

А. Я. КОТОВ

ВЕЧЕРА ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ АРИФМЕТИКИ

*Для учащихся 4 класса
начальной школы*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва — 1960

К ЮНОМУ ЧИТАТЕЛЮ

Ты взял в руки эту книгу, значит, ты любознательный читатель и ученик. А раз ты любознательный, то непременно прочтёшь не только обращение к тебе, но и всю книгу. Книга эта особенная, математическая. В ней рассматривается то, что ты изучаешь на уроках арифметики. Однако рассказывается об этом не совсем в такой форме, в какой ты слышишь на уроках, да и не всегда о том, что узнаёшь на уроках.

Читать эту книгу надо не как обычную художественную книгу, а по-особому: с карандашом в руках, и притом прочитать её придётся не за пять — десять дней, а, может быть, за несколько месяцев. Помимо обычного чтения, ты должен решать предлагаемые задачи, производить необходимые вычисления и расчёты, разгадывать арифметические ребусы, головоломки и т. п. В данной книге приведено много математических игр и развлечений. Поэтому лучше всего читать книгу вдвоём, троём, коллективом друзей.

При чтении первой части книги постарайся усвоить, как решаются отдельные занимательные задачи и головоломки, а также и то, на чём основаны арифметические фокусы и интересные приёмы вычислений. Это поможет тебе понять и самостоятельно решить занимательные задачи, помещённые во второй части книги.

Сообщи мне, понравилась ли тебе книга и чем именно, лучше ли ты стал учиться по арифметике.

Автор



Часть 1

ГЛАВА ПЕРВАЯ,

*в которой рассказывается о том, каким я был
«математиком».*

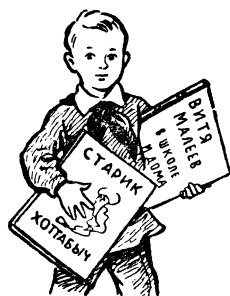
1. Первый раз в ... четвёртый класс.

Да, в самом деле, как быстро летит время! Когда я читал книгу «Витя Малеев в школе и дома», то думал, что это только Вите показалось, будто летние каникулы так быстро пролетают. Но выходит, что каждый раз не успеешь как следует отдохнуть, а пора уже снова идти в школу. Только всё равно в школу идти очень хочется: ведь теперь я иду уже в четвёртый, а не в какой-нибудь первый или второй класс; да и с товарищами я уже давно не виделся. Я вспомнил своих товарищей: Павлика Борзова, Вальку Козлова, Васю Болдырева и многих других. Мне стало почему-то весело-весело, и ноги сами собой быстрее понесли меня в школу. Вот уже и школа видна... но тут я приостановился: мне вдруг вспомнилось наставление Василия Сергеевича (это мой учитель), которое я так и не выполнил. Дело в том, что я, как и Витя Малеев, учась в третьем классе, не очень-то любил арифметику, а потому и знаю её плохо, ну, может быть, и не совсем плохо, а всё-таки и не хорошо. Так вот, в конце прошлого учебного года Василий Сергеевич, расставаясь с нами на каникулы, пожелал нам не только хорошо отдохнуть и поздороветь, но и заняться полезными делами: кому побольше читать, кому

повторить грамматику, кому заняться рисованием и музыкой, а кому не забывать и об арифметике. Мне, например, он посоветовал на досуге поупражняться в умножении и делении, а также в решении задач; и я, конечно, дал обещание выполнить все его наставления.

Но ведь одно дело — обещание дать (это-то сделать легко!), и совсем другое дело — выполнить это обещание.

Когда начались каникулы, я совсем забыл не только об арифметике, но и о других учебных предметах. Правда, когда я прочитал книгу о Вите Малееве, то почувствовал, что меня мучает что-то вроде угрызения совести. И я хотел было уже начать занятия по арифметике, но в это время подошла моя очередь на чтение



книги «Старик Хоттабыч». Конечно, теперь было уже не до арифметики: ведь эту книгу я ожидал целый месяц. А когда я прочитал и эту книгу, то опять-таки не смог начать занятий по арифметике: уж очень трудно одному заниматься таким скучным делом. Кроме того, ведь и Витя Малеев летом арифметику не учил: он подтянулся, когда уже ходил в четвёртый класс. Вот я и подумал, что тоже подтянусь, когда буду учиться. Только ведь у Вити была сестра Лика, которая училась в третьем классе; он стал помогать ей решать задачи, и подтянулся сам. Но у меня-то сестры нет... Как же я подтянусь по арифметике? Думал-думал я и решил, что Василий Сергеевич сам что-нибудь придумает и поможет мне: ведь у нас в классе не было ещё случая, чтобы кто-нибудь из учащихся оставался на второй год.

Когда я вспомнил, какой у нас хороший Василий Сергеевич, то у меня немного отлегло от сердца и мне ещё больше захотелось поскорее оказаться в школе. Через минуту-другую я уже входил в свой класс. Ой, что тут было! Но об этом рассказывать не стоит: это каждый знает по себе.

Прошёл урок, второй, третий, а Василий Сергеевич не напоминал о моём обещании. Уж не забыл ли он об этом? Однако у Василия Сергеевича, видно, хорошая память, и после четвёртого урока он оставил меня и Ваню Макарова, чтобы побеседовать с нами подробно, как мы провели лет-

ние каникулы. Ване нужно было повторить кое-что по грамматике, но он, как и я, ничего не повторял летом, а только рыбу ловил, купался да загорал, даже книжек мало читал. Наверное, поэтому он и русский не очень-то хорошо знает.

После беседы с нами Василий Сергеевич сказал, что каждому из нас следует обратить особое внимание на повторение пройденного за третий класс. Кроме того, Ване он посоветовал записаться в кружок выразительного чтения, который будет вести Анна Ивановна (это учительница третьего класса), а мне — в математический кружок, который будет вести он сам.

Вместе со мной в кружок записались и мои друзья: Павлик, Валя и Вася. А раз друзья вместе, значит, заниматься в кружке будет интересно.

2. С умножением — мученье, а с делением — беда.

Побежал день за днём. Первое время уроки были какие-то длинные-предлинные, будто и не по сорок пять минут, а по целых два часа. Я с трудом дожидался, когда закончится пятый урок. По четыре урока в день у нас теперь бывает редко, не то, что было в третьем классе. Зато уж после уроков мы играем в футбол сколько нам хочется. Конечно, и тут мы устаём, но это совсем не то, что решать трудные задачи или примеры на умножение и деление.

В конце второй недели Василий Сергеевич дал какие-то особые задания Павлику и Васе, а нам сказал, что в следующую пятницу состоится первое занятие математического кружка. Мне захотелось узнать, какие же поручения дал Василий Сергеевич Павлику и Васе, но на мой вопрос они ответили, что это пока секрет, а узнаю я об этом вместе с другими ребятами на занятии кружка. Тогда мне и самому захотелось подготовить что-нибудь для кружка, и я сказал об этом Василию Сергеевичу. «Хорошо, Саша, — сказал он, — что у тебя



появилось такое желание. Скоро и ты будешь делать сообщение на кружке, а пока выполни вот это».

И Василий Сергеевич дал мне на дом примеры на умножение и деление по задачнику для третьего класса да прочитать одно правило. Оба примера, как мне показалось, были нетрудными, и я очень скоро выполнил задание. Сначала я решил пример: 538×709 , и у меня получилось 42482; затем я решил другой пример: $589408 : 652$, получил 814. Заглядывать заранее в ответ я не стал: Василий Сергеевич говорит, что сначала надо решить, не зная ответа, а потом уж сравнивать своё решение с ответом в задачнике. «Так, — говорит он, — ты будешь приучаться к самостоятельной работе». Вот я и стараюсь решать самостоятельно. Конечно, я был ещё не совсем уверен, что верно решил примеры, и поэтому посмотрел ответы в задачнике. Оказывается, там напечатаны совсем другие числа: 381442 и 904. Я стал проверять своё решение.

Первый пример я решил так:

$$\begin{array}{r} \times 538 \\ 709 \\ \hline 4842 \\ 3764 \\ \hline 42482 \end{array}$$

Проверяю. Сначала умножаю на 9: девятью восемь — 72; 2 пишем, 7 в уме; трижды девять — 27 да 7 в уме, будет 34; 4 пишем, а 3 в уме; пятью девять — 45 да 3 в уме, будет 48. Ну, думаю, первое умножение я сделал верно. Проверяю дальше. На нуль умножать нечего, потому что он ничего не значит, буду прямо умножать на 7: семью восемь — 54; 4 пишем, 5 в уме; трижды семь — 21 да 5 в уме, будет 26; 6 пишем, 2 в уме; пятью семь — 35 да 2 в уме, будет 37. Значит, думаю я, и второе умножение сделано верно. Остаётся теперь проверить сложение. Ну, складывать-то и вычитать я умею хорошо, и тут ошибки не должно быть. Так и есть: всё сделано верно. А почему же всё-таки в задачнике другой ответ? Ведь если в задачнике опечатка, то Василий Сергеевич, наверное, сказал бы мне об этом: он же дал мне индивидуальное задание.

Я решил ещё раз проверить свои вычисления: может быть, я забыл таблицу умножения? Проверяю, так и есть: семью восемь — не 54, а 56. Я сделал исправления, и

у меня получилось 42502, но всё-таки снова не 381442. Смотрю-смотрю я на эти ответы и вижу, что дело здесь, наверное, совсем не в таблице умножения: уж очень большая разница в ответах — у меня получилось 42 тысячи, а в задачнике 381 тысяча. Тогда я вспомнил, что Василий Сергеевич советовал мне прочитать ещё какое-то правило. Может быть, оно меня выручит? Прочитал я правило и вспомнил, что при умножении числа можно менять местами, результат от этого не меняется. Ну, думаю, давай-ка я переставлю числа местами, что у меня теперь получится? И получилось так, как в ответе.

$$\begin{array}{r} \times 709 \\ 538 \\ \hline 5672 \\ 2127 \\ 3545 \\ \hline 381442 \end{array}$$

Выходит, что я всё время где-то ошибался, но где именно — никак не пойму. Спрошу об этом у Василия Сергеевича.

Второй пример я решил так:

$$\begin{array}{r|l} 589403 & 652 \\ 5216 & 814 \\ \hline 678 & \\ 652 & \\ \hline 2608 & \\ 2608 & \\ \hline \end{array}$$

Проверяю: 5894 надо делить на 652. По сколько же можно взять? Да, тут тебе не таблица умножения: раз, два и готово. Тут надо подбирать цифру, угадывать. Возьму-ка я по 8; 652 умножаю на 8, получается 5216, в остатке 678, а делим на 652; значит, можно взять ещё по 1, тогда в остатке получится 26; следующая цифра делимого — нуль, получается 260, но 260 на 652 не делится; значит, берём следующую цифру — 8, получается 2608; 2608 делю на 652, получается по 4, в остатке нуль. Получается 814 (а должно быть 904). Где же ошибка? Переставлять числа при делении нельзя: это же не умножение. Как же тогда проверить, кто прав — я или задачник? Я умножил свой ответ 814 на 652 (так мы проверяли деление ещё в прошлом году),

и у меня получилось 530728. Но ведь 530728 — это же не то число, которое я делил. Значит, ошибся я, опечатки в задачнике нет.

Посидел я над примером ещё немного, но так и не нашёл своей ошибки: уже устал заниматься арифметикой, а ещё надо учить и другие уроки. Пусть помогает мне завтра сам Василий Сергеевич. Так я решил, на том и закончил выполнение индивидуального задания. И кто только придумал эти действия умножения и деления, делали бы всё только сложением да вычитанием! В самом деле, надо спросить у Василия Сергеевича, нельзя ли обходиться без умножения и деления; и всегда ли люди знали все четыре арифметических действия? Вот будет он проводить занятие математического кружка, я и спрошу его об этом.

На следующий день я пришёл в школу пораньше: может быть, до начала уроков кто-нибудь поможет найти ошибку в моём решении примеров. В классе уже было несколько девочек, но я не стал обращаться к ним: ещё смеяться станут (ох, и вредные эти девчонки!). «А рано пришёл, — говорю, — потому, что думал, я дежурный». Девочки-дежурные поверили мне, только Маша (это та, что сидит за соседней партой, самая вредная из девчонок) недоверчиво усмехнулась, а сама, наверное, подумала: «Знаем, мол, какой ты дежурный. Пришёл пораньше, чтобы по арифметике списать». (Такой грешок за мной раньше водился, и она об этом знала.)

Вскоре пришёл Павлик, я к нему.

— Да ведь нам-то таких примеров на дом не давали, — отвечает он.

— Ну, и что же, ты помоги мне решить мои индивидуальные примеры, — прошу я его.

Мы уселись с ним за последнюю парту. Он быстро просмотрел мои вычисления и сейчас же нашёл все мои ошибки. Видно, не даром Павлик считается у нас лучшим математиком в классе! Оказывается, в первом примере при умножении на 7 надо было подписывать не под десятками, а под сотнями. А я-то и не сообразил, что семь — это сотни; десятков нет, значит, их нужно пропускать.

Во втором примере я делал почти всё верно. Только, оказывается, единицу надо было писать не рядом с восьмёркой, а прибавлять к восьми; вот и было бы 9 сотен. Кроме того, когда 260 десятков не делилось на 652, надо было в частном на месте десятков поставить ноль; вот тог-

да и получилось бы у меня, как в ответе, 904. Павлик говорит, что остаток при делении всегда должен быть меньше делителя. Это надо запомнить, чтобы другой раз не ошибаться.

3. Тише едешь — дальше будешь.

После уроков я подробно рассказал Василию Сергеевичу, как решал примеры, как ошибался и исправлял, как мне помог Павлик. «Хорошо, Саша, — говорит Василий Сергеевич, — ты уже начал решать примеры более самостоятельно, чем раньше. Теперь старайся совсем не делать ошибок, а если и сделаешь, то находи их сам. За помощью обращайся в самом крайнем случае: ты и сам можешь сделать всё верно».

Ну, думаю, если уж Василий Сергеевич считает, что я могу делать всё сам верно, то я и должен, и буду делать всё сам. Не буду больше обращаться за помощью даже к мальчикам: что же, я хуже их, что ли? Новые индивидуальные примеры я решил без единой ошибки и совсем было уж поверил в свои силы, как вдруг Василий Сергеевич дал мне задачу из учебника для третьего класса. И задача-то как будто бы нехитрая, а провозился я с ней долго. Читаю задачу: «По течению лодка двигалась со скоростью 6 км в час, а против течения — вдвое медленнее. За сколько часов лодка прошла от одного села до другого и обратно, если расстояние между ними по реке равно 18 км?»

Я сразу понял, что требуется узнать в этой задаче. Но всё-таки она показалась мне с подвохом: кто же поедет на лодке так далеко да ещё против течения, ведь лодка-то не моторная (по течению — и то только 6 км в час). Вот, думаю, нагреется за дорогу тот, кто будет грести! Ну, ладно, кому-то грести, а мне решать задачу. Раз по течению 6 км в час, а против течения вдвое медленнее, то это значит — надо разделить пополам. Получается, что против течения лодка шла со скоростью 3 км в час. Да, не быстро. Значит, пока он доедет до села, то попотеет как следует. Да и лодка-то, наверное, была гружёная: не на прогулку же он плавал за 18 километров!

Решаю дальше. В задаче спрашивается, за сколько часов лодка прошла от одного села до другого и обратно. Туда он ехал 18 км и обратно столько же, а всего, стало быть, к 18 км прибавить 18 км, будет 36 км. Теперь всё

остальное тоже ясно: туда он делал по 6 км в час, а обратно по 3 км в час. Значит, туда и обратно он делал, к 6 км прибавить 3 км, по 9 км в час. Теперь остаётся всё расстояние 36 км разделить на скорость — по 9 км и готово: туда и обратно он затратил 4 часа. Разделилось без остатка, значит, задачу я решил верно.



Ну, думаю, теперь и в ответ заглянуть можно, чтобы успокоиться. Смотрю, а в задачнике даны ответы только до № 1161, а эта задача № 1195. Как же быть, если правильный ответ нельзя узнать? Не идти же к Павлику. Начинаю вспоминать, как Василий Сергеевич советовал делать проверку. Умножаю 6 км на 4, получается 24 км; умножаю 3 км на 4, получается 12 км; складываю 24 км и 12 км, получается 36 км. Значит, туда и обратно всего 36 км, как и на самом деле. Только ведь туда не 24 км, а лишь 18 км, да и обратно не 12 км, а тоже 18 км. Нет, видно, опять я что-то напутал. И для чего только составляют такие трудные задачи: ведь нелёгкую работу задали и гребцу, и тем, кто должен решать задачу.

Как мне ни хотелось, но пришлось всё-таки идти к Павлику.

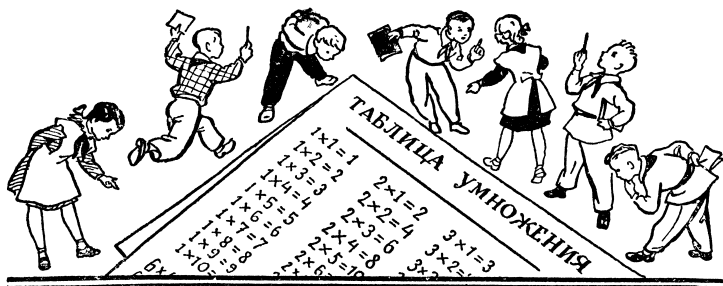
Конечно, вместе с ним мы быстро разобрались с задачей. Оказывается, я и решал-то её почти правильно, только надо было отдельно 18 км разделить по 6 км, получится 3 часа — это столько времени лодка плыла по течению; потом



18 км разделить по 3 км, получится 6 часов — столько времени лодка шла против течения; а всего туда и обратно лодка затратила 9 часов. Подумаешь, большая разница: 9 часов, а у меня было 4 часа. Зато у меня гребцу пришлось меньше мучиться, а на самом деле он должен грести чуть ли не полсуток. Да и число 9 у меня тоже получалось, только было не 9 часов, а 9 километров.

После уроков я рассказал о решении задачи Василию Сергеевичу.

— Как же у тебя могло получиться 4 часа? — спрашивает он. — Ведь только по течению лодка плыла целых 3 часа. Против же течения лодка плыла вдвое медленнее, значит, времени она затратила вдвое больше 3 часов, то есть 6 часов, так как прошла те же 18 км. Как видишь, Саша, при решении задач не нужно спешить, нужно побольше размышлять, лучше уяснить условие задачи.



ГЛАВА ВТОРАЯ,

*в которой рассказывается о том, как прошло
первое занятие нашего кружка.*

1. Картина «Устный счёт».

Наконец подошла пятница, день занятий математического кружка. На самих уроках арифметики у нас было мало интересного: всё учили, как складывать да вычитать многозначные числа, как проверять эти действия. Всё это нам давно уже известно! Правда, числа теперь берём больше, но это всё равно: хоть большие числа, хоть маленькие, а письменно складывать приходится по одному и тому же правилу. Вот устный счёт интересен на уроках арифметики: тут надо уметь выполнять сразу все действия, а главное — как можно быстрее и без ошибок. Правда, я очень редко поднимаю руку первым, но всё равно интересно: пока сосчитает большинство учащихся, я уже давно знаю ответ. Значит, устно я считаю не хуже других. Интересно также вычислять на счётах: сложение и вычитание при этом выпол-



няются значительно быстрее, чем письменно. Жаль только, что в школе мы больше вычисляем письменно, чем на счётах. А в магазинах-то да в бухгалтерии почти никто и не вычисляет, как мы, письменно, а все — только на счётах...

Заканчивая последний урок, Василий Сергеевич сказал, что на занятие кружка могут прийти не только те, кто уже записался, но и все желающие: польза будет всем. Мы собрались в нашей же классной комнате. На занятие пришли из четвертых классов шестнадцать человек, даже из третьего класса пришли четыре любителя арифметики.

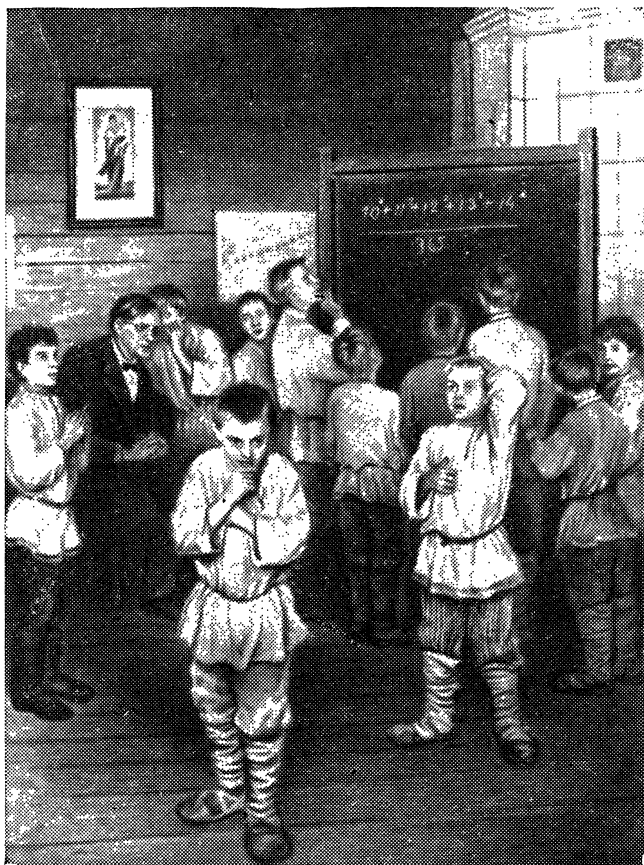
Василий Сергеевич принёс какую-то картину. Конечно, нам захотелось посмотреть, что это за картина и для чего она нужна на занятии математического кружка, но Василий Сергеевич сказал, что сначала надо избрать старосту кружка и редколлегию. Оказывается, мы будем выпускать свою стенгазету «Юный математик»! Старостой кружка выбрали Петю Панкротова: он у нас в классе самый строгий и дисциплинированный ученик, его будут все слушаться. В редколлегию выбрали троих: Сашу Пашкина, Колю Фомина и Павлика Кретьова. Саша хороший организатор, Коля умеет рисовать, а Павлик умеет не только сам заметки писать, но и других заставлять.

Только после этого Василий Сергеевич показал нам картину. Минуты три мы внимательно и молча рассматривали эту картину. Мы не сразу поняли, что на ней изображено. Какие-то мальчишки собрались около классной доски и что-то рассматривают. Два мальчика (это те, которые стоят впереди) отвернулись от доски и что-то шепчут на ухо, по-видимому, учителю, а другой, кажется, подслушивает. Ничего не пойму. И тут вдруг посыпались вопросы:

- А почему они в лаптях?
- А почему они все стоят у доски, а не сидят за партами?
- А почему тут нет девочек, только одни мальчишки?
- А почему они стоят спиной к учителю?
- А что они делают?

Я уж и не запомнил всех вопросов, которые были заданы Василию Сергеевичу. Когда мы немного успокоились, Василий Сергеевич сказал:

— Ну, а теперь давайте вместе рассматривать картину. Вы уже, верно, поняли, что здесь изображены учащиеся



и учитель. Конечно, костюмы учащихся необычные: некоторые ребята в лаптях, а у одного из героев картины (того, который изображён на переднем плане), кроме того, и рубаха порвана. Ясно, что эта картина не из нашей школьной жизни. Вот и надпись на картине: 1895 год — время старой, дореволюционной школы. Крестьяне жили тогда бедно, сами они и их дети ходили в лаптях. Художник изобразил здесь крестьянских детей. Только в то время мало кто из них мог учиться даже в начальной школе. Посмотрите-ка на картину: ведь только трое из учеников в лаптях, а остальные как обуты?

— В сапогах... Только не всех видно.

— Очевидно, остальные ребята из семей богатых. Ну, а почему на картине не изображены девочки, это тоже нетрудно понять: ведь в то время (почти сто лет тому назад) девочек, как правило, в школу не принимали. Учение было «не их делом», да и мальчишки-то учились далеко не все. Лишь после Октябрьской революции стали учиться не только все мальчишки, но и все девочки нашей страны.

После небольшой паузы Василий Сергеевич спросил нас:

— Ну, а как вы думаете, что же делают эти ученики?

— Что-то считают: на доске написаны какие-то числа, только неразборчиво, — заметил Коля.

— Верно, эта картина так и называется: «Устный счёт». Написал её художник Николай Петрович Богданов-Бельский, который жил с 1868 по 1945 год.

— Так он же умер, оказывается, совсем недавно: за три года до моего рождения, — сообразил Павлик. — Вот здорово.

— Художник изобразил на этой картине невыдуманных учеников и учителя. С 1833 по 1902 год жил известный русский педагог Сергей Александрович Рачинский, замечательный представитель русских образованных людей прошлого века. Он был доктором естественных наук и профессором ботаники Московского университета. В 1868 году С. А. Рачинский оставляет должность профессора, открывает школу для крестьянских детей в селе Татево, Смоленской области, и становится в ней учителем. Так вот, его ученики так хорошо считали устно, что этому удивлялись все посетители школы: другие учителя, инспектора, представители из министерства просвещения. Как видите, художник изобразил С. А. Рачинского вместе с его учениками на уроке устного решения задач. Между прочим, сам художник Н. П. Богданов-Бельский был учеником С. А. Рачинского.

— Вот здорово, — зашумели ребята.

— Посмотрите-ка, как сосредоточенно думает мальчик, изображённый на переднем плане картины. Видно, нелёгкую задачу дал им учитель. Но, наверное, этот ученик уже скоро закончит свою работу, а ошибки не должно быть: уж очень серьёзно относится он к устному счёту. А вот тот ученик, который что-то шепчет на ухо учителю, видно, уже решил задачу, только ответ его не совсем правильный. Смотрите: учитель слушает ответ ученика вни-

мательно, но на лице его нет одобрения, значит, ученик сделал что-то не так. А может быть, учитель терпеливо ожидает, когда и другие сосчитают верно, так же как первый, и поэтому не спешит одобрить его ответ?

— Нет, первым даст правильный ответ тот, который стоит впереди: сразу видно, что он лучший ученик в классе, — высказала своё мнение Маша.

— Василий Сергеевич, ну, а какую же задачу дал им учитель? Не сможем ли решить её и мы? — спросил Ваня.

— А вот попробуйте. На доске записано следующее. Я запишу так, как привыкли писать вы:

$$(10 \times 10 + 11 \times 11 + 12 \times 12 + 13 \times 13 + \\ + 14 \times 14) : 365.$$

Как видно, каждое из чисел 10, 11, 12, 13 и 14 нужно умножить само на себя, результаты сложить, а полученную сумму разделить на 365.

— Вот так задача! Такой пример не скоро решишь, да ещё в уме, — зашумели мы.

— А вы всё-таки попробуйте сосчитать устно, в трудных местах я буду помогать вам, — подбодрил нас Василий Сергеевич.

И мы начали считать. Десятью десять — 100, это каждый знает. Одиннадцать умножить на одиннадцать — это тоже нетрудно сосчитать: $11 \times 10 = 110$ да ещё 11, всего 121. Двенадцать умножить на двенадцать — это тоже нехитро сосчитать: $12 \times 10 = 120$ да ещё $12 \times 2 = 24$, а всего 120 да 24 будет 144. Так же я сосчитал, что $13 \times 13 = 169$ и $14 \times 14 = 196$. Но пока я умножал, то почти забыл, какие числа у меня получились. Потом я вспомнил их, а ведь эти числа надо ещё сложить да потом сумму разделить на 365. Нет, это уж сам я не мог вычислить. Я посмотрел на ребят — даже Павлик ещё не сосчитал. Я посмотрел на Василия Сергеевича — он терпеливо выжидал, ну, в точности, как на картине. Только из нас, наверное, никто сам не решит этого сложного примера устно. Вот если бы пойти к доске...

— Ну, ребята, по-видимому, придётся вам немного помочь, — прервал наши размышления Василий Сергеевич. — Какие же числа у вас получились, когда вы перемножили каждое из чисел само на себя?

— 100, 121, 144, 169 и 196. — Это сосчитали многие.

— Теперь вы, наверное, хотите сложить сразу

все пять чисел, а потом уже делить результат на 365, — сказал Василий Сергеевич.

— А как же иначе можно делать? Мы по-другому не умеем вычислять, — говорит Петя.

— Ну-ка, сложите первые три числа: 100, 121 и 144. Сколько получается? — спрашивает Василий Сергеевич.

— 365, — быстро соображает Маша.

— А делить на сколько надо?

— Тоже на 365!

— Сколько же получится, если сумму первых трёх чисел разделить на 365?

— Один! — Это уж каждый сообразит.

— Теперь сложите остальные два числа: 169 и 196. Сколько получается?

— Тоже 365! — радостно восклицает Павлик. — А, значит, после деления на 365 получится ещё один, а всего один да один будет два!

— Вот так пример, и совсем нехитрый: получается-то всего лишь два, — зашумели ребята.

— Верно, — говорит Василий Сергеевич, — пример не очень трудный. — Только для его решения надо хорошо знать, что сумму можно делить не сразу всю, а по частям: каждое слагаемое в отдельности или же по группам в два-три слагаемых, а потом уж сложить получившиеся результаты.

— А ещё какие картины написал художник Богданов-Бельский? — поинтересовалась Валя.

— Богданов-Бельский написал несколько картин о старой русской школе. Одну из них, которая называется «У порога школы», я покажу вам в своё время на уроке чтения, — закончил беседу Василий Сергеевич.

2. Павлик — «фокусник».

Василий Сергеевич убрал картину и, когда мы совсем успокоились, предоставил слово Павлику.

— Я могу, — сказал Павлик, — узнать, когда кто родился.

— Не может этого быть! — возразили многие.

— А может, ты раньше узнал, кто когда родился, а теперь будешь угадывать, — усомнились другие.

— Так ведь я же не знал, кто именно придёт сегодня на занятие кружка! — не сдавался Павлик.

— Ну, ладно, отгадывай, когда я родился, — предложил Ваня Симаков.

— Хорошо, только ты сначала выполни действия, которые я назову, а уж потом я отвечу, когда ты родился. Заодно и все вы, ребята, делайте то, что я буду говорить, — обратился к нам Павлик.

Мы взяли карандаши, бумагу и начали вычислять.

— День своего рождения умножьте на 2..., к полученному числу припишите нуль..., к полученному числу прибавьте 73..., а теперь результат умножьте на 5... и, наконец, прибавьте номер месяца, в котором вы родились.

Я родился 6 февраля. Когда я выполнял указанные Павликом действия, то у меня получались числа 12, 120, 193, 965 и, наконец, 967.

— Теперь скажите мне последнее полученное вами число, и я узнаю, кто когда родился, — обратился к нам Павлик.

— У меня получилось 1868, — сказала Нина.

Павлик немного подумал и ответил:

— Ты родилась 15 марта.

— Верно. Вот здорово, — удивилась Нина.

— А у меня получилось 967, — говорю я.

— Значит, ты родился 6 февраля, — не задумываясь, ответил Павлик.

— Тоже верно, — удивился я, — и в самом деле интересно получается.

— А у меня получилось 2677, — сказал Коля Фомин.

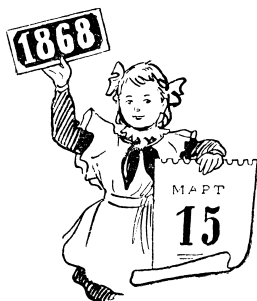
— Значит, ты родился... 23 декабря, — немного подумав, ответил Павлик.

— А вот и неверно: я родился совсем не 23 декабря, — возразил Коля.

Ребята зашумели. Но Павлик не растерялся. Он ещё раз подумал и твердо ответил:

— Нет, ты или родился именно 23 декабря, или же ты ошибся при выполнении действий! А ну-ка, проверь свои вычисления.

Все затихли. Коля стал проверять, и даже Маша стала ему помогать.



— Так и есть, — говорит Маша, — у Коли ошибка: при сложении он забыл, что одна сотня у него была в уме. Должно получиться не 2677, а 3177.

— Ну, вот это другое дело, — говорит Павлик. — Значит, ты родился не 23, а 28 декабря.

— Верно, — смущённо подтвердил Коля.

Все немного посмеялись над Колей. Павлик угадал ещё несколько раз, а потом мы попросили его объяснить нам, как он это делает.

— А очень просто, — говорит он. — От числа, которое у вас получается в самом конце, надо отнять 365. Например, у Коли получилось 3177. От 3177 я отнимаю 365, получается 2812. В этом числе первые две цифры (28) выражают день рождения, а другие две цифры (12) — номер месяца. Двенадцатый месяц — это декабрь. Значит, Коля родился 28 декабря. У Нины получилось 1868. Когда я отнял 365, то получилось 1503. Значит, Нина родилась 15-го числа третьего месяца, то есть в марте.

Между прочим, подобные случаи вычитания удобнее всего выполнять устно так: $1868 - 365 = (18 \text{ сот.} - 3 \text{ сот.}) + (68 - 65) = 15 \text{ сот.} + 3 = 1503$; $3177 - 365 = (31 \text{ сот.} - 3 \text{ сот.}) + (77 - 65) = 28 \text{ сот.} + 12 = 2812$.

Отсюда: число сотен в нашем последнем числе — это день рождения, а число десятков и единиц — это номер месяца.

— А почему же надо отнимать именно 365? Не потому ли, что в году 365 дней? — спросил я.

— Нет, совсем не потому. Можно придумать такие числа, чтобы было не 365, а, например, 400 или какое-нибудь другое число. Смотрите, что вы делали, когда я диктовал вам действия. Вот ты, например, Саша, решил такой пример: $(6 \times 2 \times 10 + 73) \times 5 + 2$, и у тебя получилось 967. Как видишь число 73 умножалось на 5, а это как раз и даёт 365. Если бы я дал вам для прибавления не 73, а 80, то и отнимал бы не 365, а 400.

— А почему же день рождения оказывается впереди — числом сотен, а номер месяца позади — числом десятков и единиц? — поинтересовался Миша.

— А вот смотрите: день рождения 6 Саша умножал сначала на 2, потом на 10 (приписывал нуль), наконец, ещё умножил на 5. Всего он умножил 6 на 2, 10 и 5,

то есть на 100. Значит, день рождения стал выражен не единицами, а сотнями. Когда же я от 9 сотен отнял 3 сотни, получившиеся от умножения 73 на 5, то как раз и осталось 6 сотен. Так я узнаю день рождения. А номер месяца как был единицами, так и остался. От 67 я отнял 65, получившиеся от умножения 73 на 5, и осталось как раз 2. Так я узнаю номер месяца рождения.

Конечно, это не совсем просто, подумал я, но интересно. Надо будет попробовать это проделать самому. Приду домой и потренируюсь, а потом попробую угадать, когда родился Миша, мой сосед. Вот он, наверное, удивится...

— Павлик, а ты можешь узнать и год рождения? — спросил Гена.

— Нет, этого я не умею угадывать, — с сожалением ответил он.

— Ничего, ребята, — сказал Василий Сергеевич, — этот арифметический фокус подготовит к очередному занятию кто-либо из вас.

Разумеется, от такого поручения никто не откажется. Василий Сергеевич назначил Машу, а потом спросил нас:

— Может быть, вы уже устали, и пора кончать занятие?

— Нет, нет, не устали, — в один голос зашумели мы. — Пусть ещё Вася расскажет, что он там заготовил!

3. Вася — любитель головоломок.

Василий Сергеевич предоставил слово Васе Болдыреву.

— Я предложу вам несколько задач-головоломок, — начал Вася.

— Давай, давай, только поинтересней! — поддержали Васю ребята.

— У меня, — говорит Вася, — сестёр в 2 раза больше, чем братьев, а у сестры столько же братьев, сколько и сестёр. Сколько нас всех?

Мы задумались. Я совсем растерялся: как приступить к решению задачи? Ведь здесь почти нет никаких чисел, и поэтому ни складывать-вычитать, ни умножать-делить тут нечего. Первым решил эту головоломку Гена.

— Братьев было трое, сестёр четверо, а всех семеро, — ответил он.

— Правильно, — подтвердил Вася. — А как ты решал задачу?

— Я рассуждал так, — говорит Гена. — Раз сестёр в 2 раза больше, чем братьев, значит, их чётное число, то есть или 2, или 4, или 6 и т. д. Две сестры не может быть, так как тогда у Васи оказалось бы две сестры и один брат, а у сестры два брата и одна сестра — не поровну. Испробую число 4: тогда братьев, не считая Васи, будет 2, а с Васей 3; у сестры же будет 3 брата и 3 сестры — поровну. Значит, сестёр было 4, а братьев 3, всего же семеро.

— Неплохо ты справился с решением этой задачи — говорит Василий Сергеевич. — Однако таким способом, способом п о д б о р а, можно решить далеко не каждую подобную головоломку. В данной задаче было лишь две неизвестные величины — число братьев и число сестёр, да и числа невелики. Поэтому не так уж трудно было подобрать эти числа. Однако бывают задачи-головоломки, для решения которых способ подбора чисел применить трудно...

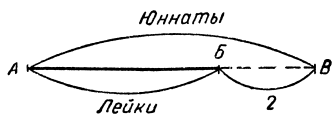
— Вот вам пример такой задачи, — продолжал Вася.

— Наше звено юннатов, направляясь на учебно-опытный участок, получило из кладовой несколько леек и мотыг. Если каждый юннат возьмёт по лейке, то двум юннатам не хватит леек. Если каждый юннат возьмёт по мотыге, то одному юннату не хватит мотыги. Если же каждый юннат возьмёт или лейку, или мотыгу, то три инструмента останутся свободными. Сколько юннатов было в звене и сколько леек и мотыг в отдельности мы взяли из кладовой?

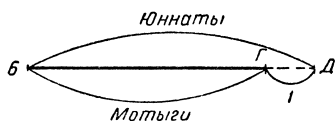
Вот тут-то нам и в самом деле пришлось долго думать как решить эту задачу, но никто даже угадать не мог, сколько юннатов было в звене и сколько они взяли леек и мотыг.

— Такие задачи, — говорит Вася, — лучше всего решать графическим способом. Смотрите:

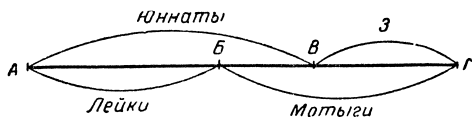




Это первая часть условия задачи.



А это вторая часть условия задачи. Очевидно, что мотыг было на одну больше, чем леек. Теперь сомкнём отрезки, изображающие число леек (АВ) и мотыг (БГ).



Получилась третья часть условия задачи.

По этому рисунку не трудно заметить и сообразить, что число мотыг равно пяти: двух мотыг не хватало к лейкам до числа юннатов (БВ) да три мотыги оказались лишние (ВГ), когда каждый юннат взял по одной лейке или мотыге, то есть когда были разобраны все инструменты — лейки и мотыги. А раз мотыг было пять, то, значит, леек было четыре (на одну меньше, чем мотыг), а юннатов — шесть (на 2 больше, чем леек, или же на 1 больше, чем мотыг).

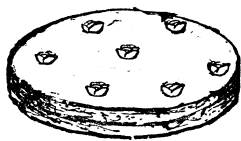
— Вот это интересный способ решения задачи, — не удержались от восхищения ребята, — не простое угадывание, как это делал Гена при решении первой задачи.

— Гена решил задачу неплохо, — заметил Вася. — Однако и первую задачу можно было легко решить графическим способом. Подумайте над этим дома.

И, наконец, Вася предложил нам последнюю головоломку. Оказывается, завтра у них в семье будет отмечаться день рождения одной из его сестрёнок — Галочки. Папа принёс торт, на котором приготовлено семь розочек (по числу всех детей, которые будут присутствовать). Так вот Васе дано задание: разрезать этот торт по трём прямым линиям на семь частей и притом так, чтобы в каждой части оказалось по одной розочке. Части будут неравные: большие доли дадут младшим детям. Вася, как говорит он, думал-думал и ничего не придумал, а теперь

обращается к нам за помощью. Он нарисовал на доске торт и попросил подумать над задачей.

Конечно, мы с большим желанием взялись за эту работу. Каждый из нас выходил к доске и пробовал провести при помощи линейки три линии так, чтобы разделить торт, как задано. Но у нас почему-то ничего не получалось. Я, например, разделил так, что пять розочек оказались по одной, но две розочки остались всё-таки вместе. Тогда



нам немного помог Василий Сергеевич:

— Вот розочка в середине торта. Её же надо вырезать этими тремя линиями. Попробуйте резать так, чтобы в середине торта получился треугольник с центральной розочкой. Кроме того, по обе стороны от каждой линии разреза должно оказаться по три розочки, не считая центральной.

После этого мы очень скоро догадались, как нужно разрезать торт.

— Ну, вот и я так же буду резать завтра торт, — сказал Вася. — Спасибо за помощь.

4. Игра «Хоп!».

— А теперь, в заключение занятия, — говорит Василий Сергеевич, — проведем игру «Хоп!». Посмотрим, как вы помните таблицу умножения и деления, насколько вы внимательны. Будем по очереди считать до 30. Вместо чисел, делящихся на 3, будете говорить слово «хоп!». Кто ошибётся, выбывает из игры. Победителем будет тот, кто не сделает ни одной ошибки. Начинаем. Повторяем таблицу деления на 3.

— Один, два, три (сразу же ошибся и выбыл из игры Коля, вот какой рассеянный!), четыре, пять, хоп!, шесть (выбыла из игры Валя), семь, восемь, хоп!, десять, одиннадцать, хоп!, тринадцать, четырнадцать, пятнадцать (зазевался один из учеников третьего класса), шестнадцать, семнадцать, хоп!, девятнадцать, двадцать, двадцать один (ошибся Петя, тот, который начинал счёт: видно, не ожидал, что уже его очередь отвечать), двадцать два, двадцать три, хоп!, двадцать четыре (ошибся ещё один

третъеклассник), двадцать пять, двадцать шесть, хоп!, двадцать восемь, двадцать девять, хоп!

— Для начала неплохо, — подводит итоги первого тура Василий Сергеевич, — ошиблись только пятеро. Теперь остальные продолжают игру. Повторим таблицу деления на 4, только отвечайте быстрее. Считаем до 40.

Пока сосчитали до 40, ошиблись и выбыли из игры ещё шесть учеников. При счёте до 50 ошиблись ещё три человека, в том числе и я. К концу игры, когда повторяли таблицу деления на 9 и считали до 90, не сделали ни одной ошибки только Павлик и Маша, они-то и были победителями.

Заканчивая занятие кружка, Василий Сергеевич поинтересовался, понравилось ли нам это занятие, чем мы хотели бы заниматься в следующий раз, какие у нас есть вопросы. Кому же могло не понравиться такое занятие?! Все мы были очень довольны. Правда, вопросов задали мало, а я всё-таки спросил про умножение и деление. Василий Сергеевич обещал рассказать нам об этих действиях на последующих занятиях. А чтобы мы не скучали до очередного занятия кружка, он предложил подумать дома над такой задачей: «На сколько частей (равных или неравных — безразлично) можно разделить лист бумаги тремя прямыми линиями?»





ГЛАВА ТРЕТЬЯ,

*в которой рассказывается о том, как умножали
в старину.*

1. Я начинаю удивлять Мишу.

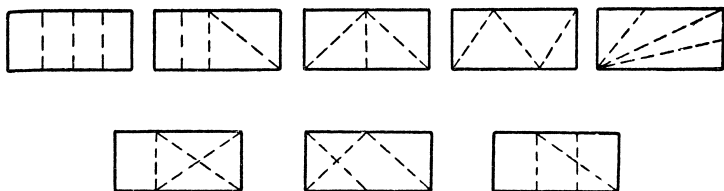
Когда я пришёл домой, мне захотелось сейчас же показать арифметический фокус Мише (это мой сосед по квартире, ученик пятого класса). Однако он ещё не возвратился из школы: учится он во второй смене, и, кроме того, у них в школе сегодня пионерский сбор. Так что показ фокуса пришлось отложить до следующего вечера, но я и не очень-то огорчился: есть время потренироваться. Я придумал несколько дней рождения, проделал всё так, как требовал на занятии Павлик, ответы получились правильные. Затем я нарисовал торт с розочками и потренировался в разрезании его на части, как это мы делали на кружке.

Конечно, на другой день я очень удивил Мишу. Он не верил, что я и в самом деле могу узнавать день рождения. «Ты, — говорит, — уже раньше знал день моего рождения». Тогда мы пригласили ещё двух его одноклассников, и я узнал их дни рождения. После этого Миша и его товарищи больше не сомневались в моих математических способностях. Но, по совести говоря, какие уж тут способности! Просто я запомнил, как это делал Павлик. Ведь я даже не мог толком объяснить ребятам, на чём основан этот фокус. Однако ребят это несколько не огорчило, и они просили рассказывать им и в будущем о том наиболее интересном, что я узнаю на занятиях нашего кружка. Сами

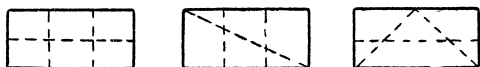
они не любители арифметики, но кто же откажется послушать что-либо интересное даже и из арифметики!

Тут я вспомнил о геометрической задаче, данной нам для самостоятельного решения, и мы все вместе стали её решать. Оказывается тремя прямыми линиями лист бумаги легче всего разделить на четыре части.

Однако тремя прямыми лист бумаги можно разделить и на пять частей.



Мы попробовали разделить лист бумаги на шесть частей. Оказывается, и это сделать можно.



Тогда мы попытались разделить лист бумаги на семь частей. Это нам удалось сделать не сразу, а лишь после того, как я вспомнил о приёме разрезания торта с семью розочками.



Когда же мы попытались разделить лист бумаги тремя прямыми линиями на восемь частей, то это нам, как мы ни бились, сделать так и не удалось. А позже мне Василий Сергеевич сказал, что этого и вообще сделать невозможно: тремя прямыми линиями лист бумаги можно разделить самое большее на семь частей.

2. Я начинаю удивлять и Василия Сергеевича.

На уроках арифметики мы стали изучать умножение и деление многозначных чисел. Василий Сергеевич рассказал, что в далёком прошлом даже взрослые совсем не умели умножать и это действие они выполняли сложением. Но, оказывается, это было ещё хуже, чем умножение.



Когда я внимательно присмотрелся, как надо умножать многозначные числа, то оказалось, что уж не так это сложно. Надо только помнить, на какой разряд множителя ты умножаешь множимое и где надо подписывать результат каждого отдельного умножения. Каждое же неполное произведение под-

писываешь, начиная справа, как раз под тем разрядом, на который умножаешь. Вот и вся премудрость! Конечно, надо ещё хорошо знать таблицу умножения да ещё уметь хорошо складывать. Но это уж дело простое: даже третьеклассник тут не должен делать ошибок.

Когда я всё это понял, Василий Сергеевич перестал давать мне индивидуальные задания на умножение. Правда, примеры на деление и задачи за третий класс он время от времени всё ещё давал мне. Но тут я вдруг почувствовал, что мне стало как-то неловко, стыдно перед товарищами получать эти самые индивидуальные задания. Что же, я и в самом деле хуже других? Наверное, не придётся мне что-либо рассказывать на кружке до тех пор, пока получаю такие задания. И я решил поскорее заслужить доверие Василия Сергеевича. Как я поступил? А точно так же, как и Витя Малеев: взял да и перерешал все задачи из учебника для третьего класса; ну, конечно, не все подряд, а только те, которые посложнее. Об этом я пока никому ничего не говорил. И вот даёт мне Василий Сергеевич задачу № 1193, а она мной уже решена; даёт задачу № 1199, а она мной тоже решена! Ведь я же решил не только все задачи на встречное движение, но и все другие типовые задачи. Удивился Василий Сергеевич и попросил меня объяснить, что всё это значит. Когда я рассказал ему всё на-

чистоту, он похвалил меня за большую проделанную работу и перестал давать мне индивидуальные задания. Поручение же по подготовке к занятию кружка Василий Сергеевич обещал дать мне немного позже: оказывается, к очередному занятию все «роли» уже распределены. Зато сейчас он посоветовал мне написать заметку в стенгазету о том, как я научился решать задачи. Конечно, это я сделал охотно. Когда же ребята прочитали эту заметку, то удивились и решили, что у меня, оказывается, есть сила воли: ведь сидеть над арифметикой больше, чем другие, не каждый захочет, а если и захочет, то не всякий сможет.

3. Старинный русский способ умножения.

Я и не заметил, как пролетели десять дней и наступил день очередного занятия нашего кружка. За это время мне особенно хорошо запомнились лишь походы в лес и к реке (это мы делали в связи с уроками природоведения) да работа на учебно-опытном участке. Ведь в сентябре всё ещё хочется быть больше на воздухе, чем в классе. Другое дело ноябрь или декабрь, тогда можно в классе сидеть и по пять-шесть уроков: на улице сыро и холодно, а в классе тепло и уютно, самый раз трудными предметами заниматься.

На занятии кружка Василий Сергеевич рассказал нам прежде всего об умножении. Оказывается, начиная с глубокой древности и почти до восемнадцатого века русские люди в своих вычислениях обходились без умножения и деления: они применяли лишь два арифметических действия — сложение и вычитание, да ещё так называемые «удвоение» и «раздвоение». Сущность русского старинного способа умножения состоит в том, что умножение любых двух чисел сводится к ряду последовательных делений одного числа пополам (последовательное раздвоение) при одновременном удвоении другого числа. Если в произведении, например 24×5 , множимое уменьшить в 2 раза («раздвоить»), а множитель увеличить в 2 раза



(«удвоить»), то произведение не изменится: $24 \times 5 = 12 \times 10 = 120$. Затем Василий Сергеевич привёл такой пример:

$$\begin{array}{r} 32 \times 17 \\ 16 \times 34 \\ 8 \times 68 \\ 4 \times 136 \\ 2 \times 272 \\ 1 \times 544 \end{array}$$

Деление множимого пополам продолжают до тех пор, пока в частном не получится 1, одновременно удваивая множитель. Последнее удвоенное число и даёт искомый результат. Значит, $32 \times 17 = 1 \times 544 = 544$.

Василий Сергеевич сообщил нам, что в те давние времена удвоение и раздвоение принимались даже за особые арифметические действия. Только какие же это особые действия? Ведь, например, удвоение числа — это не особое действие, а всего лишь сложение данного числа с самим собой.

Когда мы присмотрелись к разобранному примеру, то заметили: числа делятся на 2 всё время без остатка. «А как же быть, если множимое делится на 2 с остатком?» — спросил Ваня Симаков. Тогда Василий Сергеевич привёл нам другой пример:

$$\begin{array}{r} 21 \times 17 \\ \hline \cancel{10} \times \cancel{34} \\ 5 \times 68 \\ \hline \cancel{2} \times \cancel{136} \\ 1 \times 272 \\ \hline 357 \end{array}$$

Если множимое не делится на 2, то от него сначала снимается единица, а затем уже производится деление на 2. Строки с чётными множимыми вычёркиваются, а правые части строк с нечётными множимыми складываются.

Этот случай старинного способа умножения нам был непонятен. Тогда Василий Сергеевич пояснил его:

$$21 \times 17 = (20 + 1) \times 17 = 20 \times 17 + 17.$$

Число 17 запомним (первая строка не вычёркивается!), а произведение 20×17 заменим равным ему произведением 10×34 . Но произведение 10×34 , в свою очередь, можно заменить равным ему произведением 5×68 ; поэтому вторая строка вычёркивается:

$$5 \times 68 = (4 + 1) \times 68 = 4 \times 68 + 68.$$

Число 68 запомним (третья строка не вычёркивается!), а произведение 4×68 заменим равным ему произведением 2×136 . Но произведение 2×136 можно заменить равным ему произведением 1×272 ; поэтому четвёртая строка вычёркивается. Значит, чтобы вычислить произведение 21×17 , нужно сложить числа 17, 68, 272 — правые части строчек именно с нечётными множимыми. Произведения же с чётными множимыми всегда можно заменить с помощью раздвоения множимого и удвоения множителя равными им произведениями; поэтому такие строчки исключаются из вычисления окончательного произведения.

После этого мы попробовали сами умножать старинным способом. Я взял числа 39 и 247, у меня получился такой столбик:

$$39 \times 247$$

$$19 \times 494$$

$$9 \times 988$$

$$~~4 \times 1976~~$$

$$~~2 \times 3952~~$$

$$1 \times 7904$$

$$9633$$

У других ребят получились столбики ещё более длинные, чем у меня: они брали множимое больше, чем 39. Тогда я

решил, пока есть время, сделать тот же пример по-современному:

$$\begin{array}{r} \times 247 \\ 39 \\ \hline + 2223 \\ 741 \\ \hline 9633 \end{array}$$

Оказывается, наш школьный способ умножения чисел значительно проще и экономнее, чем старинный русский способ!

Василий Сергеевич предложил каждому из нас решить свой пример обычным, школьным способом. Когда ребята закончили вычисления, он спросил:

— Какой же способ умножения лучше: наш современный или старинный?

— Конечно, наш способ умножения лучше, он проще, — сказал Саша Пашкин.

Все согласились с ним.

— Только мы должны знать прежде всего таблицу умножения, а наши предки её не знали, — добавил Василий Сергеевич. — Кроме того, мы должны хорошо знать и само правило умножения, они же знали только, как удваивать да раздвигать числа. Как видите, вы умеете умножать значительно лучше и быстрее, чем самый знаменитый вычислитель в древней Руси. Между прочим, несколько тысяч лет тому назад египтяне выполняли умножение почти точно так же, как и русские люди в старину.

— Вот здорово, — удивились мы, — люди из разных стран, а умножали одним и тем же способом.

— Не так давно, всего около ста лет тому назад, — продолжал Василий Сергеевич, — заучить таблицу умножения было делом очень трудным для учащихся. Чтобы убедить учеников в необходимости знания наизусть таблицы, авторы математических книг издавна прибегали... к стихам.

Василий Сергеевич прочитал несколько строк из неизвестной нам книги: «Но ко умножению потребно есть последующую таблицу, толь твердо в памяти имети, тако да коеждо число, с коимждо умножив, безо всякого медления речию сказати, или написати, такоже 2-жды 2 есть 4, или 2-жды 3 есть 6, и 3-жды 3 есть 9 и прочая».

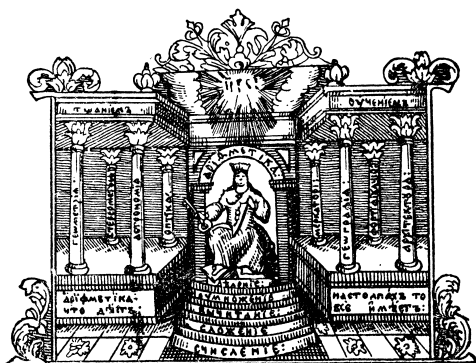
Затем он прочитал стихи:
 Аще кто не твердит
 таблицы и гордит,
 Не может познати
 числом что множати

И во всей науки,
 несвобод от муки,
 Колико не учит,
 туне ся удручит

И в пользу не будет
 аще ю забудет.

Правда, в этом отрывке и стихах мы не всё поняли: написано как-то не совсем по-русски.

— Не удивляйтесь, ребята, — сказал Василий Сергеевич, — всё это написано более 250 лет тому назад, в 1703 году, Леонтием Филипповичем Магницким, замечательным



АРІѢМѢТИКА ПРАКТИКА

ИЛИ ДѢЯТЕЛНАА .

ЧТО БѢТЬ АРІѢМѢТИКА :

АріѢмѢтика или числительница , бѢть художество
 честное , незанятное , и во всемъ оудовольствіе ,
 многопользѣнѣишее , и многоудѣлѣнѣишее , и аріѢ-
 метишнхъ же и новѣишнхъ , и въ разная времена
 извѣишхъ и извѣишнхъ аріѢмѢтишнхъ , и измѣрѣ-
 тннхъ и и измѣрѣннхъ .

Клиноуба бѢть аріѢмѢтика прѢктика ;
 бѢть сѣуба .

1 аріѢмѢтика полїтика и или гражданская

2 аріѢмѢтика логїстика , не ко гражданствѣ
 токамъ , но и к движѣніи нннхъ крѣпкѣ принадлежаща .

русским педагогом, а с тех пор русский язык заметно изменился.

Он пояснил нам непонятные места в прочитанном и добавил, что Л. Ф. Магницкий написал и издал первый в России печатный учебник арифметики; до него же были лишь рукописные математические книги. По «Арифметике» Л. Ф. Магницкого учился великий русский учёный М. В. Ломоносов, а также многие другие видные русские учёные восемнадцатого века.

— А как умножали в те времена, во времена Ломоносова? — поинтересовался Коля Фомин.

— А вот посмотрите, — сказал Василий Сергеевич и записал пример:

$$\begin{array}{r} 48 \text{ — Еличество.} \\ 8 \text{ — Множитель.} \\ \hline 384 \text{ — Продукт, или произведение.} \end{array}$$

Как мы поняли, действие умножения тогда записывали почти так, как и в наше время. Только множимое называли «еличество», а произведение — «продукт» и, кроме того, не писали знак умножения.

— А как тогда объясняли умножение? — спросил я.

— Известно, что М. В. Ломоносов знал наизусть всю «Арифметику» Магницкого, — сказал Василий Сергеевич. — В соответствии с этим учебником маленький Миша Ломоносов умножение 48 на 8 объяснил бы так: «8-жды 8 есть 64, я 4 пишу под чертою, против 8, а 6 десятиц во уме имею. И дальше 8-жды 4 есть 32, и я 3 во уме держу, а к 2 приложу 6 десятиц, и будет 8. И сие 8 напишу подле 4, в ряд к левой руке, а 3 пока во уме суть, напишу в ряд подле 8, к левой же руке. И будет из умножения 48 с 8 произведение 384».

— Да и мы почти так же объясняем, — заметила Нина, — только мы говорим по-современному, а не по-старинному и, кроме того, называем р а з р я д ы. Например, 3 надо писать на третьем месте потому, что это будут с о т н и, а не просто «в ряд подле 8, к левой же руке».

— Ну, вот и хорошо, — говорит Василий Сергеевич, — что вы умеете объяснять умножение лучше, чем это мог делать даже сам М. В. Ломоносов в детстве.

4. Маша — тоже «фокусница».

После паузы Василий Сергеевич предоставил слово Маше.

— Я могу угадывать не только день рождения, как это делал прошлый раз Павлик, но и год рождения, — начала Маша.

— Номер месяца, в котором вы родились, умножьте на 100..., затем прибавьте день рождения..., результат умножьте на 2..., к полученному числу прибавьте 2; результат умножьте на 5, к полученному числу прибавьте 1, к результату припишите нуль..., к полученному числу прибавьте ещё 1... и, наконец, прибавьте число ваших лет.

— Готово, у меня получилось 20721, — говорю я.

— Ты родился 6 февраля 1949 года, — немного подумав, ответила Маша.

— Правильно, — подтвердил я.

— А у меня получилось 81321, — сообщает Витя, ученик третьего класса.

— Значит, ты родился 12 августа 1949 года, — снова немного подумав, ответила Маша.

— Ты, Маша, наверное ошиблась, — усомнился Петя. — Как же так получается: Витя из третьего класса, а родился тоже в 1949 году, как и Саша.

— Нет, Маша, верно угадала, — подтверждает Витя. Только я один год долго болел и поэтому дважды ходил во второй класс.

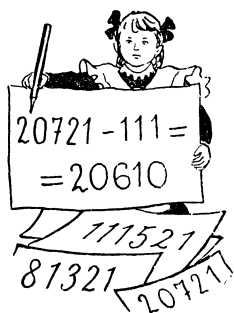
— А у меня получилось 111521, — сообщает Павлик.

— Значит ты родился 14 ноября 1948 года, — дольше прежнего подумав, ответила Маша.

— Как же так, — спрашивает Вася, — Павлику тоже 10 лет, как и Саше, а родился он в 1948 году. Почему же не в 1949 году?

— А потому, что сейчас идёт сентябрь, а Павлик родился в ноябре, и ему ещё только 10 лет, хотя он и родился в 1948 году, — объяснила Маша.

Она угадала дату рождения ещё трёх-четырёх учеников, а затем объяснила, как она это делает. Оказывается,



от последнего числа она отнимает 111, а потом остаток разбивает на три грани справа налево по две цифры. Средние две цифры обозначают д е н ь рождения, первые две или одна — н о м е р месяца, а последние две цифры число л е т. Зная же, сколько человеку лет, нетрудно определить и г о д рождения. Например, у меня получилось число 20721. Если от него отнять 111, то получится 20610. Значит, сейчас мне 10 лет, а родился я 6 февраля. Так как сейчас идёт сентябрь 1959 года, то, значит, я родился в 1949 году.

— А почему надо отнимать именно 111, а не какое-нибудь другое число? — спросили мы. — И почему именно так распределяются день рождения, номер месяца и число лет?

— А вот смотрите, — пояснила Маша. — Например, Павлик, выполняя мои требования, решил такие примеры:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \underline{11} \times 100 = 1100; \quad 2) \quad 1100 + 14 = 1114; \quad 3) \quad 1114 \times 2 = \\ & = 2228; \quad 4) \quad 2228 + 2 = 2230; \quad 5) \quad \underline{2230} \times 5 = 11150; \\ & 6) \quad 11150 + 1 = 11151; \quad 7) \quad 11151 \times 10 = 111510 \end{aligned}$$

$$8) \quad 111510 + 1 = 111511; \quad 9) \quad 111511 + 10 = 111521.$$

Как видно, номер месяца (11) он умножал на 100, затем на 2, потом ещё на 5 и, наконец, ещё на 10 (приписывал нуль), а всего на $100 \times 2 \times 5 \times 10$, то есть на 10000. Значит, 11 стали десятками тысяч, то есть составляют третью грань, если считать справа налево по две цифры. Так узнают н о м е р месяца, в котором вы родились. День рождения (14) он умножал на 2, затем на 5 и, наконец, ещё на 10, а всего на $2 \times 5 \times 10$, то есть на 100. Значит, день рождения надо искать среди сотен, во второй грани, но тут имеются посторонние сотни. Смотрите: он прибавлял число 2, которое умножал на 5 и на 10. Значит, у него получилось лишнего $2 \times 5 \times 10 = 100$ — 1 сотня. Эту 1 сотню я и отнимаю от 15 сотен в числе 111521, получается 14 сотен. Так я узнаю д е н ь рождения. Число лет (10) ни на что не умножалось. Значит, это число нужно искать среди единиц, в первой грани, но тут имеются посторонние единицы. Смотрите: он прибавлял число 1, которое умножал на 10, а затем прибавлял ещё 1. Значит, у него получилось всего лишних $1 \times 10 + 1 = 11$ единиц. Эти 11 единиц я и отнимаю от 21 единицы в числе 111521, получается 10. Так я узнаю число л е т. А всего, как видите,

от числа 111521 я отнимала $100 + 11 = 111$. Когда я от числа 111521 отняла 111, то получилось 111410. Значит, Павлик родился 14 ноября, и ему 10 лет. Сейчас идёт 1959-й год, но я 10 отнимала не от 1959, а от 1958, так как 10 лет Павлику исполнилось в прошлом году, в ноябре.

Конечно, такое объяснение сразу не запомнишь, но я постарался понять его на своём примере:

1) $2 \times 100 = 200$; 2) $200 + 6 = 206$; 3) $206 \times 2 = 412$;
 4) $412 + 2 = 414$; 5) $414 \times 5 = 2070$; 6) $2070 + 1 = 2071$;
 7) $2071 \times 10 = 20710$; 8) $20710 + 1 = 20711$; 9) $20711 + 10 = 20721$;
 $20721 - 111 = 2'06'10$; $1959 - 10 = 1949$;

6 февраля 1949 года.

5. Ваня — тоже любитель головоломок.

— Теперь, — говорит Василий Сергеевич, — порешаем занимательные задачи, задачи-шутки и головоломки. Слово предоставляется Ване Симакову.

— Вот вам первая задача, — начал Ваня. — В полдень из Сталинграда в Куйбышев выходит пассажирский пароход. Часом позже из Куйбышева в Сталинград выходит товаро-пассажирский пароход, который движется медленнее первого парохода. Когда пароходы встретятся, то какой из них будет дальше от Сталинграда?

— Как к а к о й! — удивился Коля Фомин. — Ясное дело, куйбышевский: он движется медленнее, да и вышел часом позже!

Ваня улыбнулся, показывая тем самым, что Коля ошибся. Однако нам ещё непонятна была ошибка Коли. Мы попросили Ваню повторить условие, задача показалась нам непростой. И лишь при повторении задачи, когда Ваня выделил слова «...пароходы встретятся», нам



всё стало ясно: оказывается, это не обычная арифметическая задача, а ш у т к а! Пароходы будут на одинаковом расстоянии от Сталинграда, а также и от Куйбышева.

— А вот вам вторая задача, — продолжал Ваня. — В прошлое воскресенье наш отряд и отряд пятого класса сажали деревья вдоль Большой Пионерской улицы. Отряды должны были посадить поровну деревьев, по равному количеству на каждой стороне улицы. Как вы помните, наш отряд пришёл на работу пораньше, и до прихода пятиклассников мы успели посадить 8 деревьев, но, как оказалось, не на своей стороне улицы: мы погорячились и начали работу не там, где было нужно. Потом мы работали уже на своей стороне улицы. Пятиклассники закончили работу раньше. Однако они не остались в долгу перед нами: перешли на нашу сторону и посадили сначала 8 деревьев («отдали долг»), а затем ещё 5 деревьев, и работа нами была закончена.

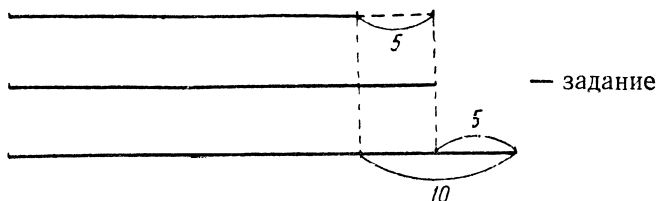
Спрашивается, на сколько деревьев больше посадили пятиклассники, чем мы?

Задача, конечно, длинная, но повторять её условие для нас не нужно было: ведь все члены нашего кружка пионеры, и все мы были на воскреснике. Помню даже, что между нами тогда разгорелся спор: одни доказывали, что пятиклассники посадили лишь на 5 деревьев больше, чем мы, а другие — на 10 деревьев больше. Вот и сейчас Миша говорит:

— Конечно, пятиклассники посадили только на 5 деревьев больше, чем мы: когда они посадили на нашей стороне 8 деревьев, то тем самым отдали д о л г; а когда они посадили ещё 5 деревьев, то как бы дали нам в з а й м ы 5 деревьев. Вот и выходит, что они посадили только на 5 деревьев больше, чем мы.

— Нет, Миша, — возразила Нина, — ты рассуждаешь неправильно. Верно, что пятиклассники сделали нам одолжение, посадив за нас 5 деревьев. Но дальше, чтобы получить верный ответ, надо рассуждать так: мы н е д о в ы п о л н и л и своё задание на 5 деревьев, пятиклассники же п е р е в ы п о л н и л и своё на 5 деревьев. Вот и выходит, что разница между числом деревьев, посаженных пятиклассниками, и числом деревьев, посаженных нами, составляет не 5, а 10 деревьев!

Нина пошла к доске и пояснила это рисунком.



После этого всем нам стало вполне очевидно, что права Нина, а не Коля.

— А вот вам последняя задача-головоломка, — продолжал Ваня. — Играя в мяч, 16 учеников разместились по сторонам квадратной площадки так, что на каждой стороне было по 4 человека. Затем 2 ученика ушли. Остальные переместились так, что на каждой стороне квадрата снова оказалось по 4 человека. Наконец, ушли ещё 2 ученика, но остальные разместились так, что на каждой стороне квадрата по-прежнему было по 4 человека. Как это могло получиться?

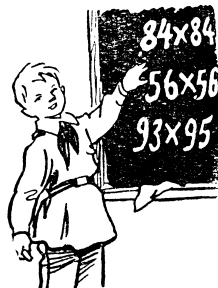
Вот тут-то пришлось подумать! Повторение условия задачи в этот раз нам ничуть не помогло. Ване пришлось немного подсказать нам: «Не забывайте о вершинах квадрата: ученики, стоящие здесь, находятся одновременно на двух сторонах квадрата», и мы скоро догадались, как перемещались ученики после ухода двух и ещё двух товарищей.

6. Два приёма быстрого умножения.

В беседу снова вступил Василий Сергеевич.

— Сегодняшнее занятие мы посвящаем в основном действию умножения. Поэтому предоставим теперь слово Вале Козлову, который расскажет о некоторых интересных приёмах быстрого счёта.

— С. А. Рачинский, — начал Вала, — однажды предложил своим ученикам такой пример: 84×84 . Один мальчик быстро ответил: 7056. «Как ты считал?» — спросил ученика учитель. — «Я взял 50×144 и выкинул 144», — ответил тот. Ну-ка, объясните: как считал ученик С. А. Рачинского?



К сожалению, никто из нас не догадался, как можно быстро сосчитать, сколько будет 84×84 , и почему именно так надо считать, как считал этот ученик. Тогда нам объяснил сам Валя. Оказывается, $84 = 7 \times 12$. Значит,

$$84 \times 84 = 7 \times 12 \times 7 \times 12 = 7 \times 7 \times 12 \times 12 = 49 \times 144 = (50 - 1) \times 144 = 50 \times 144 - 144, \text{ а } 144 \text{ полу-}$$

сотни — это 72 сотни, значит, $84 \times 84 = 7200 - 144 = 7056$.

— А теперь вы сами сосчитайте тем же способом, сколько будет 56×56 , — предложил нам Валя.

Мы думали не очень долго. Первым вычислил Коля Кривоспицкий, у него получилось 3136; у остальных — такой же ответ.

— А как вы вычисляли? — поинтересовался Василий Сергеевич.

— $56 \times 56 = 7 \times 8 \times 7 \times 8 = 49 \times 64 = 50 \times 64 - 64$, то есть 64 полусотни, или же 32 сотни (3200), без 64, — ответил Коля.

— Правильно, — подтвердил Василий Сергеевич. — Так запомните же: чтобы умножить число на 49, нужно данное число умножить на 50 (полсотни), и из полученного произведения вычесть данное число.

— А вот примеры на другой способ вычисления, — предложил Валя: 92×96 , 94×98 . Кто решит быстрее?

Конечно, мы не скоро решили эти примеры, так как вычисляли письменно, а Валя сейчас же написал ответы: 8832 и 9212. Не заучил ли он их? Мы дали ему ещё пример: 93×95 . Однако Валя быстро ответил: 8835. Наши вычисления дали это же число. Тогда мы попросили его объяснить, как он считал.

— Так быстро можно считать только тогда, когда числа близки к 100, — сказал Валя. — Я нахожу дополнения до 100 к данным числам: для 93 будет 7, а для 95 будет 5. От первого данного числа отнимаю дополнение второго: $93 - 5 = 88$ — столько будет в произведении сотен; перемножаю дополнения: $7 \times 5 = 35$ — столько будет в произведении единиц. Значит, $93 \times 95 = 8835$. А почему именно так надо делать, объяснить не трудно. Например, 93 — это 100 без 7, а 95 — это 100 без 5.

$$95 \times 93 = (100 - 5) \times 93 = 93 \times 100 - 93 \times 5.$$

Чтобы отнять 5 раз по 93, можно 5 раз отнять по 100, но зато прибавить 5 раз по 7. Тогда получается:

$$\begin{aligned} 95 \times 93 &= 93 \times 100 - 5 \times 100 + 5 \times 7 = 93 \text{ сот.} - \\ &- 5 \text{ сот.} + 5 \times 7 = (93 - 5) \text{ сот.} + 5 \times 7 = 8800 + 35 = \\ &= 8835. \end{aligned}$$

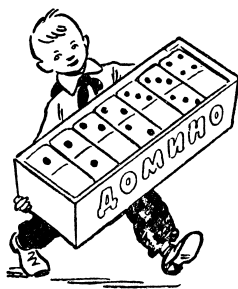
Мы решили ещё такие примеры:

$$\begin{aligned} 97 \times 94 &= (97 - 6) \times 100 + 3 \times 6 = 9100 + 18 = 9118, \\ 91 \times 95 &= (91 - 5) \times 100 + 9 \times 5 = 8600 + 45 = 8645. \end{aligned}$$

7. Умножение в . . . домино.

Валю сменил Петя Панкратов. Он принёс с собой две партии домино (из нас кое-кто тоже принёс домино: об этом просил Петя). Он рассказал, что при помощи костей домино легко изобразить некоторые случаи умножения многозначных чисел на однозначное число.

Например:

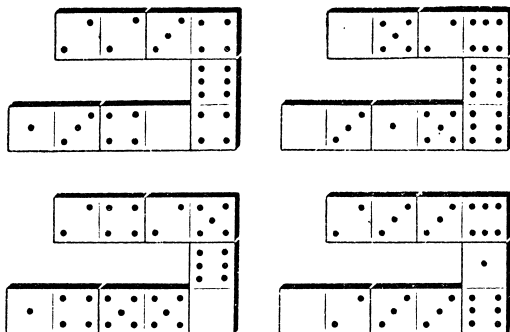


$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 2 & & 1 \\ \hline & & & 1 \\ \hline 1 & & & 6 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 402 \\ 3 \\ \hline 1206 \end{array}$$

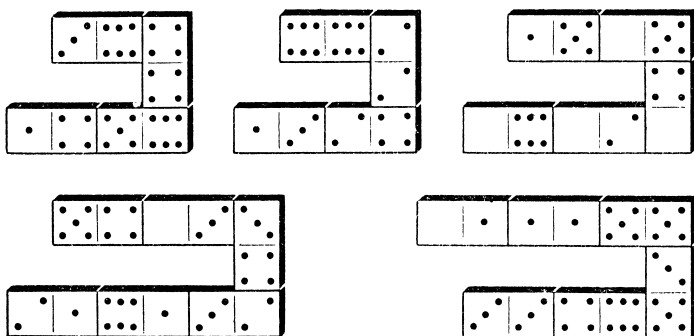
$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 6 & 6 & 3 \\ \hline & & & 3 \\ \hline 1 & & & 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{r} 2663 \\ 4 \\ \hline 10652 \end{array}$$

Затем Петя предложил составить за 10 минут наибольшее количество подобных примеров. Победителем будет признан тот, кто за это время сумеет использовать наибольшее число костей домино, составляя примеры на умножение трёх-, четырёхзначных чисел на однозначное число.

Мне показалось, что я быстро израсходую все 28 костей, если возьму примеры на умножение четырёхзначных чисел на однозначное. Однако это оказалось не таким простым делом. За 10 минут я успел составить лишь такие примеры:



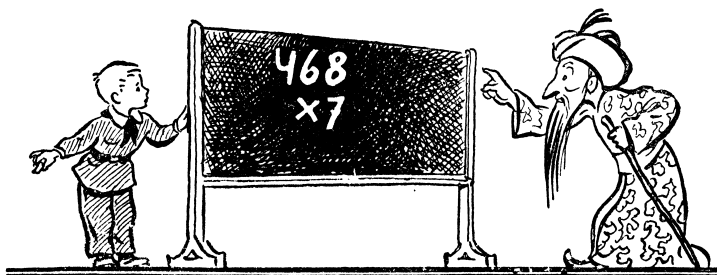
Как видно, я использовал лишь 20 костей домино. Павлик же оказался хитрее меня: он составлял примеры на умножение не только четырёхзначных чисел на однозначное число, но и трёх-, и пяти-, и шестизначных чисел на однозначное число. За 10 минут он использовал 25 костей и составил такие примеры:



Он и оказался победителем в этой игре-головоломке.

— У Павлика, — сказал в заключение Петя, — осталось 3 неиспользованные кости. Не думайте, ребята, что так просто будет использовать и эти последние кости: придётся основательно подумать. Однако все 28 костей всё-таки можно использовать. Кто захочет это сделать, учтите, что из всех костей домино можно, например, составить 7 «умножений» некоторых трёхзначных чисел на однозначное число. Поищите эти числа!

— Работа эта не очень благодарная, — заметил Василий Сергеевич, — но полезная, особенно для тех, кто ещё делает ошибки при умножении. А вот и ещё одна задача для решения на досуге: «Сколько прямых линий можно провести через четыре точки так, чтобы каждая прямая проходила не менее, чем через две из них?»

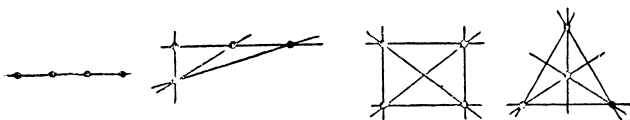


ГЛАВА ЧЕТВЁРТАЯ,

в которой рассказывается о том, хорошо ли знал арифметику старик Хоттабыч.

1. Я получаю по арифметике «5».

Как только на следующий день я зашёл к Мише, он сразу же спросил: «Что нового, интересного было на занятии кружка?» Я показал Мише и его друзьям, как умножали в старину русские люди. Затем я предложил им в уме сосчитать, сколько будет 97×95 , 42×42 и 98×93 . Они, конечно, без карандаша и бумаги не смогли этого сделать и очень удивились, когда я почти мгновенно дал на эти примеры правильные ответы. Наконец, мы все вместе решили данную на дом задачу. Оказывается, очень важно, как расположены точки на листе бумаги. В зависимости от этого можно через четыре точки провести и одну, и четыре, и шесть прямых линий, но не больше.



Затем я предложил ребятам составить примеры на умножение из костей домино так, как это делалось на кружке. Нам удалось использовать по 20, по 24 и даже по 27 костей, но из всех 28 мы так и не смогли составить примеры, хотя просидели за этим занятием долго.

Миша вспомнил, что сегодня в кинотеатре демонстрируется кинофильм «Старик Хоттабыч». Мы побыстрее закончили заниматься арифметикой и побежали в кино.

Вот это картина! Хоть и сказка, а всё равно интересно: рассказывается о нас, мальчишках, о школьной жизни, а также о чудачковом мудреце — джине Хоттабыче... А здорово напутал Хоттабыч, подсказывая Вольке по географии! Как видно, в давно прошедшие времена даже мудрецы индийские — джины — очень-очень плохо знали географию. Интересно, а как стал бы подсказывать старик Хоттабыч, если бы Волька сдавал экзамен по арифметике? Вероятно, Хоттабыч и арифметику-то как следует не знал.

Надо спросить об этом у Василия Сергеевича. Этот вопрос заинтересовал и других ребят. На следующий день в школе мы окружили Василия Сергеевича, наперебой рассказывая ему о кинокартине, а под конец спросили, так ли плохо знал Хоттабыч арифметику, как и географию. Василий Сергеевич обещал нам рассказать об этом.

Через день у нас была контрольная работа по арифметике, и я впервые за три года получил самую настоящую пятёрку по этому трудному предмету. Не приходится и говорить, как я был рад! В этот же день я пережил и ещё одну радость: наконец-то Василий Сергеевич дал мне поручение подготовить сообщение для математического кружка. Значит, теперь я стал уже полноправным членом кружка, а не просто слушателем. Понятно, с каким нетерпением я ожидал очередное занятие, как готовился к нему.



2. Индийский способ умножения.



— Вы просили рассказать, — начал занятие кружка Василий Сергеевич, — хорошо ли знал арифметику старик Хоттабыч. С этого мы и начнём. Володя Зотов будет Волькой, Коля Кривоспицкий — экзаменатором, а я буду подсказывать Вольке, будто Хоттабыч.

Нам очень понравился такой приём, и мы приготовились слушать, как будет сдавать Волька экзамен по арифметике.

— Володя Зотов, иди отвечай, — как можно более строгим голосом сказал Коля. — Расскажи об умножении на однозначное число.

Володя хотел было уже записать свой пример так, как это привыкли делать все мы, но тут вдруг он услышал тоненький голос Хоттабыча и стал повторять вслед за ним:

— Пусть нужно умножить 468 на 7. Слева пишем множимое, справа множитель:

$$\begin{array}{r} 468 \\ 7 \end{array}$$

— А почему же ты не записал знак умножения? — спросил экзаменатор.

— Не перебивайте! — тоном, не допускающим возражений, ответил Володя, повторяя слова Хоттабыча. — Как меня научили умножать, так я и делаю!

Уже новшество, соображаю я, у индийцев не было знака умножения.

— Теперь я 4 умножаю на 7, получится 28. Это число я записываю н а д цифрой 4, — продолжал Володя:

$$\begin{array}{r} 28 \\ 468 \\ 7 \end{array}$$

— Почему же ты начинаешь умножение со старшего разряда, а не с низшего? Почему записываешь снизу вверх, а не наоборот? — спросил Коля, всё более недоумевая.

— Ещё раз говорю вам, о почтеннейший экзаменатор Коля ибн Федя, не перебивайте меня, — ответил Володя. — Так умножали мои предки — великие вычислители, так делаю и я.

— Ну, продолжай, — говорит Коля.

— Теперь я 8 умножаю на 7, получится 56, — отвечает Володя. — 5 прибавлю к 28, получится 33; 28 сотру, а 33 запишу; 6 запишу н а д цифрой 8:

$$\begin{array}{r} 336 \\ 468 \\ 7 \end{array}$$

Володя быстро стирал ненужные цифры и записывал вместо них новые. Получалось весьма интересно.

— Теперь я 6 умножаю на 7, получится 42, — продолжал Володя. — 4 прибавлю к 36, получится 40; 36 сотру, а 40 запишу; 2 же запишу н а д цифрой 6. Итак, 468 умножить на 7, получится 3402:

— Верно решено, — говорит экзаменатор, — но только не очень-то быстро и удобно!

— Как так «не очень-то быстро и удобно»? — возмущился Володя. — Указанный мной способ умножения является наилучшим! Так именно умножали знаменитейшие в моё время вычислители.

— Ну, хорошо, пусть будет по-твоему, — не стал спорить Коля. — Так, конечно, можно умножать без особых помех, если писать мелом на доске. А как же ты будешь писать в тетради чернилами?

— В какой тетради? Какими чернилами? — удивился Володя. — Ни я, ни мои предки не знали никаких тетрадей и чернил!

— Володя, ты, наверное, заболел, поэтому отвечаешь так неудачно, — говорит экзаменатор. — Пойди отдохни, повтори правила умножения, а потом уж приходи сдавать экзамен.

— Так примерно прошла бы сдача экзамена по арифметике, если бы Вольке стал подсказывать джин Хоттабыч, — сделал заключение Василий Сергеевич. — Как видите, старик Хоттабыч арифметику знал совсем не плохо. Однако запись действий он производил не так, как это делаем мы.

Давно-давно, более тысячи трёхсот лет тому назад, индийцы были лучшими вычислителями. Однако они не имели ещё бумаги, и все вычисления производили на небольшой чёрной доске, делая на ней записи тростниковым пером и применяя очень жидкую белую краску, которая оставляла знаки, легко стиравшиеся.

Когда мы пишем мелом на доске, то это немного напоминает индийский способ записи: на чёрном фоне появляются белые знаки, которые легко стирать и исправлять.

Индийцы производили вычисления также и на белой дощечке, посыпанной красным порошком, на которой они писали знаки маленькой палочкой, так что появлялись белые знаки на красном поле. Примерно такая же картина



получается, когда мы пишем мелом на красной или коричневой доске — линолеуме.

Знака умножения в то время ещё не существовало, и между множимым и множителем оставлялся лишь некоторый промежуток. Индийским способом можно было бы умножать, начиная и с единиц. Однако сами индийцы умножение выполняли начиная со старшего разряда, и записывали неполные произведения как раз над множимым, поразрядно. При этом сразу был виден старший разряд полного произведения и, кроме того, исключался пропуск какой-либо цифры.

После этого рассказа Василия Сергеевича мы немного потренировались в умножении на доске индийским способом. Я, например, выполнил такое умножение:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 288 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2936 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 3672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 29376 \\ 3672 \end{array}$$

3. Арабский способ умножения.



— Ну, а как же, в самом деле, выполнять умножение индийским способом, если записывать на бумаге? — спросили мы Василия Сергеевича.

— Этот приём умножения для записи на бумаге приспособили арабы, — рассказывает Василий Сергеевич. — Знаменитый учёный древности узбек Мухаммед ибн Муса Альхваризми (Мухаммед сын Мусы из Хорезма — города, который был расположен на территории современной Узбекской ССР) более тысячи лет тому назад выполнял умножение на пергаменте так:

$$\begin{array}{r} 436 \\ 486 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 486 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ 486 \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ 486 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 330 \\ 486 \end{array}$$

Как видно, он не стирал ненужные цифры (на бумаге это делать уже неудобно), а вычёркивал их; новые же цифры он записывал над зачёркнутыми, разумеется, поразрядно.

Мы попробовали выполнить умножение таким же способом, делая записи в тетради. У меня, например, получилась такая запись:

$$\begin{array}{r}
 56 \\
 7264 \quad 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 566 \\
 7264 \quad 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8 \\
 580 \\
 5668 \\
 7264 \quad 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8 \\
 5811 \\
 56682 \\
 7264 \quad 8
 \end{array}$$

Значит, $7264 \times 8 = 58112$.

— А как же умножать на двузначное число, на многозначное? — поинтересовались мы.

— Приём умножения остается тот же, — говорит Василий Сергеевич, — однако запись при этом значительно усложняется. Например, нужно умножить 746 на 34. Сначала умножали на 3 десятка, получалось:

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 2 \setminus 2 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 23 \\
 2 \setminus 28 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}$$

Затем умножали на 4 единицы, получалось:

$$\begin{array}{r}
 51 \\
 23 \\
 2 \setminus 28 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 5 \setminus 1 \\
 234 \\
 2 \setminus 28 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 5 \setminus 6 \\
 234 \\
 2 \setminus 284 \\
 746 \\
 \times \\
 3 \quad 4
 \end{array}$$

Значит, $746 \times 34 = 25364$.

— Как видите, — продолжал Василий Сергеевич, — вычёркивание ненужных цифр и замена их новыми цифрами при умножении даже на двузначное число приводит к слишком громоздкой записи. А что будет, если умножать на трёх-, четырёхзначное число?!

— Да, арабский способ умножения не очень-то удобен, — согласились мы.

— Никто из нас, пожалуй, сам и не сумеет умножать таким способом.

— Тем не менее этот способ умножения держался в Европе вплоть до восемнадцатого века, целых тысячу лет, — говорит Василий Сергеевич. — Он назывался способом крестика, или хиазмом, так как между перемножаемыми числами ставилась греческая буква Х (хи), постепенно заменённая крестом.

— Вот теперь мы хорошо видим, что наш современный способ умножения является самым простым и удобным, наверное наилучшим из всех возможных способов умножения, — заметил Павлик.

— Да, сам наш школьный способ умножения многозначных чисел является очень хорошим, — говорит Василий Сергеевич. — Однако запись умножения можно делать и по-другому. Пожалуй, лучше всего было бы это делать, например, так:

$$\begin{array}{r} \times 7253 \\ 4805 \\ \hline 29012 \\ 58024 \\ 36265 \\ \hline 34850665 \end{array}$$

Сначала мы не поняли, почему можно так располагать вычисления, но потом сообразили, что такой способ и в самом деле хорош: умножение начинается со старшего разряда множителя, низший разряд неполных произведений записывается под соответствующим разрядом множителя, чем устраняется возможность ошибки в том случае, когда в каком-либо разряде множителя встречается ноль.

— Примерно так записывают умножение многозначных чисел чехословацкие школьники, — добавил в заключение Василий Сергеевич.

— Вот интересно, — удивились мы. — А мы-то думали, что арифметические действия можно записывать только так, как это принято у нас...

— А как записывают действие деления зарубежные школьники? — поинтересовался Гена.

— Об этом я расскажу вам в другой раз, — ответил Василий Сергеевич, — когда будем специально беседовать о действии деления. Ну, а теперь, ребята, порешаем занимательные задачи и головоломки. Слово предоставляется Саше.

4. Ещё несколько головоломок.

— Вот вам первая, простенькая задача, — говорю я. — Турист может пройти за час 5 км. Сколько километров он пройдёт за 100 часов?

— 500 километров! — быстро ответил Толя, третьеклассник.

— А это ещё большой вопрос! — возразила Нина. — Надо знать более точно, как турист шёл эти 100 часов: без отдыха или с передышками. Иначе говоря, надо знать: 100 часов — это время движения туриста или же просто время его пребывания в пути. Быть в движении подряд 100 часов человек, наверное, не в состоянии: это же больше четырёх суток; да и скорость движения при этом всё время уменьшалась бы. Другое дело, если турист шёл с передышками на обед, на сон и т. д. Тогда он за 100 часов движения может пройти и все 500 км; только в пути он должен быть уже не четверо суток, а примерно суток двенадцать (если будет проходить за день в среднем 40 км). Если же он в пути был 100 часов, то мог пройти примерно лишь 160—180 км.

— Молодец, Нина, хорошо ты рассуждала! — похвалил её Василий Сергеевич. — В условии задачи надо кое-что добавить, иначе ответ дать невозможно.

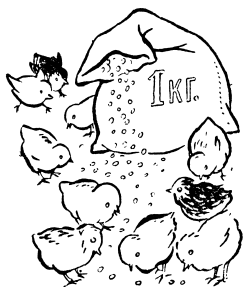
— Решите теперь такую задачу, — продолжаю я. — 10 цыплят в 10 дней съедают 1 кг зерна. Сколько килограммов зерна съедят 100 цыплят в 100 дней?

— Так ведь это же задача на приведение к единице! — говорит Коля.

— Нет, не совсем так, — поправляю его. — Присмотритесь-ка лучше: эта задача более сложная.

— Ну и что же, — соглашается Коля, — верно, что более сложная, а всё-таки похожа на задачу, решаемую приведением к единице.

— Так вот и реши эту задачу, — предлагаю я.



— Пожалуйста, — бойко отвечает Коля. — 10 цыплят в 10 дней съедают 1 кг зерна, значит, 1 цыплёнок за те же 10 дней съедает в 10 раз меньше, то есть $1000 \text{ г} : 10 = 100 \text{ г}$.

В один день цыплёнок съедает ещё в 10 раз меньше, то есть $100 \text{ г} : 10 = 10 \text{ г}$. Теперь мы знаем, что 1 цыплёнок в 1 день съедает 10 г зерна. Значит, 100 цыплят в день съедают в 100 раз больше, то есть $10 \text{ г} \times 100 = 1000 \text{ г} = 1 \text{ кг}$. В 100 же дней они съедят ещё в 100 раз больше, то есть $1 \text{ кг} \times 100 = 100 \text{ кг} = 1 \text{ ц}$. Значит, 100 цыплят в 100 дней съедают целый центнер зерна.

— Неплохо ты рассуждал, Коля, — говорю я. — Есть решение более быстрое: цыплят больше в 10 раз и кормить надо дольше в 10 раз, значит, всего зерна надо больше в 100 раз, то есть 100 кг. Однако во всех этих рассуждениях есть одно упущение... Ну-ка, ребята, подумайте и найдите ошибку в рассуждениях.

Все надолго задумались, но самостоятельно не смогли обнаружить ошибку. Тогда мне пришлось им немного подсказать:

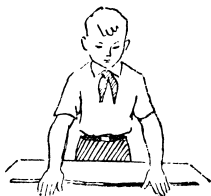
— Обратите внимание на последнее рассуждение Коли: «100 цыплят в один день съедают 1 кг зерна, а за 100 дней они съедят в 100 раз больше...»

Не все ребята сразу догадались, в чём тут секрет. Наконец Валя Козлов восклицает:

— А, так вот оно в чём дело! Ведь за 100 дней (это же более трёх месяцев!) цыплята заметно подрастут и в день будут съедать уже не по 10 г зерна, а граммов по 40 — 50, так как обыкновенная курица в день съедает примерно 100 г зерна. Значит, за 100 дней 100 цыплят съедят не 1 ц зерна, а значительно больше: центнера два-три.

— Молодец, Валя! — похвалил его Василий Сергеевич. — Как видите, ребята, условие задачи нужно читать очень внимательно: дело не только в данных числах, но и в тех изменениях, которые могут происходить с предметами, упоминаемыми в условии задачи.

— А вот вам последняя задача-головоломка о завязывании узла, — говорю я. — На столе лежит кусок верёвки, вытянутый по прямой. Надо взять его одной рукой за один, другой рукой за другой конец и, не выпуская концов верёвки из рук, завязать узел.



Сразу нашлись охотники выполнить это задание. Когда брали левой рукой за левый конец верёвки, а правой рукой за правый конец, то узла завязать не удавалось. Также не удавалось завязать узел и тогда, когда правой рукой брали за левый конец верёвки, а левой рукой за правый конец. После ряда безуспешных попыток ребята признали эту задачу неразрешимой. Тогда я спросил их, как мы разбираем арифметические задачи.

— Известное дело, — говорит Маша, — одни задачи легко разбирать, идя от данных к вопросу задачи, а другие, наоборот, идя от вопроса задачи к данным.

— Ну, вот вы и попытайтесь разобрать эту задачу, — говорю я, — идя от вопроса к данным. Пусть узел на верёвке уже имеется, а концы её находятся в руках и не выпускаются. Попробуйте от решённой задачи вернуться к её данным; к исходному положению: верёвка лежит, вытянутая на столе, и концы её не выпускаются из рук.



Валя пошёл к столу проделать то, что я посоветовал. И оказалось, что если выправить верёвку, не выпуская концов её из рук, то левая рука, идя под вытянутой верёвкой и над правой рукой, держит правый конец верёвки; а правая рука, идя над верёвкой и под левой рукой, держит левый конец верёвки.

После такого разбора задачи всем стало ясно, как завязать узел на верёвке. надо проделать всё в обратном порядке, по сравнению с тем, как это делал Валя при разборе задачи.

5. Ещё два приёма быстрого умножения.

— А теперь слово предоставляется Нине, — объявляет Василий Сергеевич.

— Я покажу вам, — говорит она, — как быстро умножать такие числа, как например 24 и 26, 63 и 67, 84 и 86

и т. п., то есть когда в сомножителях десятков поровну, а единицы составляют вместе ровно 10. Задавайте примеры.

— 34 и 36, 53 и 57, 72 и 78, — предложили мы.

— Получится 1224, 3021, 5616, — сразу ответила Нина.

— Как же ты считала? — удивились мы.

— Например, надо 53 умножить на 57. Я 5 умножаю на 6 (на 1 больше, чем 5), получается 30 — столько сотен в произведении; 3 умножаю на 7, получается 21 — столько единиц в произведении. Значит, $53 \times 57 = 3021$.

— А как это объяснить? — поинтересовались мы.

— А вот смотрите, — отвечает Нина.

$$\begin{aligned}(50 + 3) \times 57 &= 50 \times 57 + 3 \times 57 = 50 \times (50 + 7) + 3 \times \\ &\times (50 + 7) = 50 \times 50 + 7 \times 50 + 3 \times 50 + 3 \times 7 = 2500 + \\ &+ 50 \times (7 + 3) + 3 \times 7 = 2500 + 50 \times 10 + 3 \times 7 = \\ &= 25 \text{ сот.} + 5 \text{ сот.} + 3 \times 7 = 30 \text{ сот.} + 3 \times 7 = 5 \times \\ &\times 6 \text{ сот.} + 21.\end{aligned}$$

После этого Нина показала, как можно быстро перемножать двузначные числа в пределах 20. Например, чтобы умножить 14 на 17, надо сложить единицы 4 и 7, получится 11 — столько будет десятков в произведении (то есть 110 единиц). Затем надо 4 умножить на 7, получится 28 — столько будет единиц в произведении. Кроме того, к полученным числам 110 и 28 надо прибавить ещё ровно 100. Значит, $14 \times 17 = 100 + 110 + 28 = 238$. В самом деле:

$$\begin{aligned}14 \times 17 &= 14 \times (10 + 7) = 14 \times 10 + 14 \times 7 = (10 + \\ &+ 4) \times 10 + (10 + 4) \times 7 = 10 \times 10 + 4 \times 10 + 10 \times \\ &\times 7 + 4 \times 7 = 100 + (4 + 7) \times 10 + 4 \times 7 = 100 + 110 + \\ &+ 28.\end{aligned}$$

После этого мы решили ещё такие примеры:

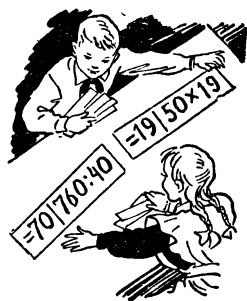
$$\begin{aligned}13 \times 16 &= 100 + (3 + 6) \times 10 + 3 \times 6 = 100 + 90 + \\ &+ 18 = 208; \quad 14 \times 18 = 100 + 120 + 32 = 252.\end{aligned}$$

6. Игра «Арифметическое домино».

Василий Сергеевич почувствовал, что мы утомились, и стал заканчивать занятие. Поскольку мы собираемся редко (три раза в месяц), а дома нам полезно заниматься арифметическими развлечениями, то он посоветовал нам читать такие книги: «Занимательная арифметика» Я. И. Пе-

рельмана, «Занимательные задачи» Г. Б. Поляка, «Математическая смекалка» Б. А. Кордемского, «Математическая шкатулка» Ф. Ф. Нагибина, только читать их не подряд, а по его совету.

В заключение Василий Сергеевич показал нам карточки арифметического домино и разъяснил, как их изготовить, а также правила игры. Я решил непременно сделать себе такую игру: в свободное время будем собираться у нас или у кого-нибудь из друзей, будет чем поразвлечься.



=238	30 × 7	=210	35 + 47	=82	240 : 6	=40	71 - 24
=47	17 × 40	=680	460 + 470	=930	400 : 25	=16	650 - 370
=280	40 × 24	=960	130 × 4	=520	420 : 3	=140	900 : 30
=30	25 × 9 × 4	=900	205 × 4	=820	490 : 7	=70	760 : 40
=19	50 × 19	=950	80 + 45	=125	850 : 50	=17	135 - 50
=85	92 × 7	=644	200 - 35	=165	648 : 8	=81	270 - 32

Карточки для арифметического домино легче всего сделать из плотного картона, а ещё лучше, если под руками найдётся целлулоид или мягкая пластмасса. Размеры карточки: длина 4 см, ширина полтора-два сантиметра.

Правила игры почти такие же, как и в обычное домино. Играют четверо, каждый за себя или же двое против двоих. Первый раз начинает игру тот, у кого окажется карточка с самым большим числом

=960	130 × 4
------	---------

 (конечно, можно условиться и по-другому). К выставленной карточке очередной игрок может приставить свою карточку или справа, или слева — по своему желанию. Например, к карточке

=19	50 × 19
=950	80 + 45
=70	760 : 40

можно приставить справа карточку, но можно приставить и слева карточку и т. п. К цепочке карточек

=70	760 : 40	=19	50 × 19	=950	80 + 45
-----	----------	-----	---------	------	---------

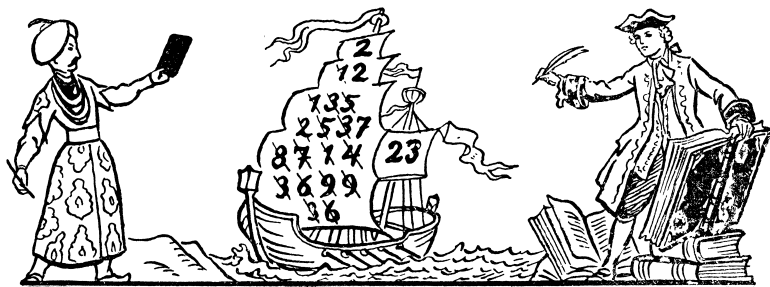
очередной игрок может приставить справа карточку

= 125	850 : 50
-------	----------

или же слева карточку

= 820	490 : 70
-------	----------

и т. д. Если у игрока нет карточки, которую он мог бы приставить к цепочке карточек справа или слева, то он уступает очередь следующему игроку («едет»). Выигрывает тот, кто первым выставит все свои карточки. Второй раз игру начинает победитель и т. д.



ГЛАВА ПЯТАЯ,

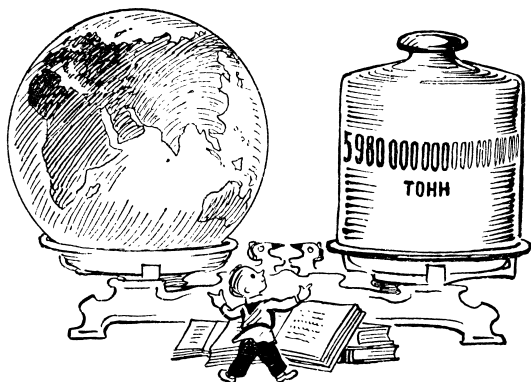
*в которой рассказывается главным образом
об индийском способе деления чисел.*

1. Я самостоятельно знакомлюсь с числами— великанами.

Идёт октябрь. Дни стали заметно короче. На улице бывать стало неинтересно, как-то грустно: играть и бегать по грязи неприятно, а без толку болтаться бессмысленно. И я занялся чтением книг. Иногда мы по вечерам играли в «арифметическое домино», стали учиться играть в шахматы. Мише и его друзьям я уже не раз показывал все те фокусы и головоломки, которые мы разбирали на математическом кружке. Однако одно и то же наскучило, мне захотелось самому узнать что-нибудь новое и занимательное по арифметике. Я взял в библиотеке книжку «Занимательные задачи» и стал её читать.

На уроках арифметики мы научились читать числа не более, чем двенадцатизначные. А тут вдруг я читаю: «Земной шар весит около 5 980 000 000 000 000 000 тонн. Как прочесть это число?»

И в самом деле, как же прочесть такое число? Меня так заинтересовал этот вопрос, что я даже не стал дальше читать книгу, а начал думать. Думал я долго, но всё-таки прочитал это число, зная названия только первых четырёх классов. Я рассуждал так: отсчитал 9 нулей — это миллиарды, отсчитал ещё 9 нулей — это ещё раз миллиарды, а там осталось 5980 — это уже прочитать просто.



И у меня получилось: пять тысяч девятьсот восемьдесят миллиардов миллиардов. После этого я прочитал в самой книге объяснение, как называть большие числа. Оказывается, что пятый класс — это триллионы (1 триллион — это 1000 миллиардов), шестой класс — квадриллионы (1 квадриллион — это 1000 триллионов), седьмой класс — квинтиллионы (1 квинтиллион — это 1000 квадриллионов), восьмой класс — секстиллионы (1 секстиллион — это 1000 квинтиллионов). В числе 5 980 000 000 000 000 000 000



семь полных классов, а из восьмого класса только единицы. Значит, это число надо читать так: пять секстиллионов девятьсот восемьдесят квинтиллионов. Выходит, я сначала прочитал число неверно. Зато в моём чтении не было новых слов. А когда я сообщил об этом Василию Сергеевичу, то он сказал, что я не так уж плохо прочитал указанное большое число. Однако лучше читать именно так, как указано в книге: по классам. За самостоятельное чтение книги Василий Сергеевич похвалил меня: «Эти знания,

— говорит он, — пригодятся на следующий год, да и сейчас полезны».

Я продолжал чтение книги. Правда, не каждую задачу я мог решить без помощи Василия Сергеевича; но зато когда я что-нибудь разбирал самостоятельно, мне было очень приятно. Я вдруг почувствовал, что и сами уроки арифметики стали более интересными. В это время мы изучали деление многозначных чисел. Теперь это действие стало для меня вполне понятным, я перестал делать ошибки в вычислениях, и Василий Сергеевич ещё раз дал мне поручение подготовить сообщение для кружка. Конечно, это была для меня работа даже более приятная, чем чтение книги просто для себя, и я стал старательно готовиться к сообщению.

2. Индийский способ деления.

Очередное занятие нашего кружка было посвящено в основном действию деления. Оказывается, как рассказал нам Василий Сергеевич, так просто делить, как это делаем теперь мы, люди научились совсем недавно, лет 150 тому назад. А до девятнадцатого века деление было очень запутанным действием, поэтому тогда ученики говорили: «Умножение — моё мученье, а с делением — беда». Конечно, и в наше время умножение и деление для отдельных учащихся является ещё и мученьем, и бедой, но только уже не для меня!

— На прошлом занятии, — начал рассказ Василий Сергеевич, — вы видели, как выполняли действие умножения индийцы в давние времена. Подобно умножению, они выполняли и деление, пользуясь чёрной дощечкой и белой краской или же белой дощечкой, посыпанной красным порошком. Например, чтобы разделить 8714 на 369, индийцы поступали так (значит, и джин Хоттабыч так стал бы подсказывать Вольке, если бы тому предложили на экзамене выполнить деление). Писали делимое, а под ним делитель, получалась запись:

8714

369

При делении 871 десятка на 369 получается 2 десятка; частное писали справа, там, где мы теперь пишем делитель:

8714 (2

369

Делитель 369 умножали на частное 2, а полученное произведение вычитали из 871, но только это делали не сразу,

как мы, а по отдельным разрядам, начиная с высшего: 3 умножить на 2, получится 6; от 8 отнять 6, получится 2; 8 в делимом стирали, а вместо 8 писали остаток 2; 3 в делителе тоже стирали:

$$\begin{array}{r} 2714 \\ 69 \end{array} (2$$

Теперь 6 умножали на 2, получится 12; от 27 отнять 12, получится 15; 27 в делимом стирали, а вместо 27 писали остаток 15; 6 в делителе тоже стирали:

$$\begin{array}{r} 1514 \\ 9 \end{array} (2$$

Наконец, 9 умножали на 2, получится 18; от 51 отнять 18, получится 33; 51 в делимом стирали, а вместо 51 писали остаток 33; 9 в делителе тоже стирали:

$$1334 (2$$

Так получали первую цифру частного. Чтобы получить вторую цифру частного, поступали точно так же, как и вначале: под делимым 1334 подписывали делитель 369, находили частное, получалось 3 единицы; на 3 умножали сначала 3 сотни, потом 6 десятков, наконец 9 единиц; каждый раз стирали ненужные цифры в делимом, а вместо них писали остатки; цифры в делителе постепенно тоже стирали. Получались последовательно такие записи:

$$\begin{array}{r} 1334 \\ 369 \end{array} (2 \quad \begin{array}{r} 1334 \\ 369 \end{array} (23 \quad \begin{array}{r} 434 \\ 69 \end{array} (23 \quad \begin{array}{r} 254 \\ 9 \end{array} (23 \quad \begin{array}{r} 227 \end{array} (23$$

Значит, при делении 8714 на 369 в частном получается 23 и в остатке 227.

Когда деление выполняется на классной доске, то получается просто и быстро, а на доске, посыпанной порошком, — даже красиво!

Некоторые из ребят усомнились, верно ли выполнено деление индийским способом. Тогда Василий Сергеевич пригласил Лёшу к доске, и он сделал проверку:

$$\begin{array}{r} 8714 \\ - 738 \\ \hline 1334 \\ - 1107 \\ \hline 227 \end{array} \begin{array}{l} | 369 \\ | 23 \\ \hline \end{array}$$

Оказывается, действие выполнено верно, только необычным способом.

Позже, как рассказал нам Василий Сергеевич, с изобретением бумаги, люди стали записывать все промежуточные вычисления, а сам способ деления не изменился. И так как на бумаге записи стирать нельзя, то получилась очень неудобная форма записи деления. Тот же пример современники М. В. Ломоносова записали бы так:

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 12 \\
 135 \\
 2537 \\
 8714 \text{ (23)} \\
 3699 \\
 36
 \end{array}$$

Как видно, здесь ненужные цифры не стираются, как при индийском способе деления, а записываются и затем вычёркиваются. Незачёркнутые цифры показывают остаток и частное. При этом иногда получались фигуры, напоминающие собой или лодку с вёслами, или даже корабль, так называемую галеру. Поэтому такой способ деления называли способом «галеры».

Василий Сергеевич добавил, что двести—триста лет тому назад для решения сложного примера на деление требовалось иногда целые сутки времени. И если бы мы могли перенестись со своими знаниями и умениями в ту эпоху, то нашим способностям позавидовали бы самые лучшие учёные и вычислители того времени. А мы-то порой жалуемся, что и сейчас деление — трудное действие! Вот в старину оно действительно было самым трудным.

Кто-то из ребят заметил, что записать деления на бумаге с вычёркиванием ненужных цифр похожа на записать умножения арабским способом.

— Правильно, — говорит Василий Сергеевич, — такой способ деления был изобретён именно арабами более тысячи ста лет тому назад, как и их способ умножения.



3. Свойство числа 1001, или фокусы без обмана.

Затем слово было предоставлено мне.

— Я могу узнать число, ничего не спрашивая, — начал я.

— Ну! — удивились ребята. — Что же мы должны делать?

— Ученики, сидящие за последней партой, — продолжаю я, — запишите какое-нибудь трёхзначное число.



Передайте запись соседям... А вы припишите к этому числу справа ещё такое же число. Передайте запись другим ребятам... А вы разделите получившееся число на 11. Ответ передайте соседям... А вы разделите новое число на 13. Ответ передайте соседям... Наконец, вы разделите новое число на 7. Запишите ответ на отдельном листочке и передайте листочек мне.

Начали работу три ученика. Я проследил, от кого из них к кому пошли записи. Получил я, конечно, тоже три листочка от учеников с передних парт. Не

заглядывая в ответы, я передал их каждому из начинавших игру со словами: «Вот какое число задумал Петя... Вот число, которое задумал Саша... Вот число Вани...». Развернув листочки, ребята увидели, что на них записаны те числа, которые они задумали 382, 507, 981.

Все очень удивились и попросили раскрыть секрет. Однако я не спешил открывать «тайну» и предложил им ещё один фокус, основанный на том же самом свойстве чисел.

— А теперь я угадаю взятое вами слово из книги, — говорю я.

— Что же мы должны делать? — поинтересовались ребята, удивляясь ещё больше прежнего.

— Пусть шестеро из вас задумают трёхзначное число и припишут к нему слева точно такое же число... Ваня и Коля, разделите свои числа на 13..., результат разделите на задуманное число... Вот вам по книге (Ване я дал «Ста-

рика Хоттабыча», а Коле — «Занимательные задачи»). Глядя в свой ответ, откройте книгу на странице с таким номером. Возьмите первое слово на этой странице.

— Готово, — говорит Ваня.

— И я задумал, — говорит Коля.

— Ваня задумал слова «в то же мгновение», а Коля — число 31 и слово «интересные», — ответил я.

— Правильно, — подтвердили Ваня и Коля. — Вот это здорово!

— Павлик и Нина, разделите свои числа на 11..., а результат разделите на задуманное число... Откройте книгу на странице, номер которой изображён первой цифрой ответа, и найдите номер строки, изображённой второй цифрой ответа... Найдите первое слово на этой строке. (Я, конечно, заметил, кто из них какую книгу взял.)

— Готово, — говорят Павлик и Нина.

— Нина задумала слово «шатёр» (из книги «Старик Хоттабыч»), а Павлик — слово «если», — отвечаю я.

— Тоже правильно, — удивились Нина и Павлик.

Валя и Маша делили свои шестизначные числа на 7 и на задуманное число. Задумали они первое слово на 14-й странице в 3-й строке. Это были слова «несколько» (в «Старике Хоттабыче») и «Коля» (в «Занимательных задачах»).

Эти интересные арифметические фокусы основаны на одном простом свойстве десятичной нумерации, а также на том факте, что $7 \times 11 \times 13 = 1001$. В самом деле, $7 \times 11 = 77$, а $77 \times 13 = 1001$. Значит, число 1001 делится без остатка и на 7, и на 11, и на 13, а следовательно, на $77 (7 \times 13)$, и на 91 (7×13), и на 143 (11×13). Кроме того, если к любому трёхзначному числу приписать слева или справа то же самое число, то получится шестизначное число, бо́льшее первоначального ровно в 1001 раз. В самом деле, например, если к числу 382 приписать ещё 382, то будет 382382. В этом числе 382 тысячи и 382 единицы, то есть $382382 = 382 \times 1001$. Значит если число 382382 разделить на 1001, то получится 382 — первоначальное число. Когда же мы делим число последовательно на 7, 11 и 13, то тем самым делим его на 1001. Вот я и «угадывал» задуманное число, не глядя в ответ. На самом-то деле я даже и не знал, какое именно число вы задумали. Я знал лишь то, что вам передадут непременно тот ответ-число, которое вы задумали.

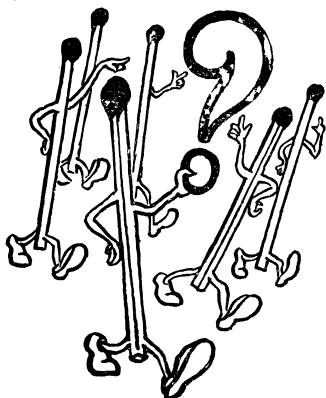
Во втором фокусе получившиеся шестизначные числа

Ваня и Коля делили сначала на 13, а затем на задуманное число. Значит, у них получилось в частном 77, то есть произведение 7×11 . Я это уже знал заранее, поэтому запомнил, какие слова напечатаны в книгах на 77-й странице. Павлик и Нина делили свои числа сначала на 11, а потом на задуманное число. Значит, у них в частном получилось 91, то есть произведение 7×13 . Я это тоже знал уж заранее, поэтому запомнил, какие слова напечатаны в книгах на 9-й странице в 1-й строке. Валя и Маша делили свои числа на 7 и на задуманное число. Значит, в частном у них получилось 143, то есть произведение 11×13 , а я уже заранее знал, какие слова напечатаны в книгах на 14-й странице в 3-й строке. Вот и весь секрет.

Между прочим, число 1001 называется числом Шехерезады, так как оно используется в самом названии сборника волшебных арабских сказок.

4. Головоломки со спичками.

После меня слово было предоставлено Саше Пашкину. Он предложил нам несколько головоломок со спичками (мы принесли каждый по коробке спичек).



— Возьмите по 12 спичек, — начал Саша. — Составьте из них квадраты... У кого получилось больше всего квадратов?

— Можно составить только 3 квадрата, — говорит Витя.



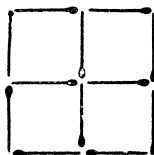
— Квадраты можно составлять так, чтобы одна и та же спичка была стороной двух смежных квадратов, — подсказал Саша.

— Тогда можно составить 4 квадрата, — говорит Вася.

— А ну-ка, посчитайте получше, сколько здесь всего квадратов, — спросил Саша.

Оказывается, квадратов здесь 5: 4 маленьких да 1 большой, общий.

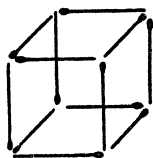
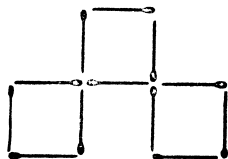
— А какие нужно убрать 2 спички, чтобы получилось 2 неравных квадрата? — спрашивает Саша.



Мы долго думали над этим заданием, но, оказывается, ларчик просто открывается: надо взять 2 спички из середины большого квадрата.

— А теперь в той же фигуре, которую сложил Вася, переложите 3 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата, — дал нам новое задание Саша.

Над этой задачей мы думали не так долго, получилась такая фигура (см. рисунок справа). Не долго думали мы и над таким заданием: «Переложить 4 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата». Но вот Саша даёт нам задание: «Из 12 спичек составить 6 одинаковых квадратов».



И сколько мы ни ломали голову, у нас так и не получалось 6, да ещё равных, квадратов. Саше пришлось самому показать, как это сделать. Он поставил перед нами куб, сложенный из спичек. Оказывается, куб можно сложить как раз из 12 спичек или прутьиков, гранями его будут 6 равных квадратов. А мы-то хотели уместить все квадраты на столе! После этого Саша предложил нам оставить только 6 спичек.

— Сколько равных треугольников вы можете составить из 6 спичек? — спрашивает он.

— Два треугольника, — говорит Петя.

— Два треугольника и одна спичка останется, — говорит Нина.

— А ну-ка, попробуйте сложить 4 равных треугольника из 6 спичек, — предложил Саша.

И снова, сколько мы ни ломали голову, у нас опять ничего не получалось. Тогда Саша показал нам фигуру, склеенную из спичек и бумаги. И в самом деле, пирамида (так называется эта фигура) была составлена из 6 спичек, и в ней как раз 4 равных треугольника.



5. Головоломка с привязью.

Наконец, Саша дал нам самую хитрую головоломку. Он пригласил к доске Ваню, попросил его сложить руки, а сам связал их выше кистей, правда, свободно, но так, чтобы кисти не проходили через образовавшееся кольцо.

Затем он пропустил вторую верёвку между руками Вани так, что захватил ею первое верёвочное кольцо. Концы второй верёвки Саша привязал к двери.



— Ну, вот и готово, — говорит Саша. — Теперь у нас Ваня привязан к двери. Попробуйка сесть на место, не развязывая узлов на верёвках!

Как ни старался Ваня, но ему это так и не удалось сделать: он не мог освободить свои руки ни от первой, ни от второй верёвки.

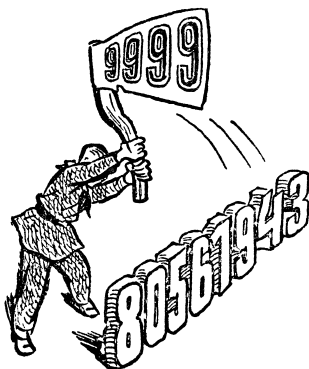
— Ну, может быть, Ване кто-нибудь поможет? — спросил Саша. — Первая верёвка может

остаться и на руках у Вани, лишь бы от второй верёвки, от привязи избавить Ваню, чтобы он мог пойти и сесть за свою парту.

Тут снова мы стали по одному подходить к Ване и помогать ему освободиться. И как вы думаете: я всё-таки догадался, как это сделать! Попробуйте догадаться и вы.

6. Примеры мгновенного деления.

В заключение занятия Василий Сергеевич показал нам интересные случаи мгновенного деления многозначных чисел. Он попросил нас сказать ему какие-нибудь трёх — пятизначные числа. Мы продиктовали ему такие числа: 537, 2365 и 48037. К первому числу он приписал число 462, ко второму 7634 и к третьему 51962. Получились числа: 537462, 23657634 и 4803751962. Затем он предложил нам первое число разделить на 538, второе на 9999, а третье на 48038. Но не успели мы решить и первый пример, как Василий Сергеевич записал ответы ко всем примерам: 999, 2366 и 99999. Наконец, и мы решили примеры. Однако как всё-таки быстро, почти мгновенно выполнил деление Василий Сергеевич! Мы попро-



сили его раскрыть секрет такого быстрого вычисления.

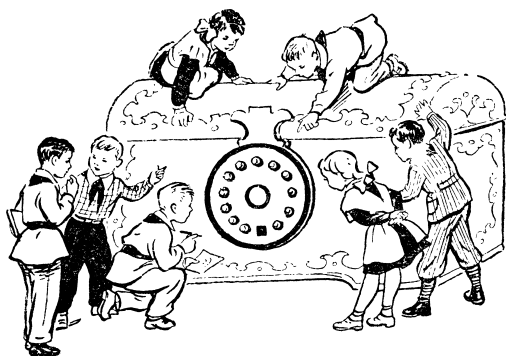
А дело, оказывается, вот в чём. Если умножить, например, трёхзначное число 538 на 999, то получится шестизначное число, причём тысяч будет на 1 меньше, чем множимое, то есть 537, а цифры сотен, десятков и единиц произведения будут являться дополнениями до 9 для соответствующих цифр множимого: для 5 будет 4, для 3 будет 6 и для 7 будет 2. Действительно, произведение $538 \times 999 = 538 \times (1000 - 1) = 538000 - 538 = 537462$. Значит, если число 537462 разделить на 538, то получится 999; а если число 537462 разделить на 999, то получится 538.

После этого мы сами составили несколько примеров на мгновенное деление: $382617 : 383 = 999$, $517482 : 999 = 518$, $60423957 : 6043 = 9999$, $80561943 : 9999 = 8057$ и другие.

Вот уж теперь посоревнуюсь с Мишей в решении примеров на деление, хоть учится он и в 5 классе!

7. Ларец с секретным замком.

Закончил занятие Василий Сергеевич такой головоломкой: «Вот ларец. Его замок с секретом. На крышке замка 13 кнопок: 12 круглых и 1 квадратная. Ларец сам откроется, если нажать все кнопки на замке в определённой последовательности. Кнопки надо нажимать по такому правилу: идти всё время против часовой стрелки и нажимать каждую тринадцатую кнопку, считая и квадратную, но не считая использованных (уже нажатых); последней



ной последовательности. Кнопки надо нажимать по такому правилу: идти всё время против часовой стрелки и нажимать каждую тринадцатую кнопку, считая и квадратную, но не считая использованных (уже нажатых); последней

должна быть нажата квадратная кнопка; на каждую кнопку можно нажимать только один раз, иначе замок испортится и ларец вообще не откроется. С какой кнопки надо начать счёт, чтобы открылся ларец?

Чтобы закрыть ларец, нужно выполнить то же самое, но только по часовой стрелке. С какой кнопки надо начать счёт, чтобы закрылся ларец?»

Когда мы поняли суть дела, то сообразили, что ларчик-то, видно, не просто открывается и закрывается! Будет над чем подумать дома на досуге. «Чтобы быстрее решить эту головоломку, — посоветовал нам Василий Сергеевич, — вспомните, как мы разбирали (анализировали) на прошлом занятии задачу о завязывании узла на верёвке, не выпуская её концов из рук».



ГЛАВА ШЕСТАЯ,

*в которой рассказывается главным образом
о числах-великанах.*

1. Я самостоятельно знакомлюсь с римской нумерацией.

С каждым новым уроком, с каждым занятием кружка у меня всё больше появлялся интерес к арифметике. И как это я раньше не замечал, что арифметика является одним из самых интересных предметов! Ведь здесь всё время нужно соображать, и, кроме того, многое можно изучить самому. А сколько здесь интересных задач и головоломок! Даже фокусы можно показывать, зная хорошо арифметику. Правда, когда сам читаешь математическую книгу, то не всегда сразу поймёшь тот или иной рассказ и не сразу догадаешься, как решить задачу. Однако в том-то и интерес, что над задачей надо подумать!

Чтобы развить сообразительность, я стал регулярно читать книги по занимательной арифметике. Конечно, я читал и другие, художественные книги. Ведь свободного времени у меня было много: уроки я готовил быстро, а других дел почти и не было, если не считать, что иногда приходилось сбегать в магазин за продуктами, помыть посуду, подмести пол да сходить в школу, чтобы покормить кроликов (это мы, юннаты, делали по звеньям, по очереди).

На уроках арифметики мы изучали только десятичную нумерацию, но, оказывается, существуют ещё и другие способы записи чисел. Например, в римской нумерации не десять цифр, а только семь: I — это 1, V — это 5, X — это 10, L — это 50, C — это 100, D — это 500 и M — это

1000. Когда-то люди считали не только такими группами, как десяток, сотня, тысяча, но и пяткáми (полудесятками), полусотнями (50) и полутысячами (500). Так люди считали потому, что на одной руке 5 пальцев, а все люди учились считать прежде всего именно на пальцах. Сама римская цифра пять изображается в виде знака V потому, что когда сложишь вместе четыре пальца руки, а большой палец отведёшь в сторону, то получается как раз похожая фигура. Римская цифра десять похожа на две руки, сложенные вместе, но направленные пальцами в противоположном направлении.



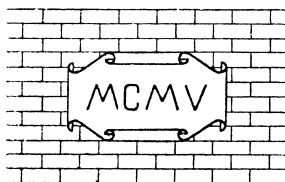
Когда я познакомился с римскими цифрами, то захотел разобраться в некоторых числах, записанных по этой нумерации. Читаю в книге: «Пушкин родился в MDCCXCIX году, а умер в MDCCCXXXVII году». Когда же родился Пушкин, когда умер? Я записал по десятичной нумерации, что означает каждая цифра римской нумерации. У меня получилось 1000 500 100 100 10 100 1 10. Вот так нумерация: не очень-то удобная и не совсем понятная. Что же делать дальше? Ну, думаю, эти числа, наверное, надо сложить. Складываю, получается 1821. Заменяю вторую дату десятичными числами, получается: 1000 500 100 100 100 10 10 10 5 1 1. При сложении получается 1837. Ну, думаю, тут что-то неладно: получается, что Пушкин родился будто бы в 1821 году, а умер в 1837 году. Что же, разве он жил только 16 лет?

X



Тогда я повнимательней прочитал ещё раз объяснение в книге. Оказывается, главного-то я и не читал. Числа V, L, D, M, где бы они ни стояли в сложном числе, всегда прибавляются, например: MDV — это 1505, DL — это 550. Числа же I, X и C прибавляются только в тех случаях, когда после них идёт равное им или меньшее число, например: XII — это 12, XXI — это 21, CCXXXI — это 231. Если же после чисел C, X и I идёт большее число, то они вычитаются, например: IV — это 4, но VI — это 6; IX — 9, а XI — это 11; XL — это 40, а LX — это

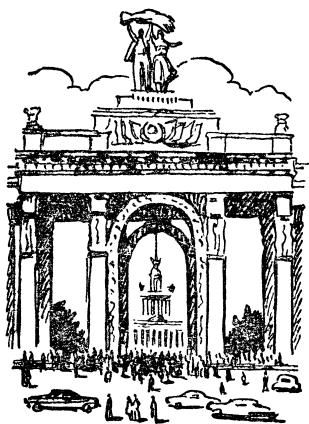
60; XC — это 90, а CX — это 110; CD — это 400, а DC — это 600 и т. д. Значит, число MDCCXCIX — это сумма $1000 + 500 + 100 + 100 + (100 - 10) + (10 - 1) = 1799$. И выходит, что Пушкин родился не в 1821 году, а в 1799 году и жил не 16 лет, как сначала получилось у меня, а 38 лет. А всё-таки всё равно. Пушкин жил очень мало. Такой великий поэт, а прожил только 38 лет. Правда, я не очень-то поверил всем своим расчётам и поэтому



посмотрел в «Родную речь». Там под портретом А. С. Пушкина написано: 1799—1837. Значит, теперь я уже не ошибался и поэтому могу читать любые числа, записанные римскими цифрами, например: номера глав в книгах, надписи на старинных зданиях, на часах и другие.

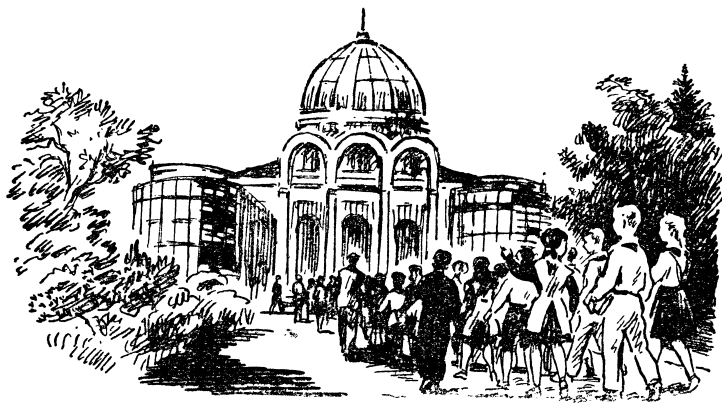
2. Наш класс посещает выставку в Москве.

Юннаты нашей школы давно уже решили совершить экскурсию на Выставку достижений народного хозяйства (наш город расположен под Москвой). Конечно, и всем нам было интересно побывать на выставке: кто же не захочет посмотреть, например, действующие модели спутников Земли, настоящий гигант-самолёт «ТУ-104», павильон юных натуралистов и многое-многое другое. Поэтому почти все учащиеся нашего класса в очередное воскресенье отправились на экскурсию. Разумеется, с нами был и Василий Сергеевич. Нам, членам математического кружка, он дал особое задание: помимо осмотра экспонатов, найти на стендах и записать наиболее интересные ч и с л о в ы е показатели достижений нашей страны в области сельского хозяйства, промышленности, науки, культуры, о спутниках Земли, о космических ракетах и т. д. Эти числовые дан-



ные мы будем использовать на внеклассных занятиях, а иногда и на уроках арифметики.

Правда, в Москве я был много раз. Посетил музей В. И. Ленина, Мавзолей. Но одно дело, когда бываешь там с родителями, и совсем другое, когда мы были там всем классом и совершали экскурсии под руководством экскурсоводов. Эта поездка мне запомнилась навсегда: мы видели много интересного и поучительного. На самой выставке нас больше всего заинтересовал павильон «Юных натуралистов», где представлены лучшие достижения советских школьников. А мы-то думали, что участниками выставки являются только заводы да фабрики, совхозы да колхозы.



Всю следующую неделю мы находились под впечатлением проведённой экскурсии, и я не заметил, как подошёл день очередного занятия нашего кружка.

3. Римский способ деления.

К занятию кружка готовились многие докладчики, и Василий Сергеевич почти каждый день проверял кого-нибудь из нас.

Занятие это было посвящено ещё раз делению, а также числам-великанам. Сначала, по моей просьбе, Василий Сергеевич рассказал нам о римском способе деления (ведь о римской нумерации я уже кое-что знал, а о римских способах вычислений — совсем ничего, поэтому и задал такой вопрос).

Оказывается, римляне лет 300—400 тому назад делить по-настоящему не умели, они сводили любой случай деления к делению на круглые десятки, сотни и т. п.

Вот как они выполняли, например, деление 668 на 6. Делимое 668 — это 6 сотен, 6 десятков и 8 единиц, а делитель 6 — это 10 без 4. Сначала на 10 делили 6 сотен, или же 60 десятков:

$$60 \text{ дес.} : 10 = 6 \text{ дес.}$$

Но ведь делить-то нужно не на 10, а на 6; поэтому по 6 десятков в о з в р а щ а л и обратно 4 раза ($10 - 6 = 4$), иначе говоря — получали сдачи 4 раза по 6 десятков, то есть 24 десятка.

$$6 \text{ дес.} \times 4 = 24 \text{ дес.}$$

Итак, от деления 6 сотен на 6 в частном получается по 6 десятков и в остатке 24 десятка, да в самом делимом числе 668 ещё 6 десятков, всего же получается в остатке 30 десятков:

$$24 \text{ дес.} + 6 \text{ дес.} = 30 \text{ дес.}$$

И это только ещё первое звено в цепи длинных рассуждений и вычислений: нашли первое неполное частное — 6 десятков.

Затем в том же порядке делили 30 десятков на 10, получали сдачи, подсчитывали все остальные единицы:

$$30 \text{ дес.} : 10 = 3 \text{ дес.} \quad 3 \text{ дес.} \times 4 = 12 \text{ дес., или } 120 \\ 120 + 8 = 128$$

Значит, в т о р о е неполное частное — 3 десятка, остаток — 128.

Затем из 128 отделяли сотню, или же 10 десятков, и делили её в том же порядке; подсчитывали остаток:

$$10 \text{ дес.} : 10 = 1 \text{ дес.} \quad 1 \text{ дес.} \times 4 = 4 \text{ дес., или } 40 \\ 40 + 28 = 68$$

Значит, т р е т ь е неполное частное — 1 десяток, остаток — 68.

Теперь продолжали делить 68, то есть 60 и 8:

$$\begin{array}{ll} 60 : 10 = 6 & 6 \times 4 = 24 \\ 24 + 8 = 32 \end{array}$$

Значит, четвёртое неполное частное — 6 единиц, остаток 32.

Затем делили 32, то есть 30 и 2:

$$\begin{array}{ll} 30 : 10 = 3 & 3 \times 4 = 12 \\ 12 + 2 = 14 \end{array}$$

Значит, пятое неполное частное — 3 единицы, остаток — 14.

Остаётся разделить 14 единиц, но даже и в таком простейшем случае поступали по тому же канительному правилу: 14 — это 10 и 4, поэтому:

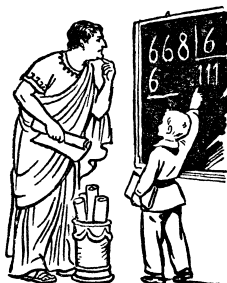
$$\begin{array}{ll} 10 : 10 = 1 & 1 \times 4 = 4 \\ 4 + 4 = 8 \end{array}$$

Значит, шестое неполное частное — 1 единица, остаток — 8.

И только теперь 8 делили на 6:

$$8 : 6 = 1, \quad \text{остаток} - 2.$$

По нашему же способу деления этот пример можно было бы решить в несколько секунд не только письменно, но и устно.



$$\begin{array}{r|l} 668 & 6 \\ \underline{6} & 111 \\ 6 & \\ \underline{6} & \\ 8 & \\ \underline{6} & \\ 2 & \end{array}$$

Мы поняли, что наш современный школьный способ деления является самым лучшим!

Да, как позавидовали бы нам арабские и итальянские дети (конечно, дети и всех других народов) давно прошедших времён, если бы могли видеть, как просто и легко не только умножаем, но и делим мы — дети двадцатого века!

— Верно, — говорит Василий Сергеевич, — способ деления, которым пользуемся мы, является очень хорошим, однако запись деления можно делать и по-другому. Обычно деление мы производим так:

$$\begin{array}{r}
 \underline{6364344} \quad | 3524 \\
 \underline{3524} \quad | 1806 \\
 28403 \\
 \underline{28192} \\
 21144 \\
 \underline{21144} \\
 0
 \end{array}$$

Если кто-нибудь пропустит нуль в частном, то есть вместо 1806 получит 186, то он может не заметить ошибки. Однако существует и другая запись деления. Сначала пишем делитель, как будто это множимое. Затем пропускаем строку для записи частного, как будто это множитель. Наконец, пишем делимое. Теперь 6364 тысячи делим на 3524, получается по 1 тысяче. Цифру 1 пишем как раз над тем разрядом, который делим, над т ы с я ч а м и. После этого мы делим 28403 сотни на 3524, получается по 8 сотен. Цифру 8 пишем как раз над разрядом с о т е н. Затем мы должны делить 2114 десятков на 3524, десятков не получится. Значит, над разрядом д е с я т к о в нужно поставить н у л ь. Наконец, мы 21144 единицы делим на 3524, получается по 6 единиц. Цифру 6 пишем как раз над разрядом е д и н и ц, и деление заканчивается:

$$\begin{array}{r}
 3524 \\
 1806 \\
 \underline{6364344} \\
 3524 \\
 \underline{28403} \\
 28192 \\
 \underline{21144} \\
 21144 \\
 \underline{} \\
 0
 \end{array}$$

И если бы мы по ошибке пропустили в частном нуль, то цифра 6 оказалась бы не над единицами, а над десятками делимого; последнее место в частном — место е д и н и ц — оказалось бы незаполненным, и мы смогли бы с а м и заметить свою ошибку, не делая особой проверки.

Всем нам очень понравилась такая форма записи деления, и мы поинтересовались, почему же она не применяется в школах.

— Объясняется это просто, — говорит Василий Сергеевич. — Наш обычный способ записи изобретён более 400 лет тому назад. К нему привыкли и сохраняют его до сих пор по т р а д и ц и и. Хорошо успевающие учащиеся не делают ошибок при делении, а неуспевающие, может быть, и при новом способе деления меньше делать ошибок не будут: дело не столько в способах з а п и с и арифметических действий, сколько в отношении ученика к самому предмету, к учёбе. В США, например, школьники применяют похожий на рассмотренный способ деления многозначных чисел, однако ошибок при вычислениях они делают нисколько не меньше, чем советские школьники.

4. Как велик миллиард?

После того как мы немного отдохнули, Василий Сергеевич спросил нас:

— Очень ли большие числа м и л л и о н и м и л л и а р д?

— Ну, миллиард-то, может быть, и велик, зато уж миллион не очень большое число, — отвечаем мы.

— Посмотрим, — говорит Василий Сергеевич и предоставляет слово Вере.

— Как вы думаете, ребята, — спрашивает она, — за сколько времени вы смогли бы сосчитать до миллиарда?

— За пять минут..., за десять..., за час, — стали раздаваться неуверенные ответы.

— Ну, вот давайте и проверим это, — говорит Вера. — Павлик будет считать, а Маша пусть следит по часам, до какого числа он сосчитает, например, за минуту. Вот тебе, Маша, часы. Приготовились, начали!

— Один, два, три, ..., сто двадцать пять, — считает Павлик.

— Стоп! — говорит Маша. — Минута уже прошла.

— Итак, за 1 минуту можно сосчитать до 125, — заключает Вера. — А теперь вычислим, сколько раз по 125



содержится в миллиарде, то есть за сколько минут можно сосчитать до миллиарда.

Все мы взяли за карандаши, а Вера стала вычислять на доске: $1\ 000\ 000\ 000 : 125 = 8\ 000\ 000$.

— Значит, — говорит она, — в миллиарде по 125 содержится 8 миллионов раз. Чтобы сосчитать до миллиарда, нужно затратить 8 миллионов минут! А, ну-ка, сосчитаем, сколько это составит часов.

Снова заработали карандаши и мел.

— Как видите, — говорит Вера, — сосчитать до миллиарда можно приблизительно за 133 333 часа. Вот вам и «з а ч а с»! Ну, а теперь узнаем, сколько это составит суток.



Получилось более 5555 суток. Намного больше года! Вот так миллиард! Ну, а сколько же лет надо считать до миллиарда? ...Более 15 лет! Да ведь это при условии, что считать пришлось бы и день, и ночь без передышки. А если считать более или менее нормально, то есть по 8 часов в сутки, то пришлось бы считать более 45 лет, примерно лет пятьдесят!!!

— На всём земном шаре, — добавила в заключение Вера, — всего лишь только около двух с половиной миллиардов жителей, из них более 200 миллионов человек в Советском Союзе, 650 миллионов человек в Китае и около 150 миллионов человек в других странах народной демократии.

Затем было предоставлено слово Коле.

— А вот другой пример, — начал он, — поясняющий, как велик миллиард. На выставке я узнал, что за годы

Советской власти издано более 1 400 000 000 экземпляров книг детской и юношеской литературы на всех языках народов нашей страны. Ну-ка, давайте поместим все эти книги в ряд на одну полку. Велика ли нужна «полочка»?

Коля достал стопку из 20 книг, различных по толщине, и попросил Мишу измерить высоту этой стопки; получилось 12 см.

— А 1 400 000 000 книг какой высоты стопку составят? — спрашивает Коля.

Мы стали вычислять:

$1\,400\,000\,000 \text{ книг} : 20 \text{ книг} = 70\,000\,000 \text{ (раз)},$
 $12 \text{ см} \times 70\,000\,000 = 840\,000\,000 \text{ см} = 8\,400\,000 \text{ м},$ то есть приблизительно 8 000 километров!

— Значит, — говорит Коля, — потребовалась бы «полочка» длиной более чем от Москвы до Владивостока, почти через всю территорию нашей огромной страны. Вот что значит миллиард книг!

5. Числа-великаны в природе и технике.

Коля уступил место Пете.

— Не только миллиард, — начал он, — но даже и миллион очень большое число. На выставке я узнал, что космическая ракета пролетает в час примерно 40 000 км, а до Солнца около 150 000 000 км. Ну-ка, подсчитаем, сколько времени нужно было бы лететь до Солнца на такой ракете.

Мы снова взяли за карандаши.

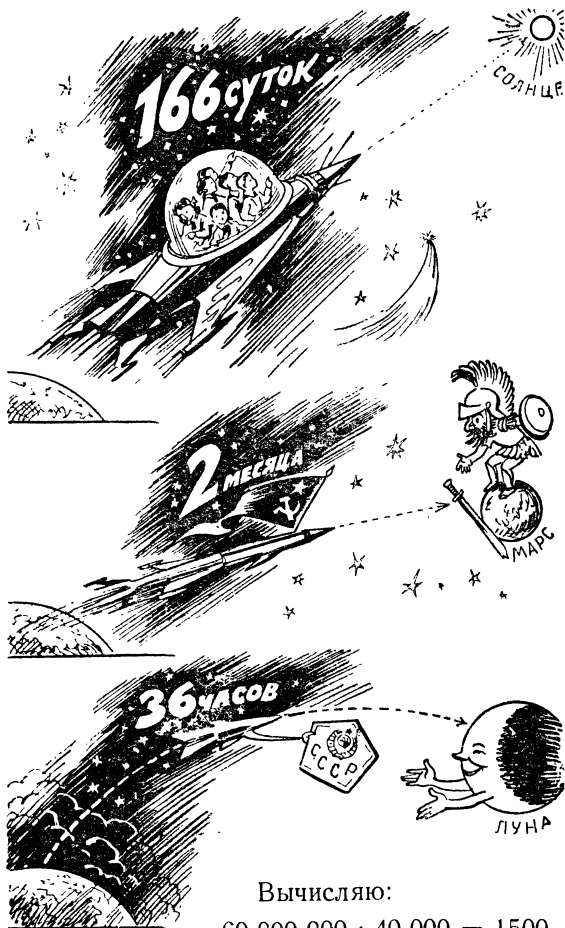
$150\,000\,000 \text{ км} : 40\,000 \text{ км} \approx 4\,000 \text{ (часов)};$

$$\begin{array}{r|l} 4000 & 24 \\ \hline 160 & 166 \\ \hline 160 & \\ \hline & 14 \end{array}$$

(знак $\approx$ означает: «приближённо равно»). Оказывается, даже на таком быстром ковче-самолёте, как космическая ракета, до Солнца пришлось бы лететь почти полгода.

— А сколько же времени придётся лететь на ракете, например, до Марса (где, как говорят, есть даже жизнь)? — поинтересовались мы.

— А вот посчитайте сами, — говорит Василий Сергеевич. — От Земли до Марса более 60 миллионов километров...



Вычисляю:

$$60\,000\,000 : 40\,000 = 1500 \text{ (часов),}$$

$$\begin{array}{r} 1500 \overline{) 24} \\ \underline{144} 62 \\ 60 \\ \underline{48} \\ 12 \end{array}$$

Оказывается, не так уж и много времени нужно, чтобы долететь до Марса на ракете: немного больше двух месяцев.

— Фактически лететь до Марса пришлось бы на современной космической ракете, конечно, дольше, чем два месяца: ракета летит не по прямой, а по сложной кривой линии, — добавил Василий Сергеевич. — Однако к тому времени, когда придёт пора на самом деле лететь на Марс, надо полагать, наши учёные и конструкторы изобретут новую, ещё более быструю ракету.

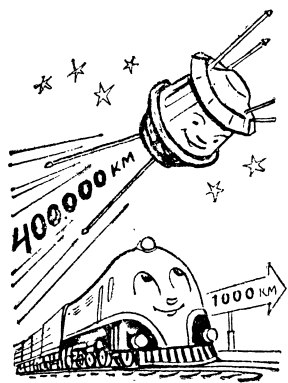
— Вторая космическая ракета долетела до Луны за 36 часов, — говорит Ваня. — Что же выходит, до Луны-то не так уж и далеко?

— Да, Луна от Земли не так далеко, — подтверждает Василий Сергеевич.

— До неё всего лишь около 380 тысяч километров. Правда, лунник летел не по прямой, а по очень сложной кривой линии, и всего он пролетел за 36 часов примерно 400 тысяч километров.

— Как же так получается, — спрашивает Павлик, — за 36 часов лунник пролетел 400 тысяч километров, значит, за час он пролетал лишь около 10 тысяч километров. Петя же говорил, что космическая ракета пролетает в час 40 тысяч километров. Как же это объяснить?

— Подробности вы узнаете, когда будете учиться в старших классах, — говорит Василий Сергеевич. — Сейчас же лишь учтите, что 40 тысяч километров в час лунник пролетал лишь при выходе на орбиту, в дальнейшем же его скорость уменьшилась постепенно в 5—6 раз под действием притяжения Земли, а потом снова увеличилась в 2—3 раза уже под действием притяжения Луны. Так что в среднем лунник пролетал по 11—12 тысяч километров в час, а не по 40 тысяч километров в час.



«Вот интересно, — подумал я. — От Москвы до Сталинграда (около 1 тысячи километров) можно доехать на поезде в течение полутора суток (мы с мамой ездили туда однажды к бабушке), а от Земли до Луны (около 400 тысяч километров) можно долететь на ракете тоже в течение полутора суток. Вот что значит скорость космической ракеты! Вот это техника!».

Между прочим, выходит, что скорость лунника больше скорости поезда ни много ни мало в ч е т ы р е с т а раз: за одно и то же в р е м я (полтора суток) лунник пролетел как раз в 400 раз большее р а с с т о я н и е, чем проходит поезд (400 тысяч километров и 1 тысяча километров).

Заканчивая занятие кружка, Василий Сергеевич напомнил нам, что такие чудесные самолёты, как «ТУ-104» и «ТУ-114», а также такие сказочные ковры-самолёты, как космические ракеты, изобретены советскими учёными и конструкторами и сделаны советскими рабочими. Новые же изобретения и открытия должны будем делать и мы, подрастающее поколение, в недалёком будущем. А для этого сейчас нужно отлично учиться и приучать себя к упорному и повседневному труду.



ГЛАВА СЕДЬМАЯ,

*в которой рассказывается главным образом
о различных системах счисления.*

1. Я самостоятельно знакомлюсь с пятеричной системой счисления.

Первая учебная четверть подходила к концу. Приближался праздник — День 7 ноября. Все ребята нашего класса стали учиться ещё более старательно, чтобы достойно встретить этот великий праздник.

В субботу наш класс ходил смотреть кинокартину «Ленин в Октябре», а в воскресенье мы привели в образцовый порядок площадку вокруг памятника В. И. Ленину в общественном саду, а также расчищали аллеи. К нам в школу приходил старый большевик Фёдор Иванович. Он рассказывал, как наши деды и отцы завоёвывали Советскую власть, как в настоящее время ведётся упорная и настойчивая борьба за достижение мира во всём мире, за сохранение и преумножение завоеваний Октября. «А чтобы стать достойными гражданами Советской страны и стойкими защитниками её завоеваний, — сказал в конце беседы Фёдор Иванович, — вы, наши внуки, должны учиться, учиться и учиться, как завещал В. И. Ленин. Стремитесь отлично учиться!»

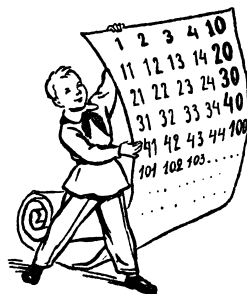
Вот я и задумался, чего же мне не хватает, чтобы учиться только на «отлично». Ясное дело: нужно полностью одолеть арифметику, чтобы никогда больше не получать «троек» и даже «четвёрок», а только «пятёрки». А для этого что нужно? На уроках я внимателен, до-

машинные задания выполняю самостоятельно, в работе математического кружка участвую активно. Кажется, всё сделано, чтобы и по этому предмету учиться отлично. Так ведь в последние недели я по арифметике и получать-то стал лишь «пятёрки»! Ну, думаю, уж если я за первую четверть и не получу общей оценки «пять», то за вторую четверть непременно добьюсь лучшего.

После самостоятельного ознакомления с римской нумерацией и рассказа Василия Сергеевича о римском способе деления чисел я решил разыскать в книге «Занимательные задачи» что-нибудь ещё о способах записи чисел. И вот однажды читаю, как один учёный-математик очень загадочно описывает ранние годы своей жизни: «Я выучился читать, когда мне было 4 года. Ровно через 2 года, когда мне минуло 11 лет, я стал посещать начальную школу. Проучившись в этой школе 4 года, я окончил её, когда мне было 20 лет от роду».

Ну, думаю, тут какие-то сплошные печатки. Что же это за странные числа? Ведь по записям учёного получается, что $4 + 2 = 11$, а $11 + 4 = 20$. Как это может быть? А когда я разобрался в объяснении, данном в книге, то оказалось, что ничего необычного здесь нет: просто учёный записал числа не по нашей, десятичной системе счисления, а по п я т е р и ч н о й. Мы считаем десятками, а он считал п я т к á м и (пятериками, как говорили в старину). Поэтому $4 + 2 = 5 + 1$, то есть один пяток и одна единица, или же 11. $6 + 4 = 5 + 5$, то есть два пятка, или же 20. Оказывается, пятеричная система счисления даже более древнего происхождения, чем десятичная; в настоящее время она встречается у некоторых жителей Африки и индейских племён Северной Америки.

Чтобы проверить, правильно ли понял прочитанное, я решил составить подобную задачу сам. Читать я научился в 6 лет, в школу пошёл 7-ми лет, сейчас мне 10 лет, а закончу начальную школу 11-ти лет, $6 = 5 + 1$, значит, по пятеричной системе будет 11 (пяток и один). $7 = 5 + 2$, или же 12 (пяток и два). $11 = 5 + 5 + 1$, или же 21 (два пятка и один). Получилась такая задача: «Я выучился читать, когда мне было 11 лет. Ровно через год, когда



мне было 12 лет, я стал посещать школу. Проучившись в начальной школе 4 года, я окончил её, когда мне был 21 год от роду. Как всё это объяснить?»

Когда я показал эту задачу Василию Сергеевичу, то он подтвердил, что задача составлена правильно, и посоветовал мне предложить её ребятам на очередном занятии кружка. Василий Сергеевич помог мне подобрать ещё несколько головоломок на римскую нумерацию.

2. Индийские и современные цифры.

Наше очередное занятие было посвящено устной и письменной нумерации, различным системам счисления. Василий Сергеевич рассказал, что люди умели считать до тысячи и тем более до миллиона и миллиарда далеко не всегда. Когда-то, давным-давно, много тысяч лет тому назад, люди умели считать лишь до пяти, позже они научились считать до десяти, до ста и т. д. Ну, почти в точности так, как учились считать и мы в первом классе. Василий Сергеевич говорит, что человечество тоже переживало своё детство: когда-то люди хотя и были взрослыми, но считать не умели. А не умели потому, что в этом у них не было нужды, потребности: ведь в те давние времена не было ни магазинов, ни торговли, ни заводов, ни фабрик. И лишь постепенно, с развитием хозяйства и торговли, люди вынуждены были научиться считать и производить арифметические действия. Постепенно возникла не только наука арифметика, но и многие другие математические науки.



Индусские цифры IX века.

Цифры западных арабов X века.

Готические цифры около 1400 года.

Современные цифры.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Оказывается, различные народы имели каждый свою нумерацию: египтяне и китайцы записывали числа в виде иероглифов, вавилоняне — в виде какой-то клинописи,

русские люди в старину числа записывали с помощью букв. Десятичную систему счисления изобрели индийцы, только их цифры были ещё не совсем похожи на современные.

Индийские цифры появились в Европе примерно 1000 лет тому назад, а у нас в России их стали применять в основном лишь с восемнадцатого века, то есть всего лишь 250 лет тому назад. До этого же времени наши предки пользовались с л а в я н с к о й нумерацией.

3. Славянская нумерация.

Василий Сергеевич показал нам славянские цифры и пояснил, как читались числа в старину на Руси.

Старославянская нумерация основана почти на том же правиле, как и римская: несколько букв под титлом (это чёрточка сверху буквы), написанных рядом, обозначают число, равное сумме чисел, обозначаемых буквами. При этом числа, меньшие тысячи, но большие двадцати, пишутся в том порядке, в котором они произносятся, то есть слева направо. Например: 27 —

Ѡ Ѣ (како-земля). 36 — Ѡ Ѣ

(люди-зело), 581 — Ѡ Ѡ Ѡ (ферт-



Ѡ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
аз	веди	глаголь	добро	е(э)	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
и	како	люди	мыслете	наш	нси	он	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
рцы	слово	твердо	ук	ферт	ха	пси	омега	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

покой-аз), 854 — ѠѢД̃ (омега-наш-добро) и т. п. При обозначении чисел, меньших 20 и больших 10, буква, обозначающая единицу, ставится впереди буквы, обозначающей десяток. Например: 11 — Ѡї (аз-и), 12 — Ѣї (веди-и), 13 — її (глаголь-и), 19 — Д̃ї (фита-и).

Некоторые из ребят заметили, что в старославянской нумерации употребляются две одинаковые по произношению и разные по форме буквы И — иже, а также Ĳ — и. Василий Сергеевич пояснил нам, что первая буква называлась «и восьмеричное», а вторая — «и десятичное». В некоторых случаях эти буквы (вся старославянская азбука) использовались в России вплоть до реформы алфавита в советское время.

4. Китайские цифры.



Затем Василий Сергеевич рассказал нам, что со временем индийская нумерация распространилась почти по всему миру, и теперь она является международной. Правда, в Китае (да и в некоторых других странах) до сих пор применяется, помимо индийской нумерации, ещё и своя собственная, народная нумерация, по которой числа записываются с помощью особых знаков, так называемых и е р о г л и ф о в. Вот эти знаки:

—	=	≡	四	五	六	七	八	九	+	百	千
и	эр	сань	сы	у	лю	ти	ба	цзю	ши	бай	цянъ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000

Василий Сергеевич пояснил, как записываются и читаются по-китайски более сложные числа. Например:

11 + — (ши и), 12 + = (ши эр), 19 + 九 (ши цзю),
 20 = + (эр-ши), 25 = + 五 (эр-ши у), 40 四 + (сы-ши),
 43 四 + = (сы-ши сань), 80 八 + (ба-ши), 89 八+九 (ба-
 ши цзю), 200 = 百 (эр-бай), 297 = 百八+七 (эр-бай цзю-
 ши ти), 1958 千九百五十八 (цянь цзю-бай у-ши ба) и т. п.

5. Что надо знать, чтобы записывать и называть числа.

А мы-то думали, что числа можно записывать только с помощью десяти знаков-цифр, какие нам известны! На самом же деле всё оказывается значительно сложнее: люди лишь постепенно пришли к современной записи чисел. Зато эта система счисления является самой простой и удобной: надо знать только десять знаков-цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, а также названия немногих чисел: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять (дцать), сорок, сто, тысяча, миллион, миллиард. При чтении любых чисел в пределах класса миллиардов мы употребляем всего-навсего лишь 15 различных слов, правда, в разнообразных их сочетаниях.

Василий Сергеевич рассказал нам, что название числа 40 произошло так. В старину в России 40 собольих мехов составляли полную шубу и «влагались в чехол или в с о р о ч к у». Отсюда и название числа «сорок» (в Болгарии же, например, число 40 называется так: «четиридесет», то есть «четыре десятка»). Подобно этому в Дании произошло название числа 80: раньше там продавали рыбу партиями в 80 голов, надетыми на жердь; поэтому слово «ж е р д ь» стало и названием числа 80.

Русское название числа 5 произошло от слова «п я д ь». Оказывается, расстояние от вытянутого мизинца до большого пальца руки у нас называется пядью; но пальцев-то на руке 5. Поэтому постепенно и возникло слово «п я т ь»: когда люди говорят слово «пядь», то вместо «д» слышится «т»; а со временем название числа 5 и писать стали так, как слышалось. Василий Сергеевич говорит, что название каждого числа имеет своё собственное, особое происхождение.



Итак, с помощью только десяти цифр мы можем записать любые многозначные числа, а с помощью пятнадцати слов можем называть числа в пределах класса миллиардов. Однако существуют числа и более миллиарда.

6. Награда за изобретение шахмат.

Василий Сергеевич рассказал нам о таком предании. Индийский принц Сирам предложил изобретателю шахматной игры просить у него награду, какую он захочет.



Тот попросил, чтобы ему дали за первый квадрат шахматной доски 1 рисовое зерно, за второй квадрат 2 зерна, за третий квадрат 4 зерна и т. д., увеличивая число зёрен в два раза за каждый следующий квадрат. Принц согласился. Но когда подсчитали количество риса, которое следует выдать за все 64 квадрата шахматной доски, то оказалось, что награда в таком размере не может быть выдана по недостатку риса. Оказывается, когда точно подсчитали

общее количество зёрен риса, то их получилось 18 446 744 073 709 551 615. Василий Сергеевич записал это число на доске.

Ребята не смогли даже прочитать его. Но я-то уже умел читать такие числа и вызвался назвать его. Сначала я сказал ребятам, как называются пятый, шестой и седьмой классы, а потом прочитал и само число: восемнадцать квинтиллионов четыреста сорок шесть квадриллионов семьсот сорок четыре триллиона семьдесят три миллиарда семьсот девять миллионов пятьсот пятьдесят одна тысяча шестьсот пятнадцать. Когда мы сосчитали все слова, сказанные мной, то их оказалось 22, однако различных слов-корней среди них только 17: 14 из 15 известных нам названий (нет только слова «два») и 3 новых слова — названия классов «триллион», «квадриллион» и «квинтиллион».

— А почему же индийский принц не смог выдать столько рисовых зёрен изобретателю шахматной игры? — спросила Маша. — Неужели это такое большое число, что у него даже не хватило риса?

— Можно вычислить, — говорит Василий Сергеевич, — что если бы такое число зёрен рассыпать равномерно по всей земной суше, то образовался бы слой риса толщиной около 1 см. А такого запаса риса, конечно, не было даже у самого принца.

Все мы очень удивились: ведь число-то, кажется, и не очень большое, всего лишь двадцатизначное.

— Ну что же, — говорит Василий Сергеевич, — давайте убедимся сами в грандиозности этого числа. Сосчитайте, сколько зёрен риса нужно было выдать за каждую из первых восьми клеток шахматной доски.

— Это-то сосчитать очень легко, — заявили мы. — 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 зёрен.

— Итак, как видите, за восьмую клетку доски нужно выдать 128 зёрен риса. Можно проверить, что эти 128 зёрен весят примерно 5 граммов. Теперь считайте в граммах, сколько риса нужно было выдать за каждую из следующих восьми клеток доски.

— Это тоже сосчитать просто: 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, 1280 г.

— Упростим вычисления и будем считать; что на шестнадцатую клетку доски нужно положить 1000 граммов риса, то есть 1 килограмм. Считайте теперь в килограммах, сколько риса нужно было выдать за каждую из следующих десяти клеток.

Оказывается, и теперь считать было очень легко: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 килограмма.

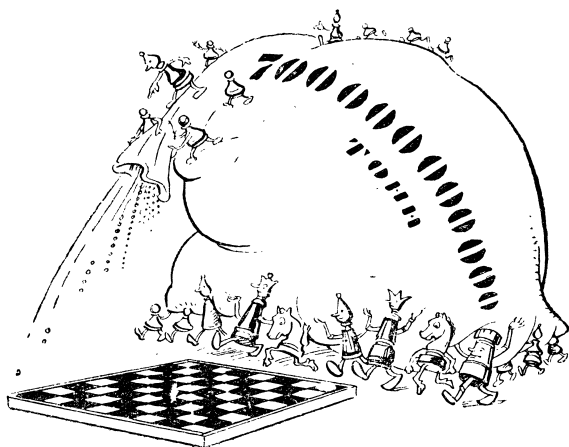
— Итак, как видите, — говорит Василий Сергеевич, — за двадцать шестую клетку доски нужно было выдать примерно 1024 килограмма риса, то есть более 1 тонны! Заметьте, что через каждые 10 клеток вес риса увеличивается более чем в 1000 раз. Значит, сколько тонн риса нужно было выдать за 36-ю клетку?

— Более 1000 тонн риса!

— А за 46-ю клетку, за 56-ю клетку сколько тонн?

Вот только теперь мы стали по-настоящему понимать, как много риса потребовалось бы, чтобы выполнить желание изобретателя шахматной игры. Только за одну 46-ю клетку доски нужно было бы выдать более 1 миллиона тонн риса, а за одну только 56-ю клетку — более 1 миллиарда тонн риса! Когда же мы подсчитали, сколько риса нужно было выдать за 64-ю клетку доски, то оказалось, более 256 миллиардов тонн.

— А при более точном подсчёте, — говорит Василий Сергеевич, — за одну только 64-ю клетку шахматной доски нужно было бы выдать примерно 360 миллиардов тонн риса, за всю же доску — почти вдвое больше, около 700 миллиардов тонн риса!! Вот как велико число 18 446 744 073 709 551 615.



Да, такое количество зерна не скоро соберёшь. Видно, большой шутник и мудрец был этот изобретатель шахматной игры! Ведь как придумал: под видом небольшого вознаграждения попросил такое, чего даже сам принц не мог выполнить.

— Ну-ка, прикиньте в уме, за сколько лет можно было бы собрать столько зерна в нашей стране, имея в виду, что за год у нас собирают около 2 миллиардов тонн различного зерна, — предложил нам Василий Сергеевич.

— Неужели за целых 350 лет?! — вопросом на вопрос ответили мы.

Все мы были поражены, но расчёт есть расчёт, и нам пришлось лишь учесть, как грандиозны многозначные числа. Если так велико 20-значное число, то как же велико должно быть 40-значное число! А ведь должны существовать и 100-значные числа и даже более. Вот так арифметика!

7. Вот так грамотей!

После перерыва Василий Сергеевич предоставил слово мне. Выхожу к столу и сообщаю ребятам свою задачу: «Я выучился читать, когда мне было 11 лет... (это число я не сказал, а записал на доске)». Все ребята дружно и громко рассмеялись.

— Вот так ты, грамотей! — удивились они. — Ведь в одиннадцатый лет ты должен уже закончить начальную школу, а ты только ещё читать научился.

— Ровно через год, — продолжаю я, — когда мне минуло 12 лет, я стал посещать начальную школу... (все числа я только записывал).

— В это время ты уже в шестой класс пойдёшь, — улыбаясь, заметил Валя.

— Проучившись в этой школе 4 года, — спокойно продолжаю я, — я окончил её, когда мне был 21 год от роду.

Ребята вновь рассмеялись.

— В это время ты будешь уже хорошим мастером или даже инженером, — заметил Вася.

— Как всё это объяснить? — серьёзно спрашиваю я у ребят.

Ребята постепенно перестали смеяться, но, разумеется, никто из них не догадался, в чём тут секрет. И мне пришлось самому рассказать, что, помимо десятичной системы счисления, существовали ещё и другие системы счисления, например: пятеричная, двенадцатеричная и другие, и что в моей задаче числа записаны по пятеричной системе. Я пояснил, что это значит.

Затем я предложил ребятам такой вопрос: «Как из девяти спичек сделать сто, не ломая их?» Ребята долго думали, но всё-таки догадались. Коля это задание выполнил так: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$, а Нина иначе: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \top & \square \\ \hline \end{array}$

Тогда я спрашиваю ребят: «Как из двух спичек сделать десять и пятьдесят, не ломая их? Нельзя ли из трёх спи-



чек сделать шесть, девять и сто, не ломая их? Как из четырёх спичек сделать двадцать, сорок, шестьдесят и тысячу, не ломая их?»

Ребята удивились, но смеяться не стали: видно, поняли, что здесь кроется какая-то новая тайна. Тогда я рассказал о римской нумерации, и ребята легко справились с решением предложенных задач.

X L VI IX C XII XL L X M

8. «Волшебная» таблица.

Меня сменили Павлик и Вася. Они показали нам фокус, основанный на двоичной системе счисления. Вася приготовил «волшебную» таблицу и предложил нам задумать любое число в пределах 31, затем указать столбики, в ко-

торых записано задуманное число. Павлик в это время стоял в противоположном углу комнаты спиной к таблице.



	V	IV	III	II	I
16	8	4	2	1	
17	9	5	3	3	
18	10	6	6	5	
19	11	7	7	7	
20	12	12	10	9	
21	13	13	11	11	
22	14	14	14	13	
23	15	15	15	15	
24	16	20	18	17	
25	17	21	19	19	
26	18	22	22	21	
27	19	23	23	23	
28	20	24	24	25	
29	21	25	25	27	
30	22	30	30	29	
31	23	31	31	31	

Я задумал число 7 и поэтому указал на III, II и I столбики. После этого Павлик повернулся лицом к доске, и Вася просигналил ему: три раза махнул правой рукой.

— Саша задумал число 7, — быстро ответил Павлик.

Мы были очень удивлены: как это можно узнать задуманное число лишь по каким-то непонятным сигналам. Да ведь и Вася не знает задуманное число, так что он не может подсказать Павлику. Каждому члену кружка захотелось, чтобы Вася и Павлик угадали именно им задуманное число. Павлик отвернулся, и в это время Нина указала на IV и I столбики. Вася просигналил Павлику так: махнул правой-левой-левой-правой рукой.

— Нина задумала число 9, — безошибочно ответил Павлик.

На сигнал правой-левой-левой-правой-правой Павлик ответил: «Петя задумал число 25», на сигнал правой-левой-правой-левой-правой: «Валя задумала число 21»,

на сигнал правой-правой-левой-правой: «Маша задумала число 11» и т. д.

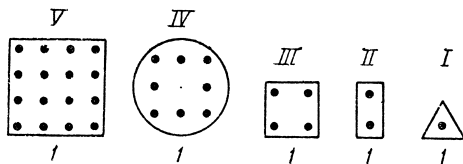
Пока Вася и Павлик угадывали числа, я стал соображать, в чём же секрет фокуса. Когда я внимательнее рассмотрелся к сигналам, которые Вася подавал Павлику, то понял, что он молча, лишь движением рук сообщал Павлику номера столбиков: правой рукой — те столбики, в которых есть задуманное число, а левой рукой — те столбики, в которых нет задуманного числа. Например, число 7 имеется в I, II и III столбиках, поэтому Вася три раза подряд махнул правой рукой. Число 21 имеется в I, III и V столбиках, поэтому Вася махнул сначала правой рукой, затем левой (во II столбике числа 21 нет!), потом снова махнул правой рукой, а затем левой (в IV столбике числа 21 тоже нет), наконец, он снова махнул правой рукой. Но вот как Павлик угадывает по этим сигналам задуманное число, я так и не сообразил.

Когда все задуманные числа были угаданы, мы попросили Васю и Павлика раскрыть секрет фокуса. Как я и предполагал, Вася сигналами сообщал Павлику столбики, в которых есть задуманное число (или нет его).

— А кроме Васи, — говорит Павлик, — мне помогает угадывать задуманное число сама «волшебная» таблица.

9. Двоичная система счисления.

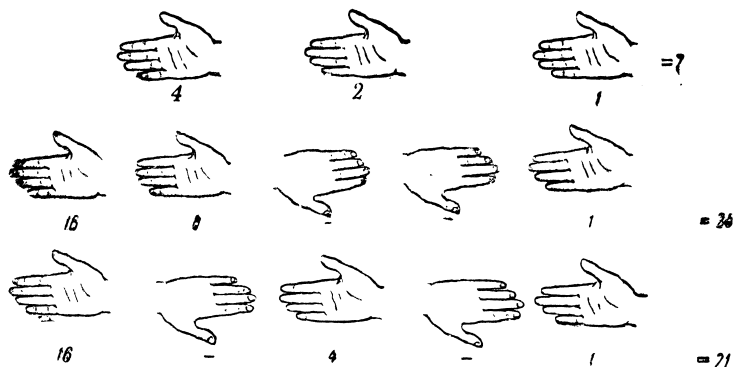
Смотрите, как устроена эта таблица. В первой её строке записаны числа 1, 2, 4, 8, 16 — это разрядные единицы в двоичной системе счисления: 1 — единица I разряда, 2 — единица II разряда (условный «десяток»), 4 — единица III разряда (две двойки — «десять десятков», или условная «сотня»), 8 — единица IV разряда (две четвёрки —



«десять сотен», или условная «тысяча»), 16 — единица V разряда (две восьмёрки — «десять тысяч», или условный «десяток тысяч»).

Основная единица здесь 2, поскольку считают не десятками, как обычно, и не пятками, а двойками. В двоичной системе счисления любое число в пределах 31 можно записать в виде суммы только разрядных единиц 1, 2, 4, 8, 16. Например: $9 = 8 + 1$, $25 = 16 + 8 + 1$, $14 = 8 + 4 + 2$, $20 = 16 + 4$, $30 = 16 + 8 + 4 + 2$, $27 = 16 + 8 + 2 + 1$. Поэтому в «волшебной» таблице каждое из чисел от 1 до 31 записано во все те столбики, первые числа которых (разрядные единицы 1, 2, 4, 8 и 16) входят в состав данного числа. Например, число 9 записано в IV и I столбиках ($8 + 1$), 25 записано в V, IV и I столбиках ($16 + 8 + 1$), 14 записано в IV, III и II столбиках ($8 + 4 + 2$), 27 записано в V, IV, II и I столбиках ($16 + 8 + 2 + 1$) и т. п.

— Поэтому, — продолжает Павлик, — когда Вася сообщит мне столбики, в которых записано задуманное число, мне остаётся лишь сложить соответствующие числа первой строки, и ответ готов.



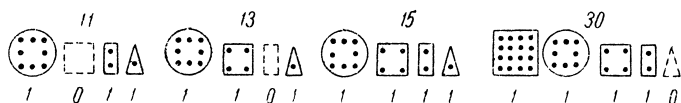
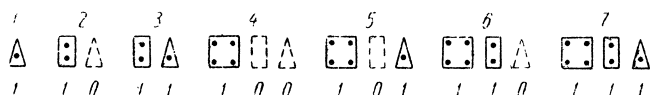
— Как же составить числа, большие 31, по этой системе счисления? — спросил я.

— Для этого нужно ввести новые разрядные единицы: 32, 64, 128 и т. д., — ответил Павлик.

— А как записываются числа по двоичной системе счисления? — поинтересовался Коля.

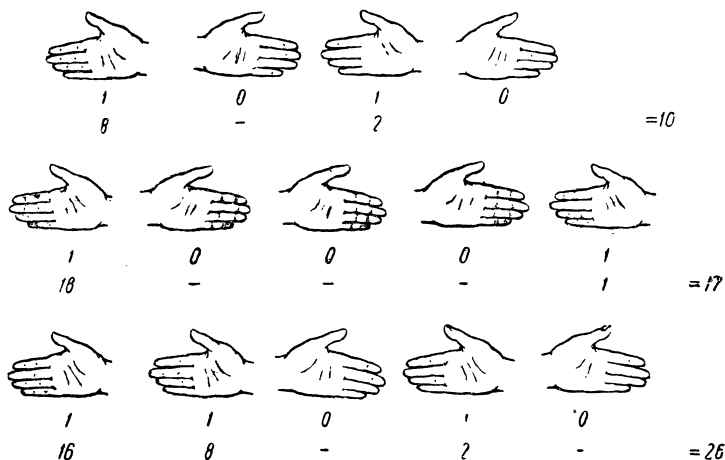
— Очень просто, — ответил Вася, — только с помощью двух цифр: единицы и нуля. Например, 1 — один, 10 — два (то есть одна единица второго разряда), 11 — три (два и один), 100 — четыре (две двойки, то есть одна единица третьего разряда), 101 — пять (четыре и один), 110 —

шесть (четыре и два), 111 — семь (четыре, два и один), 1011 — одиннадцать (восемь, два и один), 1101 — тринадцать (восемь, четыре и один), 1111 — пятнадцать (восемь, четыре, два и один), 11110 — тридцать (шестнадцать, восемь, четыре и два) и т. п.



Вот поэтому-то и возможно любое число по двоичной системе счисления передавать на расстояние с помощью лишь двух сигналов, например: правая рука — это один, а левая — это ноль.

Вася просигналил нам ещё несколько чисел по двоичной системе счисления, а мы коллективно разгадали эти знаки.

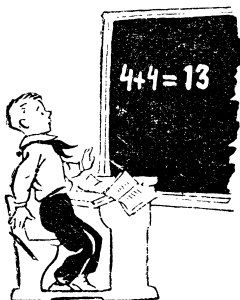


— Конечно, — добавил Василий Сергеевич, — значение единицы и нуля можно было бы передавать на расстояние и с помощью двух других каких-нибудь знаков, на-

пример звук «М» — это о д и н, а звук «А» — это н у л ь. Тогда Павлик мог бы угадывать задуманные вами числа, даже не оборачиваясь лицом к Васе: у с л ы ш а н н о е им слово «м-а-м-а» (1010) изображало бы число д е с я т ь ($8 + 2$), а слово «м-а-а-м-а» (10010) — число в о с е м н а д ц а т ь ($16 + 2$) и т. п.

— Вот интересно! — удивились мы.

— Как видите, — сказал в заключение Василий Сергеевич, — двоичная система счисления является самой простой, и поэтому она используется при устройстве современных вычислительных машин. Например, у нас в стране уже создана и работает быстродействующая счётная машина — БЭСМ. Она действует автоматически, делая в 1 секунду до 8000 вычислительных операций (сложений, вычитаний, умножений, делений) — почти в 100 000 раз быстрее человека. За несколько часов на этой машине можно произвести столько вычислений, сколько хороший вычислитель не может сделать за всю свою жизнь. В на-



стоящее время изобретена новая, ещё более быстродействующая счётная машина, которая может делать в 1 секунду до 20 000 операций... Тем из вас, кто пожелает в будущем стать изобретателем таких новых машин, нужно будет особенно хорошо изучить двоичную систему счисления. Ну, а пока вы должны отлично знать лишь общепринятую десятичную систему счисления.

Дома же подумайте над такими головоломками:

Как объяснить такие записи:

$$\begin{array}{l} 4 + 4 = 13 \\ 12 - 3 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 + 14 = 31 \\ 31 - 13 = 13? \end{array}$$



ГЛАВА ВОСЬМАЯ,

в которой рассказывается о том, как мы провели пионерский сбор, посвящённый предмету арифметики.

1. Мы с Володиёй готовимся к сбору.

Первую учебную четверть наш класс закончил хорошо. Павлик, Коля, Петя, Гена и Маша закончили четверть на круглые «пятёрки». Я закончил четверть немного хуже: кроме «пятёрок», имею одну «четвёрку» — по арифметике. Но для меня и это уже большое достижение: раньше у меня в таблице по арифметике всегда были лишь «тройки». Во второй же четверти и я постараюсь учиться только на «пятёрки». Такое обещание я дал нашему пионервожатому Володе. Наш Володя учится в девятом классе, круглый отличник. Мы, пионеры, стараемся быть похожими на своего вожатого.

Володя знал, что часть пионеров нашего класса посещает математический кружок и увлекается арифметикой, а также что есть у нас ученики, которые не очень-то любят арифметику и имеют «тройки» по этому важному предмету. В начале второй четверти мы (то есть совет отряда) с Володиёй решили провести пионерский сбор, посвящённый предмету арифметики. Работы тут хватило почти всем членам математического кружка. Готовиться к проведению сбора нам помогал не только Володя, но и Василий Сергеевич.

Меня Василий Сергеевич научил узнавать, кто из учащихся какую оценку получил или кто какую вещь взял. Делается это так. Выходят к столу три пионера и каждый на глазах у присутствующих берёт карточку с оценкой,

которую он получил, например, по арифметике или русскому языку сегодня или вчера. На столе лежат только три карточки с цифрами 3, 4, 5 («двойки» пионер не должен получать, и оценка «2» в игре не участвует). Каждый берёт только одну карточку. При этом получится один из шести возможных случаев:

3 4 5
3 5 4

4 3 5
4 5 3

5 3 4
5 4 3

Володя будет видеть, какие карточки возьмут пионеры, а я не буду видеть этого: у меня будут завязаны глаза. Незаметно для остальных Володя будет «помогать» мне.

— Но ведь очень трудно запомнить все эти случаи, — говорю я.

— Напротив, — отвечает Василий Сергеевич, — очень легко. Смотрите, какие числа тут получаются: 345, 354, 435, 453, 534 и 543.

И в самом деле, все числа записаны только цифрами 3, 4 и 5 и всё время увеличиваются. Значит, запомнить их совсем просто.

— Ну, а как же я буду знать, какой из этих случаев называть? — спрашиваю я.

— Запомни шесть сигналов, — говорит Василий Сергеевич. — Володя скажет: «Готово!» — значит, первый случай, 345. «Так, готово!» — значит, второй случай, 354. «Угадывай» — значит, третий случай, 435. «Так, угадывай» — значит, четвёртый случай, 453. «Отгадывай» — значит, пятый случай, 534. «Так, отгадывай» — значит, шестой случай, 543.

Оказывается, и запоминать-то здесь почти нечего, только три слова: «Готово», когда число начинается с цифры 3; «Угадывай», когда число начинается с цифры 4; «Отгадывай», когда число начинается с цифры 5; если же к этим словам добавляется ещё слово «так», то число начинается с той же цифры, но должно быть больше: не 345, а 354; не 435, а 453; не 534, а 543.

— А как же угадывать, кто какие вещи возьмёт? — спрашиваю я.

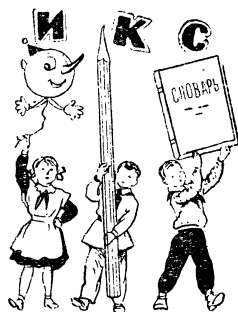
— По тому же правилу, — говорит Василий Сергеевич, — только вместо цифр будете мысленно ставить по одной букве — первой букве названия предмета. Напри-

мер, Володя предложит трём пионерам выбрать по одной из таких вещей: игрушка, карандаш, словарь. При этом возможны снова только шесть таких случаев:

Игрушка-карандаш-словарь — и к с
Игрушка-словарь-карандаш — и с к
Карандаш-игрушка-словарь — к и с
Карандаш-словарь-игрушка — к с и
Словарь-игрушка-карандаш — с и к
Словарь-карандаш-игрушка — с к и

Володя будет «помогать» по-прежнему. А чтобы легче запомнить каждый случай, следите за алфавитным расположением букв в сокращённых словах: и к с — первый, и с к — второй случай и т. д.

Мы с Володиёй много тренировались, пока у нас всё стало получаться без запинки. Кроме того, мы подготовили ещё один номер — угадывание: кто что взял из тех вещей, какие предложат сами пионеры.



2. К сбору готовы все.

Валю Аушеву Володя подготовил предсказывать сумму ещё не написанных трёх и пяти чисел. Это она будет делать так. Один из пионеров напишет на доске любое число, например четырёхзначное. Валя сейчас же напишет сумму всей будущей колонки слагаемых на бумажке и передаст её на хранение тому же пионеру. После этого она попросит того же пионера или кого-нибудь другого написать ещё одно слагаемое — опять какое угодно, но тоже четырёхзначное число. А сама затем быстро напишет третье слагаемое. Первый пионер сложит три написанных числа — и получится как раз тот результат, который заранее был написан Валею на бумажке. Например:

1-й пионер напишет: 6258

2-й пионер напишет: 3504

Валя дополнит: 6495

Сумма 16257

Получится в точности предсказанная сумма, хотя Валя не может знать, каково будет второе слагаемое.

Секрет здесь состоит в том, что от прибавления к четырёхзначному числу числа из 4 девяток (9999) первое число увеличивается на 10 000 — 1, то есть впереди него появляется единица, а последняя цифра уменьшается на единицу. В нашем примере:

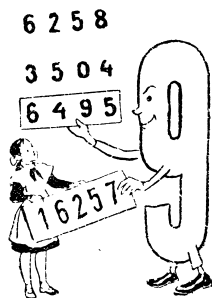
$$\begin{array}{r} + 6258 \\ + 9999 \\ \hline 16257 \end{array}$$

Эту-то сумму, то есть сумму написанного пионером числа и 9999, Валя и будет писать на бумажке как будущий результат сложения. А чтобы результат оправдался, она, увидев второе слагаемое, выбирает своё, третье слагаемое так, чтобы вместе со вторым оно составило 9999, то есть дополняет каждую цифру второго слагаемого до 9.

В случае пяти слагаемых Валя будет действовать так. К первому записанному числу, например 62 537, добавит 200 000 — 2, то есть дважды по 99 999. При этом впереди числа появится двойка, а последняя цифра уменьшится на два. Значит, Валя на бумажке напишет число 262 535 — это сумма пяти ещё не написанных чисел. Затем два пионера запишут по одному числу, то же пятизначному, а Валя каждое из них быстро дополнит до 99 999. Первый пионер сложит все числа и получит как раз тот результат, который уже предсказан. Например:

1-й пионер напишет:	62 537
2-й пионер напишет:	13 641
3-й пионер напишет:	72 938
Валя добавит:	86 358
	27 061

Предсказанная сумма: 262 535



Вася Болдырев подготовился показать пионерам, как решаются арифметические ребусы, Гена Прсихин подготовился к решению головоломок, Петя Панкратов подобрал занимательные задачи, Ваня Симakov подготовился к проведению игры на внимание, а Павлик Борзов

с Машей Брызгалиной разучили даже «Песенку об арифметике». Володя умеет играть на баяне, будет им аккомпанировать. Так мы подготовились к проведению предметного пионерского сбора.

3. Сбор объявляется открытым.

После торжественного открытия пионерского сбора Володя рассказал, какое большое значение имеет отличное знание арифметики в жизни, в быту, в других науках, а также о том, как высоко ценил математику В. И. Ленин, и почему математику считают гимнастикой ума.

Я рассказал, как раньше относился к предмету арифметики и почему учился только на «тройки», как я теперь полюбил этот предмет и почему он интересен. Конечно, говорю, совсем не обязательно посещать всем математический кружок: у каждого свои наклонности. Но если в классе внимательно слушать объяснения учителя да ещё дома серьёзно и самостоятельно выполнять задания, то будешь учиться хорошо и отлично даже по арифметике.

4. Песенка об арифметике.

Затем Валя Козлов объявил:

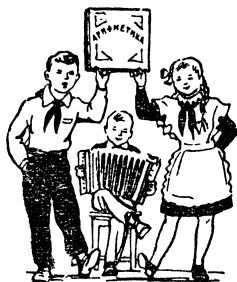
— В следующем номере нашей программы выступают Маша Брызгалина и Павлик Борзов. Они исполняют «Песенку об арифметике» из радиоспектакля «Приключения Димки», музыка М. Вайнберга, аккомпанирует на баяне Володя.

На сцену (это значит просто к доске) вышли Павлик и Маша. Володя дал им тон, и они запели:

Чтоб водить корабли,	Почему корабли
Чтобы в небо взлететь,	Не садятся на мель,
Надо многое знать,	А по курсу идут
Надо много уметь.	Сквозь туман и метель?
И при этом, и при этом,	Потому что, потому что,
Вы заметьте-ка,	Вы заметьте-ка,
Очень важная наука	Капитанам помогает
А-риф-ме-ти-ка!	А-риф-ме-ти-ка!

Чтоб врачом, моряком
Или лётчиком стать,
Надо прежде всего
Арифметику знать.

И на свете нет профессии,
Вы заметьте-ка,
Где бы нам не пригодилась
А-риф-ме-ти-ка!



Ребята долго и дружно аплодировали. Два пионера, умеющие играть на домре, после сбора попросили у Володи ноты к этой песенке, чтобы разучить её самим. Переписал ноты и я. Вот они.



5. Арифметические фокусы.

— В следующем номере, — объявил Валя, — выступает отгадчик мыслей на расстоянии знаменитый факир Саша ибн Яша. Ассистирует мудрец Володя ибн Гриша.

Володя завязал мне глаза, а затем пригласил к столу трёх пионеров и предложил им выбрать карточки с оценками, какие они получили сегодня или хотят получить завтра. Для усиления эффекта Володя поставил меня лицом к классу и спиной к вызванным пионерам. Пионеры взяли карточки.

— Угадывай! — говорит Володя.

«Угадывай» — значит, третий случай, вспоминаю я. А это значит 435. Поэтому я сейчас же ответил:

— Зина получила «четвёрку» (она стояла первой), Лёша — только «тройку» (он стоял вторым), а Стёпа — «пятёрку» (он стоял третьим). Молодец, Стёпа! А тебе, Лёша, надо стараться, чтобы другой раз получить хотя бы «четвёрку».

Все были поражены. Никто же не знал, что именно готовили мы с Володей. Первую тройку пионеров сменила вторая, третья, четвёртая. Мы с Володей ни разу не ошиблись.

Затем Володя предложил ребятам выбрать по одной вещи, которые разложил на столе. Когда всё было готово, Володя сказал: «Так, готово!» Я быстро сообразил, что это в т о р о й случай: и с к, игрушка — словарь — карандаш. Снимаю повязку и говорю: «Ты, Римма (она стояла первой), всё ещё маленькая и любишь игрушки, пора бы стать и взрослой. Ты, Коля (он стоял третьим), выбрал нужную вещь: ты хороший художник, и цветной карандаш тебе пригодится. А ты, Ваня, тоже не ошибся в выборе: ведь по русскому у тебя ещё не всё в порядке, и словарь тебе пригодится».

Ребята немного посмеялись. Затем Володя пригласил трёх пионеров со своими вещами и попросил показать предметы присутствующим. В это время глаза у меня были ещё не завязаны, и я быстро запомнил вещи: нож, значок пионерский, открытка. Затем мне завязали глаза. Ребята обменялись вещами, как хотели. Пока они это делали, я соображал, располагая буквы по алфавиту и делая перестановки: зно, зон, нзо, ноз, озн, онз...

— Отгадывай! — говорит Володя.

«Отгадывай» — это, значит, пятый случай, вспоминаю я, то есть о—з—н. Снимаю повязку и говорю: «У Веры открытка, у Феди значок, у Гриши нож». К моему и Володиному удовольствию и радости, я не ошибся.

Пионеры стали интересоваться, как я угадываю, мы с Володей ничего не ответили, а только пропели: «А-риф-ме-ти-ка!»



— А теперь выступает, — говорит Валя, — «волшебница» Валя Аушева. Она может предсказать сумму трёх и пяти ненаписанных чисел. Она может также предсказать и то, кого и по какому предмету завтра спросят, какую оценку он получит.

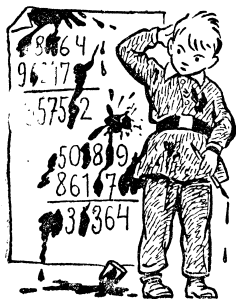
Валя попросила записать на доске любое число. Вышла Клава и написала 46 358. Валя написала на листочке ответ и передала его Клаве. Затем Клава же написала ещё одно пятизначное число, 37 056. Валя быстро добавила число 62943 и предложила Клаве найти сумму всех трёх чисел. Получилось 146 357. А когда Клава развернула бумажку с предсказанным результатом, то там был записан тот же самый ответ.

Андрюша записал:	35 836
Рита записала:	60 421
Сеня записал:	76 384
Валя добавила:	39 578
	23 615
Валя предсказала:	<u>235 834</u>

Все были поражены, но ещё больше пионеры удивились, когда Валя предсказала сумму пяти чисел. И снова на вопрос: «Как же это она узнаёт?» — Валя пропела: «А-р и ф-м е - т и - к а!»

6. Арифметические ребусы.

Затем Вася предложил нам решить несколько арифметических ребусов. Обычные ребусы мы умели разгадывать, но с такими ещё не встречались. Оказывается, арифметические ребусы — это особый род арифметических задач; часто в них требуется восстановить неизвестные цифры в тех или иных записях вычислений.



Вася говорит: «Один ученик-нехочуха решил примеры на сложение и вычитание, но наставил столько клякс, что многие цифры стало не видно. Помогите ему восстановить неизвестные цифры». И он записал на доске:

$$\begin{array}{r} .8..64 \\ \cdot 9.247. \\ \hline .3575.2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} .50.8.9 \\ \cdot 861.7. \\ \hline .3.364 \end{array}$$

— А какой же тут пример на сложение, какой на вычитание? — сразу спросили ребята.

— Присмотритесь к примерам повнимательнее, — говорит Вася, — и вы сами сообразите.

И верно: когда мы присмотрелись к результатам действий, то поняли, что первый пример на сложение, а второй — на вычитание. Больше того, мы сейчас же сообразили, что в сумме и в уменьшаемом первой цифрой слева должна быть единица. Но какими являются другие неизвестные цифры, догадались сразу не все.

Перед сбором мы договорились, что члены математического кружка будут отвечать лишь в том случае, если другие пионеры не смогут дать правильного ответа. В данном случае ребята затруднялись ответить. Тогда Вася напомнил: «А какова зависимость между слагаемыми и суммой?» Ребята оживились, стали предлагать ответы. Первый ребус разгадал Коля Рудаков, не член кружка. Он рассуждал совершенно правильно: «4 сложено с каким-то числом, получилось...2, нет — получилось 12; значит, последняя цифра во втором слагаемом 8. Дальше: 6 и 7 да 1 в уме, будет 14; значит, предпоследняя цифра суммы 4. К чему-то прибавили 4 да в уме 1, получилось 5; значит, третья цифра справа в первом слагаемом 0». Так же он узнал все остальные цифры.

Второй ребус начала решать Галя, тоже не член кружка. Сначала она рассуждала верно: «От 9 отняли сколько-то, получилось 4; значит, первая цифра в вычитаемом 5. От чего-то отняли 7, получилось 6; значит, отнимали от 13; поэтому вторая цифра в уменьшаемом 3, а 1 сотню занимали из 8 сотен, осталось 7 сотен. От 7 отнимали сколько-то, получилось 3; значит, третья цифра в вычитаемом 4. От чего-то отняли 1, получилось... тоже неизвестное число». На этом Галя остановилась. Помочь ей никто не мог. Тогда на выручку пришла член кружка Нина.

Она рассуждала так: «В вычитаемом 6 десятков тысяч, а в уменьшаемом десятков тысяч нет. Значит, придётся занимать 1 сотню тысяч, в ней 10 десятков тысяч. От 10 отнять 6, получится 4. Но в остатке не 4, а только 3 десятка тысяч. Значит, 6 отнимали не от 10, а от 9. Следовательно,

из 10 десятков тысяч уже занимали 1 десяток тысяч и раздробляли его в тысячи. А почему? Ведь надо отнимать-то всего лишь 1 тысячу. Значит, в уменьшаемом т ы с я ч совсем не было, поэтому четвёртая цифра уменьшаемого — нуль, а остатка — 9. Поскольку из 5 сотен тысяч занимали 1 сотню тысяч, постольку надо от 14 отнять 8, получится 6 — это последняя цифра остатка».

После этого Вася предложил нам ещё один арифметический ребус — на умножение.

$$\begin{array}{r}
 \dots \\
 \dots 8 \dots \\
 \hline
 \dots \\
 \dots \\
 \dots \\
 \hline
 \dots \\
 \dots \dots \dots
 \end{array}$$

- Да ведь тут почти ничего не дано, — удивились ребята.
- Как же разгадывать такой ребус?
- А вы внимательнее присмотритесь к записям, — посоветовал Вася.

Как разгадать ребус, мало кто догадался. Павлик Борзов узнал только две цифры множителя — вторую и четвёртую: обе они н у л и. Он заметил, что второе неполное произведение подписано не под десятками, а под сотнями, значит, во множителе д е с я т к о в нет; последнее неполное произведение подписано под десятками тысяч, а не под тысячами, значит, тысяч во множителе тоже нет.

Как узнать остальные цифры, никто не знал. Тогда нам подсказал Вася: «Множимое — двузначное число. При умножении его на 8 получается тоже двузначное число (второе неполное произведение), а при умножении его на какое-то другое однозначное число получается уже трёхзначное число (первое неполное произведение). Что же это за двузначное число?» После этого мы сообразили, что множимое равно 12, а первая и последняя цифры множителя — 9. А зная множимое и множитель, легко найти и все остальные цифры: надо просто выполнить само действие умножения.

7. Две головоломки.

Васю сменил Петя.

- Ответьте прежде всего на такой вопрос, — начал он. — Если в 12 часов дня идёт дождь, то можно ли ожидать, что через 36 часов будет солнечная погода?

— А почему бы и нельзя? — вопросом на вопрос отвечает Боря.

— За 36 часов погода может измениться...

— Эх, ты, грамотей! — укоризненно замечает Маша. — Ведь через 36 часов, то есть через полтора суток, будет уже не полдень, а полночь! Какая же в это время может быть с о л н е ч н а я погода?! Через 36 часов погода, конечно, изменится, и будет, может быть, и вёдро, но, во всяком случае, не солнечная погода!

— А вот вам «более» хитроумная задача, — предлагает Петя. — Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду верёвочной лестницей. У лестницы 10 ступенек; расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан сегодня очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см. Через сколько часов покроется водой третья ступенька верёвочной лестницы?

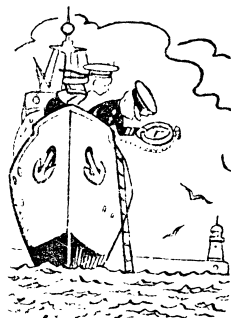
Мы немного подумали над решением задачи, а затем стали отвечать.

— Через 6 часов, — говорит Лида, не член кружка.

— Через 4 часа, — говорит Саша Пашкин, член кружка.

«Эх, Саша, Саша, — думаю я, — подвёл ты нас, кружковцев: ведь третья ступенька н и к о г д а не покроется водой, потому что вместе с водой поднимается и корабль, и верёвочная лестница! Если сначала воды касалась п е р в а я ступенька лестницы, то, сколько бы времени ни продолжался прилив, всё равно воды касаться будет по-прежнему первая ступенька лестницы. Соображать надо!»

Когда Петя разобрал ошибки Лиды и Саши, все дружно и весело посмеялись, немного отдохнули. Затем Петю сменил Володя.



8. Как велико население нашей страны.

— А сейчас я проверю, — начал он, — хорошо ли и быстро ли вы умеете вычислять, хороша ли у вас память на числа. Ну-ка, скажите, как велико население нашей страны?

От неожиданности мы оторопели. Я, например, помнил лишь то, что в январе у нас была проведена Всесоюзная перепись населения, и «Пионерская правда» сообщала об итогах этой переписи. Однако сколько именно человек насчитывается в нашей стране, я точно не помнил, кажется, двести миллионов. Не лучше оказалась память и у других пионеров. Володя уточнил: по состоянию на 15 января 1959 года в нашей стране насчитывалось 209 000 000 человек.

— Ну, а велико ли это число? — спрашивает он. — Представьте себе, что переписывать население стал бы лишь один человек; на заполнение анкеты уходит примерно 5 минут. Ну-ка, прикиньте, сколько времени потребовалось бы переписчику, чтобы заполнить более двухсот миллионов анкет...

Мы-то, кружковцы, уже легко могли сообразить, какой будет ответ. $5 \text{ мин.} \times 200\,000\,000 = 1\,000\,000\,000 \text{ мин.}$ — целый миллиард минут потребовался бы одному человеку для переписи населения нашей страны. Только на счёт до миллиарда нужно затратить 45 лет (это мы узнали на одном из предыдущих занятий кружка), а миллиард минут составит не 45 лет, а в 125 раз больше (за минуту Павлик сосчитал тогда до 125), то есть 5625 лет — более 56 веков!

Когда я сообщил этот результат, мне мало кто поверил, и поэтому пришлось все расчёты сделать на доске (для ускорения вычислений мы округляли результаты деления):

$$5 \text{ мин.} \times 200\,000\,000 = 1\,000\,000\,000 \text{ мин.}$$

$$1\,000\,000\,000 \text{ мин.} : 60 \text{ мин.} \approx 17\,000\,000 (\text{часов})$$

$$17\,000\,000 \text{ час.} : 24 \text{ часа} \approx 700\,000 (\text{суток})$$

$$700\,000 \text{ сут.} : 365 \text{ сут.} \approx 2\,000 (\text{лет}),$$

если писать и день, и ночь без отдыха.

$$2\,000 \text{ лет} \times 3 = 6\,000 \text{ лет} = 60 \text{ веков,}$$

если писать лишь по 8 часов в сутки.

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 60 \\ \hline 400 & 17 \\ \hline 420 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 170 & 24 \\ \hline 168 & 7 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 700 & 365 \\ \hline 730 & 2 \\ \hline & \end{array}$$

— Вот как велико население нашей страны: для переписи его потребовалось бы одному человеку около 6 тысяч лет! — заключил Володя. — Поэтому-то на самом деле для переписи населения был выделен не один человек, а целая армия переписчиков.



9. Космические автобус и такси

— Недавно вы побывали на выставке в Москве, — продолжал Володя. — Вы видели там много интересного. А запомнили ли вы, какие скорости движения имеют, например, самолёт «ТУ-114», спутники Земли, космические ракеты?

Скорость космической ракеты я помнил, она равна примерно 40 000 км в час: это мы узнали на занятии кружка. А вот какова скорость самолёта «ТУ-114» и спутника Земли, я не знал; да и другие пионеры это не запомнили.

— Сообразите сами, — помог нам Володя. — Расстояние от Москвы до Вашингтона (столицы США), равное 12 000 километров, самолёт «ТУ-114» пролетел за 12 часов 21 минуту. Какую же скорость имеет этот чудо-самолёт?

— Оказывается, примерно 1000 километров в час, — легко сообразили мы.

— Спутник Земли пролетает в секунду около 8 километров, — подсказывает нам Володя. — Ну-ка подсчитайте, сколько километров он пролетел в час.

— $8 \text{ км} \times 60 \times 60 = 28\,800 \text{ км}$ — почти 29 тысяч километров в час! — первым вычислил Павлик.

— Вот потому-то он и делает каждый оборот вокруг Земли (примерно 50 тысяч километров) немногим больше чем за полтора часа, — говорит Володя. — Ракета же в секунду пролетает около 12 километров. Ну-ка подсчитайте её скорость в час...

— $12 \text{ км} \times 60 \times 60 = 43\,200 \text{ км}$ — более 43 тысяч километров в час, — первой вычислила Нина.

— Вот поэтому-то на космическом корабле с подобной скоростью и возможно будет в скором времени совершать

межпланетные полёты, — заключил Володя. — А теперь, ребята, обратите внимание на такие факты. Пассажирский автобус в секунду проходит примерно 7—8 метров, поэтому его скорость в час составляет лишь 25—30 километров — в 1000 раз меньше, чем скорость спутника Земли. Легковая машина «Победа» в секунду проходит (при не

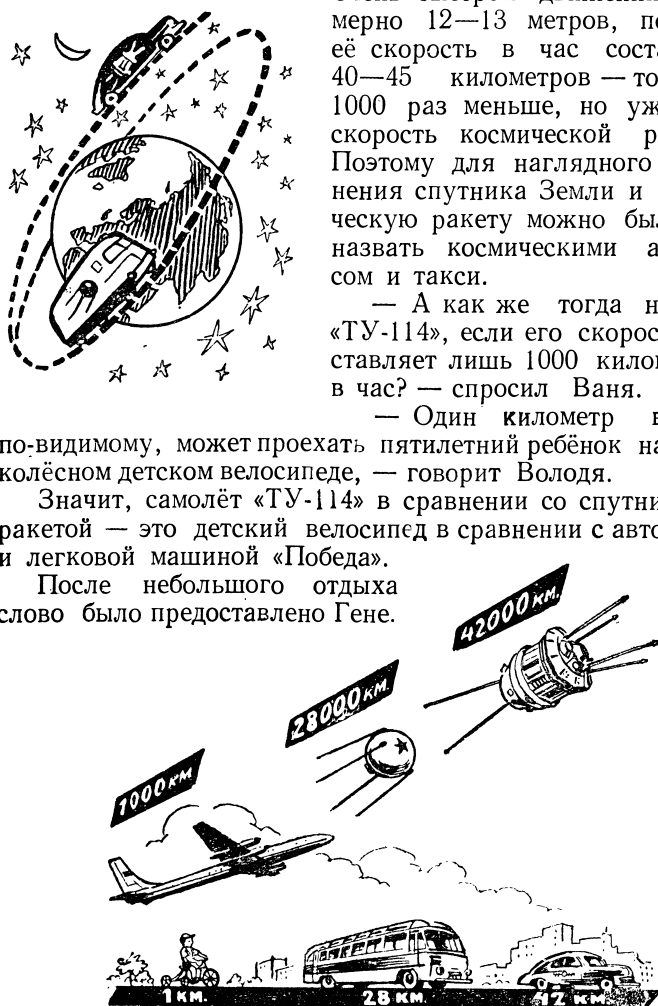
очень быстром движении) примерно 12—13 метров, поэтому её скорость в час составляет 40—45 километров — тоже в 1000 раз меньше, но уже чем скорость космической ракеты. Поэтому для наглядного сравнения спутника Земли и космическую ракету можно было бы назвать космическими автобусом и такси.

— А как же тогда назвать «ТУ-114», если его скорость составляет лишь 1000 километров в час? — спросил Ваня.

— Один километр в час, по-видимому, может проехать пятилетний ребёнок на трёхколёсном детском велосипеде, — говорит Володя.

Значит, самолёт «ТУ-114» в сравнении со спутником и ракетой — это детский велосипед в сравнении с автобусом и легковой машиной «Победа».

После небольшого отдыха слово было предоставлено Гене.



10. Головоломка со звёздочками.

— Вот на столе, — начал он, — 5 фуражек. На трёх из них красные звёздочки, а на двух — зелёные. Прошу к столу трёх пионеров.

Вышли Лёша, Гриша и Сеня. Гена завязал им глаза, надел на каждого по фуражке, а остальные спрятал. На Лёше и на Сене оказалась фуражка с зелёной звёздочкой, а на Грише — с красной. Нам-то, сидящим за партами, всё это было хорошо видно. Зато Лёша, Гриша и Сеня, когда Гена снял с них повязки, могли видеть звёздочки только на фуражках своих товарищей, но не на себе.



— Теперь скажите, — обращается Гена к вызванным ребятам, — какая звёздочка досталась каждому из вас.

Ребята переглядываются да помалкивают. Да и что могли сказать Лёша и Сеня: каждый из них видел по одной красной и одной зелёной звёздочке; значит, на их фуражках могла быть как красная, так и зелёная звёздочка. От-



вет мог дать только Гриша. В конце концов он сообразил: раз у Лёши и Сени зелёные звёздочки, а их только две, значит, у него должна быть непременно красная звёздочка. А Лёша и Сеня так и не узнали, какие же звёздочки достались им. Да и узнать это они не могли!

Затем вышли к столу Ваня, Маша и Коля. На Ваню и Колю Гена надел фуражки с красными звёздочками, а на Машу — с зелёной. Опять задумались ребята, какая же звёздочка досталась каждому из них. Ваня молчит и Коля молчит. Да и что они могут сказать: ведь они видят



по одной красной и одной зелёной звёздочке, значит, на их фуражках могла быть как красная, так и зелёная звёздочка. Маша тоже молчит: она видит две красные звёздочки, значит, и на её фуражке может быть как красная, так и зелёная звёздочка. А в этот момент Ваня и Коля мысленно рассуждали так: «Если бы у меня была зе-

лёная звёздочка, то о н (для Вани Коля, а для Коли Ваня), наверное, уже сказал бы, что у него красная звёздочка: ведь зелёных-то звёздочек только две, одна у Маши и другая у меня. Но о н долго молчит, значит, у меня не зелёная, а к р а с н а я звёздочка». И тут вдруг Ваня и Коля одновременно восклицают: «У меня красная звёздочка!» А Маша думала-думала, какая же у неё звёздочка, но так и не решила этот вопрос.

Наконец вышли к столу Стёпа, Галя и я. Гена завязал нам глаза, надел по фуражке, остальные спрятал, затем снял повязки. Смотрю: у Стёпы и Гали красные звёздочки. Что видят они, я не знаю: то ли по две красные звёздочки, то ли по одной красной и одной зелёной. Стою и думаю. Думают, конечно, и Стёпа с Галей. Все мы очень долго молчали. Начинаю соображать, почему молчат Стёпа и Галя? Если бы у меня была зелёная звёздочка, то получилось бы то же самое, что и в прошлый раз: я стою вместо Маши с зелёной звёздочкой, а Стёпа и Галя стоят вместо Вани и Коли с красными звёздочками. Но в таком случае Стёпа и Галя должны уже сообразить, что у них красные звёздочки. Ведь Ваня и Коля сообразили же! А Стёпа и Галя соображают не хуже их.

Дальше: раз Стёпа и Галя молчат, значит, у меня не такая звёздочка, какая была у Маши, то есть не зелёная, а красная! Так и есть: когда я сказал ответ и снял фуражку, то на ней была именно красная звёздочка.

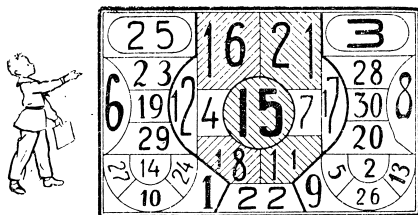
Василий Сергеевич похвалил меня, сказав, что это был самый трудный случай угадывания цвета звёздочки.

11. Игра на внимание.

Гену сменил Ваня. Он вывесил два одинаковых плаката, на которых были записаны в запутанном порядке числа от 1 до 30. Задача состояла в том, чтобы как можно быстрее указать по порядку все эти числа.

Сначала вышла к плакатам пара Коля — Петя, победил Коля. Затем вышли Валя и я, победил я. Нас сменили Володя

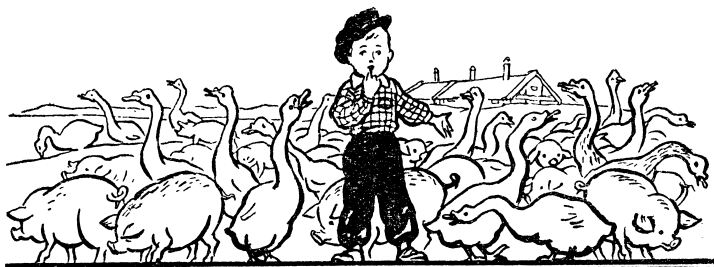




и Маша, победил Володя. Когда у плакатов побывали все пионеры и определилась первая группа победителей, соревнование было проведено между самими победителями. Я проиграл Коле, Павлик проиграл Володе, Миша проиграл Гале и т. д. В конце концов к плакатам вышли Володя и Нина. Как ни старалась Нина, а Володя её всё-таки опередил: он указал уже последнее число 30 в то время, когда Нина разыскала лишь число 25. Итак, победил Володя, наш вожатый: игра была общая, и он имел право участвовать в ней.

Во время проведения этой игры мы немного развеселились, но всё-таки уже сказывалось общее утомление. Поэтому Володя стал заканчивать сбор. В заключение он ещё раз напомнил, какая же это важная наука а-риф-ме-ти-ка.

Довольные и радостные разошлись мы с пионерского сбора. И уже в дороге решили: проведём такой же замечательный сбор, посвящённый русскому языку.



ГЛАВА ДЕВЯТАЯ,

*в которой рассказывается о разнообразных
головоломках и занимательных задачах.*

1. Задачи на предположение.

После сбора, посвящённого арифметике, ученики нашего класса, члены кружка выразительного чтения, стали активно готовиться к проведению очередного сбора, посвящённого русскому языку. Нам, членам математического кружка, поручений почти не досталось; только Валю Козлова привлекли, как знаменитого конферансье, да Колю Фомина, как хорошего художника, да ещё Павлика с Машей, как имеющих хороший голос. Однако и у нас работы хватало: мы готовились к очередному занятию своего кружка. Кроме того, уже выпал снег, и все мы увлеклись лыжами, катанием на санках и коньках. Да и уроки никто из нас не запускать. Я же, помимо всего этого, не забывал и о своём обещании, данном Володе: закончить полугодие по арифметике, как и по другим предметам, на «пятерку». Поэтому по-прежнему аккуратно выполнял не только домашние задания, но и читал математические книги, а о прочитанном рассказывал то Василию Сергеевичу, то Володе.

И вот однажды Володя говорит мне:

— Когда я учился в четвёртом классе, мы решали очень трудные задачи; они назывались, кажется, на предположение. Наверное, и вы скоро будете решать такие задачи. А, ну-ка, попробуй решить такую задачу: «Мама поручила сыну купить на рынке яблок и груш, всего

полсотни на 12 рублей. Сколько яблок и сколько груш должен купить сын, если десяток яблок стоит 3 рубля, а десяток груш 2 рубля?»

— А можно мне подумать дома? — спрашиваю я.

— Подумай, подумай, — говорит Володя. — И если ты сам решишь эту задачу, будешь совсем молодец.

Пришёл я домой, начал думать. Раз десяток яблок стоит 3 рубля, значит, одно стоит 30 копеек — это ясно: можно сосчитать даже в уме. Десяток груш стоит 2 рубля, значит, одна груша стоит 20 копеек — это тоже ясно. Ну, а дальше как решать? Надо купить полсотни яблок и груш, но ведь я же не знаю, сколько их надо купить в отдельности. Сначала я хотел узнать, сколько можно купить на 12 рублей одних только яблок: 12 рублей разделил по 3 рубля, и получилось 4 десятка яблок. Но потом сообразил, что деньги-то я все израсходую, а куплю-то только 40 штук, а не 50, как велела мама, да и то только одних яблок, без груш, а надо купить тех и других. Потом думаю: куплю-ка я сразу полсотни дешёвых фруктов, груш, ведь на это у меня денег хватит. Подсчитал. Оказывается, я отдам за них только 10 рублей ($2 \text{ руб.} \times 5$). А ведь надо-то израсходовать все 12 рублей, да ещё, кроме того, и яблоки должны быть среди 50 фруктов. Значит, груш я купил слишком много, и надо будет их отдавать обратно, а вместо них брать яблоки. Чтобы не ошибиться в счёте, я решил отдавать по одной груше, а вместо неё брать по одному яблоку. Только, думаю, кто же мне даст яблоко вместо груши: ведь яблоко-то дороже, чем груша. Но выход был прост: я к груше буду добавлять 10 копеек (на столько яблоко дороже груши), тогда мне в обмен на грушу дадут яблоко; потом я снова к груше добавлю 10 копеек и обменяю на яблоко и т. д. Думаю: и долго ли я буду производить такой обмен груш на яблоки? И вдруг соображаю: после покупки 50 груш у меня осталось бы 2 рубля, при каждом обмене я буду доплачивать 10 копеек; значит, я столько раз буду менять грушу на яблоко, сколько раз по 10 копеек содержится в 2 рублях:

$$2 \text{ руб.} : 10 \text{ коп.} = 20 \text{ (раз).}$$



Значит, я должен отдать 20 груш, а взамен получить 20 яблок. Всего же на данные мне 12 рублей я куплю 2 десятка яблок и 3 десятка груш.

Ну, думаю, задачу решил. Проверяю: $20 + 30 = 50$ — столько я куплю яблок и груш, столько и мама велела. $3 \text{ руб.} \times 2 = 6 \text{ руб.}$ — столько рублей я отдам за 2 десятка яблок. $2 \text{ руб.} \times 3 = 6 \text{ руб.}$ — столько рублей я отдам за 3 десятка груш. $6 \text{ руб.} + 6 \text{ руб.} = 12 \text{ руб.}$ — столько рублей я отдам за полсотни яблок и груш. Значит, задача решена правильно.

Я был так рад, что захотел решить ещё несколько подобных задач, чтобы ещё лучше понять, как они решаются. Перелистываю свой задачник, но таких задач там нет. Ну, думаю, или составители задачника забыли о таких интересных задачах, или Володя что-то напутал. Перелистываю книгу «Занимательные задачи». Тут, оказывается, есть такие задачи, но только не про яблоки и груши, а про гусей и поросят да про фазанов и кроликов.

Вот эти задачи:

1. На дворе гуляли гуси и поросята. Сын спросил отца: — Папа, сколько у нас гусей и сколько поросят?

— А вот угадай-ка сам: число всех голов 30, а число всех ног 84.

Сын подумал и решил эту задачу.

Как он её решил?

2. (Старинная китайская задача.) В клетке находится неизвестное число фазанов и кроликов. Известно только, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ноги. Сколько было фазанов и сколько кроликов?

Правда, эти задачи показались мне не такими интересными, как Володина. Спросите, почему? А вот почему. Зачем же было сыну спрашивать отца, сколько у них гусей и сколько поросят: что же он, считать что ли не умеет? Пошёл бы на скотный двор да и сосчитал бы сам: ведь поросят-то только 12 штук да и гусей немного. Я бы, например, так и сделал. А этого мальчика отец, видно, не пускал на скотный двор: наверное, боялся, чтобы сын руки или костюм не испачкал. Тогда, конечно, мальчику надо решать эту задачу. Только он, может быть, даже и не знает, сколько ног у гуся, а сколько у поросёнка: на скотный-то двор он ведь не ходит. Тогда и задачу ему не решить.

Когда я спросил Василия Сергеевича, будем ли мы решать задачи на предположение, то он сказал, что будем — на занятиях кружка и что такие задачи имеются в задачнике для пятого класса.

2. Задача на способ отношений.

Я рассказал об этом Володе. Он говорит:

— Ну, хорошо. Вот вы решали задачи на способ отношений. Ну-ка, реши такую задачу: «На заряд идёт 28 г дроби. Сколько нужно взять дробинок для заряда, если 450 дробинок весят 100 г?»

— Эти задачи лёгкие, — говорю я. — Поэтому твою задачу я решу в один момент.

Составляю схему условия задачи:

100 г — 450 дробинок
28 г — ?



И вдруг замечаю, что ни 100 на 28 не делится без остатка, ни 450 на 100.

Как же быть? Вот так Володя! Задал мне задачу, что и решить-то её нельзя, хотя она и знакомого мне типа.

— Может быть, такие задачи только у вас там в старших классах решаются? — спрашиваю я Володю.

Володя немного подумал и говорит:

— Да, если бы ты учился в пятом классе, то сразу решил бы эту задачу. Но и сейчас можешь решить её, если ты сообразительный ученик.

Мне захотелось оправдать надежды Володи, и я принялся думать над решением задачи. Сколько весит одна дробинок, я узнать не могу, так как 100 г не делятся на 450 равных частей. Во сколько раз 100 г тяжелее 28 г, узнать тоже нельзя, так как 100 не делится на 28.

Вот так задача! Продолжаю думать. Вот если бы в 100 г было не 450 дробинок, а 4500 дробинок, то есть если бы дробинок были в 10 раз легче (мельче), то я смог бы узнать, сколько дробинок в 1 г:

$$4500 \text{ др.} : 100 = 45 \text{ др.}$$

Тогда бы я узнал, сколько дробинок во всём заряде, то есть в 28 г:

$$45 \text{ др.} \times 28 = 1260 \text{ др.}$$

Получился бы заряд из 1260 дробинок. Вот так заряд! Для пушки, а не для ружья. Но тут я сообразил, что дробинки на самом-то деле были в 10 раз тяжелее (крупнее), чем мои выдуманные дробинки. Значит, их пойдёт на заряд не 1260 штук, а в 10 раз меньше, то есть 126 штук.

Володя похвалил меня за такое решение и добавил: «А я думал, что ты будешь решать задачу по-другому:

1) $100 \text{ г} : 4 \text{ г} = 25$ — столько раз по 4 г содержится в 100 г;

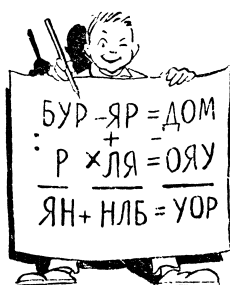
2) $450 \text{ др.} : 25 = 18 \text{ др.}$ — столько дробинок в 4 граммах;

3) $28 \text{ г} : 4 \text{ г} = 7$ — столько раз по 4 г содержится в 28 г.

4) $18 \text{ др.} \times 7 = 126 \text{ др.}$ — столько дробинок в 28 г, то есть пойдёт на заряд».

Володино решение мне понравилось, только и моё неплохое: в нём всего лишь два действия, если не считать ещё двух действий, которые я выполнил в уме: увеличение числа 450 и уменьшение числа 1260 в 10 раз.

3. Арифметическая мозаика.



Незаметно подошёл и день очередного занятия математического кружка. Занятие было посвящено ребусам, головоломкам, занимательным задачам и другим хитроумным вопросам.

Василий Сергеевич рассказал, что арифметические ребусы бывают не только такие, какие мы разгадывали на пионерском сборе, но и других видов. Например, все цифры могут быть зашифрованы буквами, и тогда вместо обычных арифметических примеров получаются очень странные записи, которые необходимо расшифровать, то есть узнать, какую цифру заменяет собой та или иная буква.

Он предложил нам разгадать такой арифметический ребус:

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{БУР} & - & \text{ЯР} & = & \text{ДОМ} \\
 : & & + & & - \\
 \text{Р} & \times & \text{ЛЯ} & = & \text{ОЯУ} \\
 \hline
 \text{ЯН} & + & \text{НЛБ} & = & \text{УОР}
 \end{array}$$

Сначала мы ничего не поняли в этой записи. Тогда Василий Сергеевич пояснил её: от трёхзначного числа «БУР» отнять двузначное число «ЯР», получится трёхзначное число «ДОМ»; однозначное число «Р» умножить на двузначное число «ЛЯ», получится трёхзначное число «ОЯУ»; к числу «ЯН» прибавить число «НЛБ», получится число «УОР»; число «БУР» разделить на число «Р», получится число «ЯН»; к числу «ЯР» прибавить число «ЛЯ», получится число «НЛБ»; наконец, от числа «ДОМ» отнять число «ОЯУ», получится число «УОР».

— Вот так арифметика, — заметил кто-то, — от «БУР» отнять «ЯР», получится целый «ДОМ»!

— Как же разгадывать такой ребус? — спрашиваем мы.

— А вы внимательно присмотритесь к записям, — говорит Василий Сергеевич. — Ведь под каждой буквой разумеется какая-то цифра, причём одинаковым буквам соответствуют и одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры. Только не разбрасывайте своё внимание на все действия, а рассматривайте их по одному.

Вот я и соображаю: в уменьшаемом, в числе «БУР», имеется «Р» единиц. Столько же единиц и в вычитаемом, в числе «ЯР». Значит, в остатке единиц не должно быть, поэтому буква М должна заменять собой н у л ь.

— Верно, — подтверждает Василий Сергеевич. — Теперь обратите внимание на действие сложения в столбик.

Я сейчас же сообразил, что буква Н заменяет собой цифру 1, так как при сложении двузначных чисел «ЯР» и «ЛЯ» получается трёхзначное число «НЛБ», в котором с о т е н может быть только одна. После этого становится ясно, что буква У заменяет цифру 2, так как при сложении двузначного числа «ЯН» с трёхзначным числом «НЛБ», где Н есть 1, получается новое трёхзначное число «УОР», в котором сотен стало на одну больше.

Что Н — это 1, сообразили многие. Однако, что У — это 2, сообразили только трое: Павлик, Маша и я.

— А теперь вы кое-что можете узнать сами, без наводящих указаний, — говорит Василий Сергеевич.

И в самом деле, если в числе «ДОМ» вместо М поставить н у л ь, а в числе «ОЯУ» вместо У поставить 2, то становится ясно, что Р — это 8. Это сообразили многие. А дальше мы опять стали в тупик.

— Ещё раз посмотрите на результат сложения чисел «ЯР» и «ЛЯ», — подсказал нам Василий Сергеевич.

Соображаю и вижу, что при сложении десятков «Я» и «Л» получается не только 1 сотня, но и снова «Л» десятков. А это значит, что «Я» равняется 9, причём в сумме единиц «Р» и «Я» получается больше 10 (1 десяток и 6 единиц).

— Ну, а теперь, — говорит Василий Сергеевич, — вы всё остальное можете разгадать сами.

Конечно, теперь ребус в основном уже разгадан. При делении числа «БУР» на число «Р» получается число «ЯН», то есть $Б28 : 8 = 91$, значит, Б — это 7. $БУР - ЯР = ДОМ$, то есть $728 - 98 = «ДОМ»$. Значит, Д — это 6, а О — это 3. $ЯН + НЛБ = УОР$, то есть $91 + 1Л7 = 238$. Значит, Л — это 4.

Оказывается, вот какой хитроумный пример был:

$$\begin{array}{r}
 728 \quad - \quad 98 \quad = \quad 630 \\
 8 \quad \times \quad 49 \quad = \quad 392 \\
 \hline
 91 \quad + \quad 147 \quad = \quad 238
 \end{array}$$

Действительно, арифметическая мозаика — переплетение шести арифметических примеров с общими числами!

4. Геометрические головоломки.

Затем слово было предоставлено Грише. Он рассказал о геометрических головоломках. Оказывается, в умелых руках обыкновенный, хорошо нам знакомый квадрат становится удивительной фигурой: он может быть превращён в другую фигуру или же в несколько других фигур, имеющих порой занимательную форму.



Гриша показал нам большой квадрат, разрезанный на 7 частей.

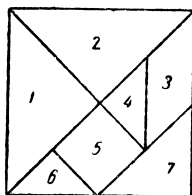
Затем из этих частей он сложил 3 равных квадрата.

— А ну-ка, из тех же частей сложите прямоугольник, — предложил нам Гриша.

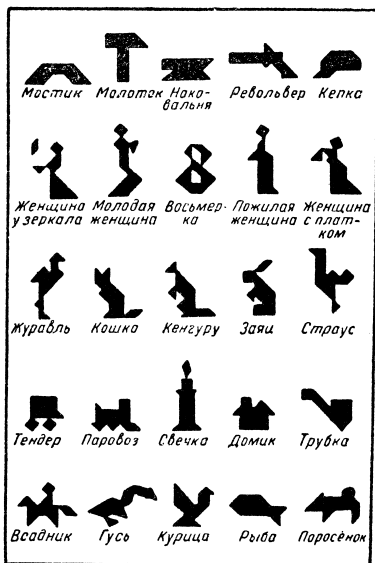


Не все догадались, как это сделать. Но всё-таки я сообразил, что после выполнения Гришей первого задания вторая задача решается очень просто: надо лишь придвинуть друг к другу полученные квадраты.

Затем Гриша рассказал, что, по преданию, ещё несколько тысяч лет тому назад китайский учёный очень остроумно разрезал квадрат на 7 частей. Из этих частей квадрата можно составить множество фигур-силуэтов самой причудливой формы, употребляя для составления каждой фигуры все семь частей квадрата.



Гриша показал нам, как составить силуэты домика, трубки и зайца. Однако можно составить так много фигур-силуэтов, что создалась даже игра-гололомка «танграм», получившая широкое распространение, в особенности на своей родине — в Китае. Там эта игра известна так же широко, как, например, у нас шахматы. Устраиваются даже специальные состязания на составление наибольшего количества фигур с наименьшей затратой времени. Победители получают специальные призы.

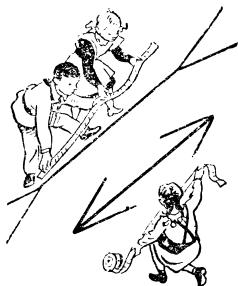


Затем Гриша предложил нам составить силуэты кенгуру и журавля. Мы охотно взялись за эту работу, и скоро нам удалось это сделать.

Силуэты остальных фигур, показанных Гришей на плакате, мы решили составить дома: ведь это же интересное развлечение.

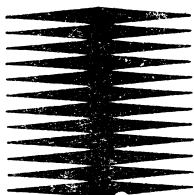
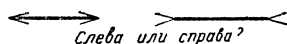
Можно и нам организовать состязание, подобно тому как это делают китайские школьники, только каждому надо приготовить свой квадрат, разрезанный на указанные части.

5. Зрительные иллюзии.

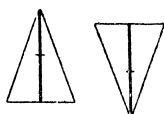


Затем слово было предоставлено Нине. Она решила проверить наш глазомер и наблюдательность. Показала плакат с несколькими отрезками и попросила определить на глаз, какой из отрезков короче, а какой длиннее.

Как ни странно, но все мы ошиблись в определении на глаз, какой из отрезков каждой пары длиннее.



Длина или ширина?



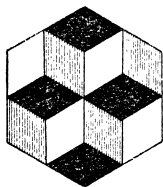
Верхняя или нижняя часть?



Горизонтальный или вертикальный отрезок?

И каково же было наше удивление, когда мы убедились измерением, что все отрезки попарно равны между собой!

После этого Нина предложила нам рассмотреть такой рисунок.



Затем спрашивает, что изображено на рисунке. А зачем спрашивать-то, и так ведь ясно, что нарисованы три кубика.

— Верно, — подтверждает Нина, — нарисованы три кубика. Только как они расположены?

— Два внизу и один сверху, — говорю я.

— Нет, наоборот, — возражает Ваня, — два сверху и один внизу.

Все присутствующие разделились на два лагеря: одни согласились со мной, а другие с Ваней. Затем я внимательно посмотрел на рисунок ещё раз и говорю:

— А ведь и в самом деле два кубика сверху и один внизу.

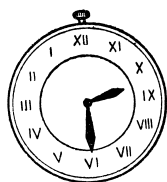
Ваня тоже подумал и вдруг говорит:

— Нет, ты был прав: два кубика внизу и один сверху.

И снова мы заспорили, кто же из нас прав: два кубика или один кубик нарисован сверху. Но, оказывается, на одном и том же рисунке можно увидеть и два, и один кубик сверху; в то же время один и два кубика снизу. Всё дело в том, как ты настроишься смотреть: если свет, по-твоему, падает справа, то увидишь один кубик сверху и два кубика внизу; если же свет, по-твоему, падает слева, то увидишь два кубика сверху и один внизу. Вот так фокус! Нина говорит, что это не фокус, а зрительная иллюзия, обман зрения. И выходит, что даже собственным глазам и то не всегда можно доверять, а надо измерять да проверять.

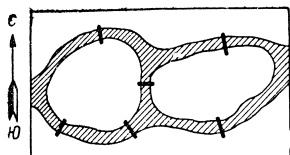
После этого Нина показала нам рисунок циферблата больших часов и спросила, сколько времени показывают эти часы. Большинство из нас, не задумываясь, ответили: «Половина третьего». Потом я подумал: «Что это она такой лёгкий вопрос задала? Тут, наверное, какой-нибудь подвох есть!»

И в самом деле, когда мы разобрались в обозначениях на циферблате, то оказалось, что часы показывают половину десятого, а стрелки на этих часах вращаются в противоположном направлении, по сравнению с обычными. Нина говорит, надо быть более наблюдательным, не полагаться на первое, порой обманчивое впечатление. Наблюдательность очень нужна человеку в жизни, и её можно развивать с помощью тренировки, как и память.



6. Головоломка с мостами.

В заключение Нина предложила нам такую головоломку: «Город разделён рекой на четыре части: северную, южную, восточную и западную. Через реку перекинута 6 мостов, как показано на рисунке. Ученик решил обойти все мосты, побывав на каждом из них



только по одному разу. Как это сделать?»

Примечание. Обойдя мосты, ученик может оказаться не в «своей» части города.

Мы стали соображать. Оказывается, всё дело в том, где живёт этот ученик: из южной и восточной части города можно совершить такой обход, а из северной и западной нельзя.

— Дома, — говорит Нина, — добавьте на рисунке ещё один мост:

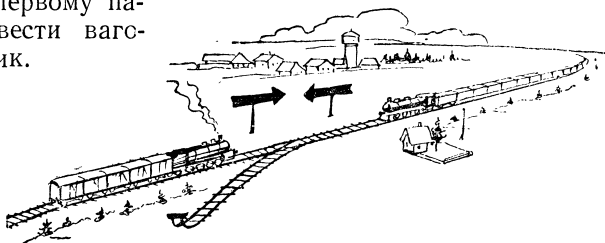
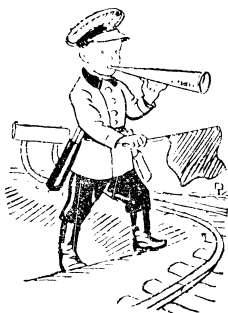
1) так, чтобы можно было совершить переход через мосты из любой части города;

2) так, чтобы совсем нельзя было совершить переход через мосты, побывав на каждом по одному разу.

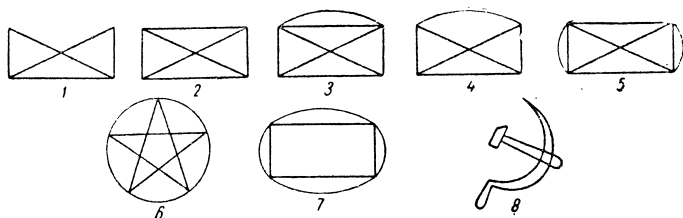
7. Головоломка с поездами.

Нину сменила Маша. Она предложила нам решить такую головоломку: «На маленьком полустанке однопутной железной дороги встретились два поезда: полный состав и паровоз с пятью вагонами. Как разойтись поездам, если на полустанке имеется тупик, вмещающий паровоз с двумя вагонами?»

Все принялись за решение. В ход были пущены даже палочки (вместо вагонов). Оказывается, паровозу с пятью вагонами придётся пять раз бегать к тупику и обратно, чтобы освободить дорогу полному составу; да и полный состав не сразу двинется в дальнейший путь, а сначала поможет первому паровозу завести вагоны в тупик.

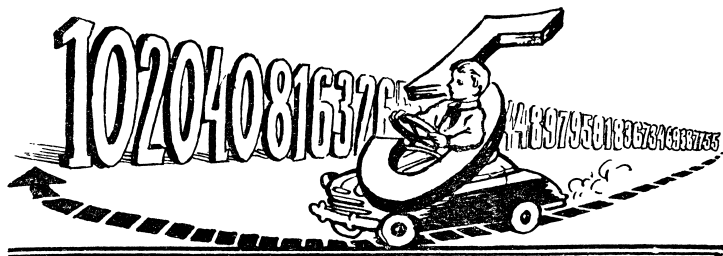


— Поскольку сегодняшнее наше занятие, — говорит Маша, — посвящено в основном геометрическим головоломкам, предложу вам ещё такую задачу для решения дома: не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну и ту же линию дважды, попробуйте начертить следующие фигуры:



При вычерчивании этих фигур учтите, что не каждую из них можно начертить, строго соблюдая условия задачи. Иначе говоря, поставленная задача не во всех случаях разрешима. Разберитесь в этом самостоятельно, вычерчивая указанные фигуры.

Вот так головоломка! Будет над чем подумать на досуге.



ГЛАВА ДЕСЯТАЯ,

в которой утверждается, что математические способности можно развивать и притом в школьные годы.

1. Знаменитые математики и вычислители.

Зима полностью вступила в свои права. Начались морозы, и я по неосторожности простудился. Проболел я гриппом чуть ли не целых десять дней. В это время состоялся пионерский сбор, посвящённый русскому языку, но я, к сожалению, не мог на нём присутствовать. Павлик потом рассказывал мне, что сбор прошёл очень интересно: ребята не только декламировали стихи, читали интересные рассказы, но и поставили пьесу.

Дома я тоже не очень скучал: читал художественные книги, «Пионерскую правду», книги по занимательной математике, слушал радио. Ребята часто навещали меня. К очередному занятию математического кружка я был совсем здоров.

На этот раз Василий Сергеевич рассказал нам о знаменитом математике Карле Фридрихе Гауссе, который жил с 1777 по 1855 год.

Оказывается, он уже в ранние годы обнаружил блестящие способности по математике. Когда ему было 6 лет, он устно очень быстро вычислил сумму всех целых чисел от 1 до 100, удивив тем самым не только своих школьных товарищей, но и учителя. Маленький Карл рассуждал так: «Каждая пара чисел, которые одинаково отстоят от концов (например, 1 и 100, 2 и 99, 3 и 98 и т. д.), составляет в сум-

ме 101, а так как таких пар 50, то нужно 101 умножить на 50, получится 5050».

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 50 + 51 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = \\ & = 101 \times 50 = 100 \times 50 + 1 \times 50 = 5000 + 50 = 5050 \end{aligned}$$

Не удивительно, что при таких способностях по математике Карл впоследствии стал всемирно известным математиком.

После рассказа Василий Сергеевич решил проверить наши способности и предложил нам вычислить устно сумму всех целых чисел от 1 до 200. Конечно, после объяснения учителя вычислять легко. А вот как самому догадаться и найти лучший способ решения!

Я считал так же, как и Карл: 1 да 200 будет 201, 2 да 199 — тоже 201, 3 да 198 — опять 201 и т. д. Значит, все пары чисел будут давать в сумме по 201, а таких пар будет сто. Поэтому нужно 201 умножить на 100, получится 20 100.



Затем Василий Сергеевич рассказал, что известный вычислитель Араго обладал необыкновенным природным дарованием. Он, например, умножение $4729 \times 4729 \times 4729$ выполнил в уме менее чем в одну минуту. А ведь в результате здесь получается 12-значное число 105 756 712 489! Произведение же 679321×887064 он вычислил в уме за полторы минуты!

Да, вот это способности! Мы-то, наверное, за одну минуту не смогли бы запомнить даже сами числа 4729, 679321, 887064, а тем более число 105 756 712 489.

Василий Сергеевич говорит, что знаменитый немецкий вычислитель Рюкле выучил наизусть число, состоящее из 504 цифр, в течение 35 минут. Другой известный немецкий вычислитель Браунс выучил наизусть то же число даже менее чем в 13 минут. Вот так память!

Затем мы решили проверить свою память на числа. Один ученик назвал число 12, другой повторил это число и добавил своё — 50, третий повторил оба этих числа и

добавил своё число — 76 и т. д. Когда образовался ряд из 5—6 чисел, все мы стали ошибаться. Оказывается, память-то у нас на числа совсем плохая.

— Не отчаивайтесь, — говорит Василий Сергеевич, — память можно и нужно развивать. А для этого необходимо тренироваться: ну, например, почаще проводить игры, подобные только что проведённой; стараться запоминать интересные числа о достижениях нашей науки и техники и т. д. Однако не особенно увлекайтесь этим: человеку нужна не столько механическая память, сколько умение логически рассуждать, умение соображать. Вот и посмотрим, как вы умеете соображать. Внимательно рассмотрите вот этот ребус и попробуйте его разгадать.

КРИЗИС	ЭТАП
ЭТАП	
	ЭЕТ
ЗИЕИ	
ИЕНА	
ЭССИС	
ЭЭЗНИ	
ЭПЕЕ	

2. Хочешь научиться соображать — будь внимателен и наблюдателен.

— Сразу видно, что первая цифра частного Э — это 1, — говорю я, — так как первое вычитаемое равно делимому. Ну, а теперь значение какой буквы можно разгадать?

— Каждую букву Э в примере замените цифрой 1, — говорит Василий Сергеевич. — А теперь обратите внимание на первое вычитание...

Вижу, что из К вычитали 1, а в остатке числа нет, значит, нуль.

— Что же выходит, что и буква К означает 1? — спрашиваю я Василия Сергеевича.

— Не забывайте, — отвечает он, — что разные буквы означают и разные цифры.

Смотрю ещё внимательнее. Если К не может быть единицей, значит, К — это 2, а при вычитании из Р числа Т приходилось занимать из К (из 2) одну единицу.

— Правильно, — подтверждает Василий Сергеевич. — К — это 2. А теперь обратите внимание на последнее вычитание...



— С — это 3, — говорит Павлик.

— Почему? — спрашиваем мы.

— Смотрите: от С отнимали 1 (Э) и в остатке получилась 1 (Э), значит, С — это 2 или 3 (если из С занимали единицу). Но 2 — это К, значит, С — это 3.

— Верно, — говорит Василий Сергеевич. — Молодец! А теперь обратите внимание на второе вычитание...

Подумав, Маша говорит:

— А — это нуль, так как когда от И отнимали А, то получилось без изменения И.

— Верно, — одобрил Василий Сергеевич. — Замените цифрами разгаданные буквы, а затем вы сразу узнаете значение буквы Е.

— Е — это 5, — соображает Валя, — так как при вычитании из Е числа 2 (К) получилось в остатке 3 (С). Смотрите на второе вычитание!

— Верно, — подтверждает Василий Сергеевич. — А теперь ещё раз посмотрите на последнее вычитание, и вы разгадаете значение ещё одной буквы.

— И — это 8, — догадывается Маша, — так как при вычитании из 13 (1С) числа И в остатке получилось 5 (Е).

— Правильно, — говорит Василий Сергеевич. — А теперь из второго вычитания вы можете узнать значение ещё одной буквы...

— 3 — это 9, — соображает Нина, — так как при вычитании из 3 числа 8 (И) в остатке получается 1 (Э).

— Тоже правильно, — подтверждает Василий Сергеевич. — Ну, а теперь внимательно посмотрите ещё раз на первое вычитание, и вы разгадаете значения остальных букв.

— П — это 4, — быстро сообразил Коля, — так как при вычитании из 9 (З) числа П в остатке получилось 5 (Е).

— Ведь умножая вторую цифру частного (5) на последнюю цифру делителя, должны получить 20, — сказал я.

Однако значения букв Р и Т я разгадал не сразу. Видно, что Т больше Р: при вычитании Т из Р пришлось занимать единицу из 2 (К). Вот я и соображаю: а какие цифры мы ещё не подставляли вместо букв? Нуль — это А, 1 — это Э, 2 — это К, 3 — это С, 4 — это П, 5 — это Е, 6 — не знаем, 7 — тоже ещё не знаем, 8 — это И, 9 — это З. Так вот оно в чём дело: Р и Т — это 6 и 7! Но так как Т больше Р, то Т — это 7, а Р — это 6.

Хотел было я рассказать о своём решении, как вдруг слышу голос Павлика:

— Если последнюю цифру частного умножить на 4 и на 0, то должно получиться 28 (К И). Значит, Т — это 7.

«Ай да Павлик, — думаю. — Молодец!» Я всё-таки рассказал и о своём способе решения, хотя, конечно, Павлик решил лучше, быстрее. Итак, мы разгадали решение такого примера: КРИЗИС : ЭТАП = ЭЕТ (остаток ЭПЕЕ):

$$268983 : 1704 = 157 \text{ (остаток } 1455\text{)}.$$

Чтобы удостовериться, что ребус разгадан верно, мы сделали проверку: частное умножили на делитель, а к полученному произведению прибавили остаток — и получили как раз делимое 268983.

3. Задачи на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению.

Затем Василий Сергеевич предоставил слово Ване Симанову.

— Давайте порешаем задачи, — начал он. — Слушайте и соображайте. «Который час?» — спросил Витя у отца. «А вот сосчитай: до конца суток осталась третья часть того времени, которое прошло от их начала». Который же час был тогда?

Мы не сразу догадались, как решить эту задачу. Тогда Ваня немного подсказал нам:

— Так мы же недавно решали похожие задачи на уроках, задачи на части.

После этого вызвался решать задачу Коля Фомин.

— Время, — начал он, — которое осталось до конца суток, — это одна часть: осталось меньше, чем прошло. Прошедшая же часть суток вдвое больше, — значит, она составляет три такие части. Всего же в сутках 1 да 3 будет 4 равные части, то есть 24 часа. Ну, а теперь дело сделано: на 4 части приходится 24 часа, значит, на 1 часть придётся в 4 раза меньше, а уменьшение числа в несколько раз выполняется делением:

$$24 \text{ часа} : 4 = 6 \text{ часов}.$$

Итак, до конца суток оставалось 6 часов, а это значит, что прошло уже 18 часов, то есть 12 часов до полудня и 6 ча-

сов после полудня. Как видно, было 6 часов вечера, и пошёл с е д ь м о й час.

— Задачу Коля решил хорошо, — заключил Ваня. — А вот ещё задача. «Сколько тебе лет?» — спросил внук дедушку. «Если проживу ещё половину того, что я прожил, да ещё 1 год, то мне будет 100 лет», — ответил дедушка. Сколько лет дедушке?

Мы немного подумали, затем Валя Аушева говорит:

— Эта задача почти такая же, только вот мешает 1 год.

— Ну что же, освободись от этого года, — советует Ваня.

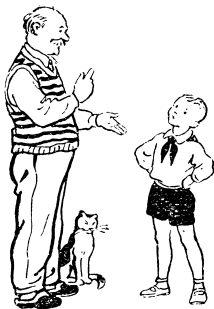
— Тогда получается, — вслух рассуждает Валя, — что годы дедушки да их половина вместе составляют уже не 100, а 99 лет. Ну, а дальше всё ясно: половина лет дедушки — это 1 часть, все его годы — 2 части (в целом — две половины). Значит, 99 лет составляют 3 равные части, а на одну часть придётся $99 \text{ лет} : 3 = 33 \text{ года}$. Половина лет дедушки — это 33 года. Всего же ему 66 лет.

$$66 + 33 + 1 = 100.$$

Задача решена верно!

— Молодец, Валя! — похвалил её Василий Сергеевич. — Теперь ты, наверное, решишь любую задачу на части, и тебе не страшна контрольная работа.

Да, ведь и в самом деле скоро конец полугодия, и нам придётся писать такую работу. Однако я теперь не очень боялся контрольных работ: даже во время болезни я вполне самостоятельно и притом правильно выполнял все домашние задания.



В это время Ваня рассказал нам содержание задачи, которую нужно решить дома: «Летела стая гусей, а навстречу им гусь, кричит: «Здравствуйте, сто гусей!» В ответ

ему говорит передний гусь: «Нет, нас не сто гусей! Вот если бы нас было столько, сколько теперь, да ещё столько, да ещё половина, да ещё четверть нашей стаи, да ещё ты, гусь, с нами, тогда было бы сто гусей. А теперь, сколько нас, смекни сам!»

4. Удивительные числа.

Подошла моя очередь выступать. Я предложил ребятам хитроумную головоломку об удивительном числе: «Последняя цифра некоторого числа 4. Эту цифру переставили на первое место слева, впереди остальных, отчего получилось число, в 4 раза большее. Найти первоначальное число».



— Как же решать эту задачу, — удивились ребята, — если мы ничего не знаем об остальных цифрах?

— А ведь теперь мы умеем цифры заменять буквами, — подсказываю я. — Вот и запишем указанные числа с помощью букв. Для облегчения решения задачи знайте, что искомое число — шестизначное.

После этого мы записали на доске такие числа:

АБВГД4 — искомое число,

4АБВГД — число после перестановки последней цифры.

Записанные числа мы прочитали: АБВГД4 — А сотен тысяч Б десятков тысяч В тысяч Г сотен Д десятков 4 единицы; 4АБВГД — 4 сотни тысяч А десятков тысяч Б тысяч В сотен Г десятков Д единиц. После этого мы записали, что второе число больше первого в 4 раза:

$$4АБВГД = АБВГД4 \times 4$$

— Если число АБВГД4 умножить на 4, то какое число получится? — спрашиваю я ребят.

— Получится число 4АБВГД, — отвечает Маша.

— Ну, вот и давайте у м н о ж а т ь число АБВГД4 на 4, — говорю я. — Для начала умножения числа у нас есть: во множимом 4 единицы, а множитель — тоже 4.

— 4 умножить на 4, получится 16, — отвечает Ваня.

$$\begin{array}{r} \times \text{АБВГД}4 \\ 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

— Так, 6 единиц пишем под единицами, а 1 десяток при-
считаем к десяткам, — продолжаю я. — Значит, в про-
изведении 4АБВГД 6 единиц, то есть $D = 6$.
А что выражает Д во множимом АБВГД4?

— Во множимом Д десятков, — отвечает Павлик.

— Значит, теперь можно вместо Д десятков поставить 6
и продолжить умножение, — заключаю я.

$$\begin{array}{r} \times \text{АБВГД} \\ 4 \\ \hline 56 \end{array}$$

— Четырежды шесть да один в уме, получится 25, —
отвечает Нина.

— 5 десятков пишем под десятками, а 2 сотни присчи-
таем к сотням, — продолжаю я. — Значит, в произведении
4АБВГД десятков 5. А что это значит?

— Значит, Г равно 5, — соображает Валя.

— Во множимом заменим Г цифрой 5 и продолжим
умножение, — говорю я. — Четырежды пять да два в уме,
сколько будет?

$$\begin{array}{r} \text{АБВ}564 \\ \times \quad 4 \\ \hline 256 \end{array}$$

Но тут ребятам стало уже всё ясно, и Коля Кривоспиц-
кий закончил решение головоломки вполне самостоятельно.

$$\begin{array}{r} \text{АБ}2564 \\ \times \quad 4 \\ \hline 0256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{А}02564 \\ \times \quad 4 \\ \hline 10256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102564 \\ \times \quad 4 \\ \hline 410256 \end{array}$$

Вот оно, это удивительное число: 102564. Если в нём
переставить цифру 4 с последнего места на первое, то полу-
чится число 410256, как раз в 4 раза большее первоначального.

— Обратите внимание на следующее, — добавил Ва-
сильий Сергеевич. — Если к числу 102564 приписать один,
два, три и т. д. раз то же самое число, то получится но-
вое число (уже 12-, 18-, 24-значное и т. д.), обладающее
тем же самым свойством. Например:

$$102564102564 \times 4 = 410256410256.$$

Иначе говоря, число 102564 — это лишь **наименьшее** число, обладающее таким интересным свойством; его не назвать **периодом**.

Затем я сообщил ребятам, что есть ещё и другие удивительные числа, обладающие подобным свойством. Эти числа оканчиваются цифрами 2, 3, 5 и т. д. Однако и так просто и не так скоро можно найти, потому что они слишком многозначны. Число, оканчивающееся цифрой 8, — 13-значное (и это лишь первый период!); число, оканчивающееся цифрой 2, — 18-значное, цифрой 7 — 22-значное, цифрой 3 — 28-значное, цифрой 5 — 42-значное, цифрой 9 — 44-значное, цифрой 6 — 58-значное. Последние три числа-периода так велики, что мы с вами даже прочитать их не сумеем, так как они содержат от 14 до 20 классов. Вот эти числа:

102 040 816 326 530 612 244 897 959 183 673 469 387 755,
10 112 359 550 561 797 752 808 988 764 044 943 820 224 719,
1 016949152 542372881355 932203389830 508474576271 186440677966.

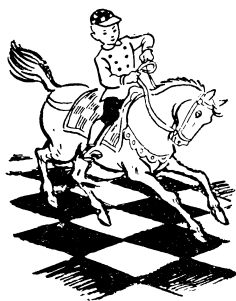
— Кто интересуется, пусть найдёт самостоятельно остальные удивительные числа, — закончил я своё сообщение. — Кто хочет, тот добьётся; кто ищет, тот всегда найдёт!

А БВГ ДЕЖ ЗИК ЛМ8 $\times 8 = 8$ АБВ ГДЕ ЖЗИ КЛ!

5. Ходом коня.

Меня сменил Вася. Он предложил нам головоломку о шахматной доске. Прежде всего Вася спросил, кто из нас умеет играть в шахматы. Подняли руку семь человек.

Тогда он показал всем нам шахматную доску и разъяснил, как ходит шахматный конь. После этого предложил решить такую задачу:



«Один начинающий шахматист усердно старается перевести шахматного коня из левого нижнего угла шахматной доски (с поля a1) в правый верхний угол (на поле h8), так чтобы конь побывал на каждой клетке доски только по одному разу. До сих пор это ему не удалось сделать.

А удастся ли ему когда-нибудь это сделать?»

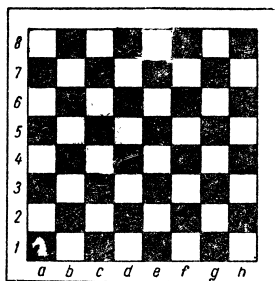
Кто-то хотел было уже идти к столу, чтобы выполнить это задание, но Вася говорит:

- Эту задачу решить вообще нельзя. Объясните, по-

Мы задумались, но никто не мог догадаться, в чём тут крет. Тогда нам помог Вася:

— Смотрите, на какое поле может стать конь, если он стоит, например, на чёрном поле.

Оказывается, с центрального чёрного поля конь может пойти на любое из восьми полей, но все они белого цвета; значит, с каждым ходом коня изменяется цвет поля, на которое он попадает. Однако и эта подсказка нам ни о чём не говорила. Тогда Вася ещё немного помог:



— А сколько ходов должен сделать конь, чтобы попасть в противоположный угол доски?

После этой подсказки кое-кто из нас уже догадался, почему данную задачу нельзя разрешить. Оказывается, конь должен сделать всего 63 хода — не чётное число ходов. Первым ходом он попадёт на белое поле, потому что стоит на чёрном поле; вторым ходом — на чёрное поле, третьим — снова на белое и т. д. После 63-го хода конь окажется на белом поле, а ему нужно быть на чёрном поле — в верхнем правом углу! Значит, выполнить требуемое не сможет не только начинающий шахматист, но и ни один гроссмейстер.

6. Смекните!

— Как вы знаете, — продолжал Вася, — в декабре стало очень холодно. Чтобы истопить печь, мы с братом-пятиклассником Юрой часто пилим дрова и колем их сами. Пила у нас острая (сами ведь точим!), а козлы не очень длинные, сантиметров 40. Вчера мы с братом распиливали тонкое бревно длиной в 2 м на поленья длиной по 25 см. «Сколько же раз мы будем с тобой отпиливать поленья, чтобы распилить всё бревно?» — спрашивает меня Юра. «Как сколько? — отвечаю я. — Восемь раз: ведь в 2 м по 25 см содержится 8 раз». Затем я немного подумал и испра-



вился: «Нет, не 8, а только 7 раз, потому что последние 50 см бревна мы распилим сразу на два полена». «А нельзя ли проще и немного быстрее выполнить работу? — спрашивает меня Юра. — Например, нельзя ли распилить это бревно на поленья лишь за три приёма?» Тогда я ещё немного подумал и сообразил, как это сделать. Смейните и вы, как мы с братом распилили бревно...

Быстрее всех сообразил Петя Панкратов: ему тоже приходится часто заниматься такой работой. А некоторые из нас не сразу догадались, что т о н к и е брёвна можно распиливать одновременно не по одному, а по два — ч е т ы р е.

— У нас с подружками был интересный случай, — говорит Галя. — К Ёлке мы решили приготовить себе новые ленты. И вот мы, 12 подружек, пришли в магазин и попросили продавца отмерить каждой из нас по 1 м голубой ленты. Можно было бы, конечно, каждой отмерить по 1 м ленты в о т д е л ь н о с т и, но на это ушло бы лишнее время: пришлось бы к куску ленты прикладывать метр 12 раз да отрезать 12 раз. (А за нами ещё стояли покупатели.) Продавец же, не задумываясь, приготовил 12 отдельных метров ленты о ч е н ь б ы с т р о. Собообрази-те, как он это сделал?

Первой сообразила Нина (она не была в числе упомянутых 12 подружек):

— Продавец намотал на метр, которым измеряют длину отреза, 12 м ленты, а затем сделал всего лишь два разреза: в начале и в конце метра, и у него получилось 12 о т д е л ь н ы х метров ленты.

— Верно, — подтверждает Галя, — продавец действовал именно так. А где ещё применяется подобный способ разрезания материи?

Я вспомнил, что при посещении швейной мастерской мы видели, как закройщик готовит партии отрезков на костюмы или платья и т. д. Он отрезает не по одному куску одновременно, а по три-четыре и даже



более (в зависимости от того, каков материал — тонкий или толстый, мягкий или грубый). Вот и оказывается, что ко всему нужно внимательно присматриваться, во всё нужно вдумываться, чтобы научиться хорошо решать не только арифметические, но и другие жизненные задачи.

В заключение занятия мы провели игру «Хоп!». Победитель определился не скоро: ошибались теперь очень немногие и очень редко, да и то лишь из-за слишком быстрого темпа игры. Победитель Валя Козлов оказался на сей раз самым внимательным.

Так прошло наше последнее занятие в I полугодии.

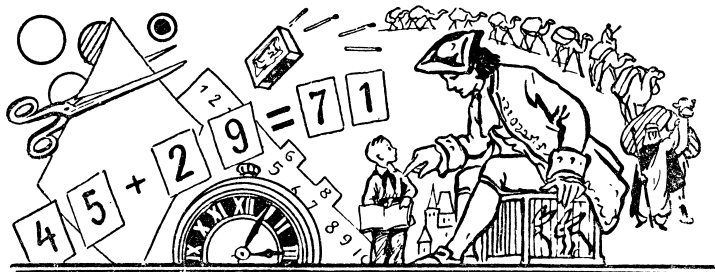
* * *

После этого мы всем классом стали готовиться к встрече Нового года, к Ёлке, к зимним каникулам.

Новый год встретили с круглыми «пятёрками» не только Павлик, Маша, Гена, Коля и Петя, как в первой четверти, но и ещё трое учащихся нашего класса: Вася, Нина и я. Так что своё обещание, данное пионервожатому, я выполнил.

После зимних каникул я решил не рассказывать подробно о занятиях нашего кружка, так как это утомительно и отнимает много времени, а стал записывать только сами задачи и головоломки, содержание игр и фокусов, а также других вопросов, которые мы разбирали на кружке. К концу года у меня получился целый «сборник занимательных задач»!

И если ты, читатель, являешься учеником четвертого класса и наберёшься терпения решить самостоятельно эти задачи, то, несомненно, будешь знать арифметику лучше, чем ты знал её раньше.



Часть 2

I. ГОЛОВОЛОМКИ.

1. Из разрезных цифр составлено равенство:

$$\boxed{7} \boxed{3} - \boxed{2} \boxed{6} = \boxed{5} \boxed{8}$$

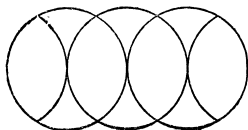
Как видно, равенство неверное. Перемещая цифры, исправьте это равенство.

2. (Шутка.) Из разрезных цифр составлено равенство:

$$\boxed{4} \boxed{5} + \boxed{2} \boxed{9} = \boxed{7} \boxed{1}$$

Как видно, равенство снова неверное. Перемещением цифр исправить это равенство можно, однако для этого нужно делать слишком много перемещений цифр (убедитесь в этом сами). Попробуйте-ка исправить это равенство в одно мгновение. Заменять карточки новыми нельзя.

3. На рисунке вы видите три пересекающихся круга. Каждый из них разделён на 4 части. Всего, как видно, получилось десять частей.



В образовавшиеся части кругов разместите десять начальных целых чисел так, чтобы сумма чисел в каждом круге оказалась одинаковой; в данном случае она может быть равна 22 (простейший случай), 23 и 24, а также 20 и 21.

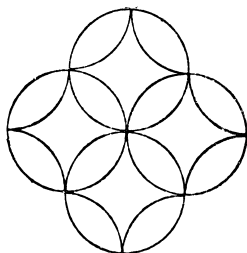
В четыре таких круга разместите целые числа от 1 до 13 так, чтобы сумма чисел в каждом круге равнялась 28 (простейший случай). Однако в данном случае сумма чисел в каждом круге может равняться и 25, и 26, и т. д. до 31.

Подобные цепочки можно составить из чисел от 1 до 16 (5 кругов), из чисел от 1 до 19 (6 кругов) и т. д.

4. На рисунке вы видите четыре своеобразно пересекающихся круга (орнамент). Каждый из них разделён на 5 частей.

В образовавшиеся 16 частей разместите целые числа от 1 до 16 так, чтобы сумма чисел в каждом круге оказалась одинаковой (от 37 до 48).

5. Перед вами 7 строк последовательно расположенных цифр:



$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } 1 \ 2 \ 3 \\ \text{б) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ \text{в) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \\ \text{г) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \\ \text{д) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \\ \text{е) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ \text{ж) } 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \end{array} \right\} = 1$$

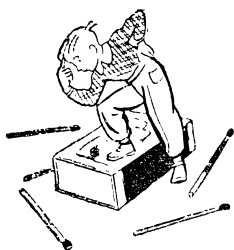
Не меняя порядка расположения цифр, поставьте между ними знаки действий так, чтобы в результате этих действий в каждой строке получилось бы по 1. При этом отдельные действия можно заключать в скобки. Если понадобится, то две рядом стоящие цифры можно считать двузначным числом.

6. Положите на стол 3 кучки спичек. В одну кучку положите 8 спичек, в другую — 3 спички и в третью — 1 спичку. Перекладывая спички из одной кучки в другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 4 спички. Это возможно, так как общее число спичек (12) делится на 3 без остатка; но при этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней есть или сколько стало после перекладывания. Например, если в кучке 3 спички, то и добавлять к ней можно только 3 спички; если в кучке 1 спичка, то добавлять можно 1 спичку.

Задача решается тремя перемещениями.

7. К 5 спичкам добавьте ещё 5 спичек так, чтобы получилось 3. К 5 спичкам добавьте ещё 4 спички так, чтобы получилось 100. К 2 спичкам добавьте ещё 2 спички так, чтобы получилось 101.

8. Из спичек сложено число $\square\square\square$. Не изменяя количества спичек, уменьшите это число в три раза.



9. Из спичек сложено число сто десять. Не изменяя количества спичек, увеличьте это число в девять раз.

10. Из спичек составлено равенство:

$$VI - IV = XI$$

Как видно, равенство неверное, так как получается, что $6 - 4 = 11$. Как переложить одну спичку, чтобы получилось правильное равенство? Как переложить две спички, чтобы получилось тоже верное равенство?

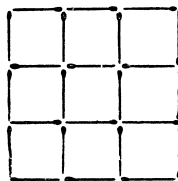
11. Как объяснить такие записи:

$$\begin{array}{ll} 3 + 3 = 11, & 12 + 13 = 30, \\ 5 + 5 = 12, & 14 + 17 = 33? \end{array}$$

12. Каждая спичка имеет длину 4 см 5 мм.

Как из 15 спичек сложить метр?

13. На столе лежат 3 спички. Попробуйте удалить среднюю спичку из середины, не трогая ее.



14. Из 24 спичек составлен квадрат с 9 квадратными ячейками. Требуется:

а) убрать 4 спички так, чтобы оставшиеся образовали 1 большой и 4 маленьких квадрата;

б) образовать 5 равных квадратов, убрав 4 спички;

в) образовать 3 квадрата, убрав 6 спичек.

15. В четырёхугольной комнате поставьте 10 стульев так, чтобы у всех стен стояло поровну.

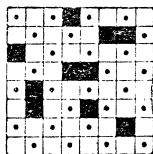
16. Расставьте 12 человек в 6 рядов так, чтобы каждый ряд состоял из 3 человек. (Ряды могут иметь различные направления.)

17. Начертите на бумаге пять прямых линий и разложите на них 10 монет так, чтобы на каждой линии лежало по 4 монеты.

18. 8 точек расположены по сторонам квадрата так, как показано на рисунке. Сколько прямых можно провести через эти точки (прямая должна проходить не менее чем через 2 точки)?

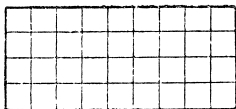
19. Расположите ещё 1 точку в центре предыдущего квадрата. Перечеркните теперь все точки 4 прямыми отрезками, не отрывая карандаша от бумаги.

20. На рисунке дан план небольшого сада (точки — «деревья»). Садовник обработал все деревья подряд. Начал он с верхней правой (угловой) клетки и обошёл одну за другой все клетки как занятые деревьями, так и свободные, ни разу не возвращаясь на пройденную клетку и не перепрыгивая через них. На заштрихованных клетках он не был, так как там помещались различные строения. Начертите путь садовника.

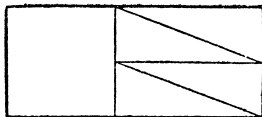


21. Фигуру лунного серпа требуется разделить на 6 частей, проведя всего лишь 2 прямые линии. Как это сделать?

22. Не отрывая карандаша от бумаги, разделите прямоугольник данного вида (см. чертёж) на такие 2 части, из которых можно сложить квадрат.



23. Начертите прямоугольник данного вида, разрежьте, как указано на чертеже, и из полученных частей составьте квадрат.



24. Начертите прямоугольник длиной 9 см и шириной 4 см и вырежьте его. Затем разрежьте прямоугольник на 3 прямоугольника так, чтобы из них можно было составить квадрат.

25. Кузнецу принесли 6 обрывков цепи, по 4 звена в каждом обрывке, и заказали соединить их в одну цепь. Кузнец хотел было расковать по одному звену на каждом



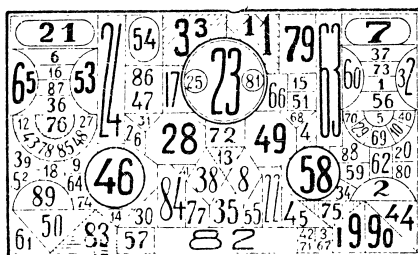
обрывке, но сообразил, что работу можно выполнить быстрее. Сколько звеньев расковал кузнец и как он соединил все обрывки в цепь?

26. Поставьте перед собой зеркало так, чтобы в нём отражался лист бумаги и попробуйте нарисовать, глядя в зеркало, такие фигуры:



27. На циферблатных весах, которые имеются в продуктовых магазинах, написано: «Разрешается взвешивать от 50 граммов». Можно ли взвесить на этих весах, не нарушая правила, покупку весом в 30 или 40 граммов? Как это сделать на чашечных весах, если нет гирек менее 50 граммов?

28. На предлагаемой таблице изображены числа от 1 до 90. Нужно разыскать и назвать их по порядку (1, 2, 3, 4 и т. д.) в возможно более короткий срок, отсчитываемый по часам.



Если тебе удастся найти последовательно все числа за 5 — 10 минут, то ты исключительно зоркий и наблюдательный человек.

II. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ.

1. Спутник Земли делает один оборот за 1 час 40 минут. Однако другой оборот он совершает за 100 минут. Как это объяснить?

2. Двое играли в шахматы 2 часа. Сколько времени играл каждый?

3. Что дороже: килограмм гривенников или полкилограмма двугривенных?

4. В доме 7 этажей одинаковой высоты. Во сколько раз лестница на седьмой этаж длиннее, чем лестница на четвёртый этаж?

5. Расстояние между телеграфными столбами равно 50 м. Сколько телеграфных столбов нужно установить на расстоянии в 500 м?

6. От куска сукна длиной в 36 м продавец отрезает каждому покупателю по 3 м. Сколько раз продавец будет отрезать по 3 м, пока не распродаст это сукно?

7. а) Сторона квадратной изгороди равна 10 м. Чему равна длина всей изгороди?

б) Вдоль сторон этой изгороди через каждые 2 м установлены столбики. Сколько столбиков установлено вдоль всей изгороди?

* * *

8. Юннаты сделали для кроликов несколько клеток. Если кроликов помещать по 3 в клетку, то 2 кролика останутся без клетки. Если же кроликов помещать по 4 в клетку, то для 1 клетки не хватит 2 кроликов. Сколько было у юннатов кроликов и сколько они сделали клеток?

9. Моя бабушка очень любит день своего рождения и празднует его каждый раз. В 1960 году она отпраздновала четырнадцатый раз день своего рождения. В каком году родилась бабушка?

10. — Который теперь час? — спросила Надя у отца. — А вот сосчитай: до конца суток осталась пятая часть того времени, которое прошло от их начала.

Который был час тогда?

11. (Старинная задача.) Собака гонится за кроликом, который находится в 150 футах от неё (фут — это старинная мера длины, равная примерно 30,5 см). Собака делает прыжок в 9 футов каждый раз, когда кролик прыгает на 7 футов.



Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

12. (Старинная арабская задача.) Старик араб, имевший ий трёх сыновей, завещал им поделить принадлежавшее ему стадо верблюдов так, чтобы старший сын взял половину, средний — треть и младший — девятую часть стада. Умер старик и оставил 17 верблюдов. Сыновья начали делить их по завещанию, но оказалось, что число 17 не делится



ни на 2, ни на 3, ни на 9. Не зная, как им поступить, братья обратились к шейху (старшине племени). Тот приехал к ним на своём верблюде, пробыл недолго и разделил наследство «так, как завещал старик-отец». Как он это сделал?

13. (Старинная греческая задача.) Ослица и мул шли вместе, нагруженные мешками равного веса. Ослица жаловалась на тяжесть ноши.

— Что ты жалуешься? — сказал мул. — Если ты дашь мне один твой мешок, моя ноша станет вдвое больше твоей, а если я тебе дам один свой мешок, наши грузы только сравняются.

Сколько мешков было на ослице и сколько — на муле?

14. Л. Н. Толстой был не только великим русским писателем, но и учителем крестьянских детей в Ясной Поляне. Он составил учебник арифметики для учащихся начальной школы. Вот задача из «Арифметики» Л. Н. Толстого: «Мужик вышел пешком из Тулы в Москву в 5 ча-

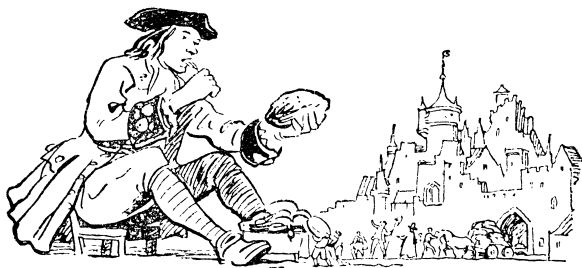
сов утра. В 12 часов выехал барин из Тулы в Москву. Мужик идёт 5 вёрст в каждый час, а барин едет 11 вёрст в каждый час.

На какой версте барин догонит мужика?» (Верста — старинная русская мера длины, немного больше километра.)

15. Длина забора квадратной географической площадки выражается таким числом линейных метров, что оно равно числу квадратных метров в площади квадрата. Каковы размеры географической площадки?

16. Строительный кирпич весит 4 кг. Сколько весит игрушечный кирпичик из того же материала, все размеры которого в 4 раза меньше?

17. В книге Джонатана Свифта «Путешествия Гулливера» рассказывается, что Гулливер каждый день съедал



хлеба и мяса больше, чем 1728 лилипутов; это высчитал один учёный, которого пригласили в тайный совет, потому что он очень хорошо умел считать.

Почему Д. Свифт выбрал именно число 1728?

При решении учтите, что в стране лилипутов люди были ростом в два пальца, что составляет примерно 15 см, а Гулливер имел рост примерно 1 м 80 см.

18. Там же рассказывается, что для прокормления Гулливера каждый день на рассвете к старому замку пригоняли целое стадо скота — шесть быков, сорок баранов и много всякой мелкой живности.

«Правдоподобен» ли этот рассказ?

Учтите, что чистый вес обыкновенной бычьей туши равен примерно 200 кг, а вес бараньей туши 30 кг; в Лилипутии же быки и бараны были примерно в 2000 раз легче обыкновенных.

19. В той же книге рассказывается: «Постель для Гулливера изготовили лучшие местные мастера. Они принесли в замок шестьсот матрацев обыкновенной, лилипутской величины. По сто пятьдесят штук сшили они вместе и сделали четыре больших матраца в рост Гулливера. Их положили один на другой, но всё-таки Гулливеру было жёстко спать».

Почему здесь взято именно число 150?

20. Один из членов научной экспедиции — любитель занимательных задач — рассказывает: «Однажды мы разбили палатку в очень интересном месте. Закончив работу, я вышел из палатки и направился прямо на юг. Пройдя 5 км, я установил нужные приборы, а затем пошёл строго на восток. Пройдя 5 км, я установил новые приборы, а затем пошёл строго на север. Пройдя 5 км, я оказался как раз у своей палатки.

Другой раз мы разбили палатку в ещё более интересном месте. Закончив работу, я вышел из палатки и направился прямо на юг. Пройдя 6 км, я установил нужные приборы, а затем пошёл строго на восток. Пройдя 6 км, я посмотрел на показания только что установленных мной приборов, а затем пошёл строго на север. Пройдя 6 км, я оказался как раз у своей палатки».

Правдоподобен ли этот рассказ?

21. Самолет «ТУ-114» вылетел из Москвы в Вашингтон ровно в 7 часов утра 15 сентября 1959 года. Когда он приземлился на аэродроме в Вашингтоне в тот же день, то часы, установленные на самолёте, показывали 7 часов 21 минуту вечера. Однако часы, установленные на аэродроме, показывали 12 часов 21 минуту дня.

1) Сколько времени летел самолёт из Москвы в Вашингтон?

2) Как объяснить расхождение в показаниях часов, установленных на самолёте «ТУ-114» и на аэродроме в Вашингтоне?

22. Какое число?

Половина — треть его. Какое это число?

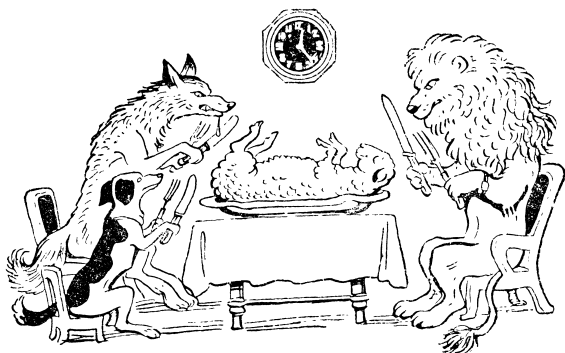
23. За книгу заплатили 2 рубля и ещё половину стоимости книги. Сколько стоит книга?

24. Когда пассажир проехал половину всего пути, то лёг спать и спал до тех пор, пока не осталось ехать половину того пути, что он проехал спящим. Какую часть всего пути он проехал спящим?

25. Сын спросил отца, сколько ему лет.

— Ну-ка, сообрази: если к половине моих лет прибавишь 7, то узнаешь, сколько мне было 12 лет тому назад.

26. (Старинная задача.) Лев может съесть овцу за 2 часа, волк — за 3 часа, а собака — за 6 часов. За какое время они вместе съели бы овцу?



27. В одной узбекской деревне каждый житель разговаривает либо по-узбекски, либо по-русски, либо на обоих языках. $\frac{9}{10}$ жителей разговаривают по-узбекски, $\frac{2}{5}$ жите-

лей разговаривают по-русски. Какая часть жителей деревни разговаривает на обоих языках?

28. Колхозник перевозил на подводе сено из-за реки. За 20 минут он проехал от луга как раз половину того расстояния, которое оставалось проехать до моста через реку. Когда колхозник отъехал от моста на 4 км, ему осталось проехать до села как раз половину того расстояния, которое он проехал от моста. Оставшуюся часть пути колхозник проехал за час. Каково расстояние от села до луга? (Длину моста в расчёт не принимать.)

29. Ученик, фотограф-любитель, отпечатал за четыре дня несколько карточек. За первый день он отпечатал половину всех карточек и ещё половину карточки; за второй день — половину остатка и ещё половину карточки, за третий день — половину нового остатка и ещё половину карточки, наконец, за четвёртый день — половину последнего остатка и ещё половину карточки. Разумеется, поло-

вину фотокарточки он отпечатать не мог и каждый раз печатал по целому числу карточек.

Сколько всего фотокарточек отпечатал ученик за четыре дня?

* * *

30. Первая в России печатная книга вышла в свет в Москве в 1653 году. Сколько лет уже печатаются у нас книги?

31. Первый поезд в России пошёл из Петербурга в Москву в 1846 году. Сколько лет ходят уже в России поезда?

32. Сколько лет Ленинграду (бывший Петербург)? Он основан Петром Великим в 1703 году.

33. Сколько лет Москве? Она основана Юрием Долгоруким в 1147 году.

34. Великий русский писатель Л. Н. Толстой прожил 82 года. В XIX веке он прожил на 72 года больше, чем в XX веке. В каком году родился и в каком году умер Л. Н. Толстой?

35. Восстание декабристов произошло в XIX веке. В каком году произошло это событие, если известно, что от начала XIX века до этого года прошло в 3 раза меньше времени, чем от этого года до начала XX века?

36. Радиотелеграф был изобретён А. С. Поповым в XIX веке. В каком году было сделано это изобретение, если известно, что от начала XIX века до этого года прошло в 19 раз больше времени, чем от этого года до начала XX века?

37. В октябре 1959 года было передано на Землю с космической ракеты изображение обратной стороны Луны.

Через сколько лет после изобретения радио было получено изображение невидимой стороны Луны? (Использовать ответ, полученный в предыдущей задаче.)

III. ИГРЫ.

1. Лото. Прямоугольный лист плотной бумаги делится на 6 клеток. В клетках пишутся числа, например:

200	5	840
15	600	83

На маленьких карточках пишутся примеры, ответы для которых записаны на листе, например:

50×4	$350 : 70$	$480 + 360$
$180 : 12$	40×15	$200 - 117$

Каждый играющий изготавливает для себя карту и соответствующие маленькие карточки.

Все маленькие карточки перемешиваются и кладутся текстом вниз. Игроки по очереди берут по маленькой карточке, читают пример, записанный на ней; все решают этот пример. Тот игрок, на карте которого имеется число, равное полученному результату, накрывает это число маленькой карточкой.

Кто раньше накроет все числа на своей карте, тот выигрывает. После этого игроки обмениваются картами, и игра возобновляется.

2. Игра «Быстрый счёт». Играющие усаживаются в кружок. Один игрок бросает другому, например, мяч и при этом называет какой-либо пример, скажем: $180 - 90$. Игрок, к которому попал мяч, должен быстро произнести ответ и затем бросить мяч тому, кому он пожелает, также задавая ему какой-либо пример, и т. д.

Игрок, который 3 раза давал неверный ответ, выбывает из игры. Если пример задан очень трудный, то его решает тот, кто задал; и в случае неверного ответа ему засчитывается ошибка. Побеждает тот, кто до конца игры не делает более двух ошибок.

3. Кто возьмёт последний предмет? На стол кладутся 20 предметов, например карандашей. Играющие, 2 человека, по очереди берут по 1—5 предметов. Выигрывает тот, кто возьмёт последний предмет.

4. Кто первый скажет «сто»? Играющие (2 человека) по очереди называют числа — любые от 1 до 10 включительно — и прибавляют к ним число, сказанное предыдущим товарищем по игре, например: 1-й игрок — 8, 2-й — 14 (прибавил 6), 1-й игрок — 24 (прибавил 10), 2-й игрок — 31 (прибавил 7) и т. д.

Выигрывает тот, кто первый скажет «сто». Эту игру можно проводить на счётах. Выигрывает тот, кто первый отложит число 100.

5. Занимательные квадраты.

10	20	30
40	50	60
70	80	90

а) В девяти клетках квадрата записаны по порядку числа: 10, 20, 30, ..., 80, 90. Кто быстрее переставит числа так, чтобы по всем строкам, столбикам и с угла на угол везде была одинаковая сумма?

б) В 25 клетках квадрата расставлены цифры 1 — 5 так, как это показано на рисунке. Требуется переместить эти цифры так, чтобы суммы чисел во всех строках и столбиках были одинаковы и чтобы в строке или в столбике не встречались одинаковые цифры.

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5

в) Числа 1, 2, 3, ..., 15, 16 разместите в 16 клетках квадрата так, чтобы сумма чисел каждой строки и каж-

1	.	.	13
.	.	.	.
.	.	.	.
4	.	.	16

дого ряда равнялась 34. (Числа 1, 4, 13 и 16 поместите в угловых клетках квадрата.)

6. На своё место. Перенумеруйте девять фишек числами от 1 до 9. Расставьте фишки на специальном поле так, чтобы номера клеток и фишек совпадали, только

фишку 1 поместите в клетку 10, а клетку 1 оставьте свободной.

Не снимая фишек с поля, а только перемещая их на соседние клетки, переведите фишку с цифрой 1 на клетку 1.

		А		Б		В			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(1)	

Можно временно ставить по одной фишке в клетки А, Б и В. «Перепрыгивать» одной фишкой через другие нельзя.

7. Тренировка памяти. Количество играющих не ограничено. Один из участников называет какое-либо число. Второй участник должен повторить это число и добавить своё число. Третий повторяет эти два числа и добавляет своё, новое число и т. д. Когда каждый выполнит условие игры по одному разу, то повторяет все числа первый участник и добавляет ещё одно число, затем это делает второй, третий и другие. Количество чисел нарастает. Если кто-либо из участников ошибся — пропустил одно из назван-

ных чисел или назвал их не по порядку и т. п., то он выходит из игры. Так постепенно, один за другим выходят из игры участники, пока не останется один — победитель.

Тот, кто назначен «судьёй», записывает названные числа (чтобы не было спора среди игроков).

IV. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ФОКУСЫ.

1. Как узнать имя?

Надо пронумеровать наиболее распространённые имена. Получится, например, такой список:

1. Саша	9. Володя	17. Люда	25. Оля
2. Андрюша	10. Галя	18. Маша	26. Павлик
3. Аня	11. Женя	19. Миша	27. Римма
4. Боря	12. Катя	20. Надя	28. Слава
5. Валя	13. Зина	21. Наташа	29. Стёпа
6. Валера	14. Ваня	22. Коля	30. Тома
7. Вера	15. Костя	23. Нина	31. Юра
8. Витя	16. Лида	24. Олег	

Затем следует в «волшебную» таблицу (о её устройстве и применении смотри на стр. 94) вместо чисел 1, 2, 3, ..., 30, 31 поставить соответствующие имена. Получится новая «волшебная» таблица. Кто-либо должен назвать номера столбиков, в которых записано его имя. Отгадчик складывает соответствующие числа и получает номер имени, а затем, глядя в свой список, угадывает и само имя (лучше всего запомнить номера имён, чтобы не заглядывать в список).

Например, названы IV, III и I столбики; надо сложить числа 8, 4 и 1; получится 13; значит, задумано имя Зина.

V	IV	III	II	I
Лида	Витя	Боря	Андрюша	Саша
Люда	Володя	Валя	Аня	Аня
Маша	Галя	Валера	Валера	Валя
Миша	Женя	Вера	Вера	Вера
Надя	Катя	Катя	Галя	Володя
Наташа	Зина	Зина	Женя	Женя
Коля	Ваня	Ваня	Ваня	Зина
Нина	Костя	Костя	Костя	Костя
Олег	Олег	Надя	Маша	Люда
Оля	Оля	Наташа	Миша	Миша

Павлик	Павлик	Коля	Коля	Наташа
Римма	Римма	Нина	Нина	Нина
Слава	Слава	Слава	Павлик	Оля
Стёпа	Стёпа	Стёпа	Римма	Павлик
Тома	Тома	Тома	Тома	Стёпа
Юра	Юра	Юра	Юра	Юра

2. Как угадать возраст? Пусть играющий умножит число своих лет на 10, затем любое однозначное число умножит на 9, от первого произведения отнимет второе произведение, а разность сообщит отгадчику. В этом числе отгадчик цифру единиц складывает с цифрой десяти; получается число лет.

Примеры: 1) $12 \times 10 - 4 \times 9 = 120 - 36 = 84$,
 $8 + 4 = 12$. Ответ: 12 лет.
 2) $37 \times 10 - 8 \times 9 = 370 - 72 = 298$,
 $29 + 8 = 37$. Ответ: 37 лет.

Объяснение:

$12 \times 10 - 4 \times 9 = 12 \times 10 - 4(10 - 1) = 12 \times 10 - 4 \times 10 + 4 = 12 \text{ дес.} - 4 \text{ дес.} + 4 = (12 - 4) \text{ дес.} + 4$.
 Но $(12 - 4) + 4 = 12$.

Примечание. Играющий должен быть не моложе 8 лет.

3. Как узнать задуманное число, ничего не спрашивая? Первый ученик задумывает какое-либо двузначное число и записывает его на листочке бумаги, второй ученик приписывает к этому числу слева и справа ещё по такому же числу, третий — делит получившееся число на 3, четвёртый — делит частное на 7, пятый — делит новое частное на 13, шестой ученик делит новое частное на 37 и передаёт свой результат отгадчику. Отгадчик, не разворачивая бумажки, передаёт первому ученику задуманное им число.

Объяснение. Если к любому двузначному числу приписать слева и справа то же самое число, то получится новое, шестизначное число, в 10101 раз большее первоначального, например:

$$272727 : 27 = 10101 \text{ (проверьте это сами).}$$

Число же 10101 равно произведению чисел 3, 7, 13, 37 (убедитесь в этом сами). Значит, например, число 272727 делится без остатка и на 3, и на 7, и на 13, и на 37. Если же его разделить последовательно на 3, 7, 13 и 37, то оно уменьшится в 10101 раз, то есть в частном получится 27.

4. На той же основе можно угадать слова из какой-либо книги.

Отгадчик должен предварительно запомнить из книги первое слово на страницах 3, 7, 13 и 37 или на страницах 13, 21 (3×7) и 37. Один из учащихся записывает какое-либо двузначное число, затем приписывает к нему слева и справа ещё по такому же числу, полученное число делит последовательно на 3, 7, 13 и на первоначальное двузначное число, затем открывает книгу на странице, выраженной полученным **ч а с т н ы м** (в данном случае на 37-й странице), и находит **п е р в о е** слово на этой странице. Отгадчик, заранее зная это слово, «угадывает» его.

Другие учащиеся должны делить получившиеся у них шестизначные числа на иные делители: на 3, 7, 37 и на задуманное число (получится 13); на 3, 13, 37 и на задуманное число (получится 7); на 7, 13, 37 и на задуманное число (получится 3) и т. п.

5. Число из любимой цифры. Спросите, у кого какая любимая цифра (например, 5). Предложите выполнить умножение числа 15873 на 35 (любимая цифра, умноженная на 7) или числа 12345679 на 45 (любимая цифра, умноженная на 9). Получится произведение, записанное только любимой цифрой.

Объяснение: 1) $15\,873 \times 7 = 111\,111$,
 $111\,111 \times 5 = 555\,555$, значит, $15\,873 \times 35 = 555\,555$.
2) $12\,345\,679 \times 9 = 111\,111\,111$, $111\,111\,111 \times 5 =$
 $= 555\,555\,555$, значит, $12\,345\,679 \times 45 = 555\,555\,555$.

6. Математические забавы из «Арифметики» Л. Магницкого.

Забавы в «Арифметике» Л. Магницкого составляют особую главу «Об утешных неких действиях, чрез арифметику употребляемых». Здесь, например, описывается, как узнать, **к т о** из присутствующих взял кольцо (перстень), на какой **п а л е ц** надел его и на какой именно **с у с т а в** пальца.

Пусть, например, в отсутствие отгадчика кольцо взял 6-й ученик и надел его на 3-й сустав безымянного пальца (то есть 4-го пальца). (О номерах присутствующих, пальцев и суставов нужно особо договориться.) Является отгадчик и предлагает кому-либо выполнить устно или письменно следующие действия: номер взявшего кольцо умножить на 2; к произведению прибавить 5; сумму умножить на 5;

к полученному числу прибавить номер пальца; результат умножить на 10; к произведению прибавить номер сустава; результат сообщить отгадчику. От этого числа отгадчик отнимает 250, и в остатке первая цифра слева — это номер взявшего кольцо, вторая — номер пальца, третья — номер сустава.

Объяснение: $[(6 \times 2 + 5) \times 5 + 4] \times 10 + 3 = 893$

$$893 - 250 = \begin{array}{r} 643 \\ - 250 \\ \hline \end{array} \quad 6 \times 2 \times 5 \times 10 = 600$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$5 \times 5 \times 10 = 250$$

7. В той же главе описывается, как узнать задуманный день недели. Пусть кто-нибудь задумал, например, четверг — четвёртый день недели (считая понедельник первым днём недели, а воскресенье — седьмым). Отгадчик предлагает выполнить устно следующие действия: номер задуманного дня умножить на 2, к произведению прибавить 5, полученную сумму умножить на 5, к полученному числу приписать в конце нуль; результат сообщить отгадчику.

Из этого числа отгадчик вычитает 250, и число сотен будет номером задуманного дня.

Объяснение: $[(4 \times 2 + 5) \times 5] \times 10 = 650$

$$650 - 250 = \begin{array}{r} 650 \\ - 250 \\ \hline \end{array} \quad 4 \times 2 \times 5 \times 10 = 400$$

$$5 \times 5 \times 10 = 250$$

8. Математическая забава М. Ю. Лермонтова.

М. Ю. Лермонтов был не только великим поэтом, но и большим любителем математики. Чтобы доставить удовольствие окружающему обществу, он узнавал число, ничего не спрашивая у собеседника, а предлагая ему выполнить некоторые арифметические действия, например: задумать какое угодно число, прибавить к нему 25, прибавить ещё 125, отнять 36, вычесть задуманное число, остаток умножить на 5, полученное число разделить на 2; получится 285.

$$\text{Объяснение: } (A + 25 + 125 - 36 - A) \times 5 : 2 = \\ = (150 - 36) \times 5 : 2 = 114 \times 5 : 2 = 285.$$

Как видно, при производстве вычитания задуманное число A исключается, и собеседник выполняет остальные дей-

ствия только над теми числами, которые даёт ему сам отгадчик.

Вместо чисел 25, 125, 36, 5 и 2 можно брать, конечно, и другие числа, но тогда и ответ будет иной. Например, задумать число, умножить его на 5, затем умножить на 2, прибавить 19, отнять 11, в получившемся числе отбросить все десятки, остаток разделить пополам, наконец, прибавить 6; получится 10.

V. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ РЕБУСЫ.

Восстановите недостающие цифры:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 123. \quad \text{б) } 8614.. \quad \text{в) } .63. \quad \text{г) } .60.87. \\ \begin{array}{r} .3.1 \\ 3.12 \\ \hline 8867 \end{array} \quad \begin{array}{r} .3..64 \\ .50.839 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25.6 \\ 1.54 \end{array} \quad \begin{array}{r} .513.7 \\ 74..47 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 6. \quad \text{е) } ..5 \quad \text{ж) } \\ \begin{array}{r} ... \\ .. \\ .. \\ \hline ...6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1.. \\ 2..5 \\ 13.0 \\ \hline 4.77. \end{array} \quad \begin{array}{r} .. \\ 34.7 \\ 8... \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{з) } 1.8.30 \mid .1. \quad \text{и) } ..56. \mid 235 \\ \begin{array}{r} .2.5 \\ ...3 \\ 3.2. \\ \hline .30 \\ .3. \end{array} \quad \begin{array}{r} \mid .. \\ \\ \end{array} \end{array}$$

2 Расшифруйте ребусы:

$$\begin{array}{rcl} \text{а) } \text{ЛУГ} & - & \text{УЖ} = \text{ЛАД} \\ : & + & - \\ \text{Г} \times \text{ДО} & = & \text{ЖОО} \\ \hline \text{ЮГ} + \text{ЕЖА} & = & \text{ЖЕГ} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \text{б) } \text{РОЗА} & - & \text{СОЯ} = \text{ЯСНО} \\ : & + & - \\ \text{Д} \times \text{ВОЗ} & = & \text{ВВОД} \\ \hline \text{ОУВ} + \text{ЗУУР} & = & \text{ЗОУН} \end{array}$$

3. Отгадайте задуманное слово, состоящее из 10 букв, в, соответствующих цифрам 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Для этого расшифровать ребус:

АРАБЕСКА	ЛУПА
ЛУПА	ЕУЕСБ
СЛБЛЕ	
СБИБЛ	
КРБС	
ЛУПА	
ЕЛЕПК	
ЕСКИК	
ПСЛРА	
ПСЕАБ	
УЕУ	

4. Отгадайте задуманное слово, состоящее из 10 букв, кв, соответствующих цифрам 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Для этого расшифровать ребус:

ВОССТАТЬ	СВЕТ
СВЕТ	ППЕТА
ЩЦВТ	
СВЕТ	
ОПЪА	
РЩСПС	
ССТСТ	
СППРП	
ОАРАЪ	
ОЕВВР	
ПЩРА	

5. Расшифруйте запись:

2649835768 5102896 50276 5 89139194.

Для этого разгадать ребусы:

ПРОПУСК	ТЕНИ	ДЕБУЛЕК	МОСТ
ТЕНИ	ТПРС	МОСТ	МЕТД
ООИУ		МДМЛЕ	
РКНП		ММТМТ	
ИИЕС		ВДЛК	
СИЕЕ		СКУД	
ННКК		МСУТ	
НОЕУ			
ОНК			

Из первого ребуса значение букв подставить в первые два слова шифровки, а значение букв из второго ребуса подставить в остальные слова шифровки.

VI. ЧИСЛА С ИНТЕРЕСНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ.

1. Рассмотрите такой случай умножения двух чисел: $48 \times 159 = 7632$. Что особенное вы замечаете в этих числах? Попробуйте и вы подобрать ещё несколько таких примеров.

2. Решите примеры:

$9 + 9$	9×9	12×42	21×24
$24 + 3$	24×3	12×63	21×36
$47 + 2$	47×2	12×84	21×48
$263 + 2$	263×2	13×62	31×26
$497 + 2$	497×2	23×96	32×69
	24×63	42×36	
	24×84	42×48	
	26×93	62×39	
	36×84	63×48	
	46×96	64×69	

Что особенное вы замечаете в числах и результатах действий в каждой паре столбиков?

3. Числовая карусель. Число 142857 умножьте на 2, 3, 4, 5, 6. Чем интересны полученные произведения?

4. Число 1 012 658 227 848 умножьте на 8, число 105 263 157 894 736 842 умножьте на 2.

5. Число 15873 умножьте на 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 и 63. Число 12345679 умножьте на 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 и 81.

Чем интересны полученные произведения?

6. Решите примеры:

$1\ 111\ 111\ 101 : 9$	$4\ 567\ 901\ 193 : 37$	$37\ 505\ 013 : 79$
$8\ 888\ 888\ 889 : 9$	$4\ 184\ 026 : 538$	$704\ 374 : 317$

Что особенное вы замечаете в каждом из частных?

7. (Устно). На какую длину вытянется полоска, составленная из всех миллиметровых квадратиков одного квадратного метра, приложенных друг к другу вплотную?

8. (Устно). На сколько километров возвышался бы столб, составленный из всех миллиметровых кубиков одного кубометра, положенных один на другой?

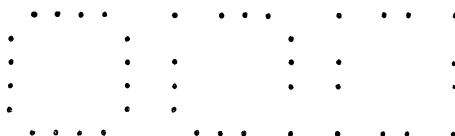
О Т В Е Т Ы.

Ч А С Т Ь 1

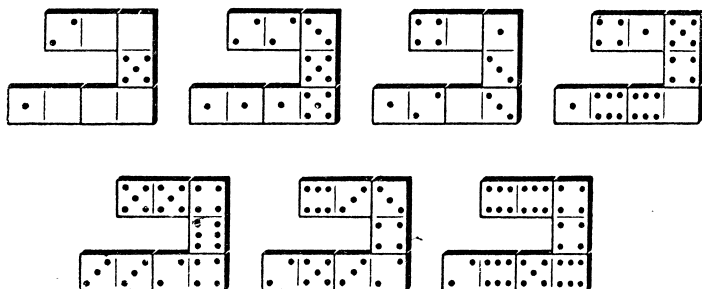
К стр. 26. Торт следует разрезать так:



К стр. 41. Ученики перемещались так:



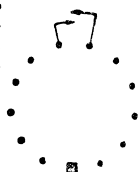
К стр. 44. Из всех 28 костей домино можно составить следующие примеры на умножение:



К стр. 35. От привязи можно освободиться так:



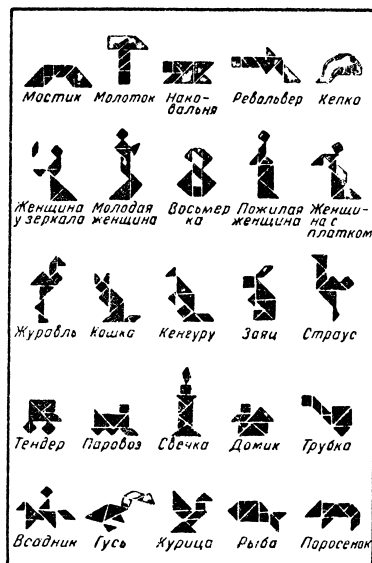
К стр. 70. Чтобы открыть ларец, надо нажимать кнопки, начиная с седьмой кнопки, считая против часовой стрелки от квадратной кнопки; чтобы закрыть его, надо нажимать кнопки, начиная с седьмой кнопки, считая по часовой стрелке от квадратной кнопки.



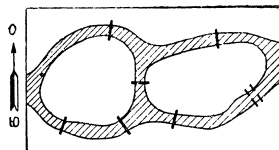
К стр. 98. Записи сделаны по пятеричной системе счисления.

К стр. 118. Поросят 12, гусей 18; кроликов 12, фазанов 23.

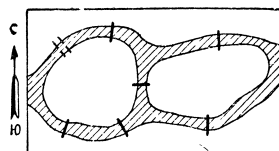
К стр. 123.



К стр. 126. Из любой части города можно обойти мосты, соблюдая условие задачи, при таком положении седьмого моста:



Задача не разрешима при таком положении нового моста:



К стр. 126. Паровоз с двумя вагонами движется мимо тупика, а затем заводит вагоны в тупик. После этого полный состав движется вперёд, освобождая дорогу паровозу с двумя вагонами, и берёт на прицеп оставшиеся вагоны. Паровоз с двумя вагонами выходит из тупика и движется вперёд. Затем полный состав возвращается, заводит три вагона от первого поезда в тупик, после чего продолжает свой путь по освободившейся дороге. Паровоз с двумя вагонами возвращается в тупик за тремя вагонами, затем продолжает свой путь.

К стр. 127. Нельзя начертить, соблюдая условие задачи, только фигуры вторую и четвёртую.

ЧАСТЬ 2

I. Головоломки.

I.

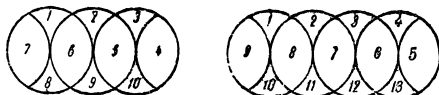
1. Возможны 4 решения: $83 - 26 = 57$, $83 - 27 = 56$,
 $83 - 57 = 26$, $83 - 56 = 27$.

2. Возможны такие перемещения, исправляющие равенство:

$$\begin{aligned} 74 + 21 &= 95, & 71 + 24 &= 95, \\ 42 + 17 &= 59, & 47 + 12 &= 59. \end{aligned}$$

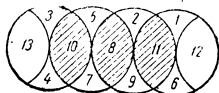
Мгновенное решение: $45 + 26 = 71$ — нужно перевернуть цифру $\overline{9}$

3. Простейшие случаи:



Пример решения в более общем случае.

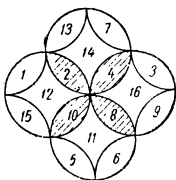
Пусть нужно решить головоломку для четырёх кругов с суммой 30. Сумма чисел 1, 2, 3, ..., 12, 13 равна 91 (убедитесь в этом сами). В каждом круге сумма чисел равна 30, значит, в четырёх кругах она составит 120. 120 больше 91 на 29. Это объясняется тем, что круги пересекаются, и у них имеются три общих числа, которые засчитываются дважды. Поэтому разность 29 должна составить именно эти три общих числа. Такими числами могут быть, например, 8, 10 и 11 (конечно, можно брать и другую тройку общих чисел, например 7, 10 и 12 и т. п.). Располагаем числа 8, 10 и 11 в общих частях кругов, а остальные числа (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13) размещаем в кругах, подбирая их так, чтобы общая сумма четырёх чисел в каждом круге составила именно 30. Вот одно из многих возможных решений:



Другие случаи решаются подобным образом.

4. Пример решения для суммы 40.

Сумма всех целых чисел от 1 до 16 равна 136 (убедитесь в этом сами). В каждом круге сумма чисел равна 40, значит, в четырёх кругах она составит 160. 160 больше 136 на 24. Разность 24 должны составить четыре числа, содержащиеся в общих частях кругов. Такими числами могут быть, например, числа 2, 4, 8 и 10 (разумеется, можно брать и другие четвёрки чисел). Располагаем числа 2, 4, 8 и 10 в общих частях кругов, а остальные числа размещаем в кругах, подобравая их так, чтобы общая сумма пяти чисел в каждом круге составила именно 40. Вот одно из многих возможных решений (см. рисунок). Другие случаи решаются подобным образом.



5. Некоторые возможные решения:

- а) $(1 + 2) : 3$;
 б) $12 : 3 : 4$; $12 : (3 \times 4)$;
 в) $[(1 + 2) \times 3 - 4] : 5$; $(12 - 3) : (4 + 5)$; $[(1 + 2) : 3 + 4] : 5$;
 г) $(1 \times 2 + 3 - 4 + 5) : 6$; $(12 + 3 - 4 - 5) : 6$; $[12 : (3 \times 4) + 5] : 6$;
 д) $\{[(1 + 2) \times 3 - 4] : 5 + 6\} : 7$; $(12 + 3 + 4) - (5 + 6 + 7)$;
 е) $[(1 + 2) : 3 \times 4 + 5 + 6 - 7] : 8$; $[(1 + 2 + 3 + 4) \times 5] : (6 \times 7 + 8)$;
 ж) $(1 \times 2 + 3 + 4 - 5 + 6 + 7 - 8) : 9$; $(12 + 34 - 5) : (6 \times 7 + 8 - 9)$.

6. Начальное положение: 8 3 1.

Перекладываем 1 спичку в третью кучку: 7 3 2.

Перекладываем 3 спички во вторую кучку: 4 6 2.

Перекладываем 2 спички в третью кучку: 4 4 4.

7. ТРИ

□ □ □ или □ □ □
 □ □ □

8. □ □ □ : 3 = □ □ □

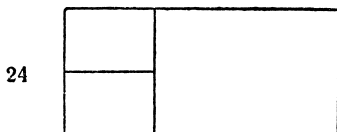
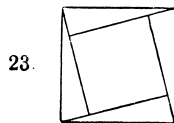
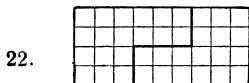
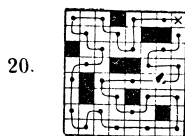
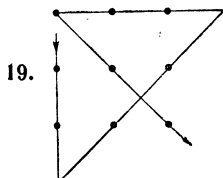
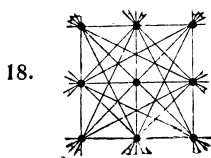
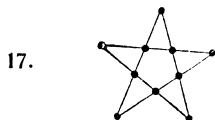
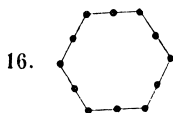
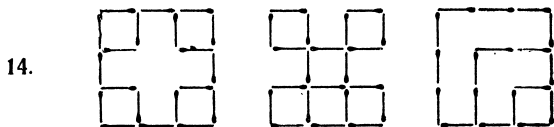
9. □ □ × 9 = X M

10. VI + IV = XI. VI + IV = IX

11. В первой строке записи сделаны по пятеричной системе счисления, а во второй — по восьмеричной системе счисления.

12. МЕТР

13. Если крайнюю спичку переложить через одну или две спички, то средняя спичка станет крайней.



25. Кузнец расковал 4 звена из одного обрывка цепи, а затем соединил ими оставшиеся обрывки цепи: между пятью оставшимися обрывками четыре промежутка.

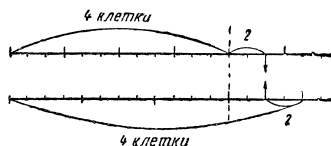
27. Можно. 1) Нужно на чашку весов положить сначала известный груз, например в 200 г; а затем уже добавит груз в 30 или 40 граммов, и весы это покажут.

2) С помощью монет в 1, 2, 3 и 5 копеек: они весят соответственно 1 г, 2 г, 3 г и 5 г.

28. У к а з а н и е: чтобы быстрее выполнить задание, полезно сначала прочесть все числа в том порядке, в каком они даны в таблице (например, по столбикам или в любом другом сочетании); после этого местоположение многих чисел будет усвоено (на это потребуется всего лишь 2—3 минуты); затем нужно называть числа по порядку: 1, 2, 3 и т. д.

II. Вопросы и задачи.

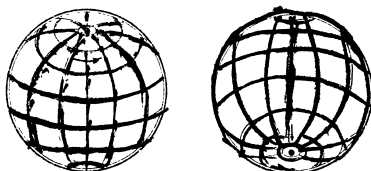
1. 1 час 40 минут составляют 100 минут.
2. Каждый шахматист играл по 2 часа: в шахматы играют двое, один с другим, и время игры у них общее.
3. Килограмм гривенников дороже полкилограмма двугривенных в 2 раза: стоимость монет определяется их весом.
4. В 2 раза: до седьмого этажа 6 пролётов, а до четвёртого этажа 3 таких же пролёта.
5. 11 столбов: 1 столб в начале линии и ещё 10 столбов через каждые 50 метров.
6. 11 раз: отрезав 10 раз по 3 м, продавец продаст 30 м сукна, а затем последний раз он разрежет 6 м сукна на две части по 3 м в каждой.
7. 40 м, 20 столбиков.
8. 14 кроликов, 4 клетки.



9. Бабушка родилась 29 февраля 1904 года.
10. 8 часов вечера.
11. 75 прыжков: 1) $9 - 7 = 2$, 2) $150 : 2 = 75$.
12. Шейх к 17 верблюдам добавил своего верблюда. Затем от 18 верблюдов выделил старшему брату половину — 9 верблюдов, среднему — треть — 6 верблюдов, а младшему — девятую часть — 2 верблюда; на своем же, восемнадцатом верблюде, шейх уехал обратно. Решение неточное: 9 больше половины 17.
13. На ослице было 5 мешков, на муле — 7 мешков.
14. На 65-й версте. Указание, данное самим Л. Н. Толстым в его «Арифметике»: «До тех пор, пока барин выехал из Тулы, сколько мужик ушёл? Сколько барин в час навёрстывал на мужике? (На сколько он приближался к мужику в каждый час?)
Во сколько же часов барин нагонит мужика?
Когда узнаешь, во сколько часов нагонит, тогда сочти, сколько часов барин ехал по 11 вёрст в час?»
15. Длина и ширина площадки 4 м.
16. 62 с половиной грамма. Если размеры кирпича уменьшить в 4 раза, то его объём (значит, и в ес!) уменьшится в $4 \times 4 \times 4 = 64$ раза.
17. Гулливер был выше лилипутов в 12 раз ($180 \text{ см} : 15 \text{ см}$). Значит, все размеры Гулливера были в 12 раз больше, чем у лилипутов. Объём же его (и потребность в пище) был примерно в $12 \times 12 \times 12 = 1728$ раз больше, чем у лилипутов.
18. Рассказ не вполне правдоподобен. Шесть обыкновенных быков и сорок баранов весят примерно 2400 кг. В Лилипутии же такое количество животных весило бы примерно 1 кг 200 г (имеется в виду чистый вес, вес мяса). Нормальный же человек съедает в день не более 500 г мяса.

19. Размеры Гулливера были в 12 раз больше, чем размеры лилипутов. Значит, площадь его постели была в $12 \times 12 = 144$ раза больше, чем у лилипутов, то есть примерно в 150 раз.

20. Рассказ правдоподобен. В первом случае палатка должна быть разбита на Северном полюсе, а во втором — вблизи Южного полюса (примерно в 7 км от него).



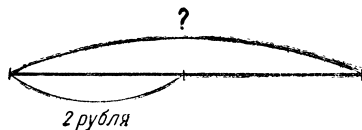
Фактически же рассказ выдуман любителем головоломок: никто из членов научных экспедиций подобных прогулок не делал, хотя советские учёные побывали и на Северном полюсе, и вблизи Южного полюса.

21. 1) Самолёт «ТУ-114» летел из Москвы в Вашингтон 12 часов 21 минуту.

2) И те и другие часы показывали время правильно. Расхождение же в показаниях часов объясняется тем, что одни часы шли по московскому времени, а другие — по в а ш и н г т о н с к о м у времени. В Москве солнце восходит и заходит р а н ь ш е, чем в Вашингтоне.

22. Полтора.

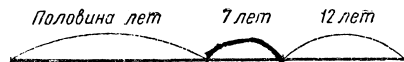
23. 4 рубля.



24. Третью часть пути, или же две шестых.



25. Отцу 38 лет.



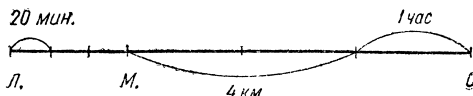
26. Лев, волк и собака вместе съели бы овцу за 1 час. Лев за 2 часа может съесть 1 овцу, а за 6 часов — 3 овцы. Волк за 3 часа может съесть 1 овцу, а за 6 часов — 2 овцы. Собака за 6 часов может съесть 1 овцу. Значит, вместе лев, волк и собака за 6 часов могут съесть 6 овец ($3 + 2 + 1$), а за 1 час — 1 овцу.

27. На обоих языках разговаривает $\frac{3}{10}$ жителей деревни.

$1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ часть жителей разговаривает только по-русски;

$\frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ части жителей разговаривает и по-русски, и по-узбекски.

28. От села до луга 8 километров.



29. Всего фотолюбитель отпечатал 15 карточек:

в первый день — 8 (семь с половиной и половина);

во второй — 4 (три с половиной и половина);

в третий — 2 (полторы и половина);

в четвёртый — 1 (половина и половина карточки).

34. Л. Н. Толстой родился в 1828 году, а умер в 1910 году.

35. Восстание декабристов произошло в 1825 году.

36. Радиотелеграф был изобретён А. С. Поповым в 1895 году.

37. Через 64 года.

V. Арифметические ребусы.

1. а)
$$\begin{array}{r} 1234 \\ + 4321 \\ \hline 3312 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 861475 \\ + 639364 \\ \hline \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 3630 \\ - 2576 \\ \hline \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 1600874 \\ - 851327 \\ \hline \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} \times 66 \\ 111 \\ \hline \end{array}$$

е)
$$\begin{array}{r} \times 325 \\ 147 \\ \hline \end{array}$$

ж)
$$\begin{array}{r} \times 1159 \\ 73 \\ \hline \end{array}$$

з) $158\,530 : 415$
и) $18\,565 : 235$

2. а)
$$\begin{array}{r} : 576 - + 72 = - 504 \\ 6 \times + 48 = - 288 \\ \hline 96 + 120 = 216 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} : 4518 - + 753 = - 3765 \\ 9 \times + 251 = - 2259 \\ \hline 502 + 1004 = 1506 \end{array}$$

3. Республика.

5. 2649835768 5102896

Пионерские ступени

ПРОПУСК : ТЕНИ

2342057 : 1896

4. Просвещать.

50276 5 89139194

ведут в комсомол

ДЕВУЛЕК : МОСТ

2057408 : 1936

VI. Числа с интересными особенностями.

1. Сомножители и произведение содержат все девять цифр без повторения.

2. Слагаемые и сомножители попарно записаны одними и теми же цифрами, без перестановки или с перестановкой цифр; результаты действий попарно также записаны одними и теми же цифрами, с перестановкой цифр.

3. При умножении числа 142857 на 2, 3, 4, 5, 6 получаются различные числа, но записаны они теми же самыми цифрами, что и, число 142857, — получается своеобразная числовая карусель.

4. Первое произведение больше множимого в 8 раз, и может быть получено из множимого с помощью простой перестановки цифры 8 с последнего места на первое. Второе произведение больше своего множимого в 2 раза, и может быть получено из множимого с помощью перестановки цифры 2 с последнего места на первое.

5. Все произведения записаны одной цифрой — или 1, или 2, или 3 и т. д. до 9, повторенной 6 раз (в первом случае) или 9 раз (во втором случае).

6. Частные записаны своеобразным соединением цифр, например 123456789 или 987654321 и т. п.

7. На целый километр: в квадратном метре содержится 1000 полосок длиной по 1 м и шириной по 1 мм.

8. На 1000 километров: в кубическом метре содержится $1000 \times 1000 \times 1000 = 1\,000\,000\,000$ кубических миллиметров, а миллиард миллиметров составляет 1000 километров.