

О т в е т.

$$R_{\text{вх}} = \frac{80\pi^2 l^2}{\lambda^2} + \frac{2}{3} R_0 l.$$

10.6.11. Какова величина действующей площади короткой антенны, когда омическое сопротивление не учитывается?

О т в е т.

$$A = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \left(1 + \frac{R_0 \lambda^2}{120\pi^2 l} \right)^{-1}.$$

РЕЗОНАНСНЫЕ АНТЕННЫ

11.1. Полуволновые антенны в свободном пространстве и соответствующие четвертьволновые вертикальные антенны над землей

Элементарная теория резонансных антенн значительно проще общей теории антенн. Исходя из этого она дается в отдельной главе. Термины «полуволновая антенна» и «полуволновый вибратор» обычно применяются к антеннам, длина которых приблизительно равна половине длины волны (не считая длины промежутка AB на рис. 11.1,а). Аналогичное применение имеют термины

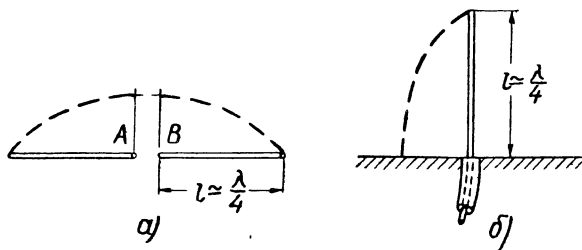


Рис. 11.1. а—Полуволновая антенна.
б—Четвертьволновая вертикальная антенна.

«четвертьволновая вертикальная антенна» или «несимметричный вибратор» (имеется в виду несимметричный вибратор под проводящей плоскостью рис. 11.1,б). Употребление этих не совсем четких терминов объясняется двумя причинами. Антенны обычно работают не на одной частоте а в определенном диапазоне частот. Следовательно, длина антенны, выраженная в длинах волн, не может служить их точной характеристикой. Принято располагать резонансную частоту антенны в центре рабочей полосы частот. В разделе 8.23 было установлено, что при резонансе антенна немного короче $\lambda/2$. В разделе 8.23 было также приблизительно определено влияние емкости плоских наружных концов антенны на резонансную длину волны.

В разделе 13.12 будет определено соответствующее влияние превышения емкости вблизи наружных концов над средним значением. Для определения величины указанного укорочения мы приведем следующие формулы. Пусть длина каждой ветви антенны равна

$$l = \frac{1}{4} \lambda - \delta. \quad (1)$$

Тогда из приближения первого порядка, определяемого теорией видов колебаний применительно к антеннам, следует выражение:

$$\frac{100\delta}{\lambda/4} = \frac{2700}{Z_c + 21} + \frac{20aZ_c}{3\pi\lambda} \quad (2)$$

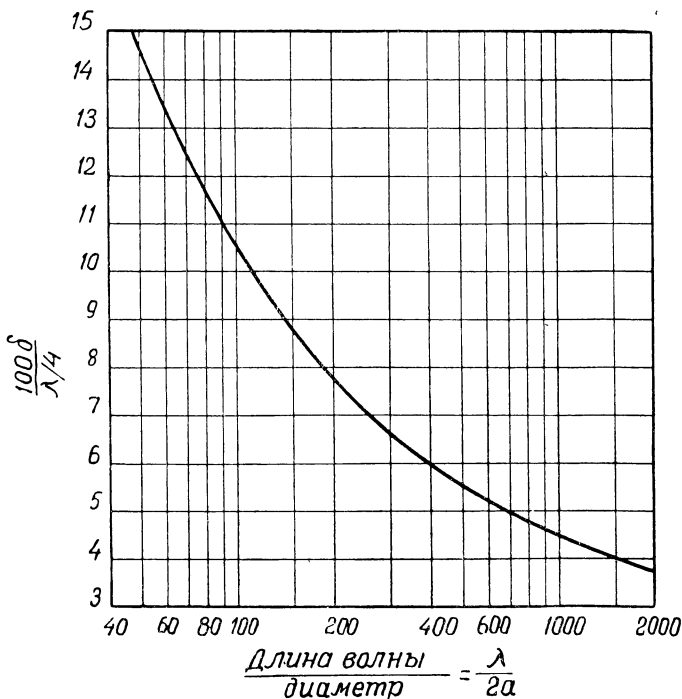


Рис. 11-2. Разность в процентах между $\lambda/4$ и длиной одного плеча резонансной полуволновой антенны.

где Z_c — среднее характеристическое сопротивление для основных волн, определяемое выражением

$$Z_c = 120 \ln \frac{2l}{a} - 120. \quad (3)$$

Пользуясь методом разложения (раздел 13.12), получаем

$$\frac{100\delta}{\lambda/4} = \frac{2700}{2Z_0} + 20a \frac{(2Z_0)}{3\pi\lambda}, \quad (4)$$

Воспользуемся теперь приближенным распределением тока, определяемым уравнением 8.127

$$I(z') = I_0 \sin \beta (l + \frac{1}{2}s + \delta - z'), \quad z' > \frac{s}{2}. \quad (9)$$

Если питание антенны производится с помощью двухпроводной линии, то ток в промежутке равен нулю. В случае вертикальной антенны (рис. 11.1,б) примем $s = 0$. Даже в случае полуволновой антенны можно считать $s = 0$, так как s обычно мало. В самом деле, в экваториальной плоскости, где величина E_θ максимальна при нормальных рабочих условиях, значение s не оказывает влияния на поле. Решая уравнение 8 для случая $s = 0$, получим

$$E_\theta = \frac{60jI_0 [\cos \beta \delta \cos (\beta l \cos \theta) - \cos \beta (l + \delta) - \sin \beta \delta \cos \theta \sin (\beta l \cos \theta)]}{r_0 \sin \theta} e^{-j\beta r_0}. \quad (10)$$

Подставляя в уравнение 5.10, найдем интенсивность излучения

$$\Phi = \frac{15I_0^2 [\cos \beta \delta \cos (\beta l \cos \theta) - \cos \beta (l + \delta) - \sin \beta \delta \cos \theta \sin (\beta l \cos \theta)]^2}{\pi \sin^2 \theta}. \quad (11)$$

11.3. Диаграмма направленности полуволновой антенны

Для полуволновой антенны $l + \delta = \lambda/4$ мы получаем

$$\Phi = \frac{15I_0^2 \left\{ \cos \beta \delta \cos \left[\left(\frac{\pi}{2} - \beta \delta \right) \cos \theta \right] - \sin \beta \delta \cos \theta \sin \left[\left(\frac{\pi}{2} - \beta \delta \right) \cos \theta \right] \right\}^2}{\pi \sin^2 \theta}. \quad (12)$$

В экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$ и

$$\Phi = \Phi_{\text{макс}} = \frac{15}{\pi} I_0^2 \cos^2 \beta \delta. \quad (13)$$

Таким образом, влияние δ на $\Phi_{\text{макс}}$ представляет собою эффект второго порядка. Поэтому можно упростить уравнение (12), принимая $\delta = 0$,

$$\Phi \approx \frac{15I_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\pi \sin^2 \theta}. \quad (14)$$

Диаграмма направленности полуволновой антенны в свободном пространстве и четвертьволновой вертикальной антенны над идеальной землей незначительно отличается от диаграммы направленности элемента тока (рис. 11.4).

В случае неидеально проводящей земли диаграмма направленности значительно отличается (рис. 7.5). Это справедливо для любой другой антенны, излучающей вертикально поляризованные волны.

11.4. Мощность излучения полуволновой антенны

Интегрируя уравнение (14), получим мощность, излучаемую полуволновой антенной.

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Phi \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 30I_0^2 \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta \, d\theta = \\
 &= 60I_0^2 \int_0^{1/2\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta \, d\theta.
 \end{aligned} \tag{15}$$

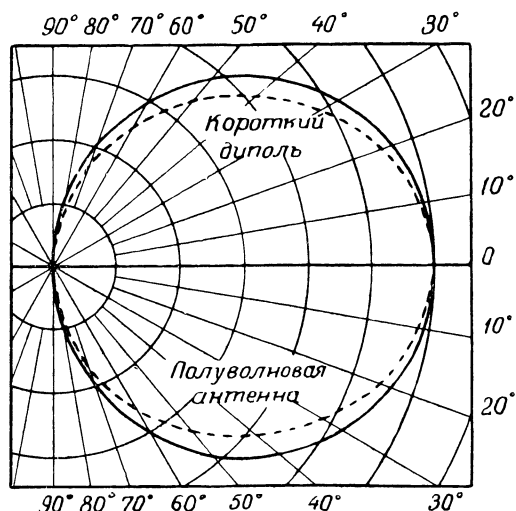


Рис. 11.4. Диаграммы направленности короткого диполя и полуволновой антенны.

Вводя новую переменную интегрирования $t = \cos \theta$, найдем

$$\begin{aligned}
 P &= 60I_0^2 \int_0^1 \frac{\cos^2(\pi t/2)}{1-t^2} dt = \\
 &= 30I_0^2 \int_0^1 \frac{\cos^2(\pi t/2)}{1-t} dt + 30I_0^2 \int_0^1 \frac{\cos^2(\pi t/2)}{1+t} dt.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Принимая $1-t=u$ в первом интеграле и $1+t=u$ во втором, получим

$$P = 30I_0^2 \int_0^2 \frac{\sin^2(\pi u/2)}{u} du = 15I_0^2 \int_0^2 \frac{1 - \cos \pi u}{u} du =$$

$$= 15I_0^2 \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos t}{t} dt = 15I_0^2 \text{Cin } 2\pi = 36,56I_0^2, \quad (17)$$

где $\int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos t}{t} dt = \sin 2\pi.$

11.5. К. н. д. и действующая площадь полуволновой антенны

Из уравнений (13) и (17) мы получаем коэффициент направленного действия

$$D = \frac{60}{36,56} = 1,64, \quad D_{\text{дб}} = 2,15 \text{ дб}. \quad (18)$$

Эта величина лишь на 0,39 дб выше к. н. д. элемента тока

$$D = 1,5, \quad D_{\text{дб}} = 1,76 \text{ дб}. \quad (19)$$

Действующие площади составляют

$$A = \frac{3}{8\pi} \lambda^2 = 0,12\lambda^2, \text{ для элемента тока} \quad (20)$$

$$A = 0,13\lambda^2, \quad \text{для полуволновой антенны.}$$

11.6. Входное сопротивление полуволновой антенны

Асимптотическое распределение тока в полуволновой антенне (при резонансе) выражается уравнением:

$$I(z) = I_0 \cos \beta z, \quad |z| < l, \quad (21)$$

если z измерено от соответствующих входных зажимов. Следовательно, входной ток равен

$$I_{\text{вх}} = I(0) = I_0. \quad (22)$$

Входное сопротивление, таким образом, равно

$$R_{\text{вх}} = \frac{2P}{I_0^2} = 73,12 \text{ ом}. \quad (23)$$

Таково резонансное полное сопротивление бесконечно тонкой идеально проводящей антенны. Теоретические и экспериментальные значения $R_{\text{вх}}$ для антенн конечного радиуса приведены в разделе 13.23. Значения $R_{\text{вх}}$ в зависимости от радиуса и от условий на входе изменяются в пределах нескольких ом. Резонансное сопротивление может быть меньше или больше 73 ом.

В соответствии с разделом 4.18 входное сопротивление четвертьволновой вертикальной антенны над идеальной землей составляют половину сопротивления полуволновой антенны в сво-

бодном пространстве, т. е. около 36,5 ом. Над неидеально проводящей землей полное сопротивление больше вследствие потерь в земле (раздел 11.21).

11.7. Согласование сопротивлений

Для согласования антенны с фидерной линией может оказаться необходимым повысить входное сопротивление антенны. Это можно осуществить путем питания антенны со смещением относительно основания, как показано на рис. 11.5. При резонансе положение источника питания не влияет заметно на распределение тока и излучаемую мощность. Следовательно, из уравнения (21)

$$P = 1/2 \cdot 36,5 I_0^2 = 1/2 R_1(l) I_0^2 \cos^2 \beta l_1, \quad (24)$$

где $R_1(l)$ — сопротивление со стороны точки $z = l_1$.

Поэтому,

$$R_1(l) = \frac{36,5}{\cos^2 \beta l_1}. \quad (25)$$

При $l_1 = \lambda/8$, $\cos^2 \beta l_1 = 1/2$, и входное сопротивление равно 73 ом.

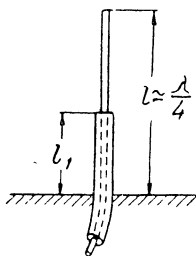


Рис. 11.5. Питание со смещением относительно основания для согласования полных сопротивлений.

11.8. Тепловые потери в антенне

Если R_0 — активное сопротивление антенны на единицу длины, то потери мощности составляют

$$P_0 = 1/2 R_0 \int_{-l}^l |I(z)|^2 dz. \quad (26)$$

Так как преднамеренно добиваются малой величины $I(z)$, то влияние ошибки в $I(z)$ на общее сопротивление антенны не существенно. Таким образом, можно получить удовлетворительную формулу, считая ток синусоидальным

$$\begin{aligned} P_0 &= 1/2 R_0 I_0^2 \int_{-l}^l \sin^2 \beta(l + \delta - |z|) dz = \\ &= 1/2 R_0 l \left[1 - \frac{\sin 2\beta(l + \delta) - \sin 2\beta\delta}{2\beta l} \right] I_0^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Согласно принципу сохранения энергии эта мощность должна быть равна

$$P_0 = 1/2 R'_{\text{вх}} I_0^2 = 1/2 R'_{\text{вх}} I_0^2 \sin^2 \beta(l + \delta), \quad (28)$$

где $R'_{\text{вх}}$ — приращение входного сопротивления, обусловленное тепловыми потерями в антенне. Следовательно,

$$R'_{\text{вх}} = R_0 l \left[1 - \frac{\sin 2\beta(l + \delta) - \sin 2\beta\delta}{2\beta l} \right] \csc^2 \beta(l + \delta). \quad (29)$$

Для полуволновых антенн приближенно можно написать:

$$R'_{\text{вх}} = 1/4 R_0 \lambda. \quad (30)$$

Сопротивление на единицу длины определяется из формул для поверхностного эффекта. Так, для толстых медных проводников (толстых по сравнению с глубиной проникновения тока в металл) имеем:

$$R_0 = \frac{R}{2\pi a},$$

$$R = 2,61 \times 10^{-7} \sqrt{f} = 8,25 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{f}{10}} = \frac{4,52 \times 10^{-3}}{\sqrt{\lambda}} = \frac{0,0143 \text{ ом}}{\sqrt{10\lambda [\text{см}]}}, \quad (31)$$

Например, если $\lambda = 10 \text{ м}$, а $a = 0,01 \text{ м}$, то $R'_{\text{вх}} = 1,43/8\pi \text{ ом}$ представляет собой пренебрежимо малую составляющую полного сопротивления антенны.

11.9. Шлейф-антенны ¹

Шлейф-антенны (рис. 11.6, а) и несимметричные вибраторы (рис. 11.6, б) представляют собой рамки, у которых один размер значительно больше другого. Благодаря близости проводов

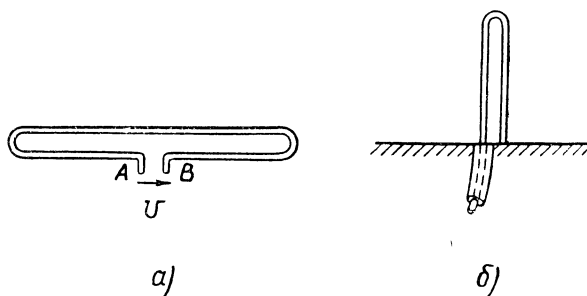


Рис. 11.6.

а — согнутый вибратор; б — согнутый несимметричный вибратор над землей.

в каждой половине рамки, связь между ними очень сильная. Шлейф-антенна представляет собой двухпроводную линию, короткозамкнутую на обоих концах. Можно полагать, что токи

¹ Шлейф-антенна предложена А. А. Пистолькорсом. [Прим. ред].

в этих проводах должны быть равными и противоположно направленными. В большинстве случаев они такими и являются, за исключением вибраторов, длина которых близка к $\lambda/2$.

Для анализа изогнутого несимметричного вибратора разложим проходящие по нему токи на синфазные (рис. 11.7, а) и противофазные (рис. 11.7, б). В синфазном случае имеем вибраторную

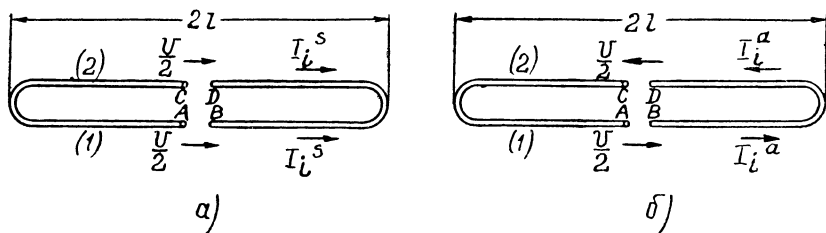


Рис. 11.7. Методы возбуждения двухпроводной линии, закороченной с обоих концов:

а — синфазный, б — противофазный.

антенну, состоящую из параллельных проводов 1 и 2. Эффективный радиус этой антенны (см. уравнение 4.44 или раздел 8.26) равен

$$a_{\text{эфф}} = \sqrt{as}, \quad (32)$$

где s — расстояние между осями двух проводов. При резонансе входное сопротивление составляет около 73 ом и

$$\frac{U/2}{2I_{\text{вх}}^s} = 73, \quad I_{\text{вх}}^s = \frac{U}{292}. \quad (33)$$

В противофазном случае (рис. 11.7, б) токи равны и противоположны, а излучение мало. Следовательно,

$$Z_2 = jZ_c \operatorname{tg} \beta l, \quad Z_c = 120 \ln \frac{s}{a}. \quad (34)$$

В этом случае¹

$$I_{\text{вх}}^a = \frac{U}{Z_2}. \quad (35)$$

Полный входной ток $I_{\text{вх}}$ в шлейф-антенне равен сумме токов синфазной и противофазной волн

$$I_{\text{вх}} = I_{\text{вх}}^s + I_{\text{вх}}^a = \frac{U}{292} + \frac{U}{Z_2}, \quad (36)$$

¹ Заметим, что входное сопротивление двухпроводной линии определяется как комплексное отношение общего напряжения между двумя проводами к току в одном проводе; при этом знак выбран таким образом, что вещественная часть является положительной.

а входное сопротивление равно

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U}{I_{\text{вх}}} = \frac{292Z_2}{292 + Z_2}. \quad (37)$$

Если резонансная длина равна $l = (\lambda/4) - \delta$, то

$$\operatorname{tg} \beta l \approx \operatorname{ctg} \beta \delta \approx 1/\beta \delta;$$

Следовательно,

$$Z_{\text{вх}} \approx \frac{j292Z_c}{jZ_c + 292\beta \delta} = \frac{292}{1 - j(292\beta \delta/Z_c)}. \quad (38)$$

Так как напряжения обоих видов распространения действуют параллельно, то можно получить более простые общие формулы, пользуясь выражением через полные проводимости, а именно

$$Y_{\text{вх}} = \frac{1}{292} + Y_2 \approx \frac{1}{292} - \frac{j\beta \delta}{Z_c}. \quad (39)$$

Реактивная составляющая мала, так как $\beta \delta$ имеет порядок одной десятой, а Z_c может составлять около двух или трех сотен ом.

Изогнутая несимметричная антенна электростатически заземлена. Для некоторых применений (например, в поездных антеннах) это является ценным свойством. Эффективный радиус (уравнение 32) шлейф-антенны больше радиуса провода, и поэтому ширина полосы шлейф-антенны должна быть больше, чем у простого вибратора, изготовленного из того же провода. С другой стороны, энергия, запасенная при работе в противофазном режиме, обуславливает уменьшение ширины полосы. (Но в результате применение шлейф-антенны дает преимущества. Однако такого рода сравнение не является вполне справедливым. Необходимо сравнить шлейф-антенну с вибратором, состоящим из двух проводов с теми же размерами и тем же расстоянием между ними, что и в шлейф-антенне, но работающих параллельно. Тогда можно установить, что вибратор имеет большую ширину полосы, чем шлейф-антенна. Однако легче рассчитать 300-омную двухпроводную линию, чем 73-омную двухпроводную линию). Следовательно, при симметричном способе питания шлейф-антенну следует предпочесть простому полуволновому вибратору.

11.10. Полуволновые приемные антенны

Из уравнения 9-99 найдем, что ток через нагрузку в центре резонансной полуволновой антенны при воздействии однородного параллельного антенне электрического поля с напряженностью E_0 , равен

$$I = \frac{73E_0 \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} Y(0; z) dz}{73 + Z}, \quad (40)$$

где Z — полное сопротивление нагрузки, а $Y(0, z)$ — проходная проводимость между точками $z=0$ и $z=z$. Так как $Y(0, z)$ — ток в точке $z=z$ при единичном напряжении в точке $z=0$, то

$$Y(0; z) = \frac{1}{73} \cos \beta z. \quad (41)$$

Поэтому,

$$I = \frac{\lambda E_0}{\pi (73 + Z)}. \quad (42)$$

Максимальный прием достигается при полном сопротивлении нагрузки $Z=73$ ом и

$$I = \frac{\lambda E_0}{146\pi}. \quad (43)$$

Мощность, поглощаемая нагрузкой, составляет

$$P = \frac{1}{2} 73 I^2 = \frac{E_0^2 \lambda^2}{584\pi^2}. \quad (44)$$

Эти результаты могут быть также получены из расчета действующей площади (уравнение 20).

11.11. Изогнутые четвертьволновые антенны и изогнутые П-образные четвертьволновые антенны

Изогнутая четвертьволновая антенна (рис. 11.8, а) может оказаться полезной, если почему-либо необходимо ограничить высоту антенны. Например, мосты и туннели ограничивают высоту

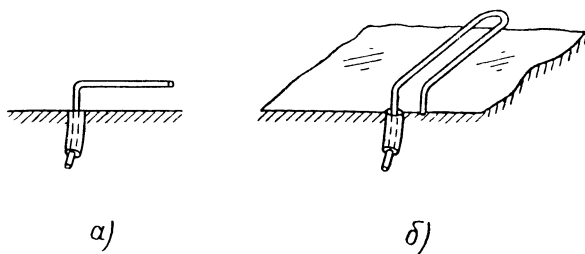


Рис. 11.8. а — Г-образная четвертьволновая антенна;
б — Г-образная согнутая четвертьволновая антенна.

антенны, установленную на вагоне поезда; высота такой антенны не должна превышать 0,3—0,4 м. Диапазон частот для железнодорожных радиостанций составляет 35—43 мГц при работе в открытой местности и 150—160 мГц при работе в городских местностях, то-есть антенна может применяться на самой короткой длине волны $\lambda = 1,8$ м. Следовательно для работы на относительно не высоких рабочих частотах вертикальные части железнодорожных антенн должны быть сравнимы с $\lambda/8$ или меньше этой величины. Можно снабдить антенну горизонтальной частью

для увеличения действующей высоты и этим увеличить мощность, связанную с вертикально поляризованным излучением. Действующая высота антенны максимальна, когда сумма вертикальной и горизонтальной частей, приблизительно, равна $\lambda/4$. При этом реактивная составляющая входного сопротивления значительно уменьшается.

Еще одно очень важное обстоятельство состоит в том, что нагрузка на верхнем конце увеличивает ширину полосы антенны, так что одна и та же антенна может применяться как для передачи, так и для приема. Короткая вертикальная антенна представляет собой в основном конденсатор с потерями, при этом потери обуславливаются излучением¹. Ширина полосы такой антенны равна

$$\Delta = \omega C_a h R, \quad (45)$$

где R — сопротивление излучения, C_a — средняя емкость на единицу длины, h — длина. Емкость можно увеличить, используя стержни большого диаметра и добавляя нагрузку на конце. В этом случае $C_a h$ в уравнении (45) нужно заменить на $(C_a h + C_{нагр})$. Одновременно увеличивается R .

В случае резонансной антенны простая формула (45) перестает быть справедливой. Для изогнутой четвертьволновой антенны условие возбуждения собственных колебаний запишется как:

$$R_1 + Z_c \operatorname{cth} pl \sqrt{LC} = 0, \quad p = \xi + j\omega, \quad (46)$$

где l — общая длина, Z_c — характеристическое сопротивление (почти постоянное), а R_1 — сопротивление излучения. Так как R_1 мало по сравнению с Z_c , то $pl \sqrt{LC}$ почти равно $j\pi/2$. Считаем, что

$$pl \sqrt{LC} = \delta + 1/2j\pi. \quad (47)$$

Подставляя в уравнение (46), получим

$$\begin{aligned} \operatorname{cth}(\delta + 1/2j\pi) &= \operatorname{th} \delta = -\frac{R_1}{Z_c}, \\ \delta &\approx -\frac{R_1}{Z_c}, \quad p = \xi + j\omega = \frac{-(R_1/Z_c) + (j\pi/2)}{l\sqrt{LC}}. \end{aligned} \quad (48)$$

Следовательно, для ширины полосы имеем выражение

$$\Delta_1 = \frac{2|\xi|}{\omega} = \frac{4R_1}{\pi Z_c}. \quad (49)$$

¹ Если антенна не настолько коротка, чтобы сопротивление излучения становилось сравнимым по величине с активным сопротивлением или было меньше его.

Для сравнительных целей преобразуем уравнение (45) к виду, аналогичному уравнению (49). Так, если Z_{ca} — среднее характеристическое сопротивление короткой вертикальной антенны, то

$$\omega C_a = \frac{\beta}{Z_{ca}} = \frac{2\pi}{\lambda Z_{ca}}. \quad (50)$$

Поэтому,

$$\Delta = \frac{2\pi h R}{\lambda Z_{ca}}. \quad (51)$$

Сопротивление излучения R_1 изогнутой четвертьволновой антенны больше чем сопротивление излучения R короткой вертикальной антенны, так как сопротивление излучения вертикальной части равно $4R$ и, кроме того, имеется составляющая от горизонтальной части. Волновые сопротивления этих антенн сравнимы по величине. Большая величина сопротивления в уравнении (49) и малое значение h/λ в уравнении (51) обуславливают большое значение Δ_1 по сравнению с Δ .

Соображения безопасности требуют, чтобы антенна была заземлена. Этому требованию удовлетворяет изогнутая П-образная четвертьволновая антенна (рис. 11.8,б). Токи в вертикальных частях антенны (вследствие изменения напряжения) находятся в фазе, и их поля складываются. Эта антенна обладает и другим полезным свойством. При наилучших соотношениях между вертикальной и горизонтальной частями антенны сопротивление излучения изогнутой четвертьволновой антенны составляет всего лишь 12 ом. Такое значение полного сопротивления является слишком низким для обычного коаксиального фидера. Как уже было показано, изгиб увеличивает полное сопротивление в четыре раза и, таким образом, повышает его до значения 48 ом. Это обеспечивает лучшее согласование такой антенны с фидерной коаксиальной линией.

11.12. Одноволновые антенны в свободном пространстве и соответствующие им полуволновые вертикальные антенны над землей

Термины «одноволновая антенна» и «одноволновый вибратор» обычно применяются к антеннам, длина которых, приблизительно, равна одной длине волны (рис. 11.9,а). Аналогичный смысл придается терминам «полуволновая вертикальная антенна» и «полуволновая несимметричная антенна» (рис. 11.9,б). Их фактическая длина обычно регулируется таким образом, чтобы антенны были резонансными на средней частоте рабочей полосы частот. Такие длины антенн применяются по тем же причинам, что и в разделе 11.1.

Пусть длина каждой ветви одноволновой антенны равна

$$l = \frac{1}{2}\lambda - \delta, \quad (52)$$

тогда асимптотическое ($Z_c \rightarrow \infty$) приближение первого порядка,

определяемое теорией видов колебаний (глава 13) для круглых цилиндров, дает уравнение

$$\frac{100\delta}{\lambda/2} = \frac{4000}{Z_{ca} + 146} + \frac{10aZ_{ca}}{3\pi\lambda}, \quad (53)$$

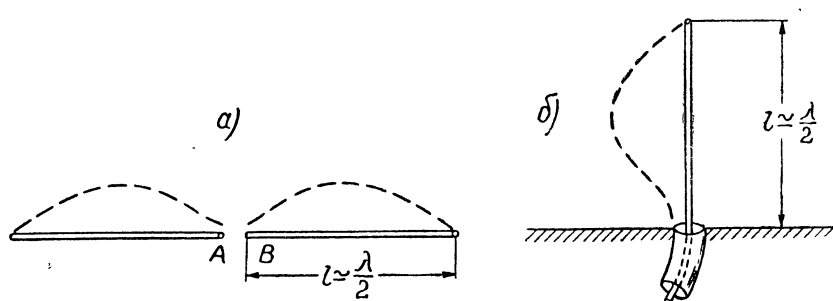


Рис 11.9. а — одноволновая антенна; б — полуволновая вертикальная антенна.

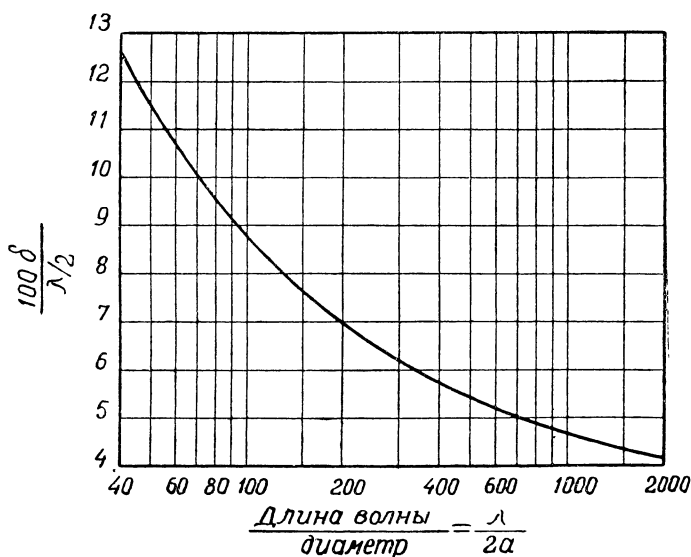


Рис. 11.10. Разность в процентах между $\lambda/2$ и длиной одного плеча резонансной полуволновой антенны.

где Z_{ca} определяется уравнением (3). Выражение, полученное с помощью метода последовательных приближений, приведенного в главе 13, будет иметь вид

$$\frac{100\delta}{\lambda/2} = \frac{4000}{2Z_0} + \frac{10a(2Z_0)}{3\pi\lambda}, \quad (54)$$

где Z_0 определяется уравнением 8—91,

$$2Z_0 = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } 2\pi \right) = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2a} - 1,05 \right). \quad (55)$$

Так как $2l \approx \lambda$, то

$$Z_c \approx 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2a} - 0,31 \right). \quad (56)$$

Результаты, полученные из этих двух приближений, расходятся сильнее чем в случае полуволновых антенн. Далее, если из кривых для реактивности в окрестности $l = \lambda/2$, графически определить длину соответствующую резонансу напряжения, то найдем, что в диапазоне практических значений Z_c укорочение получается значительно большим, чем по уравнению (53). В этом можно убедиться, если сравнить кривую на рис. 11.10, построенную по уравнению (53), с кривой на рис. 13.34, построенной по кривым реактивности, определяемым из анализа видов колебаний. Таким образом, для длины при резонансе напряжения нельзя получить простую формулу.

11.13. Диаграммы направленности одноволновых антенн

Пренебрегая значением δ в уравнении (11), получим выражение для интенсивности излучения одноволновой антенны

$$\Phi = \frac{60 I_0^2 \cos^4 (1/2 \pi \cos \theta)}{\pi \sin^2 \theta}. \quad (57)$$

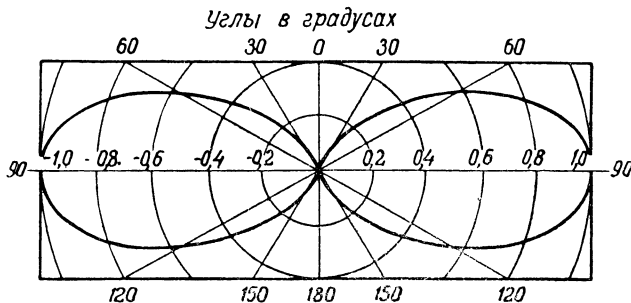


Рис. 11.11. Диаграмма направленности $\sqrt{\Phi}$ одноволновой антенны.

Сравнивая (57) с выражением для интенсивности излучения (уравнение 14) полуволновой антенны, найдем

$$\Phi_{\lambda/2} : \Phi_{\lambda/4} = \sin^2 \theta. \quad (58)$$

Возведение в квадрат и умножение на $\sin^2 \theta$ снижает излучение под большими углами θ . На рис. 11.11 даны значения квадратного корня относительной интенсивности излучения.

11.14. Мощность излучения одноволновой антенны

Интегрируя уравнение (57) по единичной сфере, получим мощность, излучаемую одноволновой антенной,

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Phi \sin \theta d\theta d\varphi = 120I_0^2 \int_0^{\pi} \frac{\cos^4(1/2\pi \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta = \\ &= 240I_0^2 \int_0^{1/2\pi} \frac{\cos^4(1/2\pi \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta. \end{aligned} \quad (59)$$

Принимая $t = \cos \theta$ и разлагая $1/(1-t^2)$ на отдельные дроби, получим

$$\begin{aligned} P &= 240I_0^2 \int_0^1 \frac{\cos^4(1/2\pi t)}{1-t^2} dt = \\ &= 120I_0^2 \left[\int_0^1 \frac{\cos^4(1/2\pi t)}{1+t} dt + \int_0^1 \frac{\cos^4(1/2\pi t)}{1-t} dt \right]. \end{aligned} \quad (60)$$

Подставляя $1+t=u$ в первый интеграл и $1-t=u$ во второй, получим

$$P = 120I_0^2 \int_0^2 \frac{\sin^4(1/2\pi u)}{u} du = 120I_0^2 \int_0^{\pi} \frac{\sin^4 t}{t} dt. \quad (61)$$

Так как

$\sin^4 t = 1/8 (\cos 4t - 4 \cos 2t + 3) = 1/8 [4(1 - \cos 2t) - (1 - \cos 4t)]$, то получим

$$\begin{aligned} P &= 60I_0^2 \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2t}{t} dt - 15I_0^2 \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 4t}{t} dt = \\ &= (60 \text{Cin } 2\pi - 15 \text{Cin } 4\pi) I_0^2. \end{aligned} \quad (62)$$

Сопротивление излучения R_a , отнесенное к пучности тока, определяется равенством

$$P = 1/2 R_a I_0^2. \quad (63)$$

Следовательно, для одноволновой антенны

$$R_a = 120 \text{Cin } 2\pi - 30 \text{Cin } 4\pi = 199,1. \quad (64)$$

11.15. Коэффициент направленного действия и действующая площадь одноволновой антенны

Из уравнения (57) имеем

$$\Phi_{\text{макс}} = \frac{60I_0^2}{\pi}, \quad (65)$$

Следовательно,

$$D = \frac{4\pi\Phi_{\text{макс}}}{P} = \frac{8\pi\Phi_{\text{макс}}}{R_a I_0^2} = \frac{480}{199,1} = 2,41, \quad g = 10 \lg D = 3,82 \text{ дб.} \quad (66)$$

Соответствующая действующая площадь составляет

$$A = \frac{D}{4\pi} \lambda^2 = 0,192 \lambda^2. \quad (67)$$

11.16. Входное сопротивление одноволновой антенны

Для определения входного сопротивления одноволновой антенны необходимо вспомнить, что такая антенна представляет собой в принципе параллельный резонансный контур (раздел 9.5).

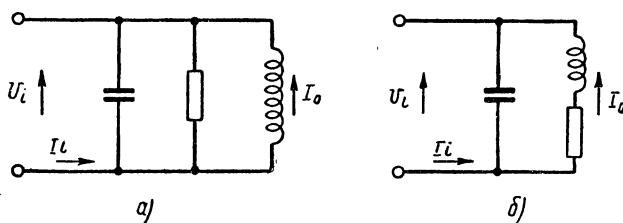


Рис. 11.12. Схемы с параллельным контуром, представляющие одноволновую антенну.

Такая цепь может быть представлена любой из двух схем, приведенных на рис. 11.12. Эти схемы являются эквивалентными вблизи резонанса. Заметим, что входной ток мал, а входное напряжение велико. Параллельная проводимость на рис. 11.12,а представляет собой входную проводимость и имеет небольшое значение. Эквивалентное сопротивление на рис. 11.12,б, соединенное последовательно с индуктивностью, мало. Найдем интересующие нас характеристики цепи. Мощность излучения может быть выражена либо через входное напряжение, либо через максимальный ток

$$P = 1/2 G_{\text{вх}} U_{\text{вх}}^2 = 1/2 R_a I_0^2. \quad (68)$$

При резонансе максимальная запасенная энергия магнитного поля должна быть равна максимальной запасенной энергии электрического поля

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_e. \quad (69)$$

Первая может быть выражена через I_0 , а вторая через U_i .

Следовательно, из уравнений (68) и (69) можно получить соотношение между $G_{\text{вх}}$ и R_a . Определив R_a , мы тем самым определим входную проводимость.

Максимальная запасенная энергия магнитного поля может быть определена по выражению

$$\mathcal{E}_m = 1/2L \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} [I(z)]^2 dz, \quad (70)$$

где L — индуктивность на единицу длины провода, определяемая уравнением 8-91. Так как

$$I(z) = I_0 \sin \beta |z|, \quad (71)$$

то найдем

$$\mathcal{E}_m = 1/4L\lambda I_0^2. \quad (72)$$

Аналогично, максимальная запасенная энергия электрического поля

$$\mathcal{E}_e = 1/2C \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} [U(z)]^2 dz, \quad (73)$$

где $U(z)$ — потенциал, а C — емкость на единицу длины.

Так как

$$\begin{aligned} U(z) &= 1/2U_{\text{вх}} \cos \beta z, \quad z > 0 \\ U(z) &= -1/2U_{\text{вх}} \cos \beta z, \quad z < 0, \end{aligned} \quad (74)$$

то найдем

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{16} C \lambda U_{\text{вх}}^2. \quad (75)$$

Таким образом, электрическая и магнитная энергия будут равны при условии

$$\frac{U_{\text{вх}}}{I_0} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} = 2Z_0. \quad (76)$$

Из уравнения (68) теперь получим

$$G_{\text{вх}} = \frac{R_a}{(2Z_0)^2}, \quad R_{\text{вх}} = \frac{(2Z_0)^2}{R_a} = \frac{(2Z_0)^2}{199,1}. \quad (77)$$

Так как мы пользовались асимптотическими формами $I(z)$, $U(z)$, L и C , то уравнение (77) представляет собою приближение, которое улучшается с увеличением $2Z_0$. Очевидно, что им нельзя пользоваться, если емкость вблизи зажимов антенны (см. раздел 13.23) имеет существенное значение.

Из анализа видов колебаний в антеннах при больших Z_c также имеем

$$R_{\text{вх}} = \frac{Z_c (Z_c - 146)}{199,1} \quad (78)$$

в данном случае

$$2Z_0 = Z_c - 89. \quad (79)$$

Следовательно, уравнение (77) принимает вид

$$R_{\text{вх}} = \frac{(Z_c - 89)^2}{199,1} = \frac{Z_c^2 - 178Z_c + 89^2}{199,1} \approx \frac{Z_c(Z_c - 178)}{199,1}. \quad (80)$$

Если взять значение $\hat{Z}_c = 2Z_0(0)$ из уравнения 8-75 вместо среднего значения $2Z_0$ для $Z(z)$, то последний множитель в этом уравнении будет равен $Z_c - 155$. Это лучше согласуется с уравнением (78). Кривые для входного сопротивления представлены на рис. 13.25 и 13.26.

Полное сопротивление питаемой с конца вертикальной полуволновой антенны, расположенной над идеально проводящей землей, составляет половину полного сопротивления одноволновой антенны в свободном пространстве (раздел 4.18). На это полное сопротивление не оказывают заметного влияния потери в земле (раздел 11.21), так как вблизи основания антенны токи земли невелики, а на больших расстояниях от антенны на мощность, поглощаемую землей, расходуется часть мощности излучения.

11.17. Влияние расстояния между зажимами на входное сопротивление одноволновой антенны

При выводе уравнения (77) мы считали расстояние между зажимами очень малым, и несмотря на это пренебрегали эффектом емкости между ветвями антенны. Оба предположения являются справедливыми, если радиус антенны мал, а длина s промежутка между зажимами мала, но не слишком мала по сравнению с радиусом. Предположим теперь, что радиус остается постоянным, а зажимы раздвигаются. Какое влияние это окажет на сопротивление при резонансе напряжения? Чтобы получить более общее выражение для полного сопротивления, мы сперва определим мощность, излучаемую двумя полуволновыми антеннами, концы которых находятся на расстоянии s друг от друга, а затем воспользуемся методом, предложенным в предыдущем разделе, для определения входного сопротивления.

Интенсивность излучения двух полуволновых антенн представляет собою произведение интенсивности излучения одной такой антенны и пространственного множителя. Таким образом,

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{15I_0^2 \cos^2(1/2\pi \cos \theta)}{\pi \sin^2 \theta} \left\{ 2 \cos \left[\beta \left(\frac{\lambda}{4} + \frac{s}{2} \right) \cos \theta \right] \right\}^2 = \\ &= \frac{30I_0^2 \cos^2(1/2\pi \cos \theta)}{\pi \sin^2 \theta} \{ 1 + \cos[(\pi + \beta s) \cos \theta] \}. \end{aligned} \quad (81)$$

Интенсивность излучения, как видно, содержит два члена, один из которых не зависит от s . Этот член представляет собою излучение от двух полуволновых антенн в свободном пространстве.

Другой член обусловливается взаимодействием между антеннами. Выражая мощность излучения через максимальную амплитуду тока и соответствующие сопротивления излучения, получим¹.

$$P = 1/2 R_{11}^a |I_1|^2 + R_{12}^a |I_1 I_2| \cos \vartheta + 1/2 R_{22}^a |I_2|^2 = (R_{11}^a + R_{12}^a) I_0^2, \quad (82)$$

так как в данном случае $R_{22}^a = R_{11}^a$ и $I_2 = I_1 = I_0$. Следовательно, сопротивление излучения полуволновых антенн, отнесенное к пучности тока, равно

$$R^a = 2(R_{11}^a + R_{12}^a), \quad (83)$$

где

$$R_{12}^a = \frac{30}{\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(1/2 \pi \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \cos[(\pi + \beta s) \cos \theta] \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (84)$$

и $R_{11}^a = 73, 13$ ом. Интегрируя, найдем

$$R_{12}^a = 15 \left[\ln \frac{(\pi + \beta s)^2}{\beta s(2\pi + \beta s)} + \text{Ci } 2\beta s + \text{Ci}(4\pi + 2\beta s) - 2\text{Ci}(2\pi + 2\beta s) \right] \cos \beta s + \\ + 15 [\text{Si } 2\beta s + \text{Si}(4\pi + 2\beta s) - 2\text{Si}(2\pi + 2\beta s)] \sin \beta s. \quad (85)$$

При $\beta s \ll 1$,

$$R_{12}^a \simeq 15 (\text{Ci } 4\pi - 2 \text{Ci } 2\pi + C + \ln \pi) + 15 (\text{Si } 4\pi - 2 \text{Si } 2\pi) \beta s = \\ = 26,4 - 127 \frac{s}{\lambda}; \quad (86)$$

Поэтому

$$R^a = 199,1 - 127 \frac{s}{\lambda}. \quad (87)$$

Входное сопротивление равно

$$R_{\text{вх}} = \frac{(2Z_0)^2}{199,1 - 127 \frac{s}{\lambda}}. \quad (88)$$

Волновое сопротивление $2Z_0$ не изменяется значительно с изменением s . Следовательно, если $s = \lambda/20$, то входное сопротивление выше, примерно, на 3% по сравнению с сопротивлением в случае, когда s пренебрежимо мало.

Взаимное сопротивление излучения между фидерной линией и антенной в приведенных выше выводах не учитывалось. Дальнейший анализ показывает, что взаимодействие носит, главным образом, реактивный характер и что наше приближение оправдано. Если полное сопротивление антенны измерено по методу стоячей

¹ Для удобства мы заменили индекс a снизу на соответствующий индекс сверху.

волны, то вместе с излучением антенны будет учтено также излучение от фидера. Это излучение пропорционально $(s/\lambda)^2$, и следовательно, представляет собою малую величину второго порядка. Однако оно проявляется в компенсации уменьшения R^a и немного снижает входное сопротивление.

11.18. Распределение тока в одноволновой антенне

Приведенные выше выводы основывались на асимптотическом распределении тока, определяемом уравнением (71) для одноволновой антенны. Входное сопротивление не могло быть определено непосредственно, так как при данном порядке приближения входной ток оказывался равным нулю, а второй член отсутствовал. При резонансе возможно определить входное сопротивление другими способами. В соответствии с законом сохранения энергии получаем

$$R_{\text{вх}} |I_{\text{вх}}|^2 = R_a |I_0|^2, \quad (89)$$

где I_0 — ток в пучности. Поэтому,

$$\frac{|I_{\text{вх}}|}{|I_0|} = \left(\frac{R_a}{R_{\text{вх}}} \right)^{1/2} = \frac{R_a}{2Z_0} = \frac{199,1}{2Z_0}. \quad (90)$$

В разделе 8.22 мы получили второе приближение для антенного тока, определяемого уравнением 8-120 для одноволновой антенны

$$I(z) = I_0 \sin \beta |z| + jkI_0 (1 + \cos \beta z). \quad (91)$$

Так как

$$I_{\text{вх}} = I(0) = 2jkI_0,$$

то из уравнения (90) имеем

$$2k = \frac{199,1}{2Z_0}.$$

Отсюда

$$I(z) = I_0 \sin \beta |z| + j \frac{199,1}{2Z_0} \frac{1 + \cos \beta z}{2}. \quad (92)$$

На рис. 11.13 представлены кривые для первого члена (штриховая линия), квадратурного члена (пунктирная линия) и модуля $I(z)$ (сплошная линия) в случае $2Z_0 = 800 \text{ ом}$.

Крутая форма распределения тока на концах обусловливается емкостным эффектом, связанным с концами. Для учета этого эффекта необходимо заменить фактическую высоту l каждой ветви антенны ее эффективной длиной $l + \delta$. При резонансе $l + \delta = \frac{\lambda}{2}$, и мы получаем уравнение (92), только с тем отличием, что z

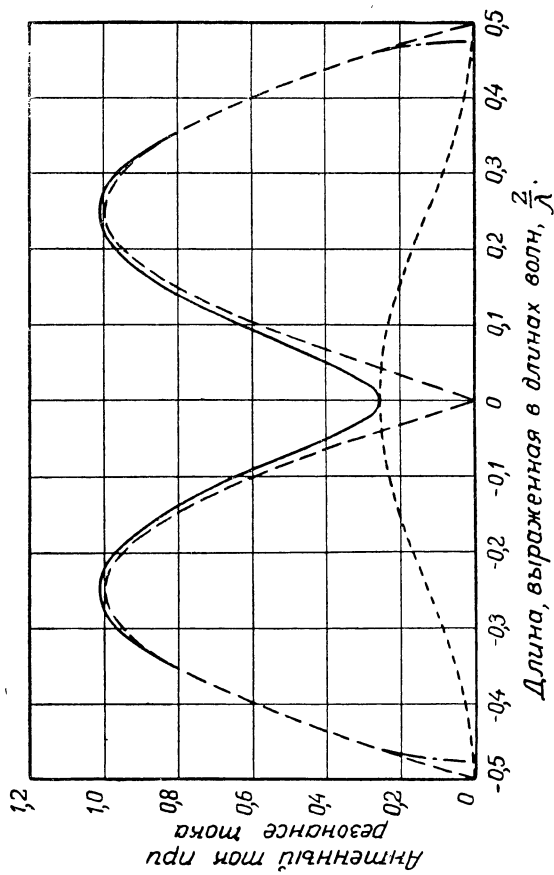


Рис. 11.13. Распределение тока в одноволновой резонансной антенне. Пунктирной линией представлен ток в фазе с приложенным напряжением, штриховой линией — ток в квадратуре, сплошной линией-амплитуда результирующего тока.

не должно достигать $\lambda/2$, а лишь $(\lambda/2) - \delta$. Влияние δ на R_a и, следовательно, на $R_{вх}$ пренебрежимо мало, пока δ остается малым.

Первый член в уравнении (92) представляет основной антенный ток в случае резонансных колебаний. Мощность, теряемая при излучении, должна быть подана к антенне, иначе колебания сойдутся. Второй член в уравнении (92) представляет ток, требуемый для подачи этой мощности. Его иногда называют током питания. Этот ток находится в квадратуре с основным током и характеризует основное различие между действительным антенным током и синусоидальным приближением к нему. Излучение, связанное с током питания, пропорционально $|I_{ex}|^2$. Как было показано в разделе 5.20, между элементами тока, имеющими сдвиг фаз на 90° , отсутствует взаимное излучение. Следовательно, отсутствует излучение, обусловленное взаимодействием между полями, связанными с основным током и током питания. Поэтому, излучение, обусловленное током питания, находится в том же отношении к излучению, обусловленному основным током, что и квадрат входного тока к квадрату максимального тока. Это необходимо помнить при определении мощности излучения на основе измеренного распределения тока. Должны быть измерены как амплитуда, так и фаза антенного тока. В противном случае ошибка окажется существенной. В самом деле, хотя измеренное распределение амплитуды может заметно отличаться от простой синусоидальной формы, влияние этого отклонения на излучаемую мощность относительно мало.

Одноволновую антенну, питаемую в центре, нельзя смешивать с одноволновой антенной, питаемой в точке, отстоящей на четверть длины волны от одного из концов. В первом случае токи в двух половинах антенны имеют одинаковое направление (рис. 8.8,б). Во втором случае они направлены противоположно (рис. 8.8,а). Сопротивления излучения этих антенн отличаются значительно друг от друга, так как знаки взаимного сопротивления излучения между половинами антенны являются противоположными. Так как сопротивление излучения антенны, питаемой в центре, составляет 199 ом, а сопротивление излучения каждой половины — 73 ом, то взаимное сопротивление излучения равно $199 - 146 = 53$ ом. Следовательно, сопротивление излучения одноволновой антенны, питаемой в точке, отстоящей на четверть длины волны от одного конца, равно $146 - 53 = 93$ ом.

11.19. Антенны, питаемые на конце

На рис. 11.14 представлены полуволновые резонансные антенны, питаемые на конце. Питание одной антенны осуществляется генератором, питание другой — двухпроводной линией. В этом случае $R_a = 73$ ом, а сопротивление антенны равно

$$R_{вх} = \frac{Z_0^2}{73}. \quad (93)$$

Так как Z_0 имеет почти одну и ту же величину как для полуволновой, так одноволновой антенн, то

$$\frac{2R_{\text{вх}} (\text{полуволновая})}{R_{\text{вх}} (\text{одноволновая})} = \frac{398}{292} = 1,36. \quad (94)$$

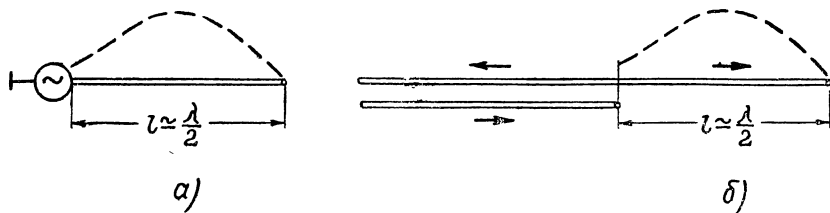


Рис. 11.14. Антенны, питаемые на конце:
а — генератором; б — двухпроводной линией.

Увеличение на 36% входного сопротивления одноволновой антенны при большом s обусловливается уменьшением связи между ветвями антенны. При резонансе напряжения сопротивления питаемых на конце антенн (определяемые из анализа видов колебаний) имеют большую величину. Таким образом, для одной антенны приведенное выше отношение равно 1,51.

11.20. Добротность (Q) антенн

Добротность Q реальной резонансной цепи определяется уравнением 9-57

$$Q = \frac{\omega \mathcal{E}}{P}, \quad (95)$$

где $\mathcal{E}$ — общая запасенная энергия, а P — средняя мощность рассеяния. Ширина полосы является обратной величиной Q .

Для определения Q полуволновой антенны необходимо вычислить максимальную запасенную энергию магнитного поля (см. уравнение 70),

$$\mathcal{E}_m = 1/2L \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} I_0^2 \cos^2 \beta z dz = 1/8\lambda L I_0^2. \quad (96)$$

При максимуме запасенной энергии магнитного поля энергия электрического поля отсутствует и $\mathcal{E}_m$ представляет собою общую запасенную энергию. Так как $P = 36,6 I_0^2$, то

$$Q = \frac{\omega \lambda L}{292,5}. \quad (97)$$

Так как

$$\left(\frac{L}{C}\right)^{1/2} = Z_0, \quad \omega(LC)^{1/2} = \beta = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (98)$$

то имеем

$$\omega L = \frac{2\pi Z_0}{\lambda}. \quad (99)$$

Следовательно,

$$Q = \frac{2\pi Z_0}{292,5} = \frac{2Z_0}{93} = \frac{Z_0}{46,5}. \quad (100)$$

Для одноволновой антенны воспользуемся уравнением (72) и выражением $P = 1/2 \cdot 199,1 I_0^2$. Тогда

$$Q = \frac{\pi Z_0}{199,1} = \frac{Z_0}{63,5} = \frac{2Z_0}{127}. \quad (101)$$

В предыдущих формулах можно заменить $2Z_0$ на Z_c с тем же порядком приближения.

Анализ видов колебаний (раздел 13.18) позволяет получить выражения для добротности при резонансе тока

$$Q = \frac{Z_c - 6}{93} - \frac{aZ_c^2}{4380\lambda} \quad (102)$$

и при резонансе напряжения

$$Q = \frac{Z_c + 106}{127} - \frac{aZ_c^2}{12,000\lambda}. \quad (103)$$

11.21. Влияние земли на полное сопротивление антенны

В разделе 4.18 было установлено, что входное сопротивление заземленной вертикальной антенны (рис. 4.29), расположенной над идеально проводящей землей, точно равно половине входного сопротивления в свободном пространстве антенной системы, образованной данной антенной и ее зеркальным изображением. В случае незаземленной антенны (рис. 11.15) полное сопротивление антенны равно сумме ее сопротивления в свободном пространстве Z_{11} и взаимного сопротивления Z_{12} между антенной и ее зеркальным изображением,

$$Z = Z_{11} + Z'_{12}. \quad (104)$$

Это непосредственно следует из уравнений 9-74, так как в зеркальной антенне $I_2 = I_1 = I$ (рис. 11.15).

При пользовании этой формулой важно обратить внимание на знак взаимного сопротивления Z_{12} , так как он зависит от относительных направлений токов антенн в свободном пространстве, принятых при определении Z_{12} . Уравнение 104 можно представить в виде

$$Z = Z_{11} - Z'_{12}, \quad (105)$$

если при вычислении взаимного сопротивления Z_{12} направления токов в нижних антеннах изменить на обратные. При определении взаимного сопротивления параллельных антенн обычно считают, что токи протекают в одном и том же направлении в обеих антеннах. Тогда для вертикальных антенн нужно пользоваться уравнением (104), а для горизонтальных антенн — уравнением (105).

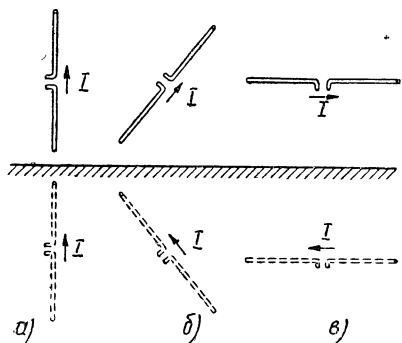


Рис. 11.15. Антенны и их зеркальные изображения.

Взаимное полное сопротивление может быть определено с помощью последовательных приближений, из которых первое обычно является достаточным. Для получения этого приближения одна антенна рассматривается в поле другой антенны, как приемная, при этом считается, что на распределение тока в первой антенне вторая антенна влияния не оказывает.

Полная проводимость антенны равна

$$Y = Y_{11} + Y_{12}, \quad (106)$$

где Y_{12} — взаимная полная проводимость между данной антенной и ее зеркальным изображением. Так как антенна и ее зеркальное изображение образуют симметричную систему, то $Y_{11} = Y_{22}$ и

$$Y_{11} + Y_{12} = \frac{1}{Z_{11} + Z_{12}}. \quad (107)$$

Это не является неожиданным, так как входная проводимость представляет собою обратную величину входного сопротивления. С точки зрения поля излучения, это уравнение является однако, далеко не очевидным.

Величины Z_{12} и Y_{12} представляют собою также взаимные сопротивление и проводимость между антенной и землей. Если эти величины соответствующим образом определены, то уравнения (104) и (106) приложимы к случаю неидеально проводящей земли. Аналитическая задача, связанная с расчетом Z_{12} и Y_{12} , однако, весьма усложняется в случае конечной проводимости земли.

Идеально проводящая земля влияет только на свойства излучения антенны. Но неидеально проводящая земля, кроме того, поглощает мощность. Мощность, ранее излученная антенной, поглощаемая на достаточно больших расстояниях от антенны, естественно не сказывается влияния на ее сопротивление. С другой стороны, мощность, поглощаемая в области реактивного поля антенны, пересчитывается как увеличение входного сопротивления. Между этими двумя областями нельзя провести строгую границу.

Если антенна заземлена и ток в основании большой, то потери в земле будут также большими. По этой причине полуволновые ширококвасательные антенны — мачты эффективнее по сравнению с четвертьволновыми (за исключением антенн с хорошей системой заземления).

Влияние плоской однородной земли на полное сопротивление антенны можно достаточно легко выразить с помощью интегралов Зоммерфельда. Но решение этих интегралов не является простой задачей. Более простой способ основан на принципе эквивалентности. Поле земных токов может быть определено по тангенциальным составляющим E и H над поверхностью земли. Из этого поля можно определить наведенное на зажимах антенны напряжение и, следовательно, взаимное полное сопротивление. Так как нас интересует изменение полного сопротивления, обусловленное конечным значением проводимости, то из фактической напряженности магнитного поля можно вычесть ту ее часть, которая соответствует идеально проводящей земле. Поле над поверхностью земли может быть определено приближенно по формулам оптического отражения. Задача становится еще более сложной, когда земля является неоднородной вследствие естественных условий и конструкции системы заземления.

Экспериментальные данные показывают, что влияние конечной проводимости земли на полное сопротивление полуволновой вертикальной антенны, центр которой находится на расстоянии одной четверти длины волны или более от земной поверхности, пренебрежимо мало. Влияние на полное сопротивление горизонтальной полуволновой антенны пренебрежимо мало только в том случае, когда высота антенны больше одной пятой длины волны. Это влияние начинает увеличиваться очень быстро, когда высота становится меньше $0,2 \lambda$. При высоте $0,1 \lambda$ фактическое полное сопротивление более чем в два раза выше сопротивления в случае идеально проводящей земли. При меньших значениях высоты отношение полных сопротивлений увеличивается еще быстрее.

Из экспериментальных работ известно, что измеренный коэффициент усиления полуволновой вертикальной антенны (непосредственно над землей) превышает на 4 дб коэффициент усиления четвертьволновой вертикальной антенны на частоте $18,3 \text{ мгц}$. Некоторое превышение усиления будет иметь место даже над идеально проводящей землей благодаря большей направленности полуволновой антенны. Но это увеличение усиления составляет всего лишь $1,67 \text{ дб}$. Разница в $2,33 \text{ дб}$ обуславливается меньшими токами земли в случае полуволновой антенны. Если считать, что потери в земле в случае полуволновой антенны пренебрежимо малы, как показывают проведенные эксперименты, то можно определить сопротивление земли для четвертьволновой антенны из уравнения 6—8. Таким образом, отношение коэффициента направленного действия D к коэффициенту усиления мощности g равно

$$\frac{D}{g} = \frac{R_{зем} + R_{изл}}{R_{изл}} = \frac{R_{зем}}{R_{изл}} + 1 = 10^{0,233}$$

или

$$R_{зем} = 0,71 R_{изл},$$

где $R_{изл}$ — сопротивление четвертьволновой антенны над идеально проводящей землей. $R_{зем}$ — сопротивление потерь в земле.

Если установить на земле под четвертьволновой антенной два медных экрана размером 25×25 см, то ее эффективность увеличится на 0,7 дб. Это дает

$$R_{зем} = 0,455 R_{изл}.$$

На рис. 11.16 показано влияние земли и различных условий на местности на величину принимаемой мощности при различных

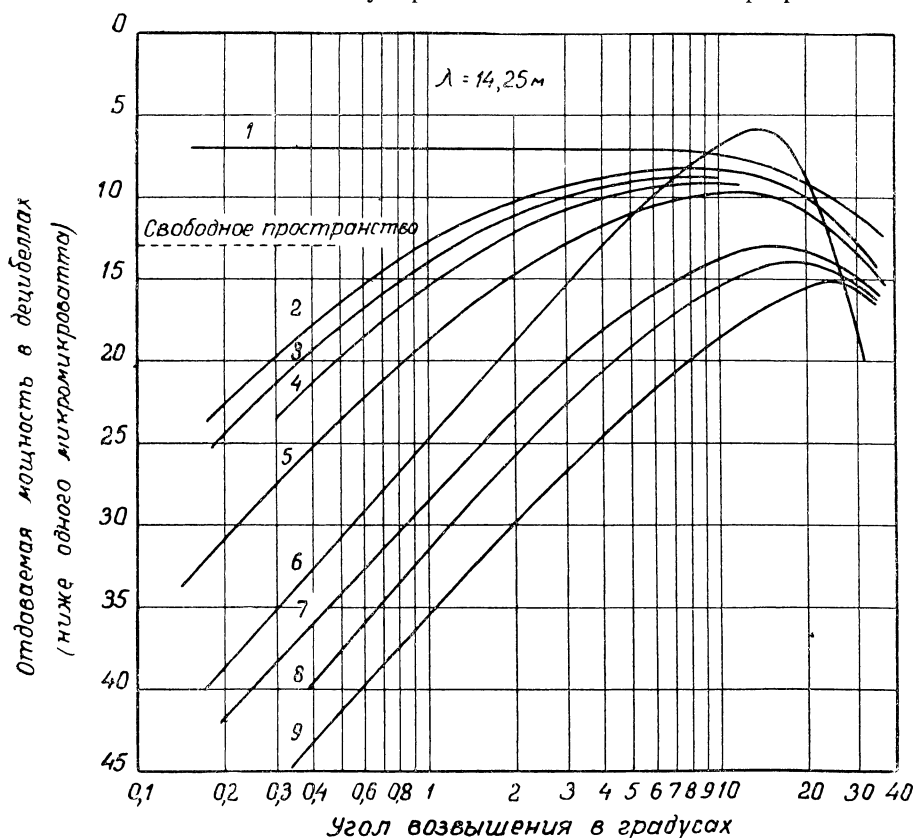


Рис. 11.16. Влияние земли в различных условиях на принимаемую мощность. Опыты с полуволновой антенной, поляризация вертикальная, за исключением кривой 6. 1 — идеальная земля; 2 — соленая вода, 3 — участок реки, 4 — приречная земля; 5 — болотистая местность, 6 — горизонтальная поляризация, высота 1λ над землей; 7 — влажная земля, 8 — сухая земля; 9 — земля.

углах падения, когда эффективная напряженность электрического поля падающей волны составляет 1 мкв/м , а $\lambda = 14,25 \text{ м}$. Измерение постоянных земли и расчет кривых проведен Фельдманом (4). Полученные экспериментальные данные соответствовали этим кривым.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барроу. Полное сопротивление вертикальной полуволновой антенны над землей с конечной проводимостью, IRE Proc., 23, февр. 1935, стр. 150.
2. Г. З. Айзенберг. Антенны для магистральных коротковолновых радиосвязей, М., Связьиздат, 1948.
3. Б. В. Брауде, „Радиотехника“, 1946, VIII, 1, № 5.
4. Фельдман, Оптические свойства земли на коротких радиоволнах, IRE Proc., 21, июнь 1933.

11.22. Задачи

11.2.1. Определить напряженность электрического поля полуволновой антенны в удаленных точках в ее экваториальной плоскости.

Отв.ет.

$$E_z = -E_\theta = -\frac{60j I_0}{d} \cos \beta \delta e^{-j\beta d} \approx -\frac{60j I_0}{d} e^{-j\beta d},$$

где d — расстояние до антенны.

11.4.1. Выразить напряженность электрического поля полуволновой антенны в удаленных точках в ее экваториальной плоскости через мощность излучения.

Отв.ет.

$$E_z = -\frac{60}{d} \sqrt{\frac{P}{36,6}} j e^{-j\beta d} = -\frac{\sqrt{98,4 P}}{d} j e^{-j\beta d} \approx -\frac{10 \sqrt{P}}{d} j e^{-j\beta d}.$$

11.4.2. Выразить через мощность излучения напряженность электрического поля элемента тока в удаленных точках в его экваториальной плоскости.

Отв.ет.

$$E_z = -\frac{\sqrt{90 P}}{d} j e^{-j\beta d}.$$

11.10.1. Определить максимальную мощность, принимаемую полуволновой резонансной антенной по ее действующей площади.

11.10.2. Определить распределение тока в резонансном проводе (около половины длины волны) в однородном поле E_0 , параллельном проводу.

Отв.ет.

$$I_z = \frac{\lambda E_0}{73\pi} \cos \beta (z + \delta),$$

где δ — малое эффективное приращение длины провода, обусловленное емкостным концевым эффектом.

11.10.3. Пусть провод, указанный в предыдущей задаче, имеет разрыв в середине. Длина промежутка мала (но не слишком мала по сравнению с диаметром). Определить напряжение, наведенное на промежутке.

Отв.ет.

$$U = \frac{\lambda E_0}{\pi}.$$

11.13.1. Решить задачу 11.2.1 для одноволновой антенны.

Ответ.

$$E_z = -\frac{120jI_0}{d} e^{-j\beta d}.$$

11.14.1. Решить задачу 11.4.1 для одноволновой антенны.

Ответ.

$$E_z = -\frac{12j\sqrt{P}}{d} e^{-j\beta d}.$$

11.19.1. Объяснить, почему сопротивление излучения питаемой на конце четвертьволновой антенны в свободном пространстве должно быть немного больше одной четверти сопротивления излучения полуволновой антенны.

11.21.1. Рассмотреть четвертьволновую антенну, расположенную в центре идеально проводящего круглого диска, выполняющего роль земли.

Показать, что на больших расстояниях в плоскости земли, достаточно далеко за проводящим диском, напряженность поля составляет половину той напряженности, которая существовала бы на том же расстоянии, если бы земля была бы бесконечно протяженной.

11.21.2. Рассмотреть тонкую вертикальную полуволновую антенну непосредственно над „землей“, представляющую собой горизонтальный провод длиной в одну длину волны. Пусть антенна расположена над центром „земли“. Определите напряженность электрического поля на оси антенны под искусственной землей и покажите, что эта земля обеспечивает хорошее экранирование.

Ответ.

$$E_z = -\frac{15j\lambda I_0}{r(r + 1/2\lambda)} e^{-j\beta r} - \frac{15j\lambda I_0}{rR} e^{-j\beta R},$$

где r — расстояние от центра „земли“, $R = \left(r^2 + \frac{1}{4}\lambda^2\right)^{1/2}$ — расстояние от одного из ее концов, I_0 — максимальная амплитуда антенного тока.

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ АНТЕНН

12.1. Общая формула интенсивности излучения системы элементов тока

Было показано, что если в данном распределении тока элементы параллельны оси z , то электрическое поле в дальней зоне имеет только одну составляющую E_θ , которую легко определить, складывая непосредственно соответствующие поля отдельных элементов. Очевидно, если элементы тока параллельны, то всегда можно выбрать ось, им параллельную. Когда элементы тока непараллельны, как например в ромбических антеннах, непосредственное сложение полей затруднительно и лучше использовать выражения для поля, выведенные в разделах 8.5 и 8.6. Динамическая составляющая F напряженности электрического поля всегда параллельна элементу тока и определяется выражением 8—17.

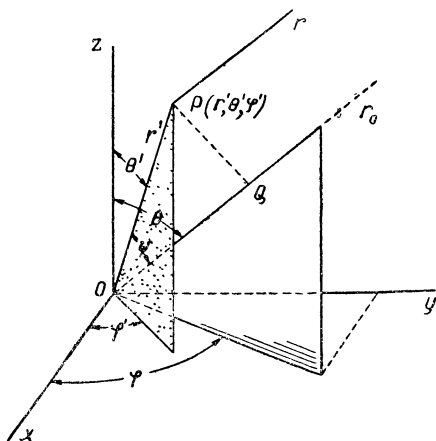


Рис. 12.1. Общий метод определения поля в дальней зоне для заданного распределения тока.

$$F = -j\omega\mu \frac{pe^{-j\beta r}}{4\pi r}, \quad (1)$$

где p — момент элемента тока. Если положение элемента определяется точкой (r', θ', φ') , как показано на рис. 12.1, то расстояние r от него до удаленной точки в направлении (θ, φ) меньше расстояния r_0 от начала координат на длину OQ , представляющую проекцию OP на направление (θ, φ)

$$r = r_0 - r' \cos \psi, \quad (2)$$

где

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi'). \quad (3)$$

Подставляя в уравнение (1), получим

$$F = -j \frac{\omega \mu}{4\pi} p e^{j\beta r' \cos \psi} \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}, \quad (4)$$

поскольку слагаемое $r' \cos \psi$ оказывает пренебрежимо малое влияние на амплитуду.

Определим теперь вектор излучения N элемента тока с моментом p в точке (r', θ', φ') относительно точки $(0, 0, 0)$.

$$N = p e^{j\beta r' \cos \psi}. \quad (5)$$

Это уравнение выражает правило переноса источника излучения. Вектор излучения элемента относительно точки его расположения представляет собою его момент p . Рассматривая вектор излучения в удаленной точке, мы вправе считать, что волна приходит от любой другой точки, при условии, что мы соответствующим образом учитываем разность фаз, обусловленную разностью путей. Это отражает экспоненциальный множитель в уравнении (5). Выражая F через вектор излучения, получим

$$F = -j \frac{\omega \mu}{4\pi} N \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}. \quad (6)$$

Из этой формулы для произвольного элемента получим общую формулу суммирования (или интегрирования в случае непрерывного распределения). Расчет интенсивности излучения по этому методу состоит из следующих операций:

1. Определение составляющих (в прямоугольных координатах) вектора излучения данной системы элементов тока по отношению к некоторой фиксированной точке (которую можно взять за начало координат). Уравнения для этих составляющих имеют вид:

$$\begin{aligned} N_x &= \Sigma e^{j\beta r_n' \cos \psi_n} p_{n,x}, \\ N_y &= \Sigma e^{j\beta r_n' \cos \psi_n} p_{n,y}, \\ N_z &= \Sigma e^{j\beta r_n' \cos \psi_n} p_{n,z}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\cos \psi_n = \cos \theta \cos \theta'_n + \sin \theta \sin \theta'_n \cos (\varphi - \varphi'_n).$$

Для непрерывной трубки тока момент тангенциален к трубке и равен $I(x, y, z)ds$, где ds — элемент длины. Следовательно, составляющие момента равны:

$$\begin{aligned} dp_x &= I(r', \theta', \varphi') dx, dp_y = I(r', \theta', \varphi') dy, \\ dp_z &= I(r', \theta', \varphi') dz. \end{aligned} \quad (8)$$

2. Определение составляющих вектора излучения по направлениям θ и φ :

$$\begin{aligned} N_{\theta} &= N_x \cos \theta \cos \varphi + N_y \cos \theta \sin \varphi - N_z \sin \theta, \\ N_{\varphi} &= -N_x \sin \varphi + N_y \cos \varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

3) Определение интенсивности излучения

$$\Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} (N_{\theta} N_{\theta}^* + N_{\varphi} N_{\varphi}^*). \quad (10)$$

Окончательно уравнение получим при условии, что на больших расстояниях от источника квазистатические составляющие θ и φ напряженности электрического поля изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния и, следовательно, являются бесконечно малыми величинами по сравнению с динамическими составляющими. Следовательно, на больших расстояниях

$$E_{\theta} = F_{\theta}, \quad E_{\varphi} = F_{\varphi}. \quad (11)$$

Подставляя из уравнения (6), получим

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= -j \frac{\omega \mu}{4\pi} N_{\theta} \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} = -j \frac{60\pi}{\lambda} N_{\theta} \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}, \\ E_{\varphi} &= -j \frac{\omega \mu}{4\pi} N_{\varphi} \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} = -j \frac{60\pi}{\lambda} N_{\varphi} \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя в уравнение 5—10, получим уравнение (10).

Можно вывести более общую формулу, включив в нее излучение от магнитных токов, как будет показано в главах 16 и 17. Магнитные токи в действительности не существуют. Однако расчет излучения рупорами и щелями значительно упрощается, если ввести некоторое определенное распределение гипотетических электрических и магнитных токов в раскрывах.

12.2. Формулы для мощности излучения

Из уравнений 5—5 и (10) получим общую формулу для излучаемой мощности

$$P = \frac{15\pi}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (N_{\theta} N_{\theta}^* + N_{\varphi} N_{\varphi}^*) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (13)$$

Иногда оказывается удобным разделить одну систему источников на несколько частей. Пусть, например, система разделена на две части. Тогда

$$N_{\theta} = N_{\theta,1} + N_{\theta,2}, \quad N_{\varphi} = N_{\varphi,1} + N_{\varphi,2}. \quad (14)$$

Подставляя в уравнение (13), получим

$$P = P_{11} + 2P_{12} + P_{22}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \frac{15\pi}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,1} N_{\theta,1}^* + N_{\varphi,1} N_{\varphi,1}^*) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi, \\
 2P_{12} &= \frac{15\pi}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,1} N_{\theta,2}^* + N_{\theta,1}^* N_{\theta,2} + N_{\varphi,1} N_{\varphi,2}^* + \\
 &\quad + N_{\varphi,1}^* N_{\varphi,2}) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \\
 &= \frac{30\pi}{\lambda^2} \operatorname{re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,1} N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,1} N_{\varphi,2}^*) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi, \\
 P_{22} &= \frac{15\pi}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,2} N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,2} N_{\varphi,2}^*) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi.
 \end{aligned} \tag{16}$$

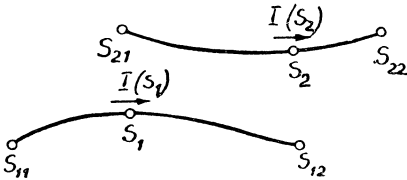


Рис. 12.2. Две тонкие трубки тока.

Выражение $2P_{12}$ представляет собой взаимную мощность излучения.

Другая общая формула связывает мощность излучения с местным полем. Преимуществом ее является то, что она определяет реактивную мощность, так же как мощность, расходуе-

мую на излучение (раздел 5.18). Таким образом, для тонких трубок получаем комплексную мощность

$$\Psi = -1/2 \int E_s(s) I^*(s) ds, \tag{17}$$

где $I(s)ds$ — момент произвольного элемента тока, $E_s(s)$ — тангенциальная к нему напряженность электрического поля. В случае двух тонких трубок (рис. 12.2) мы разлагаем E_s на составляющие $E_{s,1}$, $E_{s,2}$, связанные с каждой трубкой и соответствующим образом разбиваем пределы интегрирования. Таким образом,

$$\Psi = \Psi_{11} + 2\Psi_{12} + \Psi_{22}, \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Psi_{11} &= -1/2 \int_{s_{11}}^{s_{12}} E_{s,1}(s_1) I_1^*(s_1) ds_1, \\
 \Psi_{22} &= -1/2 \int_{s_{21}}^{s_{22}} E_{s,2}(s_2) I_2^*(s_2) ds_2, \\
 2\Psi_{12} &= -1/2 \int_{s_{11}}^{s_{12}} E_{s,2}(s_1) I_1^*(s_1) ds_1 - 1/2 \int_{s_{21}}^{s_{22}} E_{s,1}(s_2) I_2^*(s_2) ds_2.
 \end{aligned} \tag{19}$$

В этих уравнениях s_1 — расстояние, отсчитываемое вдоль первой трубки, а s_2 — расстояние, отсчитываемое вдоль второй трубки. Точки s_{11} и s_{12} указывают начало и конец первой трубки, s_{21} и s_{22} , соответственно, начало и конец второй трубки.

Между мощностью Ψ для одиночной трубки и мощностью Ψ_{12} для ее двух произвольных образующих¹ существует простое соотношение

$$\Psi = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_{12} d\varphi_1 d\varphi_2. \quad (20)$$

Для получения этой формулы разбиваем ток $I(s)$ на бесконечно тонкие трубки $I(s) d\varphi/2\pi$. Взаимная мощность между двумя такими трубками составляет $2\Psi_{12} d\varphi_1 d\varphi_2/4\pi^2$. При интегрировании этой величины по первоначальной конечной трубке взаимная мощность отсчитывается дважды. Следовательно, результат нужно разделить пополам. Из условий симметрии интеграл $\Psi_{12} d\varphi_1$ не зависит от φ_2 . Следовательно, второе интегрирование сводится к умножению на 2π и

$$\Psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_{12} d\varphi. \quad (21)$$

Поэтому среднее значение мощности Ψ_{12} по трубке дает требуемую комплексную мощность.

12.3. Входное сопротивление и взаимное сопротивление

Две антенны образуют четырехполюсный преобразователь. Пусть $I_{i,1}$, $I_{i,2}$ — входные токи, обусловленные приложенными напряжениями U_1 , U_2 . В соответствии с уравнениями 9—74 имеем

$$U_1 = Z_{11}I_{i,1} + Z_{12}I_{i,2}, \quad U_2 = Z_{12}I_{i,1} + Z_{22}I_{i,2}. \quad (22)$$

Умножая первое уравнение на $1/2I_{i,1}^*$, второе — на $1/2I_{i,2}^*$ и произведя сложение, получим комплексную мощность

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{2} Z_{11}I_{i,1} I_{i,1}^* + \frac{1}{2} Z_{12}(I_{i,1}I_{i,2}^* + I_{i,1}^*I_{i,2}) + \frac{1}{2} Z_{22}I_{i,2} I_{i,2}^* \equiv \\ &\equiv \Psi_{11} + 2\Psi_{12} + \Psi_{22}. \end{aligned} \quad (23)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{2\Psi_{11}}{I_{i,1}I_{i,1}^*}, \quad Z_{22} = \frac{2\Psi_{22}}{I_{i,2}I_{i,2}^*}, \\ Z_{12} &= \frac{4\Psi_{12}}{I_{i,1}I_{i,2}^* + I_{i,1}^*I_{i,2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

¹ Образующей трубки является кривая, формирующая поверхность трубки при переносе ее параллельно самой себе.

Так как Z_{12} не зависит ни от амплитуд, ни от фаз входных токов, то можно считать фазы одинаковыми и написать

$$Z_{12} = \frac{2\Psi_{12}}{I_{i,1} I_{i,2}}. \quad (25)$$

12.4. Интегральное выражение для взаимного и входного сопротивлений

Согласно уравнениям (22) взаимное сопротивление равно напряжению, которое должно быть приложено к зажимам второй антенны для противодействия напряжению, наведенному на них первой антенной, когда входной ток первой антенны равен единице. Пусть $I_1(0; s_1)$ — ток в первой антенне, обусловленный приложенным напряжением в точке $s_1 = 0$ и пусть $E_{s,1}(s_2)$ напряженность электрического поля, создаваемая этим током вдоль второй антенны. Согласно уравнению 9—100 напряжение, наведенное на зажимах второй антенны, равно:

$$\frac{1}{I_{i,2}} \int_{s_{21}}^{s_{22}} E_{s,1}(s_2) I_2(0; s_2) ds_2, \quad (26)$$

где $I_2(0; s_2)$ — ток во второй антенне, обусловленный приложенным напряжением на ее зажимах в точке $s_2 = 0$. Переходя к отрицательному значению и поделив на I_{i1} , находим взаимное полное сопротивление

$$Z_{12} = - \frac{\int_{s_{21}}^{s_{22}} E_{s,1}(s_2) I_2(0; s_2) ds_2}{I_{i,1} I_{i,2}}. \quad (27)$$

Так как $I_{i,1}$ и $I_{i,2}$ представляют собой два фиксированных значения, то распределения токов $I_1(0; s_1)$ и $I_2(0; s_2)$ необходимо определить, предполагая сопротивления генераторов, возбуждающих антенны, бесконечными. Следовательно, $E_{s,1}(s_2)$ нужно определить, исходя из того же предположения.

Пусть $T(s_1 s_2)$ — коэффициент передачи между двумя элементами антенны ds_1 и ds_2 , определяемый как отношение касательной к элементу ds_2 составляющей напряженности электрического поля в точке s_2 к моменту тока, протекающего через элемент ds_1 в точке s_1 , т. е.

$$E_{s,1}(s_2) = T(s_1, s_2) I_1(0; s_1) ds_1. \quad (28)$$

Функция T определяется из уравнений 4—82 и является симметричной:

$$T(s_2, s_1) = T(s_1, s_2), \quad (29)$$

какой она и должна быть в соответствии с теоремой взаимности.

Подставляя в уравнение (27), получим

$$Z_{12} = - \frac{\int_{s_{11}}^{s_{12}} \int_{s_{21}}^{s_{22}} T(s_1, s_2) I_1(0; s_1) I_2(0; s_2) ds_1 ds_2}{I_{i,1} I_{i,2}}. \quad (30)$$

Для определения входного сопротивления разбиваем антенну на бесконечно тонкие трубки с угловой плотностью $I_{i,1}, d\varphi/2\pi$ на входных зажимах. Напряжение на зажимах произвольной элементарной трубки равно

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Z_{12} I_{i,1} d\varphi. \quad (31)$$

Эта величина представляет собой также напряжение на зажимах всей антенны. Поделив (31) на входной ток, найдем входное сопротивление

$$Z_{11} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Z_{12} d\varphi. \quad (32)$$

12.5. Взаимная проводимость.

Согласно уравнениям 9—75 взаимная проводимость $Y_{12} = Y_{21}$ представляет собой ток через короткозамкнутые зажимы одной антенны, деленный на напряжение, приложенное к другой антенне со стороны генератора с полным сопротивлением, равным нулю. Пусть на зажимах первой антенны действует постоянное напряжение U_1 , а на зажимах второй напряжение отсутствует. По определению и из уравнения 9—99 имеем

$$Y_{12} = \frac{1}{U_1} \int_{s_{21}}^{s_{22}} E_{s,1}(s_2) Y_2(0; s_2) ds_2, \quad (33)$$

где проводимость $Y_2(0; s_2)$ представляет собою ток, обусловленный единичным напряжением на зажимах второй антенны. Если $U_1 = 1$, то ток, создающий $E_{s,1}(s_2)$, представляет собой проводимость $Y_1(0; s_1)$ вдоль первой антенны.

Следовательно,

$$E_{s,1}(s_2) = T(s_1, s_2) Y_1(0; s_1) ds_1, \quad (34)$$

и уравнение (33) принимает вид

$$Y_{12} = \int_{s_{11}}^{s_{12}} \int_{s_{21}}^{s_{22}} T(s_1, s_2) Y_1(0; s_1) Y_2(0; s_2) ds_1 ds_2. \quad (35)$$

Y_{12} можно также выразить через распределения тока, соответствующие произвольным, но фиксированным приложенным напряжениям U_1 и U_2 .

$$Y_{12} = \frac{1}{U_1 U_2} \int_{s_{11}}^{s_{12}} \int_{s_{21}}^{s_{22}} T(s_1, s_2) I_1(0; s_1) I_2(0; s_2) ds_1 ds_2. \quad (36)$$

Так как условия на концах в уравнении (30) для Z_{12} и в уравнении (36) для Y_{12} являются различными, то функции $I_1(0; s_1)$ и $I_2(0; s_2)$ в двух случаях отличаются друг от друга. Они приблизительно одинаковы, если антенны отстоят друг от друга настолько, что взаимодействие между ними мало. В этом случае

$$U_1 \simeq Z_{i,1} I_{i,1}, \quad U_2 \simeq Z_{i,2} I_{i,2}, \quad (37)$$

где $Z_{i,1}$ и $Z_{i,2}$ — входные сопротивления соответствующих антенн в свободном пространстве. Тогда уравнение (36) принимает вид

$$Y_{12} \simeq - \frac{Z_{12}}{Z_{i,1} Z_{i,2}}. \quad (38)$$

В соответствии с уравнениями 9—76 в этом уравнении пренебрегаем значением Z_{12}^2 по сравнению с $Z_{i,1}$ и $Z_{i,2}$.

Как будет показано в следующей главе, приведенные выше выражения для Z_{12} и Y_{12} являются особенно полезными при расчете методом последовательных приближений.

12.6. Ближнее поле прямой трубки тока

Относительно простые формулы для ближнего поля прямой трубки тока были получены А. А. Пистолькорсом и Бекманом¹. Мы ограничим наше рассмотрение напряженностью электрического поля параллельной трубки. В разделе 8.5 приводится один общий метод расчета. Он состоит в интегрировании скалярного потенциала элемента заряда по участку, занимаемому зарядом, затем в интегрировании динамической составляющей напряженности электрического поля элемента тока по трубке и, наконец, в дифференцировании с целью определения E и H . В данном случае, однако, более удобным оказывается непосредственное интегрирование поля, создаваемого элементом тока.

Так из уравнения 8—28 получим электрический потенциал элемента (рис. 12.3),

$$U = - \frac{I(z') dz'}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \psi = \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}, \quad r = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}. \quad (39)$$

¹ См. ссылки в разделе 5.18.

Подставляя в уравнение 8—45 и пользуясь уравнением 8—17, получим напряженность электрического поля элемента в направлении, параллельном трубке,

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \beta^2 \psi \right) I(z') dz'. \quad (40)$$

Наконец, получим напряженность электрического поля всей трубки, интегрируя в пределах между $z' = z_1$ и $z' = z_2$,

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \beta^2 \psi \right) I(z') dz'. \quad (41)$$

Замечая, что

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial z'}, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2}, \quad (42)$$

интегрируем первый член в уравнении (41) по частям дважды. Таким образом,

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} I(z') dz' &= \int_{z_1}^{z_2} I(z') \frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} dz' = \\ &= \int_{z_1}^{z_2} I(z') d \left(\frac{\partial \psi}{\partial z'} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= I(z') \left. \frac{\partial \psi}{\partial z'} \right|_{z_1}^z - \int_{z_1}^{z_2} \frac{dI(z')}{dz'} \frac{\partial \psi}{\partial z'} dz' = \left[I(z') \frac{\partial \psi}{\partial z'} - I'(z') \psi \right]_{z'=z_1}^{z'=z_2} + \\ &+ \int_{z_1}^{z_2} \frac{d^2 I(z')}{dz'^2} \psi dz'. \end{aligned} \quad (43)$$

Подставляя в уравнение (41) и пользуясь первым уравнением (42), получим

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{j}{\omega\epsilon} \left[I'(z') \psi(z, z') + I(z') \frac{\partial \psi}{\partial z} \right]_{z'=z_1}^{z'=z_2} + \\ &+ \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \left[\frac{d^2 I(z')}{dz'^2} + \beta^2 I(z') \right] \psi dz'. \end{aligned} \quad (44)$$

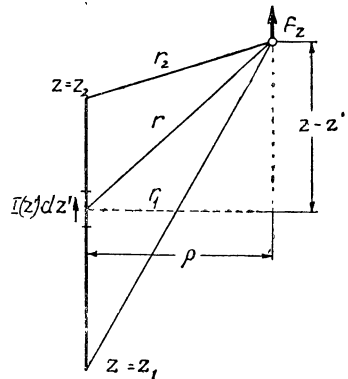


Рис. 12.3. Иллюстрация к расчету поля прямой трубки тока.

12.7. Ближнее поле простой прямой трубки с синусоидальным распределением тока

Если ток на участке между $z' = z_1$ и $z' = z_2$ имеет вид

$$I(z') = A \cos \beta z' + B \sin \beta z' \quad (45)$$

или

$$I(z') = C e^{-j\beta z'} + D e^{j\beta z'}, \quad (46)$$

то сумма в скобках в подынтегральном выражении уравнения (44) равна нулю. Следовательно,

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{j}{\omega \varepsilon} \left[I'(z') \psi(z, z') + I(z') \frac{\partial \psi}{\partial z} \right]_{z'=z_1}^{z'=z_2} = \\ &= \frac{j}{4\pi\omega \varepsilon} \left[I'(z') \frac{e^{-j\beta r}}{r} + I(z') \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-j\beta r}}{r} \right]_{z'=z_1}^{z'=z_2} = \\ &= \frac{j}{4\pi\omega \varepsilon} \left[I'(z_2) \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} - I'(z_1) \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} + \right. \\ &\quad \left. + I(z_2) \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} - I(z_1) \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} \right], \quad (47) \end{aligned}$$

где r_1 и r_2 — расстояние от начала и конца трубки (рис. 12.3),

$$r_1 = [p^2 + (z - z_1)^2]^{1/2}, \quad r_2 = [p^2 + (z - z_2)^2]^{1/2}. \quad (48)$$

Два члена в уравнении (47) зависят от токов на концах трубки, а два — от их производных. Если трубка состоит из нескольких синусоидальных участков и если в местах соединений ток или его производная имеют скачки, то каждый участок необходимо рассматривать отдельно.

12.8. Методы анализа антенн

В разделе 8.2 был сделан вывод, что приближенные выражения диаграммы направленности данной антенны и мощности излучения через максимальную амплитуду антенного тока могут быть получены даже из относительно плохого приближения для распределения тока. Следовательно, если антенна возбуждается в точке, где амплитуда тока максимальна или почти максимальна, то может быть получено довольно хорошее приближение для входного сопротивления (раздел 8.3). В главе 8 был сделан вывод, что форма распределения тока в тонком проводе, возбужденном в одной точке, является приблизительно синусоидальной.

Однако для определения полного сопротивления антенны в широкой полосе частот требуется лучшая аппроксимация тока. Имеются три метода для решения этой задачи.

Если ток распределен на поверхности полого цилиндра, то можно его разбить на трубки с угловой плотностью $I(z')/2\pi$ и углом сектора $d\varphi'$. Напряженность электрического поля тогда

представляет собою среднее значение продольной напряженности (уравнение 41) вокруг цилиндра.

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{d^2\Psi}{dz'^2} + \beta^2\Psi \right) I(z') dz', \quad (49)$$

где

$$\Psi(z, z') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi(z, z'; \varphi, \varphi') d\varphi'. \quad (50)$$

Если цилиндр является идеальным проводником и если $E_z^i(z)$ —приложенное поле, то

$$E_z + E_z^i(z) = 0. \quad (51)$$

Подставляя в уравнение (49), получим

$$\frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial z'^2} + \beta^2\Psi \right) I(z') dz' = -E_z^i(z). \quad (52)$$

Неизвестный ток входит в выражение под знаком интеграла. Такие уравнения называются интегральными. Уравнение (52) является „уравнением цепи“ для антенны. Чтобы установить аналогию между этим уравнением и уравнениями Кирхгофа для сосредоточенных цепей, заметим, что интеграл является пределом суммы

$$\sum_{n=1}^{n=N} \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\frac{\partial^2\Psi(z_n, z)}{\partial z^2} + \beta^2\Psi(z_n, z) \right] \Delta z_n I(z_n) = -E_z^i(z). \quad (53)$$

где N — число элементов суммы. Если $z = z_n$ является средней точкой каждого элемента, то получим N уравнений

$$\sum_{n=1}^{n=N} Z_{mn} I(z_n) = -E_z^i(z_m), \quad m = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (54)$$

где

$$Z_{mn} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\frac{\partial^2\Psi(z_n, z_m)}{\partial z_m^2} + \beta^2\Psi(z_n, z_m) \right] \Delta z_n. \quad (55)$$

Таким образом, уравнение (52) представляет собой „уравнение Кирхгофа“ для антенны. Существуют другие формы интегральных уравнений для антенн, одна из которых, принадлежащая Халлену, является особенно подходящей для анализа методом последовательных приближений¹. Теория антенн, основан-

¹ Решение интегрального уравнения методом последовательных приближений для металлического стержня дано М. А. Леонтовичем и М. Л. Левиным „О возбуждении вибраторов в антенне“. Изв. А. Н. СССР, сер. физическая 12, вып. 3, 1944, стр. 156. [Прим. ред.].

ная на интегральных уравнениях, может рассматриваться как теория цепей в приложении к антеннам.

Можно одновременно применить метод последовательных приближений, используя при этом формулы, выведенные в предыдущих разделах. На поверхности идеально проводящей передающей антенны, например, E_z везде равно нулю, за исключением небольшого участка, занятого источником энергии. Интегрируя уравнение (49) по частям, как это было сделано с уравнением (41), получим аналогичное (44) уравнение, заменив при этом $\Psi'(z, z')$ на $\Psi(z, z')$. Следовательно, если ветви антенн простираются от $z = z_1$, до $z = z_2$ и от $z = z_3$ до $z = z_4$, то для каждой антенной ветви получим:

$$\int_{z_1}^{z_2} \left[\frac{d^2 I}{dz'^2} + \beta^2 I \right] \Psi(z, z') dz' = \left[I'(z') \Psi(z, z') + I(z') \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right]_{z'=z_1}^{z'=z_2} + \left[I'(z') \Psi(z, z') + I(z') \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right]_{z'=z_3}^{z'=z_4}. \quad (56)$$

При стремлении радиуса антенны к нулю правая часть стремится к постоянному пределу для каждого значения z , не равного z_1, z_2, z_3, z_4 , т. е. везде, кроме концевых точек антенных ветвей. Достаточно далеко от концов этот предел имеет небольшое значение. Коэффициент $\Psi(z, z')$ в интегральной функции является бесконечным в точке $z' = z$ и имеет большое значение в ее окрестности. Следовательно, другой множитель должен быть малым. Так, при стремлении радиуса антенны к нулю

$$\frac{d^2 I}{dz^2} + \beta^2 I \rightarrow 0; \quad (57)$$

т. е. $I(z)$ приближается к синусоиде. Это является другим способом доказательства вывода, сделанного уже в гл. 8. Подставляя выражения синусоидального распределения тока в уравнения (27) или (30), можно получить асимптотические выражения для взаимного полного сопротивления. Уравнение (27) является удобным для применения, так как напряженность электрического поля трубки с синусоидальным распределением тока определена в скрытом виде и необходимо произвести только одно дополнительное интегрирование.

Необходимо рассмотреть один теоретический вопрос. Уравнение (47) дает точное выражение напряженности электрического поля, параллельного трубке с синусоидальным распределением тока. Это выражение не становится равным нулю в каком-либо месте вдоль трубки. Может показаться поэтому, что ток в передающей антенне не может быть распределен синусоидально даже в предельном случае нулевого радиуса, так как граничное условие $E_z = 0$ на поверхности антенны, очевидно, нарушается. Это кажущееся противоречие является следствием неправильного допущения, что сходимость E_z при стремлении радиуса

к нулю является равномерной. В действительности сходимость не является равномерной при $\rho = 0$, где ρ — расстояние от трубки. В результате, если радиус антенны равен a , то дополнительно к синусоидальному току появится остаточный член $I_1(z)$. Последний достаточен для того, чтобы $E_z(a)$ стало равным нулю. При стремлении a к нулю остаточный член также стремится к нулю. Следовательно, обусловленная им составляющая E_z для какого-либо фиксированного значения ρ , большего a , будет стремиться к нулю вместе с a . Таким образом, в пределе E_z определяется точно уравнением (47) для любого ρ большего нуля. Но при $\rho = 0$ уравнение (47) перестает быть справедливым, так как $E_z(a)$ равно нулю при любом a и, следовательно, остается равным нулю при $a = 0$.

Это на первый взгляд, академическое рассуждение оказывается важным для физического истолкования распределения потока мощности (рис. 4.18 и 4.19), когда толщина антенны уменьшается. Так как мощность поступает от генератора, который согласно нашему предположению занимает небольшую зону, то все силовые линии должны выходить из него. Было принято, что антенна является идеальным проводником, потому что тангенциальная составляющая E и, следовательно, нормальная составляющая вектора Умова-Пойнтинга равны нулю. Следовательно, линии потока не могут начинаться на антенне. В предельном случае бесконечно тонкой антенны E_z определяется уравнением (47) при $\rho > 0$ независимо от малости ρ . Этим обусловлен конечный член в выражении нормальной составляющей вектора Умова-Пойнтинга, поэтому кажется, что силовые линии начинаются на антенне. При таком исследовании поля, бесконечно близкого к антенне, можно было бы заметить, что силовые линии резко поворачиваются параллельно к антенне и идут к источнику. Можно, однако, расчетным путем определить поведение силовых линий для различных конечных радиусов и установить их тенденцию прижиматься к антенне по мере уменьшения радиуса (рис. 4.18 и 4.19).

В следующей главе мы воспользуемся синусоидальным приближением для тока при выводе общих формул взаимной полной проводимости и взаимной мощности излучения для некоторых важных специальных случаев. Можно применить тот же основной метод для получения приближений высшего порядка.

Существо второго метода анализа антенн состоит в следующем:

1) Приняв синусоидальное приближение для тока в передающей антенне данного конечного радиуса, определяем тангенциальное поле E_z с помощью уравнения (47). 2) Подвергая антенну воздействию компенсирующего приложенного поля — E_z , определяем поправочные члены, пользуясь результатами первого приближения. По существу этот метод является приложением метода нейтрализации Пуанкаре из теории потенциалов к антенным задачам. Этот метод состоит в «снятии» с поверхности антенны остаточной тангенциальной напряженности электрического поля путем приложения

равной и противоположной напряженности. Такой способ, пожалуй, является наиболее элементарным в анализе антенн.

Третий метод анализа основан на решении уравнений Максвелла при заданных граничных условиях на поверхностях антенны и источника энергии. Этот метод состоит в расчете вначале специальных типов волн или типов распространения соответствующих граничным условиям на боковой поверхности антенны, затем типов распространения, возможных в свободном пространстве, и наконец, в комбинировании их таким образом, чтобы удовлетворялись все граничные условия. В результате, ток в антенне получается как сумма двух составляющих: ТЕМ или основной волны и дополнительной волны, состоящей из колебаний высшего порядка. Эту теорию мы будем называть анализом типов колебаний в применении к антеннам. Распространение основных типов волн описывается обычными уравнениями передающей линии (см. гл. 4), выраженными через распределенные последовательно включенную индуктивность и параллельно включенную емкость. Вблизи источника питания важное значение имеет лишь основной тип распространения. Явления, возникающие в местах соединения фидерных линий с антеннами, легко представить себе с точки зрения теории типов колебаний. В общем случае, рекомендуется анализировать явления, исходя из различных точек зрения.

12.9. Антенны, местные цепи и фидерные линии

Между источником питания и передающей антенной (или между приемной антенной и нагрузкой) имеются местные цепи и соединительные передающие линии или волноводы. Если участки местной цепи не согласованы, то полное сопротивление со стороны антенны будет изменяться от точки к точке цепи. Из теорий цепей и передающих линий вытекают правила для трансформации полного сопротивления от одной точки к другой. При некоторых ограничениях эти правила применимы к волноводам. Эти местные цепи рассчитываются таким образом, чтобы излучение от них было незначительным. Взаимодействие между полями, связанными, с одной стороны, с местными цепями и, с другой стороны, — с антенной, по возможности ограничивается. Всю систему передачи можно, таким образом, рассматривать состоящей из двух самостоятельных частей: фидерной системы и собственно антенны. Слабая связь, существующая между этими двумя частями, может быть вычислена по току и распределению заряда, определенным для случая отсутствия связи. Хотя практически невозможно исключить связь между антенной и фидерной линией, тем не менее существуют методы ее уменьшения. Теоретически эту связь всегда можно сделать равной нулю. Если питание антенны осуществляется в центре ее с помощью двухпроводной линии (рис. 12.4), то взаимодействие между антенной и фидерной линией уменьшается при уменьшении расстояния между проводами линии и скручивании их между собой. При уменьшении расстояния между проводами соотношение полных

сопротивлений нарушается, если при этом не уменьшаются также радиусы проводов и не происходит сужения проводов в изгибе. Теоретически, однако, соотношение полных сопротивлений можно произвольно выбирать, так что антенну можно электрически отделить от фидерной линии. Когда взаимодействием между антенной и фидерной линией пренебречь нельзя, то надо учитывать отношение полного сопротивления антенны к волновому сопротивлению фидера, так как это отношение определяет распределение тока и заряда на фидере.

В свободном пространстве антенная система с двухпроводной фидерной линией является идеально симметричной, токи в проводах равны и противоположно направлены¹ и излучение фидерной линии мало. Но в присутствии земли система является симметричной только в том случае, если она расположена горизонтально. При вертикальной антенне поле, отраженное от земли, будет приложено к фидерной линии, вследствие чего создается паразитная антенная цепь. Так как оба провода фидерной линии

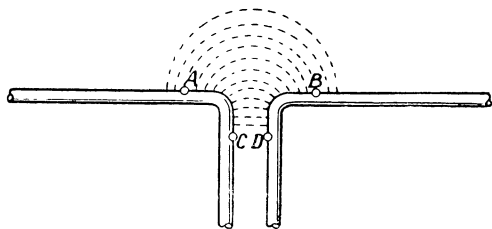


Рис. 12.4. Двухпроводная линия, питающая антенну, и электрические силовые линии, связанные с основным видом распространения.

одинаково расположены в отраженном поле, то новая цепь состоит из этих проводов и земли, действующей в качестве обратного провода. В этой цепи антенна получает параллельное возбуждение в дополнение к последовательному возбуждению фидерной линией, работающей в противофазном режиме. Составляющая параллельного возбуждения зависит от волнового сопротивления обратного «провода» — земли. Теоретически это сопротивление можно сделать бесконечным, практически величина этого сопротивления ограничивается реальными размерами проводов.

Если антенна питается коаксиальной передающей линией, то внутренний проводник присоединяется к одной ветви антенны, а внешний проводник — к другой. В этом случае существует паразитная излучающая цепь, даже при расположении антенной системы в свободном пространстве. Питающая коаксиальная линия вызывает напряжение не только между ветвями антенны, но также между внешней поверхностью наружного проводника и ветвью антенны, соединенной с внутренним проводником. Такие цепи паразитного излучения влияют на полное сопротивление со стороны конца фидерной линии и на характеристики излучения антенной системы.

В главе 15 будут рассмотрены некоторые методы устранения паразитных цепей.

¹ Предполагается, конечно, симметричная антенна.

12.10. Входная часть антенны

Вход антенны представляет собою место перехода фидерной линии в антенну. Примером может служить область изгиба на рис. 12.4. Эта область начинается в месте, где фидерная линия перестает быть однородной и простирается до места, где антенна становится более или менее однородной, а направляемые волны становятся существенно сферическими. Эта область является более заметной в системе, аналогичной показанной на рис. 12.5б. Плоские волны, проходящие между коаксиальными цилиндрами, преобразуются в цилиндрические волны между основанием цилиндрической антенны и плоскостью земли. Если расстояние AB мало по сравне-

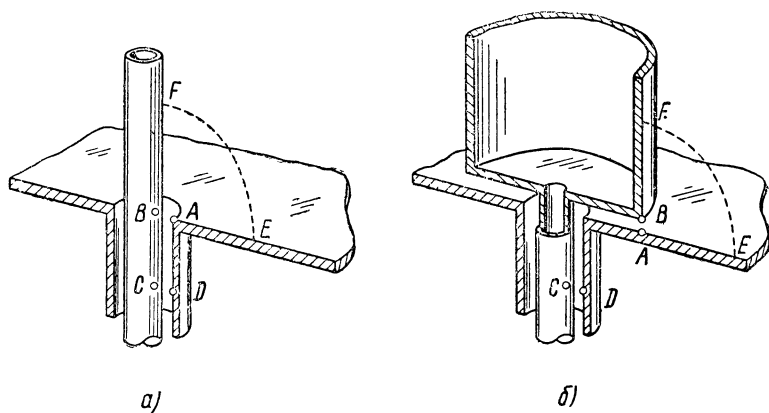


Рис. 12.5. Различное устройство области входа.

нию с радиусом антенны, то эти волны исходят из промежутка, аналогично волнам между плоскими проводниками, образующими клин или двугранный рупор. Постепенно, на больших по сравнению с диаметром расстояниях от A и B , эти волны становятся существенно сферическими. В широковегательной антенной мачте область входа включает в себя основание изолятора, на котором установлена мачта.

Границы области входа антенны выбираются произвольно, исходя из цели анализа. Фидерные линии и антенны во многих системах могут оказаться существенно одинаковыми, но границы области входа могут быть выбраны различными, поэтому удобно рассматривать системы по частям. В таких простых случаях, как на рис. 12.4, область входа можно рассматривать просто как неоднородность в фидерной линии или в антенне. Однако даже в этом случае более удобно рассматривать ее отдельно. Размеры, относящиеся к области входа, часто являются настолько малыми по сравнению с длиной волны, что эта область может быть представлена простейшей Т-образной схемой (рис. 12.6) с последовательно включенными индуктивными ветвями и параллельно включенной емкостной ветвью или же П-образной схемой. Так, например, при измерениях полного

сопротивления, проведенных Брауном и Вудвордом¹, длина волны была равна 5 м, а расстояние AB между основанием антенны с коаксиальным питанием и плоскостью земли составляла $\lambda/360 \approx 1,39$ см. Наибольший диаметр был равен 27,8 см. Следовательно, во всех случаях размеры области входа были малы по сравнению с λ . В наибольшем цилиндре длина промежутка AB была достаточно мала по сравнению с размерами внешней части антенны (87,3 см).

При больших размерах области входа полезно еще рассматривать ее отдельно от антенны и фидерной линии. Но при этом эквивалентная Т-образная схема усложняется.

Всякий раз, когда последовательное полное сопротивление цепи, представляющей область входа, очень мало по сравнению с полным сопротивлением антенны, а параллельное полное сопротивление очень велико, допустимо говорить о «выходных зажимах» фидерной линии и «входных зажимах» антенны. Иначе говоря, антенна не имеет входных зажимов в обычном смысле. Полные сопротивления можно получить, измеряя стоячие волны в фидерной линии. На основании измерений можно определить эффективное полное сопротивление в плоскости, проходящей через точки C, D нормально к фидерной линии (рис. 12.5), или в плоскости, проходящей через конец коаксиальной линии, или на цилиндрической поверхности, проходящей через точки A, B промежутка, или, наконец, на поверхности, совпадающей с фронтом волны в E, F . В данном частном случае конец коаксиальной линии является наиболее удобной отсчетной плоскостью для измерения полного сопротивления. Однако теоретически одинаково легко пользоваться любой другой отсчетной плоскостью.

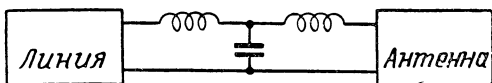


Рис. 12.6. Для представления небольшой области входа между линией и антенной может быть применена Т-образная схема.

Практически трудно отделить область входа от остальной части антенны. Антенну можно разрезать таким образом, чтобы остался только входной шлейф. Однако в этом случае возникнет связанный со шлейфом концевой эффект, который изменит емкость шлейфа. Поправки на этот эффект определяются теоретически. В случае антенн сантиметрового диапазона волн можно измерить параметры области входа, добавляя проводящий сферический экран, concentричный с областью. Этот экран предназначен для устранения излучения без нарушения при этом конфигурации силовых линий в области входа. Экран может обеспечить либо плоскость короткого замыкания на выбранной границе выходной области, либо бесконечное сопротивление в этой плоскости. Из соответствующих измерений можно определить эквивалентные параметры области входа.

¹ Экспериментальное определение характеристик полного сопротивления цилиндрических антенн. IRE. Proc. 33, апрель 1945, стр. 257—262.

Необходимо провести точные расчеты характеристик области входа, однако в данном случае важное значение имеют только основные волны и это сильно облегчает решение задачи. Приближенные расчеты не вызывают затруднений и являются обычно достаточными для практических целей. В цилиндре (рис. 12.5б) имеется смкость между его снованием и плоскостью земли.

Пренебрегая краевым эффектом, получим

$$C = \frac{\epsilon \pi (a^2 - b^2)}{h}, \quad (58)$$

где a — радиус антенны,

b — радиус наружного проводника коаксиальной линии,

h — длина промежутка.

Индуктивность этой области равна

$$L = \frac{\mu h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \quad (59)$$

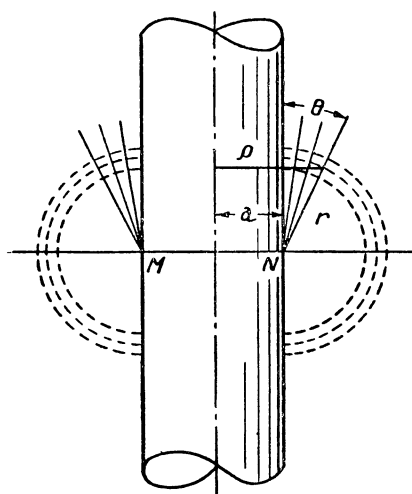


Рис. 12.7. Координатная система, применяемая для исследования волн на цилиндре.

Предполагается при этом, что a мало по сравнению с $\lambda/8$. В противном случае эту область нужно рассматривать как радиальную линию передачи.

Для области, простирающейся за A, B по направлению к E, F , удобно применить координатную систему¹, изображенную на рис. 12.7. Для основных волн можно считать, что электрические силовые линии представляют собой окружности радиуса r . Тогда напряженность магнитного поля равна

$$H_\varphi = \frac{I(r)}{2\pi r} = \frac{I(r)}{2\pi (a + r \sin \theta)}, \quad (60)$$

где $I(r)$ — ток в цилиндре на расстоянии r от „начальной окружности“. Следовательно, магнитное смещение на единицу длины в радиальном направлении составляет

$$L I(r) = \int_0^{\pi/2} \mu H_\varphi r d\theta = \frac{\mu I(r)}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\pi d\theta}{a + r \sin \theta}, \quad (61)$$

где L — погонная индуктивность. Таким образом,

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{r d\theta}{a + r \sin \theta}. \quad (62)$$

¹ С. Щелкунов. Основные и дополнительные волны в антеннах, IRE, Proc., 34, январь 1946, стр. 23Р—32Р.

Аналогично определяется погонная емкость.

$$LC = \mu\varepsilon, \quad C = \frac{\mu\varepsilon}{L}. \quad (63)$$

Более подробное рассмотрение вопроса, основанное на уравнениях Максвелла, можно найти в других работах.

Решая интеграл в уравнении (62), найдем

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu(r/a)}{\pi \sqrt{1 - (r^2/a^2)}} \operatorname{artg} \sqrt{\frac{a-r}{a+r}}, & r < a, \\ L &= \frac{\mu}{2\pi} & r = a, \\ L &= \frac{\mu(r/a)}{\pi \sqrt{(r^2/a^2) - 1}} \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{r-a}{r+a}} & r > a, \\ L &= \frac{\mu(r/a)}{\pi \sqrt{(r^2/a^2) - 1}} \ln \frac{\sqrt{r+a} + \sqrt{r-a}}{\sqrt{2a}}, & r > a. \end{aligned} \quad (64)$$

При $r \ll a$

$$L \simeq \frac{\mu r}{4a}, \quad C \simeq \frac{4\varepsilon a}{r}. \quad (65)$$

В этой области индуктивность пренебрежимо мала, но емкость может оказаться большой. Общий заряд на цилиндре с границами от $r=r_1$ до $r=r_2$ равен

$$q = U \int_{r_1}^{r_2} \frac{4\varepsilon a}{r} dr = 4\varepsilon a U \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (66)$$

Следовательно, разность токов на концах цилиндра составляет

$$I(r_2) - I(r_1) = -j\omega q = -j4\omega\varepsilon a U \ln \frac{r_2}{r_1} = -j \frac{aU}{15\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (67)$$

При $r \ll a$ ток в цилиндре изменяется пропорционально $\ln r$. Входной ток при единичном напряжении имеет бесконечное значение, если входной промежуток исчезающе мал. Таким образом, при теоретическом анализе входного сопротивления необходимо обратить внимание на ширину входного промежутка и рассмотреть вопрос о сходимости. Входное сопротивление антенны, состоящей из двух полых¹ цилиндров, является функцией длины l каждой антенной ветви, длины волны λ , радиуса a и ширины промежутка s . Таким образом,

$$Z_{\text{вх}} = f(l, \lambda, a, s). \quad (68)$$

¹ С целью устранения очевидного влияния непосредственной емкости между плоскими концами сплошных цилиндров.

Эта функция не имеет предела при $a \rightarrow \infty$ и $s \rightarrow \infty$. Если рассматривать $Z_{\text{вх}}$ как функцию двух переменных a и s , то предел зависит от характера приближения a и s к нулю. Так, если s постоянно, а l отличается от нечетного кратного $\lambda/4$, то

$$Z_{\text{вх}} \rightarrow \infty, \text{ т. к. } a \rightarrow 0 \quad (69).$$

Но при постоянном a

$$Z_{\text{вх}} \rightarrow 0, \text{ т. к. } s \rightarrow 0. \quad (70)$$

При одновременном стремлении a и s к нулю и постоянстве отношения s/a

$$Z_{\text{вх}} \rightarrow \infty. \quad (71)$$

Общие условия можно проще написать для входной проводимости, которую можно выразить в виде суммы трех функций

$$Y_{\text{вх}} = F_1(l, \lambda, a, s) + k \frac{a}{\lambda} \left[\ln \frac{a}{s} + F_3(l, \lambda, a, s) \right], \quad (72)$$

где k — постоянная. Обычно важное значение имеет только первый член. При стремлении s к нулю этот член стремится к постоянному пределу. Но при переходе к пределу необходимо помнить, что:

1) Первый член медленно приближается к нулю при стремлении a к нулю, 2) Второй член при стремлении a к нулю приближается к нулю значительно быстрее, но медленно стремится к бесконечности при стремлении s к нулю.

В асимптотических формулах для входной проводимости предполагается, что радиус стремится к нулю. Это допущение автоматически исключает второй член в приведенном выше уравнении и обуславливает относительную независимость полной проводимости от ширины промежутка. Эти формулы могут быть применены к антеннам конечного радиуса, но в пределах, при которых второй член считается пренебрежимо малым, т. е. только в случае, когда ширина промежутка не слишком мала по сравнению с радиусом. Если промежуток оказывается значительно меньшим радиуса, то к асимптотическому выражению входной проводимости необходимо добавить параллельную емкостную проводимость.

Таким образом, имеется дополнительная причина для тщательного рассмотрения области входа и ее представления эквивалентной схемой (рис. 12.6). Теоретически можно сделать существенные упрощения, если размеры источника питания считать малыми. Однако, применяя эти результаты, необходимо либо доказать, что наше допущение не влияет на выводы, либо показать, как нужно эти выводы исправить. Теория типов колебаний в приложении к антеннам, рассматривается в следующей главе. Упрощение там достигается путем изменения формы области входа, принимающей вид двух конических головок. Это единственный случай, когда размеры источника питания могут быть сделаны бесконечно малыми при сохранении порядка величины входного сопротивления. Это

влияние изменения формы может быть впоследствии учтено (если оно оказывается значительным¹⁾) путем добавления или вычитания разности емкостей действительной и идеализированной областей входа.

Если не изменять форму области входа и считать, что в точке $r=0$ помещен бесконечно узкий кольцевой источник (рис. 12.7), то кривая тока, обусловленного единичным скачком напряжения в источнике, имеет логарифмическую особую точку. Эта кривая представляет функцию Грина антенной задачи. Из нее можно получить с помощью интегрирования характеристику для тока в функции от любого заданного приложенного напряжения. В этом случае входная полная проводимость определяется, в основном, $I(s/2)$ — током на концах промежутка. При промежутке, равном нулю, выражение полной проводимости имеет бесконечное значение. Если, однако, наш метод решения зависит от предположения, что радиус антенны стремится к нулю, так что решение по своему характеру является асимптотическим, то область входа автоматически исключается из решения и последнее справедливо только в пределах, в которых емкость области входа пренебрежимо мала.

Необходимо четко представить себе, что, когда говорят об «антенном промежутке», то имеют в виду область между условно принятыми зажимами антенны. Промежуток является незаполненным, когда антенна питается с помощью передающих линий. В длинноволновых антеннах в «промежуток» может входить здание с генератором, настроечные катушки и т. п. Если исключить фидер, то промежуток будет представлять собой область приложения электрических сил. Считаем, что эти силы в состоянии перемещать электрический заряд в противоположные стороны между ветвями антенны. Для удобства можно считать, что внутреннее сопротивление промежутка равно либо нулю, либо бесконечности. В первом случае приложенное напряжение равно и противоположно напряжению, развиваемому зарядами и токами в антенне на концах промежутка. Во втором случае общее приложенное напряжение является бесконечным, но мы рассматриваем лишь ту часть, которая возникает на зажимах промежутка. Это обычный метод отделения внутреннего сопротивления генератора от внутреннего сопротивления подключенной к нему пассивной цепи.

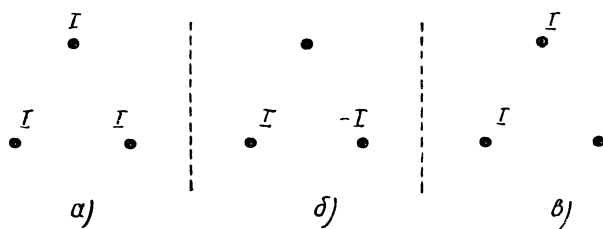
12.11. Виды распространения в решетчатых антеннах

Выше было отмечено, что в паре длинных параллельных проводов одинакового диаметра имеет место два основных вида распространения: 1) противофазный вид, при котором токи в проводах равны и противоположно направлены, 2) и синфазный вид, при

¹ В радиовещательных антеннах важное значение имеет емкость опорного изолятора, однако емкость вблизи основания значения не имеет. В тонких антеннах сантиметрового диапазона волн емкость вблизи основания также не имеет значения, но она важна в плоских антеннах.

котором токи равны и одинаково направлены. В первом случае волны являются плоскими. Во втором случае они являются плоскими только тогда, когда провода параллельны поверхности земли. В противном случае волны являются сферическими. С каждым основным видом связаны другие виды, распространение которых позволяют удовлетворять граничным условиям на концах антенны и на других неоднородностях. Если диаметры проводов различны между собой, то имеются еще два основных вида распространения, в которых противофазные токи не равны между собой.

В анализе антенн такое представление является очень полезным, когда расстояние между антеннами мало по сравнению с длиной волны. Упрощение обуславливается тем, что указанные выше виды распространения не зависят друг от друга и каждый из них сам по себе является симметричным. Кроме того, противофазный вид распространения обладает очень простыми свойствами. При



Фиг. 12.8. Относительные токи трех независимых видов распространения для решетки, состоящей из трех, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга проводов с одинаковыми диаметрами.

увеличении расстояния между антеннами связь между ними уменьшается. Тогда удобнее рассматривать распространение двух видов, каждый из которых является основным видом распространения в отдельной антенне.

В случае n параллельных проводов близко расположенных друг к другу существует n независимых основных видов распространения, из которых один n представляет собою сферические, а другой $(n - 1)$ — плоские волны. Эти рассуждения справедливы еще и при увеличении расстояния между проводами, за исключением случая, когда поля не представляют собою поле сферической или плоской волны. В таком случае лучше перейти к представлению об n числе связанных видов колебаний, каждый из которых является основным видом колебаний в антенне. Если $(n - 1)$ видов колебаний связаны с плоскими волнами, то их теория проста. Эти виды колебаний играют очень важную роль в теории передающих линий на низких частотах.

Если провода с одинаковым диаметром, расположенные на цилиндрической поверхности на равном расстоянии друг от друга, образуют решетку, то в этом случае из соображений симметрии можно определить каждый из n независимых видов колебаний.

В случае трех проводов, например, имеем три вида колебаний, показанных на рис. 12.8. Если граничные условия на поверхности одного провода удовлетворяются при равенстве токов в проводах, то автоматически удовлетворяются граничные условия на поверхности проводов. В случаях *б* и *в* один провод лежит в плоскости симметрии двух других проводов. Аналогично получаем четыре вида распространения (рис. 12.9) для решетки с четырьмя проводами.

В общем случае n проводов можно начать анализ с относительных токов, показанных на рис. 12.10. Для фазового угла ψ напомним:

$$\psi = \frac{2m\pi}{n}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (73)$$

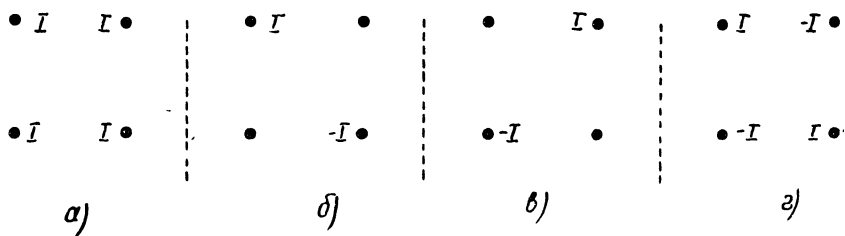


Рис. 12.9. Относительные токи четырех независимых видов распространения на четырех параллельных проводах.

Если заменим I на $Ie^{j\psi}$, то этим мы просто изменим фазу распределения тока. Следовательно, если удовлетворяются граничные условия на поверхности одного провода, то они будут также удовлетворяться на поверхности других проводов. Токи в проводах равны

$$I, Ie^{j\psi}, \dots, Ie^{(n-1)j\psi}. \quad (74)$$

Если повернем фазу в обратном направлении, тогда то же семейство типов распространения получает выражение

$$I, Ie^{-j\psi}, Ie^{-2j\psi}, \dots, Ie^{-(n-1)j\psi}. \quad (75)$$

Отсюда получаем две возможные системы токов, которые могут существовать на проводах

$$\begin{aligned} &I, I \cos \psi, I \cos 2\psi, \dots, I \cos (n-1)\psi; \\ &0, I \sin \psi, I \sin 2\psi, \dots, I \sin (n-1)\psi. \end{aligned} \quad (76)$$

Теперь можно выбрать независимую систему типов распространения из этих распределений тока.

При $n = 3$, например,

$$\psi = \frac{2\pi}{3}m, \quad m = 0, 1, 2. \quad (77)$$

Система независимых типов распространения тогда получает выражение

$$\begin{aligned} I, \quad I, \quad I; \\ I, \quad \frac{-1}{2}I, \quad \frac{-1}{2}I; \\ 0, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}I, \quad \frac{-\sqrt{3}}{2}I. \end{aligned} \quad (78)$$

Амплитудный коэффициент в каждом типе распространения является, очевидно, произвольным. Первый и третий из этих типов находятся в системе, изображенной на рис. 12.8. Второй составляет половину суммы b и v . Типы распространения b и v могут быть получены из второго и третьего типов распространения данной системы. Относительные амплитуды различных типов распространения могут быть определены графически из проекций радиуса на два взаимно перпендикулярных диаметра (рис. 12.10).

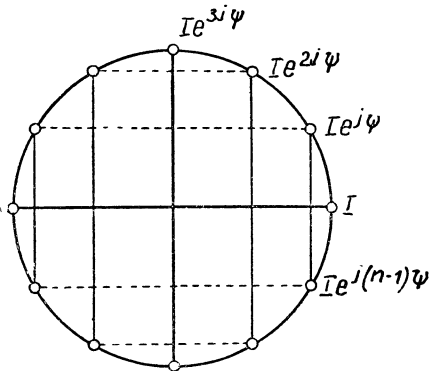


Рис. 12.10. Относительные токи в n параллельных проводах, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга на поверхности цилиндра.

одна система проводов обеспечивает полную обратную цепь для тока в остальных проводах. При малых расстояниях между проводами концевые эффекты малы и такие типы распространения обладают свойствами типов колебаний, существующих в многопроводных передающих линиях. Концевые эффекты в действительности не усложняют картину, но о них нужно помнить, когда их влияние значительно.

Все возможные условия возбуждения решетки могут быть выражены через независимые виды распространения.

Например, пусть напряжение U приложено в центре одного провода решетки. Это условие может быть описано суммой n типов распространения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n}U, \quad \frac{1}{n}U, \quad \frac{1}{n}U, \quad \dots, \quad \frac{1}{n}U; \\ \frac{1}{n}U, \quad \frac{1}{n}Ue^{j\psi}, \quad \frac{1}{n}Ue^{2j\psi}, \quad \dots, \quad \frac{1}{n}Ue^{(n-1)j\psi}; \end{aligned}$$

$$\frac{1}{n}U, \frac{1}{n}Ue^{2j\vartheta}, \frac{1}{n}Ue^{4j\vartheta}, \dots, \frac{1}{n}Ue^{2(n-1)j\vartheta};$$

$$\frac{1}{n}U, \frac{1}{n}Ue^{(n-1)j\vartheta}, \frac{1}{n}Ue^{2(n-1)j\vartheta}, \dots, \frac{1}{n}Ue^{(n-1)^2j\vartheta}. \quad (79)$$

Эта сумма дает

$$U, 0, 0, \dots, 0. \quad (80)$$

Будем считать теперь, что длина решетки равна $\lambda/2$ и что концы соединены вместе. Тогда для всех типов распространения кроме первого на конце будет короткое замыкание¹. Генераторы в центре нагружены на бесконечно большое сопротивление и соответствующие токи равны нулю. В самом деле, напряжение U , приложенное к одному проводу, эквивалентно напряжению U/n , приложенному

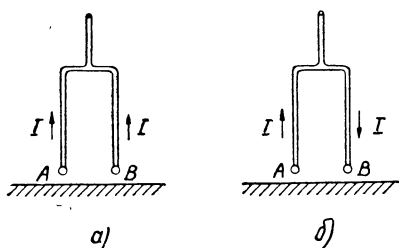


Рис. 12.11. Два независимых вида возбуждения в проводной цепи.

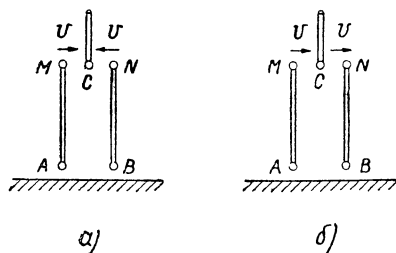


Рис. 12.12. Другие два вида возбуждения в проводной цепи.

ко всем проводам решетки. Если диаметр решетки мал, то сопротивление излучения составляет около 73 ом^2 . Поэтому общий ток в решетке равен $U/73 n$. Ток в проводе, к которому приложено напряжение U , равен $U/73 n^2$. Следовательно, полное сопротивление со стороны генератора равно $73 n^2$. Полное сопротивление таким образом увеличилось в отношении $n^2 : 1$. Это является обобщением результата, полученного в главе II для изогнутых вибраторов. Если длина антенны отличается от $\lambda/2$, то более удобно рассматривать полную проводимость со стороны генератора, так как она равна сумме проводимостей от отдельных типов распространения.

Соображения такого рода могут быть распространены на конструкции, показанные на рис. 12.11 и 12.12. Второй случай является более общим, так как он годится для различных схем соединений в точках M, C, N . Так, эти зажимы можно закоротить, как показано на рис. 12.11.

¹ Если пренебречь небольшим сопротивлением излучения.

² В действительности оно выше и зависит от радиуса. Сопротивление равно, приблизительно, 73 ом для резонансной решетки, но при этом имеется некоторое реактивное сопротивление, обусловленное другими видами колебаний.

Тогда необходимо рассмотреть только два вида колебаний, соответствующих включению генераторов у основания. Можно также соединить две точки M и C , или C и N . В этом случае необходимо рассмотреть два вида колебаний для видов возбуждений, показанных на рис. 12.12, в дополнение к колебаниям, получающимся при включении генераторов у основания. В случае колебаний на рис. 12.11б в одиночном проводе наверху ток отсутствует. При малом расстоянии между проводами входная проводимость для этого вида существенно равна проводимости закороченной передающей линии. При длине линии $\lambda/4$ входная проводимость равна нулю. Если теперь соединить B с землей, то полное сопротивление между A и землей будет в четыре раза больше полного сопротивления между A , B и землей. В данном случае, когда B соединено с землей, а A является входом, получаем антенну с параллельным возбуждением.

12.12. Рамочные антенны и антенны с параллельным возбуждением

Уравнения (24) применимы к рамочным антеннам (рис. 12.13) и к антеннам с параллельным возбуждением (рис. 12.14). Таким образом, входное сопротивление составляет

$$Z_i = - \frac{\oint E_z(s) I^*(s) ds}{I_i I_i^*}. \quad (81)$$

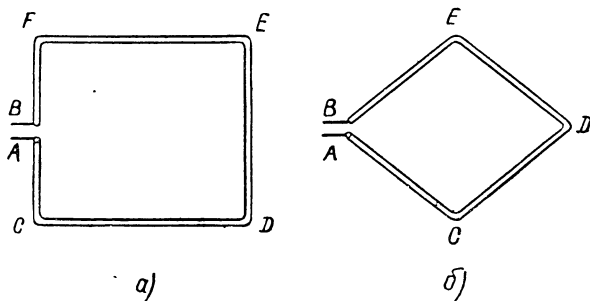


Рис. 12.13. Рамочные антенны.

Другую формулу найдем на основании уравнения Фарадея-Максвелла для напряжения по замкнутому контуру. Считая, что провода являются идеально проводящими, найдем, что единственная составляющая контурного интеграла обусловливается промежутком AB . Так, приложенное напряжение между A и B равно

$$U_i = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - j\omega \Phi, \quad (82)$$

где Φ — магнитный поток через плоскость рамки, направленный в сторону читателя (рис. 12.13). Можно получить эквивалентное

выражение через динамическую составляющую E (или векторный потенциал)

$$U_i = \int_{(ACDEFBA)} F_s ds. \quad (83)$$

Следовательно,

$$Z_i = - \frac{j\omega\Phi}{I_i} = \frac{\int F_s ds}{I_i}. \quad (84)$$

Все эти формулы являются точными, хотя при их применении обычно допускаются различные приближения. В самом деле, если известно точное распределение тока, то тем самым известно распределение потенциала и нет необходимости в применении формул, подобных приведенным выше. Только в том случае, когда точ-

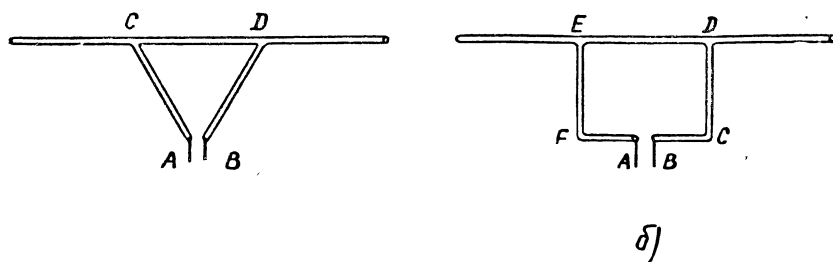


Рис. 12.14. Антенны с параллельным возбуждением.

ное распределение тока неизвестно, эти формулы оказываются полезными, так как они дают второе приближение для входного сопротивления. Известно, например, что в первом приближении ток и потенциал распределены синусоидально. Полное сопротивление, полученное непосредственно из разности потенциалов между входными зажимами и величины входного тока, не годятся для практических целей. Если подставить первое приближение тока в уравнение (81) или (84), то получится лучший результат. Основная ошибка получается в знаменателе, когда его значение мало, т. е. вблизи резонанса напряжения. Эта область может быть исследована с помощью метода, данного в разделе II.16.

12.13. Эллиптически поляризованные волны

Говорят, что электромагнитные волны линейно поляризованы в данной точке, если электрический вектор в любой момент времени лежит на фиксированной прямой. В общем случае, однако, конец электрического вектора описывает эллипс. В этом случае говорят, что волны являются эллиптически поляризованными. Такие волны могут возбуждаться двумя взаимноперпендикулярными элементами тока (в свободном пространстве или внутри рупора), если эти токи находятся в квадратуре (см. раздел 6.5). Было показано, что на

больших расстояниях от источника электрический вектор перпендикулярен направлению распространения. Следовательно, плоскость эллипса также перпендикулярна к направлению распространения. Общее выражение для электрического вектора тогда принимает вид

$$\bar{E} = E_{\theta} \bar{i}_{\theta} + E_{\varphi} \bar{i}_{\varphi}, \quad (85)$$

где $\bar{i}_{\theta}$ и $\bar{i}_{\varphi}$ — единичные векторы в направлении θ и φ . Если вектор E линейно поляризован, то отношение $\tilde{E}_{\theta}/\tilde{E}_{\varphi}$ мгновенных значений его составляющих не должно зависеть от времени. Следовательно, E_{θ} и E_{φ} должны быть в фазе или сдвинуты по фазе на 180° . При любом другом соотношении фаз волна является эллиптически поляризованной.

Начало отсчета времени можно выбрать так, чтобы начальная фаза E_{θ} равнялась нулю. Тогда можно написать

$$E_{\theta} = A, \quad E_{\varphi} = B e^{i\vartheta}, \quad (86)$$

где A и B — амплитуды E_{θ} и E_{φ} , а ϑ — опережение по фазе E_{φ} относительно E_{θ} . Мгновенные значения равны:

$$\tilde{E}_{\theta} = A \cos \omega t, \quad \tilde{E}_{\varphi} = B \cos(\omega t + \vartheta). \quad (87)$$

При $B = A$ и $\vartheta = \pm \pi/2$ имеем

$$\tilde{E}_{\theta} = A \cos \omega t, \quad \tilde{E}_{\varphi} = \mp A \sin \omega t, \quad (88)$$

и

$$\tilde{E}_{\theta}^2 + \tilde{E}_{\varphi}^2 = A^2. \quad (89)$$

Следовательно, геометрическое место точек концов вектора представляет собой окружность. В этом случае волна имеет круговую поляризацию. Если $\vartheta = \pi/2$, то при $t = 0$

$$\tilde{E}_{\theta}(0) = A, \quad \tilde{E}_{\varphi} = 0. \quad (90)$$

Через четверть периода имеем

$$\tilde{E}_{\theta}(1/4T) = 0, \quad \tilde{E}_{\varphi} = -A. \quad (91)$$

Поэтому, если смотреть в направлении распространения (положительное направление r), то вектор $\bar{E}$ вращается против часовой стрелки. При $\vartheta = -\pi/2$ вектор вращается по часовой стрелке.

Если $\vartheta = \pm \pi/2$, но $B \neq A$, то геометрическое место точек концов вектора представляет собою эллипс

$$\frac{\tilde{E}_\theta^2}{A^2} + \frac{\tilde{E}_\varphi^2}{B^2} = 1. \quad (92)$$

В общем случае, исключая t из уравнений (87), найдем

$$\frac{\tilde{E}_\theta^2}{A^2} - \frac{2\tilde{E}_\theta\tilde{E}_\varphi \cos \vartheta}{AB} + \frac{\tilde{E}_\varphi^2}{B^2} = \sin^2 \vartheta. \quad (93)$$

Мы получили эллипс, главная ось которого наклонена к E_θ .

12.14. Излучение и прием эллиптически поляризованных волн

В гл. 6 были выведены несколько простых формул для величины мощности, которую можно передать между двумя антеннами в предположении что, являясь передающими антеннами, они излучают линейно поляризованные волны. Теперь получим более общие формулы. Уравнения (12) выражают напряженность электрического поля через вектор излучения. Для среды без потерь с волновым сопротивлением ρ эти уравнения имеют вид

$$E_\theta = -\frac{j\rho}{2\lambda r} N_\theta e^{-j\beta r}, \quad E_\varphi = -\frac{j\rho}{2\lambda r} N_\varphi e^{-j\beta r}. \quad (94)$$

Рассмотрим элемент тока длиной s , касательный к произвольному меридиану. Напряжение, наведенное в элементе, равно

$$U_1 = -\frac{js\rho}{2\lambda r} N_\theta e^{-j\beta r}. \quad (95)$$

Согласно теореме взаимности эта величина представляет собой также напряжение, наведенное на зажимах данной антенны, если ток в элементе равен входному току I_i в данной антенне, требуемому для создания поля, определенного уравнением (94). Поле этого элемента в точке данной антенны выражается

$$E_\theta^i = \frac{j\omega I_i s}{2\lambda r} e^{-j\beta r}. \quad (96)$$

Следовательно, наведенное напряжение равно

$$U_1 = -\frac{E_\theta^i N_\theta}{I_i}. \quad (97)$$

Аналогично можно рассмотреть элемент тока, касательный к произвольной параллели, и получить напряжение, наведенное в данной антенне волной, поле которой имеет только составляющую по φ

$$U_2 = -\frac{E_\varphi^i N_\varphi}{I_i}. \quad (98)$$

Общее наведенное напряжение равно

$$U = U_1 + U_2 = - \frac{E_{\theta}^i N_{\theta} + E_{\varphi}^i N_{\varphi}}{I_i}. \quad (99)$$

Таким образом, мы выразили приемные свойства антенны используя теорему взаимности и применив вектор излучения N .

Рассмотрим теперь две антенны с векторами излучения N_1 и N_2 . Одна из них используется как передающая антенна, другая — как приемная. Поле, создаваемое антенной, и напряжение, наводимое ею в другой антенне, составляет

$$\begin{aligned} E_{\theta,1} &= - \frac{j\rho}{2\lambda r} N_{\theta,1} e^{-j\beta r}, \quad E_{\varphi,1} = - \frac{j\rho}{2\lambda r} N_{\varphi,1} e^{-j\beta r}, \\ U &= - \frac{E_{\theta,1}^i N_{\theta,2} + E_{\varphi,1}^i N_{\varphi,2}}{I_{i,2}} = \\ &= \frac{j\rho}{2\lambda r} \frac{N_{\theta,1} N_{\theta,2} + N_{\varphi,1} N_{\varphi,2}}{I_{i2}}, \end{aligned} \quad (100)$$

где I_{i2} — входной ток, который должен был бы течь через зажимы приемной антенны, если бы она использовалась в качестве передающей для создания поля, определяемого N_2 .

Если величина оконечной нагрузки приемной антенны равна сопряженной величине ее полного сопротивления, то принимаемая мощность составляет

$$P_{\text{пр}} = \frac{UU^*}{8R_{i,2}}. \quad (101)$$

Мощность, поступающая в передающую антенну, равна

$$P_{\text{пер.}} = 1/2 R_{i,1} I_{i,1} I_{i,1}^*. \quad (102)$$

Таким образом, отношение мощностей составляет

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер.}}} = \frac{UU^*}{4R_{i,1} R_{i,2} I_{i,1} I_{i,1}^*}. \quad (103)$$

Подставляя соответствующие значения из уравнений (100), получим

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер.}}} = \frac{\rho^2 (N_{\theta,1} N_{\theta,2} + N_{\varphi,1} N_{\varphi,2}) (N_{\theta,1}^* N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,1}^* N_{\varphi,2}^*)}{16\lambda^2 r^2 R_{i,1} R_{i,2} I_{i,1} I_{i,1}^* I_{i,2} I_{i,2}^*}. \quad (104)$$

Заметим, что выражения

$$P_1 = 1/2 R_{i,1} I_{i,1} I_{i,1}^*, \quad P_2 = 1/2 R_{i,2} I_{i,2} I_{i,2}^* \quad (105)$$

представляют собой величины входной мощности антенн, тре-

буемые для создания полей, определяемых векторами излучения N_1 и N_2 . Следовательно,

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{\rho^2 |N_{\theta,1}N_{\theta,2} + N_{\varphi,1}N_{\varphi,2}|^2}{64\lambda^2 r^2 P_1 P_2}. \quad (106)$$

Если тепловые потери в антеннах пренебрежимо малы, то

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\rho}{8\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,1}N_{\theta,1}^* + N_{\varphi,1}N_{\varphi,1}^*) d\Omega, \\ P_2 &= \frac{\rho}{8\lambda^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,2}N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,2}N_{\varphi,2}^*) d\Omega \end{aligned} \quad (107)$$

и уравнение (106) может быть написано в виде

$$\begin{aligned} \frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} &= \\ &= \frac{\lambda^2 (N_{\theta,1}N_{\theta,2} + N_{\varphi,1}N_{\varphi,2}) (N_{\theta,1}^*N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,1}^*N_{\varphi,2}^*)}{r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,1}N_{\theta,1}^* + N_{\varphi,1}N_{\varphi,1}^*) d\Omega \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (N_{\theta,2}N_{\theta,2}^* + N_{\varphi,2}N_{\varphi,2}^*) d\Omega}. \end{aligned} \quad (108)$$

Вид этой формулы зависит только от распределений тока в антеннах при использовании каждой из них в качестве передающей антенны. Для расчетов согласно уравнению 104 необходимо иметь значения входных сопротивлений антенн и входных токов. Когда входные токи малы, как, например, в антеннах с резонансом напряжения, эти значения должны быть выражены очень точно, иначе получится большая ошибка. С другой стороны, на точность уравнения 108 не влияют ошибки в величине тока, когда величина тока мала.

В числителе уравнения (108) векторы излучения обеих антенн должны быть выбраны в одной и той же системе координат. Их можно сделать независимыми от системы координат, принимая во внимание, что величины в скобках являются скалярными произведениями составляющих $\bar{N}_1\bar{N}_2$ векторов излучения N_1 и N_2 , которые нормальны к радиусам, проведенным от соответствующих источников. Таким образом,

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{\lambda^2 (\bar{N}_1 \cdot \bar{N}_2) (\bar{N}_1^* \cdot \bar{N}_2^*)}{r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \bar{N}_1 \cdot \bar{N}_1^* d\Omega \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \bar{N}_2 \cdot \bar{N}_2^* d\Omega}. \quad (109)$$

Определим векторы поляризации как единичные векторы

$$n_1 = \bar{N}_1 (\bar{N}_1 \cdot \bar{N}_1^*)^{-1/2}, \quad n_2 = \bar{N}_2 (\bar{N}_2 \cdot \bar{N}_2^*)^{-1/2}. \quad (110)$$

Они являются „единичными“ в том смысле, что

$$n_1 \cdot n_1^* = 1, \quad n_2 \cdot n_2^* = 1. \quad (111)$$

Уравнение (109) принимает вид

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{\lambda^2 (\bar{N}_1 \cdot \bar{N}_1^*) (\bar{N}_2 \cdot \bar{N}_2^*) (n_1 \cdot n_2) (n_1^* \cdot n_2^*)}{r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\bar{N}_1 \cdot \bar{N}_1^*) d\Omega \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\bar{N}_2 \cdot \bar{N}_2^*) d\Omega}. \quad (112)$$

Так как $N \cdot N^*$ пропорционально интенсивности излучения, то

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = k \frac{\lambda^2 \Phi_1 \Phi_2}{r^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Phi_1 d\Omega \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Phi_2 d\Omega}, \quad (113)$$

где

$$k = (n_1 \cdot n_2) (n_1^* \cdot n_2^*) \quad (114)$$

коэффициент, связанный с поляризацией.

В остальной части уравнения (113) поляризация не учтена. Определение коэффициента направленного действия (уравнение 6—2) не связано с поляризацией. Следовательно, уравнение 113 можно выразить следующим образом:

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = k D_1 D_2 \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \frac{\Phi_1}{\Phi_{1,\text{макс}}} \frac{\Phi_2}{\Phi_{2,\text{макс}}} = k \frac{A_1 A_2 \Phi_1}{\lambda^2 r^2 \Phi_{1,\text{макс}}} \cdot \frac{\Phi_2}{\Phi_{2,\text{макс}}}, \quad (115)$$

где действующие площади определяются выражением $A = D\lambda^2/4\pi$ безотносительно к поляризации. Если $k = 1$, $\Phi_1 = \Phi_{1,\text{макс}}$, $\Phi_2 = \Phi_{2,\text{макс}}$, то получаем максимально возможную передачу мощности между антеннами, к. н. д. которых равны D_1 и D_2 . Коэффициент $\Phi_1/\Phi_{1,\text{макс}}$ определяет уменьшение передачи мощности, если передающая антенна не излучает в направлении приемной антенны, отношение $\Phi_2/\Phi_{2,\text{макс}}$ определяет потери в случае, если приемная антенна не установлена на прием в направлении передающей антенны, и коэффициент k выражает уменьшение передачи, вызванное отличиями в поляризации.

Если $n_2 = \pm n_1^*$, то $k = 1$. В противном случае $k < 1$

Любой единичный комплексный вектор может быть выражен в виде

$$n = i_\theta \cos \alpha + i_\varphi e^{j\theta} \sin \alpha, \quad (116)$$

где i_θ и i_φ — ортогональные единичные векторы, а α не превышает 90° . Множители $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ представляют относительные амплитуды составляющих E в двух плоскостях поляризации, а θ — сдвиг фазы.

Подставляя в уравнение (114), получим

$$\begin{aligned} \kappa &= |\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 e^{j(\vartheta_1 + \vartheta_2)}|^2 = \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 + \\ &+ 2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) + \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_2 = \\ &= \cos^2(\alpha_1 - \alpha_2) - \sin 2\alpha_1 \sin 2\alpha_2 \sin^2 1/2(\vartheta_1 + \vartheta_2). \end{aligned} \quad (117)$$

Так как α_1 и α_2 не превышают 90° , то второй член никогда не становится отрицательным. Следовательно, κ получает свое максимальное значение — единицу при $\alpha_1 = \alpha_2$, и второй член становится равным нулю. Второе условие удовлетворяется либо при $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ, 90^\circ$, либо при $\vartheta_2 = -\vartheta_1$.

12.15. Векторы направленности и эффективная длина антенны

Уравнение (109) можно также представить в виде, аналогичном уравнению 6-28

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = |\hat{N}_1 \cdot \hat{N}_2|^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2, \quad (118)$$

где вектор направленности $\hat{N}$ определяется выражением

$$\hat{N} = \left[\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \bar{N} \cdot \bar{N}^* d\Omega \right]^{-1/2} \bar{N}. \quad (119)$$

Все приведенные выше формулы для отношения мощностей основываются на допущении, что приемная антенна согласована, т. е. нагружена на сопряженное сопротивление. В формулах, следующих за уравнением (106), предполагается далее, что тепловые потери в антеннах пренебрежимо малы. Если тепловые потери не являются пренебрежимо малыми, то необходимо ввести величину к. п. д. Если приемная антенна не согласована, то необходимо учесть потери за счет рассогласования. Если нежелательно разделять различные причины потерь, то надо обратиться снова к уравнениям (100), определяющим поле, создаваемое передающей антенной, и напряжение, наведенное на открытых зажимах приемной антенны. При такого рода расчетах удобно ввести обобщенную эффективную длину антенны, определяемую как комплексный вектор

$$h = \frac{\bar{N}}{I_i}, \quad (120)$$

где I_i — входной ток, требуемый для создания поля, представляемого $\bar{N}$. Заметим, что N — составляющая вектора излучения, нормальная к направлению распространения. Произведение $\bar{N} = I_i h$ представляет собой действующий момент распределения тока при передаче в направлении (θ, φ) . Напряженность электри-

ческого поля волны, возбуждаемой передающей антенной, может быть выражена следующим образом¹:

$$E = \left(\frac{j\rho}{2\lambda r} \right) I_{i1} h_1 e^{-j\beta r}. \quad (121)$$

Напряжение, наведенное на зажимах приемной антенны, равно

$$U = E h_2 = \left(\frac{j\rho}{2\lambda r} \right) I_{i1} h_1 \cdot h_2 e^{-j\beta r}. \quad (122)$$

Это выражение является прямым обобщением формулы передачи для двух параллельных элементов тока, перпендикулярных к соединяющей их линии. В этом случае h_1 и h_2 являются действующими длинами элементов.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. E. Roubine, Les propriétés directives des antennes de réception, *Onde elect.*, June 1950, pp. 259—266.

2. A series of papers on Techniques for handling elliptically polarized waves with special reference to antennas, by V. H. Rumsey, G. A. Deschamps, M. L. Kales and J. I. Bohnerl. Introduction by H. G. Booker, *IRE Proc.*, 39, May 1951, pp. 533—552.

3. M. G. Morgan and W. R. Evans, Jr., Synthesis and analysis of elliptic polarization loci in terms of spacequadrature sinusoidal components, *IRE Proc.*, 39, May 1951, pp. 552—556.

12.16. Задачи

12.1.1. Рассмотреть два элемента тока с моментом Idz , один в начале координат, а другой в одной из точек с прямоугольными координатами: $(x_0, 0, 0)$, $(0, y_0, 0)$, $(0, 0, z_0)$, (x_0, y_0, z_0) . Определить векторы излучения.

О т в е т. Вектор излучения каждого элемента относительно собственного положения равен по модулю Idz . По отношению к началу координат векторы излучения элементов в точках $(0, 0, 0)$ и $(x_0, 0, 0)$ соответственно равны

$$N_{1,z} = Idz, \quad N_{2,z} = Idz e^{j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}.$$

Для получения второго вектора пользуемся правилом перехода (5) и замечаем, что если $x_0 > 0$, то $r' = x_0$. Направление от начала координат ко второму элементу определяется значениями $\theta' = 90^\circ$, $\varphi' = 0$. Следовательно, из уравнения (3) получим $\cos \psi = \sin \theta \cos \varphi$. При отрицательном x_0 $r' = -x_0$ (так как радиальная координата существенно положительна) и $\theta' = 90^\circ$, $\varphi' = 180^\circ$.

Коэффициент перехода остается неизменным, так как $\cos \psi = \sin \theta \cos (\varphi - \pi) = -\sin \theta \cos \varphi$. Результирующий вектор излучения равен

$$N_z = Idz (1 + e^{j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}).$$

Можно таким же путем перейти от элемента в начале координат к точке $(x_0, 0, 0)$.

Тогда

$$N_{1,z'} = Idz e^{-j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}, \quad N_{2,z'} = Idz, \\ N'_z = Idz (e^{-j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi} + 1) = Idz (1 + e^{j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}) e^{-j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}.$$

¹ Отрицательные знаки в уравнениях (100) обуславливаются тем, что положительные направления сферических составляющих N_θ и N_φ противоположны направлениям возбуждающих токов I_z и I_φ .

Можно заметить, что оба вектора отличаются только фазовым множителем,

$$N'_z = N_z e^{-j\beta x_0 \sin \theta \cos \varphi},$$

так что квадраты абсолютных значений равны между собой.

$$N'_z N'^{*}_z = N_z N^*_z.$$

Интенсивность излучения не изменяется.

Можно отнести вектор излучения обоих элементов к средней точке. Тогда

$$N_z = I dz (e^{1/2 j \beta x_0 \sin \theta \cos \varphi} + e^{-1/2 j \beta x_0 \sin \theta \cos \varphi}) = 2 (I dz) \cos (1/2 \beta x_0 \sin \theta \cos \varphi).$$

В случае расположения элементов в точках $(0, 0, 0)$ и $(0, y_0, 0)$ имеем:

$$N_z = I dz (1 + e^{j \beta y_0 \sin \theta \sin \varphi}),$$

так как $r_0 = y_0$, $\theta' = 90^\circ$, $\varphi' = 90^\circ$. Для элементов в точках $(0, 0, 0)$ и $(0, 0, z_0)$ имеем $r_0 = z_0$, $\theta' = 0$ и

$$N_z = I dz (1 + e^{j \beta z_0 \cos \theta}).$$

Если элементы расположены в точках $(0, 0, 0)$ и (x_0, y_0, z_0) , то можно непосредственно перенести второй источник излучения к началу координат с помощью уравнения (5).

В этом случае

$$r' = (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)^{1/2}, \quad \cos \theta' = \frac{z_0}{r'}, \quad \operatorname{tg} \varphi' = \frac{y_0}{x_0}.$$

Часто оказывается удобным, однако, с точки зрения последующего интегрирования воспользоваться правилом последовательного перехода точки излучения. Таким образом, можно перейти от (x_0, y_0, z_0) к $(0, y_0, z_0)$, затем к $(0, 0, z_0)$ и, наконец, к $(0, 0, 0)$. Таким способом получим:

$$N_{2,z} = I dz e^{j \beta x_0 \sin \theta \cos \varphi} e^{j \beta y_0 \sin \theta \sin \varphi} e^{j \beta z_0 \cos \theta}.$$

Это правило эквивалентно уравнению

$$r' \cos \phi = x_0 \sin \theta \cos \varphi + y_0 \sin \theta \sin \varphi + z_0 \cos \theta,$$

согласно которому проекции вектора от $(0, 0, 0)$ до (x_0, y_0, z_0) на выбранное направление равны сумме проекций трех взаимно перпендикулярных составляющих.

12.1.2. Определить вектор излучения решетки из четырех элементов, обладающей моментом $I dz$, в следующих точках: $(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(a, b, 0)$.

О т в е т. Вначале найдем вектор излучения первых двух элементов относительно средней точки $\left(\frac{1}{2}a, 0, 0\right)$

$$N_{1,z} = 2I dz \cos (1/2 \beta a \sin \theta \cos \varphi).$$

Затем определим вектор излучения остальных двух элементов относительно средней точки между ними $(1/2a, b, 0)$.

$$N_{2,z} = 2I dz \cos (1/2 \beta a \sin \theta \cos \varphi) = N_{1,z}.$$

Эти два источника излучения образуют решетку из идентичных элементов.

Вектор излучения этой решетки относительно средней точки $\left(1/2a, \frac{1}{2}b, 0\right)$ равен

$$N_z = 2N_{1,z} \cos (1/2 \beta b \sin \theta \sin \varphi) = 4I dz \cos (1/2 \beta a \sin \theta \cos \varphi) \cos (1/2 \beta b \sin \theta \sin \varphi).$$

12.1.3. Определить вектор излучения трех элементов тока, обладающих моментами $I dz$, $2I dz$, $I dz$ в точках $(0, 0, 0)$, $(0, 0, l)$, $(0, 0, 2l)$.

О т в е т.

$$N_z = I dz (1 + 2e^{j\mu} + e^{2j\mu}) = I dz (1 + e^{j\mu})^2 = 4I dz \cos^2(1/2\mu) e^{j\mu}, \quad \mu = \beta l \cos \theta.$$

12.1.4. Определить вектор излучения $n+1$ элементов тока, моменты которых пропорциональны коэффициентам биномиального разложения $(a+b)^n$. Элементы расположены вдоль оси z , расстояние между последовательными элементами равно l .

О т в е т.

$$N_z = I dz (1 + e^{j\mu})^n = 2^n I dz \cos^n(1/2\mu) e^{(1/2)n\mu} \mu = \beta l \cos \theta.$$

12.1.5. Решить предыдущую задачу для случая, когда моменты пропорциональны коэффициентам различных степеней a в разложении $(1+ja)^n$.

О т в е т.

$$N_z = 2^n I dz \cos^n \left(\frac{1}{2} \mu - \frac{1}{4} \pi \right) e^{(1/2)n\mu}, \quad \mu = \beta l \cos \theta.$$

Заметим, что если $l = \lambda/4$, то $\beta l = \pi/2$ и, не записывая фазового множителя, имеем:

$$N_z = 2^n I dz \cos^n \frac{1}{4} \pi (1 - \cos \theta).$$

Следовательно, векторы излучения всех элементов складываются в фазе в направлениях $\theta = 0$; $\theta = \pi$, $N_z = 0$.

12.1.6. Определить вектор излучения четырех одинаковых элементов тока, параллельных оси z и расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга в плоскости xu на окружности радиуса a . Принять, что один элемент находится в точке $(a, 0, 0)$.

О т в е т.

$$\begin{aligned} N_z &= (e^{j\beta a \sin \theta \cos \varphi} + e^{j\beta a \sin \theta \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} \pi \right)} + \\ &+ e^{j\beta a \sin \theta \cos (\varphi - \pi)} + e^{j\beta a \sin \theta \cos \left(\varphi - \frac{3}{2} \pi \right)}) I dz = \\ &= 4(I dz) J_0(\beta a \sin \theta) + 8I dz \sum_{n=1}^{\infty} J_{4n}(\beta a \sin \theta) \cos 4n\varphi. \end{aligned}$$

Примечание: Диаграмма направленности антенны в экваториальной плоскости в форме листа клевера получается при $\beta a = 2\pi a/\lambda = 2,40$ (первый нуль $J_0(x)$).

12.1.7. Определить вектор излучения однородной трубки тока Ia — простирающейся вдоль оси z от $(0, 0, 0)$ до $(0, 0, l)$.

О т в е т.

$$N_z = I \int_0^l e^{j\beta z \cos \theta} dz = \frac{2I \sin \left(\frac{1}{2} \beta l \cos \theta \right)}{\beta \cos \theta} e^{(1/2)j\beta l \cos \theta}.$$

12.1.8. Определить вектор излучения листа из элементов тока с моментом $p_x = Cdx$, простирающегося от $(0, 0, 0)$ до $(0, 0, l)$.

О т в е т.

$$N_x = Cdx \int_0^l e^{j\beta z \cos \theta} dz$$

(сравнить с ответом предыдущей задачи).

12.I.9. Определить вектор излучения круглой ленты радиуса a и высоты dz , по которой течет ток I под прямыми углами к плоскости круга.

О т в е т.

$$N_z = \frac{I dz}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\beta a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = \frac{I dz}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\beta a \sin \theta \cos \varphi'} d\varphi' = \\ = (I dz) J_0(\beta a \sin \theta).$$

12.I.10. Определить вектор излучения круглого витка с током радиуса a в плоскости $xу$. Указание. Выразить N_x и N_y в форме интегралов. До интегрирования определить N_p и N_φ .

О т в е т.

$$N_\varphi = j2\pi a I J_1(\beta a \sin \theta), \quad N_p = N_z = 0.$$

12.I.11. Определить вектор излучения цилиндрического экрана радиуса a высоты l с однородным распределением тока. Ток считать аксиальным.

О т в е т.

$$N_z = \frac{2I J_0(\beta a \sin \theta) \sin(1/2 \beta l \cos \theta)}{\beta \cos \theta}.$$

12.I.12. Решить предыдущую задачу, предполагая ток круговым.

О т в е т.

$$N_\varphi = j \frac{4\pi a I J_1(\beta a \sin \theta) \sin(1/2 \beta l \cos \theta)}{\beta l \cos \theta}.$$

12.I.13. Решить задачу 5.15.3 методом, указанным в настоящем разделе.

12.I.14. Рассмотреть спираль с током, намотанную на цилиндр радиуса a . Пусть h — шаг спирали. Трубка тока начинается в точке $(a, 0, 0)$ и кончается в точке $(a, 0, nh)$. Пусть фазовая постоянная вдоль трубки равна β . Определить вектор излучения.

О т в е т.

$$N_\varphi = I_0 a \int_0^{2\pi\pi} e^{I(\vartheta_1 + \vartheta_2) \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi', \\ N_\theta = I_0 a \cos \theta \int_0^{2\pi\pi} e^{j(\vartheta_1 + \vartheta_2) \sin(\varphi - \varphi')} d\varphi' - \frac{I_0 h}{2\pi} \sin \theta \int_0^{2\pi\pi} e^{j(\vartheta_1 + \vartheta_2)} d\varphi', \\ \vartheta_1 = \beta a \sin \theta \cos(\varphi - \varphi'), \quad \vartheta_2 = \left[\frac{h}{\lambda} - \beta L \right] \varphi', \\ L = \left[a^2 + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

П р и м е ч а н и е: Для решения интегралов выразить $e^{j\varphi}$ в виде ряда Фурье — Бесселя. Если $\vartheta_2 = 0$, то окончательный ответ получается простым:

$$N_\varphi = 2jn\pi a I_0 J_1(\beta a \sin \theta), \quad N_\theta = -nh I_0 J_0(\beta a \sin \theta).$$

В общем случае ответ определится рядом Фурье — Бесселя.

12.I.15. Определить вектор излучения круглого листа с электрическим током I , протекающим равномерно в радиальном направлении от $\rho = a$ до $\rho = a + s$, где s мало.

О т в е т.

$$N_p = jI s J_1(\beta a \sin \theta), \quad N_\varphi = N_z = 0.$$

Следовательно,

$$N_\theta = jI s J_1(\beta a \sin \theta) \cos \theta, \quad N_r = N_\varphi = 0.$$

12.1.16. Рассмотреть конический коаксиал с осью z . Пусть его длина вдоль образующих равна l и пусть ϕ — угол между образующими и осью. Считать, что ток течет вдоль образующих и что расстояние r от вершины равно $l(r) = I_0 \sin \beta(l-r)$. Определить вектор излучения.

О т в е т.

$$N_z = I_0 \cos \phi \int_0^l \sin \beta(l-r) e^{j\beta r \cos \theta \cos \phi} J_0(\beta r \sin \theta \sin \phi) dr,$$

$$N_p = jI_0 \sin \phi \int_0^l \sin \beta(l-r) e^{j\beta r \cos \theta \cos \phi} J_1(\beta r \sin \theta \sin \phi) dr.$$

П р и м е ч а н и е. Для интегрирования разложить J_0 и J_1 в степенные ряды. Эти ряды быстро сходятся, если угол ϕ мал.

12.1.17. Решить предыдущую задачу для двойного конуса, образованного единичным конусом и его зеркальным изображением в экваториальной плоскости. Принять, что распределение тока является симметричным.

О т в е т. Такой же, как и в предыдущей задаче, если экспоненциальный множитель заменен на $2\cos(\beta r \cos \theta \cos \phi)$.

12.1.18. Определить вектор излучения трубки тока, начинающейся в начале координат и лежащей в плоскости xu . Угол между трубкой и осью X равен φ' , длина — l , а ток $I(s) = I_0 \sin \beta(l-s)$, где s измеряется от начала координат и положительное направление тока берется от начала.

О т в е т.

$$N_x = N_0 \cos \varphi', \quad N_y = N_0 \sin \varphi',$$

$$N_0 = \frac{I_0 [e^{j\beta l \cos \phi} - \cos \beta l - j \sin \beta l \cos \phi]}{\beta \sin^2 \phi},$$

$$\cos \phi = \sin \theta \cos(\varphi - \varphi').$$

12.1.19. Определить вектор излучения V -образной антенны, образованной добавлением к трубке тока, указанной в предыдущей задаче, такой же трубки под углом φ' с осью, ток в которой течет по направлению к началу.

О т в е т.

$$N_x = (N_1 - N_2) \cos \varphi', \quad N_y = (N_1 + N_2) \sin \varphi',$$

где N_1 равно N_0 из предыдущей задачи, а N_2 получается из N_0 при изменении знака φ' .

12.1.20. Определить интенсивность излучения двух элементов тока $I_1 ds_1$ и $I_2 ds_2$. Пусть первый расположен вдоль оси z в точке $(0, 0, 0)$, а второй — параллельно оси x в точке $(0, 0, l)$. Опережение фазы I_2 относительно I_1 равно θ .

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} [|I_1 ds_1|^2 \sin^2 \theta + |I_2 ds_2|^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) -$$

$$- (I_1^* e^{j\beta l \cos \theta} + I_1 I_2^* e^{-j\beta l \cos \theta}) ds_1 ds_2 \sin \theta \cos \theta \cos \varphi] =$$

$$= \frac{15\pi}{\lambda^2} [|I_1 ds_1|^2 \sin^2 \theta + |I_2 ds_2|^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) -$$

$$- 2 |I_1 ds_1 I_2 ds_2| \cos(\beta l \cos \theta + \theta) \sin \theta \cos \theta \cos \varphi].$$

12.1.21. Рассмотреть два элемента $I_1 dx_1$ и $I_2 dy_2$ в точках $(I_1, 0, 0)$ и $(0, I_2, 0)$ соответственно, считая, что $ph(I_2/I_1) = 0$. Определить интенсивность излучения.

О т в е т.

$$\Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} [|I_1 dx_1|^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + |I_2 dy_2|^2 (\cos^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) - 2 |I_1 dx_1 I_2 dy_2| \cos (\beta I_1 \sin \theta \cos \varphi - \beta I_2 \sin \theta \sin \varphi - \theta)].$$

12.4.1. Показать, что входное сопротивление линейной антенны можно выразить следующим образом:

$$Z_i = - \frac{1}{I_i I_i^*} \iint T(s_1, s_2) I(s_1) I^*(s_2) ds_1 ds_2,$$

где $T(s_1, s_2)$ — соответствующий коэффициент передачи между двумя произвольными элементами тока.

12.4.2. Вдоль поверхности идеально проводящей антенны тангенциальная составляющая E равна нулю, за исключением области, где приложено напряжение. Следовательно, из уравнения (17) найдем

$$\Psi = - \frac{1}{2} \int_{s_0 - 1/2\delta}^{s_0 + 1/2\delta} E_s(s) I^*(s) ds,$$

где δ — длина, на которой распределяется приложенное напряжение. Если $I(s)$ не изменяется быстро в этой области, то

$$\Psi = - \frac{1}{2} I^*(s_0) \int_{s_0 - 1/2\delta}^{s_0 + 1/2\delta} E_s(s) ds = \frac{1}{2} U^i I_i^*.$$

Это условие должно соблюдаться на зажимах замкнутой цепи.

Если точное выражение антенного тока известно, то уравнения раздела 12.4 являются тривиальными, так как практически по всей области интегрирования интегралы равны нулю. Но в этом случае нет необходимости в применении этих уравнений, так как полное сопротивление получается просто при делении приложенного напряжения на входной ток. Уравнения полезны для приближенных расчетов.

Уравнения этого раздела могут быть неправильно истолкованы, а их правильное понимание существенно. Вся излучаемая энергия поступает от генератора, соединенного с антенной. Она может быть выражена через напряжение и ток на зажимах антенны. С другой стороны, каждый элемент тока излучает энергию. Следовательно, излучаемая энергия может быть выражена через токи в различных точках вдоль антенны. Можно считать, что антенна представляет собой систему распределенных источников излучения. Однако почти все элементы антенны излучают принятую мощность. Они получают мощность от генератора и излучают ее. Если антенна не является идеально проводящей, то в каждом элементе поглощается небольшая доля принятой мощности, и преобразуется в тепло. Механизм здесь такой же, как в случае двух связанных цепей с источником напряжения в одной из них. Если потери в механизме связи отсутствуют, то мощность рассеяния в обеих цепях равна

$$P = \frac{1}{2} R_1 I_1 I_1^* + \frac{1}{2} R_2 I_2 I_2^*,$$

где R_1 и R_2 — сопротивления цепей. Ту же мощность можно выразить следующим образом:

$$P = \frac{1}{2} (R_1 + R_c) I_1 I_1^*,$$

где R_c — сопротивление пассивной цепи, связанной с активной.

Рассмотрим теперь две идеально проводящие емкостные антенны, т. е. элементы тока, соединяющие пары параллельных пластин. Пусть одна антенна — активная, а вторая — пассивная. R_{11} и R_{22} — сопротивления излучения антенн, когда они изолированы друг от друга. R_{12} — взаимное сопротивление излучения. Мощность излучения тогда может быть выражена следующим образом:

$$P = \frac{1}{2} [R_{11} I_1 I_1^* + R_{12} (I_1 I_2^* + I_1^* I_2) + R_{22} I_2 I_2^*].$$

Заметим, что это выражение не делает различия между активной и пассивной антеннами. Показать, что это выражение сводится к выражению

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{re} U_1 I_1^*,$$

когда вторая антенна является пассивной.

12.7.1. Определить напряженность магнитного поля трубки тока с синусоидальным распределением тока, простирающейся от $z = z_1$ до $z = z_2$.

О т в е т.

$$4\pi j\beta\rho H_\varphi = [I'(z_2) - j\beta I(z_2) \cos \theta_2] e^{-j\beta r_2} - \\ - [I'(z_1) - j\beta I(z_1) \cos \theta_1] e^{-j\beta r_1},$$

где θ_1 и θ_2 — углы, образованные r_1 и r_2 с участком (z_1, z_2) .

12.7.2. Определить радиальную составляющую напряженности электрического поля для трубки тока с синусоидальным распределением.

О т в е т.

$$4\pi j\omega\epsilon\rho E_\rho = I'(z_2) e^{-j\beta r_2} \cos \theta_2 - I'(z_1) e^{-j\beta r_1} \cos \theta_1 + \\ + I(z_1) \left(j\beta \cos^2 \theta_1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{z_1} \right) e^{-j\beta r_1} - \\ - I(z_2) \left(j\beta \cos^2 \theta_2 - \frac{\sin^2 \theta_2}{z_2} \right) e^{-j\beta r_2}.$$

12.7.3. Показать, что формулы для напряженности электрического поля трубки тока с синусоидальным распределением могут быть представлены в следующем виде:

$$4\pi j\omega\epsilon E_z = I'(z_1) \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} - I'(z_2) \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} - \frac{\partial U}{\partial z}, \\ 4\pi j\omega\epsilon\rho E_\rho = [I'(z_2) \cos \theta_2 - j\beta I(z_2)] e^{-j\beta r_2} - \\ - [I'(z_1) \cos \theta_1 - j\beta I(z_1)] e^{-j\beta r_1} - \frac{\partial U}{\partial \rho},$$

где U — электрический потенциал концевых зарядов. Следовательно, в любой присоединенной цепи U ничего не добавляет к E .

12.12.1. Рассмотреть согнутый вибратор, состоящий из двух параллельных проводов, радиусы которых равны a_1 и a_2 . Пусть каждый цилиндр имеет длину $2l$. Показать, что полная проводимость со стороны середины первого провода приблизительно равна

$$Y_i = -\frac{1}{2} j A_1 \operatorname{ctg} \beta l + Y_p \quad k_2^2 (k_1 + k_2)^2,$$

где A_1 — волновое сопротивление проводов, возбужденных в противофазном режиме, Y_p — входная проводимость двух проводов, соединенных параллельно $k_1 = \ln |S/a_1|$, $k_2 = \ln (S/a_2)$, где расстояние между осями S принято большим $2(a_1 + a_2)$.

Примечание: Для получения этого результата необходимо вначале рассмотреть два бесконечно длинных провода, окруженных цилиндрическим экраном, радиус которого R очень велик и который коаксиален с проводами. Показать, что если q_1 и q_2 — линейные плотности заряда, то потенциалы равны

$$U_1 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{a_1} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{S},$$

$$U_2 = \frac{q_1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{S} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{a_2}.$$

На основании этих уравнений показать, что в противофазном режиме пространства, в котором плотности заряда равны по величине и противоположны по знаку, потенциалы находятся в отношении $-k_1/k_2$, а в синфазном режиме, в котором потенциалы равны, заряды находятся в отношении k_2/k_1 .

12.13.1. Вычислить квадрат мгновенного значения длины вектора E (уравнение 85).

О т в е т.

$$\frac{1}{2} (A^2 + B^2) + \frac{1}{2} (A^2 + B^2 \cos 2\vartheta) \cos 2\omega t - \frac{1}{2} B^2 \sin 2\vartheta \sin 2\omega t.$$

12.13.2. Пользуясь результатом предыдущей задачи, определить моменты времени, в которые мгновенное значение длины вектора E имеет либо максимум, либо минимум. Определить максимальные и минимальные длины.

О т в е т.

$$t = \frac{1}{2\omega} \operatorname{arctg} \frac{-B^2 \sin 2\vartheta}{A^2 + B^2 \cos 2\vartheta};$$

$$\left[\frac{1}{2} (A^2 + B^2) \pm \frac{1}{2} (A^4 + 2A^2B^2 \cos 2\vartheta + B^4)^{1/2} \right]^{1/2}.$$

ПОЛНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН

13.1. Взаимодействие между антеннами

В разделе 12.3 были выведены общие выражения для параметров преобразователя (см. уравнение 9-74 и 9-75) двух линейных антенн через распределение тока антенн. Если одна из этих антенн используется для передачи, а другая для приема, то расстояние между ними настолько велико, что на полное сопротивление каждой антенны не влияют условия на зажимах другой. Следовательно, $Z_{11} = Z_1$ и $Z_{22} = Z_2$, где Z_1 и Z_2 — входные сопротивления антенн, если рассматривать каждую в отдельности. Взаимное полное сопротивление Z_{12} по определению представляет собой напряжение, наведенное на открытых зажимах одной антенны, когда ток на входных зажимах другой равен единице. Для определения Z_{12} необходимо вычислить поле, создаваемое второй антенной в первой, и из него получить требуемое наведенное напряжение.

Аналогично, $Y_{11} = Y_1 = 1/Z_1$ и $Y_{22} = Y_2 = 1/Z_2$. Взаимная полная проводимость Y_{12} по определению равна току на короткозамкнутых зажимах одной антенны, когда напряжение на зажимах другой равно единице. В любом частном случае мы должны определить только Z или Y , так как одна система этих параметров может быть выражена через другую (раздел 9.7).

Когда антенны расположены довольно близко между собой, составляя, например, ряд вибраторов, то взаимодействие между ними может не быть пренебрежимо малым. В этом случае параметры преобразователя могут быть получены с помощью последовательных приближений. Начинаем расчет, пренебрегая взаимодействием и определяя, например, Z . Затем вычисляем токи, индуцированные в различных точках одной антенны токами первого порядка в другой. Индуцированные токи должны определяться в предположении, что полное сопротивление на зажимах обеих антенн имеет бесконечно большое значение, так как при вычислении Z необходимо поддерживать входные токи неизменными. Из индуцированных токов получаем поправки к напряжениям, наведенным на зажимах, т. е. поправки к Z . Теоретически можно продолжить этот процесс неограниченно: из индуцированных токов

первого порядка можно получить индуцированные токи второго порядка и вторые поправки к Z и т. д.

Если желательно определить Y , то можно пользоваться тем же методом. На этот раз, однако, мы должны поддерживать неизменными напряжения на зажимах. Поэтому индуцированные токи нужно определять в предположении, что полные сопротивления на входных зажимах равны нулю.

На практике эти расчеты являются довольно сложными и в лучшем случае приходится удовлетворяться одним или в крайнем случае двумя последовательными приближениями. Лишь в некоторых идеализированных случаях результаты оказываются довольно простыми. Таким образом, если антенны являются бесконечно тонкими, то ток, индуцированный в одной антенне при конечном значении тока в другой, равен нулю. Следовательно, распределения тока в обеих антеннах являются синусоидальными. В этом случае можно получить точные значения Z_{12} , R_{11} , R_{22} и асимптотические значения X_{11} и X_{22} .

Другой случай относится к двум «емкостным антеннам». Рассмотрим его с целью иллюстрации упомянутого выше метода последовательных приближений.

Так называемая емкостная антенна представляет собой антенну, нагруженную емкостями на концах так, что ток в ней остается постоянным. Ее поле, поэтому приблизительно идентично с полем элемента электрического тока той же длины. Токи в пластинах текут во всех направлениях от основного излучающего элемента и их поля имеют тенденцию нейтрализовать друг друга. В последующих выводах будем пренебрегать этими токами. На рис. 13.1 показаны две такие антенны. Будем считать, что расстояние d между ними велико по сравнению с длиной наиболее длинной емкостной антенны. Основные свойства емкостной антенны следующие: 1) Ток в различных точках равен входному току. 2) Ток равен нулю, когда зажимы разомкнуты. Эти свойства упрощают теорию взаимодействия между емкостными антеннами, в особенности, когда полные сопротивления на их зажимах имеют бесконечно большое значение.

Пусть коэффициент передачи в свободном пространстве равен

$$T = -\frac{60\pi j}{\lambda d} \left(1 + \frac{1}{j\beta d} - \frac{1}{\beta^2 d^2} \right) e^{-j\beta d}. \quad (1)$$

Согласно этому определению напряженность электрического

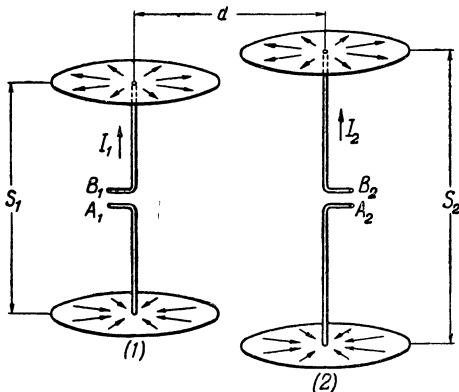


Рис. 13.1. Емкостные антенны.

поля, создаваемого первой антенной вдоль второй антенны (в направлении I_2), составляет

$$E_{s,1} = T I_1 s_1. \quad (2)$$

Следовательно, напряжение, приложенное ко второй антенне, благодаря действию первой или наведенное напряжение равно

$$U_2^i = T I_1 s_1 s_2. \quad (3)$$

Напряжение, которое необходимо приложить ко второй антенне для того, чтобы противодействовать этому напряжению, равно $-U_2^i$. Следовательно, взаимное полное сопротивление составляет

$$Z_{12} = -T s_1 s_2. \quad (4)$$

Собственное сопротивление Z_{11} представляет собою входное сопротивление первой антенны, когда зажимы второй антенны разомкнуты. В этом случае ток во второй антенне и реакция последней на первую антенну отсутствуют. Следовательно, Z_{11} равно входному сопротивлению Z_1 антенны в свободном пространстве. Таким образом,

$$Z_{11} = Z_1 = R_1 + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right); \quad Z_{22} = R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right). \quad (5)$$

Активные составляющие включают омические сопротивления проводов и сопротивления излучения. Таким образом,

$$R_1 = \bar{R} s_1 + 80 \pi^2 \left(\frac{s_1}{\lambda} \right)^2, \quad (6)$$

где $\bar{R}$ — омическое сопротивление на единицу длины. Для индуктивности имеем

$$L_1 = \frac{\mu s_1}{2\pi} \left(\ln \frac{s_1}{a_1} - 1 \right). \quad (7)$$

Емкость зависит от нагрузки.

Из Z_{11} , Z_{12} , Z_{22} можно найти Y_{11} , Y_{12} , Y_{22} . Задача определения полных проводимостей непосредственно по уравнениям поля является более сложной, так как в этом случае полное сопротивление на зажимах антенны нужно считать равным нулю, а индуцированные токи не равными нулю. В начале расчета, можно пренебречь взаимодействием. Собственные проводимости антенн тогда равны их соответствующим входным проводимостям в свободном пространстве

$$Y_{11}^{(1)} = Y_1 = \frac{1}{Z_1}, \quad Y_{22}^{(1)} = Y_2 = \frac{1}{Z_2}, \quad (8)$$

где Z_1 и Z_2 определяются уравнением (5). В соответствии со сделанным допущением взаимная полная проводимость в первом приближении равна нулю

$$Y_{12}^{(1)} = 0. \quad (9)$$

Для получения второго приближения Y_{12} приложим единичное напряжение к первой антенне и определим ток во второй, когда зажимы последней замкнуты накоротко. Ток в первой антенне равен Y_1 , момент тока $Y_1 s_1$, напряженность электрического поля, создаваемая ею вдоль второй антенны $Y_1 s_1 T$, напряжение, приложенное ею ко второй антенне $Y_1 s_1 T s_2$, и наконец ток, создаваемый во второй антенне $Y_1 s_1 T s_2 Y_2$. Следовательно,

$$Y_{12}^{(2)} = Y_1 Y_2 s_1 T s_2. \quad (10)$$

Для получения следующего приближения заметим, что ток, определяемый уравнением (10), индуцирует ток в первой антенне, который, в свою очередь, изменяет ток во второй антенне. Таким образом, ток с моментом $Y_{12}^{(2)} s_2$ создает на первой антенне напряженность электрического поля $Y_{12}^{(2)} s_2 T$, напряжение $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1$ и ток $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1 Y_1$. Момент этого тока равен $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1 Y_1 s_1$, напряженность электрического поля, обусловленная им, на второй антенне — $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1 Y_1 s_1 T$, напряжение — $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1 Y_1 s_1 T s_2$ и индуцированный ток — $Y_{12}^{(2)} s_2 T s_1 Y_1 s_1 T s_2 Y_2$. Этот ток индуцируется в дополнение к току, определяемому уравнением (10). Следовательно,

$$Y_{12}^{(3)} = Y_{12}^{(2)} + Y_{12}^{(2)} (s_2 T s_1)^2 Y_1 Y_2. \quad (11)$$

Ток, выражаемый вторым членом, создает поле у первой антенны и индуцирует ток, который в свою очередь индуцирует ток во второй антенне. Кратный множитель остается, очевидно, таким же, как в предыдущем случае $(s_2 T s_1)^2 Y_1 Y_2$. Следовательно,

$$Y_{12}^{(4)} = Y_{12}^{(2)} + Y_{12}^{(2)} (s_2 T s_1)^2 Y_1 Y_2 + Y_{12}^{(2)} (s_2 T s_1)^4 (Y_1 Y_2)^2. \quad (12)$$

Продолжая последовательные операции и пользуясь уравнениями (8) и (10), найдем точное значение Y_{12} :

$$\begin{aligned} Y_{12} &= \frac{s_1 T s_2}{Z_1 Z_2} \left[1 + \frac{(s_1 T s_2)^2}{Z_1 Z_2} + \frac{(s_1 T s_2)^4}{(Z_1 Z_2)^2} + \frac{(s_1 T s_2)^6}{(Z_1 Z_2)^3} + \dots \right] = \\ &= \frac{s_1 T s_2}{Z_1 Z_2} \left[1 - \frac{(s_1 T s_2)^2}{Z_1 Z_2} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

В соответствии с уравнением (4) получим

$$Y_{12} = - \frac{Z_{12}}{Z_1 Z_2 - Z_{12}^2}. \quad (14)$$

Это выражение можно получить непосредственно из уравнений преобразователя.

В данном случае для двух емкостных антенн расчет коэффициентов полного сопротивления является быстрым и простым, так как в таких антеннах при разомкнутых зажимах ток не индуцируется. В общем случае дело обстоит сложнее и метод расчета полных сопротивлений аналогичен приведенному методу определения полных проводимостей. В начале предполагается, что антенны находятся в свободном пространстве, а затем вычисляется их взаимодействие методом многократных отражений. Методика расчета такая же как в случае отражения от двух неоднородностей.

13.2. Асимптотические представления для поля прямолинейных антенн

Рассмотрим трубку тока с синусоидальным распределением, причем производная тока имеет разрыв в центре. Если трубка простирается от $z = -l$ до $z = l$, то ток равен

$$I(z) = I_0 \sin \beta(l - |z|). \quad (15)$$

Производная равна

$$I'(z) = \pm \beta I_0 \cos \beta(l - |z|), \quad z \leq 0. \quad (16)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} I(-l) &= I(l) = 0, & I(-0) &= I(0) = I_0 \sin \beta l, \\ I'(-l) &= \beta I_0, & I'(-0) &= \beta I_0 \cos \beta l, \\ I'(0) &= -\beta I_0 \cos \beta l, & I'(l) &= -\beta I_0. \end{aligned} \quad (17)$$

Применяя уравнение 12-47 к двум участкам, получим

$$E_z = 30jI_0 \left(2 \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} \cos \beta l - \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} - \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} \right), \quad (18)$$

где r_0, r_1, r_2 — расстояния соответственно от центра и концов трубки тока (рис. 13.2).

Распространим теперь доказательство, приведенное в разделе 12.8, показывающее, что при стремлении к нулю радиуса идеально проводящей передающей антенны, питаемой в середине, продольная составляющая напряженности электрического поля в пределе определяется уравнением (18) на любом расстоянии от антенны, большем нуля, и что при $\rho = 0$, $E_z = 0$ (кроме $z = 0$). В гл. 8 было показано, что выражение для тока в такой антенне приближается к виду уравнения (15). Добавочный ток как раз достаточен для того, чтобы E_z могло стать равным нулю на обеих ветвях антенны. Предположим теперь, что мы фиксируем наше внимание на точке P вне антенны на расстоянии ρ от ее оси. Поле в этой точке равно сумме среднего значения (уравнение 18) на поверхности провода и поля, вызванного добавочным током. При стремлении радиуса к нулю среднее значение поля, определя-

емого из уравнения (18) приближается к его значению для всего тока, сосредоточенного вдоль оси антенны. Остаточный ток и его поле в точке P в пределе равны нулю. Это справедливо для любого ρ , отличного от нуля. Наше доказательство применимо только к точкам вне антенны. Следовательно, точки на оси антенны остаются всегда исключенными. Так как $E_z(a) = 0$ во всех точках на каждой ветви антенны при любом a , то в пределе получим $E_z(0) = 0$. Таким образом, предельная функция является разрывной при $\rho = 0$.

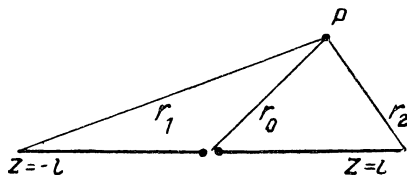


Рис. 13.2. Антенна, питаемая в центре.

Вывод следующих выражений напряженности электрического поля, параллельной току для симметричного и антисимметричного видов, (уравнение 8-109 и 8-110) предоставляется читателю.

Симметричный вид (рис. 8.9,а)

$$E_z = 30jA \left\{ \left[\frac{e^{-j\beta r \cdot \xi}}{r\xi} + \frac{e^{-j\beta r - \xi}}{r - \xi} \right] \cos \beta l - \left[\frac{e^{(-j\beta r l)}}{rl} + \frac{e^{-j\beta r - l}}{r - l} \right] \cos \beta \xi \right\}, \rho > 0. \quad (19)$$

Асимметричный вид (рис. 8.9,б)

$$E_z = 30jA \left\{ \left[\frac{e^{-j\beta r \xi}}{r\xi} - \frac{e^{-j\beta r - \xi}}{r - \xi} \right] \sin \beta l + \left[\frac{e^{-j\beta r - l}}{r - l} - \frac{e^{-j\beta r l}}{rl} \right] \sin \beta \xi \right\} \rho > 0. \quad (20)$$

Индексами обозначены точки, до которых измерены расстояния.

13.3. Асимптотическое выражение для взаимного полного сопротивления двух параллельных антенн, питаемых в середине ¹

Рассмотрим две параллельные, питаемые в середине антенны (рис. 13.3). Подставляя соответствующие значения из уравнений (15) и (18) в уравнение (12-27), получим асимптотическое выражение для взаимного полного сопротивления этих антенн

$$Z_{12} = \frac{60j}{\sin^2 \beta l} \int_0^l \left(\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} + \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} - 2 \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} \cos \beta l \right) \times \sin \beta (l - z) dz. \quad (21)$$

Этот интеграл может быть вычислен с помощью интегральных синуса и косинуса. Таким образом, замечая, что

¹ Таблицы полных взаимных сопротивлений, параллельных полуволновых вибраторов даны в книге А. А. Пистелькорса „Антенны“, Связьиздат, 1947 [Прим. ред.].

$$\begin{aligned}\sin \beta(l-z) &= \sin \beta l \cos \beta z - \cos \beta l \sin \beta z = \\ &= \frac{1}{2}(e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}) \sin \beta l + \frac{1}{2}j(e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) \cos \beta l,\end{aligned}\quad (22)$$

получим

$$Z_{12} = \frac{Z_{12}^a}{\sin^2 \beta l} = \frac{R_{12}^a + jX_{12}^a}{\sin^2 \beta l}, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned}R_{12}^a &= 60 [2\text{Ci } \beta \rho - \text{Ci } \beta (r_{04} + l) - \text{Ci } \beta (r_{04} - l)] + \\ &+ 30 [2\text{Ci } \beta \rho - 2\text{Ci } \beta (r_{04} + l) - 2\text{Ci } \beta (r_{04} - l) + \\ &+ \text{Ci } \beta (r_{14} + 2l) + \text{Ci } \beta (r_{14} - 2l)] \cos 2\beta l + \\ &+ 30 [2\text{Si } \beta (r_{04} - l) - 2\text{Si } \beta (r_{04} + l) + \\ &+ \text{Si } \beta (r_{14} + 2l) - \text{Si } \beta (r_{14} - 2l)] \sin 2\beta l,\end{aligned}\quad (24)$$

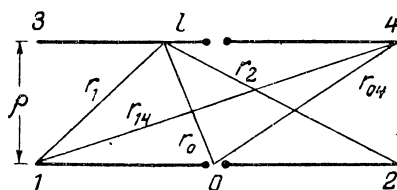


Рис. 13.3. Две параллельные антенны.

$$\begin{aligned}X_{12}^a &= 60 [\text{Si } \beta (r_{04} + l) + \text{Si } \beta (r_{04} - l) - 2\text{Si } \beta \rho] + \\ &+ 30 [2\text{Si } \beta (r_{04} + l) + 2\text{Si } \beta (r_{04} - l) - 2\text{Si } \beta \rho - \\ &- \text{Si } \beta (r_{14} + 2l) - \text{Si } \beta (r_{14} - 2l)] \cos 2\beta l + \\ &+ 30 [2\text{Ci } \beta (r_{04} - l) - 2\text{Ci } \beta (r_{04} + l) + \\ &+ \text{Ci } \beta (r_{14} + 2l) - \text{Ci } \beta (r_{14} - 2l)] \sin 2\beta l.\end{aligned}\quad (25)$$

При $\beta \rho \ll 1$ и $\rho \ll l$ приведенные выше уравнения могут быть упрощены с помощью следующих приближений:

$$\begin{aligned}\sqrt{l^2 + \rho^2} &\simeq l + \frac{\rho^2}{2l}, \quad \sqrt{4l^2 + \rho^2} \simeq 2l + \frac{\rho^2}{4l}, \\ \text{Si } \beta \rho &\simeq 0, \quad \text{Ci } \beta \rho = C + \ln \beta \rho.\end{aligned}\quad (26)$$

Таким образом, найдем

$$\begin{aligned}R_{12}^a &= 60 (C + \ln 2\beta l - \text{Ci } 2\beta l) + \\ &+ 30 (\text{Si } 4\beta l - 2\text{Si } 2\beta l) \sin 2\beta l + \\ &+ 30 (C + \ln \beta l - 2\text{Ci } 2\beta l + \text{Ci } 4\beta l) \cos 2\beta l = \\ &= 60 \text{Cin } 2\beta l + 30 (\text{Si } 4\beta l - 2\text{Si } 2\beta l) \sin 2\beta l + \\ &+ 30 (2 \text{Cin } 2\beta l - \text{Cin } 4\beta l) \cos 2\beta l,\end{aligned}\quad (27)$$

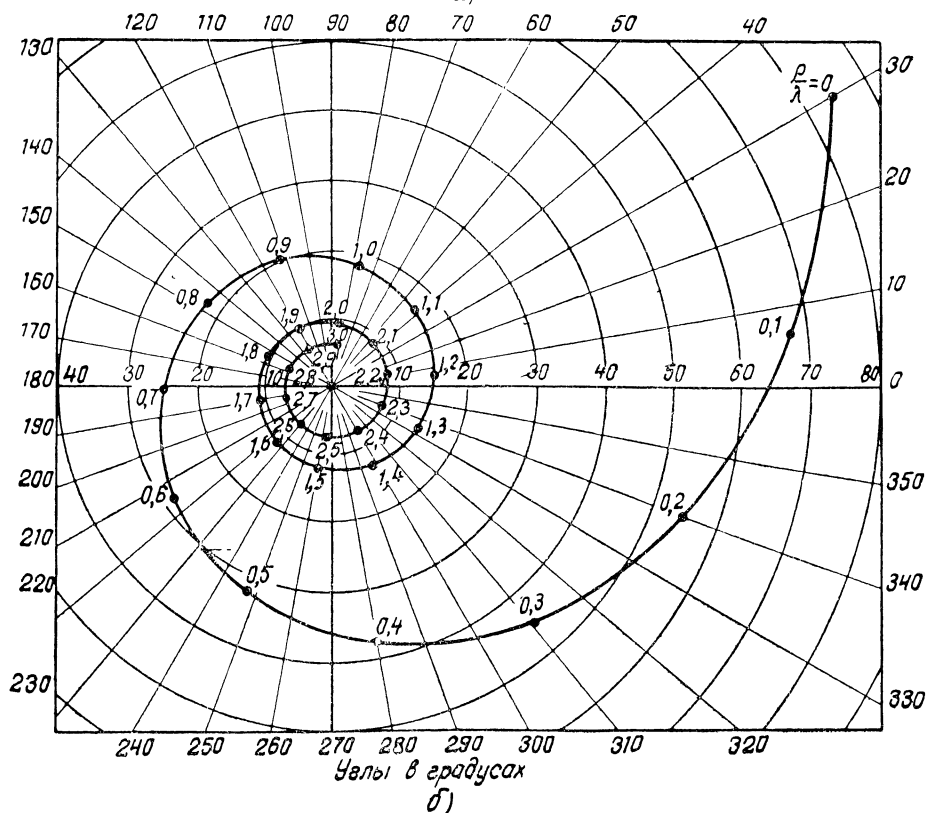
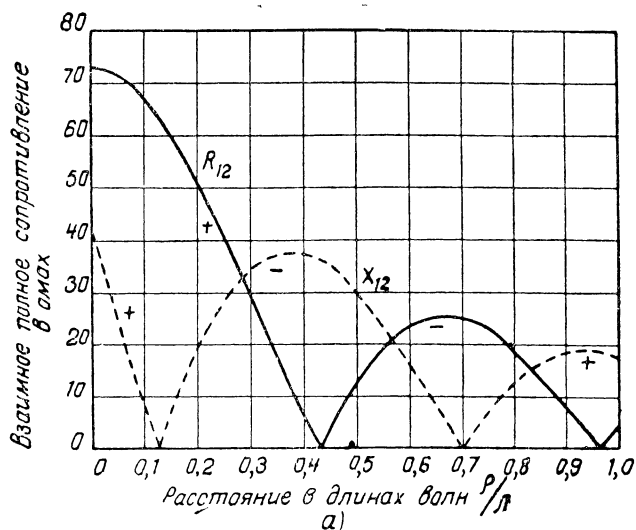


Рис. 13.4. Взаимное полное сопротивление между двумя параллельными полуволновыми антеннами:

а — сплошная кривая представляет взаимное активное сопротивление, пунктирная кривая — взаимное реактивное сопротивление; б — амплитуда и фаза, представлены в полярных координатах.

$$\begin{aligned}
X_{12}^a &= 60 \operatorname{Si} 2\beta l + 30 (2 \operatorname{Si} 2\beta l - \operatorname{Si} 4\beta l) \cos 2\beta l - \\
&- 30 \left(\ln \frac{l\lambda}{\rho^2} - C - \ln 2\pi - \operatorname{Ci} 4\beta l + 2 \operatorname{Ci} 2\beta l \right) \sin 2\beta l = \\
&= 60 \operatorname{Si} 2\beta l + 30 (2 \operatorname{Si} 2\beta l - \operatorname{Si} 4\beta l) \cos 2\beta l + \\
&+ 30 \left(2 \operatorname{Cin} 2\beta l - \operatorname{Cin} 4\beta l - 2 \ln \frac{l}{\rho} \right) \sin 2\beta l, \quad (28)
\end{aligned}$$

где $C = 0,577$ — постоянная Эйлера.

Индекс a сверху в приведенных выше уравнениях указывает (подробно это будет рассмотрено в разделе 13.6), что Z_{12}^a — взаимное полное сопротивление, отнесенное к пучностям тока (т. е. к максимальным амплитудам тока).

Уравнение (23) дает точное значение для взаимного полного сопротивления, когда обе антенны являются бесконечно тонкими. В этом предельном случае ток в первой антенне позволяет определить наведенное напряжение на зажимах второй антенны. Ток вдоль второй антенны нельзя определить из-за большой погонной индуктивности. Так как индуцированный ток отсутствует, то реакция первой антенны и вторичное воздействие на вторую антенну отсутствуют.

13.4. Взаимное полное сопротивление бесконечно тонких полуволновых антенн

При $l = \lambda/4$ имеем

$$\begin{aligned}
R_{12} &= 60 \operatorname{Ci} \beta \rho - 30 \operatorname{Ci} (u + \pi) - 30 \operatorname{Ci} (u - \pi), \\
X_{12} &= 30 \operatorname{Si} (u + \pi) + 30 \operatorname{Si} (u - \pi) - 60 \operatorname{Si} \beta \rho,
\end{aligned}$$

$$u = \sqrt{\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda}\right)^2 + \pi^2}. \quad (29)$$

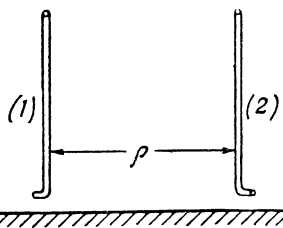


Рис. 13.5. Две параллельные вертикальные антенны.

Сплошная кривая на рис. 13.4,а представляет собой взаимное активное сопротивление, а пунктирная кривая — взаимное реактивное сопротивление. На рис. 13.4,б представлены амплитуда и фаза для различных значений ρ/λ .

Взаимное полное сопротивление между двумя четвертьволновыми антеннами, установленными над идеально проводящей поверхностью земли (рис. 13.5), составляет половину взаимного полного сопротивления между двумя полуволновыми антеннами в свободном пространстве.

При стремлении ρ к нулю взаимное полное сопротивление между двумя полуволновыми антеннами стремится к определенному пределу. Так как входное сопротивление равно среднему значению взаимного сопротивления антенны (см. раздел 12.4),

то найдем, что входное сопротивление полуволновой антенны представляет собой предел Z_{12} при $\rho \rightarrow 0$. Таким образом,

$$Z_i = 30 \operatorname{Cin} 2\pi + 30j \operatorname{Si} 2\pi = 73,13 + 42,54j. \quad (30)$$

Как и все формулы настоящего раздела, уравнение (30) относится к бесконечно тонкой полуволновой антенне. Оно представляет собой приближение для тонких антенн.

13.5. Полное сопротивление горизонтальных полуволновых антенн, установленных над идеально проводящей поверхностью земли

В случае горизонтальной антенны, установленной над идеальной землей (рис. 13.6), можно заменить землю зеркальным изображением антенны. Для зеркального изображения $U_2 = -U_1$, $I_2 = -I_1$, а полное сопротивление

$$Z = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} - Z_{12}. \quad (31)$$

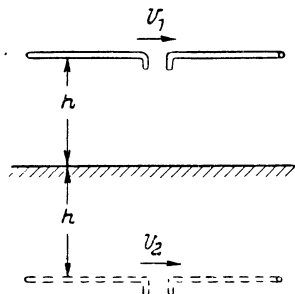


Рис. 13.6. Горизонтальная антенна.

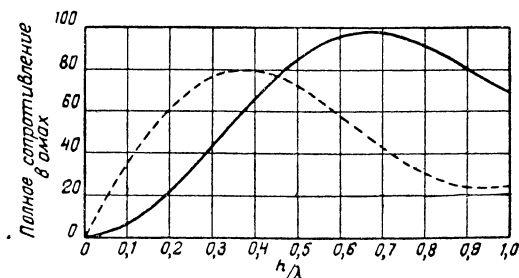


Рис. 13.7. Входное сопротивление горизонтальной полуволновой антенны над идеально проводящей землей. Сплошной кривой показано входное активное сопротивление, пунктирной — входное реактивное сопротивление.

На рис. 13.7 представлена зависимость Z от h для горизонтальной полуволновой антенны.

13.6. Взаимное излучение параллельных антенн

Взаимная комплексная мощность двух параллельных бесконечно тонких антенн (рис. 13.3) может быть определена из уравнений (23) и (12-23). Замечая, что

$$I_{i,1} = I_1 \sin \beta l, \quad I_{i,2} = I_2 \sin \beta l, \quad (32)$$

где I_1 и I_2 — максимальные амплитуды, получим

$$2\Psi_{12} = \frac{1}{2} Z_{12}^a (I_1 I_2^* + I_1^* I_2) = Z_{12}^a \operatorname{re} (I_1 I_2^*). \quad (33)$$

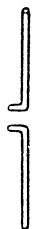
Этот результат может быть также получен непосредственно из уравнения (12-19).

Если I_1 и I_2 находятся в фазе, то

$$2\Psi_{12} = Z_{12}^a I_1 I_2^* \quad (34)$$

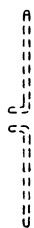
13.7. Излучение одиночной антенны

Согласно уравнению 12-21 комплексная мощность излучения антенны равна среднему значению взаимной мощности в поле, окружающем антенну. Для тонкой антенны выражение (27) для взаимного сопротивления излучения, отнесенного к максимальной амплитуде тока, не зависит от радиуса антенны. В выражении для взаимного реактивного сопротивления единственным членом, зависящим от радиуса, является $\ln(l/\rho)$. Его среднее значение по цилиндру равно¹ $\ln(l/a)$. Следовательно,



$$\Psi = \frac{1}{2} Z_a I_0^2, \quad (35)$$

где Z_a — получено из Z_{12}^a при подстановке a вместо ρ , а I_0 — максимальная амплитуда антенного тока.



13.8. Полуволновые вертикальные антенны над землей

Полуволновая вертикальная антенна над землей и ее зеркальное изображение (рис. 13.8) образуют одноволновую антенну. Следовательно, ее полное сопротивление составляет половину полного сопротивления, полученного из уравнения (27) и (28) при подстановке $\beta l = \pi$. Таким образом, в пределе при равенстве радиуса нулю

$$Z = 99,54 + j62,72. \quad (36)$$

Это выражение получено для бесконечно тонкой полуволновой антенны. При резонансе антенна конечной толщины укорочена, но форма распределения тока мало отличается от случая бесконечно тонкой полуволновой антенны. Следовательно, полное сопротивление резонансной антенны, установленной непосредственно над идеально проводящей землей, приблизительно равно

$$Z = 99,5 \text{ ом}. \quad (37)$$

Токи в земле вблизи основания малы, так как мало магнитное поле. На больших расстояниях будет поглощаться некоторая,

¹ См. ур. 8-88.

уже отделившаяся от антенны мощность, если земля не является идеально проводящей. Следовательно, влияние конечной проводимости земли на полное сопротивление полуволновой вертикальной антенны будет малым.

13.9. Асимптотическая формула для приложенного напряжения

Уравнение (18) дает точное значение напряженности электрического поля, создаваемой трубкой тока с синусоидальным распределением (уравнение 15) в направлении, параллельном трубке. Если ток распределяется равномерно по цилиндру радиуса a , то напряженность поля определяется (точно) средним значением, согласно уравнению (18), вычисленным по цилиндру. Для создания распределения тока, определяемого уравнением (15), на поверхности цилиндра конечного радиуса мы должны приложить непрерывно распределенное поле, равное и противоположное среднему значению в уравнении (18)

$$E_z^i = 60jI_0 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{e^{-j\beta r_1}}{2r_1} + \frac{e^{-j\beta r_2}}{2r_2} - \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} \cos \beta l \right) d\varphi, \quad \rho = 2a \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (38)$$

Часть этого приложенного поля почти целиком сосредоточена в середине. Она определяется вещественной частью последнего члена интегральной функции

$$E_{z,\rho}^i = -60jI_0 \cos \beta l \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \beta r_0}{r_0} d\varphi. \quad (39)$$

Будем называть ее главной частью приложенного поля. При стремлении a к нулю напряжение, обусловленное этой частью, сосредоточивается все ближе и ближе к центру. Большие составляющие имеются также вблизи концов антенны, но они не очень эффективны в создании тока из-за высокого значения полного сопротивления антенны у ее концов. Таким образом, имеем непосредственное подтверждение уже сделанного несколькими различными путями вывода относительно того, что при стремлении радиуса передающей антенны к нулю распределение тока в ней становится все более близким к синусоидальному. Приложенное напряжение, создающее этот ток, приближенно равно

$$U \sim \int_{-l}^l E_{z,\rho}^i dz = -jZ_c I_0 \cos \beta l, \quad (40)$$

где

$$Z_c = 60 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-l}^l \frac{\cos \beta r_0}{r_0} dz. \quad (41)$$

Этот интеграл представляет собой специальный случай уравнения 8-89 при $z = 0$, $z_1 = -l$, $z_2 = l$. Следовательно,

$$\hat{Z}_c = 120 \left(\ln \frac{2l}{a} - \text{Cin } \beta l \right) = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } \beta l \right). \quad (42)$$

Асимптотическое выражение для входного сопротивления имеет вид

$$Z_i = \frac{U}{I(0)} = -j\hat{Z}_c \text{ctg } \beta l. \quad (43)$$

Оно идентично выражению для входного сопротивления разомкнутой на конце, передающей линии, длиной l , с волновым сопротивлением $\hat{Z}_c$. То, что оно является чисто реактивным сопротивлением не является неожиданным, так как предельное выражение было получено при стремлении a к нулю и, следовательно, при стремлении $\hat{Z}_c$ к бесконечности. При этих условиях величина запасенной вокруг антенны энергии стремится к бесконечности, в то время как мощность излучения остается постоянной. На практике, однако, $\hat{Z}_c$ не бывает слишком велико и часто преднамеренно делается малым. Следовательно, необходимо получить лучшее приближение, чем уравнение (43). Мы получим его в следующих разделах.

Уравнение (43) можно также получить из уравнения (8-90), если воспользоваться значениями L и C на входном конце ($z = 0$). Если вместо этого мы пользуемся средними значениями L и C , то получим аналогичное уравнение 8-117

$$Z_i = -2jZ_0 \text{ctg } \beta l, \quad (44)$$

где

$$2Z_0 = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } 2\beta l - \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l} \right). \quad (45)$$

Разность

$$\hat{Z}_c - 2Z_0 = 120 \left(\text{Ci } \beta l - \text{Ci } 2\beta l + \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l} \right) \quad (46)$$

приближается к значению 37 ом, когда l/λ стремится к нулю. При стремлении l/λ к бесконечности эта разность стремится к нулю. В любом случае эта разность уменьшается с уменьшением толщины антенны.

13.10. Асимптотическая формула для входного сопротивления симметричной антенны

В соответствии с уравнением 12-32 входное сопротивление равно среднему значению взаимного полного сопротивления антенны. Следовательно, его асимптотическое выражение может быть получено из уравнения (23)

$$Z_i = \frac{Z_a}{\sin^2 \beta l}, \quad (47)$$

где Z_a определяется уравнениями (27) и (28) при $\rho = a$. Таким образом, найдем

$$Z_i = -j\hat{Z}_c \operatorname{ctg} \beta l + \frac{\hat{R} + j\hat{X}}{\sin^2 \beta l}, \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{R} = & 60 \operatorname{Cin} 2\beta l + 30 (\operatorname{Si} 4\beta l - 2 \operatorname{Si} 2\beta l) \sin 2\beta l + \\ & + 30 (2 \operatorname{Cin} 2\beta l - \operatorname{Cin} 4\beta l) \cos 2\beta l, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \hat{X} = & 60 \operatorname{Si} 2\beta l + 30 (2 \operatorname{Si} 2\beta l - \operatorname{Si} 4\beta l) \cos 2\beta l + \\ & + 30 (2 \operatorname{Cin} 2\beta l - \operatorname{Cin} 4\beta l - 2 \operatorname{Cin} \beta l + 2 \ln 2) \sin 2\beta l. \end{aligned} \quad (50)$$

Можно также написать

$$Z_i = -2jZ_0 \operatorname{ctg} \beta l + \frac{\hat{R} + j[\hat{X} + (Z_0 - \frac{1}{2}\hat{Z}_c) \sin \beta l]}{\sin^2 \beta l}. \quad (51)$$

Выражения (48) и (51) идентичны (хотя и различны по записи). Они дают приближение высшего порядка для Z_i по сравнению с выражениями, приведенными в предыдущем разделе.

13.11. Асимптотическая формула для входной проводимости

Формулы предыдущего раздела являются точными для бесконечно тонких антенн радиуса равного нулю, но для реальных антенн безотносительно к малости радиуса они являются приближенными. Основной источник ошибки обуславливается разностью между фактическим значением выходного тока и его асимптотическим значением. Очевидно это ошибка пропорционально увеличивается с уменьшением $\sin \beta l$. Следовательно, точность формул ухудшается при стремлении l к кратной величине $\lambda/2$. Мы получим теперь дополнительную формулу для входной проводимости, более точную в окрестности $l = n\lambda/2$ и точность которой уменьшается при приближении к условиям резонанса. В следующем разделе мы объединим эти формулы в одну для всего диапазона значений.

В передающей антенне электродвижущая сила приложена к небольшой локализованной зоне. Для получения синусоидального тока необходимо приложить поле $E_z^i = -E_z$, величина которого определяется уравнением (38). Это дает напряжение $U = -j\hat{Z}_c I_0 \cos \beta l$, которое в значительной степени, но не полностью локализовано. Пусть теперь на антенну воздействует дополнительное поле равное $-E_z^i = E_z$, действующее вдоль антенны, а в точке $z = 0$ приложим сосредоточенную э. д. с. Поле E_z^i уничтожит первоначальное распределенное поле. Для получения входного полного сопротивления остается найти вход-

ной ток, создаваемый дополнительным приложенным полем. Этот дополнительный ток имеет вид

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-l}^l E_z Y(z; 0) dz - j\hat{Z}_c I_0 \cos \beta l Y(0; 0), \quad (52)$$

где проходная проводимость $Y(z, 0)$ равна току в точке $z = 0$, обусловленному единичным напряжением¹ в точке $z = z$. Согласно теореме взаимности проходная проводимость является симметричной функцией, $Y(z, 0) = Y(0, z)$. Теперь приближенное значение тока $Y(0, z)$, создаваемого единичным напряжением в точке $z = 0$, получится при делении уравнения (15) на уравнение (40). Таким образом,

$$Y(0; z) = Y(z; 0) = -\frac{\sin \beta(l - |z|)}{j\hat{Z}_c \cos \beta l}. \quad (53)$$

Подставляя в уравнение (52), получим

$$I_1 = -\frac{1}{j\hat{Z}_c \cos \beta l} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-l}^l E_z \sin \beta(l - |z|) dz + I_0 \sin \beta l. \quad (54)$$

Так как²

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-l}^l E_z \sin \beta(l - |z|) dz &= Z I_0 \sin^2 \beta l = \\ &= I_0 (-j\hat{Z}_c \sin \beta l \cos \beta l + \hat{R} + j\hat{X}), \end{aligned} \quad (55)$$

то имеем

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \frac{\hat{R} + j\hat{X} - j\hat{Z} \sin \beta l \cos \beta l}{j\hat{Z}_c \cos \beta l} + I_0 \sin \beta l = \\ &= \frac{\hat{R} + j\hat{X}}{j\hat{Z}_c \cos \beta l} I_0. \end{aligned} \quad (56)$$

Это приращение тока обеспечивает равенство нулю поля вдоль антенны. Добавляя его к полученному первоначальному приближению для входного тока, получаем второе приближение

$$I_i = I_0 \sin \beta l + \frac{\hat{R} + j\hat{X}}{j\hat{Z}_c \cos \beta l} I_0. \quad (57)$$

¹ Проходная проводимость $Y(z, 0)$ равна входной проводимости. В этих формулах ее нужно толковать как $\lim_{s \rightarrow 0} Y(0, \frac{1}{2}s)$ при стремлении к нулю ширины s промежутка остающейся всегда больше диаметра антенны.

² См. уравнения (18, 21, 23, 47 и 48).

Деля это выражение на приложенное напряжение (уравнение 40), получим асимптотическую формулу для входной проводимости

$$Y_i = j \frac{1}{Z_c} \operatorname{tg} \beta l + \frac{\hat{R} + jX}{\hat{Z}_c^2 \cos^2 \beta l}. \quad (58)$$

Это уравнение является дополнительным к уравнению (48), так как оно оказывается более точным в окрестности $l = \lambda/2$ и менее точным при стремлении l к $\lambda/4$.

При проведении данного анализа мы исходили из практически допустимых погрешностей. Далее следует найти формулы для интерполяции (48) и (58) в интервале значений l , где не точны оба уравнения.

13.12. Общая формула для входного сопротивления тонкой симметричной антенны

Покажем, что уравнение (48) представляет собой входное сопротивление однородной линии передачи, нагруженной сопротивлением

$$\hat{Z}_t = \frac{\hat{Z}_c^2}{\hat{Z}}, \quad \hat{Z} = \hat{R} + j\hat{X} \quad (59)$$

при стремлении $\hat{Z}_c$ к бесконечности. Аналогично, уравнение (58) представляет собой входную проводимость. Следовательно, выражение для входного сопротивления однородной линии

$$Z_i = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z}_t \cos \beta l + j \hat{Z}_c \sin \beta l}{\hat{Z}_c \cos \beta l + j \hat{Z}_t \sin \beta l} = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z} \sin \beta l - j \hat{Z}_c \cos \beta l}{\hat{Z}_c \sin \beta l - j \hat{Z} \cos \beta l}, \quad (60)$$

объединяет два уравнения (48) и (58). Таким образом, его можно принять в качестве приближения для входного сопротивления цилиндрической антенны во всем диапазоне частот.

Легко показать, что уравнение (48) представляет собой первые два члена асимптотического разложения уравнения (60).

Заметим, что при стремлении $\hat{Z}_c \sin \beta l$ к бесконечности

$$\begin{aligned} Z_i &= \hat{Z}_c \frac{\hat{Z} \sin \beta l - j \hat{Z}_c \cos \beta l}{\hat{Z}_c \sin \beta l} \left(1 - j \frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c} \operatorname{ctg} \beta l \right)^{-1} = (\hat{Z} - j \hat{Z}_c \operatorname{ctg} \beta l) \times \\ &\times \left(1 + j \frac{\hat{Z}}{\hat{Z}_c} \operatorname{ctg} \beta l - \frac{\hat{Z}^2}{\hat{Z}_c^2} \operatorname{ctg}^2 \beta l - \dots \right) = \hat{Z} - j \hat{Z}_c \operatorname{ctg} \beta l + \\ &+ \hat{Z} \operatorname{ctg}^2 \beta l + j \frac{\hat{Z}^2}{\hat{Z}_c} \operatorname{ctg} \beta l (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta l) - \dots = \\ &= -j \hat{Z}_c \operatorname{ctg} \beta l + \frac{\hat{Z}}{\sin^2 \beta l} + 0 \left(\frac{1}{\hat{Z}_c} \right), \end{aligned} \quad (61)$$

где $O(1/Z_c)$ представляет члены порядка $1/\hat{Z}_c$ и выше. Аналогично, если взять обратную величину уравнения (60), принять, что $\hat{Z}_c \cos \beta l$ стремится к бесконечности, и воспользоваться приведенным выше методом, то найдем, что Y_i приближается асимптотически к выражению, определяемому уравнением (58).

Существует простое толкование $\hat{Z}$. Из уравнения (48) получим асимптотическую формулу для входной комплексной мощности антенны

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{2} Z_i I_i I_i^* = \frac{1}{2} Z_i I_0 I_0^* \sin^2 \beta l = \\ &= \frac{1}{2} \left[-j \hat{Z}_c \sin \beta l \cos \beta l + \hat{R} + j \hat{X} \right] I_0 I_0^*, \end{aligned} \quad (62)$$

где I_0 —ток в пучности. Поэтому

$$\hat{Z} = \hat{R} + j \hat{X} = \frac{2\Psi}{I_0 I_0^*} + j \hat{Z}_c \sin \beta l \cos \beta l. \quad (63)$$

Величина первого члена в правой части в два раза больше входной комплексной мощности бесконечно тонкой антенны (когда ток строго синусоидален), соответствующей единичному максимальному току в пучности. Из первого члена асимптотического разложения входного напряжения можно определить $\hat{Z}_c$, которое вычисляется путем интегрирования основной части напряженности электрического поля, создаваемого синусоидально распределенным током. Следовательно, эти два выражения, получаемые из синусоидального приближения антенного тока, дают $\hat{Z}$ и, следовательно, еще одно приближение для входного полного сопротивления.

В случае рамки длиной $2l$ получим аналогичную формулу для входного сопротивления

$$Z_i = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z} \cos \beta l + j \hat{Z}_c \sin \beta l}{\hat{Z}_c \cos \beta l + j \hat{Z} \sin \beta l}, \quad (64)$$

где

$$\hat{Z} = \frac{2\Psi}{I_0 I_0^*} - j \hat{Z}_c \sin \beta l \cos \beta l. \quad (65)$$

Во всех этих формулах можно равным образом пользоваться средним значением $2Z_0$ вместо Z_c , если произвести соответствующие изменения в $\hat{X}$. Для вибраторной антенны это изменение заключается в добавлении к $\hat{X}$ выражения $\left(Z_0 - \frac{1}{2} \hat{Z}_c \right) \sin 2\beta l$, как в уравнении (51). Для рамочной антенны этот член необходимо вычесть из $\hat{X}$. Возможно, что использование величины $2Z_0$ даст

некоторые лучшие результаты, но это может быть подтверждено лишь дальнейшим анализом или опытным сравнением.

Необходимо сделать некоторые замечания, которые позволят нам улучшить уравнения (60) без существенного усложнения его добавлением поправочных членов высшего порядка. Рассматривая в главе 8 различные факторы, влияющие на антенный ток, мы сделали вывод о существовании концевой емкости, обусловленного некоторой большей емкостью вблизи концов антенны, а для антенн большого радиуса — эффекта, обусловленного емкостью на плоских концах. Этот концевой эффект увеличивает эффективную длину антенны и, таким образом, изменяет значения $\hat{X}$ и $\hat{R}$. Для учета этого эффекта необходимо изменить вид уравнения (60), умножая числитель и знаменатель дроби на j

$$Z_i = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z}_c \cos \beta l - \hat{X} \sin \beta l + j \hat{R} \sin \beta l}{\hat{R} \cos \beta l + j (\hat{Z}_c \sin \beta l + \hat{X} \cos \beta l)}. \quad (66)$$

и вводя

$$\Theta = \operatorname{arctg} \frac{\hat{X}}{\hat{Z}_c}. \quad (67)$$

Так как

$$\hat{X} = \hat{Z}_c \operatorname{tg} \Theta, \quad (68)$$

то уравнение (66) принимает вид

$$Z_i = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z}_c \cos (\beta l + \Theta) + j \hat{R} \sin \beta l \cos \Theta}{\hat{R} \cos \beta l \cos \Theta + j \hat{Z}_c \sin (\beta l + \Theta)}. \quad (69)$$

Так как $\hat{X}$ мало по сравнению с $\hat{Z}_c$, то приближенно получим

$$\Theta = \frac{\hat{X}}{\hat{Z}_c}, \quad (70)$$

и эффективное удлинение антенны, обусловленное избыточной емкостью вблизи концов антенны, составляет

$$\frac{\Theta}{\beta} = \frac{\hat{X}}{\beta \hat{Z}_c}. \quad (71)$$

К этому необходимо добавить удлинение (уравнение 8-126), обусловленное емкостью плоских концов

$$\delta_{\text{емк}} = \frac{a Z_0}{30 \pi} \approx \frac{a \hat{Z}_c}{60 \pi}. \quad (72)$$

Таким образом, общее эффективное удлинение антенны, обусловленное концевым эффектом, равно

$$\delta = \frac{\hat{X}(l)}{\beta \hat{Z}_c} + \frac{a \hat{Z}_c}{60 \pi} = \frac{\lambda \hat{X}(l)}{2 \pi \hat{Z}_c} + \frac{a \hat{Z}_c}{60 \pi}. \quad (73)$$

Мы теперь воспользуемся эффективной длиной антенны $l + \delta$ вместо ее реальной длины l в формуле, для входного сопротивления

$$Z_i = \hat{Z}_c \frac{\hat{Z}_c \cos \beta(l + \delta) + j \hat{R}_c \sin \beta(l + \delta)}{\hat{R}_c \cos \beta(l + \delta) + j \hat{Z}_c \sin \beta(l + \delta)}. \quad (74)$$

В этом уравнении $\hat{R}$ также вычислено для эффективной длины $l + \delta$. Если удлинение является чрезмерным, как в случае антенны с емкостной нагрузкой, то величина $\hat{R}$ может быть пересчитана для распределения тока, имеющего уплощение в точке $z = l$.

Напомним, что при выводе уравнения (74) мы считали, что ширина антенного промежутка стремится к нулю при стремлении к нулю диаметра, оставаясь всегда больше диаметра. Этим самым была автоматически исключена емкость в области входа, как, например, емкость между нижним основанием цилиндра, изображенного на рис. 12.5, и плоскостью земли, а также емкость между нижней частью цилиндрической поверхности и плоскостью земли. Как показано в разделе 12.10, емкость области входа соединена в основном параллельно с основной емкостью антенны и, следовательно, может быть легко учтена. Аналогично, если имеется изолятор у основания антенны, то необходимо прибавить его полное сопротивление, соединенное параллельно с сопротивлением, определяемым уравнением (74).

Вместо $\hat{Z}_c$, определяемого уравнением (42), можно использовать $2Z_0$, определяемое уравнением (45), при условии, что в то же время мы заменяем $\hat{X}$ на $\hat{X} + \left(Z_0 - \frac{1}{2} \hat{Z}_c\right) \sin 2\beta l$. Это следует из уравнения (51). Различие между двумя формулами уменьшается по мере увеличения волнового сопротивления $\hat{Z}_c$ (или $2Z_0$).

13.13. Анализ видов колебаний в антеннах

Все уравнения в первых 11 разделах этой главы были строго выведены. Переход от уравнений 48 и 59 в асимптотическом виде к уравнению 60 осуществляется аналитической интерполяцией. Было показано, что распределение нулей и полюсов полного сопротивления тонкой антенны приближается к соответствующему распределению для передающей линии. Следовательно, имеется возможность выразить это полное сопротивление в виде, аналогичном уравнению (60) при выбранных соответствующим образом параметре $\hat{Z}_c$ и вспомогательных функциях $\hat{R}$ и $\hat{X}$. Но предполагаемый нами метод

не дает окончательное уравнение (60) непосредственно. Мы получаем только асимптотические уравнения (уравнение 48 и 58). Сложность расчетов ограничивает возможность продолжения последовательных приближений.

Аналогичные формулы можно получить при решении уравнений Максвелла, подчиняющихся граничным условиям на поверхности антенны. Этот метод дает настолько четкое представление о физическом подобии между антеннами и волноводами, что его можно назвать волноводной теорией антенн или анализом видов колебаний в антеннах. Детальное рассмотрение этой теории находится вне рамок настоящей книги. Здесь будут приведены только некоторые важные выводы.

Рассмотрим идеально проводящий двойной конус, аналогичный показанному на рис. 4.8, и будем считать, что он простирается в бесконечность. Пусть между вершинами конусов приложено некоторое напряжение U_0 . По условиям симметрии уравнения Максвелла сводятся к более простому виду, определяемому уравнениями 4-6, 4-7 и 4-8. В них входят радиальная составляющая E_r напряженности электрического поля, меридиональная составляющая E_θ и азимутальная составляющая H_ϕ напряженности магнитного поля. На границах конусов E_r должно быть равно нулю. В разделе 4.6 было получено решение уравнений, в котором радиальная составляющая между конусами, а также на их границах равна нулю. Электрические силовые линии, определяемые этим решением, представляют собой части окружностей, идущие от одного конуса к другому. Волна ТЕМ, определяемая этим решением, в значительной степени подобна волнам на параллельных проводах. В разделе 4.12 было найдено, что уравнения Максвелла имеют другие решения, представляющие виды распространения высших порядков. Однако эти решения требуют, чтобы напряжения у вершины имели бесконечное значение, когда длина конуса бесконечна. Таким образом, конечное напряжение между вершинами бесконечной биконической антенны возбуждает только волны ТЕМ.

Предположим теперь, что конусы имеют конечную длину (вдоль образующих конусов, рис. 13.9). Если добавить сферическую проводящую поверхность радиуса l (рис. 13.9,а), то волны, возникающие в АВ, будут полностью отражаться. Если полное сопротивление отражающей поверхности является однородным, хотя и отличается от нуля, то отражение будет также однородным, хотя и не полным. Отраженная волна подобна падающей, но движется в противоположном направлении.

Рассмотрим теперь конус конечной длины l в свободном пространстве. Сферическая волна, начинающаяся в центре АВ конуса, распространяется вдоль конуса и не достигает поверхности неоднородности S (рис. 13.9,б). За этой поверхностью волна должна распространяться без участия проводников. Вне S волна не может быть поперечной электромагнитной, так как

такая волна требует наличия проводников, на которых могли бы оканчиваться электрические силовые линии. Можно также представить себе свободное пространство вне S , как биконическую передающую линию с конусами нулевого радиуса. Волновое сопротивление волн ТЕМ окажется тогда бесконечным. Следовательно, такой вид распространения исключается из рассмотрения. Среди видов распространения, характерных для свободного пространства, имеется один, который может быть возбужден элементом тока. В этом виде распространения E_θ изменяется пропорционально $\sin \theta$, а электрические силовые линии имеют вид, показанный на рис. 4.22 и 4.23. С другой стороны, составляющая волны ТЕМ внутри ограничивающей сферы S E_θ изменяется

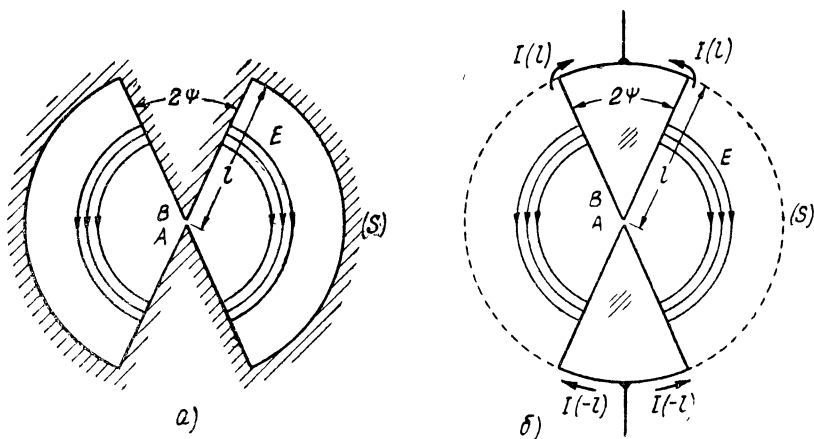


Рис. 13.9.

a — Биконический объемный резонатор. b — Биконическая антенна.

пропорционально $1/\sin \theta$ и на поверхности сферических торцов конуса должна быть равна нулю. Это означает, что, достигнув поверхности S , волна ТЕМ возбуждает много других видов колебаний таким образом, что их общая напряженность E_θ соответствует приложенной напряженности E_θ . Все эти волны имеют радиальную составляющую E . Так как поле должно быть непрерывным на S , то волны в свободном пространстве будут оказывать обратную реакцию на область антенны внутри S и возбуждать вид колебаний высшего порядка, как, например, показанный на рис. 4.27.

С каждой из этих волн высшего порядка будет связан определенный ток на конусах. Полный ток на расстоянии r от A , B может, таким образом, быть выражен как сумма

$$I(r) = I_0(r) + I_1(r) + I_2(r) + \dots \quad (75)$$

токов, связанных с различными волнами в области антенны. Первый член представляет собою ток, связанный с волной ТЕМ.

Все волны высшего порядка мы объединим под названием дополнительных волн. Таким образом, уравнение (75) можно представить в виде

$$I(r) = I_0(r) + \bar{I}(r). \quad (76)$$

Дополнительный ток при $r=0$ равен нулю

$$\bar{I}(0) = 0, \quad (77)$$

в то время, как результирующее напряжение вдоль произвольного меридиана равно нулю для всех волн высшего порядка, так что

$$U(r) = U_0(r). \quad (78)$$

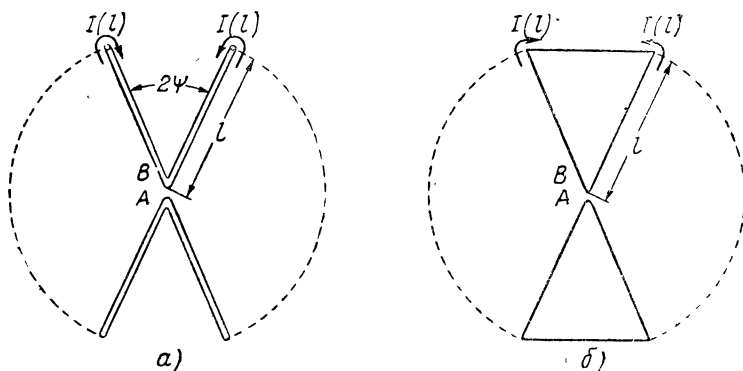


Рис. 13.10.

а — Полая биконическая антенна. *б* — Биконическая антенна с плоскими торцами.

Таким образом, входная проводимость

$$Y_i = \frac{I(0)}{U(0)} = \frac{I_0(0)}{U_0(0)} \quad (79)$$

определяется исключительно током и напряжением, связанными с волной ТЕМ. При $r=l$ имеем

$$I(l) = I_0(l) + \bar{I}(l), \quad (80)$$

где $I(l)$ — общий ток, проходящий по краю конуса на его торцевую поверхность (рис. 13.10,б) или во внутреннюю поверхность, когда конус является полым (рис. 13.10,а). Основной ток равен

$$I_0(l) = I(l) - \bar{I}(l). \quad (81)$$

Таким образом, когда мы рассматриваем распространение основных волн, то оказывается, что при $r=l$ эффективная проводимость равна

$$Y(l) = \frac{I(l)}{U_0(l)} - \frac{\bar{I}(l)}{U_0(l)}. \quad (82)$$

Эта конечная проводимость представляет собою параллельную комбинацию проводимости торцевой поверхности

$$Y_c = \frac{I(l)}{U_0(l)}, \quad (83)$$

и дополнительной проводимости

$$\bar{Y} = -\frac{\bar{I}(l)}{U_0(l)}, \quad (84)$$

обусловленной влиянием резкого изменения формы окончания конусов на поле антенны в области внутри S . Так как распространение напряжения и тока, связанных с основной волной в биконической

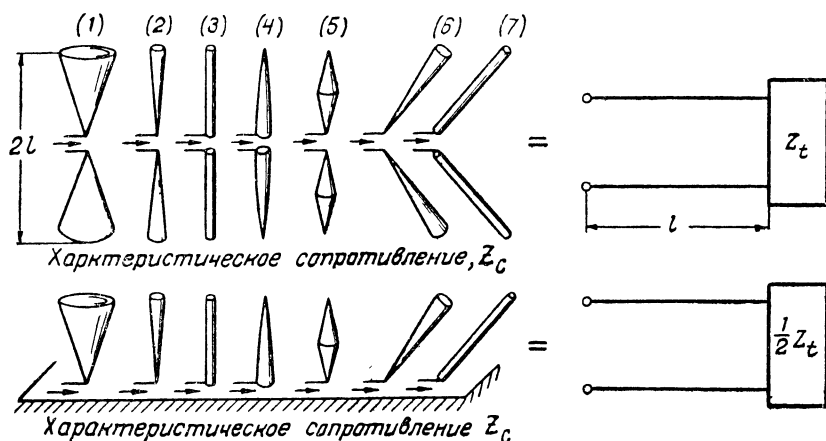


Рис. 13.11. Входное сопротивление симметричной антенны равно входному сопротивлению передающей линии (в общем случае сужающейся, нагруженной на соответствующее сопротивление).

антенне, идентично распространению напряжения и тока в однородной передающей линии, распределенные параметры которой определяются уравнениями (4-34), то мы получим следующую теорему: входное сопротивление симметричной биконической антенны с любым углом при вершине равно входному сопротивлению однородной передающей линии, длина которой равна длине одной ветви антенны. Эффективное сопротивление на конце антенны состоит из двух параллельно соединенных сопротивлений. Одно из них представляет собой сопротивление торцевой поверхности (или внутренней поверхности конуса, когда последний является полым). Второе представляет собой сопротивление для волн высшего порядка обусловленных резким окончанием проводников (рис. 13.11). Аналогичная закономерность получается для сопротивлений в антеннах других форм. Основное отличие этих антенн состоит в неоднородности эквивалентной линии.

13.14. Волновые сопротивления антенн

Входное сопротивление антенны можно выразить через один важный параметр, аналогичный волновому сопротивлению передающей линии. Величина этого параметра, однако, зависит от метода анализа и даже от порядка проведения анализа, как в случае интегральных уравнений. Из-за аналитических трудностей оказалось невозможным получить точные формулы¹. В приближенных формулах в окончательных результатах получится соответствующее различие, обусловленное методом анализа. Тем не менее имеется несколько формул, полученных различными методами, которые в основном согласуются друг с другом и с экспериментами². Имея в виду предыдущее замечание, суммируем различные значения волнового сопротивления антенны и обратимся к формулам для входного сопротивления, в которых они должны быть использованы.

В теории видов колебаний волновое сопротивление антенны представляет собою сопротивление для основных видов (вида ТЕМ) волн. В случае биконической антенны (рис. 13.12, а) полное сопротивление ρ вдоль нее постоянно. Из уравнения (4-27) имеем

$$\rho = 120 \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi, \quad (85)$$

где ψ — угол конуса, изображенного на рис. 4.8, т. е. угол между осью конуса и его образующими. Если ψ мало, то

$$\rho = 120 \ln \frac{2l}{a}, \quad (86)$$

где a — максимальный радиус конуса.

Для любой другой формы распределенные параметры L и C являются переменными и номинальное волновое сопротивление определяется отношением $\sqrt{L/C}$. Для тонких антенн оно определяется уравнением (4-37)

$$\rho(z) = 120 \ln \frac{2z}{r}, \quad (87)$$

за исключением случая, когда $z < r$ (см. раздел 12.10). В этом случае эквивалентная антенне передающая линия является неоднородной. При этом необходимо рассмотреть два случая. В

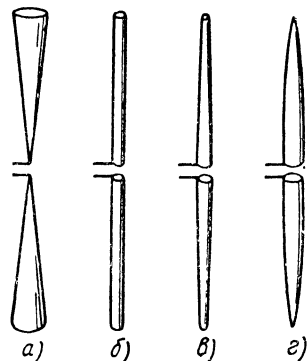


Рис. 13.12.

а — Биконическая антенна. б — Цилиндрическая антенна. в — Линейная конусная антенна. г — Сфероидальная антенна.

¹ За исключением случая сфероидальных проводников.

² Задача о расчете волнового сопротивления одиночного провода была впервые решена В. Н. Кессенихом. ДАН, 27, 1940 [Прим. ред.].

первом (и наиболее важном) случае длина l не превышает $3\lambda/4$ и решение выражается через среднее волновое сопротивление

$$\rho_a = \frac{1}{l} \int_0^l \rho(z) dz = \frac{120}{l} \int_0^l \ln \frac{2z}{r(z)} dz \quad (88)$$

и некоторые дополнительные функции l . Для цилиндрических антенн $\rho = a$ и

$$\rho_a = 120 \ln \frac{2l}{a} - 120. \quad (89)$$

Для линейных конусообразных антенн (рис. 13.12, в) имеем

$$\rho_a = 120 \ln \frac{2l}{a_s} + \frac{120a_t}{a_s - a_t} \ln \frac{a_t}{a_s}, \quad (90)$$

где a_t и a_s — радиусы верхней и нижней частей верхнего плеча. Для сфероидальных антенн (рис. 13.12, г)

$$\rho_a = 120 \ln \frac{l}{a}, \quad (91)$$

где a — радиус у входного зажима. Для антенн с любой формой сечения ρ_a определяется уравнением (89), если a — среднее логарифмическое значение радиуса, определяемое выражением

$$\ln a = \frac{1}{l} \int_0^l \ln \rho(z) dz, \quad (92)$$

где $\rho(z)$ — радиус в произвольной точке.

Если угол между ветвями антенны равен не π , а ϑ (рис. 13.13), то среднее волновое сопротивление равно

$$\rho_a(l, \vartheta) = \rho_a(l, \pi) + 120 \ln \sin \frac{1}{2} \vartheta. \quad (93)$$

Среднее волновое сопротивление для биконических сфероидальных и цилиндрических антенн представлено на рис. 13.14. Кривой для цилиндрических антенн можно пользоваться и при антеннах другой формы, если под a понимать среднее логарифмическое значение радиуса, определяемое уравнением (92).

Ниже приводятся несколько характерных значений для цилиндрических антенн

$$\begin{aligned} l/2a &= 10, 50, 100, 200, 300, 600, 1\,000, 10\,000, \\ \rho_a &= 323, 516, 599, 682, 731, 814, 875, 1\,152. \end{aligned} \quad (94)$$

Практически трудно получить волновое сопротивление больше 300 ом.

Среднее волновое сопротивление для конструкций антенн решетчатого типа можно определить из величины действующего радиуса, определяемой уравнением (4-44).

Определенное выше среднее волновое сопротивление можно использовать для расчета входного сопротивления, формулы для которых будут выведены в следующем разделе из теории видов колебаний при l , не превышающем $3\lambda/4$. Если l велико, то более удобно разбить эквивалентную линию, изображенную на рис. 13.11, на два участка — один длиной $\lambda/2$ (вблизи входного конца) и другой длиной $l - (\lambda/2)$. На втором участке ρ изменяется медленно и можно в первом приближении пренебречь отражениями, обусловленными изменением ρ . Второе приближение легко вычислить¹.

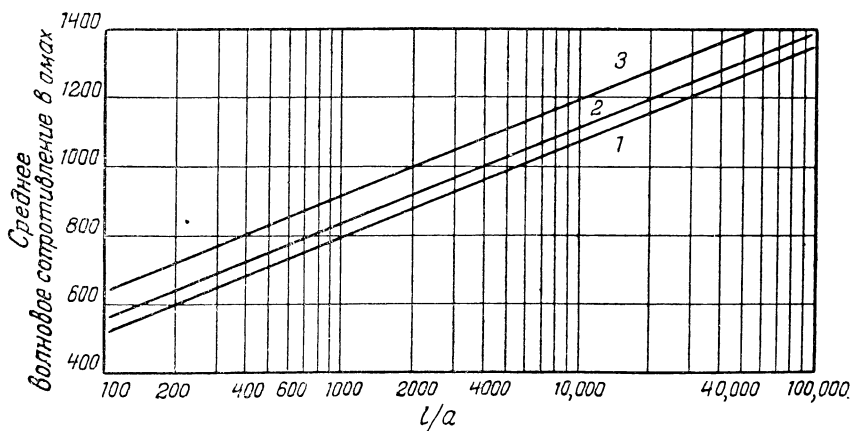


Рис. 13.14. Среднее характеристическое сопротивление антенны.
1 — цилиндрической, 2 — сферондальной; 3 — биконической.

Среднее сопротивление длинных ромбических антенн должно равняться приблизительно входному сопротивлению бесконечно длинных, расходящихся проводов. Его можно рассчитать, как показано в предыдущем разделе. Для проводов с равномерным поперечным сечением имеем

$$Z_{i,\infty} = 120 \left(\frac{\ln \lambda}{2\pi a} - 0,60 + \ln \sin \frac{\vartheta}{2} \right) - j170, \quad (95)$$

где ϑ — угол между проводами. На рис. 13.15 представлена вещественная составляющая этого сопротивления для случая $\vartheta = \pi$. При выводе уравнений (95) было принято, что расстояние между входными зажимами не является малым по сравнению с радиусом или что входные концы имеют конусность. Если радиус постоянен, но промежуток между ветвями антенны бесконечно мал, то входная проводимость $G_{i,\infty}$ представляет собою обратную величину

¹ Необходимо решить уравнения 4-33 с переменными коэффициентами L и C (так как G равно нулю).

приведенного выше входного сопротивления, а реактивная проводимость бесконечна.

При подробном рассмотрении видов колебаний в антеннах можно установить, что существуют бесконечные последовательности волновых сопротивлений: одна для всех видов распространения в области антенны и другая для всех видов распространения в свободном пространстве. Только одно из этих сопротивлений, а именно ρ_a , выражено в формуле для входного сопротивления явным образом. Другие выражаются неявно через некоторые вспомогательные функции, связанные с ρ_a .

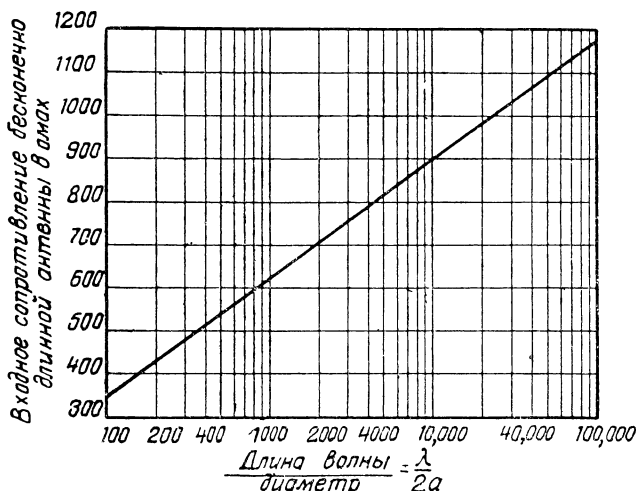


Рис. 13.15. Входное активное сопротивление бесконечно длинной тонкой антенны.

В разделе 13.12 было получено уравнение 60 для входного сопротивления при пренебрежении концевым эффектом, а затем уравнение (74) с учетом концевого эффекта. Волновое сопротивление в этих формулах выражается формулой

$$\rho = 120 \left(\ln \frac{2l}{a} - \text{Cin } \beta l \right) = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } \beta l \right). \quad (96)$$

При том же порядке приближения можно допустить замену ρ на

$$2Z_0 = 120 \left(\ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \text{Ci } 2\beta l - \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l} \right) \quad (97)$$

при условии замены $\hat{X}$ на $X + \frac{1}{2}(2Z_0 - \rho) \sin 2\beta l$. Эти две формулы не дают идентичных результатов, но порядок приближения остается одинаковым. Этот элементарный метод анализа пред-

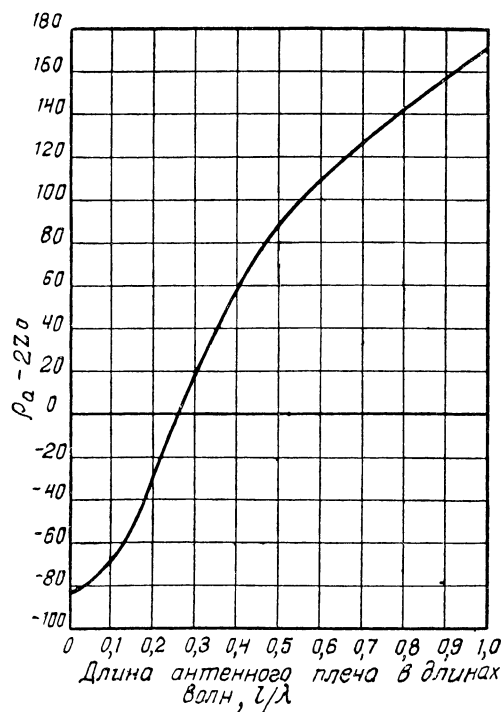
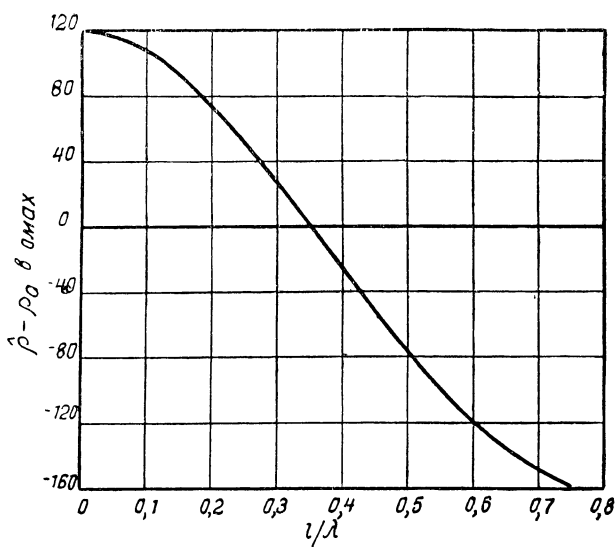


Рис. 13.16. Разность между различными параметрами цилиндрических антенн.

полагает, что определение $\hat{\rho}$ и $2Z_0$ связано со стремлением a к нулю. В теории видов колебаний можно обойтись без этого допущения. Последнее делает эти параметры неопределенными с точностью до аддитивной постоянной. Практически эта постоянная ограничена определенными, относительно узкими пределами. Величины ρ или $2Z_0$ невозможно представить одной кривой, так как эти величины зависят от двух параметров, однако можно построить разности

$$\begin{aligned}\hat{\rho} - \hat{\rho}_a &= 120(1 - \text{Cin } \beta l) = 120(1 - C - \ln \beta l + \text{Ci } \beta l), \\ 2Z_0 - \rho_a &= 120(1 + \ln 2 - \text{Cin } 2\beta l - \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l}) = \\ &= 120(\text{Ci } 2\beta l - \ln \beta l + 1 - C - \frac{\sin 2\beta l}{2\beta l}).\end{aligned}\quad (98)$$

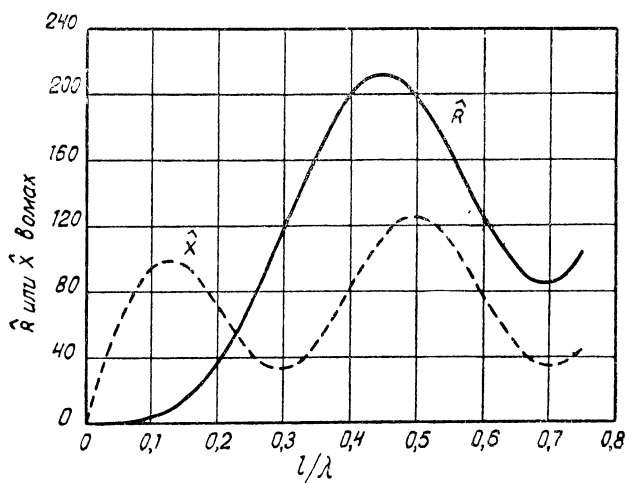


Рис. 13.17. Величина полного сопротивления $\hat{Z}$ в случае применения формул (60) и (74).

Эти разности представлены на рис. 13.16.

Соответствующее сопротивление $\hat{Z} = \hat{R} + j\hat{X}$, фигурирующее в уравнениях (60) и (74), определяется уравнениями (49) и (50) и представлено на рис. 13.17.

13.15. Входное сопротивление тонких симметричных антенн в соответствии с анализом видов колебаний

На рис. 13.11 показана схема, определяющая входное сопротивление тонкой симметричной антенны. Участок линии на схеме изображает цилиндрическую антенну с некоторым средним радиусом, причем учитываются отклонения действительного радиуса в

различных точках от его среднего значения. Оконечное полное сопротивление Z_t представляет на схеме эквивалентное реактивное сопротивление, обусловленное запасанием энергии вблизи концов антенны. Как показано в предыдущем разделе, важным параметром является не среднее арифметическое значение радиуса, а среднее геометрическое или среднее логарифмическое значение радиуса, определяемое уравнением (92). Другими словами, важным параметром является среднее арифметическое значение (уравнение 88) номинального волнового сопротивления

$$\rho[z, r(z)] = 120 \ln \frac{2z}{r(z)}, \quad (99)$$

где $r(z)$ — радиус антенны на расстоянии z от средней точки между входными зажимами. Если ветви антенны имеют различные радиусы, то $r(z)$ является их средним геометрическим значением.

Влияние отклонения действительного радиуса от среднего, т. е. влияние разности между номинальным и средним волновым сопротивлением, можно представить следующими двумя функциями:

$$\begin{aligned} M(\beta l) &= \beta \int_0^l [\rho_a - \rho(z, r)] \sin 2\beta z \, dz, \\ N(\beta l) &= \beta \int_0^l [\rho_a - \rho(z, r)] \cos 2\beta z \, dz. \end{aligned} \quad (100)$$

Таким образом, для цилиндрических антенн

$$\begin{aligned} M(\beta l) &= 60 (\text{Cin } 2\beta l - 1 + \cos 2\beta l), \\ N(\beta l) &= 60 (\text{Si } 2\beta l - \sin 2\beta l), \quad \rho_a = 120 \left(\ln \frac{2l}{a} - 1 \right) \end{aligned} \quad (101)$$

Для антенн с ромбическим сечением (два конуса, расположенные основаниями друг к другу) имеем

$$\begin{aligned} M(\beta l) &= 60 (1 + \cos 2\beta l) \text{Cin } 2\beta l - 60 \sin 2\beta l \text{Si } 2\beta l, \\ N(\beta l) &= 60 (1 - \cos 2\beta l) \text{Si } 2\beta l - 60 \sin 2\beta l \text{Cin } 2\beta l, \\ \rho_a &= 120 \ln \frac{2l}{a}. \end{aligned} \quad (102)$$

Для конических антенн $M = N = 0$.

Основной член выражения сопротивления на конце зависит от среднего волнового сопротивления ρ_a . Эту зависимость можно выразить простейшим образом, если представить проводимость на конце в следующем виде:

$$Y_t = \frac{Z_a(\beta l)}{\rho_a^2} + j\omega C_t = \frac{Z_a(\beta l) + j\omega C_t \rho_a^2}{\rho_a^2}, \quad (103)$$

где в первом приближении Z_a зависит только от l/λ , а C_t представляет собою емкость между плоскими наружными концами антенных ветвей. Приближенное значение проводимости, соответствующее этой емкости, равно

$$j\omega C_t = \frac{ja_t}{30\lambda}, \quad (104)$$

где a_t — верхний радиус.

Необходимо заметить, что

$$Z_a(\beta l) = \lim \rho_a^2 Y_t, \quad \text{т. к. } \rho_a \rightarrow \infty. \quad (105)$$

Эта функция одинакова для любой формы антенны. Она может быть описана как предельное значение окончного сопротивления, трансформированного четвертьволновым трансформатором. Она также представляет собою сопротивление излучения бесконечно тонкой биконической антенны, отнесенное к пучности тока. Так как на вещественную часть этого сопротивления форма не оказывает влияния, то $R_a(\beta l)$ равно R_{12}^a , определяемому уравнением (27) для цилиндрической антенны. Следовательно, R_a также равно R в уравнениях (60) и (74). Но $X_a^* \neq \hat{X}$. Полные выражения имеют вид

$$\begin{aligned} R_a(\beta l) &= 60 \operatorname{Cin} 2\beta l + 30 (2 \operatorname{Cin} 2\beta l - \operatorname{Cin} 4\beta l) \cos 2\beta l + \\ &\quad + 30 (\operatorname{Si} 4\beta l - 2 \operatorname{Si} 2\beta l) \sin 2\beta l, \\ X_a(\beta l) &= 60 \operatorname{Si} 2\beta l - 30 (\operatorname{Cin} 4\beta l - \ln 4) \sin 2\beta l - \\ &\quad - 30 \operatorname{Si} 4\beta l \cos 2\beta l. \end{aligned} \quad (106)$$

Эти функции представлены на рис. 13.18.

Если угол между ветвями антенны равен не π а ψ , то

$$\begin{aligned} R_a &= 60 \operatorname{Cin} 2\beta l k + 30 [2 \operatorname{Cin} 2\beta l - \operatorname{Cin} 2\beta l (1 - k) - \\ &\quad - \operatorname{Cin} 2\beta l (1 + k)] \cos 2\beta l + 30 [-2 \operatorname{Si} 2\beta l + \operatorname{Si} 2\beta l (1 - k) + \\ &\quad + \operatorname{Si} 2\beta l (1 + k)] \sin 2\beta l, \\ X_a &= 60 \operatorname{Si} 2\beta l k + 30 [\operatorname{Si} 2\beta l (1 - k) - \operatorname{Si} 2\beta l (1 + k)] \cos 2\beta l + \\ &\quad + 30 [2 \ln(1 + k) + \operatorname{Cin} 2\beta l (1 - k) - \operatorname{Cin} 2\beta l (1 + k)] \sin 2\beta l, \\ k &= \sin \frac{\psi}{2}. \end{aligned} \quad (107)$$

Функции M и N определяются уравнениями (100) при введении следующих изменений: 1) нижним и верхним пределами интегрирования должны быть r_1 и r_2 — расстояния от начала и конца ветви антенны до точки пересечения ветви, 2) z — необходимо заменить на $r_1 - r_2$. Если ψ не слишком мало, то функции M и N существенно не зависят от ψ .

Если не считать проводимости вблизи зажимов, влияние которой может быть существенным или несущественным, то входное сопротивление антенны равно

$$Z_i = \rho_a \frac{(\rho_a - M) \cos \beta l + j(Z_a + j\omega C_t \rho_a^2 - jN) \sin \beta l}{(Z_a + j\omega C_t \rho_a^2 + jN) \cos \beta l + j(\rho_a + M) \sin \beta l}. \quad (108)$$

Вблизи резонанса тока $\beta l \approx \pi/2$ и $R_i = \frac{\rho_a R_a}{\rho_a + M}$,

$$X_i = \frac{\rho_a (\rho_a - M)}{\rho_a + M} \left[\beta l - \frac{\pi}{2} + \frac{X_a - N + \omega C_t \rho_a^2}{\rho_a - M} \right]. \quad (109)$$

Вблизи резонанса напряжения $\beta l \approx \pi$ и $G_i = \frac{R_a}{\rho_a (\rho_a - M)}$,

$$B_i = \frac{\rho_a + M}{\rho_a (\rho_a - M)} \left[(\beta l - \pi) + \frac{X_a + N + \omega C_t \rho_a^2}{\rho_a + M} \right]. \quad (110)$$

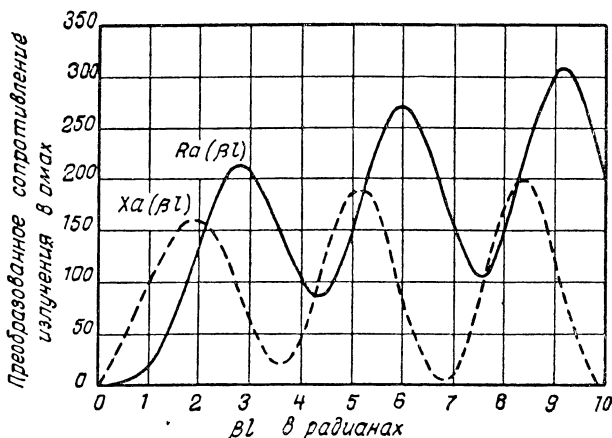


Рис. 13.18. Полное сопротивление Z_a в случае применения в уравнении (108). Оно равно сопротивлению нагрузки, преобразованному четвертьволновым трансформатором.

Уравнения (106) и (107) представляют собою пределы точных выражений

$$R_a + \frac{R_a^{(1)}}{\rho_a} + \frac{R_a^{(2)}}{\rho_a^2} + \dots, \quad X_a + \frac{X_a^{(1)}}{\rho_a} + \frac{X_a^{(2)}}{\rho_a^2} + \dots, \quad (111)$$

когда ρ_a получает бесконечное значение. Эти пределы могут быть определены из синусоидального распределения тока. Влияние утолщений в функции распределения тока вблизи концов учитывается членами порядка $1/\rho_a$ и в уравнении (108) им пренебрегают.

13.16. Нули и полюсы

Параметры свободных колебаний антенн при коротком замыкании входных зажимов можно определить, приравнявая числитель в уравнении (108) нулю. Собственная частота является комплексной и для того, чтобы наглядно представить себе затухание, удобно заменить $j\omega$ на $\xi + j\omega$. При больших ρ_a первый член в числителе уравнения (108) имеет большое значение, если $\cos \beta l$ не равен нулю, а второй член не очень велик. В первом приближении поэтому $\xi = 0$ и $\omega \sqrt{\mu \varepsilon l} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi$. Пользуясь этим приближением для выражения коэффициентов $\sin \beta l$ и $\cos \beta l$, получим следующее приближение:

$$(\xi + j\omega) \sqrt{\mu \varepsilon l} = -\frac{R_a}{\rho_a - M} + j \left[\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi - \frac{X_a - N + \omega C_t \rho_a^2}{\rho_a - M} \right], \quad (112)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Аналогично, когда входные зажимы антенны расположены между собою не слишком близко, и к входному сопротивлению, определяемому уравнением (108), не добавляется заметная емкость между зажимами, параметры свободных колебаний при разомкнутых зажимах можно определить, приравнявая знаменатель уравнения (108) нулю. Таким образом,

$$(\xi + j\omega) \sqrt{\mu \varepsilon l} = -\frac{R_a}{\rho_a + M} + j \left[m\pi - \frac{X_a + N + \omega C_t \rho_a^2}{\rho_a + M} \right] \quad (113)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

13.17. Резонансные частоты

При очень большом ρ_a частоты для резонансов тока и напряжения можно определить, приравнявая нулю реактивные члены входного сопротивления и проводимости в выражениях (109) и (110), либо замечая, что эти частоты равны собственным частотам, использовать уравнения (112) и (113). Таким образом, длины плеч антенны при резонансе тока определяются выражением

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{2m+1}{4} - \frac{X_a - N + \omega C_t \rho_a^2}{2\pi(\rho_a - M)}, \quad m = 0, 1, 2. \quad (114)$$

Аналогично, длины плеч антенны при резонансе напряжения определяются выражением

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{m}{2} - \frac{X_a + N + \omega C_t \rho_a^2}{2\pi(\rho_a + M)}, \quad m = 1, 2, 3. \quad (115)$$

Более точные значения l/λ берутся из кривых реактивного сопротивления. Экспериментально резонансное значение хорошо согласуется со значениями, полученными из уравнения (114), даже для не слишком толстых антенн. Но при резонансе напряжения расхождение получается большим, так как X_a быстро увеличивается при уменьшении $\pi - \beta l$. Для сопоставления экспериментальных и теоретических результатов см. раздел. 13.24.

13.18. Добротность антенны

Из уравнений (112) и (113) можно получить добротность антенны Q . Так, вблизи резонанса токов

$$Q = -\frac{\omega}{2\xi} = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi(\rho_a - M) - X_a + N - \omega C_t \rho_a^2}{2R_a}, \quad (116)$$

где $m = 0, 1, 2$.

Вблизи резонанса напряжений

$$Q = -\frac{\omega}{2\xi} = \frac{m\pi(\rho_a + M) - X_a - N - \omega C_t \rho_a^2}{2R_a}, \quad (117)$$

где $m = 1, 2, \dots$

Для первого резонанса токов и для первого резонанса напряжений в цилиндрических антеннах приведенные выше уравнения принимают соответственно вид

$$Q = \frac{\rho_a - 6}{93}, \quad Q = \frac{\rho_a + 106}{127}, \quad (118)$$

когда C_t пренебрежимо мало. В противном случае необходимо вычесть величину $a\rho_a^2/60\lambda R_a$.

13.19. Полное сопротивление при резонансе напряжения антенны

При стремлении ρ_a к бесконечности полное сопротивление для резонанса напряжения цилиндрической антенны определяется выражением

$$R_{i, \text{ макс }} = \frac{\rho_a (\rho_a - 146)}{199,1}. \quad (119)$$

Более точные значения сопротивления при резонансе напряжения можно получить из кривых активных сопротивлений (рис. 13.19 и 13.21). Приведем пример для иллюстрации получающегося различия. Если $\rho_a = 800 \text{ ом}$, то уравнение (119) дает значение 2628 ом , а из кривой полного сопротивления ρ_a получается

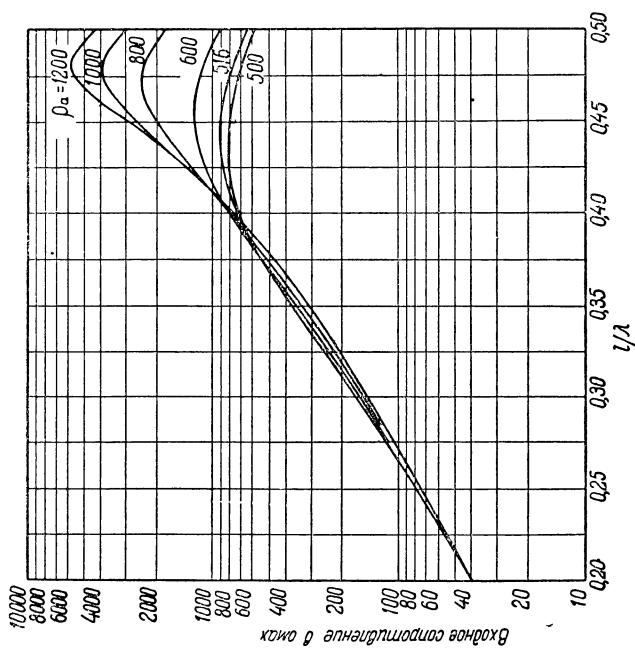


Рис. 13.19 Входное активное сопротивление цилиндрических антенн в свободном пространстве при пренебрежении торцевой емкостью.

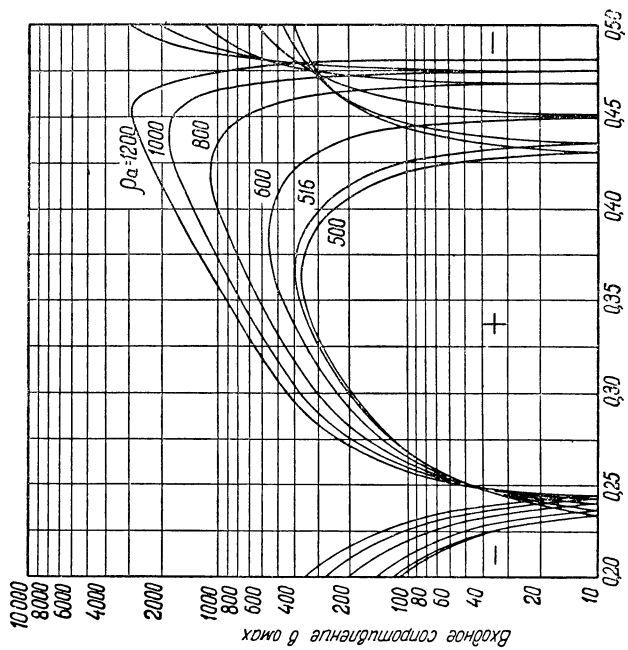


Рис. 13.20 Входное реактивное сопротивление цилиндрических антенн в свободном пространстве при пренебрежении торцевой емкостью.

равным 2500. При $\rho_a = 500$ ом уравнение дает 889, а кривая — 940. Выражая уравнение через $\lambda/2a$, получим приближенно

$$R_{i, \text{ макс }} = \frac{[276 \lg (\lambda / 2 a) - 110]^2}{199,1}, \quad (120)$$

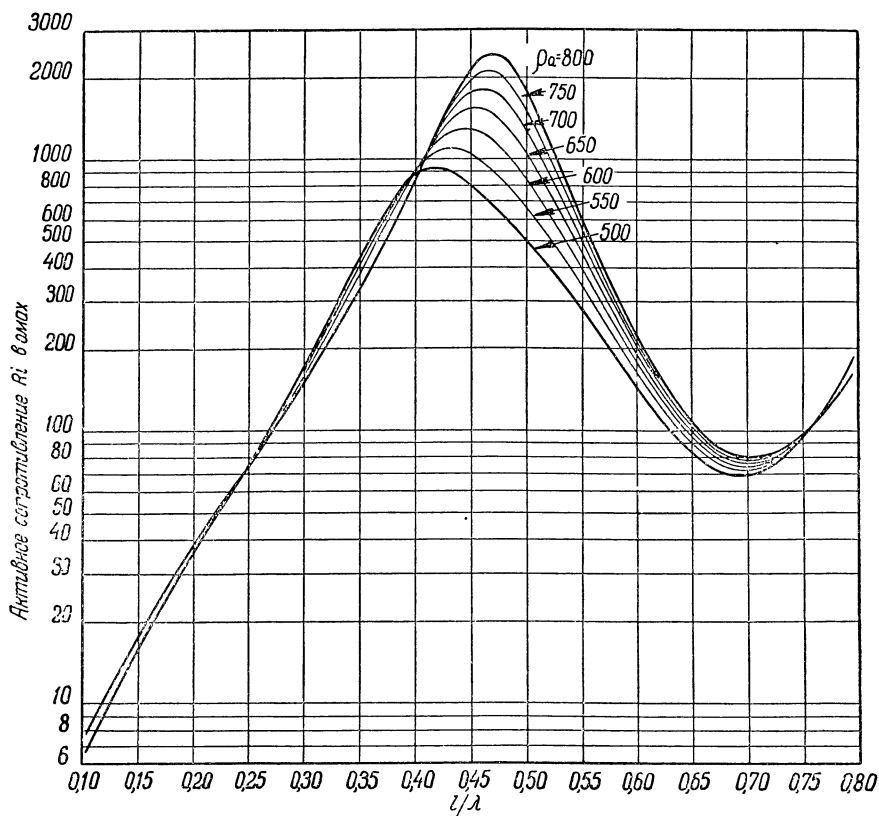


Рис. 13 21. Входное активное сопротивление цилиндрических антенн в свободном пространстве при учете торцевой емкости.

при условии пренебрежения разностью между l и $\lambda/2$. Если учесть эту разность, то получим

$$\frac{l}{a} = \frac{\lambda}{2a} \left(1 - \frac{\pi - \beta l}{\pi} \right) \quad (121)$$

и

$$R_{i, \text{ макс }} = \frac{[276 \lg (\lambda / 2 a) - 110 - 127 (\lambda - 2l) / \lambda]^2}{199,1}. \quad (122)$$

13.20. Входное сопротивление цилиндрических и биконических антенн

На рис. (13.19) и (13.20) представлены активное и реактивное сопротивления цилиндрических антенн при условии пренебрежения торцевой емкостью C_t . Даже полые цилиндрические антенны имеют некоторую торцевую емкость, обусловленную наличием заряда на краях и на внутренней поверхности цилиндра вблизи

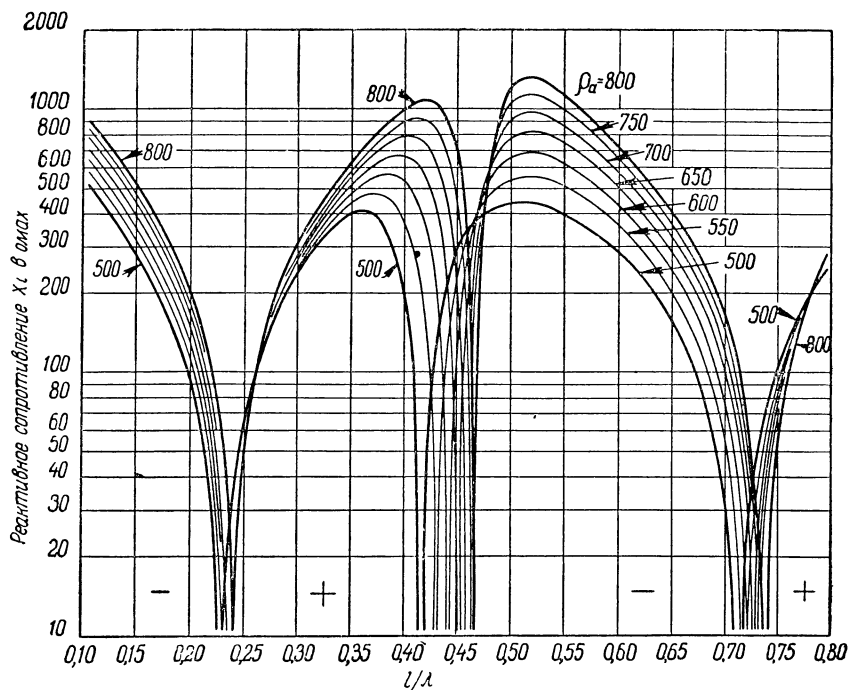


Рис. 13.22. Входное реактивное сопротивление цилиндрических антенн в свободном пространстве при учете торцевой емкости.

открытых концов. Теоретически торцевая емкость равна нулю только в том случае, если открытые концы антенны замкнуты идеальными магнитными проводниками. На рис. (13.21) и (13.22) представлены активное и реактивное сопротивления цилиндрических антенн с учетом торцевой емкости. При сравнении с соответствующими рисунками для цилиндрических антенн видно, что максимальные значения входного активного сопротивления выше для биконических антенн. На рис. (13.23) и (13.24) показаны активное и реактивное сопротивления биконических антенн при пренебрежении торцевой емкостью.

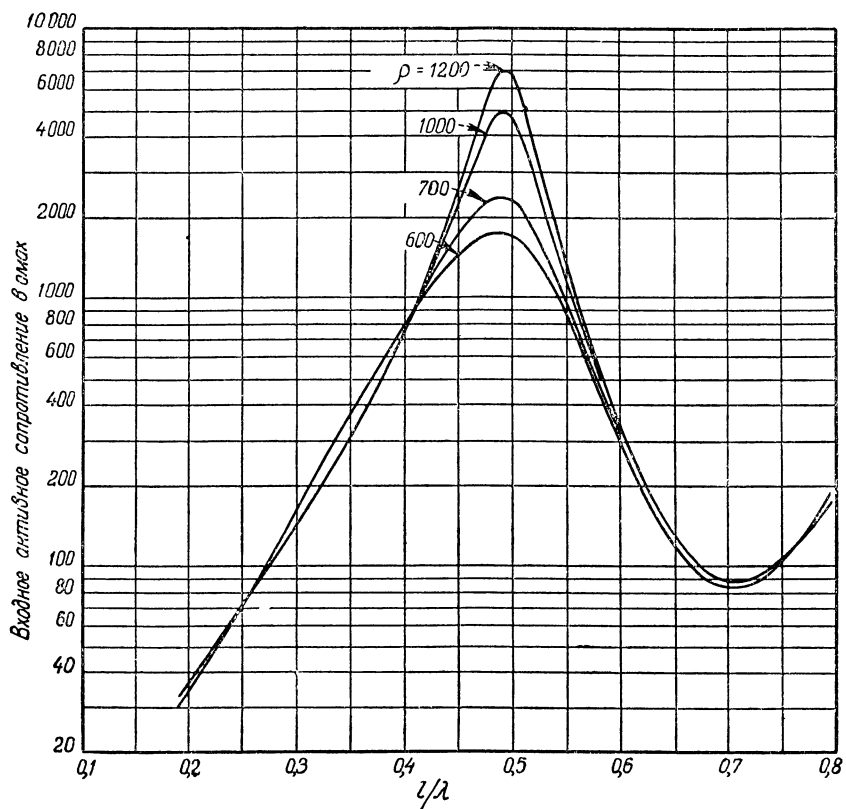


Рис. 13.23. Входное активное сопротивление биконических антенн при пренебрежении торцевой емкостью.

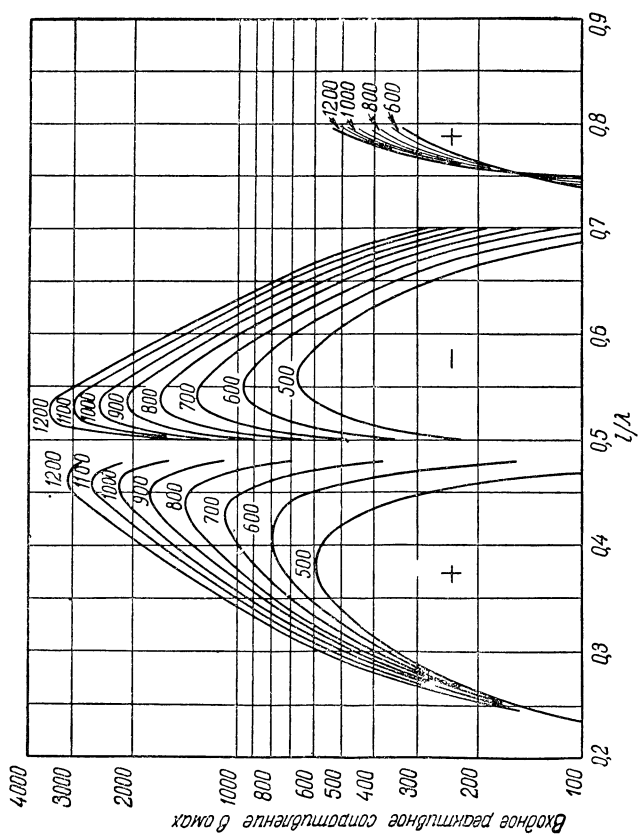


Рис. 13.24. Входное реактивное сопротивление биконических антенн при пренебрежении торцевой емкостью.

13.21. Сравнение теоретических и экспериментальных значений полного сопротивления при резонансе напряжений

На рис. 13.25 приведено сравнение теоретических и экспериментальных значений полного сопротивления при резонансе напряжений для различных значений $l/2a$. Теоретические значения были получены из формулы полного сопротивления (108). Верхняя кривая построена для вибраторной антенны в свободном пространстве, нижняя кривая — для несимметричной вибраторной антенны над идеальной землей. Нижние ветви каждой кривой совсем не учитывают емкость торцевой части C_t . Для верхних ветвей $C_t = 2\epsilon a$ и $j\omega C_t = ja/30\lambda$. Емкость диска радиуса a в свободном пространстве составляет $8\epsilon a$. Емкость одной поверхности равна $4\epsilon a$, а емкость двух выступающих поверхностей, соединенных последовательно, равна $2\epsilon a$.

Экспериментальные данные были получены исследователями в разное время и при различных условиях. В 1934 г. Фельдман измерил сопротивление вертикального несимметричного вибратора над землей, работавшего на волне $\lambda = 18$ м. Расстояние между нижним концом антенны и землей было равно $0,06 \lambda$. Полученные им экспериментальные точки отмечены на рис. 13.25 буквой *F*. Следующая серия измерений были произведены в 1936 г. При этом применяли цилиндрические антенны с конусными входными концами¹. Некоторые измерения были сделаны на симметричных вибраторах на высоте 18 м над землей. Другие измерения были сделаны на несимметричных вибраторных антеннах. Измерения проводились на нескольких длинах волн в диапазоне 14—28 м. Полученные экспериментальные точки помечены буквой *B*. Обе серии измерений были проведены до разработки настоящей теории.

Об измерениях полного сопротивления, проведенных в больших масштабах, было сообщено Брауном и Вудвордом в апреле 1945 г. Они применяли длину волны $\lambda = 5$ м. Их результаты помечены буквами *BW*. Нами опущены антенны с двумя наибольшими диаметрами, так как измеренные значения сопротивления включали в себя существенно влияющую на измерения полную проводимость основания (см. раздел 13.23). Точка, соответствующая $l/2a = 1750$, находится значительно ниже теоретической кривой. Эта точка, однако, вызывает серьезное сомнение. Максимальное активное сопротивление цепи с острой кривой резонанса напряжения приблизительно равно резонансному выбросу реактивного сопротивления. Другие полюсы вблизи мнимой оси могут повлиять на ход кривой реактивного сопротивления вблизи этой точки. Но они не влияют на реактивное сопротивление вблизи резонанса. Реактивное сопротивление, измеренное Брауном и Вудвордом, равно 1750 ом,

¹ См. также Ж. Реслер и др. Электрические характеристики вертикальных антенн в зависимости от их диаметра, TFT 28, май 1939, стр. 170—178 и Брауде, Б. В. Метод расчета полного активного сопротивления антенн с учетом конечной проводимости земли, Радиотехника, 46 VIII, т. 1, № 5 [Прим. ред.].

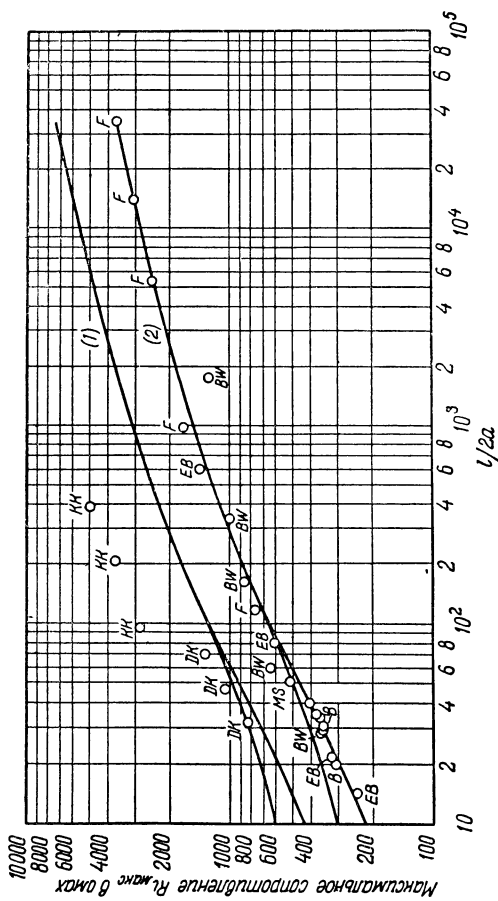


Рис. 13.25. Полное сопротивление вертикальной антенны, работающей над идеально проводящей землей при резонансе напряжения. Верхняя кривая учитывает торцевую емкость. Нижняя кривая ее не учитывает. Полное сопротивление полых антенн при резонансе напряжения располагается между этими кривыми. Приведены экспериментальные точки. Точки, помеченные буквами F , BW , EB и B (по фамилиям авторов), даны для антенн, установленных на плоскости, и соответствуют теоретической кривой 2. Точки, обозначенные DK и KK , относятся к вибраторным антеннам в свободном пространстве и располагаются около теоретической кривой 1.

в то время как максимальное активное сопротивление равно 1280 ом. Как видно, эти значения между собой не согласуются. Форма диаграммы $X-R$ также искажена. Если взять реактивное сопротивление более близким к истинному значению максимального активного сопротивления антенны, то получим хорошее совпадение с теоретическими значениями.

Об измерениях характеристик полного сопротивления симметричных вибраторных антенн было сообщено Р. Кингом и Д. Кингом. Максимальные значения активного сопротивления, взятые из их кривых, помечены точками KK . Эти значения выше, чем даваемые теорией. Следующая серия характеристик полного сопротивления была опубликована Д. Кингом¹ в октябре 1946 г. Максимальные значения активного сопротивления, помеченные DK , более близки к теоретической кривой 1.

Точки, помеченные EB , были получены Эдвардом и Брандтом в 1949 г. Ими применялась длина волны $\lambda = 7,62$ см.

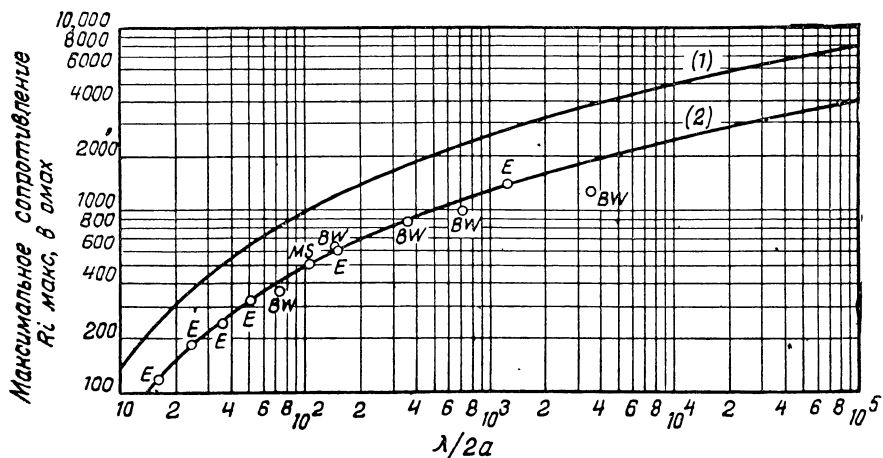


Рис. 13.26. Полное сопротивление антенны при резонансе напряжения (сплошная кривая), определенное по приближенной формуле (120) и некоторые экспериментальные точки из рис. 13.25.

Необходимо заметить, что теоретические кривые были получены в предположении большого значения $\ln(2l/a)$. Эта величина оказывается небольшой на левых участках кривых, показанных на рис. 13.25. В этом диапазоне экспериментальные значения имеют тенденцию приблизиться к теоретической кривой, для которой емкость торцевой части антенны не учтена. Верхняя кривая, показанная на рис. 13.26, построена по уравнению 120 для вибраторной антенны. Нижняя кривая построена для несимметричной вибраторной антенны, расположенной перед идеально проводящей плю-

¹ Д. Кинг. Измерения полного сопротивления цилиндрических вибраторов, *Jour. Appl Phys*, 17, октябрь 1946, стр. 844—851.

скостью. Необходимо напомнить, что уравнение 120 получено из уравнения 119, которое, в свою очередь, получено из уравнения 108 в предположении, что ρ_a имеет очень большое значение. Несколько экспериментальных точек даны с той целью, чтобы показать, что применение уравнения 120 дает удовлетворительный результат. Однако при $\lambda/2a < 50$ нужно при пользовании этой формулой убедиться в том, что емкость у основания антенны или близко к нему, соединенная параллельно с остальной емкостью антенны, не чрезмерно велика. Например, согласно Брауну и Вудворду максимальное активное сопротивление антенны с диаметром 0,25 мм составляет 160 ом. В этом случае $\lambda/2a = 36$ и теоретическое значение составляет 260 ом, если отсутствует емкость основания или около основания. Однако емкостное реактивное сопротивление основания оказывается равным 275 ом. Кроме того, имеется существенная емкость вблизи основания.

Если обратиться к теории Халлена, то увидим, что значения сопротивления при резонансе напряжения существенно зависят от выбора параметра разложения, применяемого при решении интегрального уравнения методом последовательных приближений.¹ Этот параметр соответствует среднему волновому сопротивлению ρ_a , определяемому в теории видов колебаний. Но его численное значение не может быть фиксировано так же определенно, как для ρ_a . Определение параметра разложения основывается на допущении, что радиус антенны очень мал. Для него получается значение $2\ln(2l/a) + C$, где C — произвольная постоянная (или медленно изменяющаяся функция, значения которой сравнимы с постоянной). Таким образом, для антенного тока могут быть получены системы разложений в ряды. Аналитически они идентичны, т. е. один ряд может быть преобразован в другой. Но численные значения сопротивления при резонансе напряжения, полученные из первых нескольких членов разложения, при практических значениях $2l/a$ зависят от частного значения постоянной C . Этим объясняется разброс значений сопротивления для резонанса напряжений, приведенных в литературе. Значения, полученные в последнее время, хорошо согласуются с приведенными в настоящей книге.

Кроме экспериментальных данных, приведенных в этом разделе, в литературе имеется еще ряд данных измерений.

13.22. Влияние емкости основания и емкости вблизи основания на полное сопротивление антенны. Экспериментальные данные

Для исследования влияния емкости основания и вблизи основания на полное сопротивление антенны Браун и Вудворд,² применяли устройства, показанные на рис. 13.27. Измеренные активное и реактивные сопротивления представлены на рис. 13.28 и 13.29.

¹ См. М. А. Леонтович и М. Л. Левин. Известия А. Н. СССР, сер. физ. вып. 3, 1944 [Прим. ред.].

² Ж. Браун и О. Вудворд. Экспериментальное определение характеристик полного сопротивления цилиндрических антенн, JRE Proc., 33, апрель 1945, стр. 257—262.

Кривые B , C , и D относятся к устройству, показанному на рис. 13.27,б. При уменьшении наружного диаметра коаксиала емкость вблизи основания увеличивается, а максимальное активное сопротивление уменьшается. Кривая A относится к устройству, показанному на рис. 13.27,а, где имеется большая емкость основания в дополнение к емкости вблизи основания. Максимальное активное сопротивление заметно уменьшается. Кривая E относится к тому же устройству, но при компенсации емкости основания. Можно ожидать, что при компенсации также емкости вблизи основания максимальное активное сопротивление еще больше увеличится и положение его переместится далее вправо. Если исключить емкость основания, то теоретическое значение $R_{\text{макс}}$ приблизительно равно 140 ом.

Емкость основания и соответствующая полная проводимость равны

$$C_{\text{в}} = \frac{\epsilon \pi a^2}{h}, \quad j\omega C_{\text{в}} = \frac{j\tau a^2}{60\lambda h}, \quad (123)$$

где h — расстояние между основанием цилиндра (рис. 13.27,а) и плоскостью земли. Емкость вблизи основания и полная проводимость приблизительно равны

$$C_{\text{нз}} = 4\epsilon a \ln \frac{a}{h}, \quad j\omega C_{\text{нз}} = \frac{ja}{15\lambda} \ln \frac{a}{h}. \quad (124)$$

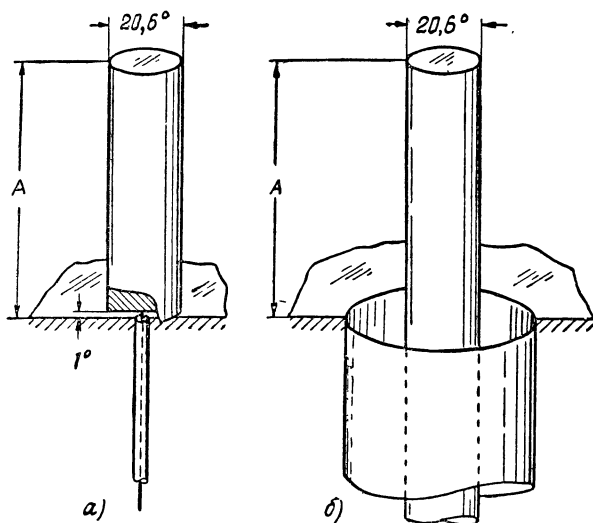


Рис. 13.27. Антенны, полное сопротивление которых приведено на рис. 13.28 и 13.29.

Следовательно, отношение полных проводимостей составляет

$$\frac{Y_{\text{нз}}}{Y_{\text{в}}} = \frac{4h}{\pi a} \ln \frac{a}{h}. \quad (125)$$

Для данного устройства $h/a=0,1$ и $Y_{нб}/Y_0=0,29$. Для компенсации реактивного сопротивления основания требовалось индуктивное сопротивление, равное 60 ом. Следовательно, для ком-

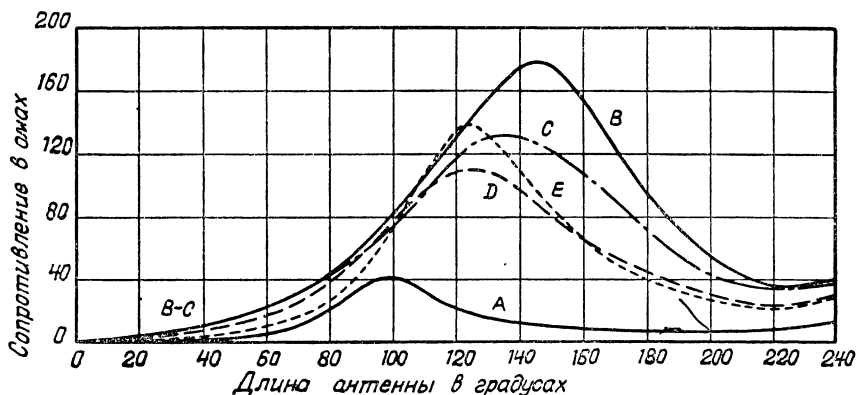


Рис. 13.28. Зависимость сопротивления от длины антенны A (в электрических градусах). Диаметр $D=20,6^\circ$. Кривая A относится к устройству, показанному на рис. 13.27,а. Кривая B относится к устройству, показанному на рис. 13.27,б, при этом диаметр наружного проводника равен 74° . Волновое сопротивление передающей линии равно 77 ом. Кривая C дана для диаметра наружного провода $49,5^\circ$. Волновое сопротивление передающей линии равно 2,5 ом. Кривая D дана для диаметра наружного проводника 33° . Волновое сопротивление равно 28,3 ом. Кривая E получена для антенны, изображенной на рис. 13.27,а, при компенсации реактивного сопротивления основания (но не реактивного сопротивления вблизи основания) с помощью индуктивности.

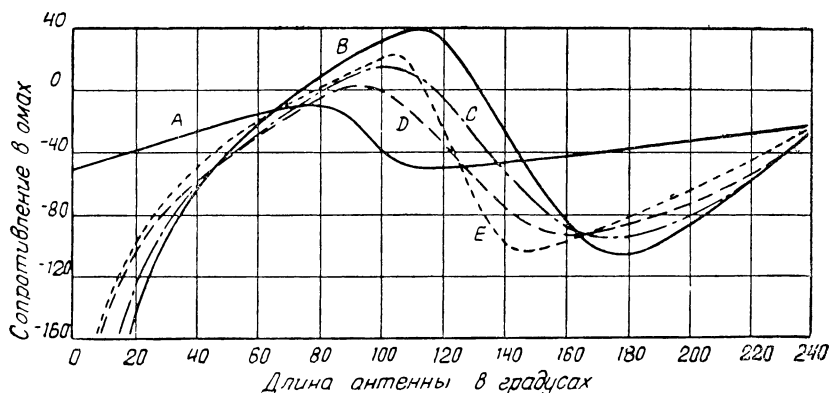


Рис. 13.29. Кривые реактивного сопротивления, соответствующие кривым активного сопротивления на рис. 13.28.

пенсации реактивного сопротивления как самого основания, так и реактивного сопротивления вблизи основания требуется индуктивное сопротивление 50,5 ом.

На рис. 13.30 представлена реактивная проводимость, вычисленная на основе данных, приведенных на рис. 13.28 и рис. 13.29. На

рисунке ясно показано различие между емкостями областей входа различных антенн.

Эксперименты, проведенные Брауном и Вудвордом, подтверждают теоретические выводы, данные в разделе 12.10, относительно эффекта короткого замыкания, который обусловлен малым расстоянием между зажимами антенны. Даже если пользоваться устройством, показанным на рис. 13.27,б, в котором проводящие поверхности нигде не перекрываются и, следовательно, непосредственно емкость основания отсутствует, то будет еще существовать емкость вблизи основания в особенности для цилиндров большого диаметра. Теоретически эта емкость стремится к бесконечности при стремле-

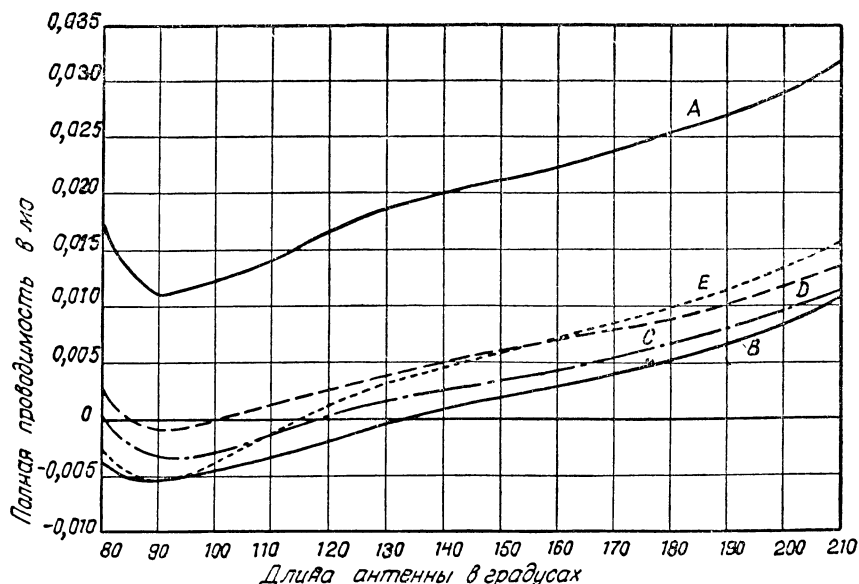


Рис. 13.30. Реактивная проводимость, вычисленная по данным, приведенным на рис. 13.28 и 13.29.

нии к нулю расстояния между зажимами антенны, независимо от малости постоянного радиуса антенны. Следовательно, если промежуток бесконечно мал, так что антенна возбуждается в точке скачком потенциала, то входное сопротивление обязательно равно нулю. Такие идеализированные условия возбуждения оказываются полезными в теории, так как позволяют оценить распределение антенного тока (при произвольном распределении приложенного поля) путем интегрирования распределения тока при единичном скачке напряжения в выбранной точке возбуждения. Тот факт, что ток в точке возбуждения оказывается бесконечным, не умаляет значение данного метода, так как интегралы в случае распределения напряжения в конечном интервале сходятся.

Рассмотрение этого случая было бы еще более полезным, если бы оно приводило к конечному входному сопротивлению, так как

сопротивление было бы существенно независимым от условий возбуждения, и задача его расчета была бы значительно упрощена. Но этим упрощением мы воспользоваться не можем. Здесь нельзя не указать на теоретические затруднения, создаваемые методом последовательных приближений Халлена при решении интегрального уравнения для цилиндрической антенны¹. Этот метод дает конечное значение входного сопротивления для нулевого промежутка, что противоречит другим результатам теоретического анализа. Другое затруднение возникает в случае обычного применения теории цепей, когда говорят о напряжении в той или иной точке цепи или схемы и о полном сопротивлении в точке возбуждения. Дело в том, что расстояние между зажимами генератора или пассивного элемента не имеет значения и его можно сделать бесконечно малым, что не отразится на полном сопротивлении антенны.

Первое затруднение можно объяснить тем, что метод последовательных приближений Халлена (во всех его специальных применениях при выборе параметра разложения) использует в неявном виде допущение, что приложенное напряжение распределяется по участку конечной длины, хотя в первоначальной формулировке задачи напряжение предполагается сосредоточенным в точке. Если попытаться устранить это допущение и придерживаться строго первоначального условия возбуждения скачком потенциала, то метод приближения Халлена сразу же оказывается несостоятельным.

Второе затруднение можем устранить, если заметим (см. раздел 2.4), что обычное исключение «зазоров» в цепях оправдывается тем, что при нормальных расстояниях между зажимами и нормальных длинах соединительных проводов паразитные емкости настолько малы, что при низких частотах их влиянием на полное сопротивление на зажимах можно пренебречь. Очевидно, это допущение несправедливо при любых условиях, и, действительно, в высокочастотных цепях надо тщательно исследовать влияние зазора.

13.23. Сопротивление при резонансе тока. Теория и эксперимент

Теоретическое значение сопротивления при резонансе тока бесконечно тонкого идеально проводящего полуволнового вибратора в свободном пространстве точно известно. Оно равно

$$(\rho/4\pi) \text{Cin } 2\pi = 73,129 \text{ ом}^1.$$

На рис. 13.31 представлена зависимость резонансного полного сопротивления от длины волны, выраженной в диаметрах. Кривая построена согласно уравнению (108) при пренебрежении торцевой емкостью C_t и членами высшего порядка в уравнении (111). Если учесть C_t , то получатся еще более низкие значения. Например, при $\lambda/2a = 200$ получим величину сопротивления 61,6 вместо 56 ом. Вблизи резонанса входное сопротивление, определяемое уравне-

¹ Напомним, что метод Халлена совпадает с методом решения интегрального уравнения, разработанным М. А. Леонтовичем и М. Л. Левиным, Ж. Т. Ф., 1944, т. 14, № 9 [Прим. ред.].

нием (109), равно $R_a(\beta l)$. Второй член в уравнении (111) может легко влиять на R_a в пределах нескольких ом.

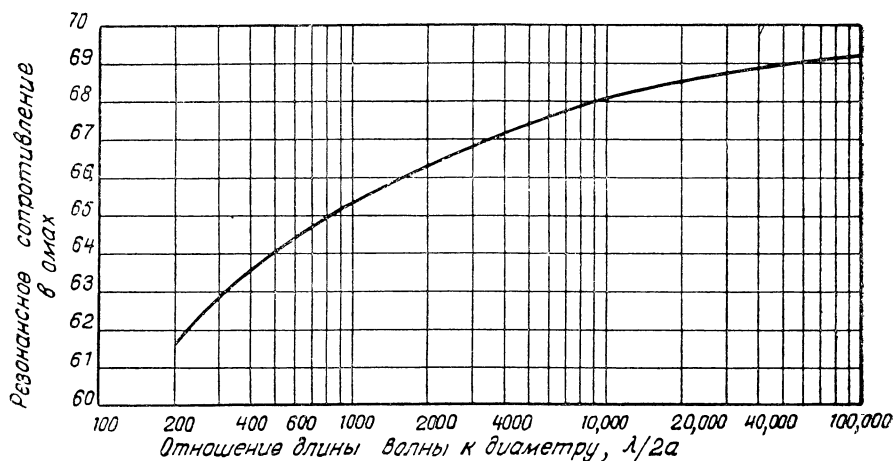


Рис. 13.31. Резонансное сопротивление полуволнового вибратора согласно первому приближению, получаемому из анализа видов колебаний.

Величины полных сопротивлений, полученные методом Халлена, хорошо согласуются с результатами, представленными на рис. 13.31 при условии учета ² членов порядка $1/\rho_a^2$. Так, если

$$\Omega = 2 \ln \frac{2l}{a} = \frac{\rho_a}{60} + 2, \quad (126)$$

то получим следующие значения:

$$\Omega = 10, 15, 20,$$

$$R_{рез} = 61,3, 66,3, 68,5 \text{ (рис. 13.31),}$$

$$R_{рез} = 60,4, 67,7, 70,5.$$

Эти значения уменьшаются, если учесть члены порядка $1/\rho_a$. Значения около 70 ом были получены Греем, Кингом и Мидльтоном с помощью метода интегральных уравнений Халлена, но при выборе параметров разложения, отличающихся от Ω . Все эти теоретические расчеты основаны на допущении, что антенный промежуток очень мал, но не настолько мал, чтобы оказалась существенной емкость основания.

Таким образом, имеется некоторая неопределенность в отношении теоретических значений полного сопротивления. Результаты

¹ Расчет этого значения основан на том, что скорость света равна $3 \cdot 10^8$ м в сек. и волновое сопротивление свободного пространства равно 120π ом.

² К. Букамп. Теория Халлена для прямого проводника, применяемого в качестве передающей или приемной антенны, Physica, 9, июнь 1942, стр. 609—631.

опытов противоречат друг другу. Некоторые отчеты дают величину 73 ом и даже большее значение, а другие дают меньшее значение. Согласно экспериментальным работам Смита вблизи резонанса активная часть полного сопротивления увеличивается с увеличением длины промежутка, а реактивная часть остается без изменения. Им даны кривые (рис. 13.32) для $\lambda = 6$ м, $a = 16$ мм, $\lambda/4a = 100$ и при трех различных расстояниях между зажимами симметричного вибратора $s = 13$ мм, 101 мм, 203 мм. Для наибольшего промежутка резонансное сопротивление равно приблизительно 73 ом. Для наиболее короткого промежутка (сравнимого с радиусом, так что емкость вблизи основания все еще пренебрежимо мала) резонансное сопротивление равно 61 ом по сравнению с 61,6 ом

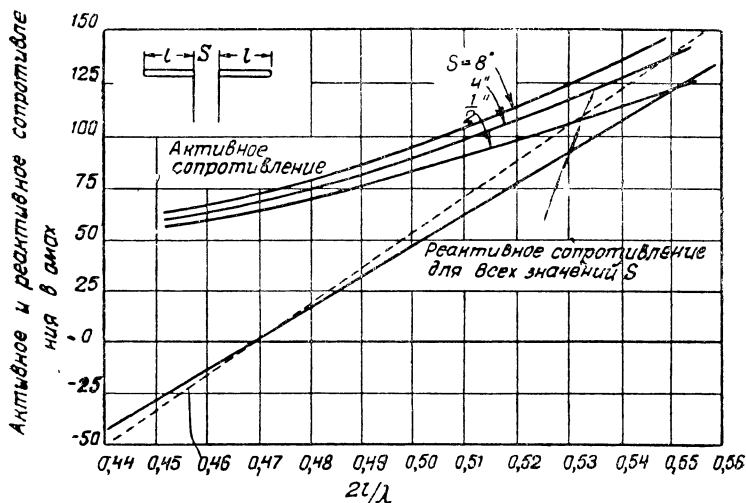


Рис. 13.32. Полное сопротивление вибраторов с различными промежутками в середине. Сплшными кривыми показаны значения, измеренные при $\lambda = 6$ м, $a = 16$ мм, $\lambda/4a = 100$. Пунктирными линиями показаны измерения, проведенные при $\lambda = 7,2$ м, $a = 10$ мм, $\lambda/4a = 200$.

на рис. 13.31. Такого рода промежутков принят в теории видов колебаний в приложении к антеннам.

Эдвард и Брандт получили значение 36 ом для несимметричных вибраторных антенн с большими металлическими экранами, питаемых коаксиальными линиями (см. раздел 13.21). Данные были получены для $\lambda = 76$ мм. В соответствии с длиной антенны промежутки были больше, чем промежуток в 203 мм, указанный в предыдущем параграфе. Согласно Смиту в окрестности резонанса полное сопротивление зависит не только от расстояния от центра вибратора, но также от способа соединения передающих линий. Можно ожидать, что будет иметь место расхождение между значениями сопротивлений вибраторных четвертьволновых антенн, питаемых коаксиальными линиями, и половинными значениями сопротивлений полуволновых вибраторов.

13.24. Длины антенн при резонансах тока и напряжения

На рис. 13.33 и 13.34 представлены длины вибраторов, соответствующих резонансу тока и резонансу напряжения, полученные по уравнению (108). При построении верхних кривых 1 пренебрегали торцевой емкостью C_r . В нижних кривых 2 она учтена.

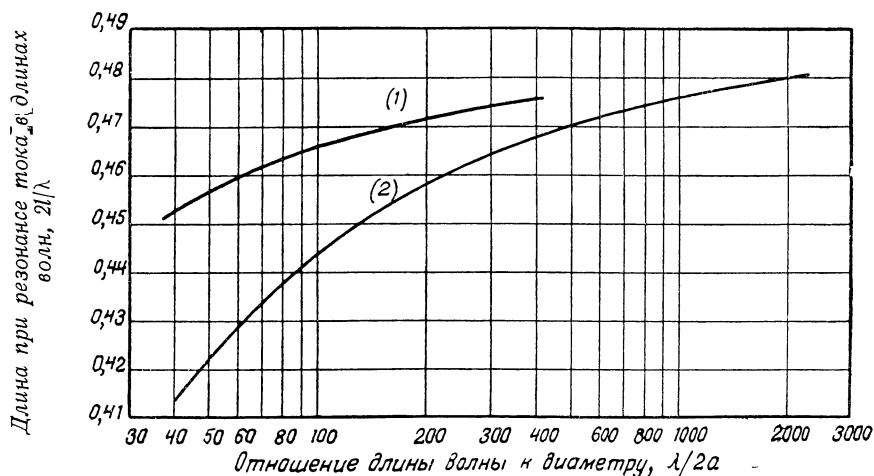


Рис. 13.33. Длина цилиндрической антенны при резонансе тока, полученная из волноводной теории антенн.

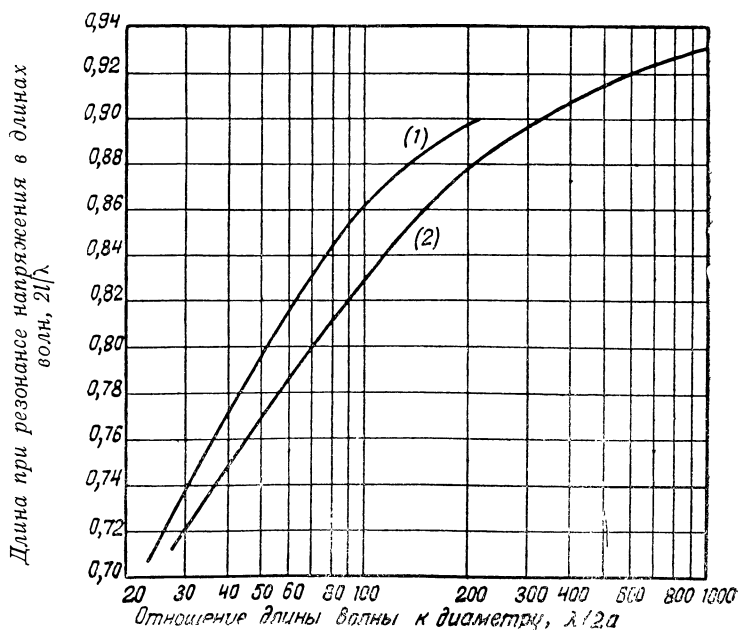


Рис. 13.34. Длина цилиндрической антенны при резонансе напряжения, полученная из волноводной теории антенн.

Экспериментальные значения разбросаны около этих кривых. Бек измерял длины при резонансе напряжений двух цилиндрических антенн при $\lambda/2a = 60$ и получил при этом два значения 0,78 и 0,81. Первое из них находится немного ниже кривой 2, а второе немного ниже кривой 1. Для другой пары цилиндрических антенн при $\lambda/2a = 70$ получены два значения $2l/\lambda = 0,80$ и 0,835. Первое из них точно совпадает с кривой 2, а второе немного выше кривой 1. Еще для одной цилиндрической антенны при $\lambda/2a = 80$ Бек получил $2l/\lambda = 0,84$, значение, которое лежит немного ниже кривой 1. Для трубчатых проводников при $\lambda/2a = 200$ Браун и Вудворд получили $2l/\lambda = 0,85$ при $\lambda = 5$ м. Фельдман получил 0,88 при $\lambda = 18$ м. Эдвард и Брандт получили 0,90 при $\lambda = 76$ мм для сплошного проводника с тем же значением $\lambda/2a$. Значение, полученное Фельдманом, располагается вблизи кривой 2, а значение, полученное Эдвардом, Брандтом, — вблизи кривой 1. Для антенны с $\lambda/2a = 1000$ значение, полученное Фельдманом для $2l/\lambda$, равно 0,92, в то время как кривая 2 дает 0,93. Эссен и Оливер получили 0,92 для антенны с $\lambda/2a = 400$, а кривая 2 дает значение 0,908.

Для полуволновых антенны Браун и Вудворд получили $2l/\lambda = 0,467$, 0,473, 0,476 при $\lambda/2a = 400$, 800, 2000. Соответствующие значения на кривой 2 — 0,467, 0,474, 0,48. Для антенны с $\lambda/2a = 100$ Смит и Х. Смит получили значение 0,467, которое располагается близко к кривой 1.

13.25. Зависимость входного сопротивления от формы антенны

Входные активное и реактивное сопротивления трех антенн различных форм (из теории видов колебаний) представлены на рис. 13.35 и 13.36. Среднее значение волновых сопротивлений этих антенн равно 600 ом. Цифры у кривых обозначают отношение верхнего радиуса к нижнему радиусу. Так, кривая, имеющая наибольший максимум сопротивления, относится к биконическому вибратору, следующая кривая относится к цилиндрическому вибратору, а кривая с наименьшим максимумом относится к двум конусам, установленным основаниями друг к другу.

13.26. Входное сопротивление бесконечно тонких антенн

Пунктирная линия на рис. 13.37 представляет собою точные значения входного сопротивления бесконечно тонкого идеально проводящего симметричного вибратора. Уравнение для этого сопротивления имеет вид

$$R_i = \frac{R_a(\beta l)}{\sin^2 \beta l}. \quad (127)$$

Распределение тока в любой бесконечно тонкой идеально проводящей антенне является в точности синусоидальным. Следовательно, можно определить точную величину мощности излу-

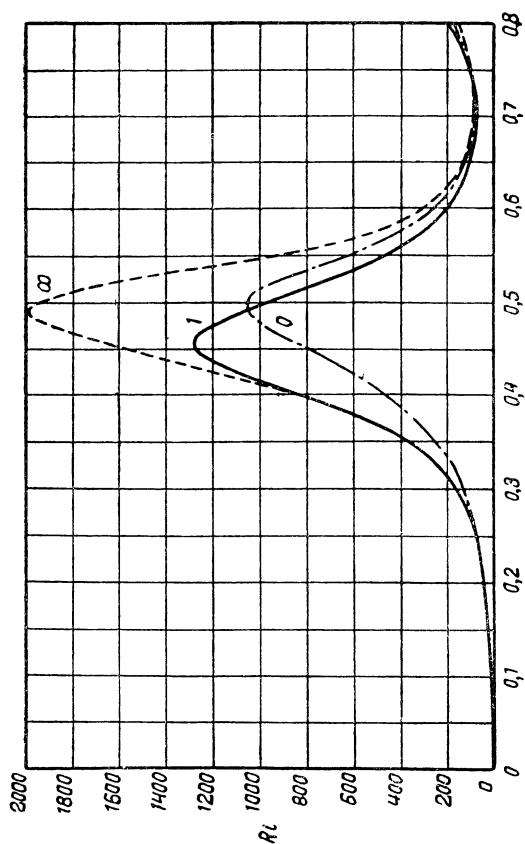


Рис. 13.35. Входное сопротивление трех вибраторов различной формы, имеющих одинаковое среднее характеристическое сопротивление 600 Ом (для цилиндра $l/2a \approx 100$). Кривая с наибольшим максимумом относится к конусу, ближайшая к ней — к цилиндру, а нижняя — к перевернутому конусу основанием у входных зажимов. Цифры, стоящие у кривых, представляют собой отношения верхнего и нижнего диаметров. Для конуса и цилиндра учтена емкость торца.

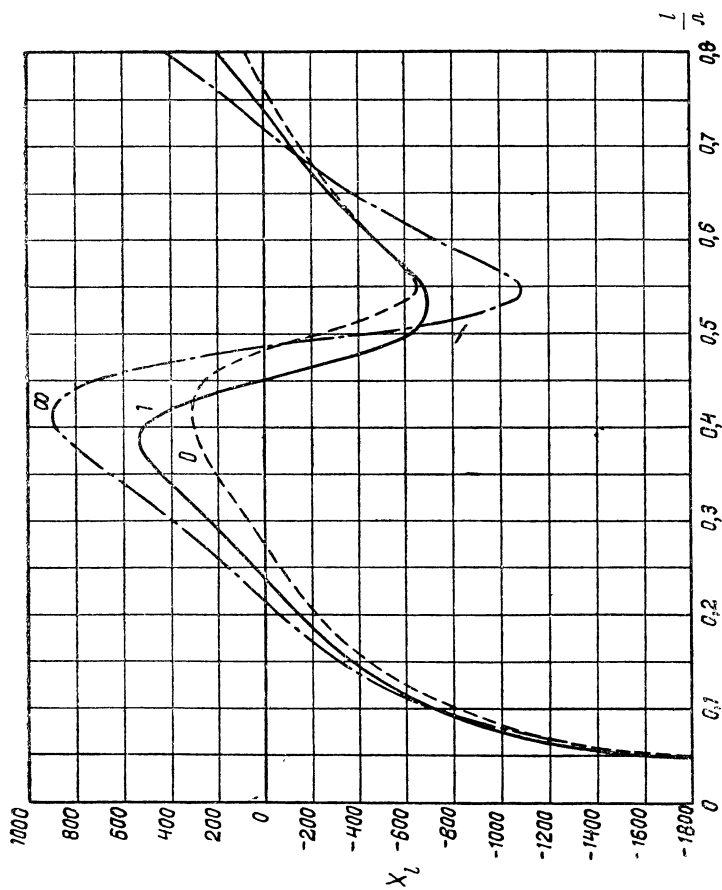


Рис. 13.36. Входное реактивное сопротивление антенн, данные которых приведены на предыдущем рисунке.

чения и точную величину входного тока. Точное значение входного сопротивления равно

$$R_i = \frac{2P}{I_i^2}. \quad (128)$$

Если I_1 и I_2 — максимальные амплитуды токов в плечах несимметричного прямого вибратора, то выражение для мощности излучения имеет вид

$$P = \frac{1}{2} R_{11} I_1^2 + R_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} R_{22} I_2^2. \quad (129)$$

Если l_1 и l_2 — длины плеч, то

$$I_i = I_1 \sin \beta l_1 = I_2 \sin \beta l_2. \quad (130)$$

Поэтому

$$R_i = \frac{R_{11}}{\sin^2 \beta l_1} + \frac{2R_{12}}{\sin \beta l_1 \sin \beta l_2} + \frac{R_{22}}{\sin^2 \beta l_2}. \quad (131)$$

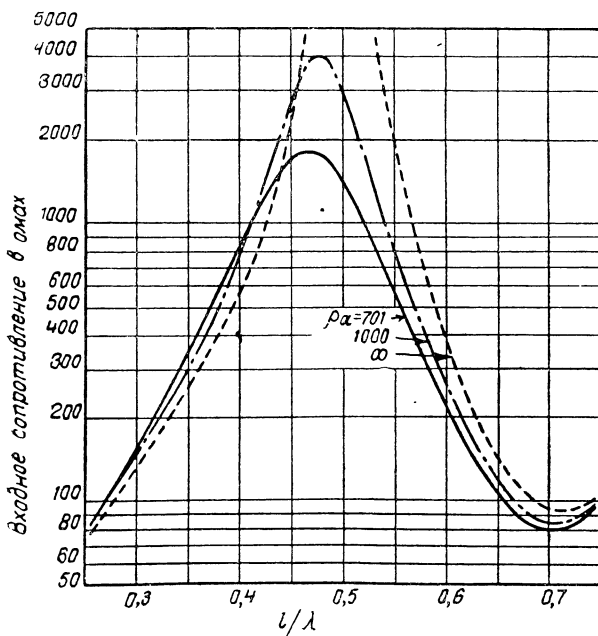


Рис. 13.37. Входное активное сопротивление трех цилиндрических антенн.

Аналогично можно определить входное сопротивление бесконечно тонкой рамки — круглой или квадратной, питаемой в какой-либо вершине квадрата или в другом месте.

13.27. Сравнение между элементарной теорией и волноводной теорией в применении к антеннам

На рис. 13.38 представлено входное сопротивление очень тонкой цилиндрической антенны, вычисленное согласно теории

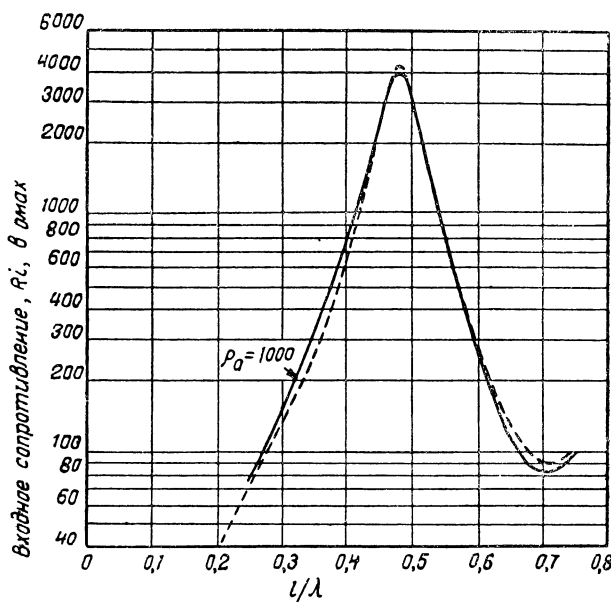


Рис. 13.38. Входное сопротивление очень тонкого цилиндрического вибратора. Сплошная кривая получена из анализа видов колебаний. Пунктирная кривая — из элементарной теории (уравнение 64).

видов колебаний (сплошная кривая) и в соответствии с элементарной теорией (уравнение 64).

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

A. S. Meier and W. P. Summers, Measured impedance of Vertical antennas over finite ground planes, IRE Proc., 37, June 1949, pp 609—616.

Брауде Б. В. „Радиотехника“, 1946, III. т. 1 № 5.

13.27. Задачи

13.1.1. Рассмотреть две параллельные емкостные антенны, перпендикулярные к линии, соединяющей их центры. Их входные сопротивления в свободном пространстве равны, соответственно, Z_1 и Z_2 . Зажимы второй антенны замкнуты накоротко. Определить непосредственно из рассмотрения поля: а) U_1 при заданном фиксированном значении I_1 , б) I_1 при заданном фиксированном значении U_1 . Показать, что отношение U_1/I_1 является одинаковым безотносительно к методу его определения и что оно равно $Z_{11} - (Z_{12}^2/Z_{22})$.

О т в е т.

$$(a) \quad U_1 = \left[Z_1 - \frac{(s_1 t s_2)^2}{Z_2} \right] I_1,$$

$$(б) \quad I_1 = \frac{U_1}{Z_1} \left[1 + \frac{(s_1 T s_2)^2}{Z_1 Z_2} + \frac{(s_1 T s_2)^4}{(Z_1 Z_2)^2} + \dots \right].$$

13.2.1. Показать, что напряженность электрического поля, параллельная трубке тока, определяемой уравнением 8-106, равна

$$E_z = 30jA \left[\frac{e^{(-j\beta r\xi)}}{r\xi} \sin 2\beta l - \frac{e^{(-j\beta r l)}}{r l} \sin \beta(l + \xi) - \frac{e^{(-j\beta r - l)}}{r - l} \sin \beta(l - \xi) \right].$$

13.2.2. Вывести уравнение (19).

13.2.3. Вывести уравнение (20).

13.2.4. Получить асимптотические выражения для тока в линейной антенне длиной $l + \frac{1}{2}\lambda$ и вектора напряженности электрического поля, параллельного к ней, при включении генератора и сопротивления на расстоянии $\frac{1}{4}\lambda$ от концов. Сопротивление таково, что между генератором и сопротивлением обеспечивается режим бегущей волны. Антенна простирается от точки $z = -\frac{1}{4}\lambda$ до $z = l + \frac{1}{4}\lambda$.

О т в е т.

$$I(z) = I_0 \cos \beta z, \quad -\frac{1}{4}\lambda \leq z \leq 0;$$

$$I(z) = I_0 e^{(-j\beta z)} \quad 0 \leq z \leq l;$$

$$I(z) = I_0 e^{(-j\beta l)} \cos \beta(z - l), \quad l \leq z \leq l + \frac{1}{4}\lambda.$$

$$E_z = 30jI_0 \left(-\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} + j \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} - j e^{-j\beta l} \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} - e^{-j\beta l} \frac{e^{-j\beta r_3}}{r_3} \right),$$

где r_1, r_0, r_2, r_3 — расстояния от $z = -\frac{1}{4}\lambda, z = 0, z = l, z = l + \frac{1}{4}\lambda$.

13.3.1. Вывести уравнение (24).

13.3.2. Вывести уравнение (25).

13.7.1. Определить сопротивление излучения (отнесенное к максимальной амплитуде тока) бегущей волны тока на трубке длиной l . Воспользоваться уравнением 12.17.

О т в е т. См. уравнение 6-65.

13.7.2. Определить сопротивление излучения (отнесенное к пучности тока) в симметричной антенне, нагруженной на обоих концах. Распределение тока имеет вид $I(z) = I_0 \sin(\vartheta - \beta|z|)$, так что $I(0) = I_0 \sin \vartheta$ и $I(l) = I_0 \sin(\vartheta - \beta l)$. Решить задачу двумя методами — одним, основанным на уравнении 12-13, и другим — на уравнении 12-17.

О т в е т.

$$R_a = 30 (\text{Si } 4\beta l - 2\text{Si } 2\beta l) \sin 2\vartheta + 30 (\text{Ci } 4\beta l - 2\text{Ci } 2\beta l + \ln \beta l + C) \cos 2\vartheta + 60 \left[\left(\frac{\sin 2\beta l}{2\beta l} - 1 \right) \sin^2(\vartheta - \beta l) - \text{Ci } 2\beta l + \ln \beta l + C + \ln 2 \right].$$

13.7.3. Определить сопротивление излучения, отнесенное к пучности тока для антенны, описанной в задаче 13.2.4.

О т в е т.

$$R_a = 15 [\text{Cin}(2\beta l + 2\pi) + 2 \text{Cin}(2\beta l + \pi) + \text{Cin } 2\beta l] + + 15 \cos 2\beta l [\text{Cin}(2\beta l + 2\pi) - 2\text{Cin}(2\beta l + \pi) + \text{Cin } 2\beta l] + + 15 \sin 2\beta l [-\text{Si}(2\beta l + 2\pi) + 2\text{Si}(2\beta l + \pi) - \text{Si } 2\beta l].$$

РОМБИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ

14.1. Общие сведения

Ромбические антенны состоят из четырех прямых проводов, расположенных в форме ромба (рис. 14.1) или четырех аналогично расположенных систем проводов. Ромбические антенны обычно на-

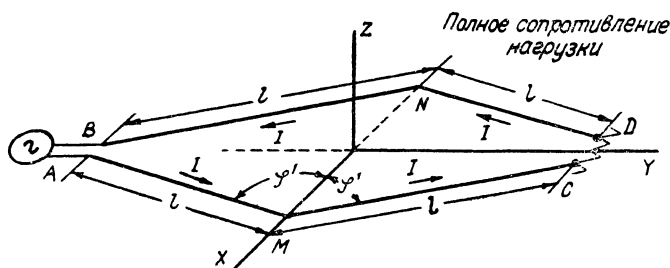


Рис. 14.1. Ромбическая антенна.

гружены таким полным сопротивлением, что волны тока в проводах являются бегущими волнами. Ромбическая антенна строится так, чтобы направить главный максимум излучения в положительном направлении оси y .

Ромбические антенны представляют собой линии передачи, специально рассчитанные для излучения мощности. Они являются антеннами бегущей волны, состоящими из проводов, наклоненных относительно направления излучения. Провода (элементы тока) должны быть наклонены, поскольку они не излучают вдоль своих осей.

Существенная часть мощности теряется в нагрузке¹. Ценой этих потерь и достигаются желаемые свойства антенны: простота устройства и высокая направленность.

¹ М. С. Нейманом была предложена схема двойного ромба. За счет взаимодействия между двумя ромбами сопротивление излучения последних сильно возрастает и в поглощающей нагрузке теряется ничтожная доля энергии. В. Д. Кузнецовым была разработана схема ромбической антенны с обратным питанием, у которой поглощающее сопротивление отсутствует. [Прим. ред.]

14.2. Входное сопротивление

Входное сопротивление двух бесконечно длинных расходящихся проводов выражается уравнением 13.95.

Из физических соображений можно заключить, что это уравнение приближенно выражает входное сопротивление ромбической антенны, если ее оконечная нагрузка обеспечивает минимальные отражения. Итак,

$$Z_i = 120 \ln \frac{\lambda}{2\pi a} - 72 + 120 \ln \cos \varphi' - j 170. \quad (1)$$

Если, например, $\varphi' = 70^\circ$, $a = 1,08$ мм, то при $\lambda = 15, 26, 45$ м.

$$Z_i = 728 - j 170; 794 - j 170; 860 - j 170 \text{ ом}. \quad (2)$$

Ранее проведенные эксперименты (1932) с ромбической антенной, у которой $\varphi = 70^\circ$, $l = 96$ м и $a = 1,08$ мм показали, что лучшей нагрузкой в диапазоне длин волн от 15 до 45 м является сопротивление в 820 ом. При такой нагрузке активная составляющая входного сопротивления изменялась от 660 ом при $\lambda = 15$ м до приблизительно 830 ом при $\lambda = 45$ м.

14.3. Распределение тока

Даже при отсутствии излучения ток вдоль проводов ромбической антенны изменяется (если только эти провода не конические). Номинальное волновое сопротивление ромбической антенны (для основного типа волны) можно получить из уравнения 4—42

$$\rho(r) = 120 \ln \frac{2r}{a} + 120 \ln \cos \varphi', \quad (3)$$

где r — расстояние от генератора. Можно показать, что при медленном изменении $\rho(r)$ ток изменяется обратно пропорционально квадратному корню из $\rho(r)$. Это условие справедливо для точек, удаленных от генератора и нагрузки более чем на четверть длины волны. Таким образом, имеет место постепенное падение и нарастание амплитуды тока. На этот закон распределения влияет затухание, связанное с излучением.

Чем меньше радиус проводов, тем уже область пространства, окружающая провода, в которой распространяется основной поток энергии от генератора. Тонкие провода лучше передают энергию вблизи углов M и N ромба. Вместе с тем в случае тонких проводов большая часть энергии рассеивается в нагрузке, и эффективность антенны снижается. Поэтому для повышения к. п. д. следует увеличивать радиус проводов. Практически целесообразно использовать в простом ромбе вместо одного провода два расходящихся провода. Поскольку действующий радиус равен среднему геометрическому значению между величиной радиуса отдельного провода и расстоя-

нием между проводами, то можно получить отдачу лучше, чем при увеличении радиуса одиночных проводов. Низкое значение волнового сопротивления ромбической антенны благоприятно с точки зрения стабильности входного сопротивления при расстройке, особенно при возникновении встречных волновых фронтов (рис. 8.23).

14.4. Интенсивность излучения

Форма диаграммы направленности ромбической антенны слабо зависит от распределения амплитуды тока; важным фактором является фазовая скорость волн тока, которая совпадает со скоростью распространения волн в свободном пространстве. Однако абсолютная величина интенсивности излучения и величина полной излученной мощности зависят от затухания волн тока в проводах антенны. Поскольку форма диаграммы излучения приблизительно сохраняется, к. н. д. антенны почти не зависит от затухания.

Предполагая в бегущей волне равномерное распределение тока, можно получить следующее выражение для интенсивности излучения ромбической антенны (рис. 14.1) в свободном пространстве в направлении, заданном углами θ и φ (рис. 5.1).

$$\begin{aligned}\Phi &= 240\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \varphi' \frac{\sin^2 u_1}{u_1} \frac{\sin^2 u_2}{u_2} I^2; \\ u_1 &= \frac{\pi l}{\lambda} \left[1 - \sin \theta \cos(\varphi - \varphi') \right]; \\ u_2 &= \frac{\pi l}{\lambda} \left[1 + \sin \theta \cos(\varphi + \varphi') \right].\end{aligned}\quad (4)$$

Общее выражение для распределения поля излучения ромбической антенны с экспоненциально затухающей бегущей волной в проводах можно найти в литературе¹.

14.5. Оптимальный угол

Внутренний угол φ' обычно выбирается так, чтобы получить максимальную интенсивность излучения в направлении оси y . В этом направлении $\varphi = \theta = \frac{\pi}{2}$

и

$$\Phi = 240\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \varphi' \frac{\sin^4 \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi') \right]}{\left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi') \right]^2} I^2. \quad (5)$$

Приравнивая нулю производную по φ' , получим

$$\operatorname{tg} \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi') \right] = \frac{2\pi l}{\lambda} \cos^2 \varphi'. \quad (6)$$

¹ Hoffmann, Hochfrequenztech. u. Electroakus; 62 July, 1943 pp 15—20.

Решая это уравнение, находим соотношения для оптимальных ромбов

$$\frac{l}{\lambda} = 1,5 \quad 2, 3, 4, 6, 8;$$

$$\varphi'_{opt} = 45,4^\circ, 51,5^\circ, 58,6^\circ, 62,9^\circ, 67,9^\circ, 70,9^\circ. \quad (7)$$

14.6. Форма главного лепестка

В вертикальной плоскости $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и интенсивность излучения распределяется по закону

$$\Phi = 240\pi \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \varphi' \frac{\sin^4 u}{u^2} I^2, \quad u = \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \theta \sin \varphi'). \quad (8)$$

В горизонтальной плоскости $\theta = \frac{\pi}{2}$; в этом случае уравнение 4 не намного упрощается.

В окрестности $\theta = \frac{\pi}{2}$ параметр u в уравнении 8 является медленно изменяющейся функцией θ , следовательно главный лепесток имеет тупую форму в вертикальной плоскости. Такая форма характерна для продольных антенн (излучающих вдоль оси) и, следовательно, для ромбической антенны, представляющей собой такую антенну в вертикальной плоскости. В плоскости ромба, напротив, правые и левые ветви антенны образуют поперечную антенну, и в этой плоскости следует ожидать более острую диаграмму направленности. Ромбическая антенна поэтому особенно полезна в коротковолновых установках, для которых имеет место значительное изменение угла падения принимаемой волны.

14.7. Боковые лепестки

Боковые лепестки диаграммы направленности у ромбической антенны велики; они намного больше, чем у обычных продольных или поперечных антенн. Графическая иллюстрация, показывающая главный и боковые лепестки с помощью линий равной интенсивности, приведена на рис. 14.2. Этот график составлен для антенны, расположенной над идеально проводящей землей с учетом интерференции между полем излучения ромба и отраженным полем. Контурные линии показывают линии постоянной интенсивности излучения. Центры показывают направление максимума излучения в каждом лепестке.

Боковые лепестки велики из-за неблагоприятного расположения элементов тока бегущей волны вдоль провода антенны¹.

¹ Г. З. Айзенберг с целью уменьшения уровня наиболее существенных боковых лепестков предложил включить параллельно два ромба. Соответствующим выбором расстояния между ромбами достигается ослабление этих боковых лепестков. [Прим. ред.]

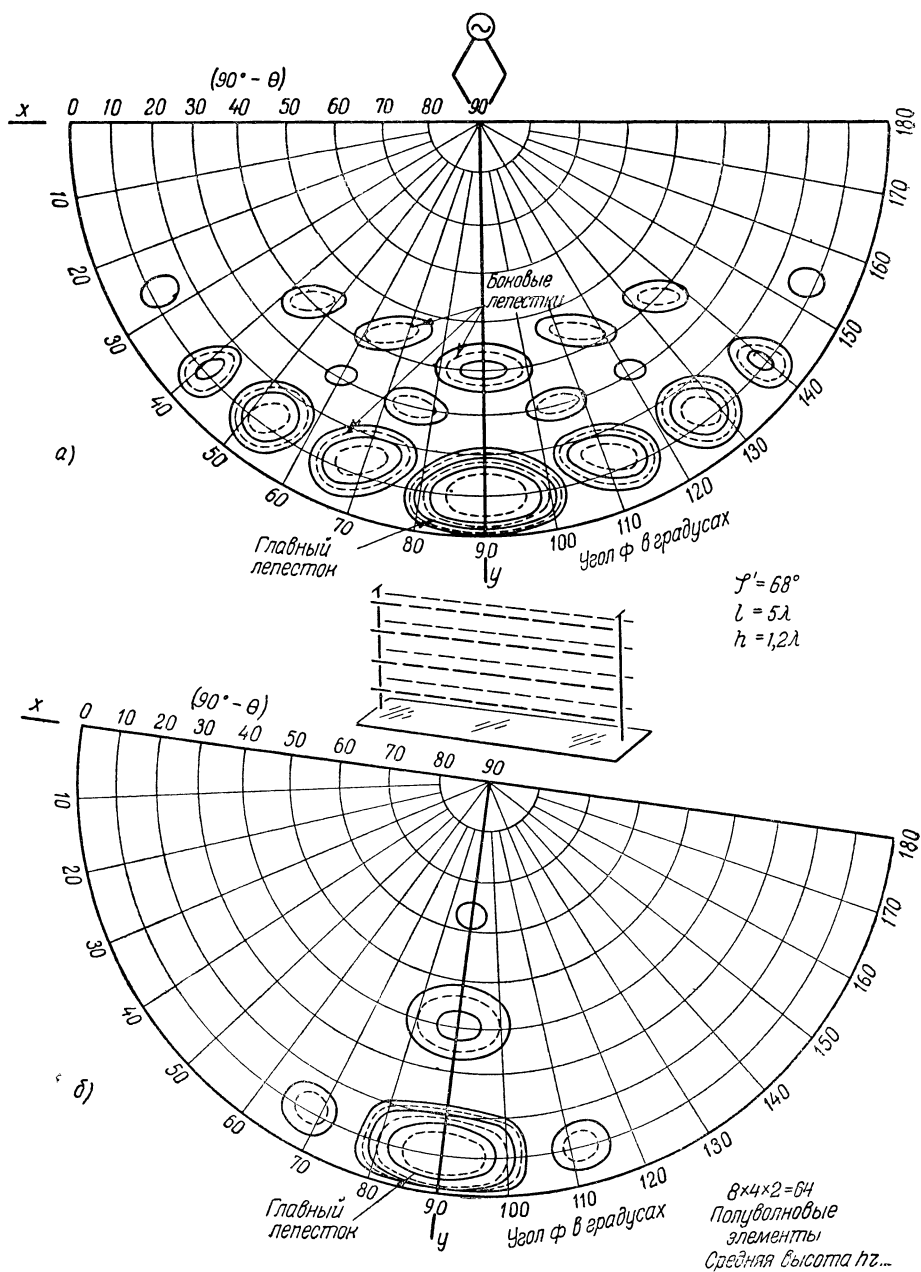


Рис. 14.2. Графическое изображение диаграммы направленности.
 а) антенны ромбической, б) антенны типа „елочка“. Замкнутые линии изображают линии постоянной интенсивности излучения. Центры обозначают направление максимума излучения для каждого лепестка.

Диаграмма направленности отдельного провода имеет максимум в направлении распространения волны тока, но в этом направлении сам элемент тока дает нулевое излучение. Множитель системы дается уравнением 5—41 при $k = \beta$, а интенсивность излучения элемента тока пропорциональна $\sin \theta$. Для малых θ огибающая множителя системы S изменяется пропорционально $1/\theta^2$, следовательно, поле, создаваемое бегущей волной тока, изменяется по закону $1/\theta$, и диаграмма направленности каждого отдельного элемента препятствует увеличению коэффициента направленного действия антенны. Значения θ , соответствующие направлениям главного лепестка и прилегающего бокового лепестка, относятся, как 1:3, следовательно, интенсивность излучения отдельного провода в направлении вторичного лепестка составляет только одну треть от максимального излучения, или ниже его на 4,8 дБ. У ромбической антенны уровень наибольшего бокового лепестка на 5,5 дБ ниже уровня главного лепестка и определяется интерференцией между четырьмя плечами ромба.

14.8. Влияние земли

Ромбические антенны обычно устанавливают горизонтально над землей. На рис. 14.3 показана типичная ромбическая антенна, применяемая для коротковолнового приема. Ее размеры: $l = 96$ м,

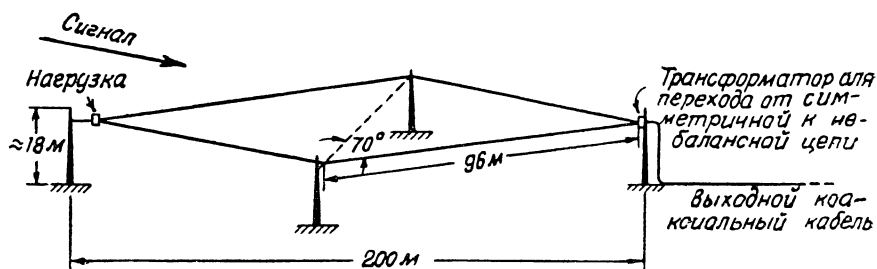


Рис. 14.3. Типовая ромбическая антенна.

$\varphi' = 70^\circ$ и высота над землей $h = 17,6$ м. Диаграмма направленности этой антенны показана на рис. 14.4. Графическое интегрирование диаграммы направленности в свободном пространстве показало, что половина полной излученной мощности приходится на боковые лепестки.

Чтобы получить интенсивность излучения горизонтальной антенны, следует рассматривать землю идеально проводящей. С учетом зеркального отражения от земли получается интенсивность излучения антенны над землей.

$$\Phi_1 = 4 \sin^2 \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \cos \theta \right) \Phi, \quad (9)$$

где Φ интенсивность излучения в свободном пространстве, а первый

множитель представляет собой множитель системы, состоящей из антенны и ее изображения.

Влияние земли на сопротивление излучения ромбической антенны обычно мало. При $l = 6\lambda$ и $h = 1,1\lambda$ сопротивление излучения приблизительно на 10% больше, чем в свободном пространстве.

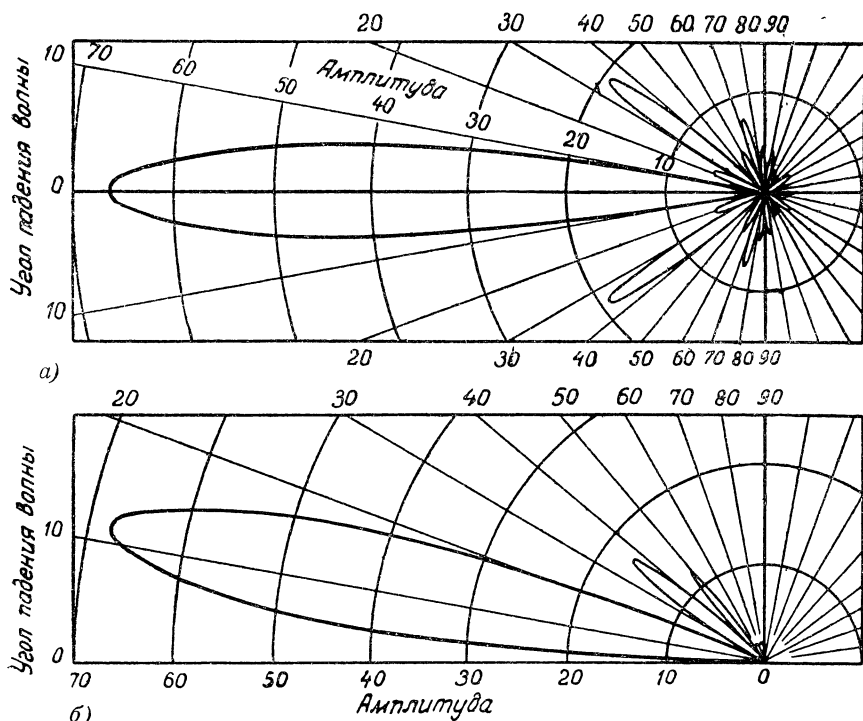


Рис. 14.4. Диаграммы направленности ромбической антенны, показанной на рис. 14.3.

а) азимутальная диаграмма антенны над идеально проводящей землей при $\lambda = 16$ м, $l/\lambda = 6$, $\varphi = 70^\circ$, $h/\lambda = 1,1$, $\theta = 80^\circ$, б) диаграмма в вертикальной плоскости.

Плохо проводящая земля увеличивает затухание за счет тепловых потерь. В одиночном длинном проводе последовательное сопротивление, наведенное землей, составляет приблизительно $10/h$ ом/м при $\lambda = 18$ м и параметрах земли, измеренных в Холмделе ($\epsilon_r = 20$, $g = 0,015 \frac{\text{МО}}{\text{м}}$). При $\lambda = 16$ м и $l = 96$ м потери в медных проводах и за счет влияния земли составляют около 0,5 дб.

14.9. Коэффициент усиления

Поступающая в антенну мощность

$$P = \frac{1}{2} R_i \cdot I_0^2, \quad (10)$$

где I_0 амплитуда тока на входе антенны и R_i входное сопротивление. Отсюда, средняя интенсивность излучения равна

$$\Phi_{\text{ср.}} = \frac{P}{4\pi} = \frac{1}{8\pi} R_i I_0^2. \quad (11)$$

Предположим, что волны тока затухают экспоненциально по закону

$$I(s) = I_0 e^{-\alpha s - j\beta s}, \quad (12)$$

где s — расстояние от A ; получим напряженность электрического поля ромбической антенны в свободном пространстве в направлении y в виде:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{j120\pi I_0 \cos \varphi'}{\lambda r} [1 - e^{-\alpha l - j\beta(1 - \sin \varphi')l}] \int_0^l e^{-(\alpha)s - j\beta(1 - \sin \varphi')s} ds = \\ &= -\frac{j120\pi I_0 \cos \varphi' [1 - e^{-\alpha l - j\beta(1 - \sin \varphi')l}]^2}{\lambda r [\alpha + j\beta(1 - \sin \varphi')]} . \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда, в направлении y

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{r^2 E_x E_x^*}{240\pi} = \frac{60\pi I_0^2 \cos^2 \varphi' [1 - 2e^{-\alpha l} \cos \beta(1 - \sin \varphi')l + e^{-2\alpha l}]^2}{\lambda^2 [\alpha^2 + \beta^2(1 - \sin \varphi')^2]} = \\ &= \frac{240\pi I_0^2 e^{-2\alpha l} \cos^2 \varphi' [\text{ch } \alpha l - \cos \beta(1 - \sin \varphi')l]^2}{\lambda^2 [\alpha^2 + \beta^2(1 - \sin \varphi')^2]} . \end{aligned} \quad (14)$$

Коэффициент усиления ромбической антенны в направлении y , следовательно, равен

$$g = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{ср}}} = \frac{1920\pi^2 e^{-2\alpha l} \cos^2 \varphi' [\text{ch } \alpha l - \cos \beta(1 - \sin \varphi')l]^2}{R_i \lambda^2 [\alpha^2 + \beta^2(1 - \sin \varphi')^2]} . \quad (15)$$

Практически, постоянная затухания α мала. Пренебрегая величиной α^2 в знаменателе и аппроксимируя $\text{ch } \alpha$ единицей, получаем

$$g = \frac{1920 e^{-2\alpha l} \cos^2 \varphi' \sin^4 \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi')}{R_i (1 - \sin \varphi')^2} . \quad (16)$$

Для полуволновой антенны коэффициент усиления по мощности (и коэффициент направленного действия антенны) равен:

$$G = \frac{120}{K_{1[OM]}} ; \quad R_1 = 73 \text{ ом.} \quad (17)$$

Поделив уравнение 16 на уравнение 17, получаем к. н. д. ромбической антенны, отнесенный к к. н. д. полуволновой антенны.

Следует заметить, что экспоненциальный множитель

$$e^{-2\alpha l} = \frac{I_T}{I_0} \quad (18)$$

равен отношению амплитуд тока в нагрузке и входного тока.

14.10. Коэффициент направленного действия

Мощность, излученную ромбической антенной, можно рассчитать одним из двух методов, описанных в гл. 5. Если принять синусоидальное распределение тока, то второй метод (наведенных э. д. с.) оказывается проще. Чтобы найти E_s , необходимо вычислить составляющую E , параллельную и перпендикулярную линиям тока. Применяя этот метод и полагая существование незатухающей бегущей волны в антенне, можно получить следующие выражения для мощности излучения и коэффициента направленного действия для оптимальной ромбической антенны в свободном пространстве:

$$P_{\text{изл}} = 120 [\ln (2\beta l \cos^2 \varphi') + 0,577 \dots] I_0^2, \quad (19)$$

$$D = \frac{8 (\beta l - u') \sin^4 u'}{u' [\ln (2\beta l \cos^2 \varphi') + 0,577]}, \quad u' = \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi'), \quad (20)$$

$$D_{\text{до}} = 10 \lg D.$$

Отсюда получаем

$$\begin{array}{cccccc} l/\lambda = 1,5 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \\ D_{\text{до}} = 11,9 & 13,2 & 15,1 & 16,4 & 18,2 & 19,5. \end{array} \quad (21)$$

Полученные данные указывают на то, что значительная часть мощности излучения определяется взаимодействием отдельных плечей ромба. Если коэффициент направленного действия одиночного провода с бегущей волной тока увеличить на 6 дБ (чтобы сложить эффект всех четырех плечей ромба), то получим (согласно уравнению 6.68):

$$\begin{array}{cccccc} l/\lambda = 1,5 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \\ D_{\text{до}} = 13,4 & 14,1 & 15,3 & 16,2 & 17,5 & 18,4. \end{array} \quad (22)$$

Усиление в главном направлении (вперед) уменьшается, если $\varphi' \neq \varphi'_{\text{opt}}$. Это уменьшение следует из подсчета интенсивности излучения (см. уравнение 5), если пренебречь зависимостью мощности излучения от φ' .

Итак,

$$\frac{D(\varphi'_{\text{opt}})}{D(\varphi')} = \frac{\cos^2 \varphi'_{\text{opt}} \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi') \right]^2 \sin^4 \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi'_{\text{opt}}) \right]}{\cos^2 \varphi' \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi'_{\text{opt}}) \right]^2 \sin^4 \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi') \right]}. \quad (23)$$

Такое уменьшение усиления имеет место, если антенна с неизменными размерами применяется в широком диапазоне длин волн. Это иллюстрируется рис. 14.5 на примере антенны с $l = 96$ м и $\varphi' = 68^\circ$. В коротковолновых антеннах дальнего действия внутренний угол φ' выбирается равным его оптимальному значению для наиболее короткой волны в диапазоне. Кривая

показывает увеличение потерь на 4,5 дБ при увеличении длины волны вдвое. Эти потери возникают только в случае горизонтального распространения принимаемого сигнала. В коротковолновых антеннах угол направления сигнала θ обычно тем меньше, чем длиннее волна; поэтому действительные потери оказываются меньшими. Следующая таблица показывает увеличение оптимального значения ψ' при уменьшении угла θ .

	$l/\lambda = 1,5$	2	3	4	6	8
при $\theta = 90^\circ$	$\varphi'_{opt} = 45,4$	51,5	58,6	62,9	67,9	70,9
при $\theta = 75^\circ$	$\varphi'_{opt} = 47,0$	53,5	61,4	66,2	72,1	75,9
при $\theta = 60^\circ$	$\varphi'_{opt} = 52,1$	60,0	69,8	75,7	83,0	85,3

(24)

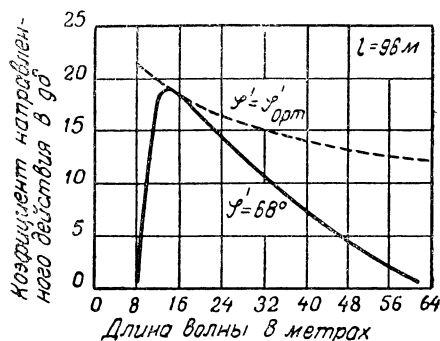


Рис. 14.5. Коэффициент направленного действия с фиксированными параметрами (сплошная линия) и с оптимальными параметрами (пунктирная линия) в функции длины волны.

На этом свойстве ромбической антенны¹ основано применение фиксированной ромбической антенны в коротковолновых установках для широкого диапазона волн.

14.11. Потери в нагрузке

Потери мощности T в нагрузочном сопротивлении будем выражать в децибелах. Поскольку потерями в проводах можно пренебречь, T должно равняться разности между коэффициентом направленного действия и коэффициентом усиления. Таким образом,

$$T = D_{\text{дб}} - g_{\text{дб}}, \quad 10^{T/10} = \frac{D}{g}. \quad (25)$$

¹ Фактически ромбическая антенна является аperiодической антенной. Ориентация максимума диаграммы направленности ромбической антенны относительно входного сопротивления зависит от длины волны. [Прим. ред.].

Для случая экспоненциального затухания можно написать

$$T = -10 \lg \left(1 - \frac{I_0^2}{I^2} \right) = -10 \lg (1 - e^{-4\alpha l}), \quad e^{-4\alpha l} = 1 - 10^{-T/10}. \quad (26)$$

Замечая, что коэффициент направленного действия почти не зависит от затухания волн тока в проводах, можно найти R_i из уравнений 16, 20, 25 и 26.

$$R_i = \sqrt{10^{T/10} (10^{T/10} - 1)} 240 \left[\ln \left(\frac{4\pi l}{\lambda} \cos^2 \varphi' \right) + 0,577 \right]. \quad (27)$$

В случае цилиндрических проводов, в частности, если применяется несколько параллельно идущих проводов, волновое сопротивление, определяемое уравнением 3, быстро изменяется вблизи генератора и значительно медленнее при удалении от него. В частности это относится к случаю нескольких параллельно идущих проводов, применяемых для уменьшения волнового сопротивления. Поэтому амплитуда тока сильнее падает вблизи генератора (например, на протяжении первой полуволны от генератора), чем на остальной длине провода. Быстрое изменение тока на такой малой длине мало влияет на усиление и коэффициент направленного действия антенны, однако ограничивает применение уравнения 26. Уравнение 27 также нельзя применить и его требуется заменить другим аналогичным уравнением. Мы можем только заменить ток I_0 в уравнении 26 током $I(\lambda/2)$ на расстоянии $\lambda/2$ от входных зажимов, поскольку начиная с этого расстояния волновое сопротивление меняется медленно и слабо влияет на затухание. Вместе с тем мы должны вместо R_i в уравнении 26 использовать волновое сопротивление на расстоянии $\lambda/2$, поскольку входная мощность

$$P = \frac{1}{2} R_i I_0^2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\lambda}{2} \right) \left[I \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right]^2. \quad (28)$$

Уравнение 27 преобразуется к более общему виду

$$\rho \left(\frac{\lambda}{2} \right) = \sqrt{10^{T/10} (10^{T/10} - 1)} 240 \left[\ln \left(\frac{4\pi l}{\lambda} \cos^2 \varphi' \right) + 0,577 \right]. \quad (29)$$

Если волновое сопротивление не изменяется, то $\rho \left(\frac{\lambda}{2} \right) = R_i$. Из уравнения 3 находим

$$\rho \left(\frac{\lambda}{2} \right) = 120 \ln \frac{\lambda}{a} + 120 \ln \cos \varphi'. \quad (30)$$

Рис. 14.6 показывает соотношение между этим сопротивлением или входным сопротивлением в случае постоянства волнового сопротивления $\rho(r)$ и потерями в нагрузке (уравнение 29).

Чтобы проверить, насколько сильно зависит волновое сопротивление от общего распределения тока, оно было дополнительно вычислено в предположении, что амплитуда тока остается

постоянной в каждом плече ромба и падает резким скачком в точках M и N (рис. 14.1). На рис. 14.6 для $l/\lambda = 6$ эти результаты отмечены кружками¹. У другой антенны были измерены потери в нагрузке на волне 16 м. Эти потери составляли приблизительно 3 дБ, что соответствует на рис. 14.6 значению $\rho(\lambda/2) = 1010$ ом. Из уравнения 30 находим $\rho(\lambda/2) = 1030$ ом.

Кривые на рис. 14.6 показывают преимущества использования параллельных проводников. Например, у ромба с коническими проводами (рис. 14.7), имеющего размеры

$$\varphi' = 68^\circ, \quad \psi = 10^{-4}.$$

Находим из уравнения 4—42

$$\rho = 120 \ln \frac{2 \cos \varphi'}{\psi'} = 1071 \text{ ом} \quad T = 3,2 \text{ дБ}.$$

Если использовать две системы конических проводников рис. 14.8, то полное сопротивление антенны уменьшается (см. уравнение 4—43) до величины

$$\rho = 120 \ln \frac{2 \cos \varphi'}{\sqrt{2}\psi}. \quad (31)$$

Если $\varphi' = 68^\circ$, $\psi = 10^{-4}$, $\nu = 10^{-2}$, то

$$\rho = 752 \text{ ом}, \quad T = 2,2 \text{ дБ}$$

и достигается увеличение усиления на 1 дБ по сравнению с ромбом, состоящим из одиночных проводников. Экспериментальное изучение ромбических антенн с параллельными проводниками показало преимущество в усилении на 0,5—1,5 дБ по сравнению с ромбами из одиночных проводников².

14.12. Приемная антенная система с управляемой диаграммой направленности

В приемной антенне этого типа (10) используется остронаправленная характеристика в вертикальной плоскости, которая управляется с целью приема волн под различными углами. Она состоит из ряда продольных антенных систем с фиксированными диаграммами направленности, фазировка выходных фидеров которых устанавливается в зависимости от выбранного направления. Экспериментальная система, сконструированная в Холмделе, состоит из шести ромбических антенн (рис. 14.9). Антенная система занимала 1,2 км. Выходы антенн были соединены коаксиальными линиями с фазовращателями в приемной части станции. Сдвиги

¹ При расчете кривых рис. 14.6 α^2 сохраняется в уравнении 15, однако влияние этого члена было пренебрежимо мало.

² Подробные данные по расчету ромбических антенн имеются в книге Г. З. Айзенберга „Антенны для магистральных радиосвязей, Связьиздат, 1948 г. См. также И. М. Рушук. Сравнение эффективности антенн ромбического типа. „Вестник электропромышленности“, 1946, № 2.

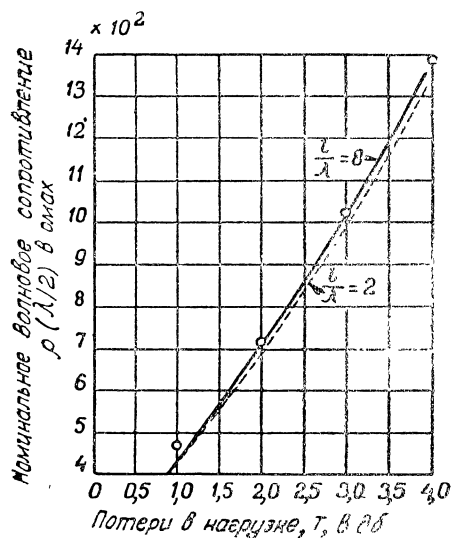


Рис. 14.6. Номинальное волновое сопротивление ромбической антенны на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ от входных зажимов антенны в зависимости от потерь в нагрузке.

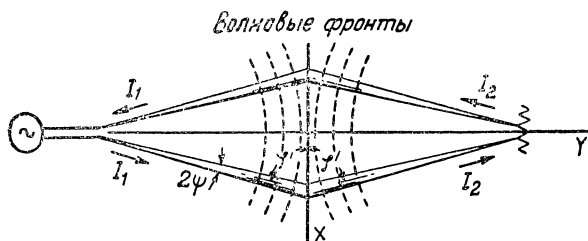


Рис. 14.7. Ромбическая антенна, состоящая из конических проводов.

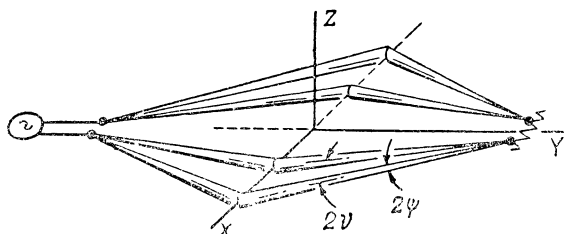


Рис. 14.8. Ромбическая антенна, состоящая из двойных конических проводов.

фаз ϑ , 2ϑ , 3ϑ , 4ϑ , 5ϑ между антеннами схематически показаны на рис. 14.9. Фазировка осуществлялась переменными фазовращателями на промежуточной частоте (11) (рис. 1.10).

Эти фазовращатели, по одному на каждой антенне, кроме первой, вращаются совместно; система передачи между фазовращателями имеет отношение 1:2:3 4:5. Направление главного луча управляется с помощью вращения этой системы. Три ряда таких фазовращателей действуют независимо, каждый ряд управляем отдельным каналом. Правый ряд обслуживает индикаторный канал, определяющий направление приходящей волны.

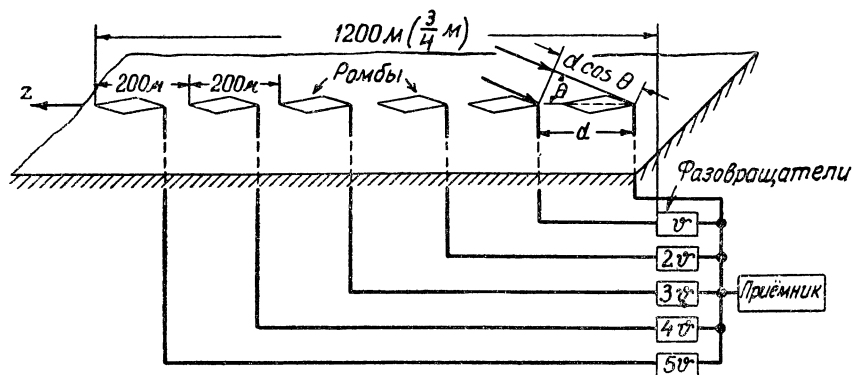


Рис. 14.9. Экспериментальная система из шести ромбических антенн.

Остальные каналы—управляемые и могут быть установлены для приема сигнала с известного направления. Диаграммы направленности на рисунке сверху показывают, что каналы A' и A'' настроены на прием волн, падающих под углом 12° и 23° к горизонту.

Множитель системы равен

$$S = \frac{\sin \left\{ \frac{N}{2} \left[\vartheta - 2\pi \frac{d}{\lambda} \left(\frac{c}{v} - \cos \vartheta \right) \right] \right\}}{\sin \left\{ \frac{1}{2} \left[\vartheta - 2\pi \frac{d}{\lambda} \left(\frac{c}{v} - \cos \vartheta \right) \right] \right\}}, \quad (32)$$

где c/v —отношение скорости света к скорости распространения волны в линии¹, число ромбических антенн $N = 6$, d —расстояние между выходными фидерами ромбов. На рис. 14.11 приведено семейство расчетных диаграмм направленности многовибраторной управляемой системы.

Сверху каждой колонки показан главный лепесток вертикальной диаграммы в меридиональной плоскости каждой отдельной ромбической антенны. Внизу показаны шесть диаграмм управляемой системы, получающиеся в результате умножения

¹ Скорость распространения волны в коаксиальной линии меньше скорости распространения в свободном пространстве вследствие влияния изоляторов.

множителя системы на диаграмму отдельной антенны. Верхние диаграммы соответствуют установке фазирющей системы на $\theta = 0$, остальные диаграммы соответствуют последовательному

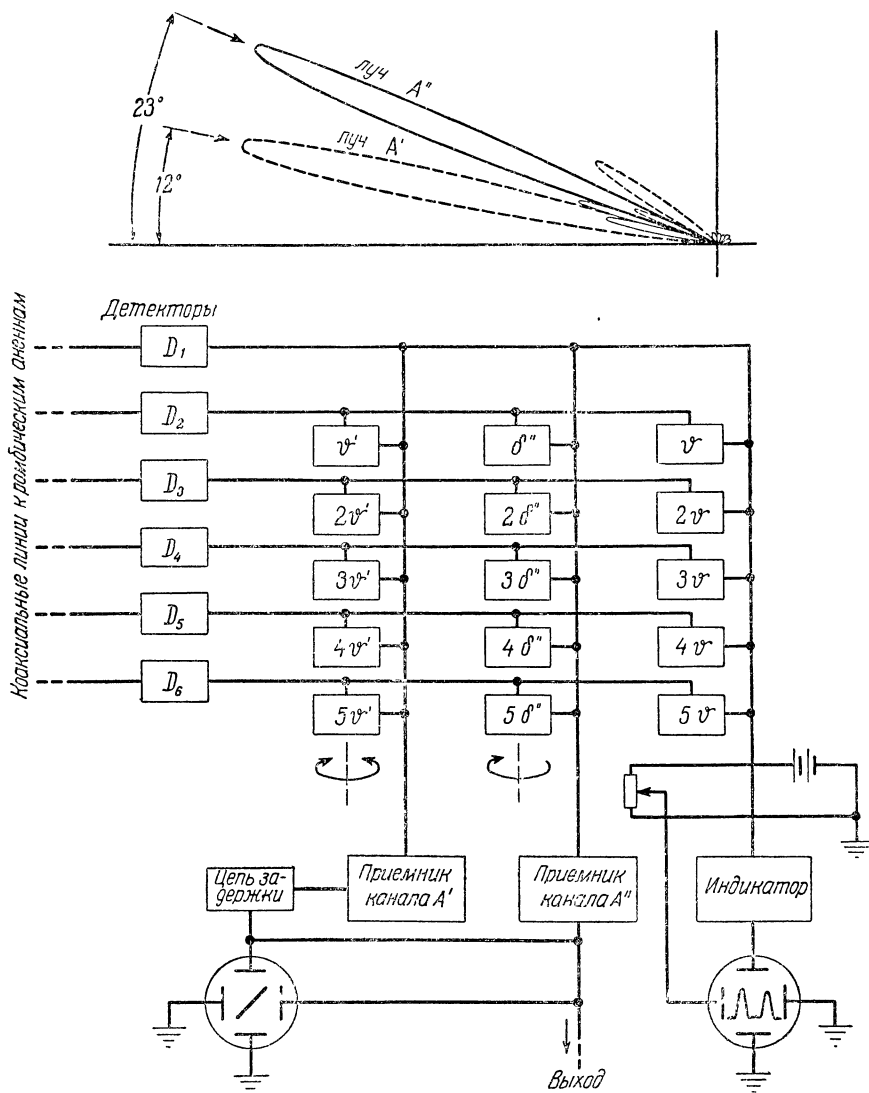


Рис. 14.10. Схема фазирющего устройства.

изменению θ на 60° . Заметим, что ширина главного лепестка по уровню -3 дБ при $\lambda = 16 \text{ м}$ и $\theta = 16^\circ$ составляет всего $2,5^\circ$.

Были созданы системы, у которой ширина диаграммы при длине волны $\lambda = 16 \text{ м}$ составляла менее 1° , а $\theta = 16^\circ$.

Антенны этой системы применялись для изучения сложных

свойств коротких волн с точки зрения их распространения и оказались очень полезными для этих задач. Эти антенны позволили существенно улучшить отношение сигнала к шуму при приеме корот-

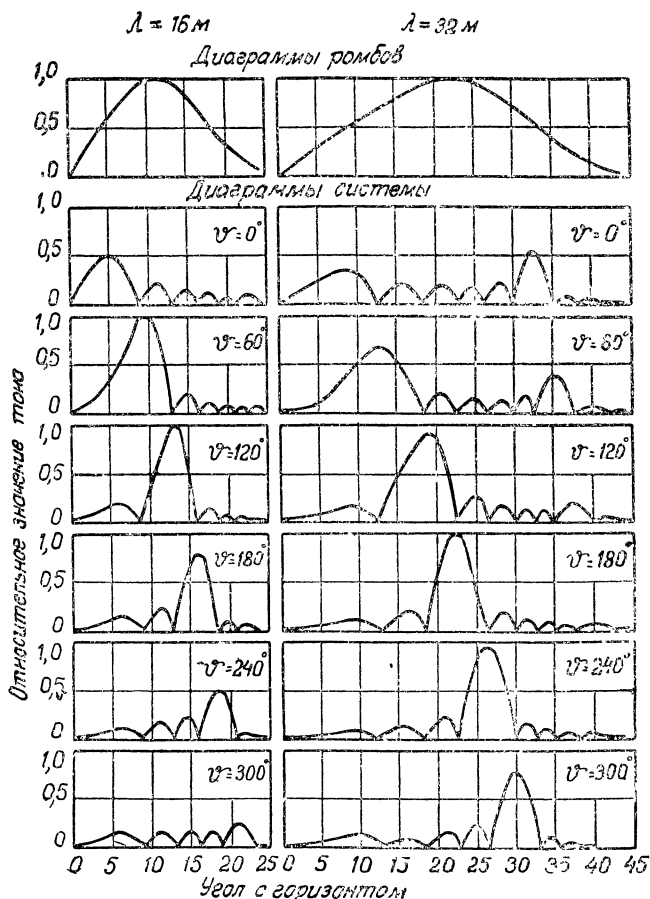


Рис. 14.11. Диаграмма направленности системы.

ких волн и снизить влияние направленного фединга. Длинные многовибраторные антенны описанной системы являются дорогими устройствами. Кроме того, с увеличением длины начинает постепенно теряться преимущество большой длины и высокой избирательности. Результаты, полученные с системой длиной в 3,2 км, показали, что, начиная с этой длины, отдача антенны начинает уменьшаться.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. E. Bruce, A. C. Beck and L. R. Lowry, Horizontal rhombic antennas, IRE Proc., 23, January 1935, pp. 24—46.
2. A. E. Harper, Rhombic Antenna Design, D. Van Nostrand, New York, 1941.
3. Г. З. Айзенберг „Антенны для магистральных коротковолновых радиосвязей“, Связьиздат, 1948.
4. И. М. Рушук „Вестник электропромышленности“, 1946, № 2.

ЛИНЕЙНЫЕ АНТЕННЫЕ СИСТЕМЫ

15.1. Линейные антенные системы

Мы уже рассмотрели сравнительно простые линейные антенны. Изучая их свойства, мы не интересовались источником высокочастотной мощности, поскольку он не влиял на свойства антенн. Исследуя системы с направленным излучением, мы предполагали наличие определенных соотношений между амплитудами и фазами токов в элементах систем и полностью оставляли в стороне вопрос об осуществлении этих соотношений. Проблемы, связанные с необходимостью соединения антенны с источником мощности (или с нагрузкой, в случае приемной антенны), относятся главным образом (хотя и не исключительно) к технике цепей и линий передачи.

Различные проблемы, возникающие при конструировании систем, состоящих из линейных антенн, мы покажем на отдельных примерах. За последнее время было разработано настолько много систем, что все их невозможно рассмотреть в пределах данной книги. Поверхностное описание некоторых из них можно найти в радиотехнических справочниках; более подробный анализ можно получить в оригинальных статьях.

15.2. Согласование полных сопротивлений

Принципиальные элементы соединения антенны с передатчиком показаны на рис. 15.1. Для максимальной передачи мощности передатчик должен быть согласован с антенной, а если между ними

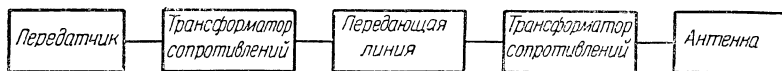


Рис. 15.1. Схема передатчик — антенна.

включена длинная линия, то желательно, чтобы линия была согласована и с антенной и с передатчиком. В этой связи под «согласованием полных сопротивлений» понимают условие, при котором полное сопротивление передатчика, измеряемое на зажимах антенны, равно сопряженному полному сопротивлению антенны; это значит,

что активные составляющие полных сопротивлений равны, а реактивные равны по величине, но противоположны по знаку.

Чтобы рассчитать согласованную цепь, мы должны знать полное сопротивление антенны или ее комплексную проводимость. Первую величину удобнее использовать для расчета согласования последовательных цепей, а вторую следует использовать для расчета параллельных цепей. Последовательная и параллельная эквивалентные схемы антенны (рис. 15.2) являются равноправными. На этих схемах ωL и ωC означают только положительные и отрицательные сопротивления и проводимости, а их изменение с частотой может

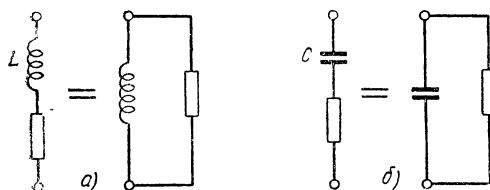


Рис. 15.2. Эквивалентные схемы антенны (последовательная и параллельная).

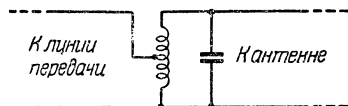


Рис. 15.3. Простая параллельная цепь для согласования передатчика с антенной.

выражаться комплексными функциями ω . Простой способ согласования параллельной цепи показан на рис. 15.3. По поводу различных способов согласования читатель может обратиться к справочникам.

15.3. Защитные шлейфы

Если коаксиальная линия служит для передачи энергии от передатчика к антенне, то наружная поверхность внешнего проводника линии является частью паразитной излучающей цепи. Напряжение коаксиальной линии оказывается приложенным не только между входными проводами антенны, но и между одним из них и наруж-

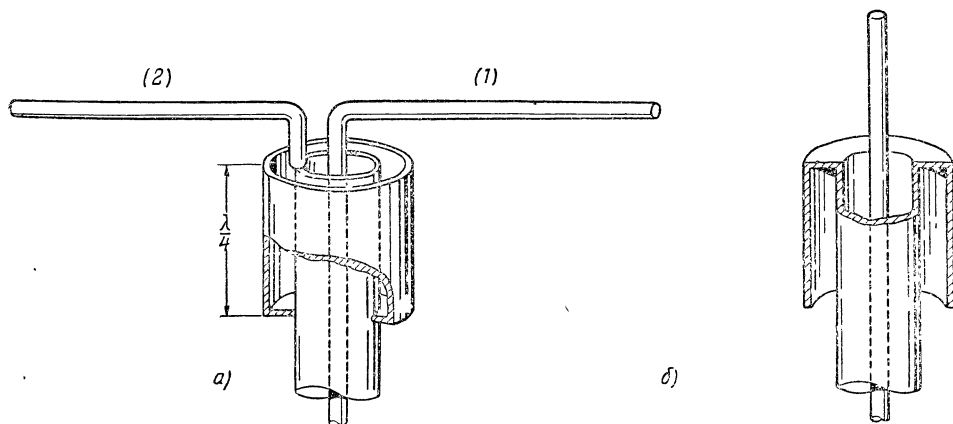


Рис. 15.4. Четвертьволновые защитные шлейфы.

ной поверхностью внешнего проводника линии. Для устранения этого недостатка применяется четвертьволновый защитный шлейф (канавка), как показано на рис. 15.4,а. Этот шлейф вносит значительное последовательное сопротивление в паразитную излучающую цепь и уменьшает ток в этой цепи. На рис. 15.4,б показан аналогичный защитный шлейф для коаксиальной антенны.

В случае не очень коротких волн коаксиальный фидер можно свить в катушку вблизи входных зажимов антенны. Такая катушка вносит значительное реактивное сопротивление — индуктивность в паразитную цепь.

15.4. Трансформаторы между симметричными антеннами и несимметричными линиями передачи

Между симметричной приемной антенной (например, ромбической) и выходом коаксиальной линии включается трансформатор, как показано на рис. 15.5. Вторичная обмотка разделена на две ча-

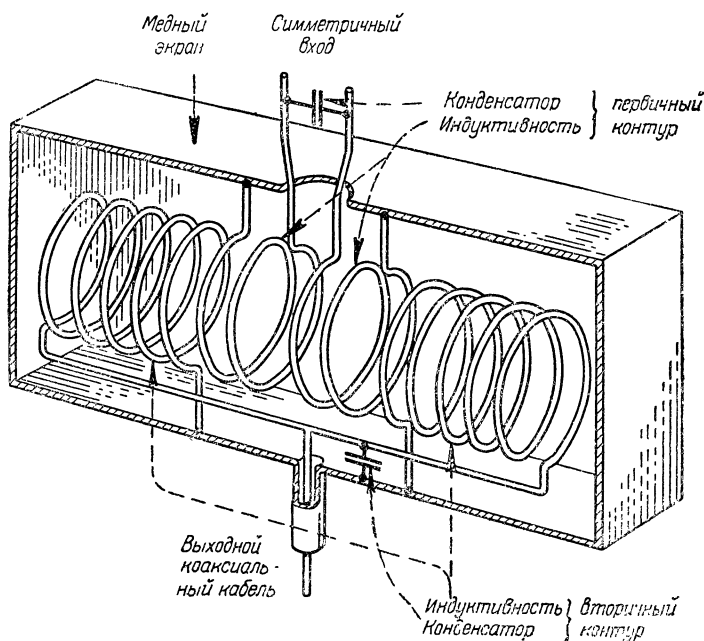


Рис. 15.5. Трансформатор для соединения симметричной антенной схемы с несимметричной линией.

сти для создания симметрии относительно первичной симметричной цепи. Близлежащие выводы трансформатора заземлены для уменьшения нежелательной емкостной связи.

15.5. Фидерная система

При расчете многовибраторных антенн возникают дополнительные трудности. В линейной поперечной антенне связанного типа токи в ее элементах должны быть синфазны. Соединяя различные элементы с общим источником — центром, при помощи отдельных фидеров можно обеспечить равенство напряжений, приложенных к отдельным элементам. Однако сопротивления отдельных элементов антенны зависят от их связи с другими элементами; следовательно, сопротивления центральных элементов будут отличаться от сопротивления элементов, близких к краям антенны. При этом будут допущены некоторые потери за счет рассогласования, если не применять специальных согласующих цепей внутри фидерной системы.

Вместо использования отдельных линий передачи можно применить одну общую линию, как показано на рис. 15.6. Равенство фаз приложенных напряжений обеспечивается соответствующей расстановкой фидерных проводников. В случае двух антенн это совершенно верно; в других случаях существуют другие, более сложные причины рассогласования, помимо причин, связанных с неодинаковыми расположениями между элементами системы. Предположим, например, что сопротивление каждой антенны равно 600 ом и волновое сопротивление линии также составляет 600 ом . Полные сопротивления согласованы на зажимах пятой антенны (рис. 15.6); тогда полное сопротивление на зажимах четвертой антенны составит только 300 ом , и это приведет к рассогласованию; чтобы его исключить, нужно между третьей и четвертой антенной установить линии с волновым сопротивлением в 300 ом ; далее между второй и третьей антенной волновое сопротивление линии должно быть 200 ом , между первой и второй — 150 ом , и полное сопротивление входной линии 120 ом . Если бы на всей длине фидера использовали однородную линию, то нужно было бы применить трансформаторы, чтобы не допустить рассогласования полных сопротивлений.

Антенну бегущей волны проще всего составить из элементов, расположенных на расстоянии $\lambda/2$ друг от друга, при этом требуется согласовывать полное сопротивление. Простые ширококонтурные системы с полуволновыми антеннами показаны на рис. 15.7, а и б. Четвертьволновые отрезки длиной линии опрокидывают в этих антеннах фазу тока в полуволновых точках и поэтому вертикальные излучающие токи оказываются синфазными. В полуволновых точках

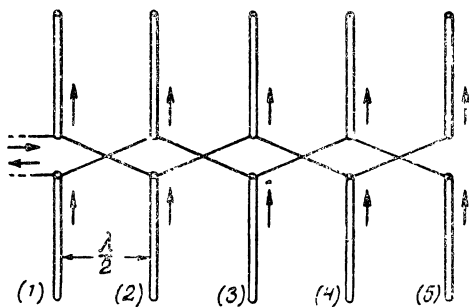


Рис. 15.6. Применение линии передачи для питания элементов антенной системы.

могут быть использованы резонансные контуры (рис. 15.7, в), однако их расчет затруднен учетом взаимодействия реактивных элементов контура и антенны. Скорость распространения волны вдоль витков не очень плотно намотанной катушки приблизительно равна скорости распространения волны в свободном пространстве; следовательно, провод длиной около полволны, свитый в такую катушку (рис. 15.7, г), будет также переворачивать фазу тока и обеспечивать постоянство фазы токов в вертикальном проводе.

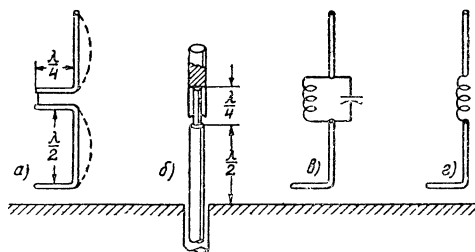


Рис. 15.7. Иллюстрация различных методов фазировки вертикальных токов в полуволновых антеннах.

а) и б) четвертьволновые секции линий передачи, в) резонансный контур, г) растянутая катушка.

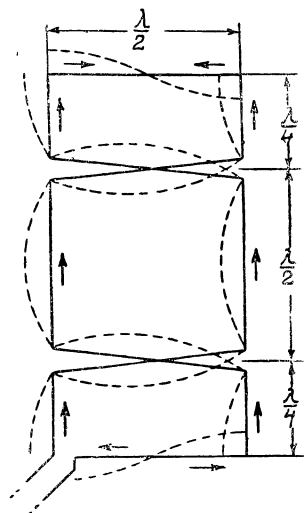


Рис. 15.8. Система с полуволновыми и четвертьволновыми элементами.

Система, состоящая из полуволновых и четвертьволновых элементов, представлена на рис. 15.8. Она позволяет простым путем создать замкнутую цепь тока, что используется для антиобледенительных устройств.

15.6. Антенны бегущей волны ¹

Приемная антенна этого типа представляет собой нагруженную длинную линию, которая питается ненастроенными диполями, отстоящими друг от друга на расстоянии, меньшем четверти длины волны (54). Диполи слабо связаны с длинной линией с помощью небольших конденсаторов (рис. 15.9). Таким образом, каждый диполь вносит в линию небольшое емкостное и активное сопротивление.

¹ Кроме приведенной выше книги Г. З. Айзенберга, усовершенствованные антенны бегущей волны описаны В. Д. Кузнецовым „Исследование антенны бегущей волны“, Радиотехника № 5, 1950 г. и В. Д. Кузнецовым и В. А. Кузьминым „Антенна бегущей волны с высоким к. п. д.“ Вестник связи № 11 и 12, 1950 г. [Прим. ред.].

Предполагая равенство этих вносимых сопротивлений, а также равенство амплитуд токов в диполях, мы находим, что множитель системы длины l , вытянутой вдоль оси z , равен:

$$S = \frac{\sin \left[\frac{\vartheta'}{2} + \pi \frac{l}{\lambda} (1 - \cos \vartheta) \right]}{\frac{\vartheta'}{2} + \pi \frac{l}{\lambda} (1 - \cos \vartheta)}, \quad (1)$$

где

$$\vartheta' = 2\pi l \left(\frac{1}{\lambda_{\text{линия}}} - \frac{1}{\lambda} \right). \quad (2)$$

На рис. 15.10 показаны типичные диаграммы направленности для случая, когда скорость волны в линии равна скорости волн в свободном пространстве, так что $\vartheta' = 0$. Тупая форма основного лепестка часто является желательной.

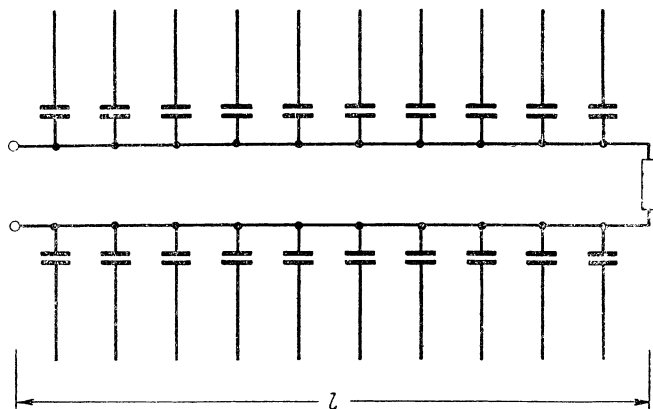


Рис. 15.9. Приемная симметричная антенна бегущей волны.

На рис. 15.11 показано влияние на диаграмму направленности опережения волны в линии относительно свободного пространства на фазовый угол ϑ . Основной лепесток с возрастанием ϑ становится острее и при $\vartheta' = \pi$ диаграмма становится сходной с диаграммой поперечной антенной системы.

На рис. 15.12 показано влияние экспоненциального затухания тока в диполях. Как видно из рисунка, форма основного лепестка диаграммы направленности существенно не изменилась даже при большом затухании; однако диаграмма поднялась над нулевыми точками, и ее общая форма стала более плавной. Очевидно, что направленные свойства антенны не сильно зависят от затухания.

В случае отсутствия затухания коэффициент направленного действия выражается в виде

$$D = \frac{4l}{\lambda} AB, \quad (3)$$

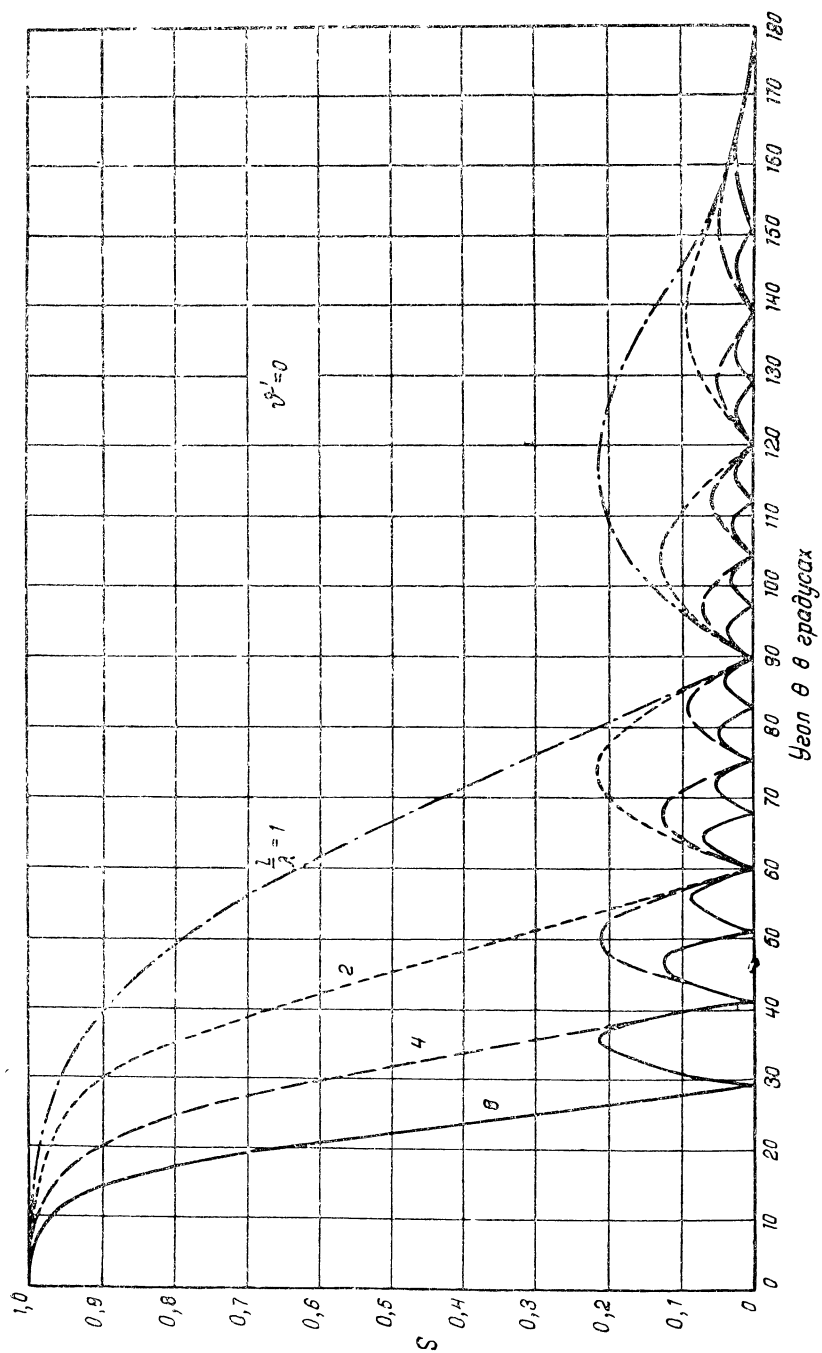


Рис. 15.10. Множитель системы симметричной антенны бегущей волны для различных длин антенны при $\psi' = 0$

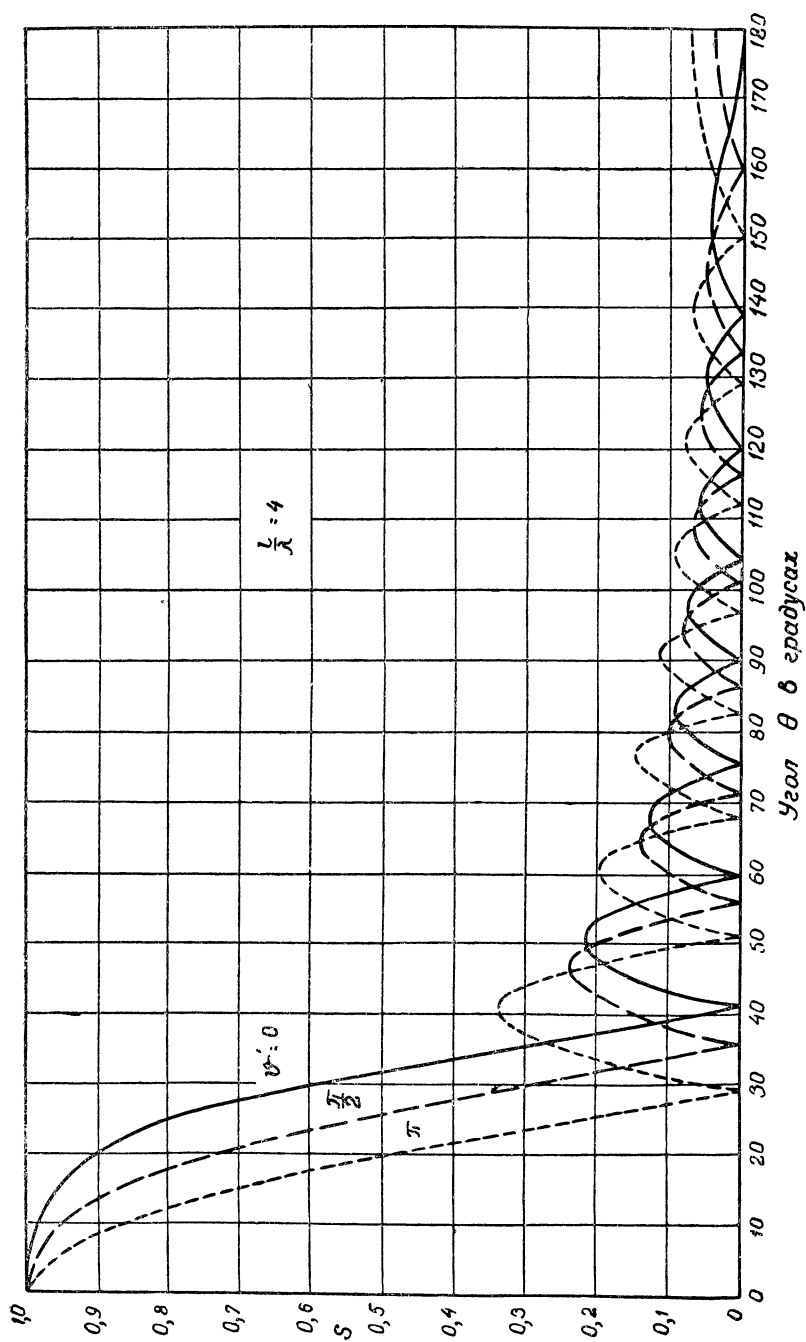


Рис. 15.11. Множитель системы антенны типа бегущей волны для различных значений θ при $l = 4 \lambda$.

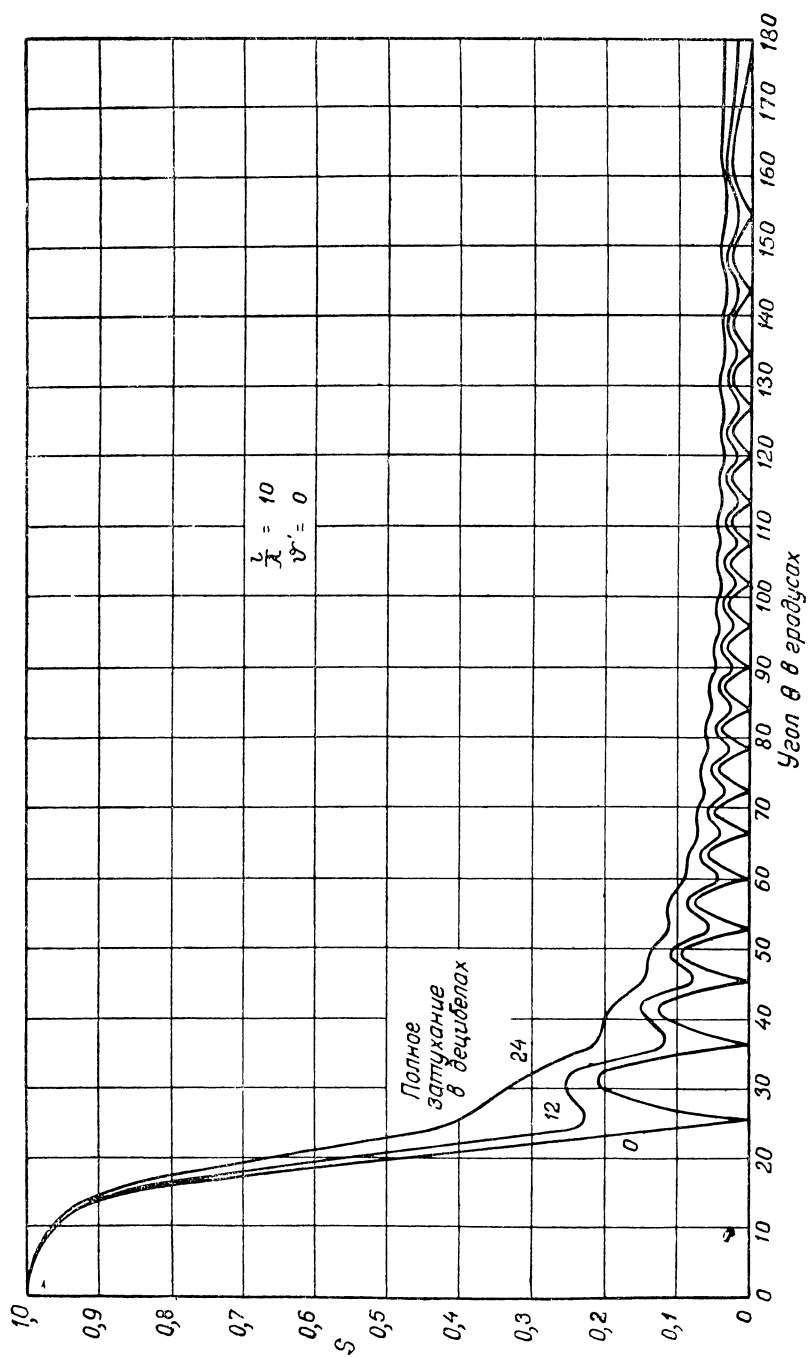


Рис. 15.12. Иллюстрация влияния затухания в диполях на диаграмму направленности антенны типа бегущей волны.

где множитель A является функцией ϑ' , показанной на рис. 15.13, а B — корректирующий множитель, учитывающий направленность отдельных диполей (рис. 15.14). У длинных антенн B приблизительно равно единице; $A = 1$ при $\vartheta' = 0$, когда фазовые скорости волн в линии и в свободном пространстве совпадают.

Практически, трудно рассчитать антенну бегущей волны с высоким к. п. д. в широком диапазоне длин волн из-за быстрого изменения полного сопротивления диполей с длиной волной. По указанной причине антенны этого типа преимущественно используются для приема на коротких волнах в диапазоне от 15 до 60 м, где к. п. д. не очень существен.

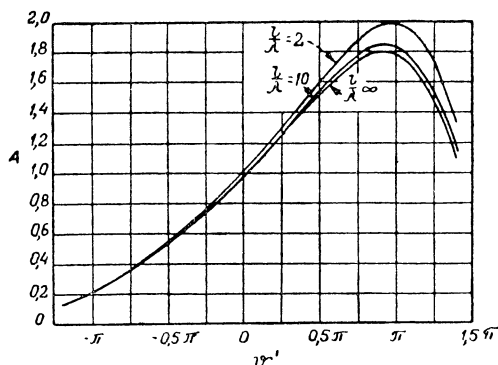


Рис. 15.13. Множитель A в уравнении 3 для коэффициента направленного действия бегущей волны.

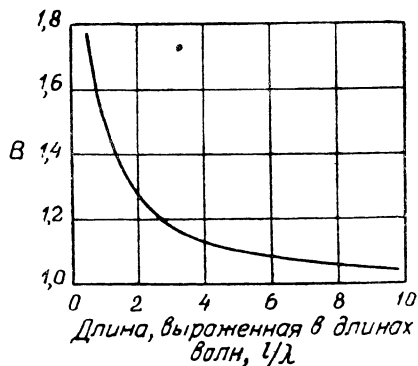


Рис. 15.14. Множитель B в уравнении 3.

Антенны бегущей волны могут использоваться как элементы системы, изображенной на рис. 15.15.

Антенна этого типа является симметричной и при расположении в горизонтальной плоскости может быть использована для приема горизонтально поляризованных волн. Половина антенны бегущей волны, поставленная непосредственно над землей, является вертикальной несимметричной антенной и используется для приема вертикально поляризованных коротких волн¹.

На рис. 15.16 приведена схема и параметры антенны, экспериментально разработанной в Холмделе, на рис. 15.17 — ее диаграммы направленности и на рис. 15.18 — распределение амплитуд токов в проводах антенны. Последовательно уменьшающиеся емкости связи (рис. 15.16) способствуют выравниванию токов в антенне и уменьшению резонансных эффектов в широком диапазоне частот.

Азимутальные диаграммы направленности (рис. 15.17) были сняты путем измерения поля вокруг антенны на расстоянии 0,8 км от нее. Распределение токов в проводах антенны (рис. 15.18) снято при работе антенны на передачу.

¹ Обычно на общих столбах подвешиваются антенны бегущей волны для дневного и ночного диапазонов [Прим. ред.].

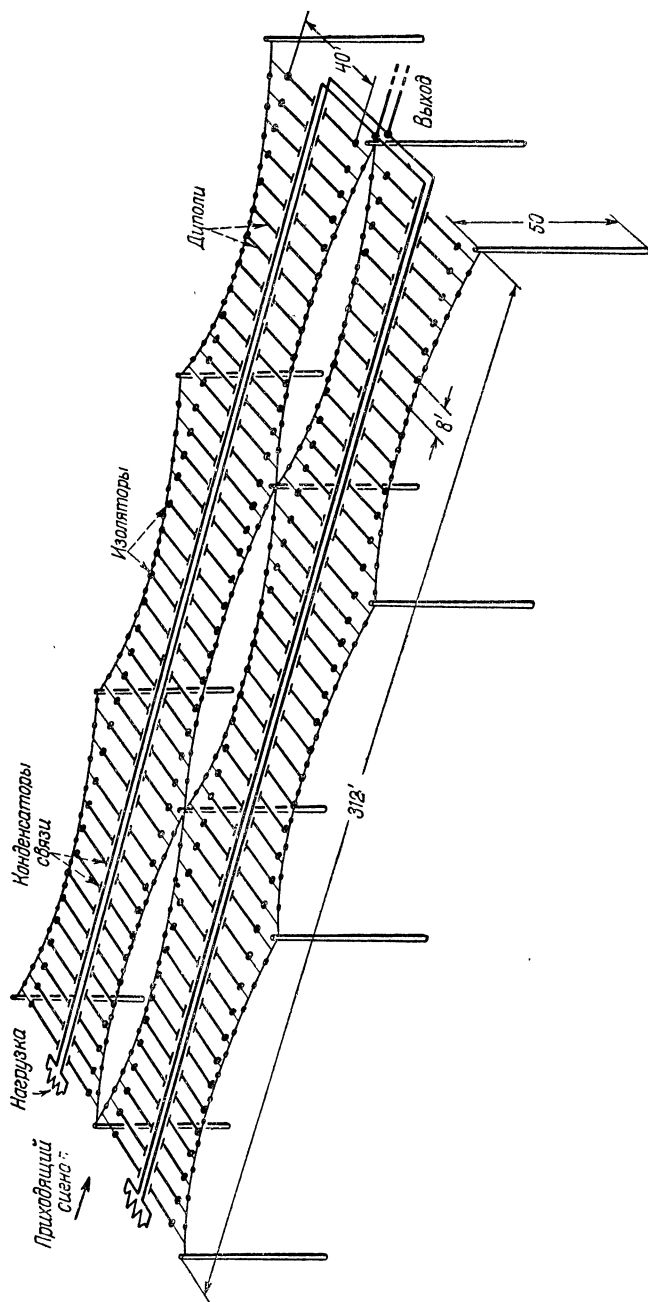


Рис. 15.15. Система антенн типа бегущей волны.

Усиление вертикальной несимметричной антенны бегущей волны было измерено путем сравнения с полуволновой антенной; обе сравниваемые антенны были расположены на расстоянии 1,2 км от передающей антенны и работали на прием. Выходной сигнал измеряемой антенны был на 5—7 дБ выше в диапазоне 9—18 мГц. Когда относительные измерения производились путем сравнения приема сигналов через Атлантический океан, были замерены значения усиления на 1—2 дБ ниже. Средняя величина отношения усиления вертикальной несимметричной антенны бегущей волны к коэффициенту усиления полуволновой антенны составляет 4,5 дБ. Такое же отношение получено при сравнении сигналов от симметричной антенны бегущей волны и от одноволновой антенны (т. е. от полуволновой антенны и ее отражения). Следовательно, к. н. д. сигнала относительно ненаправленного источника составляет приблизительно $D_s = 4,5 + D \approx 8,5$ дБ (для одноволновой симметричной антенны) в диапазоне частот от 9 до 18 мГц.

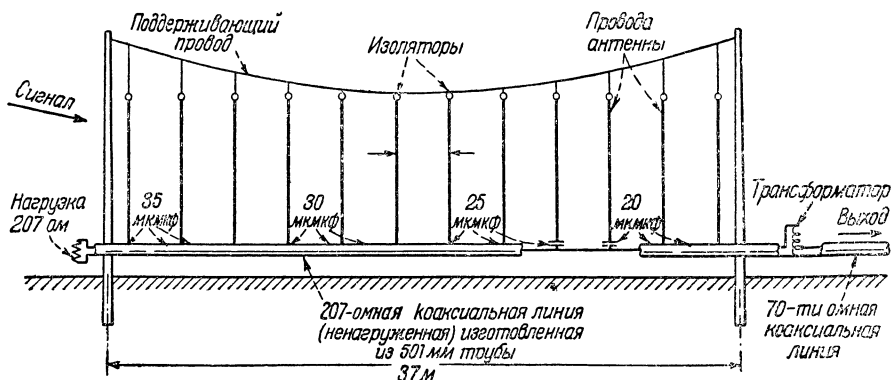


Рис. 15.16. Вертикальные несимметричные антенны для приема вертикально поляризованных коротких волн.

Тепловые потери можно определить по отношению между коэффициентом направленного действия и усилением антенны. Чтобы получить к. н. д. из уравнения 3, необходимо знать величину A . Разность фаз ϑ' , определяющую этот множитель, можно вычислить по углу θ , соответствующему первому нулю в диаграмме направленности. Из уравнения 1 и 2 имеем

$$\vartheta' = 2\pi \left[1 - \frac{l}{\lambda} (1 - \cos \theta') \right]. \quad (4)$$

Например, на частоте 18 мГц, $\lambda = 16,6$ м и по измеренной диаграмме на фиг. 15.17 находим $\theta = 45^\circ$; для $l = 37$ м (см. фиг. 15.16) имеем

$$\vartheta' = 2\pi \left[1 - \frac{37}{16,6} (1 - \cos 45^\circ) \right] = 0,7\pi.$$

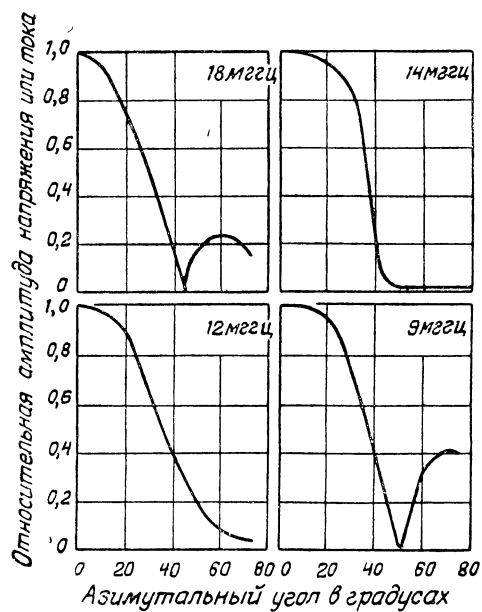


Рис. 15.17. Измеренные характеристики направленности вертикальной несимметричной антенны („гребешкового“) типа, изображенной на рис. 15.16.

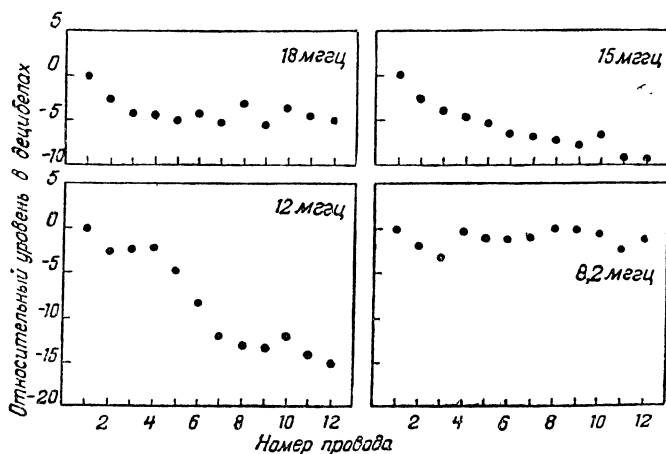


Рис. 15.18. Диаграммы, показывающие относительные уровни токов в проводах антенны бегущей волны.

Соответствующее значение $A = 1,8$ согласно фиг. 15.13. Из фиг. 15.14 получаем $B = 1,25$ при $l/\lambda = 37/16,6 = 2,24$; отсюда $g = \frac{4 \cdot 37}{16,6} \cdot 1,8 \cdot 1,25 = 20$; $G = 13$ дб; следовательно, тепловые потери $\text{ри} = G - G_s \approx 13 - 8,5 \approx 4,5$ дб. При 9 мгц имеем $\theta' = 50^\circ$, $v' = 1,2$, $A \approx 2$, $B = 1,47$, $G \approx 11$ дб и $G - G_s = 2,5$ дб.

Вертикальная несимметричная антенна бегущей волны является примером решения задачи о направленной антенне с постоянным входным сопротивлением, высоким к. н. д. и достаточно высоким к. п. д. в широком диапазоне частот.

15.7. Горизонтальная синфазная антенна

Многовибраторная синфазная система состоит из двух плоскостей (передней и задней), в которых расставлены горизонтальные одноволновые симметричные диполи; (рис. 15.19) период расстановки диполей по вертикали составлял полволны, а по горизонтали — одну волну¹. Горизонтальная синфазная антенна, построенная

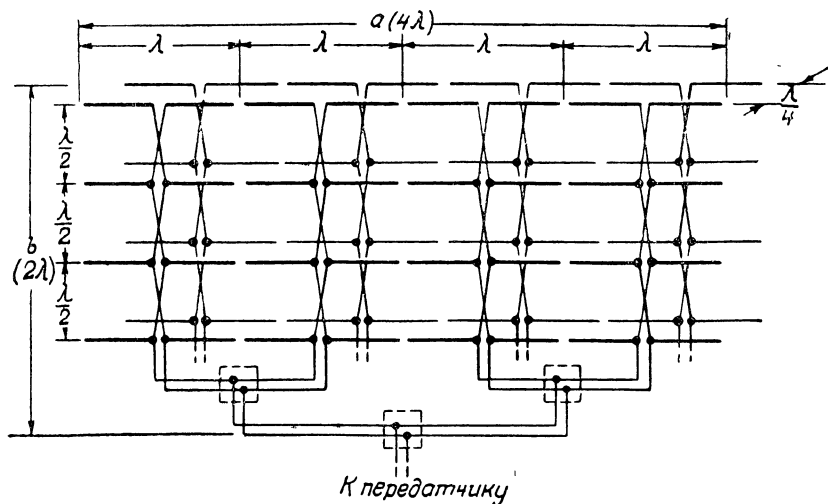


Рис. 15.19. Горизонтальная синфазная антенна, состоящая из горизонтальных одноволновых диполей.

в Германии, была рассчитана для работы на длине волны $\lambda = 16,92$ м. Диполи в передней плоскости возбуждались, как показано на рис. 15.19, и этим достигалась одинаковая амплитуда и фаза тока во всех диполях. Диполи задней плоскости образовывали рефлектор.

Действующая площадь большой горизонтальной синфазной антенны приблизительно равна ее фактической площади. Чтобы полу-

¹ Вертикальные звенья горизонтальной синфазной антенны называются „елочками“ или секциями. Расчет сопротивления сложных многорядных антенн был произведен А. А. Татарчиновым. См. „Коротковолновые направленные антенны“. Связьиздат, 1936 [Прим. ред.].

чить диаграмму направленности, надо множитель системы умножить на диаграмму отдельного диполя и на множитель системы, состоящей из ненаправленного излучателя, помещенного в центре антенны, и его отражения от земли.

Приближенную величину сопротивления излучения каждого полуволнового элемента в свободном пространстве, отнесенную к пучности тока, можно определить весьма просто.

Пусть N — число полуволновых элементов, находящихся в передней плоскости; тогда мощность излучения равна

$$P = \frac{1}{2} N R_a I^2, \quad (5)$$

где I — амплитуда тока.

Уравнения 5—9 позволяют выразить плотность потока мощности W через амплитуду напряженности электрического поля.

Из 5—9 имеем

$$|E| = \sqrt{240\pi W}. \quad (6)$$

Из формулы радиосвязи 6—28 находим, что на расстоянии r по нормали к антенне

$$W = P \frac{A}{\lambda^2 r^2}, \quad (7)$$

где A — действующая площадь антенны. Отсюда

$$|E| = \frac{\sqrt{240\pi P A}}{\lambda r}. \quad (8)$$

С другой стороны, путем сложения полей $2N$ полуволновых элементов мы получаем

$$|E| = \frac{I \frac{\lambda}{2} \frac{2}{\pi} 2N}{2\lambda r} 120\pi = \frac{120NI}{r}. \quad (9)$$

Приравнявая выражение 8 и 9, замечая, что

$$N = \frac{ab}{(\lambda/2)^2} = \frac{4A}{\lambda^2}, \quad (10)$$

и используя уравнение 5, мы получаем

$$R_a = \frac{480}{\pi} = 153 \text{ ом}. \quad (11)$$

Таким образом, сопротивление излучения каждого полуволнового элемента (отнесенное к току в пучности) в большой горизонтальной синфазной антенне приблизительно равняется удвоенной величине его сопротивления излучения в свободном пространстве.

Поскольку полуволновые элементы возбуждаются в узле

тока, входное сопротивление каждого одноволнового диполя (см. главы 11 и 13) равняется

$$R_i = \frac{Z_c (Z_c - 146)}{2R_a} = \frac{Z_c (Z_c - 146)}{306}. \quad (12)$$

Сравнивая эту величину с входным сопротивлением такого диполя в свободном пространстве,

$$R'_i = \frac{Z_c (Z_c - 146)}{200}. \quad (13)$$

Находим, что

$$R_i \approx \frac{2}{3} R'_i. \quad (14)$$

Если, например, входное сопротивление одиночного симметричного одноволнового диполя в свободном пространстве составляет 3 000 ом, то его сопротивление в горизонтальной синфазной антенне составит 2 000 ом. Следовательно, фидерная линия, соединяющая четыре вертикально поставленных диполя, будет нагружена только на 500 ом.

Горизонтальные синфазные антенны применяются для передачи и приема волн в диапазоне от 1 до 70 м. Эти антенны отличаются высокой направленностью, а также простотой расчета и конструкции. С другой стороны, эти антенны узкодиапазонны, поскольку длина волны определяет несколько существенных размеров антенны: 1) размер одноволнового симметричного диполя, 2) четвертьволновое расстояние между передней и задней плоскостью, 3) участок длинной линии, соединяющий вертикально расставленные диполи. Кроме того, на этой антенне затруднительна установка антиобледенителей и обогревателей.

15.8. Однопроводная антенна бегущей волны

В предыдущих разделах мы рассмотрели примеры того, как практически применяются известные нам из глав 5 и 6 принципы создания направленного излучения. Во всех примерах отдельные излучающие элементы были слабо направленными. Теперь же рассмотрим совершенно отличный тип направленной антенны, работа которой основана на использовании конечной проводимости земли. Если свойства всех других антенн ухудшаются из-за конечной проводимости земли, то однопроводная антенна бегущей волны лучше работает над плохо проводящей землей. Над идеально проводящей землей однопроводная антенна бегущей волны совсем не может работать.

Указанная антенна состоит из горизонтального провода, соединенного с обеих сторон с землей через нагрузку, равную волновому сопротивлению длинной линии, образованной землей и проводом (рис. 15.20). Свойства однонаправленной антенны бегущей волны легче понять, рассматривая ее, как приемную антенну. Используя теорему взаимности, мы сможем потом определить ее свойства при работе на передачу. Рассмотрим плоскую волну, полого падающую на землю. Над неидеально проводящей землей всегда окажется

горизонтальная составляющая электрического поля, обусловленная поглощением мощности в земле. Эта составляющая воздействует на провод и возбуждает в каждом элементе провода две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Если направление падающей волны параллельно проводу, то наведенные элементарные волны будут интерферировать на одном из концов провода. При этом напряжения будут складываться в фазе, если скорость распространения в линии равна скорости в свободном пространстве. Если эти две скорости не точно равны, то при интерференции происходит взаимное ослабление волн. Такая интерференция проявляется сильнее для других направлений падающей волны. Действительно, если направление падающей волны не параллельно проводу, то составляющая скорости распространения этой волны вдоль провода значительно отличается от скорости распространения волны в линии. Таким образом обуславливаются направленные свойства антенны.

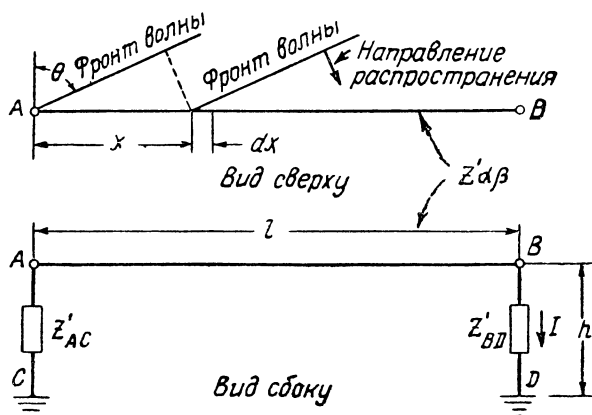


Рис. 15.20. Однопроводная антенна бегущей волны, состоящая из горизонтального провода, заземленного с двух сторон.

Напряжение, наведенное в элементе провода dx , равно

$$E_H \cos \theta e^{-j\beta x \cos \theta} dx, \quad (15)$$

где θ обозначено на рис. 15.20. Ток в элементе провода можно получить делением напряжения на 2ρ , где ρ — волновое сопротивление линии. Чтобы получить ток dI , в нагрузке BD на конце антенны нам нужно умножить ток в элементе dx на множитель распространения. Итак,

$$dI = \frac{E_H \cos \theta e^{-j\beta x \cos \theta} dx}{2\rho} e^{-(\alpha' + j\beta')(l-x)}, \quad (16)$$

где $\alpha' + j\beta'$ — постоянная распространения в линии. Отсюда полный ток в нагрузке

$$I = \int_{x=0}^{x=l} dI = \frac{E_H \cos \theta}{2\rho} \frac{e^{\alpha' + j(\beta' - \beta \cos \theta)l} - 1}{\alpha' + j(\beta' - \beta \cos \theta)} e^{-(\alpha' + j\beta')l}. \quad (17)$$

Если пренебречь затуханием в линии и предположить, что фазовая скорость в линии совпадает со скоростью в свободном пространстве, то получится

$$|I| = \frac{E_H l}{2\rho} \cos \theta \frac{\sin \left[\frac{\beta l}{2} (1 - \cos \theta) \right]}{\frac{\beta l}{2} (1 - \cos \theta)}. \quad (18)$$

Третий множитель выражения (18) представляет собой множитель системы длины l .

Максимум тока имеет место при $\theta = 0$.

$$|I|_{\theta=0} = \frac{E_H l}{2\rho}. \quad (19)$$

Применяя уравнения 7—36, мы можем выразить этот ток через вертикальную составляющую электрического поля падающей волны.

$$|I|_{\theta=0} = \frac{E_v l}{2\rho \sqrt{60g\lambda}}. \quad (20)$$

Отсюда видно, что усиление однопроводной антенны бегущей волны тем больше, чем меньше проводимость земли.

Ток, вызванный напряжениями, наведенными на вертикальных проводах AC и BD , не зависит от угла падения θ ; этот ток равен

$$I_v = \frac{E_v h}{2\rho}. \quad (21)$$

При больших l этот ток на много меньше, чем в уравнении 20. Если, например, $l = \lambda$, $g = 1,5 \cdot 10^{-3} \frac{MO}{M}$, $h = 10 M$, $\lambda = 5000 M$, то

$$\frac{|I|_{\theta=0}}{I_v} = 24, \quad (22)$$

т. е. различие уровней составляет 27 дб.

Практически применялась схема антенны, изображенная на рис. 15.21. Два провода действуют здесь параллельно и эквивалентны однопроводной антенне бегущей волны, изображенной на рис. 15.20. Эти провода действуют, как симметричная двухпроводная линия. Нагрузка Z_{ac} расположена вблизи приемника и может быть легко настроена на интерференционный минимум. Дальнейшее совершенствование антенны заключается в том, что в цепь основного тока подается с нужной фазой и амплитудой ток. Подобная компенсационная схема, показанная на рис. 15.22,

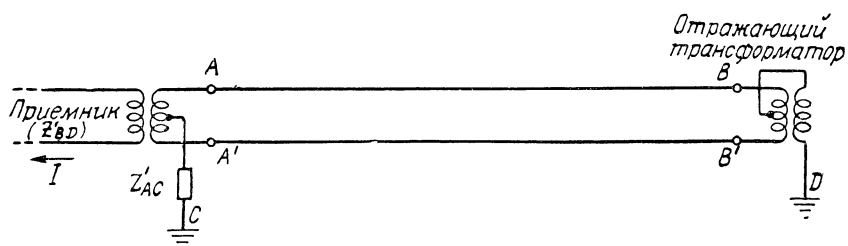


Рис. 15.21. Практическая схема двухпроводной антенны бегущей волны с двумя параллельными проводами.

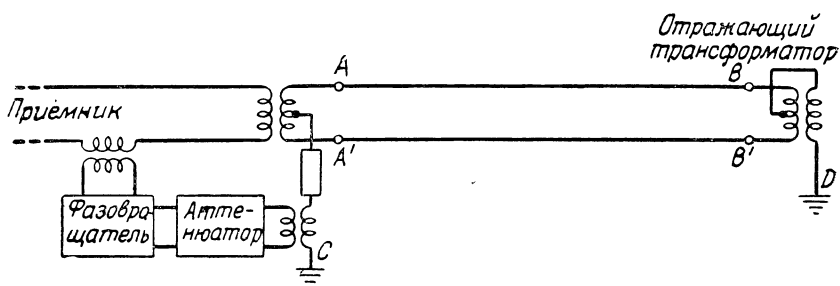


Рис. 15.22. Компенсационная схема для управления диаграммой двухпроводной антенны бегущей волны.

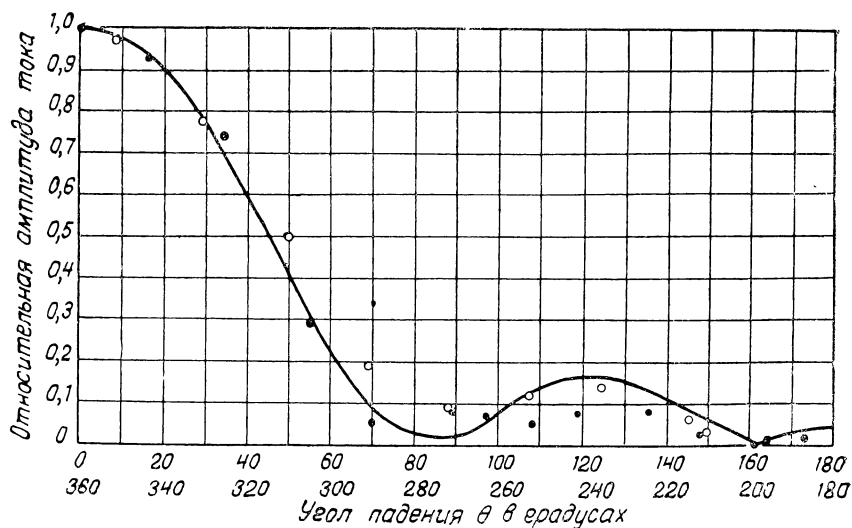


Рис. 15.23. Диаграммы направленности компенсированной двухпроводной антенны бегущей волны, изображенной на рис. 15.22, средние измеренные значения — расчетная диаграмма направленности 0—180° и 180°—360°; длина 4,49 км, высота над землей 0,008 км, частота 60 кгц, затухание 0,81 дб/км.

позволяет произвольно устанавливать направление максимума диаграммы направленности.

Для приема телефонных сигналов в трансатлантической линии связи, работавшей на частоте 60 кГц, применялась система из четырех однопроводных антенн бегущей волны (рис. 15.24); каждая из четырех антенн была антенной типа, изображенного на рис. 15.23.

Антенны 1 и 3, а также 2 и 4 соединялись в поперечные пары, а обе пары антенн образовывали продольную систему излучателей.

Эти антенны использовались для длинноволнового приема. Эти системы аperiодические (широкополосные) и просты по своей конструкции. Практически их устанавливали на 9-метровых телефонных столбах. Для работы антенн требуется плохо прово-

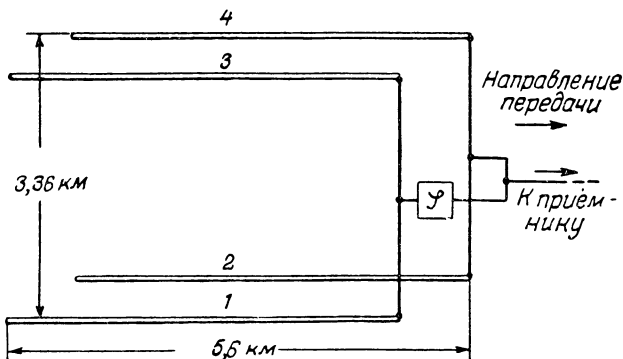


Рис. 15.24. Система из четырех антенн для приема длинных волн.

дящая земля, поэтому они применялись в Англии¹ с меньшим успехом, чем в США.

Однопроводная антенна бегущей волны имеет малый к. п. д. Сравним мощность, отдаваемую такой антенной и короткой вертикальной антенной, имеющей 100 % к. п. д., расположенной над идеально проводящей землей. Имеем

$$P_{\text{верт}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2 \lambda^2}{640 \pi^2}; \quad P_{\text{однопрямт}} = \frac{1}{2} \rho / I_{\theta=0}^2. \quad (23)$$

¹ В Англии для целей длинноволнового приема была разработана система рамочных антенн. Элементами системы служили блоки из двух рамок, отстоящих одна от другой на расстоянии от $1/4$ до $1/2$ длины волны, работающих в направлении на передатчик. Выходные напряжения этих двух рамок сфазированы так, что принимается сигнал со стороны противоположной передатчику. Система из двух рамок имеет приблизительно такую же направленность, как однопроводная антенна бегущей волны длиной в одну длину волны. Система из таких рамочных блоков является единственной „сверхнаправленной“ антенной до сих пор практически применяемой. Малый к. п. д. и узкополосность таких антенн не представляют слишком больших недостатков для приема длинных волн.

Используя приближенное уравнение 20, где предполагается $\alpha' = 0$ и $\beta' = \beta$, имеем

$$P_{\text{однопров. ант}} = \frac{E_v^2 l^2}{480 g \lambda \rho}. \quad (24)$$

При $\lambda = 5\,000$, $l = 3\lambda$, $\rho = 400$; $g = 1,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{МО}}{\text{М}}$ получается

$$P_{\text{верт.}} = 2\,000 E_v^2 P_{\text{о.а.б.в.}} = 156 E_v^2.$$

Эти цифры показывают, что система из 13 однопроводных антенн бегущей волны, каждая из которых имеет длину 3λ , может дать на выходе такую же мощность, как идеальная короткая антенна.

15.9. Антенны—мачты с заземленным основанием

Параллельное возбуждение антенн (рис. 15.25) позволяет обойтись без базовых изоляторов и грозозащитных устройств¹. Размеры антенны, приведенные на рис. 15.25, повторяют размеры антенны одной из станций. Принципиальная схема соединений дана на рис. 15.26. На рис. 15.27а и б представлено распределение тока в антенне: а) при последовательном возбуждении, и б) при параллельном возбуждении антенны.

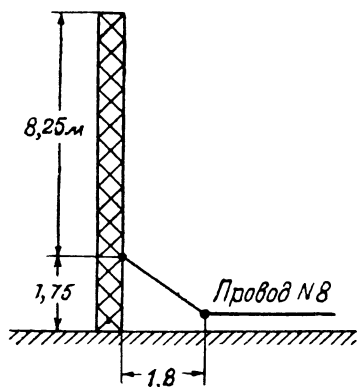


Рис. 15.25. Заземленная антенна-мачта с параллельным возбуждением.

15.10. Антенны Эдкока

Рассмотрим две одинаковые параллельные антенны, расположенные перпендикулярно линии, соединяющей их центры (рис. 15.28). Если токи в этих антеннах равны и противоположны, то в плоскости, перпендикулярной линии соединяющей центры, излучение будет отсутствовать; максимум излучения будет направлен вдоль этой линии, если расстояние между антеннами не превосходит $\lambda/2$.

15.11. V-образные антенны

Если антенна состоит из тонкого провода, запитываемого посредине, и длина каждой ветви антенны меньше $\lambda/2$, то в этом случае токи в различных частях антенны на много не отличаются по фазе²;

¹ Заземленные антенны-мачты верхнего питания были предложены Г. З. Айзенбергом. Они также позволяют обойтись без базовых изоляторов и грозозащитных устройств. Питание антенны между стержнем ее и верхней шляпкой осуществляется с помощью фидера. См. например А. А. Пистолькорс. «Антенны», Связьиздат, 1947. [Прим. ред.].

² Они точно совпадают по фазе в бесконечно тонкой антенне.

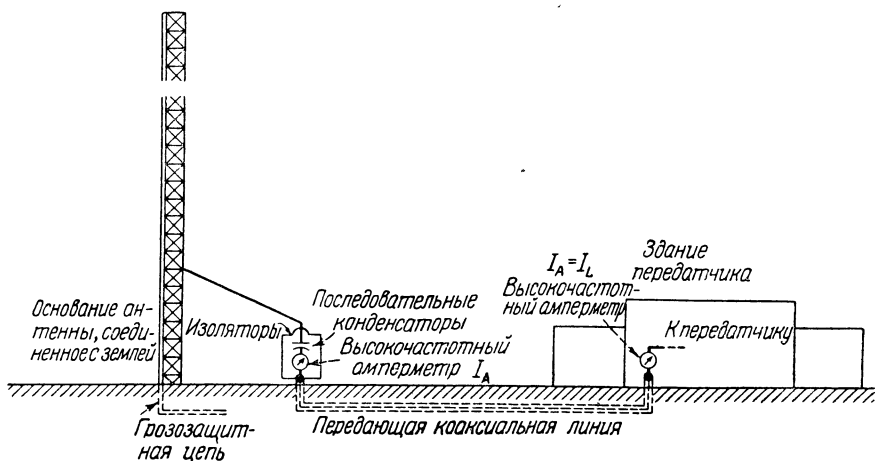


Рис. 15.26. Связь с антенной в схеме с параллельным возбуждением.

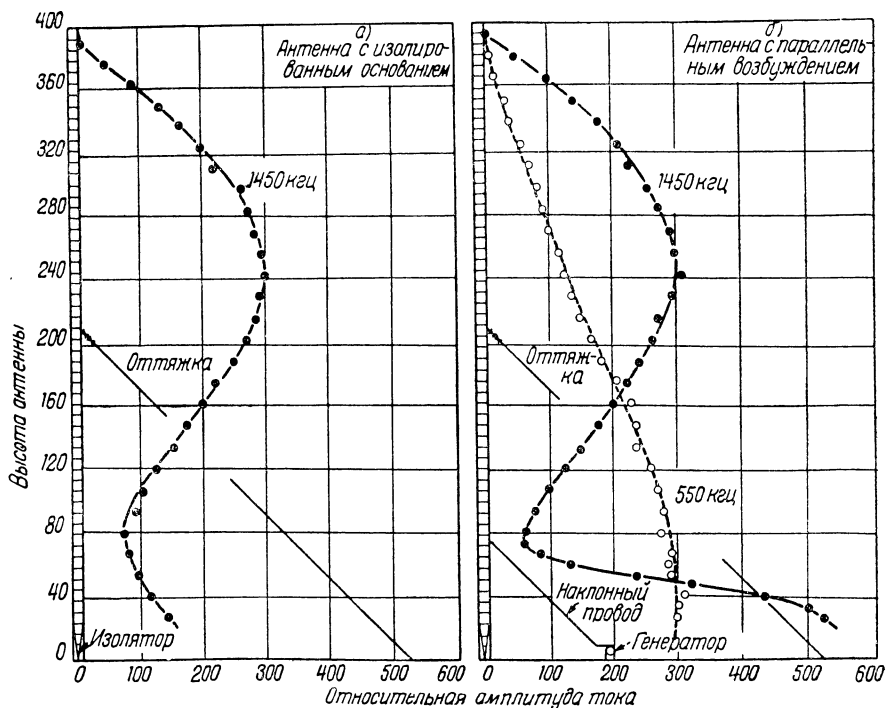


Рис. 15.27. Распределение тока в антенне, изображенной на рис. 15.26. (а) в случае последовательного возбуждения (б) в случае параллельного возбуждения.

поэтому максимальное излучение направлено в экваториальной плоскости. У более длинных антенн фаза тока меняется на обратную на концах провода. Поле в экваториальной плоскости начинает уменьшаться с увеличением длины антенны, и можно ожидать уменьшения коэффициента усиления в этой плоскости. Однако происходит уменьшение общей излучаемой мощности из-за ослабления взаимного излучения ветвей антенны. Для наглядности заменим

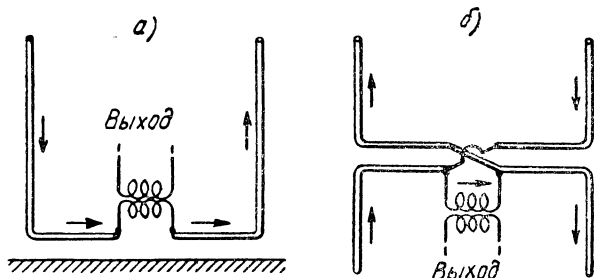


Рис. 15.28. Антенна Эдкока.

каждую полуволну тока в антенне элементом тока, расположенным в центре этой полуволны, сохраняя прежнее значение момента тока. Из уравнений 5—77 для взаимного сопротивления излучения двух колинеарных токов очевидно, что это сопротивление уменьшается, если расстояние между элементами становится больше $\lambda/2$. Это можно увидеть и из графика рис. 13.17, дающего значение сопротивления излучения линейной антенны, отнесенного к пучности тока. Усиление в экваториальной плоскости достигает максимума при $l/\lambda = 0,64$.

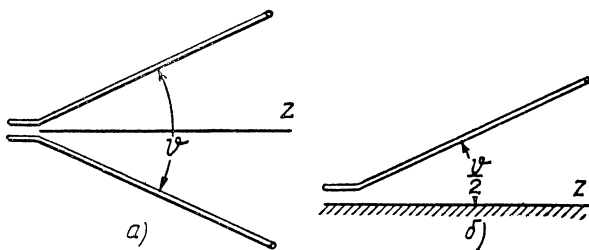


Рис. 15.29.

а) V-образная антенна; б) наклонный провод.

Усиление в любом выбранном направлении в экваториальной плоскости можно увеличить, наклонив провода так, чтобы они образовали V-образную антенну. (рис. 15.29). Если экваториальная плоскость представляет собой идеальный проводник, то это соответствует случаю, когда наклонный провод расположен над хорошо проводящей землей (рис. 15.29).

Получим приближенную формулу для оптимального угла между проводами, соответствующего максимуму излучения в на-

правлении z . Для этого предположим, что волны тока в проводах представляют собой бегущие волны, распространяющиеся от источника в вершине антенны. Если β — фазовая постоянная для волн вдоль проводов, то для направления z фазовая постоянная равна $\beta \cos(\vartheta/2)$; отсюда разность фаз между волнами, приходящими от вершины и от концов проводов, равна $\beta l - \beta l \cos(\vartheta/2)$. Эти элементарные волны усиливают друг друга, если разность фаз не превосходит π . Поэтому оптимальная длина l определяется из условия

$$\beta l \left(1 - \cos \frac{1}{2} \vartheta\right) = \pi. \quad (25)$$

По двум причинам это выражение является приближенным. На оптимальный угол влияют волны, отраженные от концов. Основное излучение этих волн происходит, конечно, в отрицательном направлении оси z , однако некоторая часть излучения направлена в положительном направлении оси z . Более серьезная ошибка состоит в пренебрежении зависимостью мощности излучения от l ; мы рассмотрели только изменение поля вдоль оси z .

При больших значениях l/λ ошибка сказывается в меньшей степени. Из уравнения 25 находим

$$\vartheta = 4 \arcsin \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{l}} \right). \quad (26)$$

Чтобы получить интенсивность излучения, мы используем метод, приведенный в разделе 12.1. Сначала рассмотрим одиночный провод и предположим, что ток распределяется по синусоидальному закону.

$$|I|(s) = I_0 \sin \beta(l - s). \quad (27)$$

Поле излучения в направлении провода равно:

$$N_s = \frac{I_0 (e^{j\beta l \cos \psi} - \cos \beta l - j \cos \psi \sin \beta l)}{\beta \sin^2 \psi}. \quad (28)$$

Поле излучения второй ветви отличается только знаком. Складывая два поля, получаем поле излучения V-образной антенны.

Чтобы получить коэффициент усиления антенны в направлении z , заметим, что в этом направлении для обеих ветвей $\psi = \vartheta$, поэтому

$$N_\theta = -N_s \sin \theta = - \frac{2I_0 (e^{j\beta l \cos \theta} - \cos \beta l - j \cos \theta \sin \beta l)}{\beta \sin \theta}. \quad (29)$$

Интенсивность излучения в направлении z выразится уравнением

$$\Phi = \frac{\rho}{8\lambda^2} N_\theta N_\theta^* = \frac{15I_0^2}{\pi \sin^2 \frac{1}{2} \vartheta} f(\beta l, \vartheta),$$

$$f(\beta l, \vartheta) = 1 + \cos^2 \beta l + \sin^2 \beta l \cos^2 \frac{1}{2} \vartheta - 2 \cos \beta l \cos \left(\beta l \cos \frac{1}{2} \vartheta \right) - 2 \cos \frac{1}{2} \vartheta \sin \beta l \sin \left(\beta l \cos \frac{1}{2} \vartheta \right). \quad (30)$$

Излучаемая мощность равняется

$$P = \frac{1}{2} R_a I_0^2, \quad (31)$$

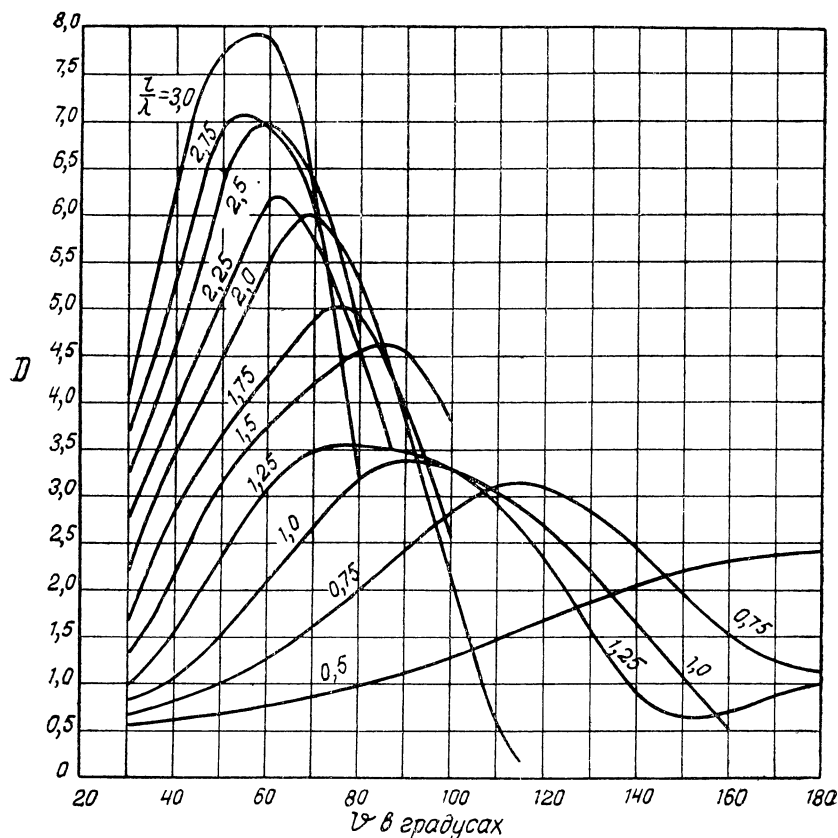


Рис. 15.30. Коэффициент направленного действия V-образной антенны

где R_a сопротивление излучения, отнесенное к пучности тока. Это сопротивление можно подсчитать, интегрируя поле вдоль антенны. Наконец, к.н.д. в направлении z равняется

$$D = \frac{4\pi\Phi}{P} = \frac{120}{R_a \sin^2 \frac{1}{2} \vartheta} f(\beta l, \vartheta). \quad (32)$$

На рис. 15.30 представлено D в функции ϑ для различных длин антенных ветвей (выраженных в длинах волн). Оптимальные углы

и максимальные значения D для различных длин приведены в таблице:

$$l/\lambda = 0,5 \quad 0,75 \quad 1,00 \quad 1,25 \quad 1,50 \quad 1,75 \quad 2,00 \quad 2,25 \quad 2,50 \quad 2,75 \quad 3,00$$

$$\vartheta = 180^\circ \quad 114,5^\circ \quad 90^\circ \quad 78,5^\circ \quad 85^\circ \quad 75^\circ \quad 68^\circ \quad 62^\circ \quad 59^\circ \quad 55^\circ \quad 60^\circ$$

$$D_{\text{макс}} = 2,41, \quad 3,12, \quad 3,38, \quad 3,53 \quad 4,61 \quad 5,02 \quad 6,00 \quad 6,20 \quad 6,95 \quad 7,07 \quad 7,94 \quad (33)$$

при $\vartheta = 180^\circ$ $D = D_{\text{макс}} = 3,297$, если $l/\lambda = 0,635$.

15.12. Горизонтальные ненаправленные антенны

Горизонтальными ненаправленными антеннами называются антенны, равномерно излучающие по всем направлениям в плоскости, параллельной земной поверхности. К таким антеннам относятся вертикальные антенны, а также рамочные антенны при горизонтальном расположении плоскости рамки в случае равномерного распределения тока по контуру рамки¹. В малой рамке существует однородное распределение тока, но в рамке больших размеров требуется специальным путем распределить напряжение по контуру рамки, чтобы обеспечить однородное распределение тока (рис. 15.31). Предположим, что вдоль рамки равномерно расставлены n генераторов. Основной ток в первой секции рамки будет равен

$$I_1(s) = A \cos \beta(s - s_0), \quad (34)$$

где A — амплитуда и $s = s_0$ — положение пучности тока. Максимальный ток должен быть посередине между двумя последовательными генераторами; поэтому

$$s_0 = \frac{\pi a}{n}, \quad (35)$$

где a — радиус рамки. Ток в каждом генераторе равен

$$I_i = A \cos \beta s_0 = A \cos \frac{\pi \beta a}{n}, \quad (36)$$

и отсюда

$$\frac{I_{\text{макс}} - I_i}{I_{\text{макс}}} = 1 - \cos \frac{\pi \beta a}{n}. \quad (37)$$

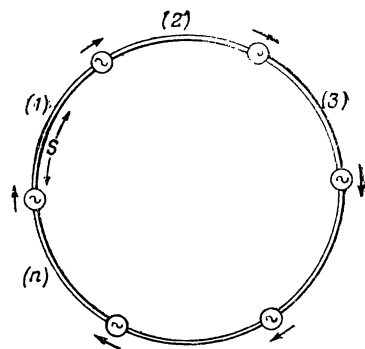


Рис. 15.31. Равномерное распределение напряжения вокруг рамки.

¹ К антеннам, обеспечивающим ненаправленное излучение в горизонтальной плоскости, относится также круглая антенна, предложенная В. В. Татариновым „Телеграфия и телефония без проводов“, № 10, 1929 [Прим. ред.].

Из этого уравнения можно определить степень неоднородности в распределении тока вдоль рамки данного радиуса.

Уравнение 35 можно получить путем следующих несложных вычислений. Из условий симметрии ток в каждой секции рамки выражается одной и той же функцией в зависимости от расстояния до генератора (расположенного в начале секции). Следовательно, ток во второй секции получается из уравнения 34 подстановкой $s \rightarrow (2\pi a/n)$ вместо s :

$$I_2(s) = A \cos \beta \left| s - s_0 - \frac{2\pi a}{n} \right|. \quad (38)$$

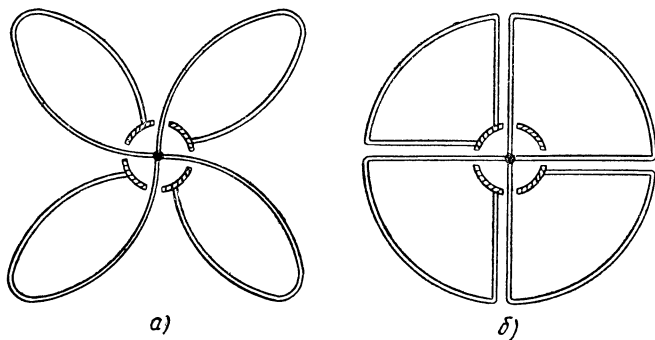


Рис. 15.32. а) Метод приложения напряжения в точках рамки, отстоящих на одинаковом расстоянии друг от друга.
б) Антенна типа „лист клевера“.

При переходе через генератор должна соблюдаться непрерывность тока. Ток поступающий из первой секции равен $I_1(2\pi a/n)$, а ток второго генератора во второй секции равен $I_2(2\pi a/n)$; отсюда

$$A \cos \beta \left(\frac{2\pi a}{n} - s_0 \right) = A \cos \beta s_0. \quad (39)$$

Итак

$$\frac{2\pi a}{n} - s_0 = s_0. \quad (40)$$

Существуют и другие решения, но они дают ту же форму распределения тока.

Основная проблема состоит в том, чтобы найти удобный способ равномерного приложения напряжения вдоль рамки. Одним из решений является рамка Альфорда, показанная на рис. 1—49d. Здесь рамка образуется внешними проводниками коаксиалов и напряжение прилагается к зазорам по углам рамки. Форма рамки может представлять собой окружность и многоугольник.

Другое решение показано на рис. 15.32, в котором напряжение приложено в точках, отстоящих одна от другой на одинаковом расстоянии. Отсюда возникла антенна типа «лист клевера» (66). Пет-

ля разделена здесь на несколько секций; начала секций соединены с внутренним проводником одного коаксиала, а концы секций с его другим проводником. Рамки Альфорда или «лист клевера» можно объединять в вертикальные поперечные антенные системы.

Диаграмму направленности рамочной антенны можно получить согласно методу, описанному в разделе 12.1. Пусть рамка расположена в плоскости $xу$; центр рамки расположен в начале координат. Составляющие момента тока элемента рамки с координатой $\varphi = \varphi'$ следующие:

$$\begin{aligned} dp_x &= -(Ids) \sin \varphi' = -Ia \sin \varphi' d\varphi', \\ dp_y &= (Ids) \cos \varphi' = Ia \cos \varphi' d\varphi'. \end{aligned} \quad (41)$$

Поле излучения этого элемента, записанное относительно центра рамки, равно:

$$\begin{aligned} dN_x &= -Ia e^{j\beta a \sin \theta \cos (\varphi - \varphi')} \sin \varphi' d\varphi' \\ dN_y &= Ia e^{j\beta a \sin \theta \cos (\varphi - \varphi')} \cos \varphi' d\varphi'. \end{aligned} \quad (42)$$

Предполагая ток не зависящим от φ' интегрируя вокруг рамки, получим

$$\begin{aligned} N_x &= -2j\pi a I J_1 (\beta a \sin \theta) \sin \varphi, \\ N_y &= 2j\pi a I J_1 (\beta a \sin \theta) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (43)$$

Отсюда согласно уравнению 12—9

$$N_\varphi = 2\pi j a I J_1 (\beta a \sin \theta); \quad N_\theta = 0, \quad (44)$$

и согласно уравнению 12—10

$$\Phi = \frac{60\pi^3}{\lambda^2} a^2 I^2 J_1^2 (\beta a \sin \theta), \quad (45)$$

в плоскости рамки $\theta = \pi/2$ и

$$\Phi \left(\frac{1}{2} \pi \right) = \frac{60\pi^3}{\lambda^2} a^2 I^2 J_1^2 (\beta a). \quad (46)$$

Эта величина максимальна, если

$$\frac{d}{d(\beta a)} [\beta a J_1 (\beta a)] = \beta a J_0 (\beta a) = 0. \quad (47)$$

Для рамки больших размеров максимум излучения направлен вверх по углу

$$\theta = \arcsin \left(\frac{2.40\lambda}{2\pi a} \right). \quad (48)$$

Коэффициент направленного действия в плоскости рамки равен:

$$D = \frac{4\pi\Phi\left(\frac{1}{2}\pi\right)}{P} = \frac{J_1^2(\beta a)}{\int_0^{\pi/2} J_1^2(\beta a \sin \theta) \sin \theta d\theta}. \quad (49)$$

Разлагая квадрат бesselевой функции в степенной ряд и интегрируя, получаем

$$C = \int_0^{\pi/2} J_1^2(\beta a \sin \theta) \sin \theta d\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta a)^{2n+2}}{(2n+3)(n+2)!n!}. \quad (50)$$

Отсюда

$$\frac{d(\beta a C)}{d(\beta a)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta a)^{2n+2}}{(n+2)!n!} = J_2(2\beta a) \quad (51)$$

и поэтому

$$C = \frac{1}{\beta a} \int_0^{\beta a} J_2(2u) du = \frac{1}{2\beta a} \int_0^{2\beta a} J_2(v) dv = -\frac{1}{\beta a} J_1(2\beta a) + \\ + \frac{1}{2\beta a} \int_0^{2\beta a} J_0(v) dv. \quad (52)$$

Таким образом мы выразили знаменатель в уравнении 49 через табулированные функции. Для больших значений $2\beta a$ обычно используют асимптотическое продолжение этих функций, однако практический интерес представляют только сравнительно малые значения $2\beta a$, поскольку при больших значениях $2\beta a$ излучение направлено вверх. На рис. 15.33 показана зависимость коэффициента направленного действия круглой рамочной антенны в плоскости рамки в зависимости от длины окружности рамки, выраженной в длинах волн.

Другим примером всенаправленной антенны для горизонтально поляризованных волн является антенна „турникетного типа“ (рис. 15.34,а). Она состоит из двух перпендикулярных горизонтальных диполей, токи которых находятся в квадратуре. На рис. 15.34,б показаны диаграммы направленности двух перпендикулярных элементов тока, питаемых в квадратуре.

Поля излучения этих элементов:

$$N_x = I_s \quad N_y = jI_s. \quad (53)$$

Отсюда

$$N_\theta = I_s \cos \theta e^{j\varphi} \quad N_\varphi = jI_s e^{j\varphi}, \quad \Phi = \frac{15\pi}{\lambda^2} (I_s)^2 (1 + \cos^2 \theta). \quad (54)$$

Для излучаемой мощности получаем выражение:

$$P = 80\pi^2 \left(\frac{Is}{\lambda} \right)^2. \quad (55)$$

Его можно получить или интегрируя Φ , или исходя из того, что излучение двух элементов, токи которых находятся в квадратуре, не зависит друг от друга.

Максимум излучения направлен вертикально в этом направлении:

$$\Phi(\cos) = \frac{30\pi}{\lambda^2} (Is)^2. \quad (56)$$

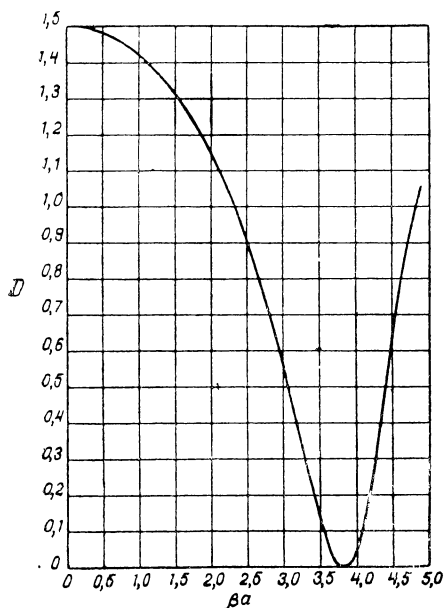


Рис. 15.33. Коэффициент направленного действия рамочной антенны в плоскости рамки.

Коэффициент направленного действия турникетной системы равен 1,5, т. е. он совпадает с к. н. д. одиночного элемента тока.

Для получения сдвига фазы на 90° нужно удлинить на $\frac{\lambda}{4}$ линию, питающую один из элементов турникетной системы. Когда два фидера соединены параллельно или последовательно, то измене-

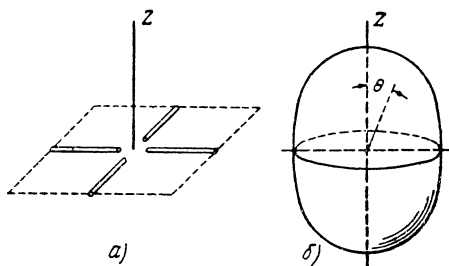


Рис. 15.34. Антенна турникетного типа.

а) общий вид; б) диаграмма направленности.

ние входного сопротивления с частотой происходит менее резко, чем у отдельного элемента.

Диаграмма направленности двух диполей, соединенных в турникетную систему, получается умножением Φ из уравнения 54 на интенсивность излучения диполя.

15.13. Системы, разнесенные в пространстве

В разнесенной системе выходные сигналы отдельных антенн складываются после детектирования таким образом, что высокочастотные фазы отдельных сигналов не влияют на окончательный

эффект. Такие системы используют для ослабления фединга (обусловленного состоянием атмосферы), поскольку ослабление сигнала при фединге зачастую происходит одновременно в антеннах, отстоящих на 5—10 длин волн одна от другой.

15.14. Приближенный анализ антенной системы

Важными характеристиками излучающих свойств антенны являются: 1) диаграмма направленности, 2) мощность излучения при заданной амплитуде тока, 3) входное сопротивление. При исследовании возможности применения данного типа антенны для определенных целей нам желательно быстро оценить ее основные характеристики. В таких расчетах ошибки порядка 10, 20 и даже 30 % несущественны: основным соображением является простота расчета. Здесь нельзя дать общих правил для расчета. Простота метода зависит от удачного сравнения с известными антеннами. Например, в зависимости от обстоятельств можно рассчитывать непрерывные системы исходя из известных свойств дискретных систем и наоборот. Каждый вибратор длиной $\frac{\lambda}{2}$ или короче можно заменить элементом тока с таким же моментом и расположенным в центре вибратора и наоборот, каждый элемент тока можно заменить вибратором длиной не более $\frac{\lambda}{2}$. Например, момент полуволнового вибратора с синусоидальным распределением тока равен

$$p = I_0 \int_{-\frac{\lambda}{4}}^{\frac{\lambda}{4}} \cos \beta z dz = \frac{2I_0}{\beta} = \frac{\lambda}{\pi} I_0. \quad (57)$$

Отсюда эффективная длина элемента равна $\frac{\lambda}{\pi}$. Мощность, излучаемая элементом с моментом p , равна:

$$P = 40\pi^2 \left(\frac{p}{\lambda} \right)^2. \quad (58)$$

Отсюда мощность излучения полуволновой антенны равна $40I_0^2$. Точное значение мощности составляет $36,56I_0^2$, таким образом, ошибка в расчете равна 10%.

Если заменить одноволновую антенну, запитываемую посредине, двумя коллинеарными элементами тока, отстоящими на $\frac{\lambda}{2}$, то сопротивление излучения составит $80 + 80 + 48 = 208$ ом. Точное значение составляет 199 ом и ошибка в расчете меньше 5%. Однако столь хорошее совпадение является случайным. Ошибки в определении сопротивлений отдельных ветвей антенны и их взаимного сопротивления случайно скомпенсировались. Если рассмотреть ту же самую антенну, но питаемую на расстоя-

нии $\frac{\lambda}{4}$ от одного конца, то токи в двух половинах антенны будут противоположны и сопротивление излучения составит $80 + 80 - 48 = 112$ ом. Точное значение составляет 93 ома и ошибка равна 20% .

Рассмотрим далее рамку Альфорда. Если длина каждой стороны равна $\frac{\lambda}{2}$, то мы можем вычислить сопротивление излучения по формулам, выведенным для взаимного сопротивления двух параллельных антенн и для собственного сопротивления 90° V-образной антенны. Точные выражения можно получить и для других длин, но для этого следует произвести довольно громоздкие вычисления. Поэтому обратимся к приближенному методу. Предположим, что каждая сторона имеет длину $\frac{\lambda}{4}$. Момент тока равен

$$p = I_0 \int_{-\frac{\lambda}{8}}^{\frac{\lambda}{8}} \cos \beta z dz = \frac{\lambda}{\pi \sqrt{2}} I_0 \quad (59)$$

и момент, отнесенный к длине волны,

$$\mu = \frac{p}{\lambda} = \frac{I_0}{\pi \sqrt{2}}. \quad (60)$$

Из уравнений раздела 5—21 находим

$$R_{uza} = (4k_{11} + 8k_{12} - 4k_{13}) \left(\frac{u}{\lambda} \right)^2, \quad (61)$$

где

$$\begin{aligned} k_{11} &= 80\pi^2 \quad k_{12} = T \left(\frac{\sqrt{2}}{8} \right) = 44 \\ k_{13} &= s \left(\frac{1}{4} \right) - T \left(\frac{1}{4} \right) = 448, \end{aligned} \quad (62)$$

откуда

$$R_{uza} = 87 \text{ ом}. \quad (63)$$

Эта величина сопротивления излучения, отнесенная к максимуму амплитуды тока (в средней точке с каждой стороны). Ток в каждом углу системы равен $(1/\sqrt{2})I_0$. Относительно этого тока сопротивление излучения равно $2.87 = 174$ ом. Четверть этого сопротивления около 42 ом относится к каждому углу системы. Длина каждой коаксиальной пары от угла к центру квадрата равна $\lambda/4$, поэтому полное сопротивление $42 + jX$ пересчитывается из угла в центр рамки выражением $K^2/(42 + jX)$, где K — характеристическое сопротивление коаксиального ввода. Четыре угла присоединены параллельно к общему коаксиальному фидеру, последний нагружен на сопротивление $4K^2/(42 + jX)$.

15.15. Моделирование антенн

Экспериментальные исследования антенн преследуют следующие цели:

1) получить данные, теоретический расчет которых невозможен, 2) подтвердить теорию, 3) проверить метод измерения, 4) оценить степень приближения теории, когда теоретическая оценка точности затруднена, 5) определить допуски в конструкции системы, обеспечивающие заданные требования, опять таки в случаях, когда затруднительно теоретическое исследование, 6) окончательно испытать систему, построенную для практического применения.

Мы уже видели, например, что диаграмма направленности антенны в свободном пространстве зависит только от отношения размеров системы к длине волны. Это позволяет исключить один параметр из исследования и получить диаграмму направленности из опытов с моделями. Модели можно также использовать для измерения полных сопротивлений.

Простое правило конструирования моделей с сохранением отношения физических размеров системы к длине волны справедливо только для идеально проводящих антенн в свободном пространстве. В общем случае мы должны пересчитывать проводимость, магнитную проницаемость и диэлектрическую постоянную. Пересчетные, масштабные множители можно получить из уравнений Максвелла.

$$\operatorname{rot} E = -j\omega\mu H \quad \operatorname{rot} H = (g + j\omega\epsilon) E. \quad (64)$$

Обозначим штрихами величины, относящиеся к модели, тогда

$$\operatorname{rot}' E' = -j\omega'\mu' H' \quad \operatorname{rot}' H' = (g' + j\omega'\epsilon') E'. \quad (65)$$

Здесь штрихи при знаке rot означают дифференцирование по координатным осям с новым масштабом.

Предположим

$$\begin{aligned} E' &= k_E E & H' &= k_H H & d' &= k_d d \\ \mu' &= k_\mu \mu & \epsilon' &= k_\epsilon \epsilon & g' &= k_g g. \end{aligned} \quad \omega' = k_\omega \omega \quad (66)$$

Подставляя в уравнение 65, находим

$$\begin{aligned} \frac{k_E}{k_d} \operatorname{rot} E &= -jk_\omega k_\mu k_H \omega \mu H \\ \frac{k_H}{k_d} \operatorname{rot} H &= k_E (k_g g + jk_\omega k_\epsilon \omega \epsilon) E, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E &= -j \frac{k_\omega k_\mu k_H k_d}{k_E} \omega \mu H \\ \operatorname{rot} H &= \left(\frac{k_g k_E k_d}{k_H} g + j \frac{k_\omega k_\epsilon k_E k_d}{k_H} \omega \epsilon \right) E. \end{aligned} \quad (67)$$

Эти уравнения должны совпадать с уравнениями 64, следовательно,

$$\frac{k_{\omega}k_{\mu}k_Hk_d}{k_E} = 1 \quad \frac{k_gk_Ek_d}{k_H} = 1 \quad \frac{k_{\omega}k_{\epsilon}k_Ek_d}{k_H} = 1. \quad (68)$$

Отсюда

$$k_{\mu} = \frac{k_E}{k_Hk_{\omega}k_d} \quad k_g = \frac{k_H}{k_Ek_d} \quad k_{\epsilon} = \frac{k_H}{k_Ek_{\omega}k_d}. \quad (69)$$

Практически эксперименты с моделями производят в свободном пространстве, и это накладывает следующие ограничения на масштабные множители:

$$k_{\mu} = 1 \quad k_{\epsilon} = 1, \quad (70)$$

отсюда

$$k_E = k_{\omega}k_dk_H \quad k_H = k_{\omega}k_dk_E \quad (71)$$

или

$$k_{\omega}k_d = 1 \quad k_E = k_H.$$

Первое из этих уравнений устанавливает, что, конструируя модель, мы должны сохранять все размеры, выраженные в длинах волн. Второе уравнение говорит о сохранении полных сопротивлений при моделировании. Из уравнений 69 и 71 получаем

$$k_g = \frac{1}{k_d}. \quad (72)$$

Это уравнение накладывает строгие ограничения на опыты с моделями. Большинство антенн (за исключением ширококонтурных) сделаны из медных проводников. Поскольку медь уступает по проводимости только серебру и то весьма незначительно, k_g должно быть меньше единицы.

Отсюда следует, что k_d должно быть больше единицы. Это означает, что, конструируя точную модель, мы вправе только увеличивать размеры по сравнению с размерами действующей системы. Практически, однако, нам обычно желательно использовать уменьшенную модель. Поэтому мы вынуждены пренебречь уравнением 72. Результаты, полученные с моделями, являются, следовательно, приближенными. Они пригодны только в тех случаях, когда влияние проводимости антенны на измеряемые величины пренебрежимо мало.

ГЛАВА 16

РУПОРЫ

16.1. Рупоры

Рупоры представляют собой расширяющиеся волноводы ограниченной длины (рис. 16.1). Если вектор поля E вертикален, то электрические токи текут главным образом вдоль оси рупора и сосредоточены в основном на его нижней и верхней стенках. Токи на этих стенках текут в противоположных направлениях; следовательно, если мы разделим эти две стенки на узкие продольные полосы, то сможем образовать из каждой пары полос V-образные антенны.

Диаграмма направленности данного рупора может быть получена исходя из распределения тока в стенках рупора и питающего его волновода. Однако значительно проще получить ее исходя из распределения поля в раскрыве рупора. С этой целью мы должны доказать одну теорему и вывести некоторые вспомогательные формулы.

16.2. Теорема индукции ¹

Доказываемая теорема является обобщением более простой теоремы о токах в проводах, индуцированных заданным электрическим полем. Согласно этой теореме заданное поле эквивалентно непрерывному распределению элементарных генераторов с нулевым внутренним сопротивлением и внутренней э. д. с., равной $E_{tg}^i \Delta x$ (рис. 16.2), где Δx — длина элемента одного из проводов. Чтобы получить более общую теорему, предположим, что нам известно поле в рупоре бесконечной длины. Это поле E^i, H^i будем называть первичным или падающим полем. Если мы обрежем этот рупор, то поле при этом изменится. Пусть это будет поле E, H . Проведем теперь воображаемую поверхность S в раскрыве ограниченного рупора, которая отделяет область 1 „внутри“ рупора от области 2 „вне“ его. Мы можем выбрать эту поверхность плоской или так, чтобы она совпадала с фазовым фронтом поля E^i, H^i или проходила по какой-либо другой

¹ Это одна из нескольких теорем эквивалентности поля, аналогичных теоремам эквивалентности контуров, рассмотренным в разделе 9.9.

удобной границе. Действительное поле в области 2 назовем полем проходящей волны (E^t, H^t), таким образом, в районе 2

$$E = E^t \quad H = H^t. \quad (1)$$

В области 1 разность между действительным и первичным полем назовем отраженным полем E^r, H^r ; таким образом, в области 1

$$\begin{aligned} E - E^i &= E^r & H - H^i &= H^r \\ \text{или} \\ E &= E^i + E^r & H &= H^i + H^r. \end{aligned} \quad (2)$$

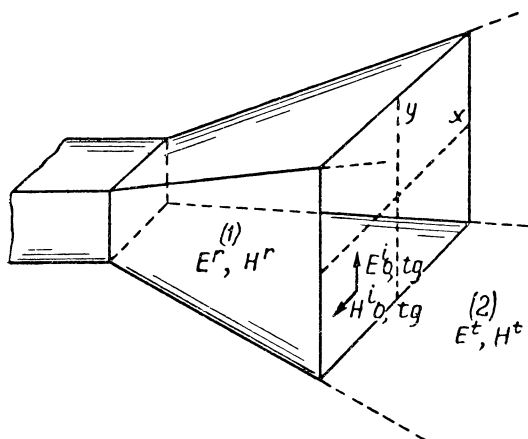


Рис. 16.1. Электрический рупор.

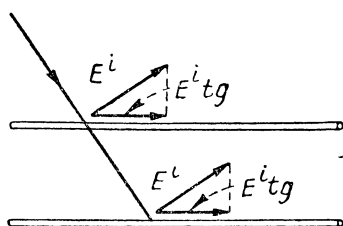


Рис. 16.2. Параллельные проводники в поле плоской волны.

Поверхность S — это воображаемая поверхность в раскрыве рупора, на ней нет никаких источников и поле E, H при переходе через нее должно быть непрерывно. Таким образом, на поверхности S значения касательных, составляющих поля, полученные из уравнения (1) и из уравнения (2), должны быть равны

$$E_{0, tg}^t = E_{0, tg}^i + E_{0, tg}^r \quad H_{0, tg}^t = H_{0, tg}^i + H_{0, tg}^r. \quad (3)$$

Согласно уравнениям Максвелла непрерывность нормальных компонент является необходимым следствием уравнений 3 и не нуждается в дополнительных доказательствах. Из уравнений 3 имеем

$$E_{0, tg}^t - E_{0, tg}^r = E_{0, tg}^i \quad H_{0, tg}^t - H_{0, tg}^r = H_{0, tg}^i. \quad (4)$$

Рассмотрим рассеянное поле E^s, H^s , состоящее из отраженного поля E^r, H^r в области 1 и проходящего поля E^t, H^t в области 2. Мы можем показать, что это поле может быть возбуждено некоторым распределением источников на поверхности S точно так же, как и первичным полем E^i, H^i . Рассеянное поле удовлетворяет уравнениям Максвелла и граничным условиям на поверхности рупора, но претерпевает разрыв при переходе через S . Разрывный характер (уравнение 4) тангенциальной составляющей E

в этом поле требует введения магнитного поверхностного тока. Магнитный ток должен быть перпендикулярен к $E_{0, \text{tg}}^i$, и его линейная плотность (ток на единицу длины, перпендикулярной к линиям тока) должна быть равна $E_{0, \text{tg}}^i$. Подобно этому разрывность касательной компоненты H требует введения электрического поверхностного тока плотностью $H_{0, \text{tg}}^i$. Эти токи могут рассматриваться как возможные источники рассеянного поля, определенного выше как сумма отраженного и проходящего полей.

Направления токов определяются из уравнений Максвелла. Разность тангенциальных составляющих отраженного и проходящего полей E должна быть равна отрицательному магнитному току плотности M , в то время как соответствующая разность составляющих полей H должна быть равна электрическому току плотности¹ C . Таким образом, если n — единичный вектор нормали к S , направленный в сторону распространения падающей волны, то

$$M = E_{0, \text{tg}}^i \times n = E_0^i \times n, \quad C = n \times H_{0, \text{tg}}^i = n \times H_0^i. \quad (5)$$

В частности,

$$\begin{aligned} M_x &= E_{0, y}, & C_y &= H_{0, x}; \\ M_y &= -E_{0, x}, & C_x &= -H_{0, y}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом мы пришли к следующему. **Т е о р е м а** **и н д у к ц и и**. Поля отраженной и проходящей волны могут быть возбуждены соответствующим распределением электрических и магнитных токов на «поверхности отражения». Линейная плотность этих токов определяется тангенциальными составляющими поля падающей волны. При определении поля по этим токам среда предполагается неизменной.

Докажем теорему другим способом.

Рассмотрим снова бесконечный рупор, предположив, что поле в нем известно. Определить это поле значительно легче, чем поле в конечном рупоре. Затем представим себе поверхность S , делящую бесконечный рупор поперек его оси. Пусть источник поля будет слева от S . Предположим, что существует поверхность S из идеального поглотителя. При идеальном поглотителе поле справа от него будет тождественно равно нулю, а поле слева останется без изменений. Следовательно, тангенциальные составляющие E и H будут иметь разрыв при переходе через S . В соответствии с уравнениями Максвелла этот разрыв требует введения электрического и магнитного поверхностных токов на S' . Уравнения Максвелла определяют также, что линейная плотность этих токов равна² E'_{tg} и H'_{tg} . Действие идеального

¹ Имеются в виду линейные плотности поверхностных токов — они равны токам на единицу длины, нормальной к линиям тока.

² Направления этих токов также определяются уравнениями Максвелла.

поглотителя может быть теперь объяснено заменой первоначального поля справа от S полем поверхностных токов на S . Если мы теперь изменим направления поверхностных токов на обратные, то их поле будет в точности равно первоначальному полю справа от S . Таким образом, мы можем заменить действительный источник внутри рупора слева от S системой воображаемых источников, распределенных по S .

До сих пор мы полагали рупор бесконечным. После того, как определили распределение воображаемых источников, соответствующее идеально поглощающей поверхности S , можно считать, что поле этих источников заменяет собой первоначальное поле справа от S , и тогда токи на стенках рупора справа от S надо исключить. Следовательно, мы можем отбросить эту часть рупора, не нарушая условий справа от S . Таким образом, поле поверхностных электрических и магнитных токов попрежнему заменяет поле действительного источника в горле рупора. Это поле должно быть равно по амплитуде и противоположно по знаку полю воображаемых источников на S .

16.3. Теорема эквивалентности поля

Теорема индукции имеет одно очевидное следствие. Предположим, что нам известно поле, вызванное генератором, существующим внутри данного рупора конечной длины. Окружим этот рупор замкнутой поверхностью S . Доказательства предыдущего раздела могут быть применены к этой поверхности. Таким образом, мы можем получить некоторое распределение электрических и магнитных токов на S , при которых эта поверхность будет эквивалентна идеальному поглотителю. Поле этих токов уничтожит первичное поле вне поверхности S , не нарушая поля внутри нее. Следовательно, внутренние поля электрических и магнитных токов на поверхности S должны взаимно уничтожаться. Поэтому при определении внешнего поля этих токов мы имеем право изменить условия внутри S : например, мы можем удалить рупор и генератор.

Рупор не обязательно должен участвовать в наших доказательствах. Поверхность S может быть замкнутой поверхностью, окружающей элемент электрического тока или антенну, или любое заданное распределение токов. Во всех этих случаях мы можем доказать приведенную выше теорему эквивалентности поля (или принцип эквивалентности) прямым расчетом.

Эта теорема утверждает, что любое поле в пространстве, свободном от источников, может быть определено из тангенциальных составляющих E и H на границе этого пространства. Нужно заметить, однако, что эти тангенциальные составляющие не могут быть выбраны произвольно, так как они относятся к полю, удовлетворяющему уравнению Максвелла. Можно показать, что достаточно задать составляющую только E или только H , чтобы однозначно определить поле в данном пространстве. Если тангенциальные составляющие заданы порознь, то они могут быть выбраны произвольно.

Теорема эквивалентности поля является распространением на векторные поля теоремы Кирхгофа для скалярных полей¹. Все эти теоремы нужно отличать от теоремы индукции, частными случаями которой они являются. В теореме Кирхгофа и в теореме эквивалентности поля поверхность S должна быть замкнута, а в теореме индукции она может быть и незамкнутой. В первом случае поле эквивалентных источников рассматривается в предположении, что эти источники находятся в свободном пространстве и границы, окружающие первичный источник, устранены; в последнем случае при работе поля эти границы должны быть сохранены. Последнее условие необходимо для получения точного результата. Однако эти теоремы используются главным образом в приближенных расчетах.

Более подробное представление об этих теоремах и их применении читатель найдет в других источниках². Некоторые из этих теорем могут быть также доказаны путем представления полного выражения для полей действительных источников с помощью западающих потенциалов³. Этот метод доказательства довольно громоздок и дает менее общие результаты.

16.4. Элементарные источники в свободном пространстве

В соответствии с теоремой индукции задача определения полей, возбужденных рупорами, может быть решена интегрированием полей известных⁴ элементов электрических и магнитных токов, расположенных на некоторой поверхности, закрывающей раскрыв рупора. Поля этих элементарных источников должны быть определены не в свободном пространстве, а в присутствии рупора. Это сложная задача. Однако если мы возьмем поля элементарных источников в свободном пространстве и проинтегрируем их по большой поверхности, то мы найдем, что поле значительно сильнее в направлении из рупора во вне и слабее в направлении, ведущем внутрь рупора. Реакция рупора будет в этом случае относительно мала и результат будет представлять лишь приближенное решение нашей задачи. По этому методу мы считаем известным поле в раскрыве рупора и вынуждены сделать приближенные допущения, преобразуя распределение поля эквивалентных источников.

¹ Векторизованные формы интеграла Кирхгофа рассмотрены А. И. Потехиным „Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн“, гл. II, издательство „Советское Радио“, Москва 1948 г. [Прим. ред.]

² С. А. Щелкунов. „Некоторые теоремы эквивалентности в электромагнетизме и их приложения к задачам излучения“. Bell Sys Tech., Jour. 15, январь 1936, стр. 92—112; О дифракции и излучении электромагнитных волн. Phys. Rev. 56, август 15, 1939, стр. 308—316.

³ Ю. А. Стреттон. „Теория электромагнетизма“, Нью-Йорк, 1941, стр. 464—470.

⁴ Условия применимости принципа Гюйгенса детально рассмотрены Л. А. Вайнштейном „Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода“, „Сов. радио“, М. 1953. Результаты, полученные Л. А. Вайнштейном при решении задачи методами строгой теории, позволяют установить пределы применимости принципа Гюйгенса. В частности, принцип Гюйгенса дает результаты, близкие к истинным, если он обуславливает характеристику излучения, в основном ориентированную вперед [Прим. ред.].

Мы можем также взять замкнутую поверхность S , которая закрывает раскрыв рупора, как и в предыдущем случае, и, в дополнение, охватывает сам рупор. Если мы знаем тангенциальные составляющие E и H на этой поверхности, мы можем, используя принцип эквивалентности, получить точное значение поля вне S ; однако в этом случае рупор может быть удален, поскольку, как пояснено в предыдущем разделе, мы можем считать, что фиктивные источники на S находятся в свободном пространстве, и вычислить поле этих источников. Но в данном случае поле на S не известно и, следовательно, мы не знаем точного распределения фиктивных источников. Поэтому мы вынуждены сделать приближенные допущения относительно распределения источников. Если размеры раскрыва велики по сравнению с длиной волны, то допустимо предположить, что поле в раскрыве равно падающему полю, а в остальной части S — пренебрежимо мало. Если мы сделаем такое допущение, мы получим тот же результат, что и в первом случае. Указанные приближения в этих двух методах кажутся различными, но их конечный итог оказывается тем же самым.

Поле элемента электрического тока дано уравнением 4—82. В схеме, показанной на рис. 16.1, момент элемента электрического тока в плоскости раскрыва равен $C_y dx dy = H_{0,x} dx dy$. Так как этот элемент тока параллелен оси y , а не оси z , то проще начать с преобразования динамической составляющей E и затем воспользоваться тем, что общая напряженность поля E в удаленной точке равна проекции динамической компоненты на плоскость, касательную к сфере, проходящей через рассматриваемую точку, причем центр сферы совмещен с элементом тока. Для динамической составляющей E имеем

$$F_y = -\frac{j\omega\mu C_y dx dy}{4\pi r} \cdot e^{-j\beta r} = -j \frac{60\pi H_{0,x} dx dy}{\lambda r} \cdot e^{-j\beta r}, \quad (7)$$

следовательно,

$$E_\theta = F_y \cos \theta \sin \varphi = -j \frac{60\pi H_{0,x} dx dy}{\lambda r} \cos \theta \cdot \sin \varphi e^{-j\beta r},$$

$$E_\varphi = F_y \cos \varphi = -j \frac{60\pi H_{0,x} dx dy}{\lambda r} \cos \varphi \cdot e^{-j\beta r}. \quad (8)$$

Поле элементарного магнитного тока может быть получено по аналогии с полем элементарного электрического тока. Таким образом, для динамической составляющей напряженности магнитного поля элемента с моментом $M_x dx dy = E_{0,y} dx dy$ мы имеем

$$F_x^{(m)} = -\frac{j\omega\varepsilon M_x dx dy}{4\pi r} \cdot e^{-j\beta r} = -j \frac{E_{0,y} dx \cdot dy}{240\pi\lambda r} \cdot e^{-j\beta r}. \quad (9)$$

Из этого выражения мы получим полную напряженность магнитного поля (на большом удалении от элемента):

$$H_{\theta} = F_x^{(m)} \cos \theta \cos \varphi = -j \frac{E_{0,y} dx dy}{240 \pi \lambda r} \cdot \cos \theta \cos \varphi e^{-j\beta r};$$

$$H_{\varphi} = -F_x^{(m)} \sin \varphi = j \frac{E_{0,y} dx dy}{240 \pi \lambda r} \sin \varphi e^{-j\beta r}. \quad (10)$$

Следовательно, соответствующая напряженность электрического поля равна

$$E_{\theta} = 120 \pi H_{\varphi} = j \frac{E_{0,y} dx dy}{2 \lambda r} \sin \varphi e^{-j\beta r};$$

$$E_{\varphi} = -120 \pi H_{\theta} = j \frac{E_{0,y} dx dy}{2 \lambda r} \cos \theta \cos \varphi e^{-j\beta r}. \quad (11)$$

Общее поле двойного источника, представляющего элемент волнового фронта, равно сумме уравнений 8 и 11.

16.5. Источник Гюйгенса в свободном пространстве ¹

Для однородной плоской волны в свободном пространстве

$$E_{0,x} = 120 \pi H_{0,y}, \quad E_{0,y} = -120 \pi H_{0,x}. \quad (12)$$

Для рупоров с большими раскрытиями имеются приближенные уравнения для поля в раскрыве.

Подставляя первичное поле из уравнения 12 в уравнения 8 и 11 и складывая, мы получим дальнейшее поле источника Гюйгенса для случая, в котором E параллельно оси y :

$$E_{\theta} = \frac{jE_{0,y} dx dy}{2 \lambda r} (1 + \cos \theta) \sin \varphi e^{-j\beta r},$$

$$E_{\varphi} = \frac{jE_{0,y} dx dy}{2 \lambda r} (1 + \cos \theta) \cos \varphi e^{-j\beta r}. \quad (13)$$

Вдоль оси источника Гюйгенса $\theta = 0$ и

$$E_{\theta} = \frac{jE_{0,y} dx dy}{\lambda r} \sin \varphi e^{-j\beta r},$$

$$E_{\varphi} = \frac{jE_{0,y} dx dy}{\lambda r} \cos \varphi e^{-j\beta r}. \quad (14)$$

В декартовых координатах

$$E_y = \frac{jE_{0,y} dx dy}{\lambda r} e^{-j\beta r}, \quad E_x = 0. \quad (15)$$

В этом направлении поле параллельно первичному полю.

¹ Под источником Гюйгенса понимается элемент, представляющий собой комбинацию взаимноперпендикулярных электрического и магнитного диполей; он соответствует определенному соотношению напряженностей электрического и магнитного полей [*Прим. ред.*].

Поскольку фазовая скорость сферических волн в окрестности их источника больше скорости плоской волны, то имеет место дополнительный сдвиг фазы на 90° .

16.6. Диаграммы направленности

Из выражения для поля источника Гюйгенса мы можем получить диаграмму направленности произвольно заданного распределения источников Гюйгенса¹. Определим, например, диаграмму направленности для открытого конца большого волновода, передающего основной тип волны. Такая же диаграмма будет у рупора (рис. 16.1) с линзой в его раскрыве, которая преобразует сферический волновой фронт в плоский волновой фронт. Поле основного типа волны определяется следующим выражением:

$$E_{0,y} = E_0 \cos \frac{\pi x}{a}, \quad (16)$$

где x измеряется из центра.

В этом случае элементарные источники Гюйгенса подобны друг другу и напряженность поля равна произведению множителя системы на напряженность источника Гюйгенса с единичным моментом ($E_{0,y} dx dy = 1$).

Напряженность источника равна

$$\Phi_0 = \frac{(1 + \cos \theta)^2}{960\pi\lambda^2}. \quad (17)$$

Для множителя системы мы имеем

$$S^2 = E_0^2 \left| \int_{-\frac{1}{2}a}^{\frac{1}{2}a} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi)} dx dy \right|^2 \quad (18)$$

следовательно,

$$\Phi = S^2 \Phi_0 = \frac{E_0^2 a^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi \right) \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \varphi \right)}{240\pi \sin^2 \theta \sin^2 \varphi (\pi^2 - \beta^2 a^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)^2} (1 + \cos \theta)^2. \quad (19)$$

Эта формула пригодна для больших раскрывов. Для малых раскрывов эта формула верна вплоть до предельной частоты, для которой отношение E к H в раскрыве совершенно отлично от их отношения в свободном пространстве. В таком случае мы должны пользоваться вместо уравнения 12 уравнением 6. В непосредственной близости к критической частоте напряженность магнитного поля очень мала и фиктивные источники оказываются главным образом

¹ Строгие решения для диаграмм направленности волн, излучаемых плоским волноводом, круглым волноводом с симметричной электромагнитной волной, круглым волноводом с несимметричной электромагнитной волной, получены Л. А. Вайнштейном, [Прим. ред.].

элементарными магнитными токами; при этом общая мощность излучения в обратном направлении примерно такая же, как и в прямом направлении.

Подобным же образом, если рупор или волновод имеет узкий размер в плоскости поля E , то в его раскрые наблюдается большое рассогласование, причем E относительно велико, а H — мало. В этом случае в системе вторичных источников мы имеем главным образом магнитные токи и поля каждого элемента следует определять по уравнению 11, а не по сумме уравнений 8 и 11. Диаграмма направленности волновода в плоскости, перпендикулярной к большому размеру сечения, оказывается практически кругом.

16.7. Коэффициент направленного действия

В случае открытого волновода большого сечения главная часть передаваемой по нему мощности излучается в пространство. Эта мощность определяется следующей формулой:

$$P = \frac{E_0^2}{240\pi} \int_{-\frac{1}{2}a}^{\frac{1}{2}a} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} \cos^2 \frac{\pi x}{a} dx dy = \frac{E_0^2 ab}{480\pi}. \quad (20)$$

Средняя плотность излучения равна $P/4\pi$. Чтобы получить максимальную плотность, мы положим $\theta = 0$ в уравнении 19; таким образом

$$\Phi_{\text{макс}} = \frac{E_0^2 a^2 b^2}{60\pi^3 \lambda^2}, \quad (21)$$

следовательно,

$$D = \frac{\Phi_{\text{макс}}}{\Phi_{\text{ср}}} = \frac{2ab}{\pi \lambda^2}, \quad (22)$$

отсюда найдем действующую площадь

$$A_{\text{действ}} = \frac{D\lambda^2}{4\pi} = \frac{8}{\pi^2} ab. \quad (23)$$

Таким образом, действующая площадь рупора с линзой, которая выпрямляет волновой фронт излучаемой волны, равна примерно четверть поверхности раскрытия.

Без линзы в раскрые фронт излучаемой волны искривлен, источники Гюйгенса оказываются на различных расстояниях от удаленной точки на оси рупора, соответствующие элементарные волны приходят в эту точку с разными фазами и общая интенсивность излучения понижается. Следовательно, без корректирующей линзы к. п. д. и действующая площадь излучения меньше.

Если кривизна волнового фронта мала, мы можем предположить, что электрическое поле параллельно плоскости XU и опреде-

ляется уравнением 16. Плотность потока мощности в точке наблюдения равна

$$\Phi = \frac{E_0^2 (1 + \cos \theta)^2}{960\pi\lambda^2} \times \left| \int_{-\frac{1}{2}a}^{\frac{1}{2}a} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta (x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi + z \cos \theta)} dx dy \right|^2, \quad (24)$$

где (x, y, z) точка на волновом фронте. Значение Φ в направлении z получим при $\theta = 0$

$$\Phi_0 = \frac{E_0^2}{240\pi\lambda^2} \left| \int_{-\frac{1}{2}a}^{\frac{1}{2}a} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} dx dy \right|^2. \quad (25)$$

Пусть уравнение волнового фронта имеет вид

$$z = f(x, y) = a_0 + a_1 x + b_1 y + c_{11} x^2 + c_{12} xy + c_{22} y^2 + \dots \quad (26)$$

Выбирая начало координат $(0, 0, 0)$ на волновом фронте получим $a_0 = 0$. Так как плоскость XY уже выбрана касательной к волновому фронту, то должно иметь место

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \text{ если } x = y = 0, \quad (27)$$

следовательно, $a_1 = b_1 = 0$ и

$$z = c_{11} x^2 + c_{12} xy + c_{22} y^2 + \dots \quad (28)$$

Коэффициенты c могут быть выражены через главные радиусы кривизны волнового фронта. На рис. 16.1 главными радиусами кривизны являются R_m и R_e в магнитной xz плоскости или электрической yz плоскости соответственно. Первый из них R_m равен длине стенки рупора, перпендикулярной к магнитной плоскости и продолженной до пересечения с его осью (рис. 16.3); подобным же образом R_e равен длине стенки рупора, перпендикулярной плоскости вектора E и продолженной до пересечения с осью рупора E (рис. 16.4). Чтобы получить радиус кривизны волнового фронта в плоскости

$$y = kx, \quad (29)$$

в начале координат, мы должны преобразовать для этой плоскости выражение

$$R = \pm \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2 z}{ds^2}}. \quad (30)$$

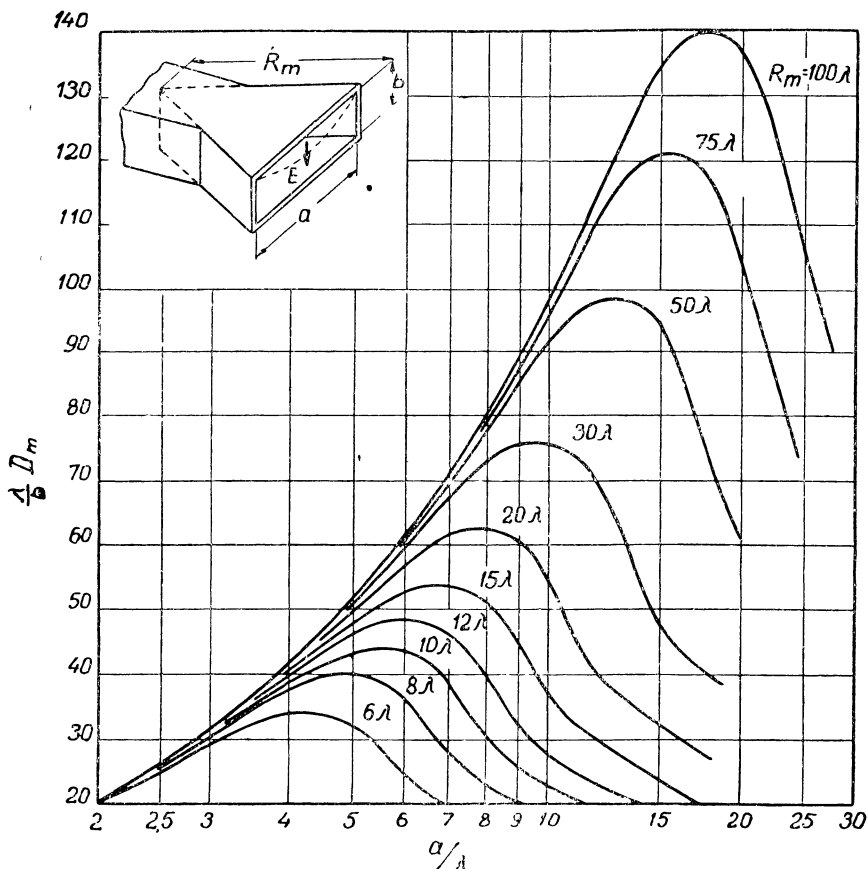


Рис. 16.3. Коэффициент направленного действия большого рупора, с расширением в плоскости вектора $\mathbf{H}$.

Подставляя уравнение (29) в (28), получим

$$z = (c_{11} + c_{12}k + c_{22}k^2)x^2 + \dots \quad (31)$$

Тогда

$$\begin{aligned} ds &= [dx^2 + dy^2 + dz^2]^{1/2} = \left[1 + k^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} dx \\ \frac{dz}{dx} &= 2(c_{11} + c_{12}k + c_{22}k^2)x + \dots \\ \frac{dz}{ds} &= \frac{dz}{dx} \frac{dx}{ds} = \\ &= 2(c_{11} + c_{12}k + c_{22}k^2)x \left[1 + k^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{-1/2} + \dots \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{dz}{ds} \right) \frac{dx}{ds} = \\ &= 2(c_{11} + c_{12}k + c_{22}k^2) \left[1 + k^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{-1} + \dots \end{aligned} \quad (32)$$

Во всех этих уравнениях остается только главный член. В начале координат

$$R = \pm \frac{1 + k^2}{2(c_{11} + c_{12}k + c_{22}k^2)}. \quad (33)$$

В плоскости xz , $k = 0$, а в плоскости yz , $k = \infty$; следовательно:

$$R_m = \pm \frac{1}{2c_{11}}, \quad R_e = \pm \frac{1}{2c_{22}}; \quad c_{11} = \pm \frac{1}{2R_m}, \quad c_{22} = \pm \frac{1}{2R_e}. \quad (34)$$

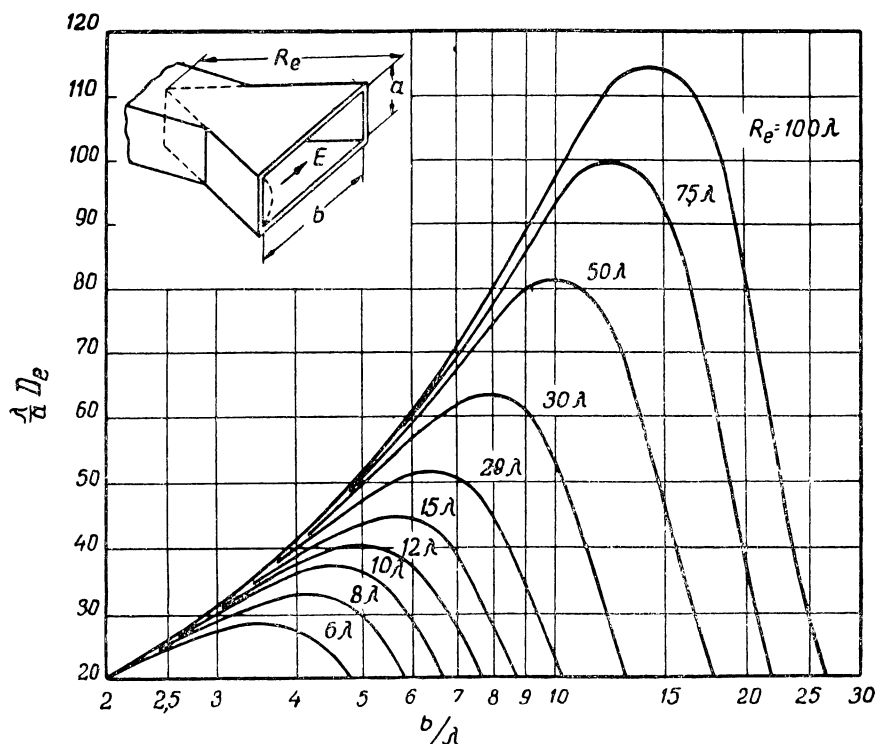


Рис. 16.4. Коэффициент направленного действия большого плоского рупора с расширением в плоскости вектора E

Знаки зависят от соотношения между положительным направлением оси z и направлением кривизны. В нашем случае c_{11} и c_{22} отрицательны.

Так как $k = \tan \varphi$, где φ — угол между плоскостью $y = kx$ и плоскостью xz , то уравнение 33 может быть написано в виде

$$R = \pm \frac{1}{2(c_{11} \cos^2 \varphi + c_{12} \sin \varphi \cos \varphi + c_{22} \sin^2 \varphi)}. \quad (35)$$

Чтобы получить углы, при которых R имеет максимум или минимум, приравняем нулю производную от $1/R$ по φ ; тогда

$$\tan 2\varphi = \frac{c_{12}}{c_{11} - c_{22}}. \quad (36)$$

На рис. 16.1 главные плоскости кривизны соответствуют углам $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$; следовательно $c_{12} = 0$. Таким образом имеем окончательно

$$z = -\frac{x^2}{2R_m} - \frac{y^2}{2R_e} + \dots \quad (37)$$

для уравнения волнового фронта.

Пренебрегая высшими степенями x и y , подставим уравнение 37 в 25

$$\Phi_0 = \frac{E_0^2}{240\pi\lambda^2} \left| \int_{-1/2a}^{1/2a} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j \frac{\pi x^2}{\lambda R_m}} dx \right|^2 \left| \int_{-1/2b}^{1/2b} e^{-j \frac{\pi y^2}{\lambda R_e}} dy \right|^2. \quad (38)$$

Оба интеграла могут быть выражены через интегралы Френеля

$$\int_0^x e^{j \left(\frac{1}{2} \pi t^2 \right)} dt = C(x) + jS(x)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos \left(\frac{1}{2} \pi t^2 \right) dt, \quad S(x) = \int_0^x \sin \left(\frac{1}{2} \pi t^2 \right) dt. \quad (39)$$

Таким образом, для второго интеграла найдем

$$\left| \int_{-1/2b}^{1/2b} e^{-j \frac{\pi y^2}{\lambda R_e}} dy \right|^2 = 2\lambda R_e \left| \int_0^{1/2b} e^{-j \frac{\pi y^2}{\lambda R_e}} d \left(\frac{y \sqrt{2}}{\sqrt{\lambda R_e}} \right) \right|^2 =$$

$$= 2\lambda R_e \left[C^2 \left(\frac{b}{\sqrt{2\lambda R_e}} \right) + S^2 \left(\frac{b}{\sqrt{2\lambda R_e}} \right) \right]. \quad (40)$$

В первом интеграле в уравнении 38 выразим косинус через экспоненциальную функцию; тогда путем простой линейной подстановки подинтегральному выражению может быть придан обычный вид (уравнение 39). Таким образом найдем:

$$\Phi_0 = \frac{R_m R_e}{240\pi} E_0^2 \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} [C^2(\omega) + S^2(\omega)],$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda R_m}}{a} + \frac{a}{\sqrt{\lambda R_m}} \right),$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{\lambda R_m}}{a} - \frac{a}{\sqrt{\lambda R_m}} \right), \quad \omega = \frac{b}{\sqrt{2\lambda R_e}}. \quad (41)$$

Излучаемая мощность выражается уравнением 20; отсюда к. н. д. в направлении z равен

$$D = \frac{8\pi R_m R_e}{ab} \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \} [C^2(\omega) + S^2(\omega)] \quad (42)$$

Если рупор плоский и раскрыт в плоскости вектора H , то $R_e = \infty$. Для малых значений ω , $C(\omega) \approx \omega$, а $S(\omega) \doteq \omega^3$, следовательно, уравнение 42 принимает вид:

$$D_m = \frac{4\pi b R_m}{\lambda a} \{ [C(u) - C(v)]^2 + [S(u) - S(v)]^2 \}. \quad (43)$$

На рис. 16.3 показана зависимость $D_m \lambda / b$ от a / λ . Нужно заметить, что при выводе этих формул мы предположили, что раскрыт велик, следовательно, величина b не должна быть мала.

Если рупор раскрыт только в плоскости E , то определить D_e можно проще всего путем обратного преобразования Φ_0 из 38. Тогда найдем

$$D_e = \frac{64a R_e}{\pi \lambda b} [C^2(\omega) + S^2(\omega)]. \quad (44)$$

На рис. 16.4 показана величина $D_e \lambda / a$ в зависимости от b / λ .

Перемножая уравнения 43 и 44 и сравнивая результат с уравнением 42, получим

$$D = \frac{\pi}{32} \left(\frac{D_m \lambda}{b} \right) \left(\frac{D_e \lambda}{a} \right). \quad (45)$$

Следовательно, чтобы найти коэффициент направленного действия рупора, с расширением в двух плоскостях, нужно поделить произведение двух величин, полученных из рис. 16.3 и 16.4 для соответствующих a , b и λ , на $32/\pi = 10,2$. Если коэффициент направленного действия выражается в децибелах, то нужно вычесть 10 дБ из суммы значений, взятых из графиков.

16.8. Рупор, образованный двумя полуплоскостями (секториальный рупор)

В основном виде волны, распространяющейся в секториальном рупоре (рис. 16.5) линии вектора E являются окружностями, коаксиальными относительно линии пересечения плоскостей, образующих рупор, и поле не зависит от расстояния вдоль этой линии. В этом виде волны имеются только компоненты поля H_z и E_φ , и уравнения Максвелла принимают вид:

$$\frac{dH_z}{dr} = -j\omega \epsilon E_\varphi, \quad \frac{d}{dr}(rE_\varphi) = -j\omega \mu r H_z. \quad (46)$$

Подставляя E_φ , найденное из первого уравнения, во второе, получим

$$r \frac{d^2 H_z}{dr^2} + \frac{dH_z}{dr} + \beta^2 r H_z = 0. \quad (47)$$

Это уравнение Бесселя нулевого порядка и его общее решение имеет вид

$$H_z = A J_0(\beta r) + B N_0(\beta r). \quad (48)$$

Подставляя его в первое уравнение системы 46, мы найдем:

$$E_{\varphi} = -j\rho [A, J_1(\beta r) + BN_1(\beta r)]. \quad (49)$$

Если рупор простирается до бесконечности, поле имеет характер расходящихся волн и $B = -jA$. Если рупор велик, то отражение от его раскрыва мало и $B \approx -jA$. Напряжение между граничными плоскостями большого рупора равно

$$U(r) = r\psi E_{\varphi} = -j\rho\psi r A [J_1(\beta r) - jN_1(\beta r)], \quad (50)$$

где ψ — угол раскрыва рупора.

Для малых значений βr

$$J_1(\beta r) = \frac{1}{2}\beta r, \quad N_1(\beta r) = -\frac{2}{\pi\beta r}. \quad (51)$$

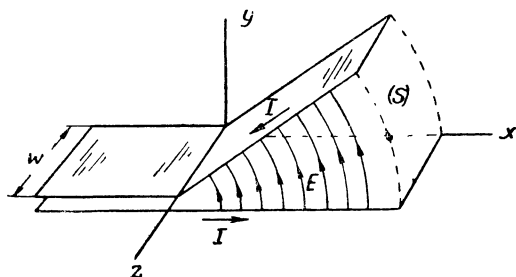


Рис. 16.5. Секториальный рупор.

Следовательно, если расстояние между параллельными полосами очень мало, то коэффициент A может быть выражен через напряжение $U(0)$ в месте соединения рупора и передающей линии

$$A = \frac{\pi\beta}{2\rho\psi} U(0). \quad (52)$$

Если ширина рупора обозначена ω , ток $I = \omega H_z$, то, используя предыдущие уравнения, мы найдем:

$$I(r) = \frac{\pi\beta\omega}{2\rho\psi} U(0) [J_0(\beta r) - jN_0(\beta r)],$$

$$U(r) = -\frac{1}{2}j\pi\beta r U(0) [J_1(\beta r) - jN_1(\beta r)]. \quad (53)$$

Если расстояние b между параллельными полосами очень мало, то входная проводимость рупора равна:

$$\begin{aligned} Y_i &= \frac{I(b)}{U'(0)} = \frac{\pi\beta\omega}{2\rho\psi} [J_0(\beta b) - jN_0(\beta b)] \approx \\ &\approx \frac{\pi\beta\omega}{2\rho\psi} [1 - j2/\pi(\ln \beta b - 0,116)]. \end{aligned} \quad (54)$$

Так как характеристическая проводимость передающей линии, состоящей из параллельных плоскостей, изменяется обратно пропорционально b , в то время как Y_i изменяется пропорционально только $\ln \beta b$, то рассогласование в месте соединения велико. Для очень малых значений b передающая линия оказывается почти электрически разомкнутой. Этот факт важен с точки зрения приложения принципа эквивалентности к узким рупорам.

16.9. Узкие рупоры

Форма раскрыва узкого рупора (рис. 16.6) такова, что его внешние широкие поверхности образуют секториальный рупор ($\varphi = 2\pi$); внутренние широкие поверхности образуют передающую линию, питающую рупор. В предыдущем разделе мы нашли, что эта линия почти разомкнута электрически. Следовательно, напряженность поля E в раскрыве велика, а напряженность поля H относительно мала. Таким образом, вторичными источниками в раскрыве будут почти исключительно магнитные токи.

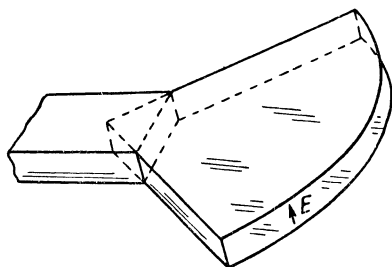


Рис. 16.6. Секториальный рупор, расширяющийся в плоскости вектора H .

Определим сначала диаграмму направленности для случая, когда угол раскрыва рупора равен нулю, как и в случае открытого конца волновода. Напряженность поля E в раскрыве определяется уравнением 16. Момент элемента магнитного тока равен $bE_0 dx$ и мы можем использовать уравнения 9, 10 и 11, если положить $dy = b$. Следовательно, угловая плотность потока мощности излучения равна

$$\Phi = \frac{E_0^2 b^2}{960\pi\lambda^2} (1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi) \left| \int_{-\frac{1}{2}a}^{\frac{1}{2}a} \cos \frac{\pi x}{a} e^{j\beta x \sin\theta \cos\varphi} dx \right|^2. \quad (55)$$

Интегрируя, получим:

$$\Phi = \frac{\pi E_0^2 a^2 b^2 \cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta \cos\varphi\right)}{240\lambda^2 (\pi^2 - \beta^2 a^2 \sin^2\theta \cos^2\varphi)^2} (1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi). \quad (56)$$

В данном случае мы не можем предполагать, что из волновода излучается вся мощность, подводимая к раскрыву. В действительности, большая часть этой мощности отражается назад в волновод. Чтобы определить излучаемую мощность, необходимо проинтегрировать уравнение (56). Интегрирование может быть упрощено выбором подходящей системы координат.

Мы заметим, что

$$\cos \theta' = \sin \theta \cos \varphi \quad (57)$$

есть косинус угла между осью x и выбранным направлением. Поэтому повернем наши координатные оси и выберем ось x в качестве оси z в новой системе. Тогда мощность излучения

$$P = \iint \Phi d\Omega = \frac{\pi E_0^2 a^2 b^2}{240 \lambda^2} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \theta' \right)}{(\pi^2 - \beta^2 a^2 \cos^2 \theta')^2} \sin^3 \theta' d\theta' d\varphi'. \quad (58)$$

Интегрируя по φ' и преобразуя числитель, получим

$$P = \frac{\pi^2 a^2 b^2 E_0^2}{240 \lambda^2} \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos(\beta a \cos \theta')}{(\pi^2 - \beta^2 a^2 \cos^2 \theta')^2} \sin^3 \theta' d\theta'. \quad (59)$$

Введя новую переменную

$$t = \beta a \cos \theta', \quad (60)$$

найдем

$$P = \frac{\pi a b^2 E_0^2}{240 \lambda} \int_0^{\beta a} \frac{1 + \cos t}{(\pi^2 - t^2)^2} \left(1 - \frac{t^2}{\beta^2 a^2} \right) dt. \quad (61)$$

Интегрируя, получим

$$P = \frac{a b^2 E_0^2}{960 \pi \lambda} \left\{ \left(1 - \frac{\lambda^2}{4 a^2} \right) [\text{Si}(\pi + \beta a) - \text{Si}(\pi - \beta a)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \left(1 + \frac{\lambda^2}{4 a^2} \right) [\text{Cin}(\pi + \beta a) - \text{Cin}(\pi - \beta a)] - \frac{2(1 + \cos \beta a)}{\beta a} \right\}. \quad (62)$$

Чтобы получить максимум интенсивности излучения, мы положим в уравнении 56 $\theta = 0$. Тогда

$$\Phi_{\text{макс}} = \frac{a^2 b^2 E_0^2}{240 \pi^3 \lambda^2}. \quad (63)$$

Следовательно, для узкого рупора ($b \ll \lambda$) с нулевым углом раскрыва

$$D = \frac{4 \pi \Phi_{\text{макс}}}{P} = \frac{16 a}{\pi \lambda} \left\{ \left(1 - \frac{\lambda^2}{4 a^2} \right) [\text{Si}(\pi + \beta a) - \text{Si}(\pi - \beta a)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \left(1 + \frac{\lambda^2}{4 a^2} \right) [\text{Cin}(\pi + \beta a) - \text{Cin}(\pi - \beta a)] - \frac{2(1 + \cos \beta a)}{\beta a} \right\}^{-1}. \quad (64)$$

Если $a/\lambda \rightarrow 0$, мы имеем

$$D \rightarrow \frac{16 a}{\pi^2 \lambda}. \quad (65)$$

Чтобы получить к. н. д. для любого сравнительно малого угла раскрыва ψ , мы предположим, что излучаемая мощность

не зависит от этого угла. Максимум интенсивности излучения будет снижен вследствие ослабляющего действия интерференции элементарных волн, приходящих от различных точек в раскрыве рупора. Таким образом, получаем следующее приближенное соотношение:

$$D(\psi) = D(0) \cdot \frac{\Phi_{\text{макс}}(\psi)}{\Phi_{\text{макс}}(0)}. \quad (66)$$

Если R — радиус кривизны рупора, $R = a\psi$, то:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{\text{макс}}(\psi)}{\Phi_{\text{макс}}(0)} &= \left| \frac{2}{\psi} \int_0^{\psi/2} e^{-j \frac{\pi a}{\psi \lambda} \theta^2} d\theta \right|^2 = \\ &= \frac{2\lambda}{\psi a} \left[C^2 \left(\sqrt{\frac{\psi a}{2\lambda}} \right) + S^2 \left(\sqrt{\frac{\psi a}{2\lambda}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (67)$$

16.10. Диэлектрические волноводные антенны

Диэлектрическая волноводная антенна представляет собой ограниченную часть диэлектрического цилиндра. Для такого цилиндра критическая частота основного типа волны (типа TE_{11} в круглом цилиндре и типа TE_{10} в прямоугольном цилиндре) равна нулю.

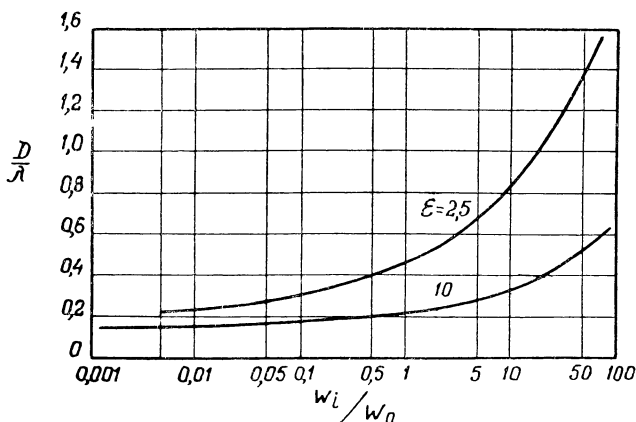


Рис. 16.7. Диаметр в длинах волн, как функция отношения мощностей W_i/W_0 , где W_i — мощность внутри диэлектрического волновода, а W_0 — мощность вне его.

Однако на низких частотах большая часть энергии распространяется вне цилиндра и весьма слабо связана с ним. Эта энергия стремится покинуть волновод при встрече с любой, хотя бы самой малой неоднородностью (такой, например, как изгиб). На рис. 16.7 показано, как изменяется отношение мощностей внутри и вне круглого диэлектрического стержня с изменением отношения его диа-

метра к длине волны. Если большая часть мощности передается вне стержня, фазовая скорость волны примерно равна скорости волны в свободном пространстве. Когда в случае большого диаметра мощность в основном передается внутри стержня, то фазовая скорость волны приближается к значению, соответствующему скорости волны в диэлектрике. Это иллюстрируется рис. 16.8.

Из рисунка видно, что существует некоторое подобие критической частоты в том смысле, что для весьма низких частот большая часть передаваемой мощности находится вне волновода, а для высоких частот — внутри волновода. Исключая случай, когда относительная диэлектрическая постоянная близка к единице, распро-

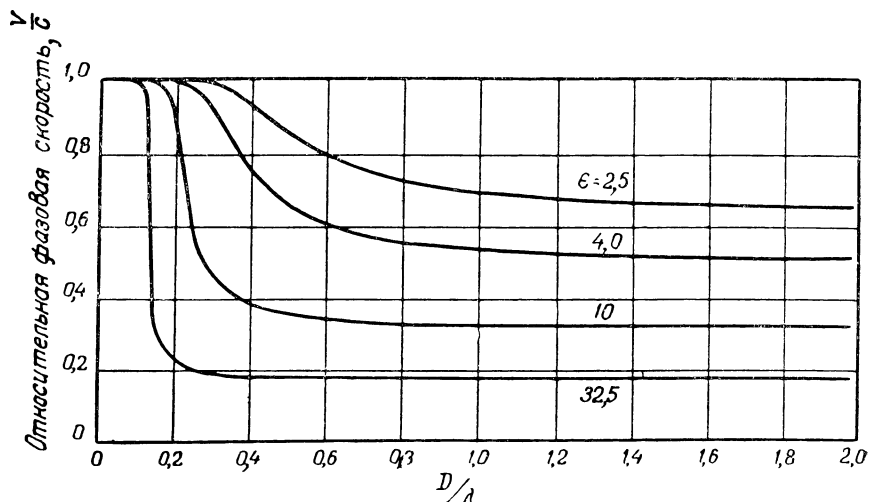


Рис. 16.8. Отношение фазовой скорости вдоль диэлектрического волновода к скорости света как функция диаметра в длинах волн.

странение волн возможно в достаточно узком интервале значений D/λ . Это свойство может быть использовано для устройства диэлектрических волноводных антенн.

Диэлектрический стержень выполняют сужающимся к концу. У одного конца его диаметр достаточно велик, чтобы он действовал, как волновод. У этого широкого конца мы можем поместить диполь или любое другое связанное с источником мощности (или с нагрузкой) устройство. У другого конца диаметр стержня мал, что вызывает переход энергии во внешнее пространство, и создает большую поверхность волнового фронта.

Диэлектрические волноводные антенны с успехом используются в прямоугольных синфазных решетках поперечного типа, в которых обычные рупоры не могут быть применены с достаточным эффектом, так как для получения максимального к. н. д. может потребоваться столь близкое расположение центров рупоров, которое нельзя осуществить.

С другой стороны диэлектрическую волноводную антенну можно рассматривать как пространственную решетку диполей, излучающую вдоль своей оси. Поляризационные токи излучают так же эффективно, как и токи проводимости. С этой точки зрения волновод суживают, чтобы получить соответствующее соотношение фаз для излучения вдоль оси. Поляризационный ток равен разности между существующим полным током смещения в волноводе и тем током смещения, который возник бы в свободном пространстве при той же напряженности электрического поля. Поляризационные токи могут быть подсчитаны для бесконечно длинного волновода однородного поперечного сечения. Мы можем использовать их для приближенного определения свойств диэлектрических волноводных антенн.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. L. Barrow and F. M. Greene, Rectangular Hollow—pipe radiators, IRE Proc., 26, December 1938, pp. 1498—1519.
2. W. L. Barrow and F. D. Lewis, The sectoral electromagnetic horn., IRE Proc., 27, January 1939, pp. 41—50.
3. W. L. Barrow and L. J. Chu, Theory of the electromagnetic horn, IRE Proc., 27, January 1939, pp. 51—63.
4. G. C. Southworth and A. P. King, Metal horns as directive receivers of ultrashort waves, IRE Proc., 27, February 1939, pp. 95—102.
5. R. B. Watson and C. W. Horton, The radiation patterns of dielectric rods—experiment and theory, Journ. Appl. Phys., 19, July 1948, pp. 661—670; On the calculation of radiation patterns of dielectric rods, Jour. Appl. Phys., 19, September 1948, pp. 836—837.
6. A. E. Heins, The radiation and transmission properties of a pair of semi—infinite parallel plates—I and II, Quart. Appl. Math., 6, July 1948, pp. 157—166 and October 1948, pp. 215, 220.
7. C. W. Horton, On the theory of the radiation patterns of electromagnetic horns of moderate flare angles, IRE Proc., 37, July 1949, pp. 744—749.
8. A. P. King, The radiation characteristics of conical horn antennas, IRE Proc., 38, March 1950, pp. 249—251.
9. M. G. Schorr and F. J. Beck, Jr., Electromagnetic field of the conical horn, Jour. Appl. Phys., 21, August 1950, pp. 795—801.
10. D. G. Kiely, Factors governing the radiation characteristics of dielectric—tube aeriels, IEE Jour. (London), 97, Part III, September 1950, pp. 311—321.
11. W. C. Jakes, Jr., Gain of electromagnetic horns, IRE Proc., 39, February 1951, pp. 160—162.
12. W. L. Barrow, L. J. Chu, and J. J. Jansen, Biconical electromagnetic horns, IRE Proc., 27, December 1939, pp. 769—779; corrections and additions by L. J. Chu, 39, April 1951, pp. 434—435.
13. А. З. Фрадин, Рупоры как остронаправленные антенны (обзор), ЖТФ, XI, 15—16, 1941.
14. Введенский Б. А., Аренберг А. Г., О типах волн в секторальном радиорупоре; Труды ВКАС, № 1, 1945.
15. Л. А. Вайнштейн, Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода, „Советское Радио“, 1953.
16. Б. Л. Рождественский, К теории плоского рупора, ЖТФ, IX, т. 23, № 9, 1953.
17. А. И. Потехин, Некоторые задачи дифракции электромагнитных волн, „Советское Радио“, 1948.

ЩЕЛЕВЫЕ АНТЕННЫ

17.1. Общие сведения

Одну и ту же антенну можно рассматривать с разных точек зрения. Весьма тонкий диполь, например, сходен с рупором, хотя это и не очевидно с первого взгляда. На рис. 4.8 представлен всенаправленный биконический рупор; если внутренний угол 2ψ этого рупора мал, то он превращается в тонкий конический диполь. Рупор не обязательно должен быть коническим: тонкий цилиндрический стержень также является «рупором». Если внутренний угол биконического рупора близок к 180° , мы имеем биконическую емкостную антенну. Слегка изменив ее форму, получим емкостную антенну, образованную двумя параллельными дисками. Узкий раскрыв этой антенны является вместе с тем щелью в металлической круглой коробке. Следовательно, емкостная антенна является одновременно как рупорной, так и щелевой антенной. Открытый конец узкого прямоугольного волновода является щелевой антенной, так как представляет собой щель в большой металлической поверхности. Внешняя поверхность волновода служит также стенкой рупора, имеющего телесный угол 4π . Из сказанного следует, что можно определить линейные антенны, рупоры, щели в металлической поверхности или щелевые антенны, зеркала, линзы и т. д. по их внешнему виду, но нельзя разделить их на взаимоисключающие категории.

С точки зрения анализа такая взаимная связь различных типов антенн имеет свои преимущества, так как позволяет применять различные методы исследования подобных между собой антенн. Для разбора некоторых вопросов этой главы рассмотрим магнитные токи. Мы использовали это понятие в анализе рупоров, теперь же используем его в случае щелевых антенн.

17.2. Электрические и магнитные токи. Электродвижущие и магнитодвижущие силы

Электростатический заряд всегда окружен электрическим полем, и поэтому мы привыкли рассматривать заряд как причину появления поля (его источник). Поле движущегося заряда отличается от поля статического заряда. Естественно думать, что движение заряда, иначе говоря электрический ток, является причиной поля, кото-

рое накладывается на поле статического заряда. Но, чтобы двигать заряд, мы должны приложить силу (в добавление к той силе, которая необходима для преодоления инерции тела, несущего заряд), следовательно, мы можем рассматривать эту силу как первичную причину добавочного поля.

В динамике сила не всегда является удобной для анализа величиной. Например, при исследовании вращения вместо силы удобнее пользоваться вращательным моментом. В общей динамике удобными понятиями являются «обобщенные силы» и «обобщенные перемещения», выбранные таким образом, чтобы их произведение выражало работу. Так, например, при поступательном движении произведение силы на линейное перемещение дает работу, при вращательном движении — произведение момента вращения на угловое перемещение также дает работу. Обобщенная сила определяется как работа, затраченная на единицу обобщенного перемещения. При изучении электрических явлений в электрическом контуре мы не связаны с длиной контура. Внимание наше в этом случае сосредоточено на заряде, перемещающемся в контуре, и скорости его изменения во времени, то-есть электрическом токе. Следовательно, мы выбираем заряд вместо обобщенного перемещения и определяем соответствующую обобщенную силу, как работу на единицу заряда. Эта обобщенная сила называется электродвижущей силой или, сокращенно, напряжением. В непрерывно распределенном поле вводится понятие напряженности поля, которая представляет собой напряжение на единицу длины. В добавление к электрическому току, определенному как движущийся заряд, Максвелл ввел электрический ток смещения, определяемый как скорость изменения электрического смещения (или электрического потока) во времени.

Во многих отношениях магнитные поля подобны электрическим. Однако магнитные заряды и магнитные токи в виде движущихся зарядов в природе не существуют. Имеются только токи магнитного смещения, представляющие собой скорости изменения во времени магнитного смещения (или магнитного потока) аналогично токам электрического смещения Максвелла. Согласно уравнениям Максвелла, физическая размерность магнитного тока идентична с размерностью ЭДС. Магнитодвижущая сила — это обобщенная сила, определенная таким образом, что произведение этой силы на соответствующее магнитное смещение дает работу. Физическая размерность магнитодвижущей силы такова же, как и размерность электрического тока. Таким образом, имеется двойственное соотношение между электрическими и магнитными величинами, которое позволяет нам заменять ряд электрических величин рядом эквивалентных магнитных величин и наоборот¹. Эта двойственность есть прямое

¹ Принцип двойственности для электромагнитного поля впервые замечен А. А. Пистолькорсом. Журнал экспериментальной и теоретической физики, XIV, № 12, 1944. Задача об излучении щели в плоском экране, в результате применения принципа двойственности, сводится к задаче об эквивалентной ленточной антенне, дополняющей экран до сплошной плоскости. Я. Н. Фельд дал иную формулировку принципа двойственности. Доклады Академии наук, № 7, 1948. [*Прим. ред.*].

следствие уравнений Максвелла. Это следствие позволяет нам получать решения некоторых задач непосредственно из уже известных решений других задач. Решения для нагруженных емкостных антенн и кольцевых щелей в проводящей плоскости может быть получено сразу же из решения для электрического тока в рамке. В общем случае, щелевые антенны являются двойниками, аналогами простых линейных вибраторов.

В некоторых случаях мы сочтем более удобным исследовать щели непосредственно, в других случаях мы заменим их магнитными линейными вибраторами и используем уже имеющиеся результаты для их электрических аналогов.

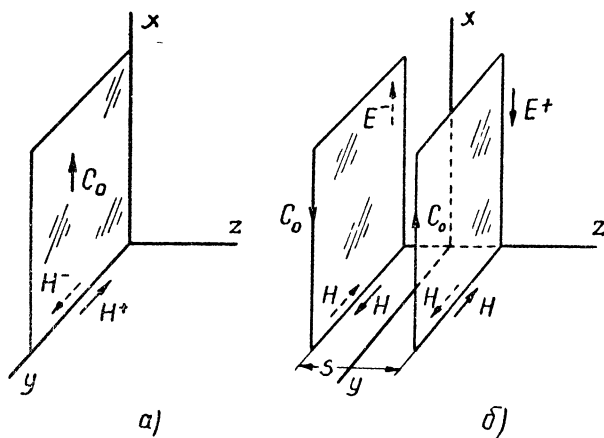


Рис. 17.1. Относительная фазовая скорость. Лист электрического тока и двойной лист электрического тока или простой лист магнитного тока.

В теории электрических контуров мы используем два типа идеальных генераторов: (1) последовательно включенный генератор с нулевым внутренним сопротивлением, который не нарушает непрерывности тока и вносит в контур не зависящий от контура скачок напряжения и (2) параллельно включенный генератор с бесконечным сопротивлением, на зажимах которого напряжение остается непрерывным и который вносит в контур некоторый скачок тока. Когда мы вводим такие идеализированные генераторы, то можно рассматривать конечное внутреннее сопротивление в первом случае и внутреннюю проводимость во втором случае как элементы контура.

В распределенных полях скачки E и H вводятся в виде листов, соответственно, магнитного и электрического токов. Если мы представим себе в плоскости xy (рис. 17.1 слева) бесконечный лист электрического тока и если линейная плотность тока

$$C_x = C_0, \quad (1)$$

то, по закону Ампера—Максвелла, получим

$$H_y^+ - H_y^- = -C_0. \quad (2)$$

Если среда вне листа тока однородна, то

$$H_y^- = -H_y^+, \quad H_y^+ = -\frac{1}{2}C_0. \quad (3)$$

В других случаях напряженность поля H по обе стороны листа не будет равна по величине и противоположна по знаку, хотя разность останется равной C_0 .

Рассмотрим теперь два параллельных листа электрического тока (рис. 17.1,б) с бесконечно малым расстоянием s между ними. Легко видеть, что при пересечении этого двойного листа тока магнитная напряженность остается непрерывной, а напряженность электрического поля претерпевает разрыв. По закону Фарадея—Максвелла:

$$E_x^+ - E_x^- = -C_y^m, \quad (4)$$

где C_y^m — линейная плотность магнитного тока, которая может быть выражена через напряженность магнитного поля H_y^i между листами электрического тока

$$C_y^m = j\omega\mu s H_y^i. \quad (5)$$

Так как s бесконечно мало, то H_y^i должно быть бесконечным, если C_y^m остается конечным. В любом случае только произведение величин j, ω, μ, s, H_y^i определяет разрывность напряженности электрического поля, а не каждая из этих величин в отдельности. Это произведение дает линейную плотность листа магнитного тока. Обратный путь для тока, текущего в листе электрического тока, образуется средой по обе стороны от листа. Эти среды оказываются электрически параллельными, так как E непрерывно в поперечном направлении листа и ток делится между средами по обе стороны листа. Лист электрического тока действует как подключенный в параллель генератор с бесконечным собственным сопротивлением. Подобно этому, лист магнитного тока действует как последовательный генератор с нулевым внутренним сопротивлением, причем напряженность поля E оказывается направленной так, что среды по обе стороны листа оказываются электрически соединенными последовательно одна с другой¹.

¹ Лист магнитного тока представляет собой двойной лист электрического тока [*Прим. ред.*].

17.3. Элементы магнитных токов

Элемент магнитного тока — это бесконечно тонкий соленоид длиной s . Магнитный момент этого элемента равен Vs , где V — магнитный ток в соленоиде¹. Поле этого элемента может быть получено методом, использованным в разделе 4.13 для элемента электрического тока. Вместо электрических зарядов q ; $-q$ у концов элемента электрического тока мы имеем магнитное смещение Φ ; $-\Phi$ у концов магнитного элемента. Вместо уравнений 4—67 для электрического поля в непосредственной близости от элемента электрического тока имеются аналогичные уравнения для магнитного поля в окрестности элемента магнитного тока

$$H_r = \frac{\Phi s \cos \theta}{2\pi\mu r^3}, \quad H_\theta = \frac{\Phi s \sin \theta}{4\pi\mu r^3}, \quad H_\varphi = 0. \quad (6)$$

Полные выражения для поля на любом расстоянии должны иметь ту же самую форму, как и E_r и E_θ в уравнениях 4—81 за исключением того, что Is должно быть заменено постоянной интегрирования A , которая определяется сопоставлением с уравнением 6.

Таким образом,

$$H_r = \frac{\rho A}{2\pi r^2} \left(1 + \frac{1}{\gamma r} \right) e^{-\gamma r} \cos \theta. \quad (7)$$

Когда $\gamma r \rightarrow 0$,

$$H_r \rightarrow \frac{\rho A}{2\pi\gamma r^3} \cos \theta. \quad (8)$$

Сравнивая с уравнением 6, мы найдем

$$\frac{\rho A}{\gamma} = \frac{\Phi s}{\mu}, \quad A = \frac{\gamma \Phi s}{\mu \rho}. \quad (9)$$

Так как $j_\omega \Phi = V$,

$$A = \frac{\gamma V s}{j_\omega \mu \rho} = \frac{V s}{\rho^2}. \quad (10)$$

Подставляя $Is = A = \frac{Vs}{\rho^2}$ в выражения 4—81 для E_θ и E_r , мы получим в данном случае H_θ и H_r ; E_φ может быть тогда получено из уравнения 4—11 или из H_φ сравнением уравнений 4—8 и 4—11. Последнее показывает, что мы должны изменить знак у H_φ и заменить Is на Vs ; коэффициент $1/\rho^2$ в пре-

¹ Нужно заметить, что когда поперечное сечение соленоида конечно, только половина магнитного потока, проходящего через центральную часть сечения, выходит или входит внутрь через его концы, остаток же рассеивается. Большая часть утечки образуется вблизи концов, в районе порядка нескольких диаметров; следовательно, концы бесконечно тонкого соленоида являются действительно точечными источниками.

дыдущем преобразовании сокращается с другим коэффициентом ρ^2 , в членах правой части уравнений 4-8 и 4-11. Проведем необходимые изменения в уравнениях 4-81, мы получим поле элемента магнитного тока с моментом Vs метр×вольт

$$\begin{aligned} H_\theta &= \frac{(g + j\omega\epsilon) Vs}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r} + \frac{1}{\gamma^2 r^2}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta, \\ E_\varphi &= -\frac{\gamma Vs}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \sin \theta, \\ H_r &= \frac{Vs}{2\pi \rho r^2} \left(1 + \frac{1}{\gamma r}\right) e^{-\gamma r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

В среде с нулевой проводимостью

$$\begin{aligned} H_\theta &= \frac{j\omega\epsilon Vs}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{\beta^2 r^2}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \\ E_\varphi &= -\frac{j\beta Vs}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) e^{-j\beta r} \sin \theta, \\ H_r &= \frac{Vs}{2\pi \rho r^2} \left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right) e^{-j\beta r} \cos \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

На большом расстоянии

$$H_\theta = \frac{j\omega\epsilon Vs}{4\pi r} e^{-j\beta r} \sin \theta, \quad E_\varphi = -\rho H_\theta, \quad (13)$$

17.4. Излучение магнитных токов

Метод, описанный в разделе 12.1, примененный для определения поля в волновой зоне и угловой интенсивности излучения для данного распределения электрических токов, может быть распространен и на магнитные токи. Вектор излучения L , связанный с элементом магнитного тока момента $p = Vs$ в точке (r', θ', φ') , отнесенный к точке $(0, 0, 0)$, определяется уравнением, аналогичным уравнению 12—5.

$$L = p e^{j\beta r' \cos \psi}. \quad (14)$$

Правила преобразования вектора L для любой системы элементов аналогичны правилам, определяемым уравнениями 12—7, 12—8 и 12—9. Однако уравнения для поля волновой зоны и угловой плотности излучения содержат другой коэффициент. Вместо уравнений 12—12 мы теперь из уравнения 13 имеем

$$\begin{aligned} H_\theta &= -j \frac{\omega\epsilon}{4\pi} L_\theta \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} = -\frac{j}{240\pi\lambda} L_\theta \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}, \\ H_\varphi &= -j \frac{\omega\epsilon}{4\pi} L_\varphi \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0} = -\frac{j}{240\pi\lambda} L_\varphi \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя в уравнение 5—10, мы получим интенсивность излучения:

$$\Phi = \frac{1}{960\pi\lambda^2} (L_\theta L_\theta^* + L_\varphi L_\varphi^*). \quad (16)$$

Это выражение отличается от уравнения 12—10 коэффициентом $\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{(120\pi)^2}$.

В случае смешанного распределения электрических и магнитных токов мы имеем сумму полей излучения тех и других токов. Для получения наиболее общей формулы для поля лучше всего найти E_θ и E_φ из уравнений 15 и сложить их с уравнениями 12—12, предварительно используя уравнение 5—10. Таким образом,

$$\begin{aligned} E_\theta &= \left(-j \frac{60\pi}{\lambda} N_\theta - \frac{j}{2\lambda} L_\varphi \right) \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}, \\ E_\varphi &= \left(-j \frac{60\pi}{\lambda} N_\varphi + \frac{j}{2\lambda} L_\theta \right) \frac{e^{-j\beta r_0}}{r_0}. \end{aligned} \quad (17)$$

Следовательно:

$$\Phi = \Phi_{11} + 2\Phi_{12} + \Phi_{22}, \quad (18)$$

где Φ_{11} — определяется уравнением 12—10,

Φ_{22} — уравнением 16, а

$$\Phi_{12} = \frac{1}{8\lambda^2} \operatorname{Re} (N_\theta L_\varphi^* - N_\varphi L_\theta^*). \quad (19)$$

Мы видели, что выражения 12—10 и 16 для интенсивности излучения отличаются множителем $1/\rho^2$; таким образом, если мы имеем два подобных распределения электрических и магнитных токов и если токи в этих распределениях, выраженные в системе МКС, равны, то отношение мощности, излучаемой электрическими токами, к мощности, излучаемой магнитными токами, равно ρ^2 .

17.5. Однородные трубки магнитного тока и однородно возбужденные щели

Длинный тонкий соленоид, с однородным распределением тока, назовем трубкой магнитного тока. При бесконечной длине этой трубки ее поле имеет простой вид. Предположим, что трубка ориентирована вдоль оси z ; тогда единственной компонентой H будет H_z , которая является функцией только ρ . Электрическое поле также однородно, его единственная неисчезающая компонента — это E_φ . Следовательно, уравнения поля имеют тот же вид, как и для волны ТЕМ в секториальном рупоре (уравнение 16—46). Разница состоит в том, что в рупоре поле возбуждается только внутри его, так как стенки рупора экранируют остальную часть пространства. Если параллельные плоскости,

образующие передающую линию, питающую рупор, близки друг к другу и если угол раскрыва рупора равен 2π (рис. 17.2,а), то получающееся поле идентично с полем трубки магнитного тока везде, за исключением малой области между плоскостями. Если угол раскрыва рупора равен π , как на рис. 17.2б, то поле в рупоре соответствует полю трубки магнитного тока перед идеально проводящей плоскостью; при том же самом напряжении на щели напряженность поля E в этом случае вдвое больше, чем в случае рупора с раскрывом в 360° .

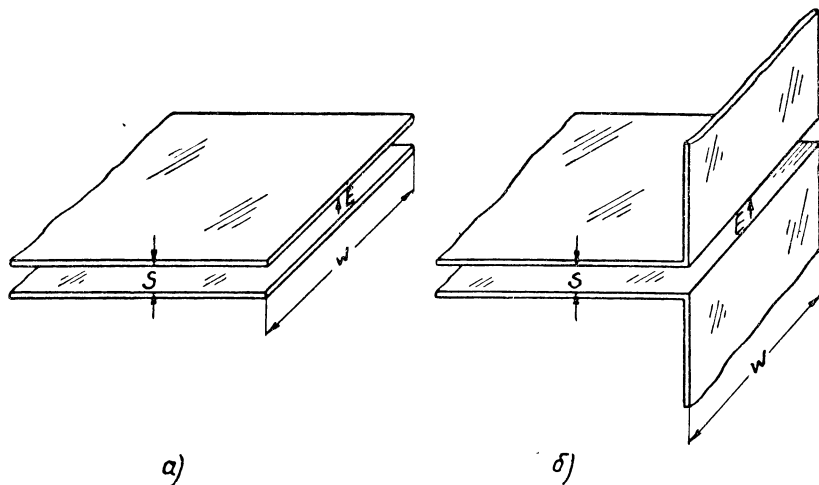


Рис. 17.2. Щелевые антенны в виде секториального рупора.

а) с углом раскрыва 360° , б) с углом раскрыва 180° .

Положив в уравнении 16—54 $b = 1/2s$, получим проводимость рупора, изображенного на рис. 17.2,а, в месте соединения со щелью, равной

$$Y_i \approx \frac{\omega}{240\lambda} \left[1 + j \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{\lambda}{s} - \ln \pi + 0,116 \right) \right]. \quad (20)$$

Излучаемая мощность равна

$$P = \frac{\omega}{480\lambda} U U^*, \quad (21)$$

где U — напряжение между краями щели.

Характеристическая проводимость передающей линии, питающей рупор, равна

$$A = \frac{\omega}{\rho s} = \frac{\omega}{120\pi s}. \quad (22)$$

Следовательно, коэффициент отражения по напряжению равен

$$\Gamma = \frac{A - Y_i}{A + Y_i} = \frac{1 - \frac{\pi s}{2\lambda} - j \frac{s}{\lambda} \left(\ln \frac{\lambda}{s} - \ln \pi + 0,116 \right)}{1 + \frac{\pi s}{2\lambda} + j \frac{s}{\lambda} \left(\ln \frac{\lambda}{s} - \ln \pi + 0,116 \right)}. \quad (23)$$

Для малых значений s/λ коэффициент отражения близок к единице.

Проводимость щели в плоскости (рис. 17.2,б) вдвое больше значения, найденного из уравнения 20.

Для щели конечной длины w (рис. 17.2,а) максимум угловой плотности излучения может быть найден из уравнения 16,

$$\Phi_{\text{макс}} = \frac{1}{960\pi\lambda^2} U w U w^* = \frac{w^2}{960\pi\lambda^2} U U^*. \quad (24)$$

Следовательно, коэффициент направленного действия длинной щели равен:

$$D = \frac{4\pi\Phi_{\text{макс}}}{P} = \frac{2w}{\lambda}. \quad (25)$$

Этот коэффициент направленного действия равен к. н. д. длинной трубки электрического тока. Диаграммы направленности также идентичны. Различие состоит только в поляризации. Длина питающей линии a (рис. 17.3) не влияет ни на диаграмму направленности, ни на коэффициент направленного действия.

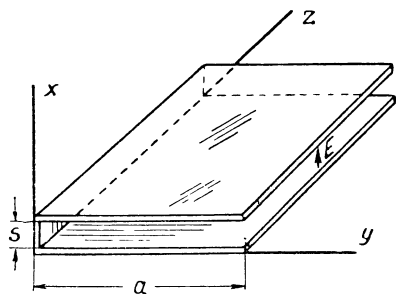


Рис. 17.3. Щелевой волновод.

Если распределение синусоидально и U —амплитуда напряжения в точке максимума, то излучаемая мощность будет вдвое меньше, чем это следует из уравнения 21. Вектор поля составляет в этом случае только $2/\pi$ от того же вектора в первом случае; следовательно, интенсивность излучения составляет $4/\pi^2$ от прежней. Коэффициент направленного действия, следовательно, должен быть умножен на $8/\pi^2$. Это определяется уравнением 16.⁶⁵¹

¹ Заметим, что разработка теории щелевых антенн была в основном произведена советскими учеными. Во-первых, на основе принципа двойственности была решена задача определения внешнего и внутреннего полей по известному распределению напряжения вдоль щели. Я. Н. Фельд в ряде фундаментальных работ, напр. „Основы теории щелевых антенн“, изд. Сов. радио, 1948, исследовал законы распределения напряжения вдоль щели и создал аппарат, позволяющий для различных типов щелевых антенн находить это распределение. Решены были также задачи для наиболее важных типов щелевых антенн: А. А. Пистолькорсом для щелей на цилиндре, И. И. Вольманом и М. Л. Левиным для щелей в прямоугольном волноводе. Ими же была решена и внутренняя задача о поле в волноводе, нагруженном щелью. [Прим. ред.].

17.6. Емкостная антенна, кольцевая щель в проводящей плоскости

На рис. 17.4 показана емкостная антенна радиуса a в свободном пространстве над идеально проводящей плоскостью. В свободном пространстве такая антенна эквивалентна витку магнитного тока радиуса a . Так как мы уже рассматривали виток электрического тока, то нам остается лишь немного добавить при рассмотрении этого случая.

Диаграммы направленности в обоих случаях одинаковы, но поляризация полей относительно плоскости витка противоположна. Угловая плотность излучения, выраженная через напряжение между краями емкостной антенны (и, следовательно, через магнитный ток в эквивалентном витке), равна

$$\Phi = \frac{\pi a^2 U^2}{240 \lambda^2} J_1^2 (\beta a \sin \theta). \quad (26)$$

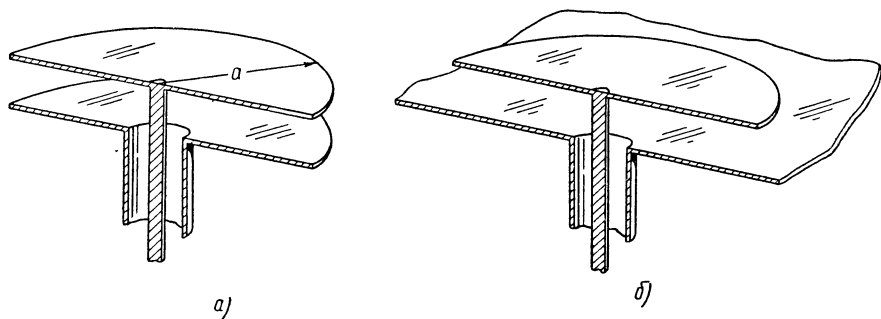


Рис. 17.4. Емкостные антенны.

Этот результат получен из уравнения 15—45 заменой I на U и делением на $\rho^2 = (120\pi)^2$. Уравнение 15—49 для коэффициента направленного действия остается тем же самым.

Случай круглой пластины над проводящей плоскостью не отличается по существу от вышеприведенного. Мы можем привести его к рассмотренному случаю путем удаления проводящей плоскости и замены ее фиктивной пластиной. Наоборот, мы можем ввести идеально проводящую плоскость посередине между пластинами емкостной антенны в свободном пространстве. Узкая кольцевая щель в бесконечной проводящей плоскости (рис. 17.5) по сути дела эквивалентна вышеописанной емкостной антенне над плоскостью (рис. 17.4, б).

Для прямого исследования этого типа щелевой антенны, без использования свойств двойственности электромагнитных волн, мы отсылаем читателя к другим источникам¹. Сопротивление излучения

¹ А. А. Пистолькорс. „Излучение из поперечных щелей в круговом цилиндре“, „Излучение из продольных щелей на поверхности кругового цилиндра“. Журнал технической физики XVII, 3, 1947 г. [Прим. ред.].

емкостной антенны (или кольцевой щели) может быть определено по излучаемой мощности.

Реактивная проводимость также может быть просто определена, если радиус a либо мал, либо велик. В первом случае мы имеем емкость между внешними поверхностями пластин; в последнем случае мы можем рассмотреть реактивную проводимость прямой щели (рис. 17.2,а) длиной $w = 2\pi a$. В промежуточном случае расчет не так прост; однако он аналогичен расчету реактивного сопротивления витка электрического тока.

Проводимость щели со стороны передающей линии определяется непосредственно. В случае кольцевой щелевой антенны (рис.

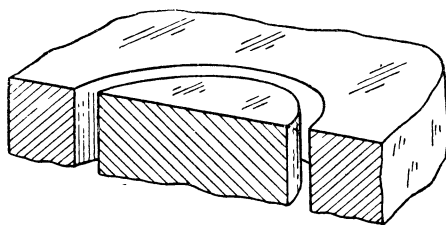


Рис. 17.5. Кольцевая щелевая антенна, питаемая коаксиальной передающей линией.

17.5) эта проводимость равна проводимости коаксиальной линии, соединенной в параллель с малой реактивной проводимостью, обусловленной краевым эффектом, с несколько большей плотностью заряда вблизи краев. В случае емкостных антенн мы имеем радиальную передающую линию, нагруженную на коаксиальную

линию, и соединенную последовательно с ней индуктивностью сочленения (двух линий), которая может быть легко подсчитана.

17.7. Волноводы со щелями

На рис. 17.3 показана часть простого волновода со щелью. Условием для распространяющихся волн является непрерывность векторов E и H в раскрыве щели. Поэтому ток, текущий к краям по внутренней поверхности волновода, должен быть равен току, текущему от краев по внешней поверхности. Иначе говоря, средние значения E и H должны быть непрерывны, если непрерывны векторы E и H . Если высота z волновода мала в сравнении с шириной a и длиной волны λ , то отклонение поля от однородного распределения ограничено областью, прилегающей непосредственно к щели, и мы можем учесть это отклонение приближенно, вводя малую сосредоточенную реактивную проводимость в раскрыве щели. Не усложняя вывода такими уточнениями, предположим, что внутри волновода поле однородно в направлении оси X (параллельно короткой стороне поперечного сечения). Рассмотрим три компоненты поля: E_x , H_y , H_z . Уравнения Максвелла принимают вид:

$$H_y = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z},$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon E_x. \quad (27)$$

Исключая H_y и H_z ,

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\beta^2 E_x. \quad (28)$$

Для распространяющихся волн E_x пропорционально $e^{-\gamma z}$, где γ — постоянная распространения вдоль волновода.

Следовательно, подходящим решением этого уравнения является поле:

$$E_x = E_0 \sin(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} y) e^{-\gamma z}. \quad (29)$$

Член с косинусом опущен, так как E_x должно исчезать на идеально проводящей поверхности $y=0$. Напряжение на щели (в положительном направлении x) равно:

$$U = E_0 \sin(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} a) e^{-\gamma z}. \quad (30)$$

Ток, текущий к краям щели, определяется величиной H_z . Из уравнений 27 и 28 имеем

$$H_z = \frac{E_0 \sqrt{\gamma^2 + \beta^2}}{j\omega\mu} \cos(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} y) e^{-\gamma z}. \quad (31)$$

На щели

$$H_z = \frac{E_0 \sqrt{\gamma^2 + \beta^2}}{j\omega\mu} \cos(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} a) e^{-\gamma z}. \quad (32)$$

Если нарушением поля вблизи щели пренебречь, то поле вне волновода будет иметь составляющие E_φ , H_r и H_z . Далее, E_φ не зависит от φ . Уравнения Максвелла принимают вид

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{1}{j\omega\mu} \frac{dE_\varphi}{dz}, \quad H_z = -\frac{1}{j\omega\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi), \\ \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} &= j\omega\epsilon E_\varphi. \end{aligned} \quad (33)$$

Для распространяющихся волн поле пропорционально¹ $e^{-\gamma z}$, следовательно, уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} H_r &= -\frac{\gamma}{j\omega\mu} E_\varphi, \quad H_z = -\frac{1}{j\omega\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi), \\ -\gamma H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} &= j\omega\epsilon E_\varphi. \end{aligned} \quad (34)$$

Исключив H_r , получим

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = -j\omega\epsilon \left(1 + \frac{\gamma^2}{\beta^2}\right) E_\varphi; \quad \frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi) = -j\omega\mu r H_z. \quad (35)$$

¹ Непрерывность поля вдоль щели требует, чтобы постоянные распространения в направлении щели были равны между собой вне и внутри волновода.

Эти уравнения получены из уравнений 16—46 после замены ϵ на $\epsilon \left[1 + \left(\frac{\gamma^2}{\beta^2} \right) \right]$. Учитывая уравнения 16—53, получим

$$H_z = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{4\beta\rho} U_1 [J_0(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}r) - jN_0(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}r)] e^{-\gamma z}, \quad (36)$$

где U_1 — напряжение в положительном направлении, которое отсчитывается от верхней стороны к нижней.

Для малых r

$$H_z = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{4\beta\rho} U_1 \left\{ 1 - \frac{2j}{\pi} [\ln(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}r) + 0,577 - \ln 2] \right\} e^{-\gamma z}. \quad (37)$$

Чтобы внутренние и внешние значения H_z у краев щели сделать сопряженными, мы подставим $r = \frac{s}{2}$ в уравнение 37 и приравняем его к уравнению 32. Можно получить лучшее приближение, принимая во внимание, что каждый линейный элемент щели является источником внешних цилиндрических волн. Чтобы получить H_z в произвольной точке x на щели, мы заменим U на $\frac{Udx'}{s}$ и r на $(x - x')$ и проинтегрируем от $x' = 0$ до $x' = s$. Тогда, чтобы получить среднее значение, нужно проинтегрировать по x от $x = 0$ до $x = s$. Так как

$$\frac{1}{s^2} \int_0^s dx \int_0^s \ln(s - s') dx' = \ln s - 1,5, \quad (38)$$

то мы имеем среднее значение H_z

$$H_{z \text{ ср}} = \frac{\gamma^2 + \beta^2}{4\beta\rho} U_1 \left\{ 1 - \frac{2j}{\pi} [\ln \sqrt{\gamma^2 + \beta^2} s - 1,616] \right\} e^{-\gamma z}. \quad (39)$$

Приравнявая к 32 и замечая, что $U_1 = -U$, мы получим уравнение для постоянной распространения вдоль волновода:

$$\frac{\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}}{j\omega\mu s} \operatorname{ctg}(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}a) = -\frac{\gamma^2 + \beta^2}{4\beta\rho} \left\{ 1 - \frac{2j}{\pi} [\ln(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} s) - 1,616] \right\}, \quad (40)$$

или

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}a) &= -\frac{1}{4} j \sqrt{\gamma^2 + \beta^2} s \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{2j}{\pi} [\ln(\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} s) - 1,616] \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

В первом приближении (для первого типа волны)

$$\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}a = \frac{\pi}{2}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{\pi^2}{4a^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2}} = \frac{2\pi j}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{16a^2}}. \quad (42)$$

Для этого порядка приближения предельная длина волны равна

$$\lambda_c = 4a, \quad (43)$$

и излучение отсутствует. Чтобы получить следующее приближение, мы напишем

$$\sqrt{\gamma^2 + \beta^2} a = \frac{\pi}{2} + \delta, \quad (44)$$

так, что

$$\gamma = \sqrt{-\beta^2 + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\pi}{2} + \delta \right)^2}. \quad (45)$$

Так как δ мало, то мы можем пренебречь его квадратом, причем уравнение 45 запишется

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi^2}{4a^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi\delta}{a^2}}. \quad (46)$$

Чтобы получить δ , мы подставим уравнение 44 в 41

$$\operatorname{tg} \delta = j \frac{\pi s}{8a} \left(1 + \frac{2}{\pi} \delta \right) \left[1 - \frac{2j}{\pi} \left(\ln \frac{\pi s}{2a} \left(1 + \frac{2}{\pi} \delta \right) - 1,616 \right) \right]. \quad (47)$$

В первом приближении

$$\delta = j \frac{\pi s}{8a} - \frac{s}{4a} \left(\ln \frac{2a}{\pi s} + 1,616 \right). \quad (48)$$

С достаточной точностью предельная длина волны может быть определена из выражения

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2\pi j}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{16a^2}} \sqrt{1 - \frac{\delta \lambda^2}{4\pi a^2} \left(1 - \frac{\lambda^2}{16a^2} \right)^{-1}} \approx \\ &\approx \frac{2\pi j}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{16a^2}} - \frac{j\delta \lambda}{4a^2} \left(1 - \frac{\lambda^2}{16a^2} \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (49)$$

или

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\pi s \lambda}{32a^3} \left(1 - \frac{\lambda^2}{16a^2} \right)^{-1/2} + \\ &+ \frac{2\pi j}{\lambda} \left[\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{16a^2}} + \frac{s \lambda^2}{32\pi a^3} \left(\ln \frac{2a}{\pi s} + 1,616 \right) \left(1 - \frac{\lambda^2}{16a^2} \right)^{-1/2} \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

Таким образом, переход энергии из внутренней части волновода в свободное пространство приводит к небольшому изменению скорости волны и некоторому ее затуханию.

Вблизи критического размера (в окрестности $\lambda = 4a$) скорость волны очень мала и напряжение распределено вдоль щели почти равномерно.

Цилиндрические волноводы со щелями показаны на рис. 17.6,б. Если угол ψ между радиальными плоскостями очень мал, волновод, изображенный на рис. 17.6,б, может быть проанализирован вполне строго. Как и в предыдущем случае, напряжение в про-

межутке между AC и BD и между MP и NQ и средние значения H_z должны быть непрерывны. Следовательно, сумма проводимостей, в противоположных направлениях от каждого промежутка, должна быть равна нулю. Это условие позволяет составить уравнение для постоянной распространения вдоль волновода.

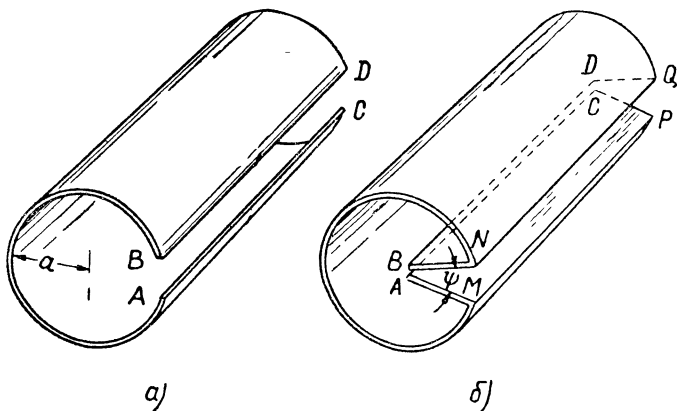


Рис. 17.6. Волноводы со щелями.

Радиальные плоскости $ACPM$ и $BDQN$ образуют клинообразную передающую линию (с углом ψ), нагруженную, с одной стороны, проводимостью щели $MPQN$ со стороны внешнего пространства и, с другой стороны, проводимостью щели $ABDC$ (со стороны внутреннего объема). Проводимость щели $ABCD$ определяется, как проводимость клинообразной передающей линии с углом $(2\pi - \psi)$, закороченной цилиндром на расстоянии a от

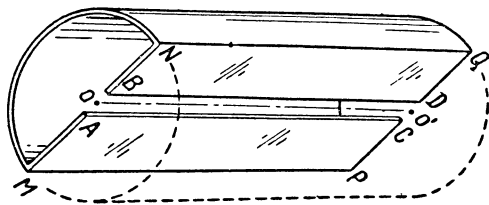


Рис. 17.7. Волновод со щелями.

оси. Проводимость щели $MPQN$ может быть получена разложением в ряд Фурье напряженности E_φ в промежутке $MNQP$ и согласованием его с решением уравнений Максвелла, пригодным для области вне цилиндра. Для малых ψ волны высших порядков в клине

с углом ψ быстро затухают и энергия этих волн мала; следовательно, решая задачу, можно предположить, что величина E_φ в щели не зависит от ψ .

Случай больших ψ (например, $\psi = \pi$, как показано на рис. 17.7.) также может быть исследован строго, хотя и не так просто, как случай малых ψ . Метод исследования аналогичен методу

исследования биконических антенн¹. Представим себе „граничный цилиндр“ радиуса a , равного радиусу волновода. Часть этой цилиндрической поверхности является идеальным проводником, на котором E_φ исчезает. На остальной части E_φ и H_z должны быть непрерывны. Вне граничного цилиндра поле может быть представлено в цилиндрических координатах. Область внутри цилиндра делится радиальными проводящими плоскостями на две части, в каждой из которых поле может быть также представлено в цилиндрических координатах.

Используя это обстоятельство можно согласовать между собой поля различных областей в месте их соединения. В приближенном решении для больших ψ мы можем предположить, что сопротивление щели со стороны внешнего пространства равно сопротивлению бесконечной клинообразной передающей линии; складывая это сопротивление с сопротивлением узкого конца клинообразной линии со стороны внутреннего пространства и приравнявая сумму нулю, мы получим уравнение для постоянной распространения вдоль щели².

Случай, показанный на рис. 17.6,а, проще. Мы имеем две области, поле в которых может быть представлено в цилиндрических координатах. Эти два поля могут быть согласованы между собой «в среднем» вдоль узкой щели. В более строгом решении мы можем предположить, что электрическое поле на щели распределено так же, как статическое поле распределено вдоль щели в бесконечной плоскости. Это предположение оправдано тем, что цилиндрические волновые функции ведут себя при малых значениях ρ как статические функции.

Волноводы со щелями могут быть использованы для создания магнитных V — антенн и магнитных ромбических антенн.

17.8. Диаграммы направленности щелевых волноводных антенн

Часть волновода со щелями длины l действует как антенна. Ее диаграмма направленности является результатом произведения двух множителей; один зависит от z , а другой от φ . Множитель, зависящий от z , точно такой же, как и в случае трубки электрического тока той же длины, если ток пропорционален напряжению на щели. Множитель, зависящий от φ , зависит от формы волновода. Для прямоугольного волновода (рис. 17.3) этот множитель практически не зависит от φ ; линии электрического поля, возникающие у щели, образуют приблизительно окружности, пересекающие верхнюю и нижнюю стороны волновода, распространяясь назад, они соскальзывают с волновода, и, по мере удаления от него, становятся непрерывными окружностями.

В случае цилиндрических щелевых волноводов диаграмма направленности зависит от радиуса волновода. Если $\frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1$, диа-

¹ С. А. Щелкунов „Электромагнитные волны“, глава II.

² Задача была строго решена А. А. Пистолькорсом „Электромагнитные волны в жолобе“. Журнал технической физики, XVI, 10, 1944. [Прим. ред]

грамма направленности приблизительно представляет собой круг; если $\frac{2\pi a}{\lambda} \gg 1$, то диаграмма близка к кардиоиде.

На рис. 17.8 показаны в прямоугольных координатах диаграммы направленности цилиндров со щелями. Радиусы цилиндров различны, щель занимает угол 0,1 радиана.

Увеличение максимальной интенсивности излучения при $\varphi = 0$, происходящее с увеличением радиуса, есть следствие того, что на-

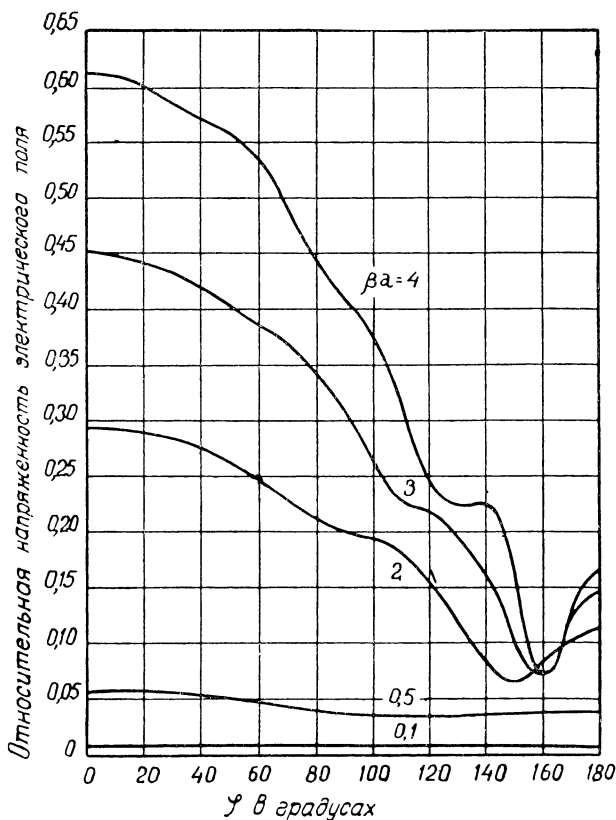


Рис. 17.8. Диаграмма направленности цилиндров со щелями.

пряжение на щели предполагалось пропорциональным радиусу. Если напряжение сохраняется постоянным, то максимум интенсивности излучения сохраняется постоянным для больших значений a . Но излучение назад уменьшается, когда a увеличивается.

17.9. Магнитная дипольная антенна

Питание щелей в проводящих плоскостях может быть осуществлено с помощью симметричных передающих линий (рис. 17.9). Такие щели являются аналогами вибраторных антенн, питаемых по-

следовательно включенными генераторами, вследствие чего они могут быть названы магнитными дипольными антеннами. В точке присоединения питающей линии к электрическому диполю ток непрерывен, напряжение же имеет разрыв вследствие приложения э. д. с. В точке питания магнитного диполя напряжение непрерывно, ток имеет разрыв вследствие приложения тока или магнитодвижущей силы.

Чтобы получить сопротивление магнитного диполя, рассмотрим сначала электрические токи в проводящей плоскости. Можно считать, что эти токи текут по обеим поверхностям плоскости. Обе поверхности оказываются включенными параллельно; следовательно, проводимость плоскости равна двойной проводимости одной из сторон

$$Y_p^{\text{ш}} = 2Y_f. \quad (51)$$

Магнитные силовые линии, связанные с токами в плоскости, нормальны к щели. Следовательно, теоретически мы можем поместить на щель полосу из идеального магнетика, не изменяя поля, при условии, что мы питаем щель симметрично с двух сторон и подводим к каждой стороне половину общего тока. Напряженность магнитного поля, касательная к щели, равна нулю в отсутствие магнетика, ее величина остается неизменной при внесении магнетика. Касательная компонента вектора E непрерывна на щели при наличии магнетика и без него; следовательно токи в магнетике отсутствуют. Так как энергия не может проникнуть через идеальный электрический экран, ни через идеальный магнитный экран, то все пространство можно разделить на две независимые части.

Теперь направление питающего тока на одной стороне изменим на обратное. Обе стороны окажутся тогда соединенными последовательно и проводимость плоскости станет равной

$$Y_p^{\Pi} = \frac{1}{2} Y_f. \quad (52)$$

Следовательно, $Y_p^{\text{ш}} = 4Y_p^{\Pi}. \quad (53)$

В новой системе касательная компонента поля H попрежнему равна нулю. Изменение направления токов на одной стороне требует изменения направления касательной компоненты поля E на щели с магнетиком. Следовательно, эта компонента становится разрывной и в магнетике появляются магнитные токи. Однако в проводящей плоскости электрических токов нет; следовательно, мы можем убрать эту плоскость, не нарушая поля. Таким образом, мы получим магнитный диполь, образованный прямой полоской магне-

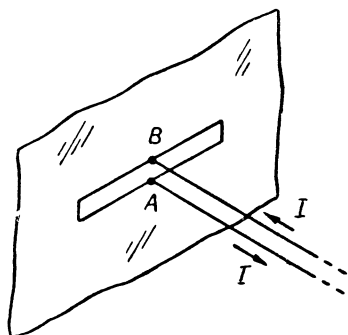


Рис. 17.9. Щелевая антенна, питаемая симметричной передающей линией.

тика тех же размеров, что и щель. Его проводимость равна $Y_p^{\text{ш}}$.

В разделе 17.3 мы видели, что существуют простые соотношения между соответствующими электрическими и магнитными антеннами. Эти соотношения были найдены попутно при определении плотности излучения, однако весьма важно вывести их непосредственно из уравнений Максвелла. В среде без потерь эти уравнения инвариантны в отношении следующих преобразований

$$E \rightarrow H, \quad H \rightarrow -E, \quad \mu \rightarrow \epsilon, \quad \epsilon \rightarrow \mu. \quad (54)$$

При этих преобразованиях среды фазовая постоянная остается неизменной, а волновое сопротивление переходит в волновую проводимость

$$\rho \rightarrow \frac{1}{\rho}. \quad (55)$$

Входное сопротивление электрической антенны определяется как отношение приложенной э. д. с. к электрическому току. Чтобы сохранить физическую размерность сопротивления, мы должны определить сопротивление магнитной антенны как отношение магнитного тока к приложенной магнитодвижущей силе. Из преобразований 54 мы заключаем, что во всех волновых сопротивлениях, связанных с полями электрических токов, и во всех волновых проводимостях, связанных с полями соответствующих магнитных токов, коэффициенты, зависящие от геометрии формы поверхности, на которой распределены токи, сохраняются теми же. Таким образом, мы имеем важную теорему

$$\frac{Z_e}{Y_m} = \frac{\rho}{1/\rho} = \rho^2, \quad Z_e Z_m = \rho^2. \quad (56)$$

Нули и полюсы соответствующих магнитных и электрических сопротивлений взаимозаменяемы между собой. Одно сопротивление равно другому, трансформированному четвертьволновым отрезком линии с волновым сопротивлением ρ . Таким образом, если Z сопротивление электрической вибраторной антенны, то сопротивление соответствующей магнитной антенны и, следовательно, последовательное сопротивление щели в плоскости равно

$$Z_p^{\Pi} = \frac{\rho^2}{Z}. \quad (57)$$

Из уравнения (53) мы получим параллельную проводимость и полное сопротивление плоскости

$$Y_p^{\text{ш}} = \frac{4Z}{\rho^2}, \quad Z_p^{\text{ш}} = \frac{\rho^2}{4Z}, \quad (58)$$

а проводимость и сопротивление каждой из ее поверхностей

$$Y_f = \frac{2Z}{\rho^2}, \quad Z_f = \frac{\rho^2}{2Z}. \quad (59)$$

Сопротивление Z может быть получено из уравнений гл. 13, если мы используем эквивалентный радиус

$$a = \frac{1}{2} w \quad (60)$$

цилиндрической антенны, характеристическое сопротивление которой равно характеристическому сопротивлению ленточной антенны из полос шириной w . Приведенные выше уравнения выведены при рассмотрении распространения основных сферических волн вдоль проводящих полос.

На практике щели прорезаются в металлических листах конечных размеров. Иногда эти размеры велики, как, например, в случае щелей в самолете. В таких случаях сопротивление внешней поверхности равно сопротивлению одной стороны проводящей плоскости. С другой стороны, щель обычно входит в устройства относительно малых размеров — объемный резонатор или волновод. Следовательно, возможно значительное разнообразие в величине сопротивления генератора (или нагрузки, если щель используется для приема, измеряемого со стороны щели. Эти сопротивления были определены из расчета взаимодействия между магнитным листом щели и нормальными типами колебаний в резонаторах (или нормальными видами волн в волноводах ¹⁾).

В коаксиальных передающих линиях и волноводах могут быть устроены решетки из щелей с целью увеличения направленности. При расчете таких систем мы в первую очередь должны знать свойства отдельных щелей, после чего принцип суперпозиции позволяет нам рассчитать всю систему щелей.

17.10. Входное устройство

Если приложенный к антенне ток сконцентрирован в небольшой области, то мы встречаемся с задачей, подобной задаче о влиянии зазора в вибраторных антеннах. В случае идеализированных щелей, которые представляются несоединенными с фидером, мы должны предусмотреть путь для зарядов от одного края щели к другому (рис. 17.10). Ток в этой области известен — это приложенный к щели ток. Таким образом, при теоретическом рассмотрении предполагается что щелевая антенна питается генератором с бесконечным сопротивлением, так же как вибратор питается генератором с нулевым сопротивлением. В щелевой антенне генератор с конечным внутренним сопротивлением заменяется генератором с бесконечным

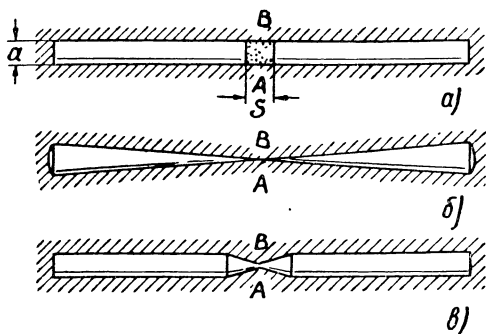


Рис. 17.10. Идеализированный вход у щелевых антенн.

¹ С. А. Щелкунов „Представление функций полного сопротивления через резонансные частоты“, JRE, Proc., 32, февраль 1944, стр. 83—90. „Понятие сопротивления в волноводах“, Quart, Appl. Math, 2, апрель, 1944, стр. 1—15.

сопротивлением, соединенным в параллель с его внутренним сопротивлением так же, как в вибраторе генератор с конечным сопротивлением заменяется генератором с нулевым сопротивлением, соединенным последовательно с его внутренним сопротивлением. Если щель однородна (рис. 17.10,а), но очень узка, то входное сопротивление не зависит от ширины зазора s до тех пор, пока эта ширина остается малой по сравнению с длиной щели, но не слишком малой в сравнении с ее шириной a . Когда s приближается к нулю, входное сопротивление стремится к бесконечности.

В сужающихся щелях (рис. 17.10,б) вблизи входа паразитные реактивности отсутствуют при условии, что плоскости бесконечно тонки. В плоскостях конечной толщины образуются узкие клинья, создающие нежелательные неоднородности, для устранения этих неоднородностей концы клиньев могут быть скошены, образуя конусы под прямыми углами к плоскостям.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. A. Schelkunoff, Some equivalence theorems of electromagnetics and their application to radiation problems, Bell Sys. Tech. Jour., 15, January 1936, pp. 92—112.
2. S. A. Schelkunoff, On diffraction and radiation of electromagnetic waves, Phys. Rev., 56, August 1939, pp. 308—316.
3. H. G. Booker, Slot aerials and their relation to complementary wire aerials (Babinet's principle), IEE Jour. (London), 93, Part IIIA, № 4, 1946, pp. 620—626. (The above papers deal with relationships between electric and magnetic antennas).
4. W. H. Watson, Resonant slots, IEE Jour. (London), 93, Part IIIA, № 4, 1946, pp. 747—777.
5. A. E. Stevenson, Theory of slots in rectangular waveguides, Jour. Appl. Phys. 19, January 1948, pp. 24—38.
6. H. J. Riblet, Microwave omnidirectional antennas, IRE Proc., 35, May 1947, pp. 474—478.
7. N. E. Lindenblad, Slot antennas, IRE Proc., 35, December 1947, pp. 1472—1479.
8. W. R. Smythe, The double current sheet in diffraction, Phys. Rev., 72, December 1947, pp. 1066—1070; Narrow gaps in microwave problems, Revs. Mod. Phys., 20, January 1948, pp. 175—180; erratum, ibid. July 1948, p. 472.
9. J. L. Putnam, B. Russell, and W. Walkinshaw, Field distributions near a centre—fed half—wave radiating slot, IEE Jour. (London), 95, Part III, July 1948, pp. 282—289.
10. J. L. Putnam, Input impedances of centre—fed slot aerials near half—wave resonance, IEE Jour. (London), 95, Part III, July 1948, pp. 290—294.
11. Z. Szepesi, Systems of slots in the wall of a circular waveguide giving a spindleshaped radiation diagram, Compt. Rend. Acad. Sci (Paris), 226, March 15, 1948, pp. 883—885.
12. George Sinclair, The patterns of slotted—cylinder antennas IRE Proc., 36, December 1948, pp. 1487—1492.
13. D. R. Rhodes, Flush mounted antennas for mobile applications, Electronics, 22, March 1949, pp. 115—117.
14. J. W. Miles, On the diffraction of an electromagnetic wave through a plane screen, Jour. Appl. Phys., 20, August 1949, pp. 760—761; On certain integral equations in diffraction theory, Jour. Math. and Phys., 28, January 1950, pp. 223—226.
15. Пистолькорс А. А., Общая теория дифракционных антенн, Ж.Т.Ф., 1, XIV, 12, 1944. [Примеч. ред.]

16. Пистолькорс А. А., О расчете реактивной проводимости дифракционных антенн, Ж. Т. Ф., XVI, 1, 3, 1946.
 17. Фельд Я. Н., Основы теории щелевых антенн, изд. Сов. Радио, 1948.
 18. Фельд Я. Н., Щелевые антенны, XVII, 12, 1947.
 19. Фельд Я. Н., ДАН, IX, № 7, 1948.
 20. Фельд Я. Н., Многощелевые антенны, Ж. Т. Ф., XVIII, 10, 1948.
 21. Пистолькорс А. А., Распространение электромагнитной энергии вдоль щели в проводящем экране, I и II, Ж. Т. Ф., 1, 11 и 21, 1948.
 22. Пистолькорс А. А., Излучение из продольных щелей в круговом цилиндре, Ж. Т. Ф., XVII, 3, 1947.
 23. Пистолькорс А. А., Излучение из поперечных щелей на поверхности кругового цилиндра, Ж. Т. Ф., XVII, 3, 1947.
 24. Левин М. Л., Теория кольцевой резонансной щели в волноводе, Ж. Т. Ф., XVII, 10, 1947.
 25. Левин М. Л., К теории щелевых антенн, ДАН, 1947, т. 21, XI, т. 58, № 6.

17.10. Задачи

17.2. Рассмотрим большую биконическую антенну. Предположим, что длина каждого конуса вдоль образующей равна l , максимальный диаметр равен $2a$ и высота антенны равна h . Предположим, что антенна велика и что $l - a \ll \frac{1}{2} \lambda$. Найти коэффициент направленного действия

О т в е т.

$$D = \frac{2h}{\lambda}.$$

17.3. Найти поле в волновой зоне бесконечно длинной трубки электрического тока.

О т в е т.

$$H_{\varphi} = -\frac{1}{2} I (\lambda^{\rho})^{-1/2} e^{-j\beta\rho - j3\pi/4}, \quad E_z = -\rho H_{\varphi},$$

где I — ток.

17.4. Найти поле в волновой зоне бесконечно длинной трубки магнитного тока.

О т в е т.

$$E_{\varphi} = \frac{1}{2} U (\lambda^{\rho})^{-1/2} e^{-j\beta\rho - j3\pi/4}, \quad H_z = \rho^{-1} E_{\varphi}.$$

17.5. Найти поле в волновой зоне бесконечно длинной полоски электрического тока шириной dx . Предполагается, что ток на единицу длины равен C .

О т в е т.

$$H_z = \frac{1}{2} \pi C dx (\lambda^{\rho})^{-1/2} e^{-j\beta\rho - j3\pi/4} \sin \varphi,$$

$$E_{\varphi} = \rho H_z.$$

17.6. Найти поле в волновой зоне полоски магнитного тока шириной dx . Предполагается, что магнитный ток на единицу длины равен M .

О т в е т.

$$E_z = -\frac{1}{2} \pi M dx (\lambda^{\rho})^{-1/2} e^{-j\beta\rho - j3\pi/4} \sin \varphi,$$

$$H_{\varphi} = -\rho^{-1} E_z.$$

17.7. Получить уравнение для постоянной распространения в получилиндре со щелью (рис. 17.7).

О т в е т.

$$\frac{N_1(u)}{J_1(u)} - \frac{4}{\pi} \ln u + \frac{6,464}{\pi} + \frac{4}{\pi} \ln \frac{a}{s} = j, \quad u = a \sqrt{\gamma^2 + \beta^2}.$$

17.8. Из уравнения в предыдущей задаче найти постоянную распространения основного типа волны в предположении, что $\ln(a/s)$ велик.

О т в е т.

$$\gamma = \left[\left(\frac{u}{a} \right)^2 - \beta^2 \right]^{1/2}$$

$$u = 3,83 - \frac{\pi N_1(3,83)}{4J_1'(3,83)} \left(\ln \frac{a}{s} + 0,273 - j \frac{\pi}{4} \right)^{-1}.$$

РЕФЛЕКТОРЫ

18.1. Общие сведения

Антенны предназначаются: во-первых, для связи источника энергии со свободным пространством и, во-вторых, для направления излучаемой мощности в каких-либо выбранных направлениях. Некоторые антенны слабо направлены, другие имеют высокую направленность. Из ненаправленных антенн могут быть составлены высоконаправленные системы. Направленность создается путем использо-

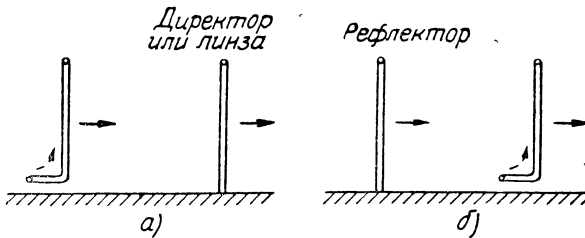


Рис. 18.1.

а) Директором или линзой является пассивная антенна, расположенная перед антенной, непосредственно связанной с источником мощности; б) рефлектором (в узком смысле) является пассивная антенна, расположенная за антенной, связанной с генератором.

вания принципа интерференции волн, приходящих от различных элементов системы в данную точку пространства с разными фазами. Требуемое изменение фазы достигается соответствующим пространственным расположением отдельных антенн в системе и соответствующей фазировкой этих антенн по отношению к какому-либо отдельному элементу системы. В антенной системе каждый элемент связан с источником мощности или непосредственно, или с помощью передающей линии, идущей от этого источника.

Предположим вначале, что одна антенна запитывается, а другая заземлена (рис. 18.1).

Поле первой антенны возбуждает поле второй антенны. Поля обеих антенн будут интерферировать и создадут неравномерную диаграмму направленности в горизонтальной плоскости.

Изменяя длину пассивной антенны или рефлектора или включая настроенный контур между ней и землей, можно управлять фазой и, следовательно, изменять направление максимума излучения. На рис. 18.1 показаны два положения заземленной антенны по отношению к активной антенне (связанной с источником мощности). В каждом положении можно получить такую разность фаз, которая требуется, чтобы создать большую направленность слева направо по сравнению с другими направлениями. Заземленная антенна, находясь вблизи активной антенны, влияет на полную величину излучаемой мощности, однако, главным образом она предназначена для изменения диаграммы направленности. Заземленная антенна действует как приемная антенна, которая излучает вновь всю принятую мощность (в данном случае земля предполагается идеально проводящей; ее можно считать источником, излучающим заимствованную из поля энергию. В гл. 8 такие антенны были названы рефлекторными антеннами. Однако часто термин рефлектор используется в более узком смысле для антенн, которые помещены позади источника первичного излучения, если смотреть по направлению максимального излучения (рис. 18,1,б). «Рефлектор», расположенный перед первичным источником (рис. 18.1,а), назван директором; он по сути является прообразом линзы. Это различие между директорами и рефлекторами является чисто внешним. Рефлекторами могут быть простые провода, как в вышеприведенном примере, а также системы проводов, экраны и проводящие поверхности различной формы. Если поверхности велики по сравнению с длиной волны, для того чтобы усилить воздействие на диаграмму направленности первичного источника, им может быть придана специальная форма. Применение рефлекторов позволяет получить чрезвычайно большое разнообразие диаграмм направленности. Это весьма важное свойство широко используется в радиолокационных антеннах.

18.2. Диаграммы направленности

В устройствах, подобных показанным на рис. 18.1, диаграммы направленности создаются подбором распределения токов в проводах. В первом приближении предполагается, что ток в первичной антенне не зависит от тока, наведенного в рефлекторе. Определение наведенного тока пояснено в гл. 8. Для большей точности мы можем определить и ток, наведенный в первичной антенне полем рефлектора.

Тот же самый метод может быть использован для всех рефлекторов. Пусть

$$f(x, y, z) = 0 \text{ или } z = F(x, y) \quad (1)$$

представляет собой уравнение отражающей поверхности.

Если $\vec{C}(x, y, z)$ — есть линейная плотность электрического тока, наведенного в рефлекторе первичным источником, то момент произвольного элемента тока равен $\vec{C}dS$, где dS — элемент поверхности. Используя метод, изложенный в разделе 12.1,

можно определить компоненты вектора излучения (N_x, N_y, N_z) интегрированием соответствующих компонент момента тока ($C_x dS, C_y dS, C_z dS$) по поверхности рефлектора. Определив вектор излучения, найдем поле в волновой зоне рефлектора. Добавляя первичное поле, получим полное поле.

Простые методы точного определения токов в рефлекторах отсутствуют. Исключением является случай рефлектора в виде бесконечной плоскости. Плотность тока, наведенного в бесконечной идеально-проводящей плоскости, равна удвоенной касательной компоненте напряженности первичного магнитного поля $\vec{H}_0(x, y, z)$. Чтобы получить этот результат, заметим, что первичное поле не может проникнуть через бесконечную отражающую плоскость. Следовательно, токи плотностью $\vec{C}$, наведенные в плоскости (рис. 18.2), должны компенсировать первичное поле на другой стороне плоскости. Так как касательные компоненты вектора H , созданные этими токами, равны и противоположны на разных сторонах плоскости, то плотность наведенных токов должна быть вдвое больше касательной компоненты H первичного поля для полной компенсации первичного поля. Следовательно,

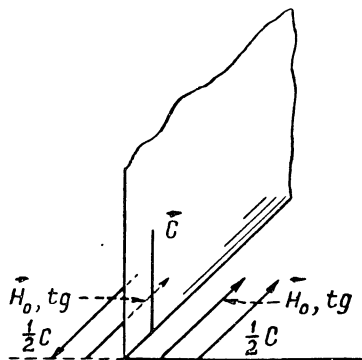


Рис. 18.2. Плотность тока, наведенного в бесконечной плоскости, равна двойной величине касательной компоненты падающего магнитного поля.

$$\vec{C} = 2\vec{n} \times \vec{H}_0, \text{ tg}, \quad (2)$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к плоскости, направленная в сторону источника первичного поля. Но можно также написать

$$\vec{C} = 2\vec{n} \times \vec{H}_0, \quad (3)$$

так как нормальная компонента $\vec{H}_{0, \text{ нор}}$ не влияет на величину векторного произведения в этом уравнении.

Как уже было упомянуто, простой метод определения плотности тока в ограниченных рефлекторах как криволинейных, так и плоских отсутствует. Если, однако, отражающая поверхность велика, можно предположить, что ток, наведенный в каждом элементе поверхности, равен току, который был бы наведен, если бы этот элемент являлся частью бесконечной плоскости. Это предположение ведет к ошибке, которая велика вблизи краев рефлектора, так как плотность тока, нормального к краю, равна нулю, а плотность тока,

касательного к краю, увеличивается по мере приближения к нему. Однако влияние этих ошибок на общее поле пропорционально периметру рефлектора, в то время, как амплитуда поля, вызванного токами на большой поверхности, зависит от площади поверхности. Краевой эффект сильно скажется только в тех направлениях, в которых поля элементов основной поверхности уничтожают друг друга при интерференции. Влияние краевых токов на главный лепесток излучения мало. Можно сделать приближенные предположения о плотности тока вблизи краев рефлектора и получить более точный результат для отраженного поля, однако в этом нет особой необходимости.

Дифференцируя уравнение 1, получим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz = 0. \quad (4)$$

Это уравнение показывает, что вектор, компоненты которого равны $\left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$, перпендикулярен к вектору с компонентами (dx, dy, dz) бесконечно малого перемещения точки на отражающей поверхности; следовательно, первый вектор совпадает по направлению с нормалью и компоненты единичной нормали могут быть написаны следующим образом:

$$n_x = D^{-1} \frac{\partial f}{\partial x}, \quad n_y = D^{-1} \frac{\partial f}{\partial y}, \quad n_z = D^{-1} \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (5)$$

$$D = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Из этих выражений и из заданного первичного поля мы можем, используя уравнение 3, получить приближенно плотность тока.

Некоторые рефлекторы подобны рупорам. Диаграмма направленности такого рефлектора может быть определена, исходя из поля в раскрыве, по методу, изложенному в гл. 16. Применение этого метода целесообразно только при таких условиях, когда мы с самого начала можем сделать правдоподобные предположения о поле в раскрыве.

18.3. Коэффициент направленного действия

При расчете к. н. д. большого рефлектора можно предположить, что рефлектор перераспределяет излучаемую первичным источником мощность, не изменяя ее общей величины.

Последовательность расчета может быть следующей: 1) магнитное поле первичного источника выражается через излучаемую мощность P ; 2) плотность тока рефлектора определяется из уравнения 3; 3) в заключение определяют максимум угловой плотности излучения мощности; 4) исходя из величины тока рефлектора, на-

ходят коэффициент направленного действия и действующую площадь

$$D = \frac{4\pi\Phi_{\text{макс}}}{P}, \quad A = \frac{\lambda^2\Phi_{\text{макс}}}{P}. \quad (6)$$

Таким образом, мы можем получить D , не имея полных диаграмм направленности.

Вместо выражения первичного поля через P мы можем выразить P через первичное поле у рефлектора. Если мы предположим, что все излучение первичного источника попадает на рефлектор, то

$$P = \frac{1}{2} \rho \iint \vec{H}_0 \cdot \vec{H}_0^* \cos \psi dS, \quad (7)$$

где ψ — угол между нормалью к dS и отраженным лучом. Подставляя в уравнение 6, получим:

$$A = \frac{2\lambda^2\Phi_{\text{макс}}}{\rho \iint \vec{H}_0 \cdot \vec{H}_0^* \cos \psi dS} \quad (8)$$

Как показано в разделе 12.1, угловая плотность излучаемой мощности может быть выражена через вектор излучения $\vec{N}$; таким образом

$$\Phi = \frac{\rho}{8\lambda^2} (N_\theta N_\theta^* + N_\varphi N_\varphi^*), \quad (9)$$

$$\vec{N} = \iint \vec{C} e^{j\beta r \cos \vartheta} dS = 2 \iint (\vec{n} \times \vec{H}_0) e^{j\beta r \cos \vartheta} dS, \quad (10)$$

где r — радиус из начала координат к произвольному элементу рефлектора, ϑ — угол, образованный этим радиусом с произвольным направлением (θ, φ) в пространстве.

Пусть

$$\vec{H}_0 = H_0(x, y, z) e^{j\rho(x, y, z)} \vec{h}(x, y, z), \quad (11)$$

где первый множитель это амплитуда напряженности магнитного поля у зеркала, второй — фазовый множитель и третий — единичный вектор в направлении $\vec{H}_0$.

Подставляя в уравнение 10, мы получим

$$\vec{N} = 2 \iint (\vec{n} \times \vec{h}) H_0(x, y, z) e^{j\rho(x, y, z) + j\beta r \cos \vartheta} dS. \quad (12)$$

Выразив действующую площадь через вектор излучения, найдем

$$A = \frac{(N_\theta N_\theta^* + N_\varphi N_\varphi^*)_{\text{макс}}}{4 \iint [H_0(x, y, z)]^2 \cos \psi dS} = \frac{(N_{\text{tg}} \cdot N_{\text{tg}}^*)_{\text{макс}}}{4 \iint [H_0(x, y, z)]^2 \cos \psi dS}. \quad (13)$$

Таким образом мы определили действующую площадь большого рефлектора через первичное поле у отражающей поверх-

ности для случая, когда большая часть первичного поля падает на рефлектор. Если некоторая часть мощности P_1 излучается мимо рефлектора, то действующая площадь, определенная выше, должна быть умножена на отношение разности $P - P_1$ к общей излучаемой мощности P . В тех случаях, когда $\vec{n} \times \vec{h}$ и $\cos \psi$ существенно постоянны на поверхности, полученные выше уравнения упрощаются, так как эти множители могут быть вынесены за знак интеграла. Нужно заметить, что амплитуда $\vec{n} \times \vec{h}$ равна синусу угла между вектором H и нормалью к поверхности, в то время как ψ — есть угол между этой нормалью и отраженным лучом. Для некоторых специальных типов зеркал могут быть сделаны дальнейшие упрощения.

Если рефлектор имеет сходство с рупором и при этом можно предположить, что отраженная волна является плоской (см. рис. 18.4, 18.5, 18.6), то действующая площадь может быть выражена через электрическое поле в раскрыве

$$E(x, y) = E_0 a(x, y) e^{j\varphi(x, y)}. \quad (14)$$

Таким образом, мы найдем

$$A = \frac{\left| \iint a(x, y) e^{j\varphi(x, y)} dS \right|^2}{\iint [a(x, y)]^2 dS}. \quad (15)$$

Подобным путем мы можем изучить влияние неоднородного амплитудного и фазового распределений в раскрыве.

18.4. Отражение от параболической поверхности

Чтобы получить максимум угловой плотности излучения в данном направлении (θ, φ) , нужно, чтобы фазовый множитель в уравнении 12 не зависел от положения отражающего элемента dS ,

$$p(x, y, z) + \beta r \cos \vartheta = \text{const.} \quad (16)$$

Если первичный источник является точечным и располагается в точке F (18.3) и если кратчайшее расстояние соответствует волновой зоне источника

$$p(x, y, z) = -\beta r + \text{const.} \quad (17)$$

Если желательно получить максимум излучения в направлении оси z , то $\cos \vartheta = \cos \theta$ и $r \cos \vartheta = z$, если начало выбрано в точке F ; следовательно, уравнение 16 принимает вид

$$r - z = \text{const, или } \sqrt{\rho^2 + z^2} - z = 2l, \quad (18)$$

где $\rho^2 = x^2 + y^2$. Значение постоянной определяется при $\rho = 0$, когда $r = l$ и $z = -l$.

Из уравнения 18 найдем

$$\rho^2 = 4lz + 4l^2. \quad (19)$$

Это уравнение параболы на плоскости или параболоида вращения в пространстве.

В направлении z

$$N_\theta N_\theta^* + N_\varphi N_\varphi^* = N_x N_x^* + N_y N_y^*. \quad (20)$$

Излучение в направлении оси z создается только теми токами в зеркале, которые перпендикулярны к этой оси. Во многих случаях симметричных первичных полей только компоненты N_x или N_y отличаются от нуля. В таких случаях уравнение 13 принимает вид

$$A = \frac{\left[\iint (\vec{n} \times \vec{h})_x H_0(x, y, z) dS \right]^2}{\iint [H_0(x, y, z)]^2 \cos \phi dS}, \quad (21)$$

где ϕ — угол между осью z и нормалью к dS .

Этот угол равен углу между плоскостью xy и плоскостью dS ; следовательно, $\cos \phi \cdot dS$ является проекцией элемента dS на плоскость xy .

В некоторых случаях $(\vec{n} \times \vec{h})_x$ приблизительно равно $\cos \phi$ и

$$A = \frac{\left[\iint H_0(x, y, z) \cos \phi dS \right]^2}{\iint [H_0(x, y, z)]^2 \cos \phi dS}. \quad (22)$$

Если H_0 постоянно, то A равно площади раскрыва рефлектора (проекция площади рефлектора на плоскость xy).

При других первичных источниках поля, отличных от точечного, поверхность рефлектора для получения максимума поля в направлении z будет отличаться от параболической. Если используется параболическая поверхность, то фазовый множитель в уравнении 12 не остается постоянным и должен быть включен в приведенное выше уравнение для A . Этот фазовый множитель уменьшает действующую площадь¹.

¹ Все приведенные выше расчеты являются довольно грубыми, они базируются на предположении, что радиус кривизны зеркала весьма велик и размеры зеркала также велики по сравнению с длиной волны. Обоснование применения метода геометрической оптики для расчета поля в раскрыве больших радиозеркал содержится в статье Конторовича и Муравьева, Ж. Т. Ф., т. 4, 1952 [Прим. ред.].

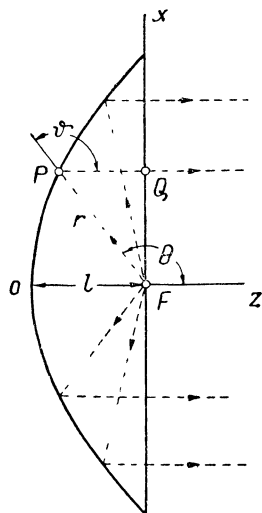


Рис. 18.3. Отражающие свойства параболы.

На рис. 18.4 представлен параболический рефлектор с дипольным облучателем в его фокусе. Обычно к диполю добавляют малый рефлектор для того, чтобы избежать прямого излучения от диполя. В качестве первичного источника используются волноводы с открытым концом. Действующая площадь правильно спроектированной параболической антенны по экспериментальным данным равна примерно двум третям площади раскрыва рефлектора. На рис. 18.5 представлен параболический цилиндр, являющийся рефлектором для линей-

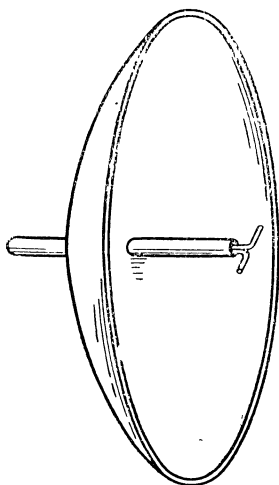


Рис. 18.4. Параболический рефлектор с первичным вибраторным облучателем.

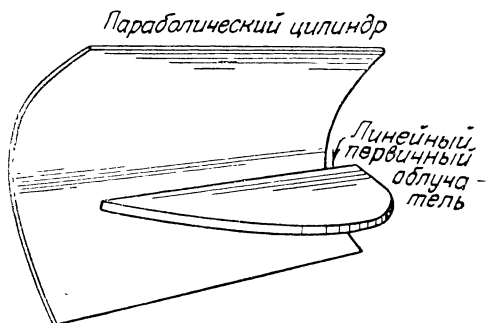


Рис. 18.5. Параболический цилиндр, служащий рефлектором для волн, излучаемых линейным источником.

ного источника. Такой линейный источник состоит из точечного источника, помещенного в фокусе узкого параболического рупора. Зеркальные антенны широко используются в радиолокации.

18.5. Угловые двугранные и трехгранные отражатели

Двугранный угловой отражатель состоит из двух пересекающихся отражающих плоскостей (рис. 18.6). Трехгранный угловой отражатель состоит из трех таких плоскостей. Приближенная диаграмма направленности и сопротивление излучения могут быть определены для них, исходя из теории зеркального изображения. Например, в случае двугрannого углового отражателя с углом раскрыва 90° (рис. 18.7,а) мы можем заменить рефлектор тремя зеркальными изображениями первичной антенны (рис. 18.7,б). Такая замена действительна только для определения главного лепестка излучения, и при этом получается приближение, согласно которому излучение направлено в пределах одного квадранта. Лучшие результаты могут быть получены, исходя из поля в раскрыве. Двугранные угловые отражатели используются в диапазоне волн от одного до 10 м. Они просты по конструкции, легки и удобны для транс-

портировки, их размеры не критичны. Испытания показывают¹, что уголковые отражатели имеют характеристики, свойственные отражателям больших размеров. Если размеры отражателей составляют две длины волны, листы могут быть заменены сетками из проволок, параллельных полю E первичного облучателя с расстоянием между ними порядка $0,1\lambda$.

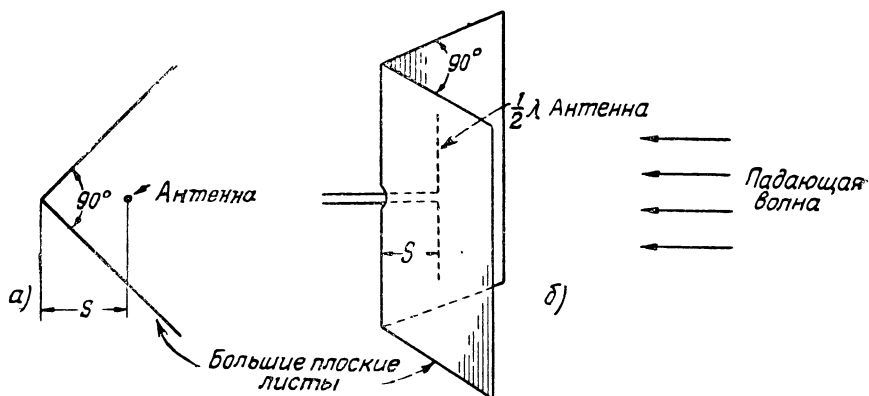


Рис. 18.6. Отражатель в виде двугранного рупора.

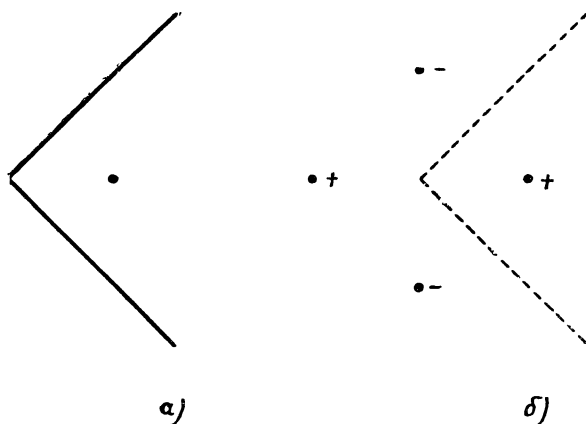


Рис 18.7.

а) Большой двугранный уголковый отражатель с углом раскрытия 90° может быть заменен при анализе тремя; б) зеркальные изображения первичной антенны, а) уголковый отражатель; б) эквивалентная антенная система.

Девяностоградусный двугранный уголковый отражатель (рис. 18.6) увеличивает усиление полуволнового вибратора примерно на 10 дб для расстояний S , в пределах от $0,2\lambda$ до $0,5\lambda$.

¹ Подробные данные в статье Джона Д. Краус „Антенны с уголковыми отражателями“, JRE, Proc, 28, ноябрь 1940, стр. 513—519.

Таким образом, расстояние между антенной и рефлектором, с точки зрения коэффициента усиления, не является критичным. Однако сопротивление излучения постепенно увеличивается от 13 ом при $S = 0,2\lambda$ до 120 ом при $S = 0,5\lambda$.

Трехгранные уголкового отражатели используются в качестве целей для микроволновых радиолокационных установок и для навигации. Их главное преимущество перед плоскими отражателями состоит в том, что они не требуют точной ориентации относительно падающих волн².

18.6. Рупорно-зеркальные антенны

Рупоры и зеркала могут быть использованы совместно, как показано на рис. 18.8. Рупор применяется в качестве первичного источ-

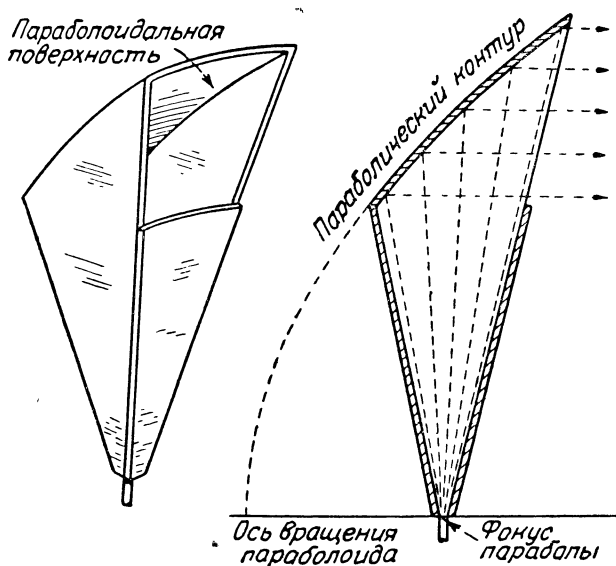


Рис. 18.8. Рупорно-зеркальная антенна.

ника для зеркала, причем он может быть смещен относительно зеркала так, что обратное отражение, которое так часто имеет место в линиях, питающих зеркальные антенны, оказывается практически исключенным. Опыты показали, что для одной из конструкций ксв в линии, питающей зеркально-рупорную антенну, составлял только 0,1 дБ в 10% полосе частот. Другим важным свойством такой системы является высокая степень развязки между двумя такими, расположенными рядом и направленными в противоположные стороны, антеннами.

² Они отражают подающие на них плоские волны в обратном направлении [Прим. ред].

18.7. Данные экспериментального исследования рефлекторов в виде вибраторов и плоских листов

На рис. 18.9 приведены цифры коэффициентов усиления, полученные с рефлекторами — вибраторами при различном их устройстве. В первой колонке приведены данные, полученные в 1927 г.

Рефлектор		P_A (с рефлектором)	P_A (рефлектор снят)	
Расположе- ние	Вид сверху	Измерено		
		Клифвудом	Нэги	
Позади антенны		1,6 (2 дБ)	2,3 (3,6 дБ)	
Перед антенной		1/4 (-6 дБ)		
Рефлектор сбоку		1,9 (2,8 дБ)		
2 рефлекто- ра по бокам		2,7 (4,2 дБ)		
1 рефлектор сзади и 2 сбоку				3 (4,8 дБ)

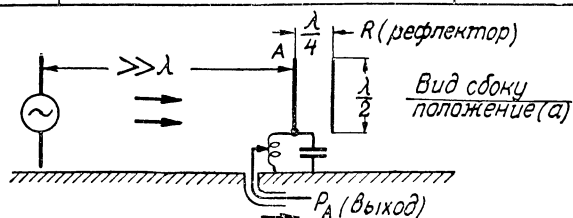
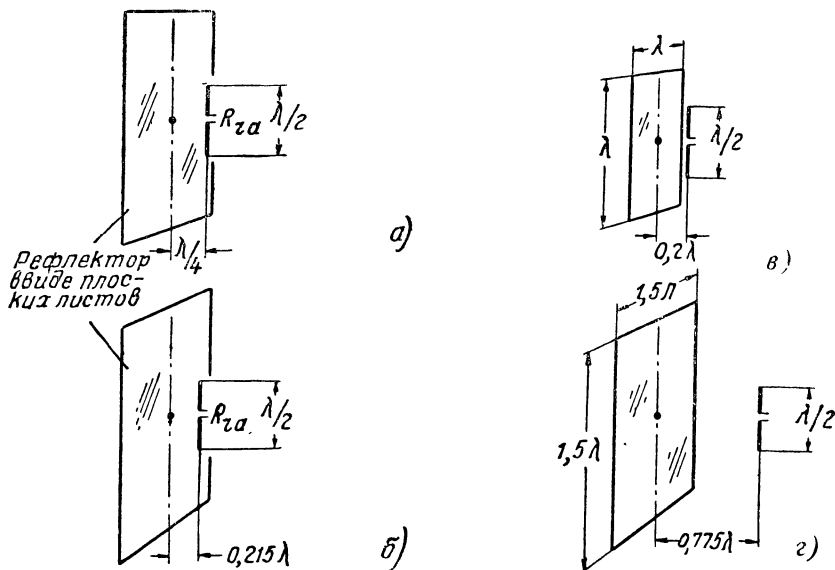


Рис. 18.9. Отражающие вибраторы.

Клиффвудом для $\lambda = 27$ м; данные в последней колонке взяты из статьи Наги о пассивных рефлекторах¹.

Более высокие коэффициенты усиления получены путем такой настройки рефлекторов, при которой результирующая разность фаз



Фиг. 18.10. Рефлекторы в виде плоских листов.

а) $R_{za} = 85,7$ ом. Прямое и зеркальное поля. Поля складываются в фазе. Следовательно:

$$\frac{D}{D_{ан}} = -4 - \times \frac{73,3}{85,7} = 3,42 \text{ (5,3 дб)}.$$

б) $R_{za} = 73,3$ ом. Прямое и зеркальное поля имеют сдвиг фазы 25° . Следовательно:

$$\frac{D}{D_{ан}} = 4 [\cos 12,5^\circ]^2 = 3,8 \text{ (5,81 дб)}$$

в) измеренный коэффициент направленного действия

$$\frac{D}{D_{ан}} = 3,3 \text{ (5,2 дб)}.$$

г) измеренный коэффициент направленного действия

$$\frac{D}{D_{ан}} = 5 \text{ (7 дб)}.$$

между токами в антенне и рефлекторе соответствует более острая диаграмме направленности.

Рис. 18.9 показывает, что поле за полуволновым рефлектором сильно ослаблено. Если, однако, уменьшить длину рефлектора примерно до $0,45\lambda$, то получится усиление поля; таким образом рефлектор становится директором или линзой. Антенна типа «волновой канал» — это система, состоящая из активного вибратора, рефлектора и нескольких директоров. Антенны такого типа нашли приме-

¹ Экспериментальное изучение пассивных вибраторных рефлекторов на 2,5 м. JRE, Proc, 24, февраль, 1936, стр. 233—254.

нение в метровом диапазоне волн. Они просты и недороги. Их главный недостаток состоит в сравнительной узости рабочей полосы.

На рис. 18.10,а и б приведены рассчитанные коэффициенты усиления для рефлектора в виде большой плоскости. Увеличение коэффициента направленности почти на 6 дБ получается при расположении рефлектора на расстояниях от $0,2 \lambda$ до $0,25 \lambda$ за антенной. Коэффициент направленного действия увеличивается до 7 дБ при несколько меньшем промежутке. В случае небольшого отражающего листа его размеры имеют существенное значение. Действительно, за счет краевого эффекта может несколько увеличиться коэффициент направленного действия. На рис. 18.10,в и г приведены экспериментальные результаты, полученные на волне $\lambda = 1 \text{ м}$.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. C. Cutler, Parabolic — antenna design for microwaves, IRE Proc., 35, November 1947, pp. 1284—1294.
2. Антенны сантиметровых волн, т. I и II (под ред. Я. Н. Фельда), изд. Сов. Радио, 1950.
3. М. И. Конторович и Ю. К. Муравьев, Ж. Т. Ф., IX, 1952.
4. Д. М. Высоковский, Об антеннах „Уда“ „Яги“, Ж. Т. Ф., XVIII, 9, 1948.
5. А. М. Модель, Анализ антенны типа „Волновой канал“, Радиотехника, 1954, т. 9, № 1.

ГЛАВА 19

ЛИНЗЫ

19.1. Общие сведения

Чтобы рупор с раскрывом данной площади имел максимальный коэффициент усиления в прямом направлении, в его раскрыве должно быть по возможности однородное распределение фазы; непостоянство фазы неизбежно вызывает ослабление основного поля вследствие интерференции. Это оптимальное условие приблизительно выполняется, если длина рупора велика, и кривизна волнового фронта в раскрыве рупора настолько мала, что разностью фаз можно пренебречь. Для рупоров с большими раскрывами такие длины неприемлемы. Целесообразнее вставить в раскрыв линзу, и таким образом выправить волновой фронт. Так как размеры раскрыва велики по сравнению с длиной волны, то подобная линза может быть рассчитана на основе геометрической оптики. При этом мы можем пренебречь влияниями кривизны поверхностей раздела между средами при прохождении волн через линзу.

Пусть F является источником сферических волн, расположенным перед линзой, представляющей собой сегмент диэлектрической сферы радиуса R (рис. 19.1). Рассмотрим произвольный луч FC . Для того чтобы волновой фронт после прохождения через линзу стал плоским, фаза волны в точке C должна быть равна фазе волны в точке B .

Следовательно, если β_0 и β суть фазовые постоянные в свободном пространстве и в линзе, то имеет место уравнение

$$\beta_0 r = \beta_0 d + \beta x. \quad (1)$$

Отношение n фазовых постоянных

$$n = \frac{\beta}{\beta_0} = \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{v_0}{v} \quad (2)$$

называется коэффициентом преломления линзы. Поделив уравнение (1) на β_0 , получим

$$r = d + nx. \quad (3)$$

Из геометрических соображений

$$r = \sqrt{(d+x)^2 + y^2},$$

подставив в уравнение (3) и возведя в квадрат, мы найдем

$$x^2 + y^2 = 2(n-1)xd + n^2x^2. \quad (4)$$

Так как $x = R(1 - \cos \Delta)$, $y = R \sin \Delta$, то уравнение (4) принимает вид

$$R = (n-1)d + \frac{1}{2}n^2R(1 - \cos \Delta)$$

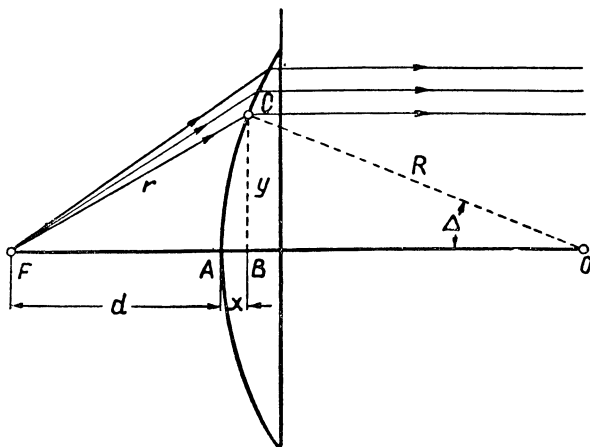


Рис. 19. 1. Плосковыпуклая линза.

Ввиду того, что d и n — постоянные, а Δ — переменное, R должно быть также переменным. Следовательно, в случае сферической линзы это уравнение не может быть удовлетворено в точности; но если Δ мало,

$1 - \cos \Delta \approx \frac{1}{2} \Delta^2$, и последний

член пренебрежимо мал, если $n^2 \Delta^2 \ll 4$. Таким образом радиус плосковыпуклой линзы, выпрямляющей сферическую волну, равен

$$R = (n-1)d. \quad (5)$$

Уравнение (4) дает форму идеальной (без учета явлений дифракции) плосковыпуклой линзы для любого значения Δ . Преобразуя уравнение к обычной форме

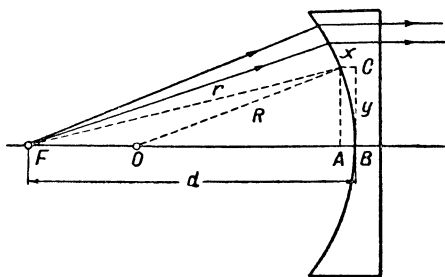


Рис. 19.2. Плосковогнутая линза.

$$\left[\frac{(n+1)x}{d} + 1 \right]^2 - \frac{n+1}{n-1} \frac{y^2}{d^2} = 1, \quad (6)$$

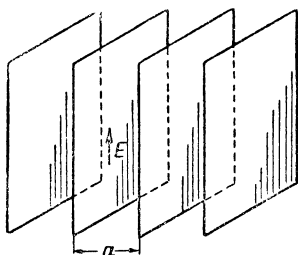
мы видим, что это уравнение гиперболоида.

Если коэффициент преломления меньше единицы, то радиус становится отрицательным и для выпрямления волнового фронта нужно применять плосковыгнутую линзу (рис. 19.2). Повторив вывод для сферического случая, мы найдем, что радиус такой линзы равен

$$R = (1 - n)d. \quad (7)$$

19.2. Волноводная линза

Если электрический вектор параллелен системе проводящих плоскостей (рис. 19.3), то фазовая скорость основного типа волны равна



$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (8)$$

где v_0 — скорость в свободном пространстве, а a — расстояние между плоскостями.

Следовательно, эффективный коэффициент преломления свободного пространства, разделенного системой параллельных проводящих плоскостей, равен

$$n = \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}. \quad (9)$$

Рис. 19.3. Свободное пространство, разделенное параллельными плоскостями, является анизотропной преломляющей средой. Если E перпендикулярно к плоскостям, то коэффициент преломления такой же, как и в свободном пространстве, но если E параллельно плоскостям, эффективный коэффициент преломления будет меньше, чем в свободном пространстве.

Если $a < \lambda < 2a$, то такая среда может быть использована для собирающих плосковыгнутых волноводных линз. Нужно заметить, что такие линзы хотя

и чувствительны к частоте, тем не менее они находят важные применения.

19.3. Искусственные диэлектрики

Диэлектрики с достаточно большим коэффициентом преломления, применяемые для изготовления микроволновых линз, имеют тяжелый вес. Для изготовления микроволновых линз применяются искусственные диэлектрики из легкого пенополистирола, в который вкраплены небольшие частицы металла. Под влиянием внешнего поля электрический заряд этих частиц смещается и они становятся диполями.

Пусть p_e — момент произвольного электрического диполя, а N — число диполей на единицу объема. Тогда поляризация среды, связанная с присутствием диполей, будет

$$P = Np_e. \quad (10)$$

Следовательно, плотность смещения равна¹

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E + N p_e. \quad (11)$$

Если ϵ — эффективная диэлектрическая постоянная среды, то

$$D = \epsilon E \text{ и } \epsilon = \epsilon_0 + \frac{N p_e}{E}. \quad (12)$$

Момент каждого отдельного диполя пропорционален приложенному полю.

Таким образом

$$p_e = \chi_e E, \quad (13)$$

где χ_e — электрическая поляризуемость или восприимчивость диполя.

Следовательно:

$$\epsilon = \epsilon_0 + N \chi_e; \quad \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \frac{N \chi_e}{\epsilon_0}. \quad (14)$$

Под воздействием магнитного поля в частицах металла могут быть наведены циркулирующие токи. Следовательно, металлические частицы могут рассматриваться как магнитные диполи. Как и выше, мы найдем эффективную магнитную проницаемость среды.

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{N \gamma_m}{\mu_0}, \quad (15)$$

где $\chi_m = \frac{p_m}{H}$ отношение магнитного момента к приложенному магнитному полю, называемое магнитной восприимчивостью частицы.

Таким образом, коэффициент преломления среды, наполненной металлическими частицами, равен

$$n = \left[\left(1 + \frac{N \chi_e}{\epsilon_0} \right) \left(1 + \frac{N \chi_m}{\mu_0} \right) \right]^{1/2}. \quad (16)$$

В то время, как χ_e всегда положительно, χ_m может быть как положительным, так и отрицательным. При изготовлении искусственных диэлектриков для микроволновых линз мы имеем возможность выбрать частицы с положительным или по крайней мере, не с отрицательным χ_m . В дальнейшем мы найдем, что электрическая и магнитная восприимчивость частиц зависят не только от формы частиц, но и от их ориентации по отношению к векторам E и H . Для нахождения коэффициента преломления искусственного диэлектрика нам нужно определить восприимчивость включенных в него частиц. В начале мы подсчитаем восприимчивость $\chi_e^{\circ} \chi_m^{\circ}$ изолированной частицы, затем рассмотрим влияние ближайших соседних частиц.

¹ См. например И. Е. Тамм, „Основы теории электричества“, ОГИЗ, 1946 [Прим. ред.].

В приближенных расчетах коэффициента преломления (уравнение 16) мы можем положить $\chi_e = \chi_e^0$ и $\chi_m = \chi_m^0$. Все расчеты основываются на предположении, что частицы малы. Восприимчивость увеличивается по мере приближения к резонансу, но вблизи резонанса она зависит от частоты и дисперсия в искусственном диэлектрике становится более заметной.

19.4. Восприимчивость изолированного тонкого стержня

Чтобы получить электрическую восприимчивость частицы, мы должны, во-первых, найти распределение электрического заряда на частице, а затем момент этого распределения. Как увидим в дальнейшем, эта задача для некоторых форм частиц может быть решена вполне строго. Для прямого цилиндрического стержня конечной длины решение является приближенным.

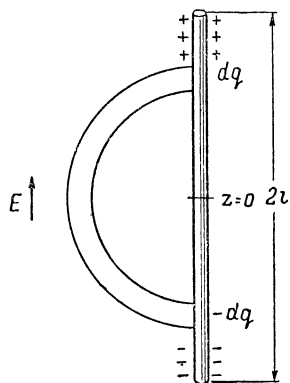


Рис. 19.4. Тонкий цилиндрический стержень в электрическом поле является электрическим диполем.

Пусть длина стержня (рис. 19.4) $2l$ и пусть электрический вектор параллелен стержню. Под воздействием приложенного поля заряд стержня смещается таким образом, что общая касательная компонента электрического поля становится равной нулю или иначе поверхность стержня становится эквипотенциальной поверхностью. Если приложено однородное поле, то потенциал равен

$$V^i = -E_z + \text{const.} \quad (17)$$

Если V^r — потенциал, связанный со смещенным разрядом, то

$$V^r = Ez. \quad (18)$$

Если обозначить через $C(z)$ емкость на единицу длины между двумя элементами стержня, расположенными на расстоянии z по разные стороны от его центра, то заряд верхнего элемента должен быть равен

$$dq = 2V^r C(z) dz = 2Ez C(z) dz, \quad (19)$$

а заряд нижнего элемента $-dq$. Момент этого диполя равен произведению dq на расстояние между зарядами $2z$

$$dp_e = 2z dq = 4Ez^2 C(z) dz. \quad (20)$$

Интегрируя, мы получим

$$p_e = 4E \int_0^l z^2 C(z) dz. \quad (21)$$

Следовательно, электрическая восприимчивость тонкого изолированного стержня длины $2l$ равна

$$\chi_e^0 = 4 \int_0^l z^2 C(z) dz. \quad (22)$$

Если форма частицы такова, что C не зависит от z , то

$$\chi_e^0 = \frac{4}{3} Cl^3. \quad (23)$$

В главе десятой мы вывели следующее приближенное выражение для емкости на единицу длины

$$C(z) = \frac{\pi\epsilon}{\ln[2z/a(z)]}, \quad (24)$$

где $a(z)$ — радиус на расстоянии z от центра. В этом выражении краевой эффект не учитывается. Преобразование уравнения (22) достаточно сложно, даже если радиус является постоянным. Только в случае, если подинтегральное выражение мало, вследствие малости z , мы можем аппроксимировать уравнение (24) следующим образом. Пусть a_0 будет некоторый средний радиус. Тогда

$$\begin{aligned} C(z) &= \frac{\pi\epsilon}{\ln(2l/a_0) + \ln[za_0/la(z)]} \approx \\ &\approx \frac{\pi\epsilon}{\ln(2l/a_0)} \left\{ 1 - \frac{\ln[za_0/la(z)]}{\ln(2l/a_0)} \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Ошибка этого приближения велика, если z очень мало; но в подинтегральном выражении уравнения (22) z входит в квадрате и поэтому произведение также мало. Ошибка становится меньше, если z возрастает. Если мы пренебрежем вторым членом, то из уравнения (23)

$$\chi_e^0 = \frac{4\pi\epsilon l^3}{3 \ln(2l/a_0)}. \quad (26)$$

При учете второго члена (имеется зависимость от z) интеграл (22) может быть преобразован по частям. Таким образом для однородного стержня мы получим:

$$\chi_e^0 = \frac{4\pi\epsilon l^3}{3 \ln(2l/a)} \left[1 + \frac{1}{3 \ln(2l/a)} \right] \approx \frac{4\pi\epsilon l^3}{3 \ln(2l/a) - 1}. \quad (27)$$

Учет краевого эффекта ведет к увеличению χ_e^0 .

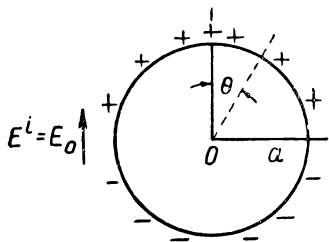
Магнитная восприимчивость тонкого проводящего стержня чрезвычайно мала.

19.5. Электрическая восприимчивость изолированной металлической сферы

Пусть $E^i = E_0$ однородное электрическое поле, приложенное к проводящей сфере радиуса a (рис. 19.5). Меридиональная составляющая этого поля равна:

$$E_\theta^i = -E_0 \sin \theta. \quad (28)$$

На поверхности сферы отраженное поле, вызванное смещением заряда, должно скомпенсировать соответствующую компоненту приложенного поля и, следовательно, должно изменяться как $\sin \theta$. Поле, изменяющееся таким образом, соответствует полю диполя (уравнение 4—67); следовательно,



$$E_\theta^r = \frac{p_e \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad (29)$$

где p_e — электрический момент диполя.

Из граничных условий получаем:

Рис. 19.5. Проводящая сфера в электрическом или магнитном поле.

$$-E_0 + \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 a^3} = 0, \quad p_e = 4\pi\epsilon_0 a^3 E_0. \quad (30)$$

Таким образом электрическая восприимчивость изолированной сферы равна:

$$\chi_e^0 = 4\pi\epsilon_0 a^3. \quad (31)$$

19.6. Магнитная восприимчивость изолированной металлической сферы

Предположим теперь, что металлическая сфера (рис. 19.5) находится в однородном магнитном поле $H^i = H_0$.

Нормальная компонента суммарного магнитного поля должна исчезать на поверхности сферы. Здесь имеется в виду, что циркулирующие электрические токи наводятся на сфере в таком направлении, что их магнитное поле противоположно падающему полю в области, занятой сферой. Следовательно, наведенный магнитный момент противоположен по направлению приложенному полю, восприимчивость оказывается отрицательной, а действие металлической сферы приводит к уменьшению магнитной проницаемости окружающей среды. Чтобы определить поляризуемость, мы заметим, что радиальная компонента приложенного поля равна

$$H_r^i = H_0 \cos \theta. \quad (32)$$

Поле магнитного диполя подобно полю электрического диполя (уравнение 4-67). Нам нужно только заменить электриче-

ский момент p_e и диэлектрическую постоянную магнитным моментом p_m и магнитной постоянной. Таким образом радиальная компонента отраженного поля равна

$$H_r^r = \frac{p_m \cos \theta}{2\pi\mu_0 r^3}. \quad (33)$$

Суммарное поле H_r должно исчезать на поверхности $r = a$ сферы и

$$H_0 + \frac{p_m}{2\pi\mu_0 a^3} = 0, \quad p_m = -2\pi\mu_0 a^3 H_0. \quad (34)$$

Следовательно, магнитная восприимчивость металлической сферы равна

$$\chi_m^0 = -2\pi\mu_0 a^3. \quad (35)$$

Таким образом, магнитная проницаемость среды при внесении в нее сферы уменьшается. Что касается коэффициента преломления, то часть желаемого эффекта, основанного на увеличении диэлектрической постоянной, теряется из-за уменьшения магнитной постоянной.

19.7. Восприимчивость различных частиц¹

Метод нахождения восприимчивости сферы, использованный в предыдущем разделе, может быть применен к эллиптическому цилиндру (рис. 19.6), к вытянутому сфероиду (рис. 19.7) и к сплюснутому сфероиду (рис. 19.8). Ниже приведены результаты для этих частиц.

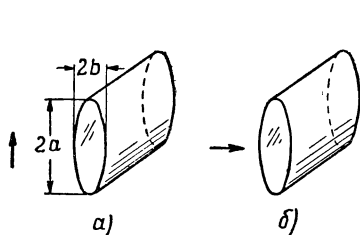


Рис. 19.6. Эллиптические цилиндры в электрическом или магнитном поле.

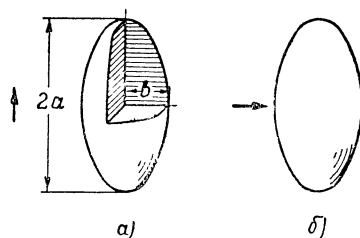


Рис. 19.7. Вытянутый сфероид в электрическом или магнитном поле.

Эллиптический цилиндр (рис. 19.6): в каком-либо из полей E или H , параллельном большой оси $2a$, восприимчивость на единицу длины равна соответственно

$$\bar{\chi}_e^0 = \pi\epsilon_0 a(a+b), \quad \bar{\chi}_m^0 = -\pi\mu_0 b(a+b), \quad (36)$$

¹ Методы расчета восприимчивости различных частиц, например, диска, полого цилиндра и т. д. рассмотрены А. Л. Микаэляном, „Радиотехника“, т. 10, № 1, 1955 [Прим. ред.]

где a и b — соответственно большая и малая полуоси эллиптического поперечного сечения.

В поле E или H , параллельном малой оси, мы получим соответственно¹

$$\bar{\chi}_e^0 = \pi \varepsilon_0 b (a + b), \quad \bar{\chi}_m^0 = -\pi \mu_0 a (a + b). \quad (37)$$

Диэлектрическая и магнитная проницаемости тогда даются выражениями

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + N \bar{\chi}_e^0, \quad \mu = \mu_0 + N \bar{\chi}_m^0, \quad (38)$$

где N — число цилиндров на единицу поверхности, нормальной к их осям. Для круглого цилиндра $b = a$, а для плоской полоски $b = 0$.

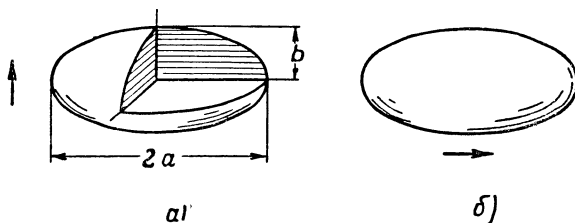


Рис. 19.8. Сплюснутый сфероид в электрическом или магнитном поле.

Вытянутый сфероид (рис. 19.7): В поле E или H , параллельном большой оси, мы имеем соответственно

$$\bar{\chi}_e^0 = \frac{4\pi \varepsilon_0 a l^2}{3 \left(\frac{a}{l} \ln \frac{a+l}{b} - 1 \right)} = \frac{4\pi \varepsilon_0 a (a^2 - b^2)}{3 \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b} - 1 \right]}, \quad (39)$$

$$\bar{\chi}_m^0 = -\frac{4\pi \mu_0 b^2 l^3}{3 \left(a l - b^2 \ln \frac{a+l}{b} \right)},$$

где a и b — большая и малая полуоси, а l — половина фокусного расстояния ($l^2 = a^2 - b^2$). Если $b \ll a$

$$\bar{\chi}_e^0 = \frac{4\pi \varepsilon_0 a^3}{3 [\ln(2a/b) - 1]}, \quad \bar{\chi}_m^0 = -\frac{4\pi}{3} \mu_0 a b^2. \quad (40)$$

Подобным же образом в поле, параллельном малой оси

$$\bar{\chi}_e^0 = \frac{8\pi \varepsilon_0 b^2 l^3}{3 \left(a l - b^2 \ln \frac{a+l}{b} \right)}, \quad \bar{\chi}_m^0 = -\frac{8\pi \mu_0 a b^2}{3 \left(1 - \frac{b^2}{l^2} + \frac{a b^2}{l^3} \ln \frac{a+l}{b} \right)}. \quad (41)$$

¹ В плоской волне E и H взаимно перпендикулярны, и электрическая восприимчивость в уравнении 36 получается так же, как магнитная в уравнении 37; подобно этому электрическая восприимчивость в уравнении 37 получается так же, как магнитная в уравнении 36.

Сплюснутый сфероид (рис. 19.8): В поле E или H , параллельном малой оси

$$\chi_e^0 = \frac{4\pi\epsilon_0 b l^2}{3\left(1 - \frac{b}{l} \operatorname{arctg} \frac{b}{l}\right)}, \quad \chi_m^0 = -\frac{4\pi\mu_0 l^3}{3\left(\operatorname{arctg} \frac{b}{l} - \frac{bl}{a^2}\right)}, \quad (42)$$

где a , b , l — соответственно большая и малая полуоси и половина фокусного расстояния.

Для плоского диска $b = 0$, $l = a$ и

$$\chi_e^0 = 0, \quad \chi_m^0 = -\frac{8}{3}\nu_0 a^3. \quad (43)$$

В поле, параллельном большой полуоси,

$$\chi_e^0 = \frac{8\pi\epsilon_0 a^2 l^3}{3[a^2 \operatorname{arctg} (b/l) - bl]}, \quad \chi_m^0 = -\frac{8\pi\nu_0 a^2 b l^3}{3\left[l^3 + a^2 l - a^2 b \operatorname{arctg} \frac{b}{l}\right]}. \quad (44)$$

В этом случае восприимчивость плоского диска равна

$$\chi_e^0 = \frac{16}{3}\epsilon_0 a^3, \quad \chi_m^0 = 0. \quad (45)$$

19.8. Поляризующее и деполяризующее действие ближайших соседних частиц

Соседние частицы (рис. 19.9) взаимодействуют между собой и таким образом изменяют свою восприимчивость. Предполагаем, что восприимчивость металлической частицы в любом данном окружении других частиц определяется коэффициентом пропорциональности в уравнении

$$p_e = \chi_e E^i \quad (46)$$

для момента, наведенного первичным полем E^i . С другой стороны, если добавим к первичному полю поле соседних частиц, момент может быть выражен следующим образом

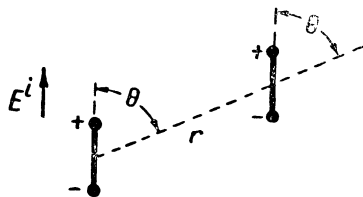


Рис. 19.9. Поляризующее и деполяризующее действие ближайших соседних частиц зависит от их взаимного положения.

$$p_e = \chi_e^0 (E^i + E_1), \quad (47)$$

где χ_e^0 — восприимчивость изолированной частицы, а E_1 — поле соседних частиц. Это справедливо, поскольку χ_e^0 является коэффициентом в выражении для момента, наведенного суммарным приложенным полем.

Для случая двух частиц

$$E_1 = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta = \frac{p_e \cos^2 \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} - \frac{p_e \sin^2 \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

или

$$E_1 = \frac{p_e (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (48)$$

Подставляя в уравнение (47), мы найдем:

$$p_e = \frac{\chi_e^0 E^i}{1 - (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \cdot (\chi_e^0 / 4\pi\epsilon_0 r^3)}. \quad (49)$$

Следовательно, восприимчивость, определенная согласно уравнению 46, равна:

$$\chi_e = \frac{\chi_e^0}{1 - (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \cdot (\chi_e^0 / 4\pi\epsilon_0 r^3)}. \quad (50)$$

Восприимчивость уменьшается, если $\theta = 90^\circ$ и увеличивается при $\theta = 0^\circ$.

В правильной решетке элементов мы должны добавить действие всех ближайших соседних частиц; полученная таким образом величина χ_e используется затем при определении суммарного наведенного момента на единицу объема: т. е. при определении восприимчивости (уравнение 10) искусственного диэлектрика и его диэлектрической постоянной (уравнение 14).

Подобным же образом должен быть произведен учет влияния соседних частиц на магнитную восприимчивость при малом расстоянии между частицами.

19.9. Отражение от линзы

Коэффициент отражения от поверхности линзы зависит от отношения волнового сопротивления искусственного диэлектрика к волновому сопротивлению свободного пространства. Заполнение диэлектрика металлическими шариками, например, ведет к уменьшению волнового сопротивления

$$\rho = \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right)^{1/2} = \rho_0 \left(1 + \frac{N\chi_m}{\mu_0}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{N\chi_e}{\epsilon_0}\right)^{-1/2}, \quad (51)$$

вследствие уменьшения магнитной проницаемости и увеличения диэлектрической. В данном случае это нежелательно, так как изменения μ и ϵ действуют на коэффициент преломления в противоположных направлениях.

Желательно увеличение магнитной проницаемости.

19.10. Методы увеличения магнитной проницаемости искусственных диэлектриков

Рассмотрим виток с емкостью (рис. 19.10). Пусть приложенное магнитное поле H_0 положительно в положительном направлении z . Наведенный ток в направлении против часовой стрелки равен:

$$I = \frac{-j\omega\mu_0 H_0 S}{j\omega L + (1/j\omega C)} = \frac{\omega^2\mu_0 C S H_0}{1 - \omega^2 LC}, \quad (52)$$

где L — индуктивность витка, а C — включенная последовательно емкость.

Момент магнитного диполя, эквивалентного витку, равен

$$p_m = \mu_0 IS. \quad (53)$$

Следовательно, магнитная восприимчивость равна

$$\chi_m^0 = \frac{\omega^2 \mu_0^2 C S^2}{1 - \omega^2 LC} = \frac{\omega^2 \mu_0^2 \epsilon_0 (C/\epsilon_0) S^2}{1 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (LC/\mu_0 \epsilon_0)} \mu_0. \quad (54)$$

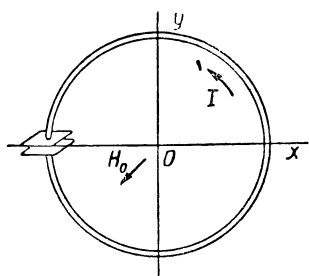


Рис. 19.10. Виток, нагруженный емкостью.

Отношения C/ϵ_0 и L/μ_0 зависят только от геометрии металлической частицы; $\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = 4\pi^2/\lambda^2$, где λ — длина волны в свободном пространстве, соответствующая данной частоте.

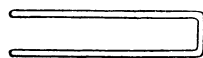


Рис. 19.11. Форма витка, близкая к резонансу.

Емкость может быть образована самим витком [рис. 19.11], если он имеет размеры, близкие к резонансным. К сожалению, восприимчивость незамкнутых витков или петель зависит от частоты.

19.11. Искусственные диэлектрики с большой диэлектрической постоянной

На рис. 19.12,а показан искусственный диэлектрик с большой эффективной диэлектрической постоянной. Чтобы определить эту постоянную, мы можем заменить диэлектрик эквивалентным контуром (рис. 19.12,б). Емкость каждого конденсатора равна

$$C = \epsilon_0 \frac{a-t}{2d}. \quad (55)$$

Емкость между пластинами A и B , разделенными промежутком в один метр, на единицу длины в направлении волны равна

$$C_{AB} = C \frac{a+t}{2} \frac{1}{d} = \epsilon_0 \frac{a^2 - t^2}{4d^2} \approx \epsilon_0 \left(\frac{a}{2d} \right)^2. \quad (56)$$

В отсутствии пластин

$$C_{AB} = \epsilon_0; \quad (57)$$

следовательно, относительная диэлектрическая постоянная материала с наполнением равна

$$\epsilon_r \approx \left(\frac{a}{2d} \right)^2. \quad (58)$$

Мы можем получить эту величину непосредственно, если заметим, что пластины заставляют проходить волны по пути DFG вместо пути DG ; следовательно,

$$\epsilon_r = \left(\frac{\text{путь } DFG}{\text{путь } DG} \right)^2 \approx \left(\frac{a}{2d} \right)^2. \quad (59)$$

На рис. 19.13,а показан второй метод заполнения диэлектрика параллельными пластинами. Ввиду симметрии строения мы можем разделить среду с помощью проводящих плоскостей на отдель-

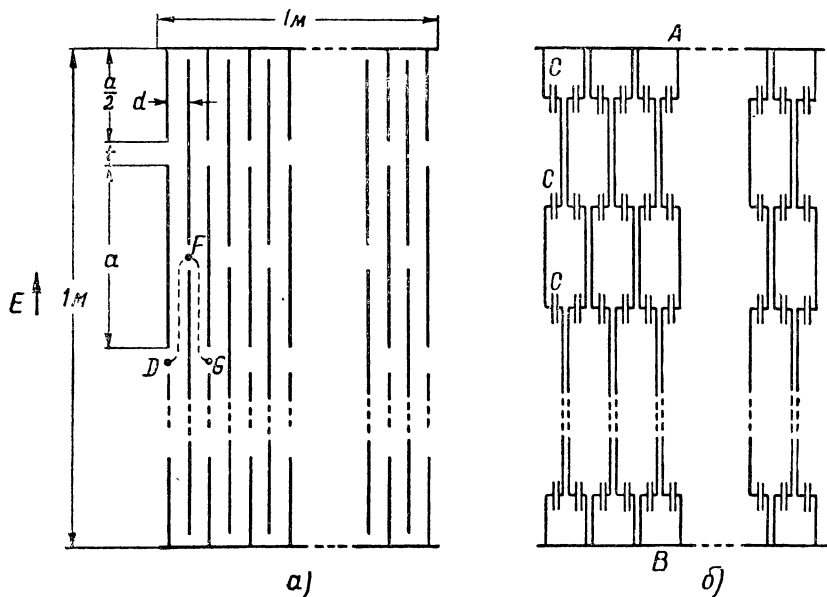


Рис. 19.12. Искусственный диэлектрик с большой диэлектрической постоянной: а) поперечное сечение материала, заполненного полосами, б) его эквивалентный контур с $\frac{2}{a+t}$ горизонтальными рядами и $1/d$ вертикальными рядами.

ные секции (рис. 19.13,б). Сопротивление в направлении вверх от A , B равно сопротивлению плоской передающей линии, замкнутой на дальнем конце; таким образом, мы имеем передающую линию из пластин, нагруженную замкнутыми пластинчатыми передающими линиями (рис. 19.13,в). Реактивность нагрузки одной секции равна

$$X_{AB} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{d}{b} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a, \quad (60)$$

где b — длина пластин.

Последовательная погонная реактивность нагруженной линии (рис. 19.13,в) равна

$$X' = 2 \frac{1}{d} X_{AB} + \omega \mu_0 \frac{t}{b}. \quad (61)$$

Погонная емкость равна

$$C' = k\varepsilon_0 \frac{b}{t}, \quad (62)$$

где k — коэффициент заполнения, который меньше единицы и стремится к единице, когда t/d увеличивается.

Из уравнений 61 и 62 получаем:

$$Z'_0 = \sqrt{\frac{X'}{\omega C'}}, \quad v' = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{\omega}{\sqrt{X'\omega C'}}. \quad (63)$$

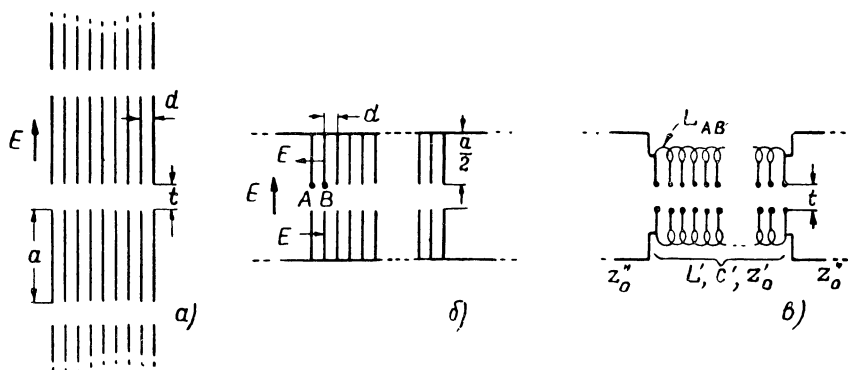


Рис. 19.13.

а) Искусственный диэлектрик из параллельных проводящих пластин, б) Секции диэлектрика и в) Эквивалентная передающая линия

Эффективная диэлектрическая постоянная определяется из формулы

$$\varepsilon_r = \left(\frac{c}{v'} \right)^2. \quad (64)$$

Если a существенно мало, $\operatorname{tg} x \simeq x$ и уравнение 60 принимает вид

$$X_{AB} = \omega L_{AB}, \quad L_{AB} = \frac{\mu_0 a d}{2b}. \quad (65)$$

В этом случае

$$\varepsilon_r \simeq k \frac{a+t}{t}, \quad (66)$$

$$KCB = 10 \lg \left(\frac{Z_0}{Z'_0} \right)^2 = 10 \lg \frac{k(a+t)}{t} = 10 \lg \varepsilon_r. \quad (67)$$

Если t велико в сравнении с d , величина k дается формулой

$$k = \frac{\pi t}{2d \operatorname{Arccosh}(e^{\pi t/2d})}. \quad (68)$$

Когда $\pi t/2d$ увеличивается, k приблизительно равно

$$k \approx \frac{1}{1 + 0,44d/t}. \quad (69)$$

Из уравнения 64, используя формулы для v' , X' и C' , найдем, что ϵ_r равно

$$\epsilon_r = k \left[\frac{\lambda}{\pi t} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{\lambda} + 1 \right], \quad (70)$$

где k определяется из уравнения 68. Даже если t немногим превышает d , эта формула дает величину ϵ_r , которая хорошо совпадает с измеренной величиной. Так например, для $a = 12,7$ мм, $t = 3,15$ мм и $d = 2,4$ мм рассчитанная величина ϵ_r для $\lambda = 7$ см равна 4,14. Эта же величина, экспериментально измеренная (Шарплессом), равна 4,32. Если d увеличить до 96,5 см, так,

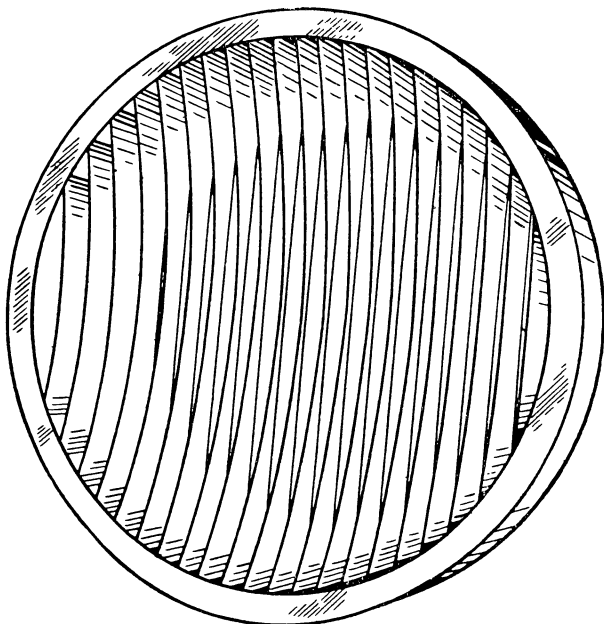


Рис. 19.14. Волноводная линза.

чтобы d было существенно больше, чем t , то использование уравнения 70 еще не приведет к большим ошибкам, как это видно из следующего сравнения с экспериментальными данными¹

$$\lambda = 7 \text{ см}, \epsilon_r (\text{расч.}) = 2,58, \epsilon_r (\text{измер.}) = 2,45,$$

$$\lambda = 3,18 \text{ см}, \epsilon_r (\text{расч.}) = 5,05, \epsilon_r (\text{измер.}) = 4,5.$$

В другой серии измерений размеры конструкции были:

$$a = 9,2 \text{ мм}, t = 6,3 \text{ мм} \text{ и } d = 4,6 \text{ мм}.$$

¹ В действительности измерения проводились с квадратами вместо пластин, близкорасположенными друг от друга. Пластины должны были бы дать несколько большие значения для измеренной диэлектрической постоянной.

В этом случае были получены следующие значения:

$$\lambda = 7 \text{ см } \epsilon_r (\text{расч.}) = 1,95 \epsilon_r (\text{измер.}) = 1,68$$

$$\lambda = 3,18 \text{ см } \epsilon_r (\text{расч.}) = 2,40 \epsilon_r (\text{измер.}) = 2,10$$

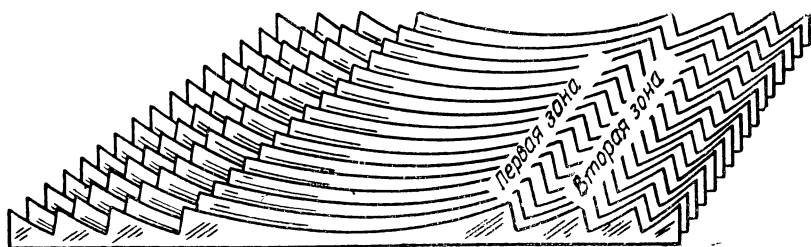


Рис. 19.15. Ступенчатая волноводная линза.

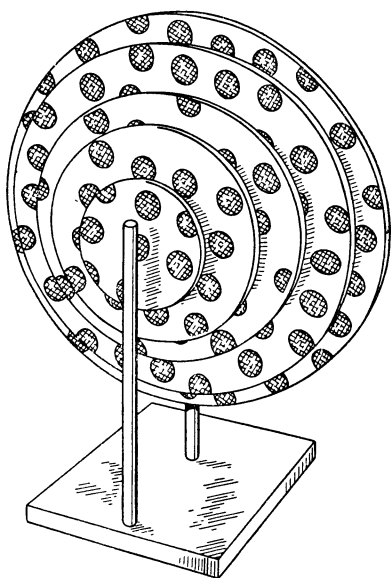


Рис. 19.16. Экспериментальная линза из пенопласта, заполненного плоскими дисками.

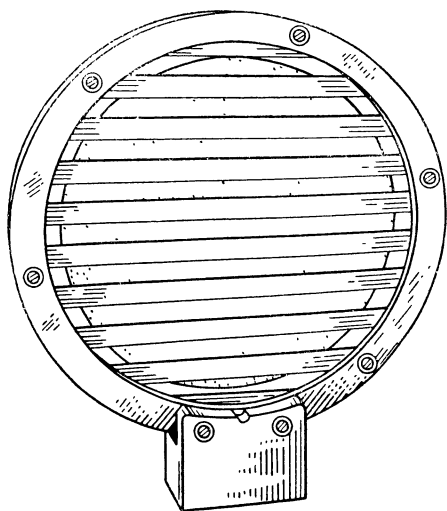


Рис. 19.17. Экспериментальная линза из слоя полистирена, заполненного пластинами.

Таким образом наш приближенный анализ оказывается вполне удовлетворительным даже, если эффективная диэлектрическая постоянная невелика.

19.12. Примеры линз

Значительное число типов металлических линз было разработано Кохом; к его статьям мы направляем читателя за более полными сведениями. Некоторые типы линз показаны на рис. 19.14—19.17.

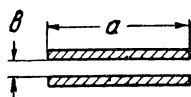
УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. E. Kock, Metal-lens antennas, IRE Proc., 34, November 1946, pp 828—836.
2. W. E. Kock, Metallic delay lenses, Bell Sys. Tech. Jour., 27, January 1948, pp. 58—82.
3. G. Wilkes, Wavelength lenses, IRE Proc., 36, February 1948, pp. 206—212.
4. S. B. Cohn, Analysis of the metal-strip delay structure for microwave lenses, Jour. Appl. Phys., 20, March 1949, pp. 257—262.
5. S. S. D. Jones and J. Brown, Metallic delay lenses, Nature (London), 163, February 26, 1949, pp. 324—325.
6. W. E. Kock, Path-length microwave lenses, IRE Proc., 37, August 1949, pp. 852—855.
7. H. B. De Vore and H. Iams, Microwave optics between parallel conducting planes, RCA Rev., 9, December 1948, pp. 721—732.
8. J. Ruze, Wide-angle metal-plate optics, IRE Proc., 38, January 1950, pp. 53—59.
9. O. M. Stuetzer, Development of artificial microwave optics in Germany, IRE Proc., 38, September 1950, pp. 1053—1056.
10. J. Brown, Design of metallic delay dielectrics, IEE Jour. (London), 97, Part III, January 1950, pp. 45—48.
11. C. A. Cochrane, An experimental verification of the theory of parallel-plate media, IEE Jour. (London), 97, Part III, March 1950, pp. 72—76.
12. G. Estrin, The effective permeability of an array of thin conducting disks, Jour. Appl. Phys., 21, July 1950, pp. 667—670.
13. S. B. Cohn, Electrolytic-tank measurements for metallic delay lens media, Jour. Appl. Phys., 21, July 1950, pp. 674—680.
14. A. E. Heins, The reflection of an electromagnetic plane wave by an infinite set of plates III, Quart. Appl. Math., 8, October 1950, pp. 281—291.
15. B. A. Lengyel, Reflection and transmission at the surface of metal-plate media, Jour. Appl. Phys., 22, March 1951, pp. 265—276.
16. S. B. Cohn, The electric and magnetic constants of metallic delay media containing obstacles of arbitrary shape and thickness, Jour. Appl. Phys., 22, May 1951, pp. 628—634.
17. В. И. Бекетов, Радиотехника, 1950, т. 5, № 1.
18. А. Л. Микаэлян Радиотехника, № 1, 1955.

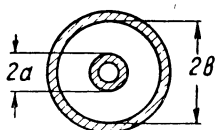
ОБЩИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ ПО АНТЕННАМ

1. J. Aharoni, Antennae—an Introduction to Their Theory, Clarendon Press, Oxford, 1946 (Перевод на русский язык „Антенны“, изд. „Сов. Радио“, 1951).
2. H. Brückman, Antennen, ihre Theorie und Technik, S. Hirzel, Leipzig, 1939.
3. D. W. Fry and F. K. Goward, Aerials for Centimetre Wave-Lengths, University Press, Cambridge, 1950.
4. John D. Kraus, Antennas, McGraw-Hill, New York, 1950.
5. E. Roubine, Les Recentes Theories de l'Antenne, Rev. Tech., Thomson-Houston, Paris, 1947.
6. Samuel Silver, Microwave Antenna Theory and Design, McGraw-Hill, New York, 1949 (Перевод на русский язык „Антенны сантиметровых волн“, изд. „Сов. Радио“, 1950).
7. H. P. Williams, Antenna Theory and Design, Vol. 1 and II, Sir Isaac Pitman and Sons, London, 1950.
8. А. А. Пистолькорс, Антенны, Связьиздат, 1947.
9. Г. З. Айзенберг, Антенны для магистральных коротковолновых радиосвязей, Связьиздат, 1948.
10. И. А. Домбровский, Антенны, Связьиздат, 1951.
11. А. А. Пистолькорс, Приемные антенны, Связьтехиздат, 1937.
12. В. В. Татаринов, Коротковолновые направленные антенны, Связьтехиздат, 1937.
13. Я. Н. Фельд, Основы теории щелевых антенн, „Сов. Радио“, 1948.

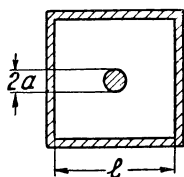
ПРИЛОЖЕНИЕ I
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЮЩИХ ЛИНИЙ



Если $b \ll a$ $Z_c = 120\pi b/a$



$Z_c = 60 \ln b/a = 138 \lg b/a$

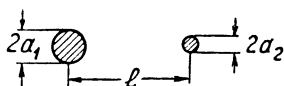


$Z_c = 60 \ln \frac{1,078l}{2a} = 138 \lg \frac{1,078l}{2a}$



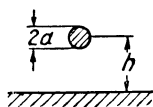
$Z_c = 120 \operatorname{arch} \frac{l}{2a} = 120 \ln \left[\frac{l}{2a} + \sqrt{\left(\frac{l}{2a}\right)^2 - 1} \right]$

Если $2a \ll l$; $Z_c = 120 \ln \frac{l}{a} = 276 \lg \frac{l}{a}$



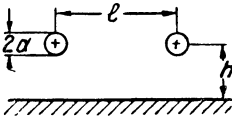
Если $2a_1 \ll l$ и $2a_2 \ll l$

$Z_c = 120 \ln \frac{l}{\sqrt{a_1 a_2}} = 276 \lg \frac{l}{\sqrt{a_1 a_2}}$

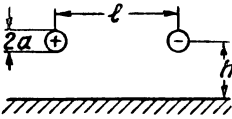


$Z_c = 60 \operatorname{arch} h/a$

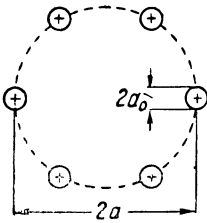
Если $a \ll h$; $Z_c = 60 \ln 2h/a = 138 \lg \frac{2h}{a}$



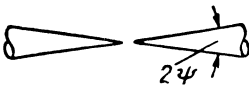
$$Z_c = 30 \ln \frac{2h}{a} \left[1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \right]^{1/2} = 69 \lg \frac{2h}{a} \left[1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2a - \text{мало})$$



$$\begin{aligned} Z_c &= 120 \ln \frac{l}{a} \left[1 + \left(\frac{l}{2h} \right)^2 \right]^{-1/2} = \\ &= 276 \lg \frac{l}{a} \left[1 + \left(\frac{l}{2h} \right)^2 \right]^{-1/2} = \\ &= 120 \ln \frac{2h}{a} \left[1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \right]^{-1/2} = \\ &= 276 \lg \frac{2h}{a} \left[1 + \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \right]^{-1/2} \end{aligned}$$

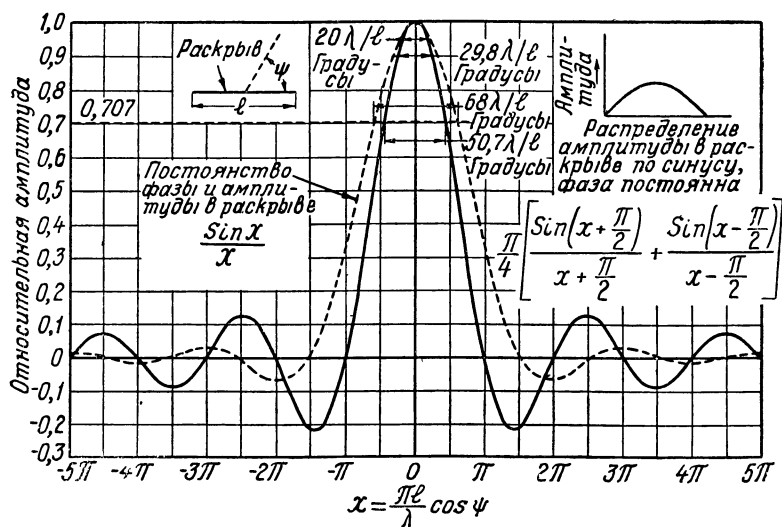


Радиус провода, эквивалентного системе проводов, $a_{\text{эфф}} = a \left(\frac{na_0}{a} \right)^{1/n}$

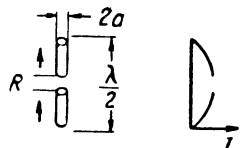
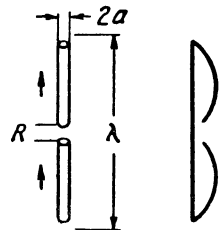
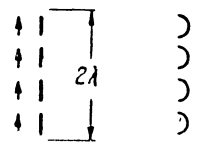


$$Z_c = 120 \ln \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi = 276 \lg \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \psi.$$

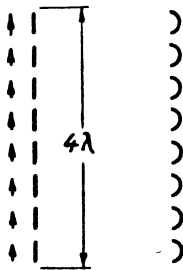
ПРИЛОЖЕНИЕ II
ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕНН С НЕПРЕРЫВНЫМ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОЛЯ



ПРИЛОЖЕНИЕ III
СОПРОТИВЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ НАПРАВЛЕННОГО
ДЕЙСТВИЯ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН

Элемент тока ($l \ll \lambda$) 	$D = 1,761 \text{ дБ}$ $A \approx \frac{\lambda}{2} \times \frac{\lambda}{4}$ $R = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \text{ ом}$
Полуволновый вибратор 	$D = 2,151 \text{ дБ}$ $A \approx \frac{\lambda}{2} \times \frac{\lambda}{4}$ $R \rightarrow 73,13 \text{ ом при } \frac{a}{\lambda} \rightarrow 0$
Одноволновый вибратор 	$D = 3,82 \text{ дБ}$ $A = \lambda \times \frac{\lambda}{5,2}$ $R = \frac{\left(276 \lg \frac{\lambda}{2a} - 110\right)^2}{199} \text{ ом}$
Двухволновый вибратор 	$D = 6,41 \text{ дБ}$ $A = 2\lambda \times \frac{\lambda}{5,7}$

Четырехволновый вибратор

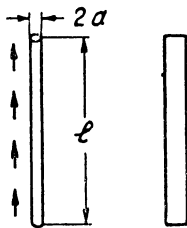


$$D = 9,23 \text{ дб}$$

$$A = 4\lambda \times \frac{\lambda}{6,0}$$

$$\left(a < \frac{\lambda_i}{4}\right)$$

Длинный провод или излу-
чатели, распределенные на
длинном цилиндре произ-
вольного диаметра



$$D = 10 \lg \frac{2l}{\lambda}$$

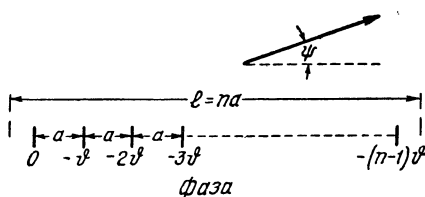
$$A = l \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$\theta(3 \text{ дб}) = 50,7 \frac{l}{\lambda} \text{ градус}$$

(Ширина главного лепестка)

ПРИЛОЖЕНИЕ IV МНОЖИТЕЛЬ СИСТЕМЫ ОДНОРОДНОЙ РЕШЕТКИ ЛИНЕЙНЫХ ВИБРАТОРОВ

Общий случай



n элементов тока на расстоянии a . $l = na$.

$$S = \frac{\sin \left[n/2 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \phi - \vartheta \right) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \phi - \vartheta \right) \right]}.$$

Противофазная пара вибраторов (Антенна Эдкока)

$$n = 2, \quad a \ll \lambda, \quad \vartheta = \pi, \quad S = \frac{2\pi a}{\lambda} \cos \phi, \quad D = 3,75.$$

Пара вибраторов (направление излучения вдоль оси)

$$n = 2, \quad a = \frac{\lambda}{4}, \quad \vartheta = \frac{\pi}{2}, \quad S = 2 \cos \left[\frac{\pi}{4} (1 - \cos \phi) \right], \quad D = 3.$$

Синфазная пара вибраторов (направленная радиосвязь)

$$n = 2, \quad \vartheta = 0, \quad S = 2 \cos \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \phi \right). \text{ Для } a = \frac{\lambda}{2}, \quad D = 3,54.$$

Синфазная решетка вибраторов (направленная радиосвязь)

$$\vartheta = 0, \quad S = \frac{\sin \left(\frac{n\pi a}{\lambda} \cos \phi \right)}{\sin \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cos \phi \right)} = \frac{\sin \left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \phi \right)}{\sin \left(\frac{\pi l}{\lambda n} \cos \phi \right)}.$$

Для $a \ll \lambda$ (непрерывное распределение),

$$S = n \frac{\sin\left(\frac{\pi l}{\lambda} \cos \phi\right)}{\frac{\pi l}{\lambda} \cos \phi}.$$

Для $l \gg \lambda$, $D \rightarrow \frac{4l}{\lambda}$.

Решетка с главным направлением излучения вдоль оси

A. ϑ — запаздывание фазы в плоской волне, распространяющейся в направлении решетки $\vartheta - \frac{2\pi a}{\lambda} = 0$

$$S = \frac{\sin\left[\frac{\pi n a}{\lambda} (1 - \cos \phi)\right]}{\sin\left[\frac{\pi a}{\lambda} (1 - \cos \phi)\right]} = \frac{\sin\left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi)\right]}{\sin\left[\frac{\pi l}{\lambda n} (1 - \cos \phi)\right]}.$$

Для $a \ll \lambda$ (непрерывное распределение)

$$S = n \frac{\sin\left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi)\right]}{\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi)}.$$

Для $l \gg \lambda$, $D \rightarrow \frac{4l}{\lambda}$.

B. $\vartheta - \frac{2\pi a}{\lambda} \leq 0; n \left[\vartheta - \frac{2\pi a}{\lambda} \right] = \vartheta'$

$$S = \frac{\sin\left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi) + \frac{\vartheta'}{2}\right]}{\sin \frac{1}{n} \left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi) + \frac{\vartheta'}{2} \right]}.$$

Для $a \ll \lambda$ (непрерывное распределение, антенна типа ЛБВ) и $\vartheta' \ll n$

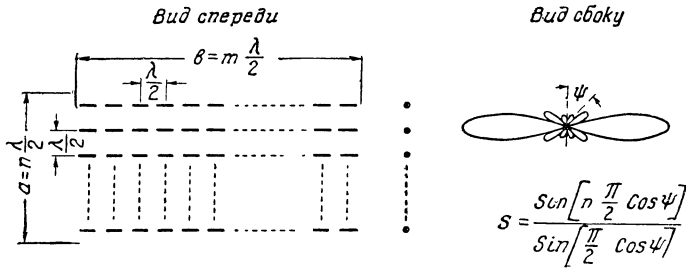
$$S \doteq n \frac{\sin\left[\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi) + \frac{\vartheta'}{2}\right]}{\frac{\pi l}{\lambda} (1 - \cos \phi) + \frac{\vartheta'}{2}}.$$

Для $l \gg \lambda$, к. н. д. имеет максимум, если

$$\vartheta' = \pi. \quad D_{\text{макс}} = 7,2 \frac{l}{\lambda}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ V

КОЭФФИЦИЕНТ НАПРАВЛЕННОГО ДЕЙСТВИЯ СИНФАЗНОЙ РЕШЕТКИ ВИБРАТОРОВ С ПОЛУВОЛНОВЫМИ ПРОМЕЖУТКАМИ МЕЖДУ ИХ ЦЕНТРАМИ



Коэффициент направленного действия (одиночное полотно)

n/m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2,15	3,82	5,33	6,41	7,31	8,05	8,68	9,23	9,71
2	5,97	8,05	9,71	10,83	11,77	12,54	13,17	13,75	14,24
3	7,85	9,77	11,33	12,44	13,35	14,07	14,73	15,27	15,77
4	9,20	11,24	12,88	14,03	14,95	15,67	16,33	16,88	17,41
5	10,25	12,22	13,80	14,90	15,83	16,57	17,17	17,76	18,25
6	11,07	13,10	14,72	15,85	16,77	17,53	18,18	18,75	19,22

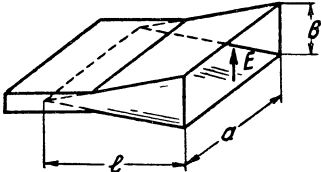
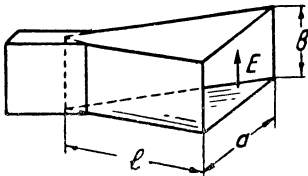
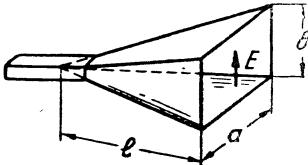
n/m	10	11	12	13	14	15	16	17
1	10,16	10,55	10,93	11,26	11,58	11,87	12,15	12,40
2	14,67	15,08	15,47	15,79	16,12	16,41	16,67	16,95
3	16,20	16,61	16,97	17,33	17,65	17,92	18,20	18,46
4	17,85	18,26	18,63	18,97	19,27	19,58	19,85	20,12
5	18,70	19,09	19,47	19,80	20,13	20,35	20,70	20,95
6	19,67	20,10	20,45	20,77	21,10	21,39	21,68	21,92

Для больших антенн $A \approx \frac{1}{2} ab$.

Полотно — рефлектор удваивает A (увеличение коэффициента направленности на 3 дБ).

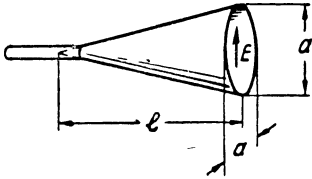
Эффективная поверхность большой антенны с рефлектором приблизительно равна ее геометрической поверхности.

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

Оптимальные рупоры	Ширина главного лепестка
$b \approx \sqrt{2l\lambda},$ $A \approx 0,65ab.$ 	<i>E</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) \approx 53 \frac{\lambda}{b} \text{ (градусы)}$ <i>H</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) = 68 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$
$a \approx \sqrt{3l\lambda},$ $A \approx 0,63ab.$ 	<i>E</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) = 51 \frac{\lambda}{b} \text{ (градусы)}$ <i>H</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) \approx 80 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$
$a \approx \sqrt{3l\lambda},$ $b = 0,81a,$ $A \approx 0,50ab,$ $\left(D \approx 15,3 \frac{l}{\lambda}\right).$ 	<i>E</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) \approx 53 \frac{\lambda}{b} \text{ (градусы)}$ <i>H</i> плоскость $\Phi(3 \text{ дБ}) \approx 80 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$

$$a \approx \sqrt[3]{2,8l\lambda},$$

$$A \approx 0,52 \frac{\pi}{4} a^2.$$



E плоскость

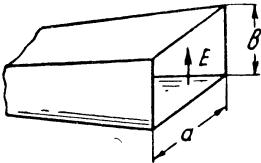
$$\Phi (3 \text{ дБ}) \approx 60 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$$

H плоскость

$$\Phi (3 \text{ дБ}) \approx 70 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$$

Длинные рупоры ($l \gg a$ или b)

$$A = \frac{8}{\pi^2} ab = 0,81ab$$

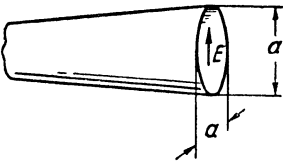


E плоскость

$$\Phi (3 \text{ дБ}) = 51 \frac{\lambda}{b} \text{ (градусы)}$$

H плоскость

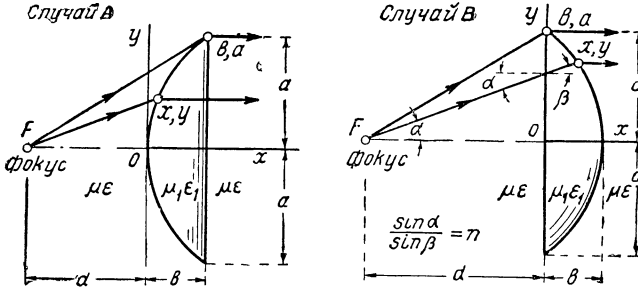
$$\Phi (3 \text{ дБ}) = 68 \frac{\lambda}{a} \text{ (градусы)}$$



$$A = \frac{2}{1,8412 - 1} \frac{\pi}{4} a^2 =$$

$$= 0,84 \frac{\pi}{4} a^2.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ VII ПЛОСКОВЫПУКЛЫЕ ЛИНЗЫ



Коэффициент преломления

$$n = \sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu \epsilon}}.$$

Случай А

Линза имеет форму гиперболоида

$$\left[\frac{(n+1)x}{d} + 1 \right]^2 - \frac{n+1}{n-1} \frac{y^2}{d^2} = 1.$$

Радиус кривизны в точке O $R = d(n-1)$.

Из уравнения поверхности

$$d + b = \frac{a^2 - (n-1)^2 b^2}{2(n-1)b},$$

$$d = \frac{a^2 - (n^2 - 1)b^2}{2(n-1)b}.$$

Когда

$$\frac{(n^2 - 1)b^2}{a^2} \rightarrow 0, \quad d \rightarrow \frac{a^2}{2(n-1)b},$$

и точки (b, a) приближаются к поверхности радиуса $R = d(n-1)$.

Случай В

Форма линзы определяется уравнением

$$x = d \frac{\left[1 + \left(\frac{a}{d} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{1}{\cos \alpha}}{n \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2} \right)^{-1/2} - 1}$$

$$y = d \operatorname{tg} \alpha + x(n^2 - \sin^2 \alpha)^{-1/2} \sin \alpha.$$

Следовательно,

$$d = \frac{a^2 - (n-1)^2 b^2}{2(n-1)b}$$

аналогично уравнению для $d+b$ в случае **A**.

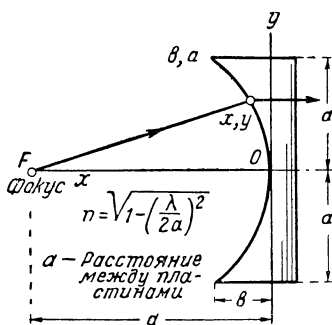
Когда

$$\frac{(n-1)^2 b^2}{a^2} \rightarrow 0, \quad d \rightarrow \frac{a^2}{2(n-1)b},$$

и точки (b, a) приближаются к сфере радиусом

$$R = d(n-1)$$

ВОЛНОВОДНЫЕ ЛИНЗЫ



Линза эллипсоидальной формы

$$\left[\frac{1+n}{d} x - 1 \right]^2 + \frac{1+n}{1-n} \frac{y^2}{d^2} = 1.$$

Радиус кривизны в точке O $R = d(1-n)$.

Из уравнения формы

$$d = \frac{a^2 + (1-n^2)b^2}{2(1-n)b}.$$

Когда

$$\frac{(1-n^2)b^2}{a^2} \rightarrow 0, \quad d \rightarrow \frac{a^2}{2(1-n)b},$$

и точки (b, a) приближаются к поверхности сферы радиуса $R = d(1-n)$.

ПРИЛОЖЕНИЕ VIII

ВЗАИМНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВИБРАТОРОВ НА ВХОДНЫХ ЗАЖИМАХ СО СТОРОНЫ ПЕРЕДАЮЩЕЙ ЛИНИИ

$$Z_{12} = \frac{Z_{12}^a}{I_1 I_2} = \frac{R_{12}^a + jX_{12}^a}{I_1 I_2},$$

$$I_1 = \left[1 + \frac{M(l_1)}{K_a^{(1)}} \right] \sin \beta l_1 + \frac{N(l_1) - jZ_a(l_1)}{K_a^{(1)}} \cos \beta l_1;$$

$$I_2 = \left[1 + \frac{M(l_2)}{K_a^{(2)}} \right] \sin \beta l_2 + \frac{N(l_2) - jZ_a(l_2)}{K_a^{(2)}} \cos \beta l_2;$$

$$\begin{aligned} R_{12}^a = & 30 \cos(L_1 + L_2) [2 \operatorname{Ci} \beta \rho - \operatorname{Ci}(R_{04} + L_2) - \operatorname{Ci}(R_{04} - L_2) + \operatorname{Ci}(R_{14} - L_1 - L_2) + \\ & + \operatorname{Ci}(R_{14} + L_1 + L_2) - \operatorname{Ci}(R'_{02} - L_1) - \operatorname{Ci}(R'_{02} + L_1)] + 30 \cos(L_2 - L_1) \times \\ & \times [2 \operatorname{Ci} \beta \rho - \operatorname{Ci}(R_{04} + L_2) - \operatorname{Ci}(R_{04} - L_2) + \operatorname{Ci}(R_{24} - L_2 + L_1) + \\ & + \operatorname{Ci}(R_{24} + L_2 - L_1) - \operatorname{Ci}(R'_{02} - L_1) - \operatorname{Ci}(R'_{02} + L_1)] + 30 \sin(L_1 + L_2) \times \\ & \times [\operatorname{Si}(R_{04} - L_2) - \operatorname{Si}(R_{04} + L_2) + \operatorname{Si}(R_{14} + L_1 + L_2) - \operatorname{Si}(R_{14} - L_1 - L_2) + \\ & + \operatorname{Si}(R'_{02} - L_1) - \operatorname{Si}(R'_{02} + L_1)] + 30 \sin(L_2 - L_1) [\operatorname{Si}(R_{04} - L_2) - \operatorname{Si}(R_{04} + L_2) + \\ & + \operatorname{Si}(R_{24} + L_2 - L_1) - \operatorname{Si}(R_{24} + L_1 - L_2) + \operatorname{Si}(R'_{02} + L_1) - \operatorname{Si}(R'_{02} - L_1)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{12}^a = & 30 \cos(L_1 + L_2) [\operatorname{Si}(R_{04} - L_2) + \operatorname{Si}(R_{04} + L_2) - 2 \operatorname{Si} \beta \rho - \operatorname{Si} \times \\ & \times (R_{14} - L_1 - L_2) - \operatorname{Si}(R_{14} + L_1 + L_2) + \operatorname{Si}(R'_{02} + L_1) + \operatorname{Si}(R'_{02} - L_1)] + \\ & + 30 \cos(L_2 - L_1) [\operatorname{Si}(R_{04} - L_2) + \operatorname{Si}(R_{04} + L_2) - 2 \operatorname{Si} \beta \rho - \operatorname{Si}(R_{24} - L_2 + L_1) - \\ & - \operatorname{Si}(R_{24} + L_2 - L_1) + \operatorname{Si}(R'_{02} + L_1) + \operatorname{Si}(R'_{02} - L_1)] + 30 \sin(L_1 + L_2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times [\operatorname{Ci}(R_{04}-L_2)-\operatorname{Ci}(R_{04}+L_2)-\operatorname{Ci}(R_{14}-L_1-L_2)+\operatorname{Ci}(R_{14}+L_1+L_2)+ \\ &+\operatorname{Ci}(R_{02}'-L_1)-\operatorname{Ci}(R_{02}'+L_1)]+30\sin(L_2-L_1)[\operatorname{Ci}(R_{04}-L_2)-\operatorname{Ci}(R_{04}+L_2)- \\ &-\operatorname{Ci}(R_{24}-L_2+L_1)-\operatorname{Ci}(R_{24}+L_2-L_1)+\operatorname{Ci}(R_{02}'+L_1)-\operatorname{Ci}(R_{02}'-L_1)], \end{aligned}$$

$$L_{1,2}=\beta l_{1,2}, \quad R_{04}=\beta \sqrt{\rho^2+l_2^2}, \quad R_{14}=\beta \sqrt{\rho^2+(l_1+l_2)^2},$$

$$R_{24}=\beta \sqrt{\rho^2+(l_2-l_1)^2}, \quad R_{02}'=\beta \sqrt{\rho^2+l_1^2}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ IX

ПАРАМЕТРЫ СРЕДЫ

Первичные параметры

g — проводимость,
 ϵ — диэлектрическая проницаемость,
 μ — магнитная проницаемость,
 ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость,
 μ_r — относительная магнитная проницаемость.

$$Q = \frac{1}{\text{коэффициент мощности}} = \frac{\omega \epsilon}{g} = \frac{\text{плотность тока смещения}}{\text{плотность тока проводимости}}$$

Вторичные параметры

$\gamma = [j\omega\mu(g + j\omega\epsilon)]^{1/2} = \alpha + j\beta$ — постоянная распространения.

$\rho = [j\omega\mu/(g + j\omega\epsilon)]^{1/2} = R + jX$ — полное волновое сопротивление.

$$\alpha = \left[\frac{1}{2} \omega\mu (\sqrt{g^2 + \omega^2\epsilon^2} - \omega\epsilon) \right]^{1/2} = \frac{1}{2} g \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} \right) \right]^{-1/2}} -$$

постоянная затухания.

$$\beta = \left[\frac{1}{2} \omega\mu (\sqrt{g^2 + \omega^2\epsilon^2} + \omega\epsilon) \right]^{1/2} = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{Q^2}} \right) \right]^{1/2} - \text{фазовая}$$

постоянная.

$R = \beta (g^2 + \omega^2\epsilon^2)^{-1/2} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right)^{-1/2}$ — активная составляющая волнового сопротивления.

$X = \alpha (g^2 + \omega^2\epsilon^2)^{-1/2} = \frac{\alpha}{\omega\epsilon} \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right)^{-1/2}$ — реактивная составляющая волнового сопротивления.

$$v = \frac{\omega}{\beta} - \text{фазовая скорость.}$$

Свободное пространство

$$g_v = 0, \quad \epsilon_v = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{г}}{\text{м}}, \quad \mu_v = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{гн}}{\text{м}}, \quad \rho_v = 120\pi \text{ ом}, \quad \alpha_v = 0, \quad \beta_v = \frac{\omega}{3 \cdot 10^8} \frac{1}{\text{м}},$$

$$v_v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

Диэлектрики ($Q > 10$)

$$\gamma \approx \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}}, \quad \alpha \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r}}{6Q} \cdot 10^{-8}, \quad \beta \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_r}}{3} \cdot 10^{-8}, \quad v \approx \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}}.$$

Полистирол } $\epsilon_r = 2, 3, \quad Q = 3000.$
 Полиэтилен }

Твердая резина (эбонит) $\epsilon_r = 2,7$, $Q = 200$.

Фанера $\epsilon_r = 1,8$, $Q = 25$.

Проводники

$$\gamma = (j\omega\mu g)^{1/2}, \quad \rho = (j\omega\mu/g)^{1/2}, \quad \alpha = \beta = \left(\frac{1}{2} \omega\mu g\right)^{1/2},$$

$$R = X = \left(\frac{1}{2} \omega\mu/g\right)^{1/2}. \quad t = l/\alpha = \text{толщина скин-слоя.}$$

Медь

$$g = 5,8 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{ом м}}, \quad \mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{гн}}{\text{м}}, \quad \alpha = 15,1 \sqrt{f} \frac{\sqrt{\text{неп}}}{\text{м}}, \quad R = 2,61 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ ом.}$$

Другие среды:

$$\text{Почва } g = 0,001 \text{ до } 0,02 \frac{1}{\text{ом м}}, \quad \epsilon_r = 10 \text{ до } 30.$$

$$\text{Морская вода } g = 5 \frac{1}{\text{ом м}}, \quad \epsilon_r = 78.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ X

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ И СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Уравнения Максвелла выражают законы взаимосвязи между электрическим и магнитным полями. Они связывают пространственные скорости распространения этих полей со скоростями изменения их во времени. Более определенно, они определяют распространение двух взаимно-перпендикулярных электрической и магнитной составляющих поля в направлении, перпендикулярном к их ориентации. На это распространение влияют составляющие поля в направлении распространения.

Если выбрать направление оси z в качестве произвольного направления распространения, то уравнения распространения двух пар $(E_x H_y$ и $H_x E_y)$ взаимно-перпендикулярных поперечных полей выразятся так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -j\omega\mu H_y + \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} = -(g + j\omega\epsilon) E_x + \frac{\partial H_z}{\partial y}; \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} &= (g + j\omega\epsilon) E_y + \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu H_x + \frac{\partial E_z}{\partial y}. \end{aligned} \quad \text{I}$$

Составляющие E_z, H_z в направлении распространения зависят от поперечной скорости поперечных составляющих поля:

$$(g + j\omega\epsilon) E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad j\omega\mu H_z = -\frac{\partial E_y}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial y}. \quad \text{II}$$

В сферических координатах уравнения радиального распространения двух пар $(E_\theta H_\varphi$ и $H_\theta E_\varphi)$ взаимно-перпендикулярных поперечных составляющих имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} (rE_\theta) &= -j\omega\mu (rH_\varphi) + \frac{\partial E_r}{\partial \theta}, \\ \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi) &= -(g + j\omega\epsilon) (rE_\theta) + \frac{\partial H_r}{\sin \theta \partial \varphi}, \\ \frac{\partial}{\partial r} (rH_\theta) &= (g + j\omega\epsilon) (rE_\varphi) + \frac{\partial H_r}{\partial \theta}, \\ \frac{\partial}{\partial r} (rE_\varphi) &= j\omega\mu (rH_\theta) + \frac{\partial E_r}{\sin \theta \partial \varphi}. \end{aligned} \quad \text{III}$$

Радиальные составляющие зависят от поперечных скоростей поперечных составляющих:

$$\begin{aligned} (g + j\omega\epsilon) r^2 E_r &= \frac{1}{\sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (rH_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (rH_\theta) \right], \\ j\omega\mu r^2 H_r &= \frac{1}{\sin \theta} \left[-\frac{\partial}{\partial \theta} (rE_\varphi \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (rE_\theta) \right]. \end{aligned} \quad \text{IV}$$

Заметим, что выражения в левой стороне этих уравнений представляют плотности радиальных электрических и магнитных токов на единицу телесного угла.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие</i>	3
Глава I. Физические принципы излучения	5
1.1. Радиосвязь	5
1.2. От цепей к полям	5
1.3. Уравнения Максвелла	9
1.4. Силовые линии	11
1.5. Волны	12
1.6. Электрические колебания в проводниках и в свободном пространстве	17
1.7. Короткие антенны	20
1.8. Излучение	23
1.9. Тепловые потери	26
1.10. Полное сопротивление антенны	27
1.11. Распределение тока в тонких антеннах	29
1.12. Расчет поля излучения	30
1.13. Направленное излучение	31
1.14. Направленный прием	36
1.15. Передача мощности в свободном пространстве	36
1.16. Большие излучающие, отражающие и поглощающие поверхности	38
1.17. Антенные решетки	42
1.18. Коэффициент направленного действия большой излучающей поверхности с отражающим плоским экраном	43
1.19. Передача мощности от большой излучающей поверхности к большой поглощающей поверхности	45
1.20. Магнитные экраны	47
1.21. Распространение волн	48
1.22. Излучение через рупоры с большими раскрытиями	49
1.23. Параболические рефлекторы	52
1.24. Линзы	53
1.25. Широкополосные линейные антенны	54
1.26. Антенны различных типов	55
1.27. Земля и атмосфера	58
1.28. Теория и практика	58
1.29. Задачи	60
Глава 2. Уравнения Максвелла	63
2.1. Понятие и уравнения электромагнитного поля	63
2.2. Уравнения Максвелла для общего случая и для стационарного режима	72
2.3. Дифференциальные уравнения и граничные условия	74
2.4. Электрические цепи	75
2.5. Поток энергии	78
2.6. Задачи	80
Глава 3. Плоские волны	82
3.1. Классификация волн	82
3.2. Однородные плоские волны	83
3.3. Волны между параллельными полосами	88
3.4. Волны, направляемые параллельными проводниками	89

3.5. Уравнения передачи для одномерного случая	92
3.6. Отражение	92
3.7. Задачи	96
Глава 4. Сферические волны	98
4.1. Введение	98
4.2. Уравнения Максвелла в сферических координатах	99
4.3. Поля круговой симметрии	102
4.4. Поле, зависящее только от расстояния до начала координат	102
4.5. Сферические волны на больших расстояниях от центра	103
4.6. Сферические волны ТЕМ	104
4.7. Основные волны в неконических проводках	107
4.8. Волны ТЕМ у коаксиальных цилиндров	108
4.9. Волны ТЕМ у параллельных проводов	109
4.10. Основные волны у расходящихся проводов	110
4.11. Основные волны конической решетки	110
4.12. Высшие типы волн	111
4.13. Точечный заряд, диполь и элемент электрического тока	114
4.14. Поле элемента электрического тока в дальней зоне в свободном пространстве	120
4.15. Сравнение волн в свободном пространстве и основных волн у расходящихся проводов	121
4.16. Линии потока мощности	121
4.17. Электрические силовые линии	126
4.18. Теория зеркальных изображений	130
4.19. Задачи	132
Глава 5. Направленное излучение	138
5.1. Основная формула	138
5.2. Интенсивность излучения и излучаемая мощность	140
5.3. Интенсивность излучения элемента тока	141
5.4. Мощность излучения элемента тока	141
5.5. Диаграммы излучения	142
5.6. Изотропный излучатель	142
5.7. Интерференция волн и направленное излучение	143
5.8. Множитель системы	144
5.9. Антенная пара, излучающая вдоль оси	145
5.10. Синфазная пара	146
5.11. Равномерные решетки	147
5.12. Однородные синфазные решетки	148
5.13. Однородные решетки, излучающие вдоль оси	150
5.14. Непрерывные решетки	150
5.15. Прямоугольные решетки	151
5.16. Определение излучаемой мощности	154
5.17. Асимптотические формулы для определения излучаемой мощности	154
5.18. Энергия и мощность, затрачиваемые при возбуждении электромагнитных волн	156
5.19. Реакция излучения на электрический ток. Сопротивление излучения	158
5.20. Взаимное активное сопротивление излучения двух элементов тока	158
5.21. Метод моментов для определения мощности излучения	160
5.22. Применение метода моментов	163
5.23. Направленный прием	165
5.24. Синтез антенных решеток	167
5.25. Задачи	170
Глава 6. Коэффициент направленного действия (КНД) и действующая площадь передающей антенны	178
6.1. Коэффициент направленного действия передающей антенны	178
6.2. Коэффициент полезного действия	179
6.3. Усиление мощности	180

6.4. Действующая площадь приемной антенны	180
6.5. Формулы передач в свободном пространстве	182
6.6. Соотношение между КНД и действующей площадью	183
6.7. Вспомогательные формулы передачи в свободном пространстве	184
6.8. Коэффициент направленного действия пары, излучающей вдоль оси	184
6.9. Коэффициент направленного действия синфазной пары	185
6.10. Вертикальный элемент над идеальной землей	186
6.11. Коэффициент направленного действия синфазных решеток	187
6.12. Коэффициент направленного действия решеток, излучающих вдоль оси	188
6.13. Коэффициент направленного действия непрерывных решеток, излучающих вдоль оси	189
6.14. Коэффициент направленного действия непрерывных синфазных решеток	191
6.15. Коэффициент направленного действия непрерывных прямоугольных синфазных решеток	191
6.16. Излучение провода с бегущей волной тока	192
6.17. Коэффициент направленного действия и телесный угол, образуемый основным лепестком	193
6.18. Коэффициент направленного действия и сопротивление излучения	195
6.19. Усиление напряжения несогласованной приемной антенны	195
6.20. „Сверхнаправленные“ антенны	195
6.21. Задачи	199
Глава 7. Распространение волн над земной поверхностью	201
7.1. Теория зеркальных изображений	201
7.2. Расчет коэффициентов отражения	202
7.3. Коэффициенты отражения от земли	206
7.4. Диаграммы направленности	208
7.5. Передача радиоволн под небольшими углами	210
7.6. Поляризация волны при падении по касательной	211
Глава 8. Токи в антенне	213
8.1. Электрические свойства антенны	213
8.2. Влияние распределения тока на диаграмму излучения и излучаемую мощность	214
8.3. Влияние распределения тока на входное сопротивление антенны	214
8.4. Факторы, влияющие на распределение тока в антенне	215
8.5. Квазистатическая и динамическая составляющие напряженности электрического поля	218
8.6. Элементы электрического тока	221
8.7. Бесконечно тонкие трубки тока	223
8.8. Тонкие трубки тока	225
8.9. Точные уравнения распределения квазистатического потенциала и динамическая составляющая напряженности электрического поля в системе из параллельных тонких проводов	226
8.10. Точные уравнения для системы изогнутых проводов	227
8.11. Граничные условия для разветвлений проводов	228
8.12. Граничные условия в случае сосредоточенного включения генератора	228
8.13. Асимптотические уравнения для поля на поверхности тонкой трубки тока	229
8.14. Асимптотические уравнения для потенциала и тока в тонком проводе	231
8.15. Определение волнового сопротивления провода	233
8.16. Асимптотическая форма распределения потенциала и тока на тонких проводах	235
8.17. Координаты разделенных проводов	236
8.18. Асимптотическое распределение тока в вибраторных антеннах	237
8.19. Асимптотическое распределение тока в пассивных антеннах	241
8.20. Асимптотическое распределение тока в приемных антеннах	242

8.21. Асимптотическое распределение потенциала в вибраторных антеннах	242
8.22. Влияние излучения на ток в антенне	243
8.23. Концевой эффект в вибраторных передающих антеннах	243
8.24. Распределение тока в антеннах с индуктивной и емкостной нагрузкой	245
8.25. Асимптотические формы распределения тока в слабо связанных системах проводов	246
8.26. Потенциал и ток в тонких параллельных проводах с сильной связью	248
8.27. Цепи, в которых отдельные участки имеют сильную связь	250
8.28. Влияние скачкообразного изменения радиуса антенны	252
8.29. Получение тех же выводов при другом подходе к решению задачи	253
8.30. Направляемая и излучаемая мощность	257
8.31. Резонанс тока и резонанс напряжения	259
8.32. Влияние сопротивления на величину тока в антенне	262
8.33. Эффект близости зажимов антенны	262
8.34. Задачи	263
Глава 9. Полное сопротивление, принцип взаимности, эквивалентность	268
9.1. Общие сведения	268
9.2. Полное сопротивление как функция комплексной переменной	268
9.3. Нули и полюсы функций полного сопротивления	270
9.4. Выражение $Z(p)$ и $Y(p)$ через нули и полюсы	274
9.5. Резонанс тока и резонанс напряжения в простейших цепях	281
9.6. Резонанс тока и резонанс напряжения в сложных цепях	285
9.7. Небольшие вибраторные и рамочные антенны	286
9.8. Линейные преобразователи	288
9.9. Теоремы взаимности	290
9.10. Теоремы эквивалентности цепей	291
9.11. Применение теоремы взаимности к распределению тока	293
9.12. Пассивные антенны	295
9.13. Приемные антенны	295
9.14. Принцип взаимности для передачи и приема	296
9.15. Принцип взаимности для диаграмм направленности	297
9.16. Задачи	297
Глава 10. Антенны малых размеров	300
10.1. Общие сведения об антеннах малых размеров	300
10.2. Полное сопротивление антенны	300
10.3. Емкость антенны	301
10.4. Ток в антенне	305
10.5. Сопротивления излучения и эффективная длина антенны малых размеров	306
10.6. Индуктивность антенны	310
10.7. Расчет емкости антенны	310
10.8. Другой метод расчета емкости антенны	310
10.9. Малые рамочные антенны	317
10.10. Сопротивление излучения небольшой рамки	319
10.11. Индуктивность небольшой рамки	319
10.12. Емкость небольшой рамки	319
10.13. Реальные рамочные антенны	321
10.14. Магнитные и диэлектрические антенны	323
10.15. Длинноволновые антенны	325
10.16. Многократно заземленные антенны	327
10.17. Задачи	328
Глава 11. Резонансные антенны	331
11.1. Полуволновые антенны в свободном пространстве и соответствующие четвертьволновые вертикальные антенны над землей	331
11.2. Диаграммы направленности при синусоидальном распределении тока	333

11.3.	Диаграмма направленности полуволновой антенны	334
11.4.	Мощность излучения полуволновой антенны	335
11.5.	К. н. д. и действующая площадь полуволновой антенны	336
11.6.	Входное сопротивление полуволновой антенны	336
11.7.	Согласование сопротивлений	337
11.8.	Тепловые потери в антенне	337
11.9.	Шлейф-антенны	338
11.10.	Полуволновые приемные антенны	340
11.11.	Изогнутые четвертьволновые антенны и изогнутые П-образные четвертьволновые антенны	341
11.12.	Одноволновые антенны в свободном пространстве и соответствую- ющие им полуволновые вертикальные антенны над землей	343
11.13.	Диаграммы направленности одноволновых антенн	345
11.14.	Мощность излучения одноволновой антенны	346
11.15.	Коэффициент направленного действия и действующая площадь одноволновой антенны	346
11.16.	Входное сопротивление одноволновой антенны	347
11.17.	Влияние расстояния между зажимами на входное сопротивле- ние одноволновой антенны	349
11.18.	Распределение тока в одноволновой антенне	351
11.19.	Антенны, питаемые на конце	353
11.20.	Добротность (Q) антенн	354
11.21.	Влияние земли на полное сопротивление антенны	355
11.22.	Задачи	359
Глава 12.	Общая теория линейных антенн	361
12.1.	Общая формула интенсивности излучения системы элементов тока	361
12.2.	Формулы для мощности излучения	363
12.3.	Входное сопротивление и взаимное сопротивление	365
12.4.	Интегральное выражение для взаимного и входного сопротив- лений	366
12.5.	Взаимная проводимость	367
12.6.	Ближнее поле прямой трубки тока	368
12.7.	Ближнее поле простой прямой трубки с синусоидальным распе- делением тока	370
12.8.	Методы анализа антенн	370
12.9.	Антенна, местные цепи и фидерные линии	374
12.10.	Входная часть антенны	376
12.11.	Виды распространения в решетчатых антеннах	381
12.12.	Рамочные антенны и антенны с параллельным возбуждением	386
12.13.	Эллиптически поляризованные волны	387
12.14.	Излучение и прием эллиптически поляризованных волн	389
12.15.	Векторы направленности и эффективная длина антенны	393
12.16.	Задачи	394
Глава 13	Полное сопротивление вибраторных антенн	402
13.1.	Взаимодействие между антеннами	402
13.2.	Асимптотические представления для поля прямолинейных антенн	406
13.3.	Асимптотическое выражение для взаимного полного сопротив- ления двух параллельных антенн, питаемых в середине	407
13.4.	Взаимное полное сопротивление бесконечно тонких полуволно- вых антенн	410
13.5.	Полное сопротивление горизонтальных полуволновых антенн, установленных над идеально проводящей поверхностью земли	411
13.6.	Взаимное излучение параллельных антенн	411
13.7.	Излучение одиночной антенны	412
13.8.	Полуволновые вертикальные антенны над землей	412
13.9.	Асимптотическая формула для приложенного напряжения	413
13.10.	Асимптотическая формула для входного сопротивления симме- тричной антенны	414
13.11.	Асимптотическая формула для входной проводимости	415

13.12.	Общая формула для входного сопротивления тонкой симметричной антенны	417
13.13.	Анализ видов колебаний в антеннах	420
13.14.	Волновые сопротивления антенн	425
13.15.	Входное сопротивление тонких симметричных антенн в соответствии с анализом видов колебаний	430
13.16.	Нули и полюсы	434
13.17.	Резонансные частоты	434
13.18.	Добротность антенны	435
13.19.	Полное сопротивление при резонансе напряжения антенны	435
13.20.	Входное сопротивление цилиндрических и биконических антенн	438
13.21.	Сравнение между теоретическими и экспериментальными значениями полного сопротивления при резонансе напряжений	442
13.22.	Влияние емкости основания и емкости вблизи основания на полное сопротивление антенны. Экспериментальные данные	444
13.23.	Сопротивление при резонансе тока. Теория и эксперимент	449
13.24.	Длины антенн при резонансах тока и напряжения	451
13.25.	Зависимость входного сопротивления от формы антенны	454
13.26.	Входное сопротивление бесконечно тонких антенн	454
13.27.	Сравнение между элементарной теорией и волноводной теорией в приложении к антеннам	456
13.28.	Задачи	456
Глава 14.	Ромбические антенны	458
14.1.	Общие сведения	458
14.2.	Входное сопротивление	459
14.3.	Распределение тока	459
14.4.	Интенсивность излучения	460
14.5.	Оптимальный угол	460
14.6.	Форма главного лепестка	461
14.7.	Боковые лепестки	461
14.8.	Влияние земли	463
14.9.	Коэффициент усиления	464
14.10.	Коэффициент направленного действия	466
14.11.	Потери в нагрузке	467
14.12.	Приемная антенная система с управляемой диаграммой направленности	469
Глава 15.	Линейные антенные системы	474
15.1.	Линейные антенные системы	474
15.2.	Согласование полных сопротивлений	474
15.3.	Защитные шлейфы	475
15.4.	Трансформаторы между симметричными антеннами и несимметричными линиями передачи	476
15.5.	Фидерная система	477
15.6.	Антенны бегущей волны	478
15.7.	Горизонтальная синфазная антенна	487
15.8.	Однопроводная антенна бегущей волны	489
15.9.	Антенны-мачты с заземленным основанием	494
15.10.	Антенны Эдкока	494
15.11.	V-образные антенны	494
15.12.	Горизонтальные ненаправленные антенны	499
15.13.	Системы, разнесенные в пространстве	503
15.14.	Приближенный анализ антенной системы	504
15.15.	Моделирование антенн	506
Глава 16.	Рупоры	508
16.1.	Рупоры	508
16.2.	Теорема индукции	508
16.3.	Теорема эквивалентности поля	511
16.4.	Элементарные источники в свободном пространстве	512
16.5.	Источник Гюйгенса в свободном пространстве	514

16.6.	Диаграммы направленности	515
16.7.	Коэффициент направленного действия	516
16.8.	Рупор, образованный двумя полуплоскостями (секториальный рупор)	521
16.9.	Узкие рупоры	523
16.10.	Диэлектрические волноводные антенны	525
Глава 17.	Щелевые антенны	528
17.1.	Общие сведения	528
17.2.	Электрические и магнитные токи. Электродвижущие и магнитодвижущие силы	528
17.3.	Элементы магнитных токов	532
17.4.	Излучение магнитных токов	533
17.5.	Однородные трубки магнитного тока и однородно возбужденные щели	534
17.6.	Емкостная антенна, кольцевая щель в проводящей плоскости	537
17.7.	Волноводы со щелями	538
17.8.	Диаграммы направленности щелевых волноводных антенн	543
17.9.	Магнитная дипольная антенна	544
17.10.	Входное устройство	547
17.11.	Задачи	549
Глава 18.	Рефлекторы	551
18.1.	Общие сведения	551
18.2.	Диаграммы направленности	552
18.3.	Коэффициент направленного действия	554
18.4.	Отражение от параболической поверхности	556
18.5.	Угловые двугранные и трехгранные отражатели	658
18.6.	Рупорно-зеркальные антенны	560
18.7.	Данные экспериментального исследования рефлекторов в виде вибраторов и плоских листов	561
Глава 19.	Линзы	564
19.1.	Общие сведения	564
19.2.	Волноводная линза	566
19.3.	Искусственные диэлектрики	566
19.4.	Восприимчивость изолированного тонкого стержня	568
19.5.	Электрическая восприимчивость изолированной металлической сферы	570
19.6.	Магнитная восприимчивость изолированной металлической сферы	570
19.7.	Восприимчивость различных частиц	571
19.8.	Поляризующее и деполяризующее действие ближайших соседних частиц	573
19.9.	Отражение от линзы	574
19.10.	Методы увеличения магнитной проницаемости искусственных диэлектриков	574
19.11.	Искусственные диэлектрики с большой диэлектрической постоянной	575
19.12.	Примеры линз	579

С. Щелкунов и Г. Фриис

АНТЕННЫ

Теория и практика

Перевод с английского под редакцией Л. Д. Бахраха

Редактор В. Г. Машарова, Техн. редактор Н. Н. Корухов

Сдано в набор 28/VIII 1955 г.

Подписано к печати 18/XI 1955 г.

Формат 60×92/16

Печ. л. 37,75

Бум. л. 18,875

Уч.-изд. л. 39,08

Г-15321

Цена 28 р. 35 к.

Зак. 376

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10

Цена 28 р. 35к.