

С. КОЛДУЭЛ  
ЛОГИЧЕСКИЙ  
СИНТЕЗ  
РЕЛЕЙНЫХ  
УСТРОЙСТВ

С. КОЛДУЭЛ

ЛОГИЧЕСКИЙ  
СИНТЕЗ  
РЕЛЕЙНЫХ  
УСТРОЙСТВ









**Switching circuits  
and  
logical design**

**SAMUEL H. CALDWELL**  
Professor of Electrical Engineering  
Massachusetts Institute of Technology

**WILEY, NEW YORK, 1958**



С. КОЛДУЭЛЛ

# Логический синтез релейных устройств

Перевод с английского

Г. К. Москатова и А. Д. Таланцева

Под редакцией

М. А. Гаврилова

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1962

## А Н Н О Т А Ц И Я

Книга известного американского ученого С. Колдуэлла представляет собой курс теории релейных устройств, охватывающий все основные аспекты этой теории в ее современном состоянии. Многочисленные задачи и упражнения, включенные в книгу, помогают читателю усвоить общие положения теории и методы анализа и синтеза релейных устройств, получивших за последние годы исключительно широкое применение. Чтение книги не требует высокой математической подготовки.

Книга, несомненно, принесет большую пользу всем занимающимся теорией релейных устройств, главным образом инженерам и научным работникам, практически использующим эту теорию для решения задач автоматики и вычислительной техники, а также студентам и аспирантам соответствующих специальностей. Она будет интересной и для математиков, занимающихся техническими приложениями математической логики.

*Редакция литературы по математическим наукам*



## ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Автоматизация производственных и других процессов является ведущей тенденцией в развитии современной техники. Исключительно большие успехи, достигнутые в последние годы в области промышленного производства, использования новых источников энергии, освоения космического пространства, создания аппаратуры для научных исследований и т. п., во многом обязаны широкому применению автоматических устройств.

Существенное значение для развития автоматизации имеет применение так называемых релейных устройств. Эти устройства ранее использовались лишь в определенной ограниченной области так называемой «релейной» техники (автоматические телефонные станции, телемеханические устройства, автоматизированный электропривод, сигнализация, централизация и блокировка на железнодорожном транспорте и т. п.) и были основаны главным образом на контактных релейных элементах. В последние годы в связи с развитием дискретных методов управления и контроля стали получать исключительно широкое применение релейные устройства, основанные на бесконтактных релейных элементах. Современные релейные устройства содержат часто десятки и сотни тысяч элементов, и поэтому интуитивные методы их синтеза, которыми пользовались раньше, стали уже непригодными. Это обстоятельство и послужило причиной возникновения нового раздела теории автоматического управления—теории логического синтеза релейных устройств.

Эта теория еще очень молода. Начало развития ее нужно отнести к 1936—1938 гг., когда советский ученый В. И. Шестаков, американец К. Шеннон и японцы А. Накасима и М. Ханзава применили для решения задач релейной техники математический аппарат булевой алгебры.

Впервые на возможность такого применения указал П. С. Эрэнфест. Еще в 1910 г. в рецензии на русский перевод книги Л. Кутюра «Алгебра логики» он написал:

«...быть может, уместно коснуться вопроса о том, не встречаются ли в физике или в технике в самом деле такие сложные системы

посылку. Мне думается, что на этот вопрос следует ответить утвердительно<sup>1</sup>. Пример: пусть имеется проект схемы проводов автоматической телефонной станции. Нужно определить: 1) будет ли она правильно функционировать при любой комбинации, могущей встретиться в ходе деятельности станции; 2) не содержит ли она излишних усложнений.

Каждая такая комбинация является посылкой, каждый маленький коммутатор есть логическое «или—или», воплощенное в эбоните и латуни; все вместе — система чисто качественных (в сети слабого тока именно не количественных) «посылок», ничего не оставляющая желать в отношении сложности и запутанности.

Следует ли при решении этих вопросов раз навсегда удовлетвориться гениальным, а по большей части просто рутинным способом пробования на графике?

Правда ли, что, несмотря на существование уже разработанной «алгебры логики», своего рода «алгебра распределительных схем» должна считаться утопией?<sup>2</sup>

Из этой цитаты можно легко усмотреть, что уже в 1910 г. были достаточно ясно сформулированы задачи синтеза и анализа структур релейных устройств почти в их современном понимании и был поставлен вопрос о существовании теории релейных устройств, базирующейся на математическом аппарате алгебры логики.

Идеи П. С. Эренфеста, к сожалению, были затем забыты, и последующие работы как в СССР (работы А. Кутти, М. Цимбалыстого, В. Розенберга и др.), так и в других странах основывались на попытках создания специальных методов или специального математического аппарата. Эти попытки успеха не имели, и их следует отнести к предыстории развития теории релейных устройств.

Начало современной теории релейных устройств, как уже указывалось, положили работы В. И. Шестакова, К. Шеннона, А. Накасимы и М. Ханзавы. Однако развитие релейной техники в то время еще не требовало широкого применения теории релейных устройств, и еще примерно в течение десяти лет эта теория находилась в зачаточном состоянии. Только с 1946—1947 гг. в СССР в связи с потребностями телемеханики и с 1951—1952 гг. в США в связи с потребностями вычислительной техники начинается современный этап развития теории релейных устройств. В 1950—1951 гг. были опубликованы первые монографии в этой области, и теория релейных устройств получила широкое развитие и практическое применение. В настоящее время она является одним из основных разделов теории автоматического управления со своими особыми методами и своими математическими и техническими проблемами.

<sup>1</sup> Выделено П. С. Эренфестом.

<sup>2</sup> Эренфест П. С., Рецензия на книгу Л. Кутюра «Алгебра логики», Журнал Русского физ.-хим. об-ва, физ. отд., 42, отд. 2, вып. 10 (1910), 382—387.



Предлагаемая вниманию читателей книга известного ученого С. Колдуэлла, профессора Массачусетского технологического института (США), обладает рядом преимуществ по сравнению с другими опубликованными за рубежом книгами в области теории релейных устройств. В ней наиболее полно по сравнению с работами других авторов описано современное состояние теории релейных устройств, причем изложение доступно для широких инженерных кругов. Автор, имеющий большой опыт преподавания теории релейных устройств, методически развивает ее, подводя читателя к пониманию весьма сложных, имеющихся в этой области задач. Большой заслугой автора является разработка многочисленных задач и упражнений, которые помогают читателю усвоить рассматриваемые в книге теоретические положения и методы анализа и синтеза релейных устройств. Достаточно исчерпывающе (по состоянию на время издания книги) изложены вопросы синтеза структуры релейных устройств на бесконтактных элементах.

Вместе с тем нужно отметить, что в книге нашли отражение главным образом работы американских ученых. Книга значительно бы выиграла, если бы в ней были освещены работы также и ученых других стран, имеющих существенные достижения в решении отдельных вопросов в теории релейных устройств (в частности, в работах советских и чешских ученых развит ряд общих методов построения мостиковых структур, значительно более сильных, чем методы, изложенные в книге С. Колдуэлла). В книге не освещены также работы советских ученых по анализу релейных устройств, содержащие весьма существенные результаты в этой области. К моменту издания книги в СССР и в США были достигнуты существенные результаты в области механизации процессов синтеза и анализа релейных устройств (в особенности, анализа), но в книге С. Колдуэлла эти вопросы совершенно не нашли отражения.

Тем не менее книга имеет много достоинств. Она явится весьма ценным дополнением к имеющимся в этой области работам советских авторов и принесет большую пользу всем работающим в области теории релейных устройств и в особенности лицам, практически использующим эту теорию для решения современных сложных задач релейной техники.

Перевод выполнили Г. К. Москатов (предисловие, главы 1—8, 15, Приложения) и А. Д. Таланцев (главы 9—14).

*М. А. Гаврилов*





## ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ АВТОРА

Многие самые удивительные релейные устройства были спроектированы и построены не на основе теории, а благодаря тому, что построившие их люди развили и организовали свой опыт, превратив его в высокое творческое искусство. Почему же тогда важно иметь теоретическую базу для проектирования релейных устройств? Что представляют собой эти устройства и какие функции они выполняют?

Пожалуй, самым первым релейным устройством, изобретенным более ста лет назад, было устройство сигнализации и блокировки для железных дорог. Оно позволило не только повысить скорость движения поездов, но и избежать аварий. При малой интенсивности движения управление с достаточной степенью безопасности может производиться стрелочниками. Однако при большой интенсивности и наличии сложных пересечений путей способность стрелочника быстро и правильно принимать решения становится недостаточной. Устройства сигнализации и блокировки исключают ошибки оператора: основная функция этих устройств заключается в том, чтобы соответствующим образом реагировать на действия, которые предпринимает оператор, разрешая или не разрешая их.

В настоящее время мы являемся свидетелями применения аналогичных устройств и для управления движением воздушного транспорта как в аэродромной зоне, так и на трассах. Особенность этих устройств заключается в том, что воздушный транспорт занимает три измерения. Людям теперь необходимы вспомогательные средства, чтобы иметь свое «третье измерение», усиливающее их способность быстро принимать решения. В течение столетия, истекшего с тех пор, как были изобретены устройства железнодорожной сигнализации и блокировки, природные способности человека в этом отношении возросли незначительно.

Таким образом, та же задача, что и сто лет назад, — задача принятия решений — стала в настоящее время значительно более актуальной. Но сейчас человек имеет и большие возможности ее решения благодаря громадному развитию релейных устройств в виде современных цифровых вычислительных машин, машин по обработке информации и т. п.

Решение проблемы управления движением на авиалиниях неизбежно должно основываться на вспомогательных средствах, повышающих способность человека принимать правильные решения в критических условиях. Это является необходимым, но недостаточным, если не все последствия принимаемых решений одинаково важны. Будучи уверенным в безошибочности какого-либо решения, человек, конечно, будет искать «лучшее» решение из всех возможных. Другими словами, нельзя ожидать, что его удовлетворит любой случайный набор безопасных решений, если он знает, что существует вычислительный процесс, который позволит найти некоторый оптимальный набор.

Эти замечания об использовании релейных устройств для управления движением на железных дорогах и в воздушном транспорте имели целью лишь подчеркнуть то обстоятельство, что основная функция релейных устройств состоит в том, чтобы помочь человеку быстро принять решение. Проектировщик подбирает компоненты релейного устройства таким образом, чтобы каждый выход (т. е. каждое решение) в точности соответствовал комбинации входов (событиям, имеющим место в данный момент времени) или даже последовательности комбинации входов (истории событий). Он, конечно, должен быть уверен в том, что учтены все комбинации и последовательности комбинаций, которые могут иметь место. При этих условиях проектировщик может осуществить синтез структуры релейного устройства, в котором реакции на выходах представляют собой заранее определенные функции воздействий на входах. Эти реакции могут быть получены с весьма высокой скоростью как для обычных, так и для особых условий.

Ставшая классической статья Шеннона «Символический анализ релейно-контактных схем» (см. [5] списка литературы к гл. 3) пробудила интерес к теории релейных устройств и стимулировала ее развитие. Труд Шеннона представил возможность дополнить искусство проектирования научными методами и таким образом повысить производительность труда проектировщиков релейных устройств. Пожалуй, еще более важным явилось развитие этого нового направления, которое способствовало более глубокому пониманию существа релейных устройств и подкрепило творческое воображение проектировщиков.

Вслед за Шенноном многие ученые внесли свой вклад в развитие теории релейных устройств. К сожалению, работы в этой области опубликованы в разных источниках, и некоторые из них трудно доступны. Одна из главных целей этой книги и состояла в том, чтобы сделать доступными как для преподавателя, так и для инженера-практика собранные в одно целое теоретические основы синтеза релейных устройств. При этом делался упор в основном на существующие в настоящее время научные методы.

В настоящей книге материал изложен в последовательности, которая была принята автором в его двухсеместровом курсе лекций по теории релейных устройств на электротехническом факультете Массачусетского технологического института. Возможна и другая последовательность изложения, в частности, можно опустить некоторые разделы или отложить их изучение.

После двух глав, содержащих вводный и описательный материал, в главе 3 сначала делается попытка изложить алгебру релейных цепей как независимую систему идей и понятий. Это особенно важно для тех, кто незнаком с математическим аппаратом, являющимся основой алгебры релейных цепей. Поскольку эта алгебра применяется к устройствам, в которых используются релейные элементы различной природы, восприятие ее не должно основываться на представлении о физической реализации, связанной с каким-либо одним типом конкретных релейных элементов. От читателя не потребуются в совершенстве владеть указанным математическим аппаратом. Достаточно, чтобы, изучив его, он ясно понял, что алгебра релейных цепей не нуждается в физической интерпретации и что именно это обстоятельство и связывает в одно целое последующее изучение структур релейных устройств, которые могут быть физически реализованы на релейных элементах самых различных типов.

Во второй половине главы 3 основные соотношения алгебры релейных цепей интерпретируются при помощи соответствующих простых контактных цепей. Эти примеры весьма элементарны. Они, однако, подготавливают читателя к последнему параграфу главы, где основные теоремы алгебры релейных цепей формулируются в терминах преобразований контактных структур, которые описываются этими теоремами. Этот процесс иллюстрирует переход от абстрактной алгебры к физической реализации ее соотношений в мире материальных соединений и элементов. Подлинное значение этой реализации раскрывается для читателя в обнаруживаемых им неожиданных преобразованиях реальных контактных структур.

В главах 4—8 и 11 рассматриваются одноконтурные релейные структуры, использующие контактные релейные элементы. Такое рассмотрение проводится прежде всего в педагогических целях. Оно дает возможность исследовать важные особенности синтеза релейных устройств, устранив ряд трудностей, связанных с техническими и физическими ограничениями, характерными для бесконтактных релейных элементов. Кроме того, преподавательский опыт автора показывает, что, когда читатель подойдет к изучению материала главы 9 (применение электронных элементов и релейных элементов, использующих явления в твердом теле), он будет уже знаком с принципами синтеза структуры релейных устройств настолько, что сможет легко воспринять особенности применения бесконтактных релейных элементов.

Глава 10, посвященная изучению кодов с точки зрения теории релейных устройств, введена с целью дать читателю некоторые основы понимания задач синтеза одного из важнейших классов релейных устройств.

Глава 11 (итеративные структуры) завершает изучение одноктактных релейных устройств. Синтез структур таких устройств содержит много задач, представляющих большой интерес для специалистов в области релейной техники. Он является удобным средством подхода к матричным методам синтеза.

Действие одноктактных релейных устройств можно рассматривать как некоторую последовательность операций в пространстве. Это понятие непосредственно приводит к изучению релейных устройств, работающих в определенной последовательности во времени, т. е. многотактных устройств, которые рассматриваются в остальных главах.

Основной задачей, которая ставится при синтезе многотактных релейных устройств, является приведение формулировки условий их работы к виду, аналогичному формулировке условий для одноктактных устройств. В главах 12 и 13 показывается, что структура многотактных релейных устройств может рассматриваться как одноктактная при условии добавления обратных связей, содержащих временные задержки. В главе 14 эти представления позволяют рассмотреть задачу синтеза структуры многотактных релейных устройств на бесконтактных элементах, работа которых в одноктактных устройствах была рассмотрена в главе 9.

Глава 15 является заключительной, и в ней рассматриваются методы построения структуры релейных устройств с импульсными элементами. Общее рассмотрение вопросов синтеза, проведенное в предыдущих главах, позволяет ограничиться при изучении специфики этих элементов введением лишь небольшого числа новых понятий. В примерах, подобранных таким образом, чтобы проиллюстрировать широкие возможности структур с импульсными элементами, рассматривается применение различных типов триггеров.

В конце каждой главы, начиная с главы 3, приводятся задачи. Важность проработки этих задач нельзя преувеличить. Для многих это является первой попыткой практического осуществления синтеза структуры релейных устройств. Большинство задач не имеет однозначных и точных «ответов». Обычно требуется известный опыт, который позволил бы выбирать на какой-то основе желаемый результат из всех возможных. Такой опыт приобретается только в результате личной работы.

Лекционное изучение теории релейных устройств желательно дополнять лабораторными упражнениями. При рассмотрении задач, связанных с синтезом одноктактных структур, студент может исследовать в лаборатории физические характеристики и свойства различных релейных элементов. Нет необходимости ставить при этом

работы по исследованию одноктактных структур, так как они не представляют особого интереса для лабораторных занятий. Те же вопросы могут быть поставлены в значительно более содержательных работах по исследованию структур многотактных релейных устройств, хотя и эти работы не требуют постановки каких-нибудь сложных экспериментов.

При написании этой книги автор старался избежать двух крайностей. Во-первых, он пытался преодолеть искушение использовать (для стимулирования интереса читателей) в качестве примеров существующие реальные релейные устройства. В обсуждении полезного реального устройства нет вреда, но вред будет, если «полезность» является единственной причиной такого обсуждения.

Во-вторых, автор старался избежать рассмотрения теории релейных устройств как некоторой чисто математической дисциплины. Неизбежно, конечно, что техническая дисциплина, выросшая из самого «чистого» из «чистых» разделов математики, должна, безусловно, извлечь пользу из самого математического аппарата. Но, несмотря на быстро растущую математическую грамотность инженеров, задача хорошей «связи» между математиками и инженерами все еще остается нерешенной. Большинство инженеров незнакомо с математической логикой и ее символикой. Некоторые из применяемых символов напоминают им скорее клеймо, которым пользуются в ранчо на Западе США, чем математические символы. Эти символы выражают важные понятия, представляющие специальный интерес для математиков. Но в теории релейных устройств в них нет надобности, во всяком случае в современном ее состоянии. Шеннон в своей первой статье проявил определенный реализм при выборе символики. Многие, последовавшие за ним, кажется, не столь твердо уверены в правильности этого выбора. Автору представляется нелогичным настаивать на том, чтобы булево сложение обозначалось символом  $\cup$ , применяющимся в математической логике, а не обычным плюсом, и в то же время булево умножение обозначалось точкой вместо символа  $\cap$ , сопутствующего символу  $\cup$  в математической логике.

Наступила пора, когда дальнейший прогресс в изучении и построении релейных устройств требует от инженера более внимательного отношения не столько к математическим операциям и выкладкам, сколько к математическим понятиям. Автор убежден, что до тех пор пока инженеры не приобретут больших познаний в теории релейных устройств, прогресс в этой области будет зависеть от наших усилий и способности передавать современные знания в этой области инженерам-практикам, какой бы математической подготовкой и опытом они ни обладали.

В разработке материалов, изложенных в книге, принимали участие многие коллеги и ученики автора, на работы которых имеются ссылки в литературе или другие ссылки, отмечающие их участие.

Ряд ссылок сделан на работы д-ра Д. Хаффмэна, охватывающие большое число вопросов теории релейных устройств. Не меньшее значение имеет вклад Д. Хаффмэна и в преподавание этой теории, способствующий развитию научных представлений в этой области.

Автор выражает свою признательность ряду лиц, оказавших ему помощь в преподавании курса и развивших и укрепивших ряд его разделов, а именно: д-ру Э. Мак-Класки, А. Мэллину, У. Келлнеру, Л. Джединаку, Ф. Хенни, Т. Мору, П. Грею и Ф. Айронсу, а также секретарю Маргарет Парк за ее неизменную помощь в течение длительного периода работы над этой книгой.

*Сэмюель Х. Колдуэлл*

Уотертаун, Массачусетс  
Февраль 1958

## Свойства и применения релейных устройств

Наше время называют веком машин. Но его можно было бы также назвать веком связи и управления. Эти два названия тесно связаны друг с другом, так как любой машиной нужно управлять определенным предписанным образом, если она предназначена служить какой-либо полезной цели, а любая система управления связана с какой-либо машиной. Машина или управляющее устройство, каждое в отдельности, обладают свойствами, которые могут быть полезными или просто интересными. Но комбинации машин и управляющих устройств, полученные в результате соответствующего проектирования, обладают, несомненно, более высокой ценностью.

### § 1.1. Системы управления

В этой книге будет рассмотрен некоторый частный случай систем управления, а именно релейные устройства. Существует много типов этих устройств, и в нашей сложной промышленной и социальной жизни они выполняют самые разнообразные функции. Мы сталкиваемся с ними непосредственно, когда нажимаем кнопки, набираем номер телефона или прерываем луч света. За этими внешними компонентами автоматических систем или устройств, которые мы научились воспринимать как нечто обычное, скрывается внутренняя их структура, представляющая релейные устройства различных типов.

В другом основном типе управляющих систем, в так называемых непрерывных следящих системах (сервомеханизмах), используется в основном принцип обратной связи. Хотя релейные устройства и следящие системы можно использовать (и их действительно используют) в сочетании друг с другом, следует ясно представить себе различие между ними.

Следящие системы получают входную информацию обычно или в непрерывной форме, или в дискретной; в последнем случае изменение переменных происходит сравнительно небольшими ступенями. Благодаря наличию обратной связи выход следящей системы, в силу

самой природы последней, является непрерывной функцией входных переменных. В релейных устройствах как входы, так и выходы принимают только два значения, и не делается никаких попыток ввести непрерывность. Существует много форм, в которых может быть выражена эта «двузначность». Она может выражаться в виде высокого или низкого входного или выходного напряжения, наличия или отсутствия импульса, размыкания или замыкания контактной цепи. Существенным является то, что релейные устройства основаны не просто на дискретном, а на «двузначном» принципе, под которым подразумевается использование экстремумов изменения какой-либо величины.

Мы уже отметили, что непрерывная следящая система и двузначное релейное устройство могут применяться в сочетании друг с другом. Пример такой совместной работы можно найти в управлении автоматическими лифтами. В лифте с кнопочным управлением самого простого типа используется релейное устройство, которое управляет включением мотора так, чтобы кабина двигалась в желаемом направлении. Когда лифт достигает нужного этажа, релейное устройство размыкает цепь питания мотора и приводит в действие механический тормоз. При этом лифт тормозится достаточно резко, и трудно обеспечить величину выбега такой, чтобы кабина останавливалась на одном уровне с этажом при всех комбинациях нагрузок и направлений движения.

В более усовершенствованных системах управления лифтом применяется также релейное устройство, но вместо того, чтобы отключать мотор сразу, в этих системах скорость движения лифта перед остановкой снижается. Хотя последний шаг здесь остается еще дискретным, он значительно менее резкий, чем в предыдущем случае, и величину выбега легче поддерживать в заданных пределах. На первый взгляд может показаться, что релейное устройство работает здесь по своего рода непрерывному принципу. Однако внутри него и на его входах и выходах все операции остаются полностью двузначными. Его входные элементы «не интересуются» скоростью движения лифта или его расстоянием от нужного этажа. Они только определяют, находится ли кабина в пределах некоторого заранее определенного расстояния от него, а внутренние элементы релейного устройства реагируют только тогда, когда достигается некоторое заданное конкретное условие на входах.

Наиболее совершенный способ управления лифтом объединяет релейное устройство и следящую систему. Релейное устройство приводит лифт в движение в нужном направлении и поддерживает это движение на большой скорости до тех пор, пока лифт не приблизится к нужному этажу. Релейное устройство может ввести одну или две первые ступени снижения скорости, но, когда кабина приблизится к требуемому этажу, оно передает управление следящей



системе. Последняя получает информацию от датчика положения, помещенного в шахте лифта, и использует эту информацию для постепенного снижения скорости кабины. При такой системе управления кабина останавливается плавно и достаточно точно, но непрерывное управление, характерное для последнего этапа этого процесса, осуществляется следящей системой.

Нет необходимости сравнивать релейное устройство со следящей системой; их можно лишь противопоставить друг другу. Назначения их различны, и они не могут заменять друг друга. Как показывает приведенный пример, их можно использовать совместно для получения результатов, которые были бы недостижимы при отдельном их применении.

### § 1.2. Применения релейных устройств

Было бы бесполезным попытаться перечислить здесь все конкретные случаи применения релейных устройств. Более того, сомнительно, чтобы эта попытка увенчалась успехом, так как область применения их с поразительной скоростью расширяется.

Нас будет интересовать применение релейных устройств лишь в той степени, в какой они служат примерами эффективного использования некоторых основных принципов. Тем не менее общая оценка значения и размаха применения релейных устройств может в некоторой степени охарактеризовать возможности развития этой области в будущем.

Одним из самых распространенных и наглядных примеров применения релейных устройств являются автоматические телефонные сети. Имеется много типов автоматических телефонных станций, которые по своим размерам колеблются в широком диапазоне от сравнительно маленьких, работающих в пределах промышленных предприятий, до колоссальных, обслуживающих население столичных городов. Поток информации, проходящий через них, служит доказательством их надежности независимо от их размеров и сложности. Протяженность автоматических телефонных сетей, дающая возможность осуществлять переговоры на больших расстояниях, подчеркивает гибкость оборудования.

Достижения последних лет позволили автоматизировать вспомогательные операции в телефонной связи. В течение многих лет монетные автоматы обслуживают абонентов, расплачивающихся наличными деньгами. Другие устройства, известные под названием автоматических счетчиков сообщений, учитывают количество соединений для абонентов, пользующихся телефоном в кредит.

Технически проблема автоматического установления соединений в телефонной сети значительно усложняется благодаря тому, что в пределах Соединенных Штатов действуют три существенно

различных типа телефонных станций. Каждый вновь создаваемый тип станций должен предусматривать возможность совместной работы со старыми типами станций, а также с целым рядом ручных телефонных станций, которыми до сих пор еще пользуются. Телефонные релейные устройства, таким образом, должны обладать поразительной гибкостью, удовлетворяя трудным требованиям, предъявляемым развитием телефонной сети.

В области транспорта релейные устройства уже в течение длительного времени служат на железных дорогах для осуществления эффективного и безопасного управления движением поездов. Они находят все большее применение в управлении самолетами, причем особенно важно использование их для обеспечения безопасности полетов. Например, многие самолеты имеют винты с изменяющимся шагом, используемым в целях торможения при посадке самолета. У летчика имеется переключатель, который дает ему возможность управлять устройством для реверса шага винта. Однако, для того чтобы торможение могло происходить только при приземлении, шасси самолета снабжается переключателем и релейным устройством, которое устроено так, что пилот не может реверсировать шаг винта до тех пор, пока шасси не будут ощущать вес самолета.

В деловом мире многие фирмы пользуются счетно-аналитическим оборудованием для записи и анализа статистических и финансовых данных. Эти машины основаны на применении целого ряда разнообразных релейных устройств. Вероятно, в настоящее время некоторые наиболее крупные промышленные предприятия вообще не могли бы успешно работать без помощи счетных, сортирующих и сравнивающих машин, обеспечивающих обработку колоссального количества информации, на которой должны основываться решения в области производства и коммерческой деятельности предприятия, и несущих на себе тяжелый груз повседневной канцелярской работы, связанной с деятельностью предприятия. Эти машины, несмотря на их высокую производительность, перегружены заказами больших промышленных и торговых организаций и в еще большей степени некоторыми правительственными органами, такими, например, как Бюро переписи населения и военные организации. Эти новые запросы промышленности повысили интерес к возможности использования релейной техники в быстродействующих цифровых электронных вычислительных машинах.

С точки зрения быстродействия релейные устройства электронных цифровых машин являются наиболее совершенными. Многие эксплуатируемые в настоящее время машины работают на частотах, измеряемых в мегагерцах, и выполняют основные арифметические операции за время, измеряемое микросекундами. Для осуществления этого потребовалось разработать новые типы релейных устройств, в которых используются быстродействующие электронные элементы, причем вследствие ограниченных коммутационных возмож-

ностей этих элементов приходится заботиться о том, чтобы схемы этих устройств не были сложными.

В мире науки и техники быстродействующая вычислительная машина является одним из самых выдающихся достижений, которое, несомненно, окажет большое влияние на развитие многих областей промышленности. Можно надеяться, что в области общественных наук количественные методы, основанные на использовании быстродействующих вычислительных машин, помогут лучше изучить взаимоотношения как между людьми, так и между человеком и средой.

Развитие вычислительных машин подчеркнуло роль, которую играют релейные устройства в современной технике, и сделало более ясными будущие возможности применения последних. Выше говорилось о том, что широкий класс релейных устройств используется уже в течение многих лет. Но именно вычислительная машина привлекла внимание к необыкновенной многогранности даже наиболее простых из них и обратила мысли конструкторов к применению их в других типах машин.

### § 1.3. Основные понятия

Природу элементов, используемых в релейных схемах, мы рассмотрим в следующей главе. Однако некоторые свойства релейных устройств не зависят от типов этих элементов. Это можно обнаружить, рассмотрев схему, представленную на рис 1.1.

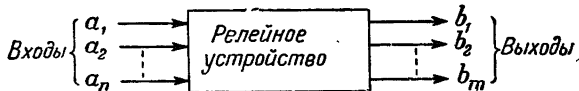


Рис. 1.1. Обобщенная схема релейного устройства.

В § 1.1 отмечалось, что входы и выходы релейного устройства двузначны по своему характеру. Например, входы на рис. 1.1 можно представить себе как некоторую группу проводов от  $a_1$  до  $a_n$ , к которым либо приложены, либо не приложены напряжения (относительно земли)<sup>1</sup>. На каждом проводе либо имеется полное напряжение, либо нет никакого напряжения. Промежуточные значения напряжения никогда не могут иметь места.

<sup>1</sup> В американской электротехнической литературе один из полюсов источника тока всегда предполагается заземленным. Поэтому в дальнейшем часто вместо терминов «замыкание» и «размыкание» цепи будут применяться термины «подача земли» (или «заземление») и «снятие земли». — *Прим. ред.*

Подобным же образом и состояние выходов может рассматриваться как заземление или отсутствие заземления выходных проводов  $b_1, \dots, b_m$ . Каждый выход может быть либо заземлен, либо разомкнут, промежуточные же значения никогда не имеют места<sup>1</sup>.

Не обязательно, чтобы число выходов и входов релейного устройства было одинаковым. Важным типом релейных схем являются схемы с многими входами и одним выходом.

То обстоятельство, что как входы, так и выходы релейной схемы двузначны, влечет за собой двузначный характер работы и ее внутренних элементов. Если иметь в виду своего рода «передаточную функцию», описывающую зависимость состояния выходов от состояния входов<sup>2</sup>, то очевидно, что для сохранения двузначности выходов при двузначности входов внутреннее содержание релейного устройства между входами и выходами не должно приводить к введению лишних градаций в значениях выходных величин. Следовательно, само релейное устройство должно работать в экстремальном смысле, определенном выше как двузначное.

Работа релейного устройства была бы тривиальной, если бы каждый из выходов изменял свое состояние так же, как соответствующий ему вход. В действительности можно получить любое соотношение между состояниями выходов и входов, и все изменения состояний на выходах могут быть различными. Кроме того, любой из выходов может зависеть от всех входов или любого сочетания входов. Из этого следует, что релейные устройства могут быть подразделены на устройства с более простыми структурами или объединены в более сложные. Двузначный выход одного устройства может стать двузначным входом другого и т. д. На рис. 1.2 прямоугольники  $C_1, C_2, \dots, C_7$  представляют собой отдельные релейные устройства, определенным образом соединенные друг с другом. Два выхода релейного устройства  $C_1$  служат входами устройств  $C_3$  и  $C_6$ , а выходы устройства  $C_2$  являются входами устройств  $C_5$  и  $C_7$  и т. д. Каждое из релейных устройств  $C_1, \dots, C_7$  может иметь само по себе довольно сложную структуру. Показанные соединения приводят к их объединению в одно релейное устройство, объединенное

<sup>1</sup> В действительности дело обстоит несколько по-другому. Напряжение на входе при одном из значений входа может и не быть равным нулю. Важно, чтобы оно было ниже порога срабатывания имеющихся в релейном устройстве релейных элементов. Поскольку все величины напряжений, меньшие порога срабатывания, не вызывают изменения состояния релейных элементов, т. е. имеют действит. одинаковое с напряжением, равным нулю, их все условно можно считать равными нулю. В противоположность этому все величины напряжения, большие порога срабатывания, можно также условно положить равными некоторому другому значению, соответствующему срабатыванию релейных элементов. Аналогично и на выходе релейного устройства напряжения могут иметь различные значения, но с точки зрения действия релейных элементов их все можно принять равными только двум значениям. — *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Это понятие будет определено более точно в гл. 4 при рассмотрении параллельно-последовательных релейных устройств.

на рис. 1.2 пунктирной линией. Входами для этого общего релейного устройства служат провода  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , а выходами—провода  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$ .

Аналогичным образом можно разбить большое релейное устройство на группу меньших. Этот процесс можно продолжать до тех пор, пока не дойдем до отдельных релейных элементов. Независимо от размеров или сложности релейного устройства его входы и выходы должны быть двузначными.

Иногда в релейное устройство бывает необходимо ввести вспомогательные элементы, особенно на входах, для того чтобы преобра-

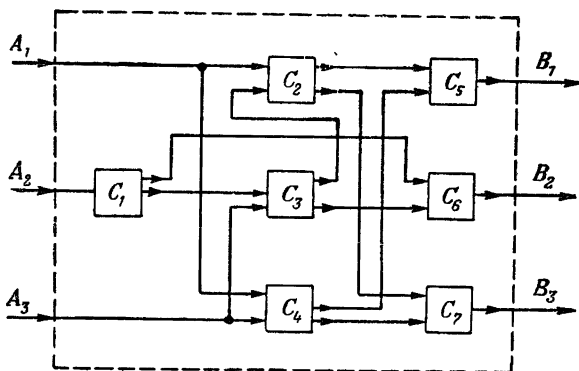


Рис. 1.2. Релейное устройство, образованное из более простых релейных устройств.

зовать непрерывные воздействия в двузначные. Например, воздействие на входе может зависеть от температуры, и может потребоваться, чтобы релейное устройство действовало в зависимости от того, превышает ли температура заданный уровень или не достигает его. В этом случае необходимо введение термостата со скачкообразным действием, с помощью контактов которого обеспечивается преобразование непрерывного изменения температуры в двузначное воздействие на входе релейного устройства.

## § 1.4. Информация и логические устройства

Если более тщательно вникнуть в характер работы входов и выходов релейного устройства, то можно увидеть, что в сущности оно является некоторым преобразователем, который получает информацию одного вида и выдает информацию другого вида. Рассмотрим, какая информация воспринимается и выдается, когда нажимают кнопку вызова лифта, пример которого был рассмотрен в § 1.1. По проводу, соединяющему нажатую кнопку с релейным устройством,

передается сигнал. Релейное устройство по положению этого провода определяет, где нужен лифт. Благодаря наличию вспомогательных контактов, связанных с приводом лифта, устройство «знает», где лифт в данный момент времени находится, и, таким образом, может определить требуемое направление движения. Другие вспомогательные контакты «информируют» релейное устройство, что дверь сперва должна закрыться, а позже, что дверь закрыта. Если переход к следующему шагу безопасен, то релейное устройство включает контактор мотора лифта, причем таким образом, чтобы обеспечить движение в нужном направлении.

Всегда существует вероятность того, что придут противоречащие сигналы, если, например, пассажир лифта нажимает кнопку спуска в то время, когда кто-то другой вызывает лифт на верхний этаж. Управляющее релейное устройство должно «знать», как разрешить это противоречие. Если кто-нибудь на шестом этаже входит в кабину и нажимает кнопку спуска на первый этаж, и сразу же вслед за этим кто-то на третьем этаже просит лифт остановиться и спустить его, релейное устройство должно «знать», следует ли лифту сделать промежуточную остановку.

Некоторые из систем автоматического управления лифтом предусматривают выполнение самых различных требований. Однако в нашу задачу сейчас не входит изучение подробностей их работы. Мы стремились только установить, что с помощью кнопки и описанных вспомогательных элементов релейное устройство получает некоторое количество различной информации. Часть ее носит статический характер, например указывает номер этажа, на котором была нажата кнопка. Другая информация развернута во времени и указывает релейному устройству, управляющему движением лифта, порядок, в котором происходят события.

В наиболее общем виде информация на входах релейных устройств содержит сведения 1) либо относительно комбинаций событий или ситуаций, которые либо существуют, либо не существуют, 2) либо относительно последовательности событий или ситуаций, происходящих в определенном порядке, 3) либо относительно как комбинаций, так и последовательностей событий или ситуаций.

Поскольку релейное устройство должно реагировать на входные воздействия выдачей новой информации на выходах, функционально связанной с входной информацией, то целесообразно рассматривать эти устройства как устройства для обработки и преобразования информации. Релейное устройство должно это делать в соответствии с определенными правилами, которые задаются в него проектировщиком. Он в свою очередь должен установить эти правила (или кто-нибудь устанавливает их за него) в процессе мышления. Для каждого входного условия или, пожалуй, для некоторого класса входных условий проектировщик определяет условия на выходах. Именно эти и только эти соотношения «знает»

релейное устройство, но так как проектировщик должен учесть все возможные условия на входах, то оно в процессе своего построения «обучается» всему, что ему нужно «знать» для выполнения своих функций.

Принято называть описанный процесс построения логическим синтезом<sup>1</sup>. В задачу проектировщика входит установление некоторой системы формальных правил, что является отличительной чертой традиционной логики, и хотя слова «логика» и «логический» иногда используются неправильно теми, кто работает в этой области, для релейных устройств эти понятия можно применять достаточно обоснованно.

Правильно спроектированное релейное устройство — это некоторое логическое устройство, которое реализует логические соотношения между входами и выходами, установленные проектировщиком<sup>2</sup>.

Устройства этого типа являются по существу некоторыми логическими устройствами, и их удобно так называть, так как это позволяет провести наиболее резкую границу между релейным устройством и следящей системой<sup>3</sup>.

## § 1.5. Цели синтеза

В предыдущем параграфе были рассмотрены две основные задачи проектировщика. Он должен прежде всего определить и точно сформулировать соотношения, существующие между информацией на входах релейного устройства и информацией, получаемой на ее выходе или выходах. Только после завершения этого шага он может перейти ко второму этапу — синтезу схемы релейного устройства, реализующего эти соотношения.

Большая часть этой книги посвящена изучению методов анализа и синтеза релейных устройств, основанных на некоторых аналитических принципах. Можно легко показать, что синтез релей-

<sup>1</sup> В словаре Вебстера (Webster, New International Dictionary, 2nd edition) дается следующее определение: «Логический — соответствующий заключениям, которые должны быть разумно выведены из предшествующих или окружающих событий или обстоятельств».

<sup>2</sup> Автор книги применяет термин «логическая система». В переводе приняты более узкие термины «логическое устройство» и «релейное устройство», более употребительные в нашей литературе. Обоснованием для наименования таких устройств логическими служит то, что формальная логика имеет дело также с двузначными понятиями, поскольку высказывания в ней рассматриваются только или как «истинные», или как «ложные» (так называемая двузначная логика). Такие понятия легче всего реализуются с помощью релейных элементов, имеющих два состояния. — *Прим. ред.*

<sup>3</sup> Читатель не должен из этого заключать, что в синтезе следящей системы есть что-то нелогичное. Она просто не является логической в формальном смысле, так как не связывает входы и выходы набором точных правил, не допускающих аппроксимации.

ного устройства всегда возможен для любых заданных соотношений между входами и выходами. Задача синтеза представляет собой, однако, нечто большее, чем просто возможность реализовать нужные соотношения.

Вероятно, самой желанной целью при синтезе схемы релейного устройства является получение наиболее простой ее структуры. В нашем распоряжении имеются довольно мощные аналитические методы для исключения избыточных элементов, однако если в настоящее время имеются достаточно совершенные методы анализа релейных устройств, то во многих случаях они не указывают, как путем обращения их получить методы синтеза наиболее простых структур релейных устройств. Известно, например, что некоторые конфигурации релейных цепей являются весьма эффективными. Однако с помощью какой-либо упорядоченной процедуры нелегко выявить условия, в которых такие схемные конфигурации применимы. К сожалению, весь процесс упрощения структуры релейных устройств в какой-то степени все еще требует своего рода искусства, которое лучше всего назвать искусством проектирования. Достигнут заметный прогресс в разработке объективных методов синтеза, не зависящих от способности человека пользоваться результатами его предыдущего опыта. Однако, вероятно, всегда будет требоваться некоторый определенный минимум искусства проектирования.

После завершения логического синтеза релейного устройства остается решить задачу его технической реализации. Тот, кто осуществляет логический синтез, выполняет свою работу на языке функциональных соотношений и схемных решений. Конечный результат этой работы является отправным пунктом для инженера, который должен осуществить физическую реализацию устройства с учетом уровней напряжения, мощностей, времени срабатывания и других условий реальной работы устройства. Конечно, часто оба этапа выполняет один и тот же человек, и здесь лишь подчеркивается, что при построении релейного устройства существуют две различные стороны этого процесса. В этой книге задачи технической реализации релейных устройств почти не будут затрагиваться. Логический синтез можно производить безотносительно к физической реализации, кроме тех случаев, когда последняя накладывает определенные ограничения в отношении применения релейных элементов.

Довольно часто при синтезе релейных устройств, а именно в тех случаях, когда нужно преобразовать или расширить существующее релейное устройство, встречаются с необходимостью установить некоторый критерий, который не потребовался бы при синтезе релейного устройства заново. Релейное устройство в принципе может реализовать любые желаемые преобразования<sup>1</sup>. Однако, поль-

<sup>1</sup> Автор здесь неточен. Как показал С. Клини, существуют условия работы, которые не могут быть реализованы никаким релейным устройством (см. сборник «Автоматы», ИЛ, 1956, стр. 15). — *Прим. ред.*



зуюсь соответствующими научно обоснованными методами, можно получить более экономичное решение.

При детальном изучении этих методов мы будем часто обращаться к способам, позволяющим сэкономить пару контактных пружин или достичь требуемого функционирования устройства, выиграв одну сетку электронной лампы. Иногда такой выигрыш кажется ничтожным по сравнению с затраченными усилиями. Зато в другой раз эти усилия вознаграждаются существенным упрощением структуры релейного устройства. Нужно отметить, что не существует правил, которые указывали бы, сколько раз следует возвращаться к структуре устройства для ее упрощения, и поэтому, к сожалению, неизвестно, на каком этапе следует остановиться в стремлении улучшить логический синтез релейного устройства.

## ГЛАВА 2

### Релейные элементы и их характеристики

Техническая реализация структуры релейного устройства требует детального изучения физических свойств используемых в ней релейных элементов, которые в определенной степени должны быть известны проектировщику. Хотя релейные элементы крайне разнообразны по своим свойствам, с точки зрения применения они имеют ограничения, которые необходимо учитывать при проектировании.

В этой главе мы рассмотрим принципы действия и логические свойства некоторых релейных элементов, которые проектировщик современных релейных устройств имеет в своем распоряжении. Будут рассмотрены также некоторые символы и способы изображения, которые могут оказаться полезными при разработке схем релейных устройств.

#### § 2.1. Типы релейных элементов

Существует много явлений природы, на основании которых можно строить элементы с двумя устойчивыми состояниями. Обычный предохранитель защищает электрическую цепь, расплавляясь, если проходящий через него ток превышает безопасную величину. Если ток не превышает эту величину, предохранитель остается целым, а цепь замкнутой; в противном случае материал предохранителя плавится, размыкая соответствующую цепь.

Один инженер, который любил держать окна открытыми, разработал автоматическое устройство, закрывающее окна во время дождя. В разработанном им устройстве дождь обнаруживался с помощью пары проводов, соединенных через кусок сахара. Когда начинался дождь, кусок сахара растворялся, и специальная пружина приводила в соприкосновение концы проводов, включая реле, которое управляло механизмом закрывания окна.

Действия как предохранителя, так и куска сахара являются двузначными, но и тот и другой имеют ограничения, связанные с необратимостью изменения их состояния. Однако для того, чтобы быть использованным в релейном устройстве, двузначный элемент дол-

жен обладать способностью переходить из одного состояния в другое и обратно под влиянием соответствующего внешнего управляющего воздействия.

Среди многих элементов с двумя устойчивыми состояниями наибольшее распространение в релейных устройствах получили следующие:

1. *Контактные элементы.* В этот класс входят все устройства, в которых для размыкания и замыкания электрических контактов используются механические, электромагнитные и ручные воздействия. Наиболее универсальным представителем этого класса является электромагнитное реле. Для выполнения многих важных функций в релейных устройствах применяются также кнопки и контакты с механическим управлением.

2. *Электронные лампы.* В релейных устройствах широко используются как вакуумные, так и газонаполненные лампы. Вакуумные лампы обладают большим быстродействием по сравнению с газонаполненными лампами, и поэтому они чаще используются в быстродействующих релейных устройствах. Однако двузначный характер работы более присущ газонаполненным лампам, для которых он является следствием их внутренних свойств. После того как газонаполненная лампа начинает проводить ток, он проходит через нее до тех пор, пока напряжение на аноде не будет уменьшено до определенной величины. В некоторых случаях это свойство имеет неоспоримые преимущества.

3. *Полупроводники.* В быстродействующих релейных устройствах многие функции вакуумных ламп могут выполняться полупроводниковыми диодами. Эта замена приводит к уменьшению первоначальных затрат, размеров устройств и мощности источников питания. Полупроводниковый триод в качестве релейного элемента стал серьезным конкурентом вакуумных ламп и во многих важных областях применения уже вытесняет их.

4. *Магнитные элементы.* Свойства магнитных материалов используются главным образом для хранения информации в двузначной форме. Однако в соответствующих схемах эти материалы могут использоваться и как релейные элементы. По-видимому, подобными свойствами обладают и конденсаторы, построенные на ферростатических диэлектриках.

## § 2.2. Контактные элементы

Исторически релейные устройства начали свое развитие с простого контактного переключателя. Он до сих пор является основным элементом в наиболее распространенных типах релейных устройств. Десятки тысяч домов и промышленных предприятий имеют знакомые нам настенные выключатели, позволяющие управлять светом или какими-либо электрическими приборами более чем из одной

точки. В дальнейшем будет показано, что схема такого устройства является примером одного из важнейших в практическом отношении классов релейных устройств.

Простейший контактный переключатель состоит из пары проводников, которые могут быть либо соединены, либо разъединены и таким образом могут замыкать или размыкать электрическую цепь. В релейных устройствах с помощью контактных переключателей редко управляют большими мощностями, и поэтому они могут быть относительно легкими. Обычный контактный переключатель состоит из пары пружинных пластин, изготовленных из какого-либо упругого материала (например мельхиора или фосфористой бронзы), на которые приварены или приклеены кусочки таких металлов, как серебро, платина, палладий, вольфрам или сплав этих и других металлов. Эти материалы получили применение для контактов благодаря их способности обеспечивать удовлетворительный электрический контакт при относительно малых механических давлениях и противостоять коррозии и повреждениям, вызываемым электрической дугой, а также благодаря способности работать в течение длительного периода без ухода.

Контактные переключатели можно классифицировать по разным признакам, но для целей проводимого в настоящей книге рассмотрения будет выбрано деление их в соответствии со способом оказываемых на них воздействий. С этой точки зрения существуют три основных класса переключателей:

- 1) с ручным воздействием;
- 2) с механическим воздействием;
- 3) с электромагнитным воздействием.

К контактным переключателям с ручным воздействием относятся кнопки, ключи, сочетание вилки и штепсельной розетки, рубильники, переключатели типа «лягушка» и шаговые переключатели, весьма разнообразные по своим размерам, конструкции и структуре. Они перечислены и описаны во многих каталогах и технических информационных бюллетенях, и здесь подробное описание их приводиться не будет. Важно отметить, что контактный переключатель с ручным воздействием не обязательно является простым. Ниже будут рассмотрены пути комбинирования сложных контактных переключателей из простых. Такие сложные переключатели часто употребляются при ручном управлении.

В переключателях с механическим воздействием имеются те же типы контактных групп, что и в переключателях с ручным управлением. Они, однако, приводятся в действие либо такими механизмами, как кулачки, рычаги, гидравлические или пневматические цилиндры, биметаллические пластинки и т. п., либо силой тяжести. Основная идея состоит здесь в том, чтобы обеспечить информацию о состоянии некоторой физической величины путем воздействия на контактную группу при достижении этой величиной заранее заданного

значения. Нет надобности ограничивать этот процесс одним срабатыванием, так как с помощью группы контактных переключателей можно получать информацию о достижении этой физической величины любой последовательности различных значений.

Многие контактные переключатели с механическим воздействием выполнены таким образом, чтобы отвечать каким-либо специальным практическим требованиям. Далее будет показано, что по существу во всех случаях они являются некоторыми датчиками, преобразующими информацию из непрерывной формы в двузначную. Требования к синтезу таких датчиков формулируются обычно в общем виде из условий работы релейных устройств. Некоторые типы, такие, например, как ограничители, используются в ряде случаев, и их можно рассматривать как некоторые стандартные элементы. Однако это представляет собой скорее исключение, чем общее правило.

### § 2.3. Электромагнитные реле

Строго говоря, электромагнитные контактные переключатели относятся к классу механических, но их выделяют в особый класс, потому что управление контактами с помощью электромагнита позволяет одному переключателю управлять срабатыванием другого.

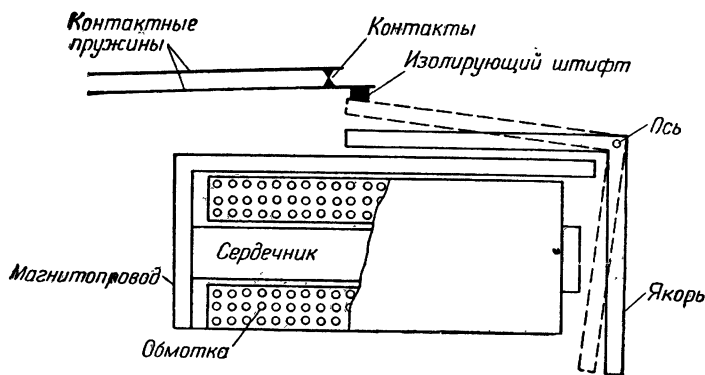


Рис. 2.1. Конструктивные элементы электромагнитного реле.

Этот тип контактных переключателей известен под названием электромагнитных реле или просто реле. Реле являются классическим «строительным материалом» для релейных устройств, и, хотя некоторые другие типы релейных элементов сейчас превосходят их по быстродействию, а некоторые более миниатюрны или дешевле, они все еще не имеют себе равных по универсальности и легкости обращения с ними при синтезе структур релейных устройств.

Конструкция обычного электромагнитного реле схематически показана на рис. 2.1. Оно состоит из трех главных элементов: магнитной системы, обмотки возбуждения и группы контактных пружин.

В одной из типичных конструкций магнитная система реле состоит из магнитопровода, сердечника с навитой на него обмоткой и подвижной части, называемой якорем. Когда ток, проходящий через обмотку, достигает достаточной величины, якорь притягивается к сердечнику и перемещается в положение, показанное на рис. 2.1 пунктиром. Якорь в своем движении должен преодолеть противодействующую силу контактных пружин (или любых вспомогательных пружин). При этом якорь размыкает или замыкает электрические цепи, проходящие через контактную группу. Если реле обесточено, противодействующая сила контактных и вспомогательных пружин перемещает якорь в положение, показанное на рис. 2.1 сплошной линией.

В конструкции якоря и магнитопровода должна быть предусмотрена возможность регулировки двух видов. При включенном положении реле желательно поддерживать небольшой воздушный зазор между якорем и сердечником, иначе остаточный магнитный поток может удерживать якорь у сердечника и тогда, когда реле отключено, т. е. вызвать так называемое «залипание» реле. Регулировка этого зазора осуществляется с помощью немагнитного винта, проходящего через якорь и закрепленного в нем так, что он упирается в сердечник при срабатывании реле и таким образом обеспечивает минимальный воздушный зазор. Необходимо также иметь возможность регулировать ход якоря. Это осуществляется с помощью упорной пластинки на магнитопроводе, на которую ложится якорь или рычаг, когда реле находится в отпущенном состоянии.

Эти приспособления можно видеть на рис. 2.2, где показаны отдельные части реле, и на рис. 2.3, на котором реле изображено в собранном виде.

Выбор обмоток реле — скорее дело релейной техники, чем логического синтеза. Однако при осуществлении последнего учитываются типы используемых обмоток, которые могут быть различны для различных целей. У большинства реле имеется одна обмотка, выполненная таким образом, что реле срабатывает при определенном напряжении. Изменяя параметры обмотки так, чтобы менялась потребляемая ею мощность, можно регулировать как скорость срабатывания реле, так и контактную нагрузку, или то и другое вместе.

При выборе обмоток реле следует иметь в виду, что реле, так же как и другие устройства, работают в пределах определенных допусков. В частности, они срабатывают и отпускают при определенных значениях тока, незначительно меняющихся от одного реле к другому. Разброс этих значений тока может быть сделан малым

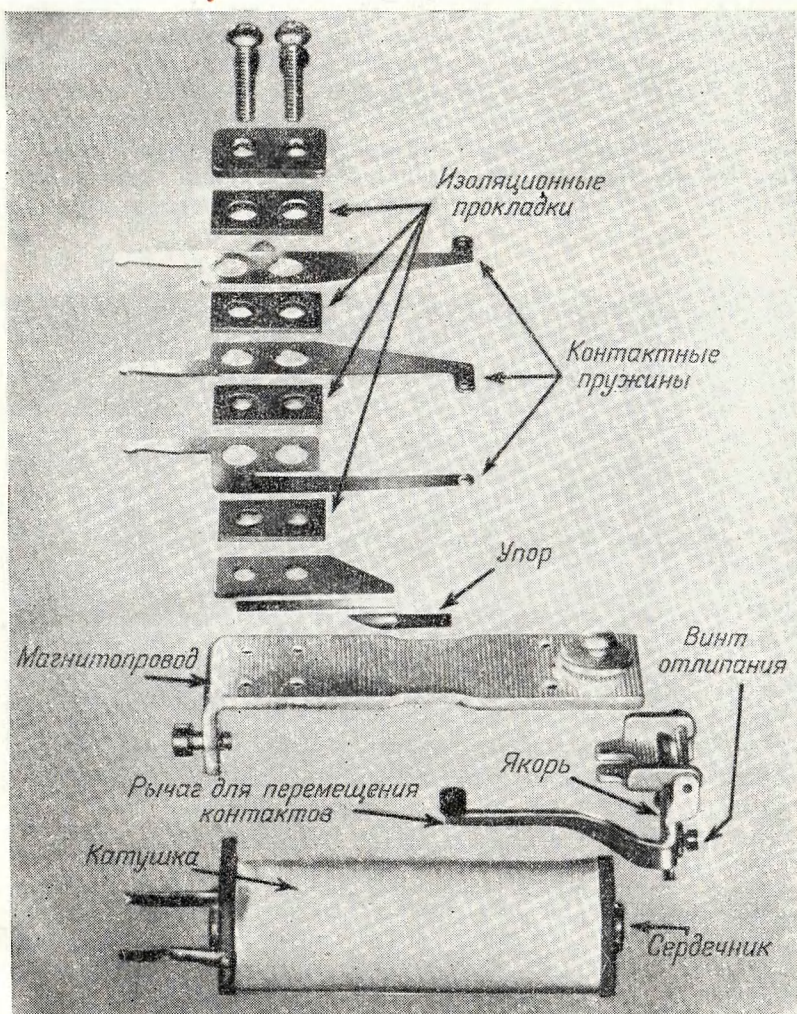


Рис. 2.2. Конструктивные части электромагнитного реле.

с помощью особых технологических приемов. Однако обычно необходимость в использовании такого рода реле встречается редко.

Реле с несколькими обмотками весьма важны для проектировщика релейных устройств. Они имеют следующие основные разновидности.

1. Две или большее число независимых обмоток, каждая из которых может управлять реле при нормальном напряжении.



2. Две или большее число зависимых обмоток, рассчитанных таким образом, что ни одна из них в отдельности не может вызвать срабатывания реле. Для этого питание должно одновременно подаваться в две или большее число обмоток.

3. Комбинации, которые содержат, помимо независимых и зависимых обмоток для срабатывания реле, еще и обмотки для удержания, которые не способны вызвать срабатывания реле, но могут удерживать его во включенном состоянии после того, как оно сработало.

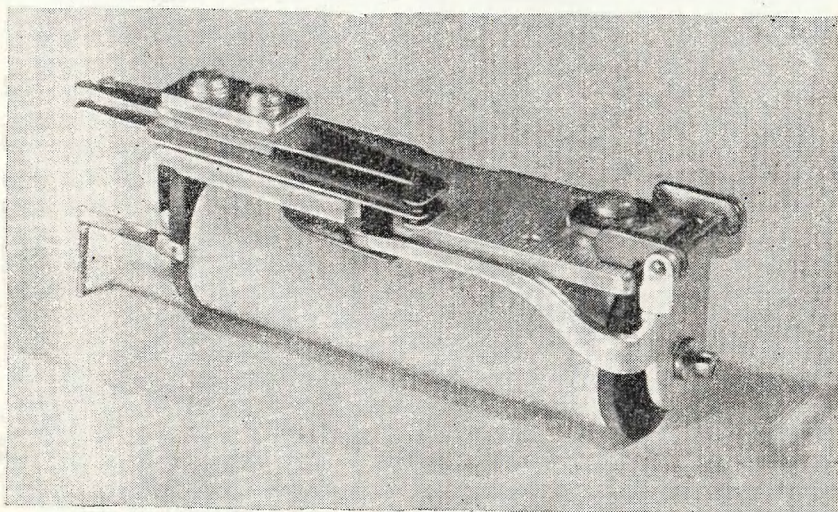


Рис. 2.3. Реле, собранное из частей, показанных на рис. 2.2.

4. Дифференциальное включение обмоток, при котором любая из двух обмоток может привести к срабатыванию реле. Однако, будучи включенными вместе, они противодействуют друг другу и вызывают отпускание реле.

#### § 2.4. Устройство контактных пружин

Важным свойством современного электромагнитного реле является то, что в связи с наличием нескольких контактов оно дает возможность производить переключение сразу в нескольких точках релейной структуры. Благодаря соответствующему устройству контактных пружин якорь может одновременно управлять относительно большим числом независимых контактных элементов. Так например, в одной из конструкций реле (предназначенной для широкого



потребления) в контактной группе может быть собрано до двадцати пружин, приводимых в действие одним якорем. Если требуют условия работы, то это же реле может быть снабжено сорока контактными пружинами. Такая конструкция позволяет использовать любую комбинацию основных контактных групп, о которых будет идти речь ниже. Если все контакты являются только замыкающими или размыкающими, то с помощью одного якоря можно управлять несколькими большим числом пружин<sup>1</sup>.

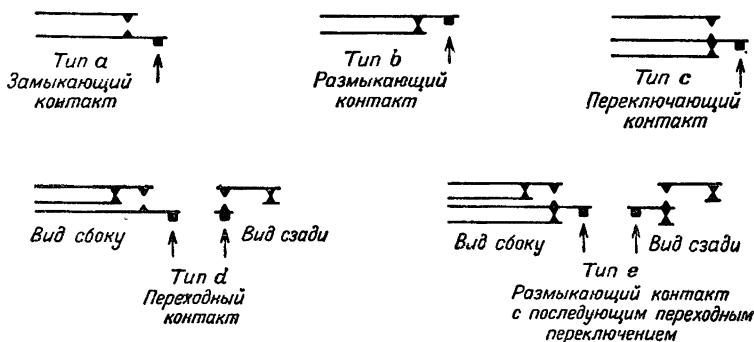


Рис. 2.4. Типы основных комбинаций контактных пружин реле.

Стрелками показаны точки приложения усилия якоря и направление движения его при срабатывании реле.

Комбинация контактов, размещающаяся на реле, называется контактной группой. Большинство комбинаций, встречающихся при синтезе релейных устройств, может быть собрано из пяти типов, схематически показанных на рис. 2.4. Из этих типов первые три — замыкающий, размыкающий и переключающий контакты используются наиболее часто. В некоторых видах схем тип контакта обозначают определенной буквой. Например, замыкающий (нормально открытый) контакт обозначают всегда буквой *a*, называя его контактом типа (или вида) *a*. Если реле, на котором размещен контакт, не сработало, то цепь, проходящая через контакт типа *a*, будет разомкнута. При срабатывании реле контакт типа *a* замыкается. Следует отметить, что когда говорят о «нормально открытом» контакте, то «нормальным» состоянием реле считается состояние, при котором его якорь отпущен. Аналогично, буквой *b* всегда обозначают размыкающий (или нормально замкнутый) контакт. Его действие противоположно действию контакта типа *a*.

<sup>1</sup> Если все контакты являются замыкающими и размыкающими, то переключение их требует от якоря меньшего усилия по сравнению с тем случаем, когда часть контактов принадлежит к типу переключающих. При определенной мощности обмотки реле его якорь сможет в этом случае переместить большее число пружин.

При синтезе релейных устройств часто возникает необходимость иметь на одном и том же реле контакты как типа *a*, так и типа *b*. Если эти контакты в структуре релейного устройства электрически

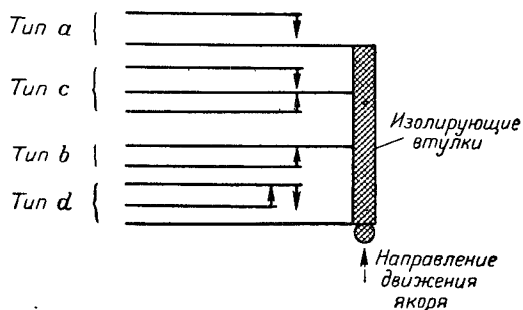


Рис. 2.5. Набор контактных пружин, включающий основные типы их, показанные на рис. 2.4.

разделены, то их нужно использовать как отдельные схемные элементы. Однако если у каждого из них одна из пружин присоединена к одному и тому же узлу, то отдельные замыкающий и размыкающий

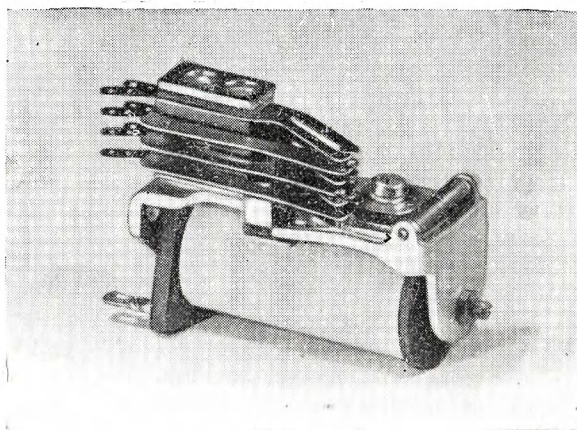


Рис. 2.6. Контактная группа, содержащая (сверху вниз) замыкающий, переключающий и размыкающий контакты.

контакты могут быть объединены в переключающий контакт, представленный на рис. 2.4 в виде типа *c*. В этом случае три контактные пружины могут выполнять функции, для которых до объединения требовалось четыре пружины.

Устройство контактов типа *d*, показанное на рис. 2.4, представляет собой особый тип переключающего контакта, известный под названием переходного контакта. Он предназначен для использования в тех случаях, когда при переключении не допускается разрыва цепи. В контакте типа *c* пружины обычно отрегулированы таким образом, что при срабатывании реле размыкающий контакт (контакт типа *b*) размыкается прежде, чем замыкается замыкающий контакт (контакт типа *a*). Если это в процессе перехода может привести к неправильной работе релейного устройства, то можно использовать контакт типа *d*<sup>1</sup>. Если добавить одну пружину к контакту типа *d*, то получится контакт типа *e* (рис. 2.4). Эта контактная группа обеспечивает последовательность «размыкание перед переходом», которая в некоторых случаях оказывается полезной.

Можно получить реле с любым сочетанием основных типов контактов, ограниченное лишь общим числом пружин, которые могут управляться одним якорем. На рис. 2.5 показано, как контакты нескольких типов объединяются в одну контактную группу, а на рис. 2.6 дано фото контактной группы. На рис. 2.6 видно, что каждая из контактных пружин на конце раздвоена и несет пару контактов. Это обеспечивает более высокую надежность работы контактов. Вероятность того, что оба контакта выйдут из строя одновременно, крайне мала.

## § 2.5. Специальные типы реле

Большинство требований, предъявляемых к релейным устройствам, удовлетворяется стандартными реле, о которых шла речь в § 2.3 и 2.4. Однако существует ряд условий, которые требуют особых характеристик реле. В этом параграфе будут рассмотрены некоторые из наиболее часто используемых типов специальных реле, обладающих такими характеристиками. Проектировщик, который столкнется с необходимостью их применения, найдет более полное их описание в специальной литературе. При некоторых обстоятельствах необходимо иметь реле, срабатывающие и отпускающие или намного быстрее, или намного медленнее, чем другие реле. Определение времени срабатывания и отпускания реле является довольно сложным, и простых аналитических методов для этого нет. Для определения этих параметров в настоящее время обычно проводят их экспериментальные испытания при нормальных условиях, а затем, пользуясь теоретическими соображениями, определяют время срабатывания или отпускания при отступлении от условий испытания<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Далее будет показано, что иногда контакт типа *c* можно преобразовать таким образом, чтобы он производил то же действие, что и переходный контакт.

<sup>2</sup> См. *Bell System Tech. J.*, 33 (1954), January. Этот выпуск целиком посвящен вопросу проектирования реле.

Обычное электромагнитное реле имеет время срабатывания от 0,002 до 0,025 сек и время отпускания—от 0,005 до 0,025 сек. Факторами, которые может использовать изготовитель для изменения времени срабатывания и отпускания, являются входная мощность, контактная нагрузка, натяжение пружины якоря и зазор отгибания. К сожалению, регулировку времени срабатывания и времени отпускания нельзя проводить независимо друг от друга. В общем случае настройка параметров, приводящая к уменьшению времени срабатывания, приводит одновременно к увеличению времени отпускания, и наоборот. Для большего быстродействия требуется, чтобы входная мощность была относительно большой, инерция и трение подвижных частей уменьшены, а пружинная нагрузка была минимальной.

Иногда необходимо иметь реле со сравнительно малой скоростью срабатывания и отпускания. Если требуемое время задержки превышает 0,025 сек, то в большинстве типов реле это не удастся получить с помощью обычной регулировки реле. Дополнительную задержку можно получить за счет включения внешних схемных элементов. Можно присоединить, например, к обмотке реле последовательно индуктивность или параллельно емкость. Однако, вообще говоря, этими методами не пользуются, потому что внешние схемные элементы занимают много места, а структура устройства при этом усложняется. Для большинства приложений, в которых требуются задержки от 0,025 до 0,35 сек, используют дополнительную короткозамкнутую обмотку, размещаемую на магнитопроводе реле. Этим обеспечивается задержка возрастания или убывания потока.

В многообмоточном реле задержку на срабатывание реле можно осуществить, используя одну обмотку для возбуждения реле, а другую в качестве короткозамкнутой. При питании рабочей обмотки ток очень быстро нарастает, так как короткозамкнутая обмотка уменьшает индуктивность входной обмотки и таким образом уменьшает ее постоянную времени. Однако магнитный поток будет возрастать при этом медленно, так как токи в двух обмотках навостят противоположные магнитодвижущие силы, которые равны по величине и в первый момент времени компенсируют друг друга. В последующие моменты времени ток в короткозамкнутой обмотке уменьшается до нуля, в результате чего под влиянием магнитодвижущей силы рабочей обмотки магнитный поток в магнитопроводе реле возрастает. Скорость, с которой это происходит, существенно определяется постоянной времени короткозамкнутой, или вторичной, обмотки. Аналогичное действие имеет место и при отпуске реле. Когда ток в первичной обмотке прерывается, в короткозамкнутой вторичной обмотке наводится ток, противодействующий убыванию магнитного потока. В связи с этим скорость убывания также определяется постоянной времени вторичной обмотки. Этот же принцип можно использовать для получения задержки во времени при

отпускании однообмоточного реле. В гл. 6 будут рассмотрены различные методы управления реле и среди них один, при котором для отключения реле параллельно рабочей обмотке включается зако-

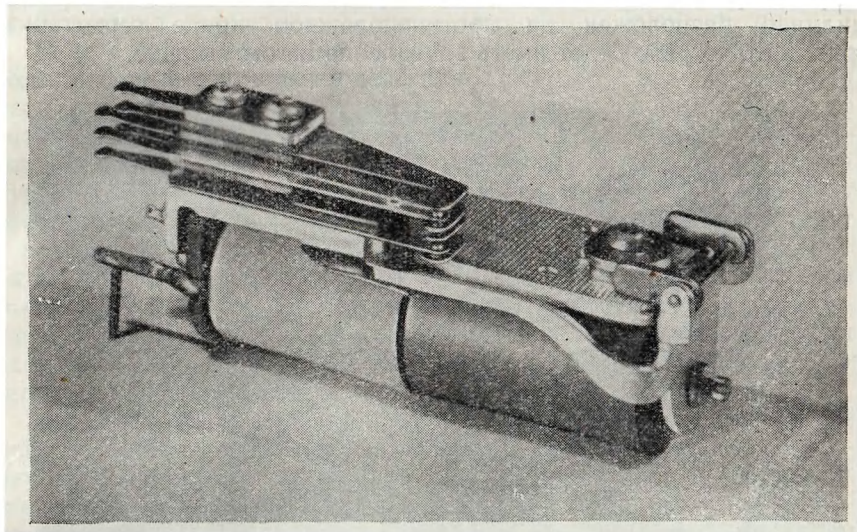


Рис. 2.7. Реле с замедлением на срабатывание.  
Медный цилиндр надет на сердечник со стороны якоря.

рачивающая ее цепь. Скорость убывания магнитного потока при этом, как и выше, будет зависеть от постоянной времени закороченной обмотки, но теперь в качестве таковой будет служить рабочая обмотка.

Более экономичным способом получения задержки во времени в большинстве случаев является использование короткозамкнутого витка, который может быть реализован в виде медного цилиндра, надеваемого на сердечник реле. На рис. 2.7 и 2.8 показаны два способа расположения этого цилиндра. В одном случае медный цилиндр помещается на якорном конце сердечника (рис. 2.7), тогда как на другом цилиндр помещен на противоположном конце сердечника (рис. 2.8). Остальное место в обоих случаях занято рабочей обмоткой.

В третьем типе реле с задержкой медный цилиндр несколько меньшего внешнего диаметра занимает всю длину сердечника. Рабочая обмотка навивается на медный цилиндр, в результате чего получается один короткозамкнутый виток, распределенный по всей длине сердечника. Построенное таким образом реле работает точно так же, как рассмотренное ранее реле с закороченной рабочей обмоткой. Медный цилиндр является наименее дорогим способом получения закороченной цепи.



Размещая медные цилиндры на разных концах сердечника, получают совершенно различное действие. Если медный цилиндр закреплён на якорном конце сердечника, как показано на рис. 2.7, то реле будет иметь замедление на срабатывание. Если же медный цилиндр расположен на противоположном конце сердечника (рис. 2.8), то реле будет иметь замедление на отпусkanie.

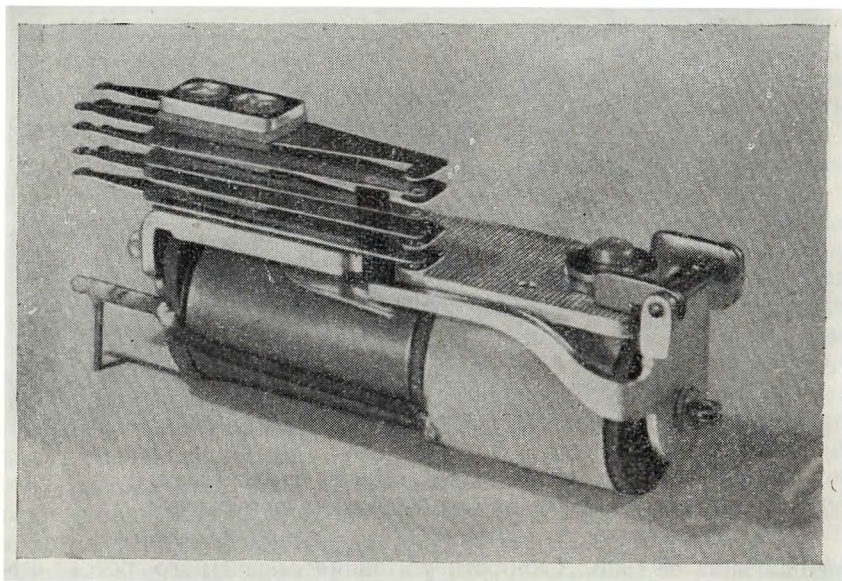


Рис. 2.8. Реле с замедлением на отпусkanie.  
Медный цилиндр надет на сердечник со стороны пяты.

Это не совсем точно, поскольку в обоих случаях наличие медного цилиндра приводит к задержке как возрастания, так и убывания магнитного потока, а отсюда к увеличению как времени срабатывания, так и времени отпусkania. Однако если принять во внимание влияние других факторов, в частности рассеяния магнитного потока, то здесь будет иметь место избирательное действие, зависящее от расположения цилиндра.

Рассмотрим сначала реле с замедлением на срабатывание (рис. 2.7). При подаче питания в основную обмотку реле ток наводится в витке медного цилиндра и создает магнитодвижущую силу, противодействующую нарастанию потока. Благодаря близости цилиндра к воздушному зазору якоря, это обстоятельство особенно энергично препятствует установлению потока в воздушном зазоре, от которого почти целиком зависит срабатывание реле. Эффект близости сказывается более сильно при малом воздушном зазоре. Од-

нако в этом случае вместе с замедлением на срабатывание возрастает еще в большей степени замедление на отпускание. При увеличении воздушного зазора этот эффект уменьшается. Если, кроме этого, на реле имеется относительно большая контактная нагрузка, то время срабатывания возрастает, а время отпускания уменьшается.

Реле с замедлением на отпускание, показанное на рис. 2.8, более избирательно в своем действии. Поскольку медный цилиндр расположен на конце сердечника, противоположном якорю, то значительная часть потока рабочей обмотки замыкается через поток рассеяния. Поэтому в воздушном зазоре может установиться существенный поток, что обеспечит относительно малую задержку времени срабатывания реле. После того как якорь будет притянут и воздушный зазор уменьшится, влияние потока рассеяния становится уже не столь резко выраженным. Поэтому при отпускании ток в короткозамкнутой обмотке достаточно эффективно задерживает убывание потока. Хотя при срабатывании здесь и происходит задержка, однако реле по своим свойствам является более избирательным, чем описанное выше.

Среди основных специальных типов реле широкое применение получили поляризованные реле. Их основное свойство — реагировать на полярность тока, подаваемого в рабочую обмотку. Это свойство особенно важно, когда необходимо, например, определять направление тока. Такое применение поляризованных реле получили в мостиковых схемах, где они используются для определения направления разбаланса. Имеются поляризованные реле, обладающие четко выраженным нейтральным положением. Такие реле можно использовать, помимо определения полярности подаваемого на него сигнала, также и для указания наличия или отсутствия сигнала.

Поляризованное реле было разработано первоначально для использования в телеграфных системах связи. Поэтому для развития этих реле характерно стремление работать на весьма низких уровнях сигналов. Для современных конструкций поляризованных реле характерно большое быстродействие при низком уровне сигналов. Одна из американских фирм указывает, что выпускаемое ею поляризованное реле надежно работает при питании синусоидальными импульсами переменного тока до 200 *гц* при предельной частоте в 1000 *гц*. Необходимые для его работы ампервитки составляют всего около 5. При частотах 50 *гц* оно потребляет около 5 *мв-а*, а для срабатывания требует 0,2 *вт*.

Работу поляризованного реле можно уяснить, пользуясь схемой рис. 2.9. Распределение магнитного потока в рабочем воздушном зазоре определяется магнитодвижущими силами двух магнитов и рабочей обмотки. Рассмотрим случай, когда якорь расположен в центре рабочего воздушного зазора и в рабочей обмотке не протекает ток. Допустим, что два поляризующих магнита одинаковы, а механи-

ческая конструкция абсолютно симметрична<sup>1</sup>. Каждый магнит создает одинаковый по величине магнитный поток в рабочем воздушном зазоре, и общий объединенный поток двух магнитов пройдет через якорь, как показано на рис. 2.9 сплошными линиями. Каждая составляющая потока в якоре порождает силу, стремящуюся двигать якорь к одной стороне воздушного зазора, но, поскольку обе силы равны и противоположны по направлению, якорь не двигается.

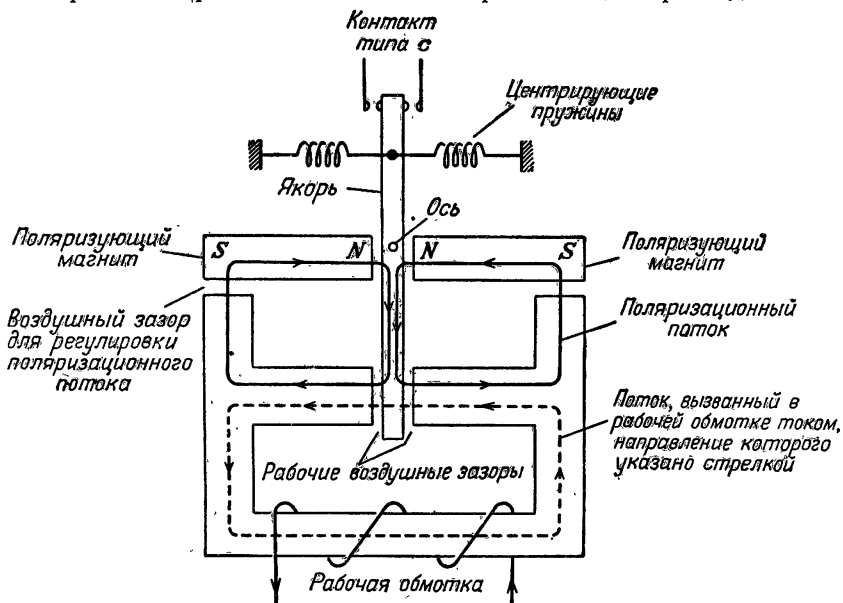


Рис. 2.9. Схематическое изображение поляризованного реле.

Если теперь в рабочую обмотку подать ток в указанном стрелкой направлении, то получающаяся в результате магнитодвижущая сила создает другую составляющую потока<sup>2</sup>, которая на рис. 2.9 указана пунктирной линией. В левой части рабочего воздушного зазора поток, наведенный обмоткой, складывается с потоком от поляризующего магнита, в то время как в правой части зазора эти составляющие противоположны друг другу. Магнитное поле поэтому возрастает в левом зазоре и ослабляется в правом, благодаря чему якорь начинает двигаться влево. По мере движения якоря разбаланс увеличивается, так как уменьшение левого воздушного зазора приводит

<sup>1</sup> Для создания магнитного потока можно пользоваться или постоянными магнитами, как на рис. 2.9, или электромагнитами.

<sup>2</sup> Предполагается, что влияние нелинейности в магнитопроводе незначительно. Строго говоря, результирующий поток нельзя получить с помощью суперпозиции составляющих потоков.



к дальнейшему увеличению магнитного потока левой стороны с соответствующим уменьшением магнитного потока правой стороны. Если изменить направление тока в рабочей обмотке, то все будет происходить наоборот. Величина допустимого рабочего тока ограничена, и это характерно для поляризованного реле. У обычных реле максимальная величина допустимого рабочего тока ограничивается нагревом обмотки. В поляризованном реле рабочий ток не должен создавать магнитный поток в воздушном зазоре, превышающий величину магнитного потока от поляризующего магнита. Если составляющая магнитного потока, наводимая обмоткой, в точности равна составляющей потока от магнита, величина потока в одной половине воздушного зазора удваивается, а в другой половине — снижается до нуля. При этом создается максимальное усилие, действующее на якорь. При дальнейшем возрастании тока в рабочей обмотке результирующее усилие, действующее на якорь, уменьшается, так как поток, создаваемый обмоткой, превосходя по своей величине поляризационный поток, вызывает возрастание величины магнитного потока в обеих частях воздушного зазора.

На рис. 2.10 показано конструктивное выполнение поляризованного реле современного типа. Следует отметить, что во многих случаях применения поляризованных реле требуется, чтобы они реагировали на быстроменяющиеся сигналы. В связи с этим в той части магнитопровода, через которую проходит поток от рабочей обмотки, может циркулировать переменная составляющая. Эта часть магнитопровода обычно выполняется поэтому из листового материала. Поляризованные реле могут иметь контактные группы. Однако в связи с обычными требованиями к ним в отношении чувствительности и быстродействия они в большинстве случаев имеют всего один переключающий контакт (тип *c* рис. 2.4).

В ряде других специальных приложений применяются реле нейтрального типа, работающие от переменного тока. Конструкцию обычного электромагнитного реле в этих случаях нельзя использовать из-за чрезмерных потерь в сердечнике. Кроме того, так как при возбуждении переменным током поток в сердечнике дважды за каждый цикл проходит через нуль, то якорь стремится к колебаниям с частотой, в два раза превышающей частоту переменного тока (так называемый «дребезг»). Для устранения указанных явлений магнитопровод реле переменного тока выполняется из листового материала, а на полюсах помещается «экранирующая» обмотка. Последняя представляет собой проводящую петлю, которая помещается на конце сердечника, примыкающем к якорю. Она устроена таким образом, что через нее проходит часть потока в воздушном зазоре. Так как петля представляет собой короткозамкнутый виток, то проходящий через него переменный поток наводит ток. Последний сдвигает поток, который проходит через экранирующую обмотку, по фазе относительно остального потока в воздушном зазоре. В резуль-

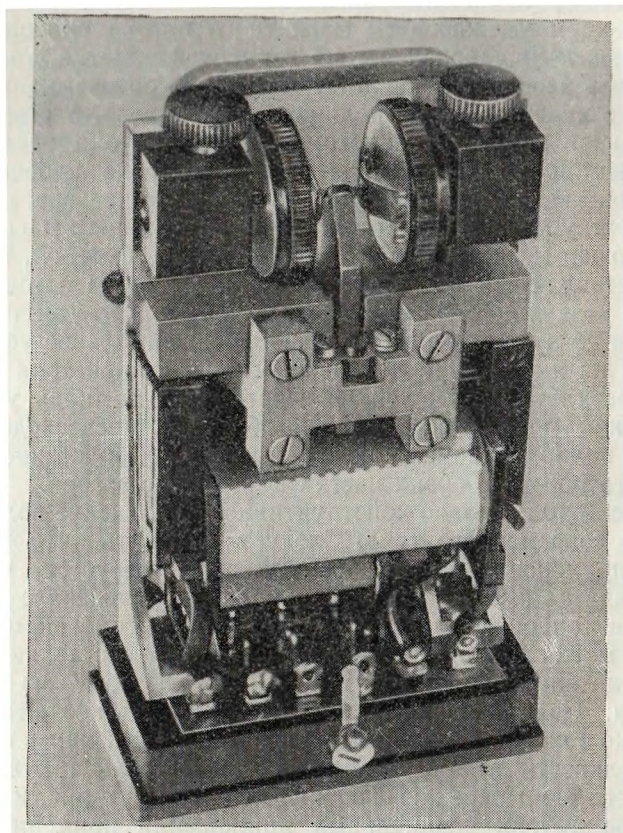


Рис. 2.10. Поляризованное реле.

тате этого сила, действующая на якорь, никогда не проходит через нуль и дребезг якоря исключается или значительно снижается.

Рассмотренные электромагнитные реле являются лишь некоторыми примерами из большого количества типов реле, удовлетворяющих различным требованиям. Помимо реле, существует много специальных типов переключателей с магнитным управлением. Они будут описаны в последующих главах книги в связи со специальными их приложениями.

### § 2.6. Символы реле и схематическое представление контактных цепей

Структура релейных устройств полностью может быть описана на языке схемных символов. Математические преобразования, ко-

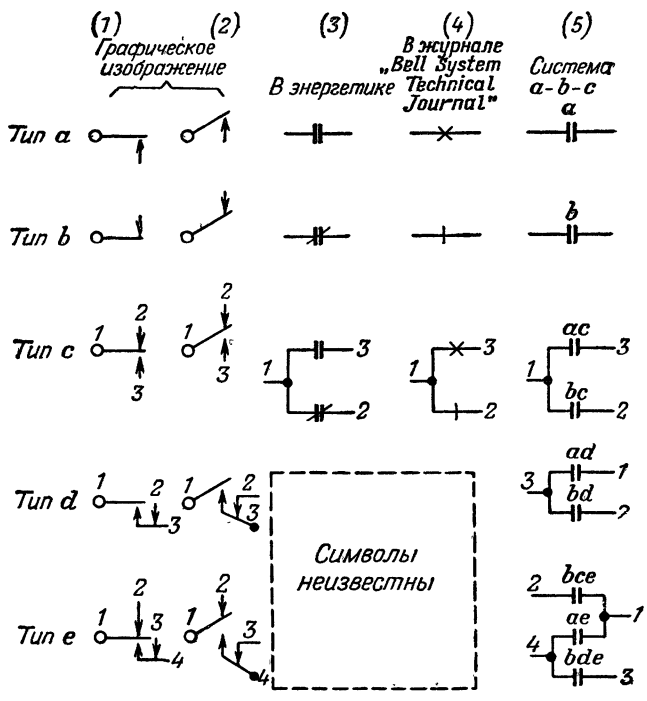


Рис. 2.11. Символы, используемые для обозначения контактов.  
 В столбце (5) приведены символы, используемые в этой книге.

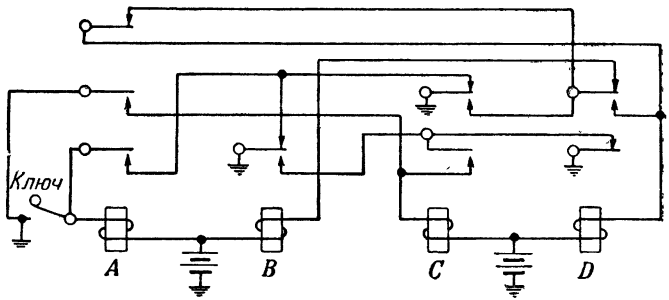


Рис. 2.12. Схематическое изображение структуры релейного устройства.  
 Контакты объединены в группы и связаны с рабочими электромагнитами.

торые будут развиты в последующих главах, являются, по существу, методами, позволяющими прийти к удовлетворительной структуре устройства более изящным путем, чем при использовании метода интуитивных проб. При развитии этих методов важно, чтобы с самого начала была принята символика, которая обеспечивала бы четкое выражение и ясное понимание структуры устройства. При изображении сложных структур всегда приходится осуществлять некоторые неизбежные операции «прослеживания» отдельных цепей

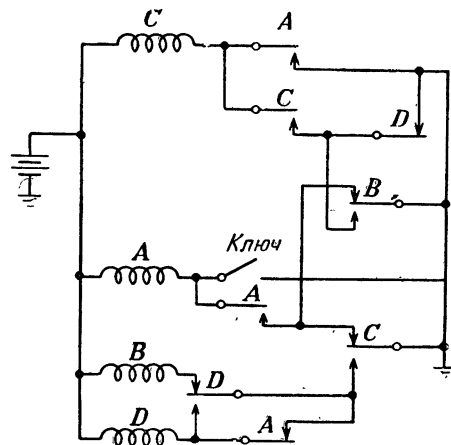


Рис. 2.13. Структура рис. 2.12 с контактами, изображенными отдельно от обмоток реле.

в схеме. Описываемый в этом параграфе метод символического представления сводит, как показывает опыт, эти операции к терпимому минимуму. Приводится описание также и других методов символического изображения структуры релейных устройств, так что читатель будет подготовлен к анализу работы релейных устройств, выраженных в различных символических представлениях.

На рис. 2.11 приведены наиболее часто используемые символы для представления в схемах релейных устройств пружин реле и различных контактных групп. Каждый горизонтальный ряд содержит различные схемные символы для одного из пяти типов контактов, приведенных на рис. 2.4, а в каждом из столбцов указана символика, применяемая в одном из способов схемного представления. В крайнем правом столбце показаны стандартные символы, используемые в этой книге. В первых двух столбцах показаны два варианта схемных представлений, базирующихся на иллюстративном подходе к изображению контактов. Этот метод широко используется в схемах, в которых контакты реле изображаются связанными с символами рабочих обмоток. Одна из типичных схем такого рода

представлена на рис. 2.12. В ней используются символы первого столбца рис. 2.11. Подвижная пружина контакта рассматривается как якорь, который притягивается к связанному с ней электромагниту реле, если по обмотке последнего протекает ток.

Контакты при изображении их в схеме всегда показываются в их нормальных положениях, т. е. в положениях, соответствующих отключенному реле.

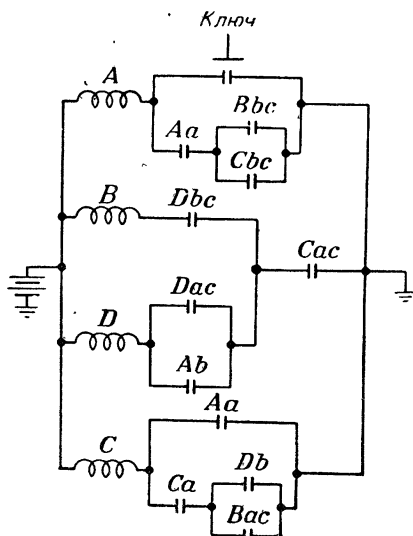


Рис. 2.14. Структура рис. 2.13, в которой благодаря использованию системы символов *a-b-c* более четко выделены контактные цепи, воздействующие на реле.

На рис. 2.13 схема рис. 2.12 приведена вновь, но контакты реле показаны отдельно от рабочих обмоток и сгруппированы таким образом, чтобы контактные цепи, управляющие током в каждой из обмоток, были более четко выражены. Каждому контакту в этом случае приписывается буква или номер, соответствующие букве или номеру реле, которому он принадлежит.

На рис. 2.14 дана та же схема, но представленная на языке более предпочтительной системы символов *a-b-c*. При этом нет нужды изображать контакты в их иллюстративной форме, и благодаря буквенным обозначениям легко определить тип отдельного контакта или группы контактов. Каждому контакту вновь присваивается буква или номер для указания на то, какому реле он принадлежит. За этой буквой следует обозначение маленькими буквами типа контакта (см. рис. 2.4 и 2.11). Таким образом, например, контакт *Aa*

является замыкающим контактом типа  $a$  реле  $A$ , а контакт  $Db$ — размыкающим контактом реле  $D$ . Если контакты типа  $a$  и  $b$  на одном и том же реле присоединены к одной точке в схеме, их можно объединить в переключающий<sup>1</sup> контакт (типа  $c$ ), и это отмечается символами  $ac$  и  $bc$ , следующими за буквой, обозначающей реле. Если замыкающий и размыкающий контакты не присоединены к одной точ-

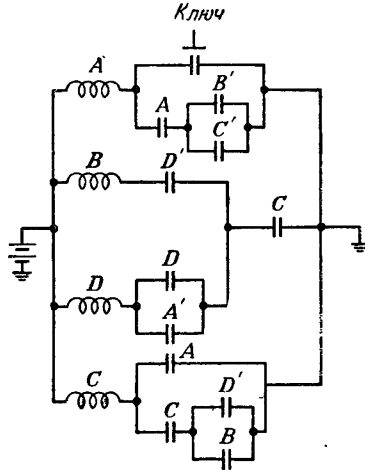


Рис. 2.15. Структура рис. 2.14 с использованием алгебраического обозначения контактов.

ке в схеме или не принадлежат одному и тому же реле, то объединять их в переключающий контакт нельзя.

Развитие алгебры релейных цепей привело к дальнейшему шагу в развитии упрощенных схематических изображений структур релейных устройств, как это показано на рис. 2.15. На этой схеме каждому контакту приписана просто буква соответствующего ему реле. Показываются лишь замыкающие и размыкающие контакты, которые обозначаются соответственно либо символом без штриха, либо символом со штрихом. Контакт, отмеченный, например, буквой  $A$ , является замыкающим контактом реле  $A$ , а обозначенный буквой  $B'$  — размыкающим контактом реле  $B$ . Для целей логического синтеза не обязательно рассматривать объединения замыкающего и размыкающего контактов в переключающий контакт. Это один из шагов, который обычно следует за процессом логического синтеза. Исключение составляют случаи, когда проектировщик интересуется такими объединениями при подсчете числа контактных пружин в

<sup>1</sup> Указания об использовании переходного контакта (тип  $d$ ) будут рассмотрены позже.

схеме с целью определения возможности достичь дальнейших упрощений.

Преимуществом способов символического представления схем рис. 2.14 и 2.15 является то, что здесь выделяются контактные цепи и присущие схеме топологические свойства, которые при других способах остаются в тени. Эти обстоятельства станут более очевидными при применении символических методов синтеза релейных устройств.

### § 2.7. Быстродействующие релейные элементы

При проектировании многих электронно-ламповых устройств ставится задача получения выходного напряжения или тока, являющихся непрерывными функциями входного напряжения, поданного на управляющую сетку лампы. Входной сигнал, вообще говоря, является непрерывной переменной, и функциональная зависимость между входом и выходом либо линейна, либо является некоторой желательной формой нелинейности.

При использовании электронной лампы в качестве релейного элемента она работает в достаточно широком диапазоне своей характеристики, так что выходное напряжение нечувствительно по отношению к небольшим изменениям входного сигнала. Практически электронные лампы работают в этом случае в областях насыщения и отсечки. Так как входное сеточное напряжение двузначно и при логическом синтезе мы не интересуемся промежуточными величинами, то идеальная работа лампы в релейном режиме базируется на резких переходах анодного тока между двумя крайними значениями. При достаточно тщательном проведении электротехнического расчета можно прийти почти к идеальному случаю, что дает проектировщику значительную свободу в использовании электронных ламп в качестве релейных элементов. При этом он не может, конечно, пользоваться такой же свободой, как в случае применения контактов, но при соблюдении некоторых физических ограничений всегда может достичь требуемого результата.

Можно наглядно описать любое релейно-контактное устройство или рассмотреть его действие, пользуясь довольно простым языком. Электронное релейное устройство «прочитать» значительно труднее, если пользоваться только физическими представлениями. Символы и операции алгебры релейных цепей оказывают здесь существенную помощь. По этой причине дальнейшее изучение вопросов, связанных с использованием в релейных устройствах электронных ламп, выпрямителей и полупроводниковых триодов, будет отложено до тех пор, пока не будут изучены алгебраические методы. Математический подход к анализу и синтезу релейных устройств будет развит прежде всего применительно к релейно-контактным элементам. Такое изложение имеет преимущества ввиду большой простоты и гибкости последних и в связи с тем, что логическая сторона рассмотрения здесь наиболее легко отделяется от инженерных соображений.

## Алгебра релейных цепей

Методы математического исследования релейных устройств появились сравнительно недавно. Первый важный вклад в этой области был сделан Шенноном<sup>1</sup> в статье, опубликованной в 1938 году. Он построил исчисление, основанное на ряде постулатов, которые описывают основные идеи теории релейных цепей, например «разомкнутая цепь, соединенная последовательно с разомкнутой цепью, есть разомкнутая цепь». Затем он показал, что это исчисление вытекает из некоторых элементарных положений исчисления высказываний, которое в свою очередь обязано своим происхождением алгебре логики, разработанной Джорджем Булем<sup>2</sup>. Пользуясь этим, Шеннон получил математический аппарат для анализа релейных устройств<sup>3</sup>. В своей первой статье и в последующей работе, опубликованной в 1949 году, он развил другие важные идеи и методы, которые будут рассмотрены в следующих главах. В настоящей же главе будут изложены лишь те алгебраические идеи, которые являются основными для релейных цепей.

### § 3.1. Переменные величины в релейных цепях и их интерпретация

Математический аппарат для исследования релейных устройств должен дать нам возможность выражать действия над двузначными величинами. Выходом электронного релейного устройства может

<sup>1</sup> См. литературу в конце этой главы.

<sup>2</sup> У читателя может возникнуть путаница, так как некоторые авторы, работающие в этой области, ссылаются скорее на алгебру классов, чем на исчисление высказываний. Оба исчисления вытекают из работы Буля, но Шеннон отказывается от интерпретации в терминах классов, потому что там «значения переменных не ограничиваются двумя возможными значениями 0 и 1». Другие авторы утверждают, что, хотя алгебра классов не занимается «значениями» как таковыми, вполне законным является построение некоторого частного истолкования алгебры классов в терминах значений 0 и 1. Поэтому как математический аппарат для алгебры релейных цепей можно рассматривать и алгебру классов, и исчисление высказываний.

<sup>3</sup> Одновременно и независимо от Шеннона это было показано советским физиком В. И. Шестаковым (см. Некоторые математические методы конструирования и упрощения двухполюсных электрических схем класса А. Диссертация, МГУ, 1938 г.). — *Прим. ред.*



быть высокое или низкое напряжение, выходом релейно-контактного устройства — наличие или отсутствие заземления. Изменения состояний входов и различных внутренних элементов в таких устройствах также двузначны. Однако величины, с которыми мы имеем дело, строго говоря, являются переменными, несмотря на то, что они принимают только два различных значения. Такая переменная величина может представлять собой либо изменение состояния какого-нибудь конкретного элемента релейного устройства, либо изменение, происходящее в результате работы группы элементов.

Выражаясь более точно, любая данная переменная символизирует или условие работы, или состояние схемного элемента или группы схемных элементов; она не имеет численного значения, так как в условии работы или в состоянии нет ничего такого, что могло бы быть измерено в обычном смысле этого слова. Можно сказать, что цепь замкнута или разомкнута, но нельзя ответить на вопрос: «насколько она замкнута и насколько она разомкнута», если не считать ответа, что она полностью замкнута или полностью разомкнута. Таким образом, когда мы говорим, что некоторая переменная двузначна, то не имеется в виду, что она принимает два значения в обычном смысле. Скорее имеется в виду, что она может характеризовать собой два различных рабочих состояния. Мы, конечно, подозреваем, что эти два состояния различимы в реальной цепи, но в процессе логического синтеза мы не интересуемся, насколько они должны быть далеки друг от друга, чтобы стать отличимыми. Когда приходят к стадии интерпретации результатов алгебраических преобразований, то здесь уже удобно иметь возможность приписывать «значения» переменным. В частности, если известны значения, которые характеризуют состояния отдельных элементов устройства, то алгебра релейных цепей позволяет определить значение, характеризующее состояние всего устройства в целом.

В качестве двух «значений» переменных примем цифры 0 и 1. Пока что мы не будем пытаться точно оговорить, что означают эти цифры на языке состояний релейных элементов, поскольку, как мы убедимся в дальнейшем, можно пользоваться одной из двух интерпретаций. Например, цифра 0 может представлять либо замкнутую, либо разомкнутую цепь, а тогда цифра 1 может представить соответственно разомкнутую или замкнутую цепь. Получающиеся алгебраические выражения оказываются совершенно различными, но если их истолковать в соответствии с первоначально принятыми значениями для 0 и 1, то они приводят к одинаковому результату.

Цифры 0 и 1 представляют, как уже указывалось, только условия работы или состояния релейных элементов<sup>1</sup>; они не дают ника-

<sup>1</sup> Переменные величины в релейных цепях часто называют двоичными переменными, так как они принимают два значения. Мы будем пользоваться этим термином, но читатель не должен смешивать двоичную переменную с двоичным числом.

кой количественной оценки их свойств, и поэтому их не следует рассматривать как числа в обычном арифметическом смысле.

В постулатах и теоремах алгебры релейных цепей цифры и переменные подчиняются правилам, которые в большинстве случаев совпадают с правилами обычной алгебры и арифметики. Однако существует ряд выражений, которые не подчиняются обычным правилам. Именно эти исключения и заставляют нас подчеркнуть, что алгебра релейных цепей является не алгеброй чисел, а алгеброй состояний и что цифры 0 и 1 не выражают количественных соотношений<sup>1</sup>.

Выше отмечалось, что в алгебре релейных цепей цифрам 0 и 1 может быть приписано два различных смысла. Это первая встреча с идеей двойственности—понятием, которое оказывает значительное влияние на анализ и преобразование релейных цепей. Мы встретимся с ним вновь при формулировке постулатов и теорем алгебры релейных цепей.

### § 3.2. Постулаты алгебры релейных цепей

Первый постулат является просто точным способом утверждения того факта, что мы имеем дело с двузначными переменными. Поставим в соответствие состоянию некоторого релейного элемента или группы таких элементов какой-нибудь символ, скажем  $X$ . Тогда мы можем написать

$$(1) \quad X = 0, \quad \text{если } X \neq 1,$$

и

$$(1') \quad X = 1, \quad \text{если } X \neq 0.$$

Заметим, что этот постулат, который на самом деле является определением двоичной переменной, состоит из двух частей: 1 и 1'. Остальные постулаты и большинство теорем также будут состоять из двух частей, которые будут формулироваться одновременно.

<sup>1</sup> Положение здесь в некоторой степени аналогично тому, с которым сталкивается инженер, пользуясь выражением  $j = \sqrt{-1}$  при анализе явлений, связанных с колебаниями. В математике он привык называть  $\sqrt{-1}$  мнимым числом, но в своей инженерной практике он должен знать, что этим числом пользуются как очень мощным математическим инструментом, однако оно не делает какую-либо физическую величину «мнимой».

В вычислительной технике имеет место некоторое смешение понятий, которое может привести к путанице. Блоки управления вычислительной машины представляют собой релейное устройство и в его пределах цифры 0 и 1 используются в их логическом, а не числовом смысле. Однако сама машина оперирует с действительными числами, которые в большинстве машин выражаются в виде двоичных чисел. Эти числа также состоят из цифр 0 и 1, но здесь эти цифры уже действительно имеют численное значение.

- (2)  $0 \cdot 0 = 0,$   
 (2')  $1 + 1 = 1;$   
 (3)  $1 \cdot 1 = 1,$   
 (3')  $0 + 0 = 0;$   
 (4)  $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0,$   
 (4')  $0 + 1 = 1 + 0 = 1.$

За исключением постулата 2', приведенные соотношения в точности совпадают с соответствующими постулатами обычной арифметики. Отложим истолкование постулата 2' до § 3.6 и отметим здесь лишь некоторые особенности проявляющейся двойственности.

Если в постулатах 2, 2' и 3, 3' мы заменим 0 на 1, и наоборот, то мы просто поменяем постулаты местами. Кроме того, из 2' и 3' мы видим, что  $1 + 1 = 1$  и соответственно  $0 + 0 = 0$ , что является любопытным видом параллелизма. Эти замечания подчеркивают тот факт, что цифры 0 и 1 представляют скорее состояния, чем числа.

Кроме того, можно высказать предположение, что операции, обозначенные знаками  $+$  и  $\cdot$ , не вполне соответствуют понятиям сложения и умножения в нашем обычном представлении.

В самом деле, если вернуться к постулатам и поменять местами в 2, 2', 3, 3' и 4, 4' не только 0 и 1, но и знаки  $+$  и  $\cdot$ , то мы обнаружим, что в каждом постулате равенства со штрихом и без штриха поменяются местами. Таким образом, 2 становится 2', а 2' становится 2, 3 и 3' меняются местами и так далее. Это правило в полном виде применимо также к 4, 4', в то время как простая замена цифр приведет к неправильным результатам.

Принцип двойственности в том виде, в каком он сейчас изложен, выражает следующее: *любой постулат может быть преобразован в другой постулат одновременной заменой цифры 0 на цифру 1 и операции «сложения» на «умножение», и наоборот.* В дальнейшем это важное правило будет обобщено, с тем чтобы его можно было применять к любому алгебраическому выражению.

Остальные постулаты алгебры релейных цепей имеют вид

- (5)  $0' = 1,$   
 (5')  $1' = 0.$

Эта пара постулатов выражает ту мысль, что состояние, противоположное состоянию 0, есть 1, и наоборот. Во многих статьях и книгах, посвященных теории релейных цепей, стало обычным называть величину со штрихом «отрицательной» величиной и говорить об этой операции как об «отрицании».

Эти термины взяты непосредственно из исчисления высказываний, где их применяют для того, чтобы отличать «истинное» высказывание от «ложного». Они полностью соответствуют там своему значению, но у тех, кто работает в области алгебры релейных цепей, термины «отрицательный» и «отрицание» могут вызывать серьезные возражения, поскольку здесь должны учитываться также и термины, применяемые в электротехнике. Пока мы имеем дело исключительно с релейно-контактными устройствами, никаких недоразумений не возникает. Но когда алгебра релейных цепей используется применительно к электронным релейным устройствам, приходится делать различие между отрицательной полярностью тока или напряжения и отрицательными логическими переменными.

Более удобным поэтому для операции, указанной в постулатах 5, 5', является название «инверсия». В соответствии с этим будем говорить, что цифра 1 есть инверсия цифры 0, а 0 — инверсия 1.

Приведенные постулаты выражают правила, которым подчиняется алгебра релейных цепей. На их основе далее будут сформулированы теоремы, которые позволят записывать и преобразовывать алгебраические выражения, соответствующие этим цепям.

### § 3.3. Теоремы для одной переменной

При изложении теорем алгебры релейных цепей последовательность, в которой они представляются, в значительной мере зависит от того, возможно ли доказать справедливость каждой теоремы на основе постулатов и ранее доказанных теорем. Имеется, однако, другой метод доказательства—метод перебора всех значений, который применим для алгебры релейных цепей, так как каждая переменная в ней может иметь только два значения. Применительно к этой алгебре доказательство с помощью метода перебора всех значений состоит в том, что мы составляем все возможные комбинации значений переменных и проверяем для них справедливость теоремы.

Воспользуемся этим и изложим теоремы в такой последовательности, которая позволила бы подчеркнуть прежде всего структуру алгебры релейных цепей, а не ее формальную связь. При доказательстве теорем, если это окажется возможным, будет использован формальный метод. В противном случае будем пользоваться методом перебора всех значений. Некоторые доказательства будут предоставлены читателю в качестве упражнения.

Для одной переменной  $X$  справедливы теоремы, характеризующиеся написанными ниже соотношениями. Каждой теореме сопутствует двойственная теорема, полученная в результате взаимной замены как цифр 0 и 1, так и операций сложения и умножения<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Двойственность в некоторых случаях частичная, так как в большинстве теорем буквы, представляющие переменные, не заменяются своими инверсиями. Заметим, однако, что пары теорем 9, 9' и 10, 10' полностью двойственные.

- (6)  $X + 0 = X,$   
 (6')  $X \cdot 1 = X;$   
 (7)  $1 + X = 1,$   
 (7')  $0 \cdot X = 0;$   
 (8)  $X + X = X,$   
 (8')  $X \cdot X = X;$   
 (9)  $(X)' = X',$   
 (9')  $(X')' = X;$   
 (10)  $X + X' = 1,$   
 (10')  $X' \cdot X = 0.$

Теоремы 6, 6', 7, 7' и 8, 8' доказываются методом перебора. Если подставить вместо  $X$  сначала значение 0, а затем 1, то получим соотношения, постулированные в 2, 2' и 3, 3'.

Утверждения, содержащиеся в теоремах 6, 6' и 7', являются уже знакомыми соотношениями, имеющимися в обычной алгебре, но утверждения теорем 7, 8 и 8' являются новыми. Они представляют собой непосредственное следствие принятых нами постулатов и как таковые являются частью некоторой последовательной алгебраической структуры. В дальнейшем мы покажем, что всем этим соотношениям можно придать физический смысл.

В теореме 7 утверждается, что если мы прибавляем переменную  $X$  к цифре 1, то в результате получаем 1. Это одна из важных теорем в алгебраических преобразованиях, так как  $X$  является обобщенной переменной. Предположим, что мы имеем выражение

$$T = A + B + C + D + E.$$

Если какая-либо переменная в этой сумме имеет значение 1, то все выражение сводится к  $T = 1$ , независимо от значений остальных переменных. Так же важна и теорема 8. Переменная  $X$ , как и ранее, представляет любую двузначную (или двоичную) переменную. Ее применение можно проиллюстрировать на следующем примере. Пусть

$$T = A + BC + CDE + F + CDE.$$

Согласно теореме 8, присутствие второго члена  $CDE$  является излишним, и написанное выше выражение приводится к виду

$$T = A + BC + CDE + F.$$

Теорему 8' можно непосредственно вывести из постулатов 1, 1'. Поскольку  $X$  может принимать только два значения, не может

быть нового значения, которое получилось бы в результате возведения  $X$  в степень в обычном алгебраическом смысле. Как теореме 8, так и  $8'$  можно записать в более общей форме

$$(8a) \quad X + X + X + \dots = nX = X,$$

$$(8a') \quad X \cdot X \cdot X \cdot \dots = X^n = X.$$

Теоремы 9, 9' и 10, 10' выводятся непосредственно из постулатов 5, 5'. Теоремы 10, 10' особенно важны при алгебраических преобразованиях; в этих теоремах утверждается соответственно, что сумма любой переменной и ее инверсии есть 1 и что произведение любой переменной и ее инверсии есть 0.

Хотя все эти теоремы касаются только одной переменной, они весьма важны для многих случаев алгебраических преобразований. Они представляют собой простые правила, которые неоднократно будут использоваться при упрощении алгебраических выражений, при разработке методов синтеза и при преобразовании релейных цепей в особых случаях.

### § 3.4. Теоремы для двух и трех переменных

Хотя практические задачи по синтезу структуры релейных устройств затрагивают обычно больше чем две или три переменные, значительная часть алгебраических преобразований осуществляется с помощью теорем, приведенных ниже.

$$(11) \quad X + Y = Y + X,$$

$$(11') \quad X \cdot Y = Y \cdot X \quad \text{или просто } XY = YX;$$

$$(12) \quad X + XY = X,$$

$$(12') \quad X(X + Y) = X;$$

$$(13) \quad (X + Y)Y = XY,$$

$$(13') \quad XY' + Y = X + Y;$$

$$(14) \quad X + Y + Z = (X + Y) + Z = X + (Y + Z),$$

$$(14') \quad XYZ = (XY)Z = X(YZ);$$

$$(15) \quad XY + XZ = X(Y + Z),$$

$$(15') \quad (X + Y)(X + Z) = X + YZ;$$

$$(16) \quad (X + Y)(Y + Z)(Z + X) = (X + Y)(Z + X'),$$

$$(16') \quad XY + YZ + ZX' = XY + ZX';$$

$$(17) \quad (X + Y)(X' + Z) = XZ + X'Y.$$

Теоремы 11, 11' и 14, 14' отражают тот факт, что в алгебре релейных цепей, точно так же, как и в обычной алгебре, справедливы переместительный и сочетательный законы. Результаты выполнения операций сложения и умножения не зависят от того, в каком порядке следуют переменные. Кроме того, в простой сумме или произведении скобки можно опустить.

Теорема 15 соответствует распределительному закону обычной алгебры. В нашей власти либо вынести за скобки общий член, либо раскрыть скобки, умножив соответственно все члены на общий множитель. Все теоремы 11, 11', 14, 14' и 15 легко доказываются методом перебора.

Остается ряд теорем, которым не соответствуют соотношения обычной алгебры. Они все могут быть доказаны методом перебора. Интересно, однако, рассмотреть для некоторых из них другие доказательства.

**Т е о р е м а 12.** Вынесем  $X$  за скобки в левой части и заметим, что в силу теоремы 7 член  $(1 + Y) = 1$ .

**Т е о р е м а 12'.** Выполним операцию умножения. В силу теоремы 8'  $X \cdot X = X$ . Получим уже доказанную теорему 12.

**Т е о р е м а 13.** Раскроем скобки. По теореме 10'  $Y'Y' = 0$ , следовательно, левая часть равна правой.

**Т е о р е м а 13'.** Следующее доказательство особенно интересно, так как оно показывает, каким образом в алгебре релейных цепей можно пользоваться теоремами как в «прямом», так и в «обратном» направлении.

Как следует из теоремы 10,  $X + X' = 1$ . Поэтому левая часть выражения 13' может быть записана в виде

$$XY' + Y(X + X') = XY' + XY + X'Y.$$

В соответствии с теоремой 8  $X + X' = X$ . В этом выражении  $X$  является обобщенным символом, который может представлять любую двоичную переменную. Произведение двух двоичных переменных является также двоичной переменной, и, следовательно, мы можем записать, применяя теорему 8 в «обратном» направлении, что

$$XY = XY + XY.$$

Используя это равенство, перепишем левую часть выражения 13':

$$XY' + XY + XY + X'Y.$$

После вынесения за скобки получим

$$X(Y' + Y) + Y(X + X').$$

Поскольку оба члена в скобках, как это следует из теоремы 10, равны 1, то теорема доказана.

Хотя теорема 15 выражает распределительный закон обычной алгебры, двойственная ей теорема 15' не имеет соответствия в этой

алгебре. Эта теорема выражает так называемый закон «поглощения» в алгебре релейных цепей. Раскроем скобки в левой части выражения 15':

$$X + XY + XZ + YZ.$$

Так как каждое из выражений  $(X + XY)$  и  $(X + XZ)$  в силу теоремы 12 равно  $X$ , преобразование сводится к «поглощению» членов  $XY$  и  $XZ$  членом  $X$ .

Доказательства остальных теорем предоставляем сделать читателю в качестве упражнения. Теоремы 16, 16' являются достаточно мощным средством для исключения лишних членов. Однако, пользуясь этими теоремами, проектировщик должен быть весьма осторожен с точки зрения оценки обстоятельств, при которых они применимы<sup>1</sup>. У теоремы 17 нет двойственной формы, поскольку обе части выражения 17 являются двойственными по отношению друг к другу.

В доказательстве теоремы 13' одна из теорем алгебры релейных цепей использована в «обратном» направлении. Следует подчеркнуть, что все приведенные выше теоремы можно читать в любом направлении и может быть много случаев, когда это окажется полезным.

### § 3.5. Теоремы для $n$ переменных

Инверсные соотношения, которые выше подчеркивались парной группировкой теорем, в общем виде выражаются теоремой Де Моргана:

$$(18) \quad (X + Y + Z + \dots)' = X' \cdot Y' \cdot Z' \cdot \dots,$$

$$(18') \quad (X \cdot Y \cdot Z \cdot \dots)' = X' + Y' + Z' + \dots$$

Она показывает, что инверсией суммы членов является произведение инверсий этих членов, а инверсией произведения членов служит сумма инверсий. Эту теорему легко доказать для двух членов методом перебора. Затем эти два члена объединяются в один, к нему прибавляется третий член, и доказательство повторяется. Считая утверждение верным для  $n$  членов, доказывают его для  $n + 1$  члена. Этим завершается доказательство в общем виде.

Теорема Де Моргана не выражает полностью соотношений, существующих между инверсными функциями. Шеннон предложил обобщение этой теоремы в следующем виде:

$$19) \quad f(X_1, X_2, \dots, X_n, +, \cdot)' = f(X_1', X_2', \dots, X_n', \cdot, +).$$

<sup>1</sup> Вопрос об особенностях применения этих теорем будет рассмотрен в гл. 12. — *Прим. ред.*



Теорема Де Моргана в этом виде показывает, что инверсия любой функции получается заменой каждой переменной ее инверсией и одновременно взаимной заменой символов сложения и умножения. Необходимо соблюдать осторожность при выполнении этих операций, так как функции в том виде, в каком их обычно записывают, содержат как явные, так и неявные скобки. Группировки членов, выраженной скобками, следует придерживаться и при выполнении операций, указанных в теореме 19. Например, функцию

$$X'(Z + WY') + Z'Y'$$

нужно мысленно представить себе как

$$\{X'[Z + (WY')]\} + (Z'Y').$$

Если воспользоваться теоремой 19 для получения инверсии этой функции, то получим

$$\{X + [Z'(W' + Y)]\} \cdot (Z + Y'),$$

после чего можем опустить излишние скобки для получения выражения в окончательном виде:

$$[X + Z'(W' + Y)][Z + Y'].$$

Понятие инверсии особенно важно для синтеза и преобразования структуры релейных устройств. Оно выражает ту мысль, что в двузначных системах для каждой структуры существует другая структура, которая имеет действие, в точности инверсное (противоположное) первой. Иногда легче построить структуру, действие которой противоположно желаемому, и затем взять ее инверсию для получения нужной структуры. В других случаях инверсией пользуются для упрощения функции, поскольку часто случается, что с инверсией легче обращаться, чем с первоначальной функцией. Эти вопросы будут рассмотрены в дальнейшем при использовании алгебры релейных цепей для преобразования структуры реальных релейных устройств.

В записи теоремы 19 была использована функциональная форма обозначений без ее точной интерпретации. Значительная часть алгебры релейных цепей связана с использованием такого вида функций. Элементы  $X_1, X_2, \dots, X_n$  представляют собой переменные, характеризующие релейные элементы, и все они имеют двоичный смысл. Релейная функция есть выражение, образованное из таких переменных при помощи операций сложения, умножения и инверсии<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> В английском тексте применен термин «switching function», что означает в буквальном переводе «переключательная функция». Мы будем применять более употребительный в русском языке термин «релейная функция», который в случае, когда идет речь об описании структуры релейного устройства, будем заменять принятым в русской литературе термином «структурная формула». — Прим. ред.

В целях краткости для представления любой функции  $n$  переменных воспользуемся формой записи  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  или просто  $f(X_n)$ .

Любую релейную функцию  $n$  переменных можно разложить в ряд на основании теоремы разложения, которая выражается в двойственной форме следующим образом:

$$(20) \quad \begin{aligned} f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \\ = X_1 \cdot f(1, X_2, \dots, X_n) + X_1' \cdot f(0, X_2, \dots, X_n), \end{aligned}$$

$$(20') \quad \begin{aligned} f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \\ = [X_1 + f(0, X_2, \dots, X_n)][X_1' + f(1, X_2, \dots, X_n)]. \end{aligned}$$

Эти равенства доказываются довольно просто. Если подставить в каждое из выражений вначале  $X_1 = 1$  и  $X_1' = 0$ , а затем  $X_1 = 0$  и  $X_1' = 1$ , то они сводятся к тождествам.

Говорят, что релейная функция  $f(X_n)$  разложена по  $X_1$ , если она представлена в виде 20 или 20'. Аналогичные выражения можно записать для представления разложений по любой из  $n$  переменных. Следует отметить, что в разложении по  $X_1$  в теореме 20 коэффициенты при  $X_1$  и  $X_1'$  суть функции остальных  $n - 1$  переменных. Эти коэффициенты можно по аналогии разложить по любой из оставшихся переменных ( $X_2, \dots, X_n$ ). Точно так же и в теореме 20' аддитивные члены в правой части равенства в каждой скобке есть функции переменных ( $X_2, \dots, X_n$ ) и могут быть разложены по любой из этих переменных.

Если продолжать процесс разложения последовательно по каждой из первоначальных  $n$  переменных, то получим окончательно полное разложение в ряд. Теорема 20 приводит к разложению в ряд в виде суммы произведений, каждый член которой содержит каждую из  $n$  переменных или ее инверсию. Теорема 20' приводит к произведению сумм, и в каждую сумму входит также каждая переменная или ее инверсия. Полученные таким образом полные разложения будем называть *стандартными формами* релейной функции. Если функция разложена на основе теоремы 20, то полученное выражение будет соответствовать так называемой совершенной дизъюнктивной нормальной форме исчисления высказываний. При использовании теоремы 20 полное разложение приводит к совершенной конъюнктивной нормальной форме<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Совершенная дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы являются, вероятно, наиболее компактными формами общего описания релейных функций. Выражаемые ими идеи более подробно будут обсуждены в последующих главах. Формы, которые в этой книге называются «стандартными», другие авторы называют «каноническими». Авторы, работающие в области математической логики, пользуются и другими терминами.

При преобразованиях структур релейных устройств полезны следующие теоремы, которые можно доказать с помощью теорем о разложении.

$$(21) \quad X_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 \cdot f(1, X_2, \dots, X_n),$$

$$(21') \quad X_1 + f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + f(0, X_2, \dots, X_n);$$

$$(22) \quad X'_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X'_1 \cdot f(0, X_2, \dots, X_n),$$

$$(22') \quad X'_1 + f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X'_1 + f(1, X_2, \dots, X_n).$$

Упрощения, которые получаются при использовании теорем 21, 21' и 22, 22', можно осуществить также и с помощью более простых теорем, изученных ранее в этой главе, но при этом потребуются большее число шагов. Например, выражение

$$X + Y + (X + Z)(W + Y)$$

можно упростить, применяя теорему 21' одновременно к переменным  $X$  и  $Y$ . При этом сразу получим

$$X + Y + (0 + Z)(W + 0) = X + Y + WZ.$$

Можно раскрыть скобки в исходном выражении и получить

$$X + Y + XW + XY + WZ + YZ.$$

Затем, используя теорему 12, осуществить упрощения:  $X + XW + XY = X$  и  $Y + YZ = Y$ . Таким образом, то же самое упрощенное выражение получается без использования теоремы 21'. Еще один пример полезен в качестве иллюстрации широкого применения теорем алгебры релейных цепей. Всякая переменная, например  $X$ , в любой теореме представляет собой любую двоичную переменную. В выражении

$$W' + Z' + (X + WZ)(Y + Z)$$

член  $WZ$  также можно рассматривать как двоичную переменную, так как  $W$  и  $Z$  — двоичные переменные. Переписав это выражение так:

$$(WZ)' + (X + WZ)(Y + Z),$$

можно упростить его, применяя теоремы 22' и 7, и получить

$$(WZ)' + (X + 1)(Y + Z) = W' + Z' + Y + Z = 1.$$

Это пример предельного упрощения, при котором обнаружилось, что рассматриваемое алгебраическое выражение всегда равно 1.

### § 3.6. Алгебраическое выражение основных схемных соединений

В силу причины, указанной в конце гл. 2, ограничимся на первое время интерпретацией схемного значения алгебры релейных цепей в виде контактных цепей. Кроме того, сначала будем рассматривать только двухполюсные контактные структуры, изображенные в общем виде на рис. 3.1.

Независимо от размеров и степени сложности двухполюсной структуры для нее характерны лишь два состояния проводимости между полюсами: цепь между  $a$  и  $b$  либо замкнута, либо разом-



Рис. 3.1. Схематическое изображение контактного двухполюсника.

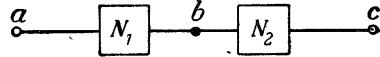


Рис. 3.2. Последовательное соединение контактных двухполюсников.

кнута. Можно поэтому для представления этих двух состояний использовать цифры 0 и 1. Это можно сделать любым из двух способов: цифру 0 можно использовать для представления разомкнутого состояния, 1 тогда представит замкнутое состояние цепи; или 0 может представить замкнутую цепь, 1 тогда представит разомкнутую цепь. Поскольку оба эти представления используются в литературе по релейным устройствам, важно уяснить их смысл.

Представим себе, что сначала рассматривается сопротивление между плюсами  $a$  и  $b$  структуры рис. 3.1. Предположим, что все контакты и провода имеют незначительное сопротивление и что изоляция совершенна. Тогда между точками  $a$  и  $b$  структура будет иметь сопротивление, равное нулю в замкнутом состоянии и равное бесконечности в разомкнутом состоянии. Можно представить это сопротивление двоичной переменной  $X_{ab}$  или просто  $X$ . Цифра 0 используется в этом случае для выражения сопротивления замкнутой цепи, а цифра 1 — для выражения сопротивления разомкнутой цепи.

Таблица 3.1

$N_1$	$N_2$	Последовательное соединение
Разомкнуто	Разомкнуто	Разомкнуто
Разомкнуто	Замкнуто	Разомкнуто
Замкнуто	Разомкнуто	Разомкнуто
Замкнуто	Замкнуто	Замкнуто

Рассмотрим теперь структуру, изображенную на рис. 3.2, где контактные устройства  $N_1$  и  $N_2$  соединены последовательно. Пусть  $X$  представляет собой сопротивление между полюсами  $a$  и  $b$

в устройстве  $N_1$ , а  $Y$  — сопротивление между полюсами  $b$  и  $c$  в устройстве  $N_2$ .

Для этого последовательного соединения сопротивление между полюсами  $a$  и  $c$  можно определить с помощью табл. 3.1, учитывая, что цепь, состоящая из последовательного соединения  $N_1$  и  $N_2$ , замкнута только тогда, когда замкнуты цепи и в  $N_1$  и в  $N_2$ .

Если подставить цифры 1 и 0 вместо сопротивлений разомкнутой и замкнутой цепи соответственно, то приведенная выше таблица превращается в следующую.

Таблица 3.2

$N_1$	$N_2$	Последовательное соединение	$N_1+N_2$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Отметим, что в табл. 3.2 для сопротивлений  $N_1$  и  $N_2$  представлены все возможные комбинации их значений. В крайнем правом столбце таблицы приведена сумма сопротивлений  $N_1$  и  $N_2$ , причем сложение выполнено в соответствии с постулатами алгебры релейных цепей. Заметим, что в каждой строке алгебраическая сумма в точности соответствует сопротивлению последовательной цепи  $N_1$  и  $N_2$ . Следовательно, если  $X$  и  $Y$  представляют сопротивления соединенных последовательно цепей, то сопротивление последовательного соединения получится из соотношения

$$H_s = X + Y. \tag{3.1}$$

Сопротивление двух соединенных последовательно цепей само является двоичной переменной и его можно обозначить  $H_{2s}$ . Если к этому сопротивлению прибавим еще одну последовательную цепь  $Z$ , то сопротивление их будет равно

$$H_{3s} = H_{2s} + Z = (X + Y) + Z = X + Y + Z.$$

Мы можем распространить этот процесс на произвольное число цепей, и сколько бы мы ни продолжали последовательно соединять элементы цепей, имеющие двоичный характер, сопротивление их будет выражаться в виде суммы соответствующих членов. В общем виде будем поэтому иметь

$$H_{\text{послед.}} = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum_1^n X_n. \tag{3.2}$$

Пользуясь аналогичным методом, рассмотрим теперь соотношение, имеющее место при параллельном соединении контактных уст-

ройств (рис. 3.3). В табл. 3.3 показаны условия замкнутости и разомкнутости цепи между полюсами  $a$  и  $b$  в зависимости от соответствующих условий в цепях  $N_1$  и  $N_2$ . Обозначая через 1 и 0 сопротивление соответственно разомкнутой и замкнутой цепи, получаем табл. 3.4. Крайний правый столбец в этой таблице представляет собой произведение сопротивлений цепей  $N_1$  и  $N_2$ . Для каждой строки произведение в точности соответствует сопротивлению параллельного соединения, причем это имеет место для любых возможных комбинаций значений сопротивлений  $N_1$  и  $N_2$ . Отсюда следует, что если  $X$  и  $Y$  суть переменные, представляющие сопротивления двух элементов, соединенных параллельно, то сопротивление всей цепи в целом будет определяться соотношением

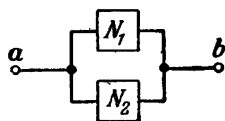


Рис. 3.3. Параллельное соединение контактных двухполюсников.

$H_p = X \cdot Y$ . (3.3)

Таблица 3.3

$N_1$	$N_2$	Параллельное соединение
Разомкнуто	Разомкнуто	Разомкнуто
Разомкнуто	Замкнуто	Замкнуто
Замкнуто	Разомкнуто	Замкнуто
Замкнуто	Замкнуто	Замкнуто

Таблица 3.4

$N_1$	$N_2$	Параллельное соединение	$N_1 N_2$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

Поскольку сопротивление двух параллельных элементов есть двоичная переменная (обозначим ее  $H_{2p}$ ), то при соединении элемента  $Z$  параллельно с  $H_{2p}$  получим

$$H_{3p} = H_{2p} \cdot Z = (X \cdot Y) \cdot Z = XYZ.$$

Этот процесс можно распространить на произвольное число элементов, и в общем случае для  $n$  элементов, соединенных параллельно, будем иметь

$$H_{\text{паралл.}} = X_1 X_2 \dots X_n = \prod_1^n X_n. \quad (3.4)$$

Рассмотрим теперь эти основные соединения с иной точки зрения. Положим, что на рис. 3.1 между полюсом  $a$  и землей приложен потенциал  $V_a$  и что нужно определить потенциал  $V_b$  между полюсом  $b$  и землей. Если контактная цепь разомкнута, то  $V_b = 0$ ; если же она замкнута, то  $V_b = V_a$ . Если теперь ввести некоторую величину  $T$ ,

$$T = \frac{V_b}{V_a}, \quad (3.5)$$

которую мы назовем *проводимостью*, то можно убедиться, что  $T = 0$  для разомкнутой и  $T = 1$  для замкнутой цепи. Это в точности противоположно значениям цифр 0 и 1, присвоенным выше для случая сопротивлений.

Для последовательного и параллельного соединений цепей в этом случае применимы те же табл. 3.1 и 3.3. Однако, пользуясь понятием проводимости, в этом случае нуль нужно поставить в соответствие разомкнутой цепи, а единицу — замкнутой. Поэтому для условий табл. 3.1 и 3.3 получим новые наборы цифровых значений, представленные соответственно в табл. 3.5 и 3.6. Столбцы справа

Таблица 3.5

$N_1$	$N_2$	Последовательное соединение	$N_1 N_2$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

в этих таблицах показывают, что проводимость последовательно соединенных элементов выражается произведением проводимостей элементов, а проводимость параллельно соединенных элементов — суммой проводимостей элементов. Рассуждая как и в случае интерпретации замкнутого и разомкнутого состояния в терминах сопротивления, можно написать

$$T_{\text{послед.}} = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n = \prod_1^n X_n, \quad (3.6)$$

$$T_{\text{паралл.}} = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum_1^n X_n. \quad (3.7)$$

Таблица 3.6

$N_1$	$N_2$	Параллельное соединение	$N_1+N_2$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Из проведенного рассмотрения видно, что операции сложения и умножения должны истолковываться в соответствии с физической интерпретацией переменных. Если переменные представляют собой сопротивления, то сложение соответствует последовательному соединению, а умножение — параллельному. Однако если в качестве переменных принимаются проводимости, то сложение соответствует параллельному соединению, а умножение — последовательному. Выражения, описывающие действие данной цепи, могут быть представлены в двух совершенно различных формах, в зависимости от того, какой физической смысл придают переменным. Как будет показано в следующем параграфе, оба толкования в отношении характеристики действия устройства в целом приводят к совершенно одинаковым результатам.

### § 3.7. Последовательно-параллельные соединения

Правила, выведенные в § 3.6, позволяют исследовать структуры релейных устройств, содержащих как последовательные, так и параллельные соединения отдельных устройств или релейных элементов<sup>1</sup>.

Рассмотрим структуру рис. 3.4, где релейные устройства или элементы  $W$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  соединены последовательно и параллельно. Между узлами  $a$  и  $b$  включены последовательно  $W$  и  $X$ ; между узлами  $b$  и  $c$  находятся параллельно соединенные  $Y$  и  $Z$ .

Пользуясь понятием сопротивления, можно написать следующую структурную формулу для цепи, находящейся между узлами  $a$  и  $b$ :

$$H_s = W + X.$$

Соответствующая структурная формула для цепи между узлами  $b$  и  $c$  будет иметь вид

$$H_p = YZ.$$

<sup>1</sup> Под релейным элементом понимается простейшая составная часть релейного устройства, имеющая релейное действие (размыкающий или замыкающий контакт реле, электронная лампа, используемая в релейном режиме, и т. д.). Релейное устройство состоит из совокупности соединенных друг с другом релейных элементов.



Каждая из этих релейных функций является двоичной переменной, и поэтому их можно объединить на основании правила о последовательном соединении и таким образом получить общую структурную формулу для сопротивления цепи между полюсами  $a$  и  $c$

$$H_{ac} = H_s + H_p = W + X + YZ. \quad (3.8)$$

Если воспользоваться понятием проводимости, то выражения для соответствующих структурных формул запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} T_s &= WX, \\ T_p &= Y + Z, \\ T_{ac} &= T_s \cdot T_p = WX(Y + Z). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Выражения (3.8) и (3.9) не похожи друг на друга, тем не менее, как указывалось в конце предыдущего параграфа, они должны характеризовать одни и те же условия работы устройства, изображенного на рис. 3.4.

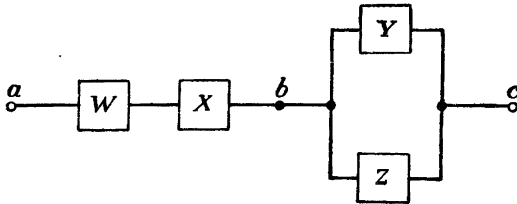


Рис. 3.4. Последовательно-параллельное соединение.

Требуемое соответствие выражений (3.8) и (3.9) можно легко продемонстрировать, осуществляя перебор всех возможных комбинаций значений  $W, X, Y$  и  $Z$  и определяя для каждой из них значения как  $H_{ac}$ , так и  $T_{ac}$ . Результаты этих операций приведены в табл. 3.7.

Первые четыре столбца таблицы содержат все комбинации цифр 0 и 1 для переменных  $W, X, Y$  и  $Z$ <sup>1</sup>. Эти значения нужно истолковывать в соответствии с типом релейной функции, подсчет значения которой производится. В первой строке табл. 3.7 все переменные равны нулю:  $(W, X, Y, Z) = (0, 0, 0, 0)$ . Если они имеют смысл сопротивлений, то эти значения переменных указывают на замкнутость цепи, так что и  $H_{ac} = 0$  характе-

<sup>1</sup> При составлении такого рода таблиц удобно рассматривать каждую строку в столбцах  $W, X, Y, Z$  как двоичное число и затем выписывать все двоичные числа от 0000 до 1111 в порядке возрастания. Цифры в табл. 3.7 расположены именно так.

Таблица 3.7

$W$	$X$	$Y$	$Z$	$H_{ac}$	$T_{ac}$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

ризует замкнутую цепь. Однако если эти цифры обозначают проводимости, то все переменные характеризуют разомкнутое состояние цепей, и цифра 0, соответствующая  $T_{ac}$ , обозначает разомкнутую

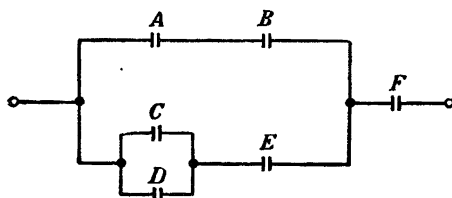


Рис. 3.5. Последовательно-параллельное соединение контактов.

цепь. В последней строке таблицы все цифры для  $W, X, Y$  и  $Z$  равны единицам. Следовательно, здесь  $H_{ac} = 1$  означает разомкнутую цепь, а  $T_{ac} = 1$  — замкнутую. Можно, проверив строку за строкой, легко убедиться в том, что если переменные  $W, X, Y$  и  $Z$  характеризуют состояния, соответствующие цифрам строки табл. 3.7, и они истолкованы в соответствии с табл. 3.8, то окончательные значения

Таблица 3.8

Вычисляется	Цифра 0 означает	Цифра 1 означает
Сопротивление цепи	цепь замкнута	цепь разомкнута
Проводимость цепи	цепь разомкнута	цепь замкнута

в столбцах  $H_{ac}$  и  $T_{ac}$  правильно представляют состояния последовательно-параллельной цепи, изображенной на рис. 3.4.

Контактная цепь рис. 3.5 представляет собой более сложную последовательно-параллельную цепь, элементами которой являются контакты реле. Предположим первоначально, что буквы, которыми обозначены контакты, представляют собой их сопротивления. Тогда, обозначая последовательное соединение сложением, а параллельное умножением, получим следующую структурную формулу этой цепи, выражающую ее сопротивление:

$$H = (A + B)(CD + E) + F.$$

Если теперь предположить, что буквы соответствуют проводимостям соответствующих контактов, и поменять местами символы операций сложения и умножения, то получим соответствующую структурную формулу, выражающую проводимость цепи:

$$T = [AB + (C + D)E]F.$$

### § 3.8. Двойственность в последовательно-параллельных структурах

При рассмотрении приведенных выше примеров можно было обнаружить, что алгебраические выражения, описывающие структуру релейных устройств, обладают свойством двойственности. Определим теперь более точно, что имеется в виду, когда говорят о двойственном элементе, устройстве или алгебраическом выражении.

**О п р е д е л е н и е 1.** Двойственным по отношению к какому-либо релейному элементу является инверсный ему элемент. Например, двойственным для замыкающего контакта является размыкающий контакт, и наоборот. Если контакт обозначен символом  $X$ , то двойственный ему обозначается символом  $X'$ .

**О п р е д е л е н и е 2.** Двойственным релейному устройству  $N$  является инверсное устройство  $N'$ , цепи в котором разомкнуты, когда в  $N$  цепи замкнуты, и наоборот. Для последовательно-параллельных структур инверсия легко получается с помощью обобщения теоремы Де Моргана, сделанного Шенноном (см. теорему 19). Согласно этой теореме, все элементы структуры заменяются их инверсиями, а операция сложения — операцией умножения, и наоборот. Этот процесс остается неизменным независимо от того, описывается ли структура устройства в терминах сопротивлений или проводимостей.

Рассмотрим последовательное соединение элементов  $X$  и  $Y$ , структурная формула которого в терминах сопротивлений есть  $H = X + Y$ , а в терминах проводимостей  $T = XY$ . Согласно теореме 19, сопротивление инверсной структуры  $H' = X'Y'$ , а соответствующая проводимость  $T' = X' + Y'$ .

Но, согласно § 3.6 и 3.7, легко обнаружить, что эти выражения являются соответственно сопротивлением и проводимостью элементов  $X'$  и  $Y'$ , соединенных параллельно.

Если начать с элементов  $X$  и  $Y$ , соединенных параллельно, то подобным же образом можно найти, что в инверсной структуре сопротивления и проводимости элементов  $X'$  и  $Y'$  соединены последовательно.

До сих пор алгебра релейных цепей использовалась нами для записи выражений, описывающих работу заданных релейных устройств. Теперь по выражениям для инверсных функций определим структуру инверсного устройства.

На основе любой структурной формулы можно построить последовательно-параллельную структуру, соблюдая следующие правила.

*А. При интерпретации переменных в виде проводимостей.*

1. Сложение означает, что релейные элементы (или группы элементов) соединены *параллельно*.

2. Умножение означает, что релейные элементы (или группы элементов) соединены *последовательно*.

*Б. При интерпретации переменных в виде сопротивлений.*

3. Сложение означает, что релейные элементы или группы их соединены *последовательно*.

4. Умножение означает, что релейные элементы или группы их соединены *параллельно*.

Очевидно, что для применения этих правил нужно знать, является ли подлежащая реализации структурная формула функцией сопротивления или проводимости.

Рассмотрим применение приведенных выше определений и правил на примере записи и преобразования некоторых более сложных структур.

Для структуры рис. 3.5, функция сопротивления которой равна

$$H = (A + B)(CD + E) + F,$$

функция сопротивления инверсной структуры будет иметь вид

$$H' = [A'B' + (C' + D')E']F'.$$

Функция проводимости структуры рис. 3.5

$$T = [AB + (C + D)E]F,$$

а функция проводимости инверсной структуры

$$T' = (A' + B')(C'D' + E') + F'.$$

По выражению для  $H'$  или по  $T'$  можно построить инверсную структуру (рис. 3.6).

В любую структуру могут, конечно, входить как замыкающие, так и размыкающие контакты. Это не изменяет основной методики нахождения инверсной структуры. Рассмотрим, например,

последовательно-параллельную структуру рис. 3.7, функция проводимости которой

$$T = A(BC' + B'C) + A'(B'C' + BC).$$

Функция проводимости инверсной структуры, согласно теореме 19, будет иметь вид

$$T' = [A' + (B' + C)(B + C')][A + (B + C)(B' + C')].$$

Последовательно-параллельная структура, соответствующая  $T'$ , изображена на рис. 3.8.

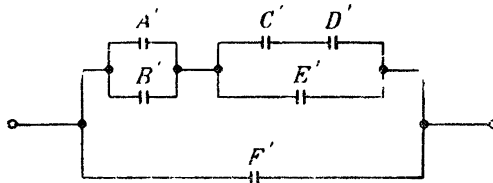


Рис. 3.6. Структура, являющаяся инверсией структуры, изображенной на рис. 3.5.

Можно достаточно просто получить инверсную структуру и не выписывая ее структурной формулы. Для этого нужно просто начер-

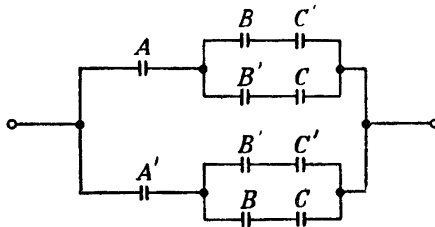


Рис. 3.7. Последовательно-параллельная структура, в которой содержатся как замыкающие, так и размыкающие контакты.

тить структуру, в которой все контактные элементы заменены их инверсиями, все последовательные соединения заменены параллельными, и наоборот. Однако при использовании алгебраического метода инверсирования иногда возникают некоторые возможности преобразования структур.

Функция проводимости для структуры рис. 3.8

$$T' = [A' + (B' + C)(B + C')][A + (B + C)(B' + C')].$$

Выполнив некоторые из указанных умножений, получим

$$T' = [A' + B' B + B' C' + BC + CC'] [A + BB' + BC' + B' C + CC'].$$

Так как  $BB' = CC' = 0$ , то будем иметь окончательно

$$T' = [A' + B'C' + BC][A + BC' + B'C].$$

Эта структурная формула соответствует структуре, изображенной на рис. 3.9, которая имеет те же условия работы, что и структура рис. 3.8. Она также является инверсией структуры рис. 3.7.

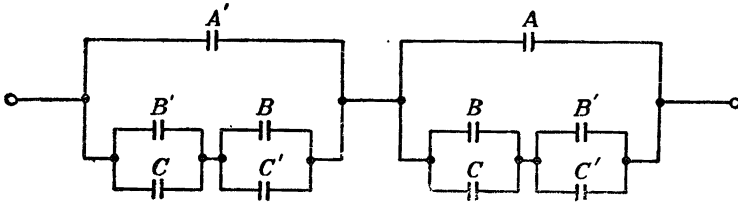


Рис. 3.8. Инверсия структуры, изображенной на рис. 3.7.

Поскольку структуры рис. 3.8 и 3.9 выполняют одинаковые функции, их называют *равносильными*. Хотя равносильные структуры можно иногда обнаружить и в процессе их визуального сравнения, предпочтительнее алгебраический метод, дающий более точные ре-

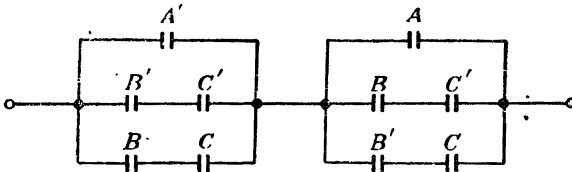


Рис. 3.9. Структура, равносильная изображенной на рис. 3.8 и являющаяся еще одним вариантом инверсии структуры рис. 3.7.

зультаты. Процесс получения инверсных структур также может быть осуществлен без обращения к алгебре. Однако алгебраический метод лучше, так как он весьма быстро обнаруживает наличие равносильных структур.

### § 3.9. Физическая интерпретация алгебраических теорем

Теоремы алгебры релейных цепей рассматривались до сих пор как некоторый набор рабочих инструментов безотносительно к их физическому смыслу. Символы, входящие в аналитические выражения этих теорем, можно использовать двояким образом в соответствии либо с понятием сопротивления, либо с понятием проводимости. За исключением теорем 9, 9', 17 и 19, все теоремы сгруппированы по парам таким образом, что если одна из них рассматривается

в интерпретации сопротивления, то другая является функцией проводимости. Например, если в паре 12, 12' выражение  $X + XY$  истолковывается как сопротивление, то выражение  $X(X + Y)$  является соответствующей проводимостью.

При переходе к инверсным переменным эти пары теорем выражают также либо сопротивление, либо проводимости инверсных цепей. Например, если теорему 13 в паре 13, 13' рассматривать как утверждение, касающееся сопротивления цепи, то в теореме 13' делается такое же утверждение относительно сопротивления инверсной цепи при условии, что мы заменяем все переменные в 13' их инверсиями и записываем теорему в виде  $X'Y + Y' = X' + Y'$ . Указанные теоремы, как это легко заметить, записаны не полностью в инверсной форме, так как все переменные в них следует рассматривать в общем виде, как любые двоичные члены. Так, например, теорема 13' в том виде, в каком она была записана выше, может быть выражена в одной из следующих форм:

$$\begin{aligned} XY' + Y &= X + Y, \\ X'Y' + Y &= X' + Y, \\ XY + Y' &= X + Y', \\ X'Y + Y' &= X' + Y'. \end{aligned}$$

Другими словами, систематическая подстановка переменных или их инверсий не меняет смысла теоремы.

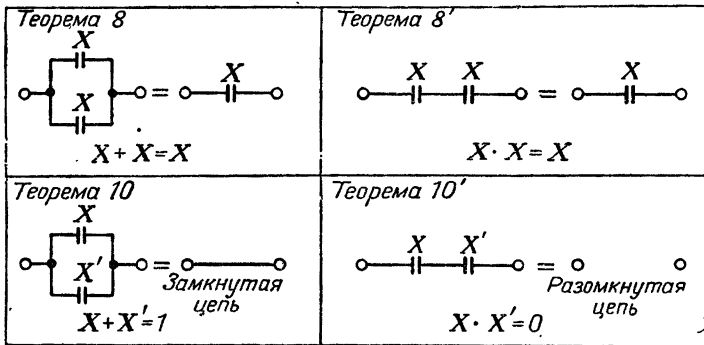


Рис. 3.10. Теоремы для одной переменной.

Далее будет показано, что рассмотренные теоремы важны при упрощении релейных структур, а также при приведении их к формам, удовлетворяющим каким-либо особым требованиям. Оценку их полезности в этом отношении можно получить, изобразив графически соответствующие им структуры. Для однозначности этой интерпретации допустим, что все теоремы записаны в терминах функций проводимости. Далее положим, что все переменные без штрихов

соответствуют замыкающим контактам, а переменные со штрихами — размыкающим контактам. Приведенные ниже примеры представляют в связи с этими допущениями лишь один из возможных вариантов подстановки переменных в этих теоремах.

На рис. 3.10 приведены соответствующие схемные эквиваленты теорем 8, 8' и 10, 10'. Они ясны и не требуют подробного рассмотре-

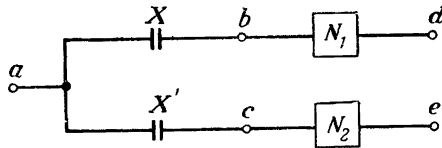


Рис. 3.11. Разделительная структура.

ния. Укажем лишь на одно важное свойство структуры, соответствующей теореме 10'. На рис. 3.11 цепь  $XX'$ , соответствующая алгебраическому выражению теоремы 10', включена между полюсами  $b$  и  $c$ , а полюс  $a$  присоединен между элементами  $X$  и  $X'$ . Полюса  $b$  и  $c$  соединяются с полюсами  $d$  и  $e$  соответственно через  $N_1$  и  $N_2$ . Поскольку проводимость между полюсами  $b$  и  $c$  всегда равна 0, проводимость между полюсами  $d$  и  $e$  также должна быть все время равной 0. Следовательно, между  $d$  и  $e$  и соответственно между структурами  $N_1$  и  $N_2$  никогда не может быть цепи, которая могла бы выз-

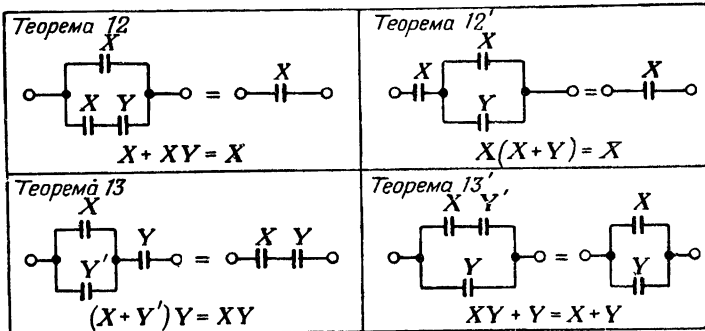


Рис. 3.12. Теоремы для двух переменных.

вать ложное срабатывание. Цепь, которая могла бы вызвать такое срабатывание, называют обычно «ложной». Структуру типа, изображенного на рис. 3.11, называют *разделительной*, а пару элементов  $X, X'$  — *разделительными* элементами.



На рис. 3.12 представлены структуры, соответствующие теоремам 12, 12' и 13, 13'. В структурах, соответствующих теоремам 12, 12', можно сразу же заметить, что замыкание цепи в них зависит только от срабатывания элемента  $X$ , а элемент  $Y$  является лишним. В структуре, характеризующей теорему 13, никогда не может образоваться замкнутой цепи через последовательно соединенные контакты  $Y$  и  $Y'$ ; поэтому контакт  $Y'$  является лишним.

Физическое обоснование для удаления контакта  $Y'$  в структуре, соответствующей теореме 13', является более тонким. Если  $Y$  замкнут, то  $Y'$  должен быть разомкнут, и замкнутая цепь образуется

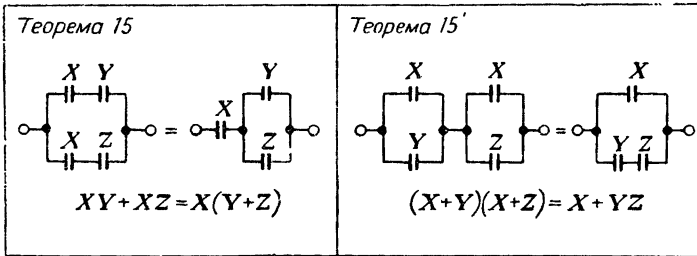


Рис. 3.13. Схемные эквиваленты теорем 15, 15'.

через  $Y$  независимо от состояния  $X$ . Если  $Y$  разомкнут, а  $Y'$  замкнут, то в структуре замкнутая цепь образуется только в том случае, если  $X$  замкнут. Но это и есть в точности условия работы параллельно-соединенных контактов  $X$  и  $Y$ . Поэтому контакт  $Y'$  является лишним.

На рис. 3.13 показано исключение лишних контактов с помощью теорем 15, 15'. Случаи такого исключения контактов практически

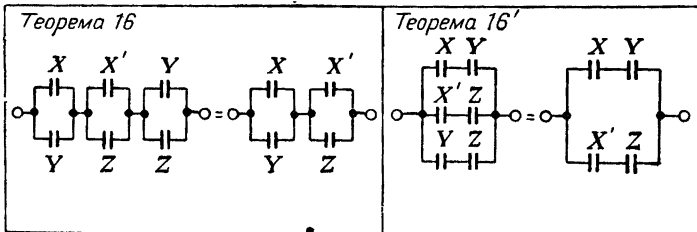


Рис. 3.14. Схемные эквиваленты теорем 16, 16'.

возникают весьма часто. Их легко обнаружить и при графическом изображении структур, в алгебраической же форме процесс приведения к более простым структурам является элементарным.

Теоремы 16, 16' представляют собой весьма мощный инструмент для ликвидации лишних контактов, но положения, при которых

они применимы, при графическом изображении часто трудно распознать. Это особенно верно в тех случаях, когда переменные соответствуют группам релейных элементов. При вычерчивании схемных эквивалентов теорем 16, 16', показанных на рис. 3.14, переменные были перегруппированы, чтобы подчеркнуть физические условия, при которых эти теоремы применимы. В структуре, соответствующей

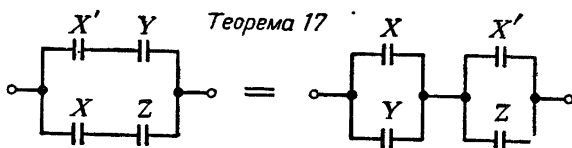
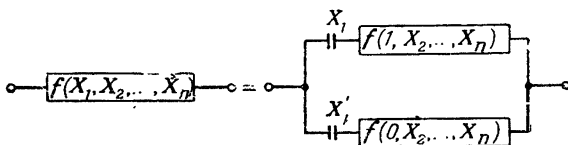


Рис. 3.15. Включение переключающего контакта, эквивалентное действию переходного контакта.

щей теореме 16, легко заметить, что или  $X$ , или  $X'$  всегда разомкнуты. Поэтому для размыкания цепи достаточно размыкания одного из контактов  $Y$  или  $Z$ , и параллельное соединение их не нужно. В структуре, соответствующей теореме 16', замкнутая цепь образует-

Теорема 20



Теорема 20'

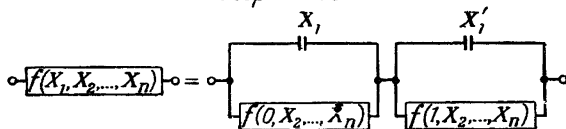


Рис. 3.16. Схемные эквиваленты теорем 20, 20'.

ся либо через  $X'$ , либо через  $X$  при замыкании контактов  $Z$  и  $Y$ ; поэтому цепь  $YZ$  не нужна.

Одна из наиболее интересных пар равносильных структур соответствует теореме 17 (рис. 3.15). Левая часть [рис. 3.15 представляет (если интерпретировать символы как проводимости) правую часть алгебраической записи теоремы 17. Отметим, что в обеих частях рис. 3.15 контактная пара  $X-X'$  имеет общее соеди-

нение и эти контакты можно объединить в один переключающий контакт. Если контакты  $Y$  и  $Z$  оба замкнуты, а переключающий контакт  $X-X'$  меняет свое положение, то в левой структуре на время перехода этого контакта из одного положения в другое может произойти кратковременное размыкание цепи. Во многих случаях это допускается, но в ряде других случаев, как будет показано ниже, это может привести к нарушению правильной работы релей-

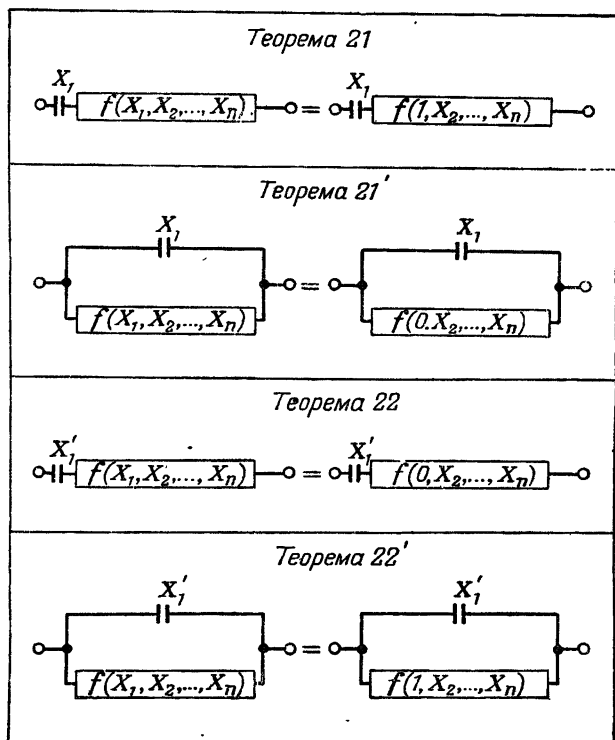


Рис. 3.17. Схемные эквиваленты теорем 21, 21' и 22, 22'.

ного устройства. Кратковременного размыкания во время изменения состояния переключающего контакта можно избежать, используя переходной контакт. Однако применение теоремы 17 дает достаточно изящное решение этой задачи, если воспользоваться структурой правой части рис. 3.15. В этой структуре замкнутая цепь через контакты  $Y-Z$  не изменяется при переходе переключающего контакта  $X-X'$  из одного положения в другое, и поэтому кратковременного разрыва цепи не происходит. Здесь, таким образом, полу-

чается тот же эффект, что и при применении переходного контакта, но без использования контактной группы типа  $d$  (см. рис. 2.4)

На рис. 3.16 показано графически, как с помощью теоремы разложения количество контактов на одном из реле можно свести к одному переключающему. Это может быть весьма важным, например, в том случае, когда существующую структуру нужно расширить при условии, что дополнительная контактная нагрузка на каком-нибудь реле должна быть минимальной. С помощью теорем 20, 20' требуемая функция может быть разложена по любой из переменных, причем последняя всегда может быть реализована с помощью одного переключающего контакта.

Если какой-либо релейной структуре  $N$  соответствует функция проводимости, содержащая некоторую переменную, скажем  $X_1$ , и если эта структура соединена последовательно или параллельно с элементом  $X_1$  (или  $X_1'$ ), то вхождение в нее  $X_1$  как переменной можно полностью исключить. Это осуществляется с помощью теорем 21, 21' и 22, 22', равносильные структуры для которых показаны на рис. 3.17. При синтезе структуры релейного устройства заново маловероятно, чтобы это имело место, так как преобразования с помощью алгебры релейных цепей обычно не дают таких соотношений. Они могут, однако, возникнуть в ходе расширения или преобразования существующих структур<sup>1</sup>.

Следует помнить, что теоремы алгебры релейных цепей применимы, вообще говоря, к релейным структурам любого типа. В этом параграфе были рассмотрены релейно-контактные эквиваленты этих теорем. Контактная структура является простым и удобным средством для иллюстрации алгебраических методов и разработки новых методов. Однако те же теоремы и способы, как будет показано в последующих главах, применимы также и к структурам, построенным из других элементов, таких, как электронные элементы или элементы, основанные на явлениях в твердом теле.

### Сводка постулатов и теорем

Для удобства рассмотренные в этой главе постулаты и теоремы алгебры релейных цепей сведены здесь вместе.

П о с т у л а т ы.

(1) $X = 0$ , если $X \neq 1$ ,	(2) $0 \cdot 0 = 0$ ,
(1') $X = 1$ , если $X \neq 0$ ;	(2') $1 + 1 = 1$ ;
(3) $1 \cdot 1 = 1$ ,	(4) $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ ,
(3') $0 + 0 = 0$ ,	(4') $0 + 1 = 1 + 0 = 1$ ;
(5) $0' = 1$ ,	
(5') $1' = 0$ .	

<sup>1</sup> Теоремы 21 и 22 имеют интересное приложение также при синтезе последовательно-параллельных и непланарных структур. Эти вопросы будут рассмотрены в гл. 8.

## Теоремы.

- (6)  $X + 0 = X$ , (7)  $1 + X = 1$ ,  
 (6')  $X \cdot 1 = X$ ; (7')  $0 \cdot X = 0$ ;  
 (8)  $X + X = X$ , (9)  $(X)' = X'$ ,  
 (8')  $X \cdot X = X$ ; (9')  $(X')' = X$ ;  
 (10)  $X + X' = 1$ , (11)  $X + Y = Y + X$ ,  
 (10')  $X \cdot X' = 0$ ; (11')  $X \cdot Y = Y \cdot X$ ;  
 (12)  $X + XY = X$ , (13)  $(X + Y')Y = XY$ ,  
 (12')  $X(X + Y) = X$ ; (13')  $XY' + Y = X + Y$ ;  
 (14)  $X + Y + Z = (X + Y) + Z =$  (15)  $XY + XZ = X(Y + Z)$ ,  
 $= X + (Y + Z)$ ,  
 (14')  $XYZ = (XY)Z = X(YZ)$ ; (15')  $(X + Y)(X + Z) = X + YZ$ ;  
 (16)  $(X + Y)(Y + Z)(Z + X) =$   
 $= (X + Y)(Z + X)$ ,  
 (16')  $XY + YZ + ZX' = XY + ZX'$ ;  
 (17)  $(X + Y)(X' + Z) = XZ + X'Y$ ;  
 (18)  $(X + Y + Z + \dots)' = X'Y'Z' \cdot \dots$ ,  
 (18')  $(XYZ \dots)' = X' + Y' + Z' + \dots$ ;  
 (19)  $f(X_1, X_2, \dots, X_n, +, \cdot)' = f(X'_1, X'_2, \dots, X'_n, \cdot, +)$ ;  
 (20)  $f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 f(1, X_2, \dots, X_n) + X'_1 f(0, X_2, \dots, X_n)$ ,  
 (20')  $f(X_1, X_2, \dots, X_n) = [X_1 + f(0, X_2, \dots, X_n)] \cdot [X'_1 + f(1, X_2, \dots, X_n)]$ ;  
 (21)  $X_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_r) = X_1 \cdot f(1, X_2, \dots, X_r)$ ,  
 (21')  $X_1 + f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_1 + f(0, X_2, \dots, X_n)$ ;  
 (22)  $X'_1 \cdot f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X'_1 \cdot f(0, X_2, \dots, X_n)$ ,  
 (22')  $X'_1 + f(X_1, X_2, \dots, X_n) = X'_1 + f(1, X_2, \dots, X_n)$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Boole George, The mathematical analysis of logic, Cambridge, England, 1847 (переиздано в 1948, Oxford, Basil Blackwell).
2. Boole George, An investigation of the laws of thought, London, 1854 (переиздано, Dover Publications, New York).
3. Lewis C. I., Langford C. H., Symbolic logic, The Century Co., 1932 (переиздано, Dover Publications, New York).
4. Birkhoff G., MacLane S., A survey of modern algebra, Macmillan, New York, 1941 (chap. XI).

5. Shannon C. E., A symbolic analysis of relay and switching circuits, *Trans. AIEE*, 57 (1938), 713—723.
6. Montgomerie G. A., Sketch for an algebra of relay and contactor circuits, *J. of IEE*, 95, part III, № 36 (1948), July, 302—312 [*J. of IEE*, 95, part II, № 45 (1948), June, 355—364].
7. Shannon C. E., The synthesis of two-terminal switching circuits, *Bell System Technical J.*, 28, № 1 (1949), January, 59—98.
8. Keister W., Ritchie A. E., Washburn S. H., The design of switching circuits, D. Van Nostrand Co., New York, 1951.
9. Staff of the Computation Laboratory, Synthesis of electronic computing and control circuits, Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts, 1951. (Русский перевод: Синтез электронных вычислительных и управляющих схем, ИЛ, М., 1954).

### ЗАДАЧИ

3.1. Упростите следующие алгебраические выражения:

1.  $xy + xyz + yz$ ;
2.  $xy + xy'z + yz$ ;
3.  $xy + x'yz' + yz$ ;
4.  $(xy' + z)(x + y')z$ ;
5.  $xy' \vdash z \vdash (x + y')z$ ;
6.  $(xy' + z)(x' + y)z'$ ;
7.  $xy' + z + (x' + y)z'$ ;
8.  $(x + y')(y + z')(z + x')(xyz + x'y'z')$ ;
9.  $a + a'b \vdash a'b'c + a'b'c'd \vdash \dots$ ;
10.  $a'd(b' \vdash c) \vdash a'd'(b \vdash c') \vdash (b' \vdash c)(b \vdash c')$ ;
11.  $wx + xy + x'z' + wy'z$ ;
12.  $w'x' + x'y' \vdash yz + w'z'$ .

3.2. Напишите инверсные выражения для следующих релейных функций:

1.  $[a + b'c'd] [a'd' + f(bc' \vdash e)]$ ;
2.  $ab'c + (a' + b + d)(abd' \vdash e')$ .

3.3. Покажите, не пользуясь методом перебора, справедливы ли следующие равенства (по меньшей мере одно из них неверно):

1.  $a'b + b'c + c'a = ab' \vdash bc' \vdash ca'$ ;
2.  $bc + abd + ac' = bc + ac'$ ;
3.  $ab \vdash a'b' + bc = ab + a'b' \vdash a'c$ ;
4.  $ab \vdash a'b' + bcd = ab + a'b' \vdash a'cd$ ;
5.  $abc \vdash acd + b'c'd = abc + ab'd + b'c'd$ ;
6.  $abc \vdash ab'c' + b'cd + bc'd + ad = abc + ab'c' \vdash b'cd \vdash bc'd$ ;
7.  $ab + c'd' + a'bcd' + ab'c'd = (a + d')(b \vdash c')$ ;
8.  $(a + b')(b \vdash c')(c + a') = (a' \vdash b)(b' + c)(c' \vdash a)$ ;

9.  $(a + b')(b + c')(c + d')(d + a') = (a' + b)(b' + c)(c' + d)(d' + a)$ ;

10.  $(a + b)(b + c)(c + a) = (a' + b')(b' + c')(c' + a')$ ;

11.  $abx + a'b'x' + b'xy + bx'y' = aby' + a'b'y + axy + a'x'y'$ .

3.4. Две контактные структуры  $N_1$  и  $N_2$  описываются следующими структурными формулами в функциях проводимости и сопротивления:

$$T_1 = AB + BC + AC,$$

$$H_2 = AB + BC + AC:$$

Определите, равносильны ли эти структуры.

3.5. Выразите  $ac + bc' + b'c'd$  сначала в виде  $(a + x)(a' + y)$ , а затем в виде  $(br + b'q)$ .

3.6. Напишите структурные формулы в функциях проводимости и сопротивления для показанных на рис. 3.18 контактных двухполюсников.

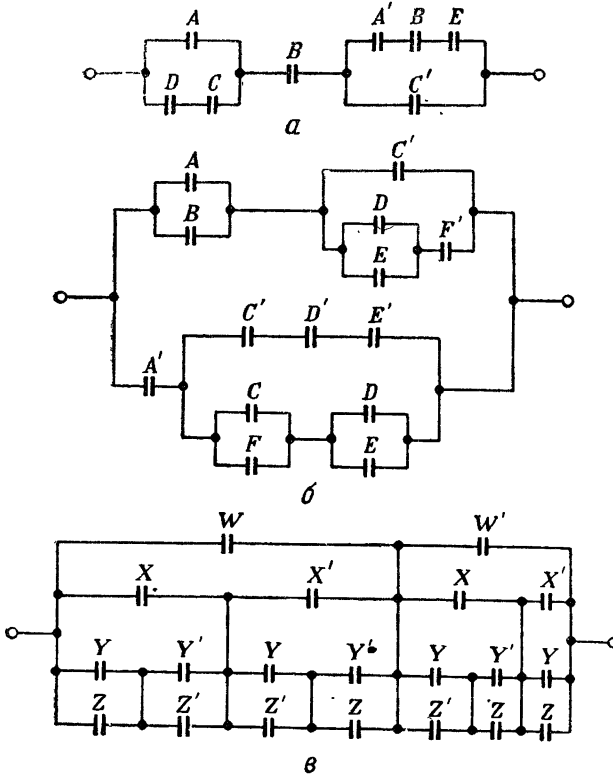


Рис. 3.18. Задача 3.6.

3.7. Напишите структурные формулы в функциях проводимости и сопротивления, инверсные по отношению к структурным формулам, найденным в задаче 3.6. Изобразите графически соответствующие структуры.

3.8. Упростите релейную функцию проводимости

$$T = [A + BC][D'E'(C' \nrightarrow A'(B + C))] + (B + D)(B' \nrightarrow D') + B'C'DE.$$

3.9. Напишите релейную функцию сопротивления, соответствующую структуре, описываемой функцией проводимости задачи 3.8.

3.10. Напишите инверсию функции проводимости задачи 3.8.

3.11. Структурную формулу в функции проводимости для рис. 3.8 можно реализовать с помощью непараллельно-последовательной контактной цепи, содержащей только 12 пружин (4 переключающих контакта). Постройте структуру этой цепи.



## Последовательно-параллельные контактные цепи

В § 3.6, 3.7 и 3.8 была установлена определенная связь между алгебраическими выражениями и структурой контактных цепей, причем было показано, что последовательные и параллельные соединения контактов можно представить с помощью простых алгебраических выражений. В этой главе эти идеи будут использованы для более широкого и подробного изучения структур последовательно-параллельных контактных цепей. Эти цепи являются не только одним из наиболее широко используемых типов цепей в релейных устройствах. Это также та форма, которая часто служит отправной для разработки более сложных типов структур.

Первая цель, которая будет нами поставлена, это научиться строить структуру релейного устройства, удовлетворяющую данной совокупности требований. Затем мы рассмотрим, как строить структуры, которые являются «оптимальными» (обычно в смысле более экономного расходования элементов), и как это осуществить с минимальной затратой времени. Однако, прежде чем заниматься каким-либо из этих вопросов, следует научиться анализировать существующие структуры и ясно и кратко записывать их условия работы. Это лучше всего делать с помощью алгебры релейных цепей.

В предыдущей главе понятие сопротивления цепи было введено для полноты исследования, а также для того, чтобы помочь читателю при изучении других работ. В последующем алгебраические выражения и преобразования будут трактоваться только с точки зрения понятий проводимости.

### § 4.1. Анализ последовательно-параллельных контактных структур

Можно кратко сформулировать процедуру анализа последовательно-параллельной контактной структуры в виде следующей совокупности правил, вытекающих из материалов предыдущей главы:

1. Проводимость контакта или группы контактов равна 0 для разомкнутой цепи и равна 1 для замкнутой цепи.

2. Каждый контакт отождествляется с некоторым алгебраическим символом («символом» контакта).

3. Символ замыкающего контакта записывается без штриха; если же контакт размыкающий, то его символ записывается со штрихом. Если  $X$  и  $X'$  — символы контактов одного и того же реле, то они всегда будут иметь инверсные значения проводимости.

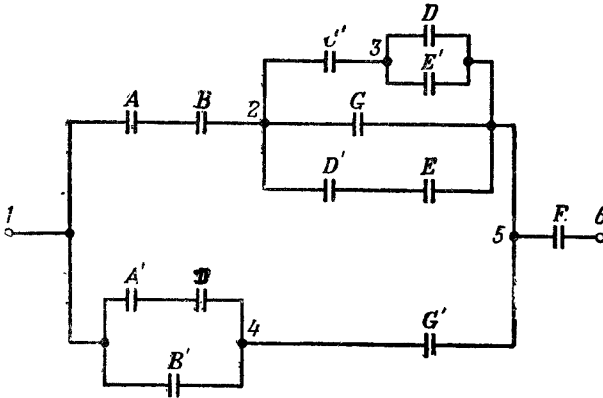


Рис. 4.1. Сложная параллельно-последовательная контактная структура образуется путем элементарных последовательных и параллельных соединений.

4. Если два или большее число контактов соединены последовательно, то проводимость последовательного соединения выражается в виде произведения символов контактов. Так, например, если контакты  $X$ ,  $Y'$  и  $Z'$  соединены последовательно, проводимость такой последовательной цепочки есть  $XY'Z'$ .

5. Если два или большее число контактов соединены параллельно, проводимость параллельного соединения выражается в виде суммы символов. Проводимость параллельно соединенных контактов  $X'$ ,  $Y$  и  $Z'$  есть  $X' + Y + Z'$ .

6. Если контактная структура содержит как последовательные, так и параллельные соединения, то ее проводимость можно найти, мысленно представив себе, что структура разбита на элементарные последовательные и параллельные цепочки. Проводимости этих элементарных цепочек можно затем рассматривать как символы и объединять их согласно правилам 4 и 5.

Методика, указанная в правиле 6, иллюстрируется на примере структуры рис. 4.1. Помимо алгебраических символов контактов, в структуре отмечены цифрами узловые точки, между которыми находятся элементарные последовательные или параллельные соединения групп контактов или одиночные контакты.

Между узлами 1 и 2 имеется последовательная группа контактов с проводимостью  $AB$ . Между узлами 2 и 5 имеются три параллельные

цепочки и, согласно правилу 6, проводимости этих трех цепочек нужно сложить. Верхняя цепочка между 2 и 5 состоит из двух последовательно соединенных частей. Между узлами 2 и 3 имеется проводимость  $C'$ , а между 3 и 5—проводимость  $(D + E')$ . Отсюда проводимость верхней цепочки между узлами 2 и 5 равна  $C'(D + E')$ . К этому члену следует прибавить проводимость  $G$  средней цепочки и проводимость  $D'E$  нижней цепочки. Таким образом, полное выражение для проводимости между 2 и 5 имеет вид  $G + D'E + C'(D + E')$ .

Так как цепь между узлами 1 и 2 соединена последовательно с цепями между узлами 2 и 5, то проводимость верхней части структуры между узлами 1 и 5 получим путем перемножения выражений для этих двух последовательных групп. В результате получим для проводимости верхней части рис. 4.1 следующую структурную формулу:

$$AB[G + D'E + C'(D + E')].$$

Аналогично находим структурную формулу нижней части структуры между узлами 1 и 5:  $G'(B' + A'D)$ .

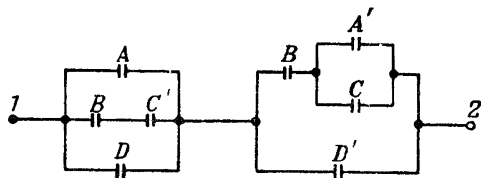
Поскольку верхняя и нижняя части структуры между узлами 1 и 5 включены параллельно друг другу, то результирующая проводимость между этими узлами выразится в виде суммы только что найденных выражений. Эту сумму нужно затем умножить на  $F$ , чтобы учесть замыкающий контакт между узлами 5 и 6, соединенный последовательно с остальной частью структуры. Окончательное выражение для проводимости всей структуры в целом будет

$$T = F \{ AB[G + D'E + C'(D + E')] + G'(B' + A'D) \}.$$

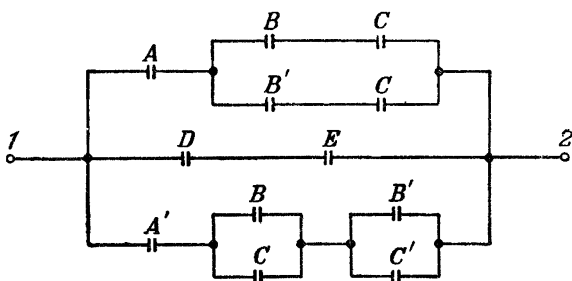
Систематическое использование методики, формально описанной изложенными выше шестью правилами, позволило перейти от графического изображения структуры цепей с символами контактов к структурной формуле, алгебраически выражающей функцию проводимости, в которой эти символы стали двоичными переменными, а последовательные и параллельные соединения заменены операциями умножения и сложения. На рис. 4.2 даны два дополнительных примера применения указанной методики (под каждой из приведенных там структур записана ее релейная функция проводимости).

Этот процесс позволяет заменить графическое изображение цепи ее алгебраическим описанием. Однако более важным является то обстоятельство, что процесс анализа обратим и что он может таким образом стать процессом синтеза. Это следует из того, что любая структурная формула, являющаяся функцией проводимости, в которой алгебраические операции ограничены умножением и сложением, явно соответствует некоторой контактной структуре, имеющей

только последовательные и параллельные соединения. Следовательно, если задана какая-либо релейная функция проводимости, то всегда можно построить контактную структуру последовательно-параллельного типа, действие которой соответствует этой функции. В дальнейшем будет показано, что часто можно находить более вы-



$$T_{12} = (A + BC' + D)(D' + B[A' + C])$$



$$T_{12} = DE + A(BC + B'C') + A'(B + C)(B' + C')$$

Рис. 4.2. Примеры анализа параллельно-последовательных контактных структур\*

годные формы реализации релейных функций проводимости, чем в классе параллельно-последовательных структур, но всегда есть уверенность, что если не найден лучший путь, то любую структурную формулу можно реализовать в виде последовательно-параллельной структуры.

## § 4.2. Словесное описание структурных формул

Допустим на мгновение, что мы незнакомы с алгеброй релейных устройств, и посмотрим, как можно было бы описать действие контактных структур рис. 4.3. Каждая из них, обозначенная буквами *a*, *b*, *v* и т. д., изображает рабочую обмотку реле *X*, соединенную с одной стороны через батарею с землей, а с другой стороны соединенную с землей через некоторую цепь. Вместо того чтобы пользоваться символами контактов, имеющими алгебраический смысл, будем пока использовать обозначения, соответствующие типам

*a-b-c*, показанным на рис. 2.11. При этом большие буквы *A*, *B* и *C* указывают, каким реле соответствуют контакты. Условия работы реле *X* могут быть словесно сформулированы следующим образом<sup>1</sup>.

Рис. 4.3, *a*. Реле *X* срабатывает, если *A* и *B* срабатывают.

Рис. 4.3, *б*. Реле *X* срабатывает, если или *A*, или *B*, или оба вместе срабатывают.

Рис. 4.3, *в*. Реле *X* срабатывает, если *A* и или *B*, или *C*, или оба последних вместе срабатывают.

Рис. 4.3, *г*. Реле *X* срабатывает, если при срабатывании *A* или *B* срабатывает, или *C* не срабатывает, или вместе осуществляется срабатывание *B* и несрабатывание *C*.

Рис. 4.3, *д*. Реле *X* срабатывает, если *A* срабатывает и или *B* или *C* (но не оба вместе) срабатывают.

Рис. 4.3, *е*. Реле *X* срабатывает, если *A* срабатывает и *B* и *C* вместе или срабатывают или не срабатывают.

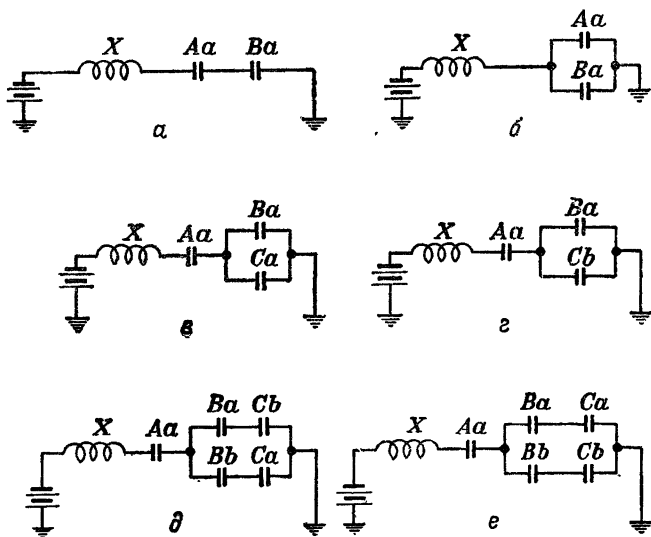


Рис. 4.3. Параллельно-последовательные контактные цепи, воздействующие на реле *X*.

Относительно этих высказываний можно сделать ряд замечаний. Во-первых, из рис. 4.3 видно, что существует много способов

<sup>1</sup> Позднее мы должны будем делать различие между реле, в обмотку которого подан ток, и реле, которое срабатывает. В настоящем рассмотрении такие факторы, как время срабатываний реле и последовательность их срабатывания, не имеют значения. Поэтому предполагается, что реле, находящееся под напряжением, срабатывает, а обесточенное отпускает.

использования даже небольшого числа контактов реле. Во-вторых, похоже на то, что при попытке словесного описания релейного действия мы сталкиваемся либо с путаницей в значениях, либо с избыточностью языка даже в сравнительно простых случаях. В-третьих, в каждом из приведенных выше словесных описаний, соответствующих структурам рис. 4.3, встречаются слова «и» и «или» (вместе или в отдельности).

Отвлечемся на некоторое время от рассмотрения структур рис. 4.3, чтобы обсудить понятия «и—или», так как они часто встречаются в литературе по релейным устройствам. К сожалению, в некоторых случаях эти термины недостаточно четки.

Из рассмотрения рис. 4.3 и приведенных выше высказываний очевидно, что, вообще говоря, «и» соответствует последовательному соединению, а «или»—параллельному. При более детальном рассмотрении это становится уже не совсем верным, так как имеется два рода высказываний «или». Рис. 4.3, б, например, служит иллюстрацией «включающего или», смысл которого «или  $A$ , или  $B$ , или оба вместе». С другой стороны, рис. 4.3, д иллюстрирует условия «исключающего или», под которым подразумевается «или  $C$ , или  $B$ , но не оба вместе».

Многие авторы нашли удобным пользоваться термином «логическое звено И» для обозначения соединения релейных элементов, аналогичного по своему релейному действию последовательному соединению контактов реле, а термином «логическое звено ИЛИ»—для обозначения соединения релейных элементов, аналогичного по своему действию параллельному соединению контактов реле. Эти обозначения достаточно ясны, если их использовать в чисто описательном смысле<sup>1</sup>.

Однако при связи понятий «и» и «или» с символами алгебры релейных цепей может возникнуть путаница. Так, например, если два контакта  $A$  и  $B$  соединены последовательно, то проводимость цепи будет равна  $T = AB$ . Эта зависимость может быть описана словесно как с помощью понятия «и», так и с помощью понятия «или». Например, можно сказать: «проводимость цепи равна 1, если  $A$  и  $B$  равны единице». Однако эту зависимость можно выразить и по другому, сказав: «проводимость цепи равна нулю, если  $A$  или  $B$  равны нулю». Аналогично, используя понятия «и» и «или», по-разному можно описать и условия параллельного соединения в зависимости от того, рассматриваются ли условия замыкания или размыкания цепи. Таким образом, при употреблении «и» и «или» имеется определенная неадекватность словесного описания. Возникают определенные трудности и при использовании других совокупностей

<sup>1</sup> Автор книги употребляет термины «and circuit» и «or circuit», что означает «цепь и» и «цепь или». При переводе эти термины, по аналогии с применяемыми в теории автоматического управления, заменены терминами «логическое звено И» и «логическое звено ИЛИ». — *Прим. ред.*

двойственных терминов. Поэтому применение идеи обозначений с помощью «и—или» при описании релейных устройств себя не оправдывает.

Вернемся теперь к рассмотрению структур рис. 4.3. В каждой из них реле  $X$  срабатывает при замыкании одной из цепей контактов реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Следовательно, релейная функция проводимости, описывающая соответствующую структуру, характеризует и условия работы реле  $X$ , если цифру 1 приписать срабатыванию  $X$ , а 0 — несрабатыванию его. Обозначим символом  $T_X$  срабатывание реле  $X$ . Тогда после замены символов  $a$ - $b$ - $c$  символами контактов со штрихами и без штрихов для структур рис. 4.3 можно будет написать:

$$\begin{array}{ll} (a) & T_X = AB, & (з) & T_X = A(B + C'), \\ (б) & T_X = A + B, & (д) & T_X = A(BC' + B'C), \\ (в) & T_X = A(B + C), & (е) & T_X = A(BC + B'C'). \end{array}$$

### § 4.3. Таблица состояний

Условия работы релейных устройств в примерах рис. 4.3 очень просты, и тем не менее словесное описание некоторых из них требует для достижения достаточной полноты и точности довольно аккуратных формулировок. С увеличением числа переменных словесное описание становится совсем громоздким и почти непригодным. Весьма важно поэтому найти более простые и компактные методы записи условий работы релейных устройств. Все методы, получившие более или менее широкое применение, обязаны своим происхождением так называемой *таблице состояний*.

В настоящей главе рассматривается лишь один из типов релейных устройств, так называемые *однотактные* устройства. В устройствах этого типа состояние выходов полностью определяется, если заданы состояния входов. Определим, что в точности подразумевается под понятиями «состояние выходов» и «состояние входов».

Мы рассматриваем сейчас релейно-контактные структуры и, естественно, можно было бы предположить, что контактные цепи и составляют полностью релейное устройство. Однако, как показано на рис. 4.4, контактные цепи являются только частью его. Входы релейного однотактного устройства управляют рабочими обмотками воспринимающих реле. На рис. 4.4 показаны  $n$  входов, к которым присоединены воспринимающие реле так, что если какой-либо из входов заземлен, то реле, соединенное с ним, срабатывает. Контактные цепи содержат контакты воспринимающих реле, и все это, очерченное на рис. 4.4 пунктирной линией, представляет собой релейное устройство. В то время как выход контактных цепей является одновременно и выходом всего релейного устройства в целом, входы

контактных цепей заземлены внутри релейного устройства и не совпадают с входами последнего.

Действительными входами релейного устройства являются те, которые управляют обмотками воспринимающих реле, и термин «состояние входов» относится поэтому к комбинации состояний  $n$  реле, определяемой наличием или отсутствием потенциала земли на  $n$  входных полюсах.

Термин «состояние выходов» относится к наличию или отсутствию потенциала земли на выходе или выходах контактной цепи.

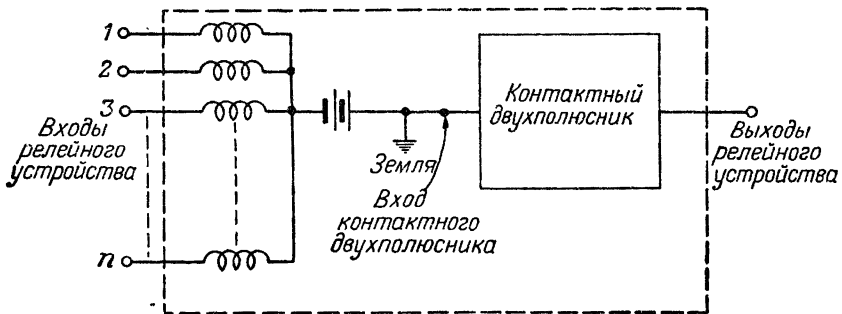


Рис. 4.4. Обобщенная схема однотактного релейно-контактного устройства, в которую входит контактный двухполюсник.

Поскольку положение контактов в контактной цепи определяется состоянием воспринимающих реле, то ясно, что для однотактных релейных устройств состояния выходов полностью определяются состояниями входов.

Следует отметить, что, хотя действие релейного устройства определяется с помощью релейной функции проводимости, оно в целом не является «проводящим». В действительности проводят ток только контактные цепи, и функция проводимости релейного устройства характеризует их способность проводить или не проводить ток. Поэтому проводимость контактных цепей есть двоичная переменная, и ее можно алгебраически объединять с релейными функциями проводимости других контактных цепей, согласно правилам, приведенным в § 4.1.

Предположим, что рассматривается релейное устройство с двумя входами и воспринимающими реле, которые мы обозначим через  $X$  и  $Y$ . Если буква без штриха соответствует заземлению входа (реле срабатывает), а буква со штрихом — отсутствию заземления (реле не срабатывает), то легко видеть, что имеется только четыре возможных состояния входов, а именно  $(X, Y)$ ,  $(X, Y')$ ,  $(X', Y)$  и  $(X', Y')$ . Это четыре возможные комбинации значений, которые могут принимать две двоичные переменные.



Если нужно было бы осуществить то же самое в отношении трех входных переменных, то число возможных комбинаций равнялось бы восьми. Четыре переменные дадут шестнадцать комбинаций, пять переменных—тридцать две и т. д. Поскольку каждая из  $n$  входных переменных может принимать два значения, число возможных комбинаций  $n$  переменных будет равно  $2^n$ .

Вместо выписывания всех комбинаций входных переменных в виде букв со штрихом и без штриха удобно эти комбинации записать в виде таблицы, используя 1 для представления наличия входного воздействия (буквы без штриха) и 0—для его отсутствия (буквы со штрихом). Удобно также располагать строки таблицы таким образом, чтобы при рассмотрении каждой строки как некоторого двоичного числа эти последние образовывали бы последовательности двоичных чисел, расположенных в порядке возрастания или убывания. В табл. 4.1 показаны возможные комбинации трех переменных  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , составленные из цифр 0 и 1 и расположенные в виде последовательности возрастающих двоичных чисел.

Таблица 4.1

$X$	$Y$	$Z$
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Так как эта табличная запись включает в себя *все* возможные комбинации трех входных переменных, то для того, чтобы иметь полное описание условий работы релейного устройства, необходимо лишь добавить один столбец, в котором следует указать, какое значение (1 или 0) релейной функции проводимости соответствует каждой из строк таблицы<sup>1</sup>. Эта окончательная табличная запись, которая включает и перечисление значений релейной функции проводимости, называется таблицей состояний релейного устройства.

<sup>1</sup> В случае релейного устройства, содержащего контактный двухполюсник, для выхода нужен только один столбец, так как такое устройство имеет только один выход. В устройствах, которые будут изучаться в дальнейшем, контактные цепи будут содержать несколько выходов, и тогда в таблице для указания состояния выходов понадобится несколько столбцов.

### § 4.4. Составление таблицы состояний

Рассмотрим контактный двухполюсник, показанный на рис. 4.3, *е*, релейная функция проводимости которого, как было найдено, равна  $T = A(BC + B'C')$ . Положим, что это выражение относится только к проводимости контактных цепей. Однако элементы контактных цепей, т. е. контакты, физически управляются якорями трех реле, которые будем обозначать буквами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . В предыдущих рассуждениях о контактных цепях было принято, что символ контакта без штриха соответствует замыкающему контакту. Такой контакт имеет проводимость, равную 1, только в том случае, когда он замкнут, т. е. если срабатывает соответствующее ему реле. В предыдущем параграфе было также принято, что в таблице состояний цифра 1 соответствует включенному состоянию реле. Благодаря такому выбору обозначений цифрам в столбцах таблицы состояний можно приписать любое из двух указанных значений. Цифра 1 может представлять либо включенное состояние реле, либо проводимость замыкающего контакта этого реле при его срабатывании. Аналогично цифра 0 может представлять либо отключенное состояние реле, либо проводимость замыкающего контакта этого реле, если оно не включено. Таким образом, таблицу состояний можно истолковывать либо в терминах состояний реле, либо в терминах соответствующих им состояний контактов.

Составим теперь таблицу состояний для проводимости контактных цепей рис. 4.3, *е*:  $T = A(BC + B'C')$ . В первых четырех строках табл. 4.2 в столбце  $A$  стоит 0. Реле  $A$  не срабатывает, поэтому проводимость контакта  $A$  равна 0.

Таблица 4.2

$A$	$B$	$C$	$T$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Так как  $A$  входит в релейную функцию проводимости в виде множителя, то значение этой функции для всех состояний входов первых четырех строк также должно быть равным 0. В остальных четырех строках  $A$  равно 1. Поэтому для определения значения функции проводимости нужно рассмотреть только условия для  $B$  и  $C$ . В строке 5 как  $B$ , так и  $C$  равны 0, т. е. оба эти реле не срабатывают. Следовательно, проводимость, представленная чле-

ном  $BC$ , равна 0, но проводимость члена  $B'C'$  равна соответственно 1. Поэтому проводимость всей цепи в целом  $T = 1(0 + 1) = 1$ .

В строке 8 срабатывают оба реле  $B$  и  $C$ . Поэтому член  $BC$  равен 1, член  $B'C'$  равен 0, а проводимость цепи в целом равна 1. В строках 6 и 7 реле  $A$  находится во включенном состоянии, однако реле  $B$  и  $C$  находятся по отношению друг к другу в противоположных состояниях. Оба члена внутри скобок имеют значения 0, поэтому проводимость всей цепи в целом равна 0.

#### § 4.5. Синтез последовательно-параллельных контактных структур по таблице состояний

В § 4.4 было показано, что таблица состояний представляет собой некоторый инструмент, позволяющий анализировать существующую контактную структуру путем записи в систематическом порядке состояний ее выходов для всех возможных состояний входов. Таким образом, полезность таблицы состояний для синтеза структуры релейных устройств состоит в том, что она требует полного определения условий работы.

Для простоты рассмотрим релейное устройство с двумя входами и одним выходом. Входы обозначим через  $A$  и  $B$ ; соответствующие воспринимающие реле должны срабатывать при подаче потенциала земли на один из входов. Состояние выхода устройства определяется наличием или отсутствием потенциала земли на выходе контактных цепей. При изучении условий, которым должна удовлетворять работа устройства, можно установить, что напряжение на выходе должно возникать, если заземлен вход  $A$ , а вход  $B$  не заземлен, или если заземлен вход  $B$ , а  $A$  не заземлен. При всех других состояниях входов выход должен быть равен нулю. Выразим эти условия в виде таблицы состояний (табл. 4.3). Отметим, что так как в столбцах, соответствующих входам, перечисляются все возможные комбинации входных переменных и поскольку для каждой из них определено значение выхода, то имеется гарантия, что ни одно из условий не было упущено.

Таблица 4.3

$A$	$B$	Выход
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Существуют два возможных способа построения структуры контактных цепей с проводимостью, описанной табл. 4.3. В одном из них для каждого состояния входов, которому соответствует 1 на выходе, строится последовательная цепочка контактов, и затем, что-

бы получить требуемую последовательно-параллельную структуру, все эти цепочки соединяются параллельно. Другой путь состоит в том, что устанавливаются совокупности параллельно-соединенных контактов, которые дают проводимость, равную 0, для каждого состояния входов, дающего 0 в столбце значений выхода, а затем все эти параллельные группы соединяются последовательно друг с другом. Покажем, что применение любого из этих способов дает один и тот же результат.

Для дальнейшего рассмотрения полезно будет несколько дополнить табл. 4.3, записанную в виде обычной таблицы состояний, добавив один столбец для записи номеров строк и два столбца с указанием значения инверсий переменных  $A'$  и  $B'$  (см. табл. 4.4).

Таблица 4.4

Номер строки	$A$	$A'$	$B$	$B'$	Выход
1	0	1	0	1	0
2	0	1	1	0	1
3	1	0	0	1	1
4	1	0	1	0	0

Построим структуру контактных цепей, удовлетворяющую условиям, для которых проводимость на выходе равна 1. Это осуществляется, как указывалось, с помощью последовательного соединения контактов для каждой строки, в которой в столбце значений выхода имеется 1, т. е. в данном случае для строк 2 и 3. Поскольку при последовательном соединении контактов проводимость задается в виде произведения символов контактов, то при написании структурной формулы следует выбрать такие символы для обозначения контактов, которые принимают значение 1 при наличии 1 на выходе.

Для строки 2 табл. 4.4 можно видеть, что значения 1 в ней имеют символы  $A'$  и  $B$ . Поэтому нужный выход дает комбинация контактов с проводимостью  $A'B$ . Аналогично для строки 3 найдем, что проводимость на выходе, равную 1, обеспечивает член  $AB'$ . В контактной цепи, удовлетворяющей таблице состояний, эти две последовательные цепочки должны быть соединены параллельно. Таким образом, будем иметь следующую структурную формулу этой цепи:  $T = A'B + AB'$ .

Другой способ синтеза заключается, как уже говорилось, в построении контактных цепей, удовлетворяющих условиям, для которых имеем 0 на выходе. Это осуществляется параллельным соединением контактов каждой из строк, для которой значение выхода равно 0, т. е. в данном случае для строк 1 и 4. Проводимость параллельно-соединенных контактов выражается в виде суммы их символов. Поэтому при написании структурной формулы нужно выбрать

символы, которые в этих строках принимают значение 0. В строке 1 имеют значения 0 символы  $A$  и  $B$ . Поэтому на выходе даст 0 параллельное соединение этих контактов; соответствующая ему проводимость равна  $(A + B)$ . В строке 4 требуемое параллельное соединение описывается релейной функцией проводимости  $(A' + B')$ , так как в этой строке значение 0 имеют символы  $A'$  и  $B'$ . Если соединить эти две группы контактов последовательно друг с другом, то получающаяся в результате этого контактная цепь будет выражаться следующей релейной функцией проводимости  $T = (A + B) \cdot (A' + B') = A'B + AB'$ . Таким образом, указанные выше два способа составления структурных формул приводят к одному и тому же алгебраическому результату.

Обычно при синтезе структуры релейных устройств приходится иметь дело больше, чем с двумя переменными, но процесс синтеза остается таким же. Однако при большом числе переменных применение таблиц состояния в развернутом виде, как в табл. 4.4, неудобно и не является необходимым. Такой развернутый вид был использован выше для того, чтобы подчеркнуть тот факт, что если даны значения двоичной переменной, то этим заданы и значения ее инверсии, даже если они и не выражены в явном виде. Требуемые символы контактов можно найти, заметив, что в случае определения проводимости последовательных цепочек (для получения на выходе 1) использовались символы без штриха, если в столбце соответствующей переменной была 1, и со штрихом, если в нем был 0. В случае определения проводимости параллельного соединения контактов (для получения на выходе 0) использовался символ без штриха, если значение соответствующей переменной было равно 0, и символ со штрихом, если ее значение было равно 1.

Предположим, например, что взята какая-нибудь строка из таблицы состояний для пяти переменных и что для этого частного состояния входов выход равен 1.

$$\begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Для того чтобы последовательная цепочка из контактов, соответствующих этим пяти переменным, имела проводимость, равную 1, нужно записать соответствующий член функции проводимости в виде  $A'BCD'E$ . Так как реле  $A$  и  $D$  при этом состоянии входов отключены, то в последовательной цепочке, для того чтобы ее проводимость была равна 1, нужно взять замыкающие контакты  $A'$  и  $D'$ . Введение отдельных столбцов для  $A'$  и  $D'$  не является необходимым, так как нужно лишь запомнить, что наличие значений входов для  $A$  и  $D$ , равных 0, означает, что в качестве символов контактов для соответствующих членов структурных формул нужно использовать инверсии этих переменных.

Рассмотрим другую строку той же таблицы, например написанную ниже

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
1	0	1	0	0

для которой проводимость на выходе равна нулю. Проводимость параллельной группы контактов в этих условиях запишется в следующем виде:  $(A' + B + C' + D + E)$ . При данном состоянии входов включены реле  $A$  и  $C$  и поэтому для получения проводимости на выходе, равной 0, нужно использовать их размыкающие контакты. Таким образом, если для параллельной группы контактов должна быть получена проводимость, равная 0, то в качестве символов контактов нужно использовать переменную без штриха, если в соответствующей строке ее значение равно 0, и переменную со штрихом, если это значение равно 1.

#### § 4.6. Стандартные формы релейной функции проводимости

Рассмотрим релейное устройство с  $n$  входами и последовательным соединением контактов (рис. 4.5), в которое входят контакты каждого из воспринимающих реле. Символы контактов являются



Рис. 4.5. Последовательная цепь  $n$  переменных.

обобщенными и могут соответствовать как замыкающим, так и размыкающим контактам. Существует  $2^n$  последовательных цепей этого типа, которые можно создать, выписывая всевозможные комбинации символов контактов со штрихами и без штрихов.

Для каждой из  $2^n$  последовательных цепей существует только один способ, при котором мы можем получить проводимость, равную 1. Реле с замыкающими контактами должны быть включены, а с размыкающими контактами должны оставаться в невключенном состоянии. Таким образом, записывая проводимость в виде произведения, мы пользуемся символом без штриха, если соответствующее вхождение в таблице состояний равно 1, и со штрихом, если оно равно 0.

Для любого другого состояния входов эта последовательная цепочка будет разомкнута и ее проводимость будет равна 0. Поскольку имеется только одно состояние входов, обеспечивающее проводимость 1, и  $2^n - 1$  состояний входов, дающих проводимость 0, мы видим, что каждая последовательная цепочка единственным образом

представляет строку в таблице состояний, для которой проводимость равна 1.

Если в таблице имеется  $j$  строк, для которых проводимость должна быть равна 1, то для каждой из них достаточно построить отдельные последовательные цепочки и соединить их параллельно, как показано на рис. 4.6. Каждая из последовательных групп кон-

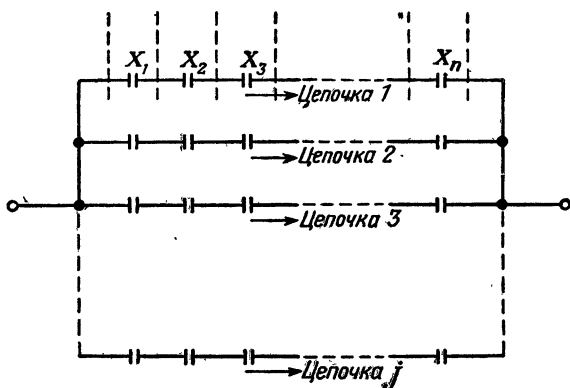


Рис. 4.6. Последовательно-параллельная цепь, полученная из цепочек, соответствующих проводимости, равной 1.

тактов составляет цепочку, которая дает проводимость, равную 1, для одного частного состояния входов и только для этого состояния. Если аналогичные цепочки построить для всех  $j$  комбинаций состояний входов, требующих на выходе проводимость, равную 1, то построение контактной структуры устройства будет завершено.

Обратимся теперь к параллельной группе контактов, соответствующей  $n$  переменным, показанной на рис. 4.7. Здесь также существует  $2^n$  способов размещения замыкающих и размыкающих контактов. Таким образом, можно построить  $2^n$  различных групп параллельно соединенных контактов. Для каждой из этих групп существует лишь один способ получения проводимости, равной 0. Реле, несущие замыкающие контакты, должны оставаться в отключенном состоянии, а реле с размыкающими контактами должны быть включены. Таким образом, записывая сумму, выражающую проводимость цепи, нужно использовать символ без штриха, если входение в таблице состояния есть 0, и символ со штрихом, если оно равно 1. Эта методика, естественно, прямо противоположна той, которая была использована выше для последовательных цепочек контактов.

Для любого другого состояния входов один или большее число контактов в параллельной группе их будут замкнуты, и проводимость группы в целом будет равна 1. Так как имеется лишь одно состояние входов, которое дает проводимость, равную 0, и  $2^n - 1$

состояний, дающих проводимость, равную 1, то каждая параллельная группа контактов однозначно представляет одну строку в таблице состояний, для которой требуется проводимость, равная 0.

Если в таблице имеется  $k$  строк, которым должна соответствовать нулевая проводимость, то нужно построить отдельную параллельную группу контактов для каждой строки, соответствующей

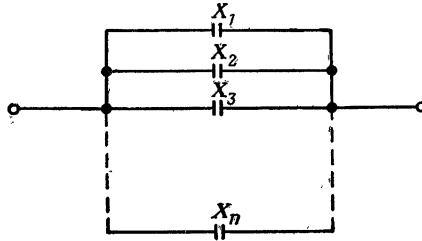


Рис. 4.7. Параллельная цепь  $n$  переменных.

проводимости 0, и соединить все их последовательно, как показано на рис. 4.8. Каждая из параллельных групп контактов создает барьер, препятствующий прохождению тока для одного частного состояния входов, но не препятствующий его протеканию для любого другого состояния. Когда построена последовательность таких барье-

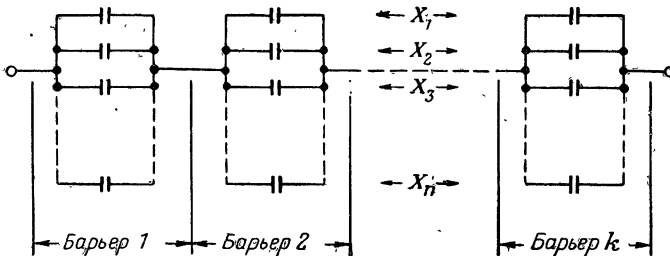


Рис. 4.8. Последовательно-параллельная цепь, полученная из цепочек, соответствующих проводимости, равной 0.

ров для всех  $k$  состояний входов, требующих 0 на выходе, то построение структуры контактной части устройства завершено.

Таким образом, по таблице состояний можно записать релейную функцию проводимости контактных цепей в двух видах. Если удовлетворяются условия проводимости, равной 1, то необходимо написать сумму произведений; каждое произведение представляет последовательную цепочку контактов, а суммирование соответствует параллельному соединению всех этих цепочек. При такой записи каждое произведение содержит все входные переменные со штрихами



или без штрихов, и никакое из произведений не повторяется. Эту форму представления релейной функции будем называть *стандартной суммой*.

Если удовлетворяются условия проводимости, равной 0, то необходимо написать произведение сумм; каждая сумма представляет собой параллельную группу контактов, а произведение соответствует последовательному соединению всех этих групп. При такой записи каждая сумма содержит все входные переменные со штрихами или без штриха, и никакие две суммы не совпадают. Назовем эту форму представления релейной функции *стандартным произведением*<sup>1</sup>.

Следует отметить, что любая релейная функция может быть разложена либо в стандартную сумму, либо в стандартное произведение с помощью повторного применения теорем 20 и 20' соответственно. Для получения этих результатов разложение нужно осуществлять по всем переменным.

#### Пример 4.1.

Для данной таблицы состояний нужно найти релейную функцию проводимости в двух стандартных формах и показать, что обе формы приводят к одной и той же релейной функции проводимости.

A	B	C	Выход
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Удовлетворяя значениям проводимости, равным 1, получаем релейную функцию проводимости в виде суммы произведений, т. е. в виде стандартной суммы:

$$T = A'B'C + AB'C' + AB'C.$$

Удовлетворяя значениям проводимости, равным 0, получаем релейную функцию проводимости в виде произведения сумм, т. е. в виде стандартного произведения:

$$T = (A+B+C)(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B'+C)(A'+B'+C').$$

<sup>1</sup> Как уже указывалось, стандартные формы релейных функций соответствуют совершенным нормальным формам исчисления высказываний, а именно, стандартная сумма — совершенной дизъюнктивной нормальной форме, а стандартное произведение — совершенной конъюнктивной нормальной форме. — *Прим. ред.*

Обе эти функции можно упростить алгебраически. Сумма произведений сокращается и приводится к  $T = B'C + AB' = B'(A + C)$ . Аналогично, произведение сумм приводится к

$$T = (A + C)(A + B')(A' + B') = B'(A + C).$$

Остается показать, что релейная функция проводимости, полученная из таблицы состояний, всегда одинакова, независимо от того, получена ли она исходя из значений проводимости, равных 0 или 1. Выше справедливость этого была показана для двух примеров, но для общего случая доказана не была.

Если составить перечень всех членов стандартной суммы, представляющих все возможные комбинации переменных без штриха и со штрихом, то таких членов будет  $2^n$ . Можно выбрать любые из этих членов и условиться, что для всех соответствующих им состояний входов проводимость должна быть равна 1, а для остальных членов проводимость должна быть равна 0. Если число состояний, для которых проводимость должна быть равна 1, есть  $j$ , а число состояний с проводимостью 0 равно  $k$ , то мы должны иметь  $j + k = 2^n$ . Обозначим каждый член стандартной суммы с проводимостью 1 через  $U$ , а каждый член с проводимостью 0 — через  $Z$ .

Релейная функция проводимости выражается в виде суммы произведений, которым соответствует проводимость, равная 1, т. е.

$$T = U_1 + U_2 + \dots + U_j.$$

Сумма остальных  $k$  членов должна быть функцией, являющейся инверсией релейной функции проводимости  $T$ , т. е.

$$T' = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_k.$$

Применяя теорему 18, это можно записать в виде

$$T = Z'_1 Z'_2 Z'_3 \dots Z'_k.$$

Каждый из членов  $Z'_i$  является суммой переменных, представляющих собой инверсии переменных в членах  $Z_i$ , и поэтому символы контактов в точности соответствуют проводимости, равной 0. Последнее найденное выражение показывает, что произведение  $k$  членов стандартного произведения дает ту же релейную функцию проводимости, что и сумма  $j$  членов стандартной суммы. Следовательно, релейная функция проводимости, полученная из таблицы состояний, является одной и той же, независимо от того, получена ли она из строк, представляющих проводимость, равную 0, или из строк, представляющих проводимость, равную 1.

Этим свойством часто пользуются для экономии времени при получении релейной функции проводимости. Если в таблице состояний число строк с проводимостью 0 и с проводимостью 1 одинаково, то безразлично, по какому пути следовать при получении релейной

функции проводимости, и проектировщик может руководствоваться своими собственными симпатиями. Однако если в столбце, соответствующем состояниям выхода, имеет место перевес единиц, то с точки зрения затрачиваемого времени часто выгоднее получать функцию проводимости по строкам, соответствующим проводимости, равной 0, так как при этом выписывается меньшее число членов. Если же имеется сравнительно мало строк, которым соответствует проводимость, равная 1, то естественно поступать наоборот.

### § 4.7. Неполная таблица состояний

Одной из наиболее важных особенностей таблицы состояний является то, что она обеспечивает проектировщику автоматическую проверку полноты описания работы устройства. Это верно, независимо от того, заполнена ли таблица полностью или частично. Таблица состояний, в которой перечисляются состояния, соответствующие проводимости, равной 1, вместе с утверждением, что для всех других состояний проводимость равна 0, составляет полную таблицу состояний, хотя она заполнена лишь частично. Поскольку состояния входов являются взаимно-исключающими, то при записи любой группы из них определяются и остальные.

Неполная таблица состояний отличается от частично записанной таблицы тем, что в ней содержится одно или большее число состояний, для которых выход не определен. Для умышленного пропуска какой-либо строки в таблице состояний могут быть две причины:

1. Соответствующее состояние входов никогда не может иметь места.

2. Проектировщика может не интересовать, что произойдет, если это состояние входов действительно будет иметь место. Такой случай может быть, например, тогда, когда данное состояние допускается только после некоторого другого состояния входов, при котором выход устройства теряет смысл.

В любом из этих случаев условия работы устройства делаются менее жесткими, что часто, но не всегда, можно использовать для упрощения его структуры. Будем называть состояние входов, для которого не определено значение проводимости выхода, *условным состоянием*<sup>1</sup>. Смысл этого термина состоит в том, что при составлении релейной функции проводимости, соответствующей неполной таблице состояний, условному состоянию можно приписывать по желанию выход, равный 1 или 0.

<sup>1</sup> В английском тексте книги применен термин «optional», что в буквальном переводе означает «необязательное» состояние. При переводе принят более употребительный в советской литературе термин «условное» состояние. Нужно отметить, что этим термином объединяются два вида состояний: «неиспользуемые», соответствующие первому из указанных выше случаев, когда для соответствующего состояния выход может быть не определен, и «безразличные», соответствующие второму случаю. — *Прим. ред.*

**Пример 4.2.**

В приведенной ниже таблице состояния требуемые значения проводимости указаны в столбце, помеченном буквой  $T$ . Последние три состояния входов в этой таблице не могут иметь места, и соответствующие им значения проводимости произвольны. Нужно составить релейную функцию проводимости, используя условные состояния для упрощения ее.

$A$	$B$	$C$	$T$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	—
1	1	0	—
1	1	1	—

Так как существуют лишь два состояния входов (строки 2 и 4), для которых проводимость должна быть равна 1, то релейная функция проводимости запишется в виде суммы двух членов  $T = A'B'C + A'BC$ . Это выражение сразу же сокращается и приводится к  $T = A'C$ . Отметим, что условные состояния входов в строках 6 и 8 описываются теми же самыми входными переменными, за исключением того, что вместо  $A'$  в них входит  $A$ . Припишем проводимости, соответствующей этим строкам, значение 1. Тогда можно будет прибавить к записанному выше выражению для функции проводимости члены  $AB'C + ABC = AC$ . Окончательно получим  $T = A'C + AC = C$ .

Таким образом, использование двух условных состояний позволило исключить контакт  $A'$ , который требовался в исходной функции проводимости. Из таблицы состояний можно видеть, что этот контакт препятствовал бы получению проводимости, равной 1, при условиях на входе, описываемых двумя wybranными условными строками. Выбрав для этих строк проводимость, равную 1, мы учли то обстоятельство, что так как условные состояния входов никоим образом не могут иметь места, то нет и необходимости в контакте  $A'$  как в средстве предупреждения получения проводимости, равной 1, для этих состояний. Это значение проводимости никогда не будет иметь места, так как никогда не будет и данного состояния входов.

Однако нет уверенности в том, что наличие условных состояний в неполной таблице состояний приведет к упрощению релейной функции проводимости. Еще менее вероятно, что все имеющиеся условные состояния без исключения можно использовать для упрощения функции. В более сложных и трудных комбинационных задачах условные состояния встречаются весьма часто. Это особенно

верно в случае синтеза многотактных релейных устройств. Поэтому важно, чтобы на этом этапе была понята алгебраическая и физическая сущность потенциальной возможности упрощения структуры релейных устройств в результате использования условных состояний.

#### § 4.8. Алгебраическое упрощение релейных функций

Релейная функция проводимости, записанная непосредственно из таблицы состояний, редко получается в форме, наиболее удобной для схемной реализации. Ее можно рассматривать лишь как некоторый исходный материал, который проектировщик имеет в своем распоряжении для преобразования его в приемлемую форму. В большинстве случаев цель таких преобразований состоит в уменьшении объема релейного оборудования, необходимого для реализации структуры релейного устройства. Объем оборудования можно грубо определить с помощью подсчета числа элементов в структуре, и при преобразованиях релейной функции обычно стремятся уменьшить это число.

Задача минимизации будет рассмотрена более полно в следующей главе. В данной же главе ограничимся рассмотрением основных алгебраических средств и приемов, которые обычно используются проектировщиком, и установлением соответствия между математической и физической формами представления структуры релейных устройств. Далее будет показано, что во многих случаях математические преобразования можно будет заменить процессами физического рассмотрения и что значительное упрощение структуры устройства можно осуществить, непосредственно используя графическое ее изображение. Развитие такого рода навыков является желательным, и это является одной из первоочередных целей нашего рассмотрения. Начнем с изучения алгебраических методов. Знание их будет способствовать систематизации наших усилий и придаст нам определенную степень уверенности. Практически порой бывает трудно сказать, пользуется ли опытный проектировщик алгеброй релейных цепей или весьма высоко развитой формой схемной интуиции.

Цель алгебраического упрощения первоначальной функции проводимости заключается в приведении ее к виду, в котором число входящих букв, представляющих переменные, является возможно меньшим. Так как каждому появлению символа в функции соответствует входение контакта в структуру цепей релейного устройства, то максимальное необходимое число их при физической реализации можно определить непосредственно по релейной функции проводимости.

Рассмотрим релейную функцию, записанную в форме стандартной суммы

$$T = A'B'C + A'BC' + A'BC + AB'C.$$

Чтобы упростить это выражение, сгруппируем первый и четвертый, а также второй и третий члены. Вынося общие члены за скобку, получим

$$T = (A + A')B'C + A'B(C + C') = B'C + A'B.$$

Исходное выражение содержало 12 вхождений переменных. С помощью алгебраических преобразований это число сведено к 4. На рис. 4.9 показаны контактные цепи, соответствующие как исходной релейной функции, так и преобразованной ее форме.

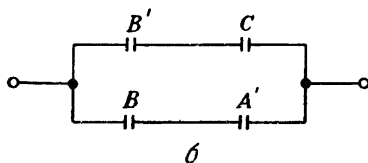
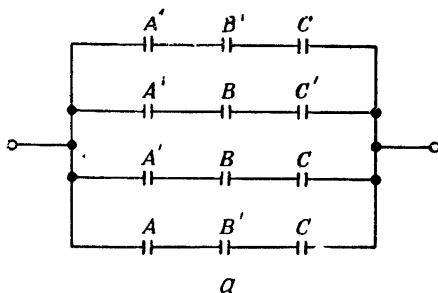


Рис. 4.9. Контактные цепи, построенные а — по функции проводимости, представленной в виде стандартной суммы, и б — по алгебраически упрощенной форме.

Рассмотрим теперь приведенную ниже таблицу состояний, соответствующую этой функции. В ней записаны лишь те строки, для которых проводимость равна 1. Во всех других строках проводимость, разумеется, равна нулю. Заметим, что в строке 1, как и в строке 4,  $B$  и  $C$  имеют значения 0 и 1 соответственно, в то время как  $A$  принимает значения как 0, так и 1.

$A$	$B$	$C$
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	1

Это означает, что проводимость для этих двух строк не зависит от изменения  $A$ , а зависит только от  $B$  и  $C$ . Таким образом, для проводимости первой и четвертой строк сразу можно написать член  $B'C$ . Аналогично, как в строке 2, так и 3 значения  $A$  и  $B$  равны соответственно 0 и 1, а  $C$  принимает значения как 0, так и 1. Следовательно, для этих двух строк можно сразу записать член  $A'B$ . Сумма этих двух членов учитывает все строки таблицы состояний и дает ранее найденное выражение для релейной функции проводимости.

Контактные цепи рис. 4.9,а можно упростить с помощью аналогичных рассуждений и не прибегая к алгебре релейных цепей.

Если рассмотреть верхнюю и нижнюю цепочки, то можно увидеть, что контакты  $B'$  и  $C$  соединены последовательно с  $A'$  в верхней цепочке и с  $A$  в нижней. Если  $B'$  и  $C$  замкнуты, то цепь будет замкнута через ту или другую из этих цепочек независимо от положения реле  $A$ . Поэтому контакты  $A$  и  $A'$  в этих цепочках являются лишними. Если их удалить, то две цепочки контактов  $B'C$  можно свести к одной. По тем же причинам в двух средних цепочках являются лишними контакты  $C$  и  $C'$ , и эти две цепочки можно заменить одной цепочкой  $A'B$ .

Если в первоначальной функции проводимости содержится какой-либо член, включающий все возможные комбинации меньшей группы переменных, то этот член равен 1. Например, в функции

$$T = W'X'YZ + W'XY'Z' + W'XY'Z + W'XYZ' + W'XYZ + WXY'Z'$$

можно вынести за скобки общий множитель  $W'X$ , после чего получим

$$T = W'X'YZ + W'X(Y'Z' + Y'Z + YZ' + YZ) + WXY'Z'$$

Член внутри скобок содержит все возможные комбинации переменных  $Y$  и  $Z$  и равняется 1. Поэтому первоначальная функция проводимости может быть приведена к виду

$$T = W'X'YZ + W'X + WXY'Z'$$

Теперь можно объединять член  $W'X$  с каждым из двух других членов, одновременно вынося за скобку общие множители:

$$\begin{aligned} T &= W'(X + X'YZ) + X(W' + WXY'Z') = \\ &= W'(X + YZ) + X(W' + Y'Z') = \\ &= W'X + W'YZ + XY'Z'. \end{aligned}$$

Этот пример иллюстрирует характер основных упрощений, которые можно получить, просматривая отдельные группы членов в релейной функции проводимости или расположение цифр в таблице состояний или же, наконец, расположение контактов в гра-

фическом изображении цепи. Способность распознавать возможности упрощения зависит от опыта проектировщика. Однако полагаться целиком на развитие его личного искусства нет нужды. Рассмотрим некоторый общий алгебраический прием уменьшения сложности релейных функций<sup>1</sup>, который приведет нас в следующей главе к более мощным методам минимизации структур релейных устройств.

Запишем релейную функцию проводимости в форме стандартной суммы. Первый шаг заключается в сравнении каждого члена этой функции с остальными членами и применении везде, где это возможно, теоремы  $XY + XY' = X$ . Все члены, которые таким образом объединились, давая укороченные члены, следует пометить, с тем чтобы при записи окончательного выражения релейной функции проводимости можно было быть уверенным, что учтен каждый из членов стандартной суммы.

Этот процесс применяется снова для сравнения укороченных членов, и так повторяется до тех пор, пока не останется ни одной пары членов, которые могли бы быть упрощены с помощью этой операции. Оставшиеся после этого не отмеченные члены назовем *простыми импликантами*. Окончательное выражение функции проводимости можно после этого записать в виде суммы простых импликантов, отбрасывая те из них, которые являются избыточными.

### Пример 4.3.

При получении простых импликантов удобно расположить члены стандартной суммы в виде столбца и затем записывать члены, в которых исключены одна или большее число переменных в дополнительных столбцах.

Рассмотрим эту процедуру на примере следующей релейной функции проводимости:

$$T = W'X'YZ' + W'XY'Z' + W'XY'Z + W'XYZ' + W'XYZ + W'X'Y'Z + W'XY'Z.$$

Члены стандартной суммы	Первое упрощение	Второе упрощение
$W'X'YZ' \vee$	$W'YZ'$	$W'X$
$W'XY'Z' \vee$	$W'XY' \vee$	
$W'XY'Z \vee$	$W'XZ' \vee$	
$W'XYZ' \vee$	$W'XZ \vee$	
$W'XYZ \vee$	$XY'Z$	
$WX'Y'Z \vee$	$W'XY \vee$	
$WXY'Z \vee$	$WY'Z$	

<sup>1</sup> Quine W. V., The problem of simplifying truth functions, *American Math. Monthly*, 59 (1952), 521—531; Quine W. V., A way to simplify truth functions, *American Math. Monthly*, 62 (1955), 627—631.



Во втором столбце не отмечены три члена, так как их нельзя было далее упростить. Эти члены, а также член  $W'X$  в третьем столбце суть простые импликанты функции.

Релейная функция проводимости, записанная в виде суммы всех своих простых импликантов, вообще говоря, еще не является простейшей равносильной функцией. Например, в рассматриваемом примере сумма простых импликантов равна

$$T = W'X + W'YZ' + XY'Z + WY'Z.$$

Применим теорему 16':  $XY + YZ + X'Z = XY + X'Z$ . Так как  $W'X + XY'Z + WY'Z = W'X + WY'Z$ , то член  $XY'Z$  является лишним, и в качестве окончательного выражения для функции проводимости будем иметь

$$T = W'X + W'YZ' + WY'Z.$$

Назовем это выражение *минимальной суммой*, соответствующей данной функции, так как она не содержит избыточных членов или лишних переменных. Релейная функция, рассмотренная в этом примере, имеет только одну минимальную сумму. Многие функции имеют две или большее число сумм, минимальных в этом смысле.

Описанный прием применим также и к функциям, записанным в форме стандартного произведения. Полученную при упрощении функцию будем называть в этом случае *минимальным произведением*. Вначале ко всем парам членов стандартного произведения, а затем к упрощенным членам применяется теорема  $(X + Y)(X + Y') = X$  до тех пор, пока дальнейшее исключение переменных не станет невозможным. Те члены, которые не вошли в комбинацию для получения упрощенного члена (и, следовательно, не отмечены), являются простыми импликантами. Применяя затем теорему  $(X + Y)(Y + Z)(X' + Z) = (X + Y)(X' + Z)$ , исключают избыточные простые импликанты, после чего может быть записано минимальное произведение. Как и выше, результат этой процедуры может быть не однозначным.

### § 4.9. Наборы цепей и сечений

Релейной функции, рассмотренной в примере 4.3, если ее записать в виде

$$T = W'(X + YZ') + WY'Z,$$

соответствует структура рис. 4.10. Если состояние входов таково, что  $W = 0$  и  $X = 1$ , то между узлами 1 и 2 этой структуры образуется замкнутая цепь, которая будет поддерживаться независимо от поведения переменных  $Y$  и  $Z$ . Иными словами, хотя проводимость структуры в целом есть функция множества переменных

$(W, X, Y, Z)$ , тем не менее существует некоторая совокупность их, составляющая подмножество указанного множества (а именно переменные  $(W, X)$ ), которая гарантирует замыкание цепи, если элементы этой совокупности принимают значения  $(0, 1)$ . В структуре рис. 4.10 указанной совокупности соответствует цепь, проходящая через контакты  $W'$  и  $X$ , которая, будучи замкнутой, соединяет друг с другом узлы 1 и 2.

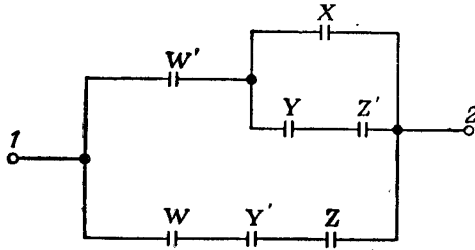


Рис. 4.10. Контактная структура, реализующая функцию, приведенную в примере 4.3.

В структуре рис. 4.10 имеются две другие цепочки, которые при своем замыкании также соединяют друг с другом узлы 1 и 2. Эти цепочки соответствуют членам  $W'YZ'$  и  $WY'Z$  релейной функции проводимости, и обе они не зависят от переменной  $X$ .

Таким образом, три подмножества, обеспечивающие в структуре рис. 4.10 проводимость, равную 1, в точности соответствуют трем членам релейной функции проводимости, представленной в виде минимальной суммы. Эти подмножества, или контакты, которые они описывают, являются так называемыми *замыкающими наборами* или *наборами цепей*, и каждый член минимальной суммы является одним из таких наборов. Физически набор цепи представляет собой минимальный набор контактов, которые при замыкании обеспечивают проводимость структуры, равную 1, независимо от состояния других контактов.

Если релейная функция записана в виде, который соответствует скорее минимальному произведению, нежели минимальной сумме, то отдельные члены этого произведения соответствуют наборам контактов, которые, размыкаясь, обеспечивают проводимость структуры, равную 0, даже в том случае, если все другие контакты замкнуты. Эти наборы контактов являются *размыкающими наборами* или *наборами сечений*<sup>1</sup>.

Если известна минимальная сумма, то нет необходимости получать минимальное произведение с помощью алгебраических методов. На рис. 4.11 показан графический метод, дающий возможность

<sup>1</sup> Термины «набор цепи» и «набор сечения» введены при переводе. — Прим. ред.

получить все размыкающие наборы и отсюда релейную функцию проводимости в виде минимального произведения на основании структуры, реализующей минимальную сумму. На этом рисунке представлена уже рассмотренная выше структура рис. 4.10, полученная из функции проводимости примера 4.3. Тонкие

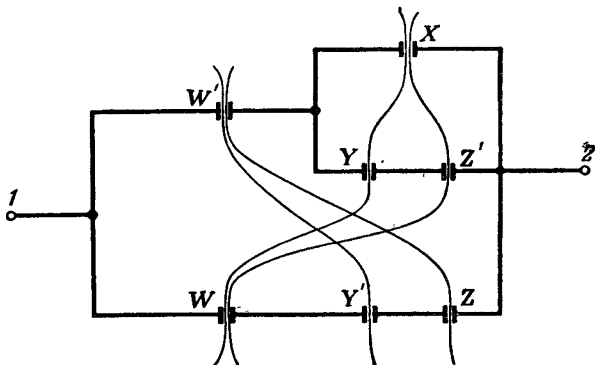


Рис. 4.11. Графическое представление наборов сечений.

линии, проходящие через различные группы контактов, можно мысленно представить себе как путь, который проходит нож, разрезающий поперек графическое изображение структуры устройства (сечение). Каждое сечение начинается с какого-либо контакта в верхней цепочке и заканчивается одним из контактов в нижней цепочке, причем выбранный путь должен проходить через один и только один член каждого набора цепи в схеме. Если все контакты, пересекаемые любым из этих путей, разомкнуты, то структура рассекается на две части. Проводимость между узлами 1 и 2 становится при этом равной 0. Все такие наборы контактов являются наборами сечений. Физически каждый набор сечения является минимальным набором контактов, которые, размыкаясь, обеспечивают проводимость, равную 0, даже в том случае, когда все другие контакты замкнуты. Ранее было отмечено, что каждый член минимального произведения соответствует контактам какого-либо одного набора сечения. Однако противоположное утверждение неверно, так как некоторые наборы сечений, физически существующие, алгебраически будут являться избыточными. Если определить наборы сечений, то каждый из них можно использовать для получения одного члена релейной функции проводимости, записанной в виде произведения сумм. Найденная таким образом из рис. 4.11 функция равна

$$T = (W' + Y')(W' + Z)(W + X + Y)(W + X + Z')(X + Y + Z) \cdot (X + Y' + Z').$$

Однако в силу теоремы 16

$$(W' + Y')(W + X + Z')(X + Y' + Z') = (W' + Y')(W + X + Z')$$

и

$$(W' + Z)(W + X + Y)(X + Y + Z) = (W' + Z)(W + X + Y).$$

Отсюда функция проводимости, выраженная в виде минимального произведения, будет равна

$$T = (W' + Y')(W' + Z)(W + X + Y)(W + X + Z').$$

Хотя наборы сечений  $(X, Y', Z')$  и  $(X, Y, Z)$  физически имеют место, они не входят в релейную функцию проводимости, выраженную в виде минимального произведения.

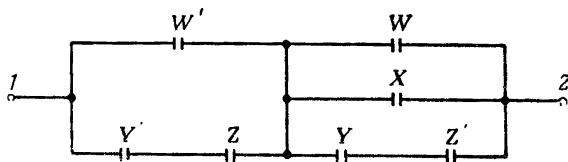


Рис. 4.12. Контактная структура, построенная из наборов сечений рис. 4.11.

Используя теорему 15', можно еще больше упростить минимальное произведение и получить  $T = (W' + Y'Z)(W + X + YZ')$ . Контактная структура, соответствующая этой функции, изображена на рис. 4.12. Можно выделить теперь в этой структуре наборы цепей и написать релейную функцию проводимости в форме суммы произведений так, чтобы каждый член этой функции соответствовал одному набору цепей. Найденная таким образом функция будет иметь вид

$$T = W'X + W'YZ' + WY'Z + XY'Z.$$

Однако в силу теоремы 16'

$$W'X + WY'Z + XY'Z = W'X + WY'Z,$$

и функция проводимости будет записана теперь в виде минимальной суммы

$$T = W'X + WY'Z + WY'Z.$$

Таким образом, хотя члены минимальной суммы все соответствуют наборам цепей, фактически в структуре релейного устройства могут содержаться наборы, которые являются алгебраически избыточными и поэтому не входят в минимальную сумму.

Следует отметить, что при построении наборов сечений на рис. 4.11 не учитывались наборы, содержащие переменную и ее инверсию. Эти наборы ввели бы в выражение функции проводимости, записанной в виде произведения сумм, такие члены, как  $(W + W')$  и  $(X + Y + Y')$ . Поскольку все члены этого типа в силу теоремы 10 превращаются в 1, они исчезают из функции проводимости. Аналогично при построении наборов цепей на рис. 4.12 не была включена цепь, которая ввела бы в выражение функции проводимости, записанной в виде суммы произведений, член  $Y'ZYZ'$ . В силу

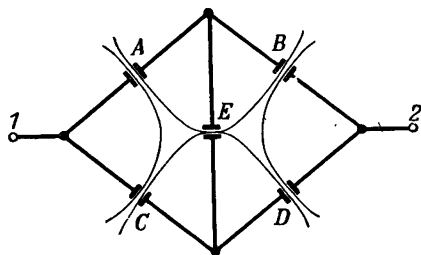


Рис. 4.13. Наборы сечений в мостиковой контактной структуре.

теоремы 10' такие члены равны 0 и поэтому исчезают из минимальной суммы.

Понятия набора цепей и набора сечений вносят существенный вклад в наше понимание контактных структур всех типов. Они особенно важны при анализе структур релейных устройств мостикового типа, в которых написание релейной функции проводимости возможно только на основе выделения наборов цепей или сечений. Например, анализ мостиковой структуры рис. 4.13 с точки зрения последовательно-параллельных цепей невозможен. Однако релейную функцию проводимости такой системы можно определить, либо объединяя все наборы цепей между узлами 1 и 2 в виде суммы произведений, либо записывая произведение сумм, в котором каждой сумме соответствует один из наборов сечений, указанных на рис. 4.13 тонкими линиями. Если следовать первому методу, получим  $T = AB + AED + CEB + CD$ . Второй метод дает функцию проводимости в виде

$$T = (A+C)(A+E+D)(C+E+B)(B+D).$$

Читатель может проверить, что эти два выражения тождественны, раскрыв скобки во втором выражении.

Это небольшое отступление от рассмотрения последовательно-параллельных структур имело своей целью подчеркнуть широкую

применимость понятий наборов цепей и сечений как общего метода анализа структур. Когда будут более полно рассматриваться мостиковые структуры, будет показано, что эти понятия являются ценными и при синтезе.

### § 4.10. Инверсные структуры

Для каждого двухполюсника, который может быть представлен релейной функцией, существует по крайней мере один инверсный двухполюсник. Инверсная структура представляет собой структуру, имеющую противоположные значения проводимости при тех же самых состояниях входов. Существование по крайней мере одной инверсной структуры следует из того факта, что если написать релейную функцию проводимости для исходной структуры, то по теоремам 18, 18' всегда можно написать инверсную функцию. Инверсная функция является другой релейной функцией, выше же было показано, что для любой релейной функции всегда можно получить соответствующую ей последовательно-параллельную структуру.

Следует совершенно четко различать инверсные релейные функции и релейные функции двух видов, которые можно получить из одной и той же таблицы состояний. В последнем случае стандартная сумма содержит один член для каждого значения проводимости, равного 1, а в стандартном произведении содержится член для каждого значения проводимости, равного 0. Как уже было продемонстрировано, эти два выражения отражают одни и те же условия работы релейного устройства. Инверсная релейная функция, наоборот, описывает структуру устройства, действие которого в точности противоположно исходному. Чтобы получить инверсную релейную функцию непосредственно из таблицы состояний, в последней нужно все 1 на выходе заменить 0, и наоборот, и затем записать функцию обычным путем.

Существуют две причины, по которым инверсные структуры могут представлять интерес. Во-первых, для некоторых задач можно найти более простое решение, если рассмотреть условия работы, в точности противоположные тем, которые нужны на самом деле, построить для них структуру релейного устройства, а затем взять ее инверсию. Последовательно-параллельные структуры не дают приемлемых примеров такой процедуры, однако мы столкнемся с такого рода примерами при последующем изучении некоторых типов мостиковых структур.

Вторая причина, по которой инверсные структуры представляют интерес, состоит в том, что путем освоения инверсных соотношений приобретается бóльшая гибкость в обращении со структурами релейных устройств. Имеются многочисленные случаи, когда выявление инверсных форм позволяет достигнуть существенной экономии в числе элементов. Часто эти ситуации приводят к мостиковым струк-

турам. Другие важные условия, требующие обращения к инверсным формам, возникают при синтезе многополюсных структур.

Инверсную структуру можно всегда получить с помощью алгебраических преобразований. Однако этот метод имеет серьезные ограничения при применении его к мостиковым структурам. Синтез последних обычно более труден, но часто оказывается более экономичным с точки зрения числа используемых релейных элементов. Если переходить к инверсной структуре с помощью алгебраических преобразований, то вначале будет получена инверсная релейная

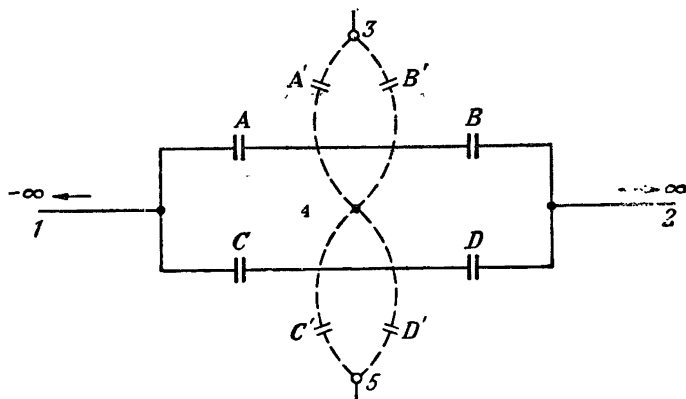


Рис. 4.14. Цепь между полюсами 3 и 5 является инверсией цепи между полюсами 1 и 2.

функция, а затем возникнет задача нахождения иногда трудно уловимой, но экономичной мостиковой структуры. Можно, однако, переходить от двухполюсника (как с параллельно-последовательной, так и мостиковой структурой) непосредственно к его инверсии при помощи графического метода, который не меняет числа релейных элементов. Единственным ограничением в этом случае является то, что этот метод годится лишь для планарных структур. Для инверсирования непланарных структур до сих пор не был еще описан ни один из методов, кроме указанного выше алгебраического.

Если написать релейную функцию проводимости в виде минимальной суммы, например в виде  $T = AB + CD$ , то алгебраическая инверсия ее будет иметь вид минимального произведения  $T' = (A' + B')(C' + D')$ . Каждый набор цепи исходной функции заменяется инверсным набором сечения в инверсной функции. Вообще, инверсные функции можно получать на основе того, что наборы цепей одной из них всегда заменяются инверсными наборами сечений в другой, или наоборот. Естественно, что инверсный набор сечения является совокупностью переменных, которые представляют собой инверсии переменных в соответствующем наборе цепей,

а инверсный набор цепей содержит переменные, являющиеся инверсиями переменных в соответствующем наборе сечений.

Имея это в виду, рассмотрим геометрическое построение, представленное на рис. 4.14. Структура, изображенная на этом рисунке

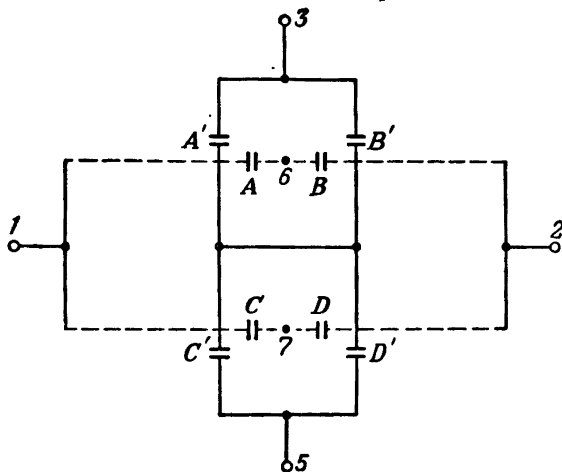


Рис. 4.15. Первоначальная цепь, полученная из своей инверсии.

сплошными линиями, имеет проводимость  $T = AB + CD$ . Представим себе мысленно внешние соединения с полюсами 1 и 2 простирающимися до бесконечности в обоих направлениях. Расположим теперь два внешних узла 3 и 5 в верхней и нижней половинах рисунка, а в единственном контуре исходной структуры расположим внутренний узел 4. В более сложной структуре нужно было бы добавить внутренние узлы в каждом дополнительном контуре, оставив два внешних узла. Это расположение узлов гарантирует, что каждая ветвь первоначальной структуры пройдет точно между одной парой узлов. Если теперь разместить между каждой парой этих узлов, разделенных одной ветвью первоначальной структуры, по одному контакту (или группе контактов), являющемуся инверсией контакта (или группы контактов) в пересекаемой ветви, то проводимость между внешними узлами построенной таким образом структуры будет инверсией проводимости исходной структуры.

Из рис. 4.14 легко заметить, что при пересечении набора цепи  $AB$  в верхней цепочке между узлами 3 и 4 образуется набор сечения  $(A' + B')$ . Аналогично, между узлами 4 и 5 появляется набор сечения  $(C' + D')$ , так как эта цепь пересекает нижнюю цепочку первоначальной структуры, содержащую набор цепи  $CD$ . Поместив узел 4 во внутреннем контуре, мы тем самым гарантировали, что полученные два набора сечений будут соединены последовательно,



в то время как исходные наборы цепей были параллельными. Таким образом, с помощью геометрического преобразования наборы цепей, соединенные параллельно, заменяются инверсными наборами сечений, соединенными последовательно друг с другом.

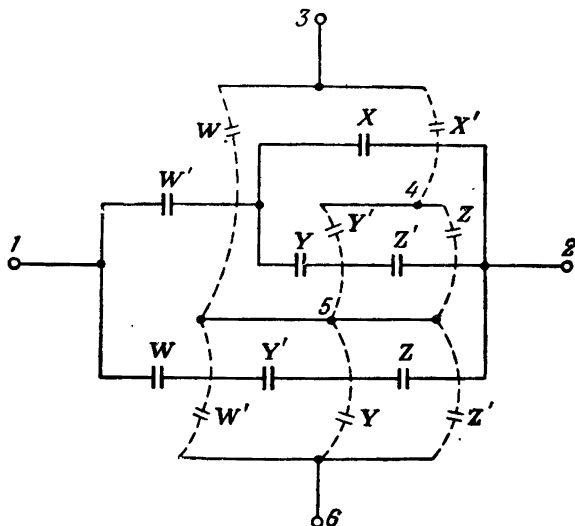


Рис. 4.16. Геометрическая инверсия контактной структуры, изображенной на рис. 4.10.

На рис. 4.15 инверсная структура, найденная из рис. 4.14, вычерчена сплошными линиями. Пунктирная линия показывает, что если взять геометрическую инверсию этой структуры, то получится вновь исходная структура рис. 4.14. Отметим, что в этом случае структура имеет два внутренних контура, в которых размещаются два внутренних узла 6 и 7.

На рис. 4.16 изображена структура рис. 4.10 вместе с ее геометрической инверсией. Для удобства вычерчивания внешние узлы 3 и 6 и внутренние узлы 4 и 5 представлены в виде сплошных линий.

На рис. 4.17 изображена довольно сложная мостиковая структура, для которой нужно получить инверсную структуру. Преимущество геометрического метода становятся здесь совершенно ясными. Поскольку каждому контакту, имеющемуся в исходной схеме, в инверсной схеме соответствует только один контакт, то сохраняется полностью экономичность первоначальной структуры. Вместо того чтобы наносить инверсную структуру поверх исходной, можно показать, как это сделано на рис. 4.17, только внешние и внутренние дополнительные узлы, которые должны быть соединены друг

с другом в инверсной структуре с помощью контактов. Эти узлы затем переносятся на новый чертеж (как это сделано на рис. 4.18) и к ним добавляются соединяющие их контакты.

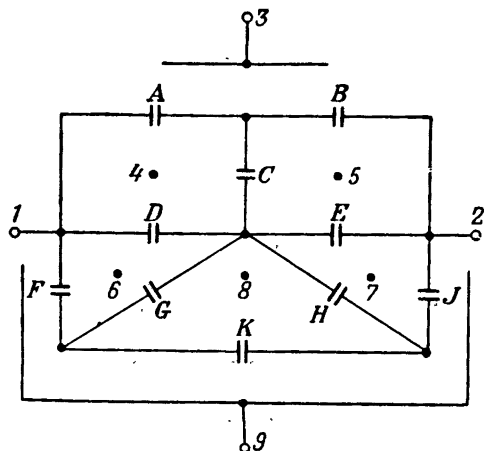


Рис. 4.17. Мостиковая структура.

Законность применения геометрического метода вполне очевидна интуитивно, когда этот метод используется для последовательно-параллельных контактных структур. Применение его к мости-

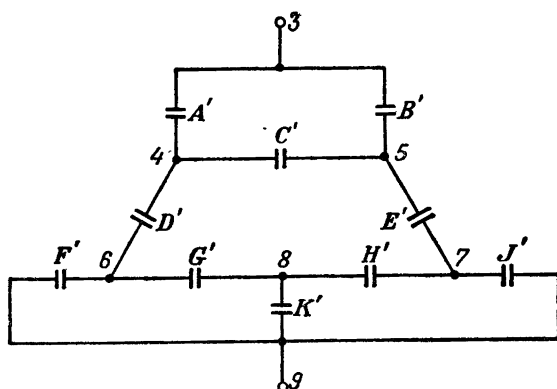


Рис. 4.18. Мостиковая структура, являющаяся инверсией структуры рис. 4.17.

ковым структурам, подобным изображенной на рис. 4.17, не столь очевидно. Для доказательства законности его применения в этом случае предположим, что обе структуры существуют

одновременно, причем их контакты принадлежат одному набору реле  $A, B, C, \dots, K$ . Определим затем, могут ли быть установлены такие состояния входов, чтобы одновременно проводимость была равна 1 и между узлами 1 и 2 на рис. 4.17, и между узлами 3 и 9 на рис. 4.18 (или другими словами—могут ли проводимости между этими узлами быть одновременно равными 0). Если между узлами 1 и 2 исходной структуры проводимость равна 1, то должна быть по меньшей мере одна цепь между этими узлами, в которой замкнут каждый контакт. Однако каждому замкнутому контакту в этой цепочке в инверсной структуре поставлен в соответствие один разомкнутый контакт. Кроме того, эти контакты в ней являются единственными, пересекающими проводящую цепочку в исходной структуре. Следовательно, если в какой-либо структуре замкнут один из наборов цепей, то в инверсной структуре должен быть разомкнут один из наборов сечений. Поскольку это верно для любого набора цепи в первоначальной структуре, то это справедливо и для всех наборов цепей. Аналогичные рассуждения показывают, что при размыкании в исходной структуре одного из наборов сечений в инверсной структуре будет замкнут один из наборов цепей. Замена наборов цепей и сечений в исходной структуре соответственно наборами сечений и цепей в инверсной структуре является необходимым и достаточным условием для того, чтобы релейные функции проводимости этих структур были инверсными по отношению друг к другу.

#### § 4.11. Преобразование контактных структур с помощью переключающих контактов

Алгебра релейных цепей и ее методы минимизации составляют мощный инструмент, помогающий проектировщику создавать структуры одноконтурных релейных устройств. Тем не менее имеются интересные схемные преобразования, которые не являются очевидными, если следовать указанным выше правилам. Проектировщик всегда должен знать по крайней мере о тех элементарных преобразованиях, на которые указывает скорее здравый смысл, чем теория. Полное обсуждение этого вопроса невозможно в одном данном параграфе. По мере изучения материала этой книги станет ясно, что вместе с ростом наших знаний о методах синтеза, основанных на теоретических положениях, повышаются также наши возможности изыскивать и находить более тонкие схемные решения, не вытекающие полностью из теоретических предпосылок.

При проектировании двухполюсной структуры не всегда имеется полная свобода действия в ее реализации. В ряде случаев задача состоит в добавлении новых релейных свойств к уже существующей структуре. Если реле исходной структуры имеют лишние контакты, то их можно объединить с контактами новых реле для создания новой структуры. Однако если число лишних контактов ограничено,

то не всегда можно реализовать новую схему на основе минимизированной алгебраической формы. Тогда следует прибегнуть к перераспределению контактов с тем, чтобы уменьшить контактную нагрузку на одном или большем числе реле. Аналогичная задача возникает, когда синтез структуры релейного устройства приводит к чрезмерно большому числу контактов на каком-либо одном или нескольких реле. Контактную нагрузку можно считать слишком большой либо потому, что она превышает конструктивные возможности реле, либо потому, что при этом числе контактов реле будет иметь нежелательно большое время срабатывания.

Основной прием для уменьшения контактной нагрузки на каком-либо конкретном реле состоит в разложении релейной функции на основании теоремы 20. Если произвести это разложение относительно переменной, соответствующей данному реле, то контактная нагрузка на нем будет сведена к одному переключающему контакту. Если применить разложение второй раз, то контактная нагрузка на другом реле может быть сведена к двум переключающим контактам и т. д.

#### Пример 4.4.

Требуется преобразовать релейную функцию

$$T = AB(X'Y + XY') + A'B'(XY + X'Y')$$

таким образом, чтобы ее можно было реализовать в классе последовательно-параллельных контактных структур с одним переключающим контактом на реле  $X$ .

По теореме 20 эта функция сразу запишется в виде

$$T = X(ABY' + A'B'Y) + X'(ABY + A'B'Y').$$

Следует отметить, что преобразованную форму можно было бы получить, вынося за скобки  $X$  и  $X'$  в исходном выражении. Это равносильно использованию теоремы разложения только в том случае, если сумма произведений содержит или выбранную переменную, или её инверсию в каждом члене. Для большинства функций, представленных в упрощенной форме, наиболее быстрый способ получить разложение относительно выбранной переменной состоит в использовании теоремы 20.

Один из способов уменьшения числа контактных пружин состоит в использовании переключающих контактов. Если какое-нибудь реле имеет замыкающий и размыкающий контакт, присоединенные в контактной структуре к одному и тому же узлу, то эти два различных контакта могут быть заменены одним переключающим

контактом. Три контактные пружины будут при этом выполнять функции, для которых ранее требовалось четыре пружины, что даст экономию в числе контактных пружин на 25%. На возможность использования переключающего контакта указывает наличие в релейной функции переменной и ее инверсии<sup>1</sup>. Дополнительное требование состоит, как уже указывалось, в том, что контакты, представленные парой инверсных переменных, должны быть присоединены к одному и тому же узлу. Вообще говоря, с помощью алгебры релейных цепей нельзя определить, удовлетворяется ли это требование, но имеется

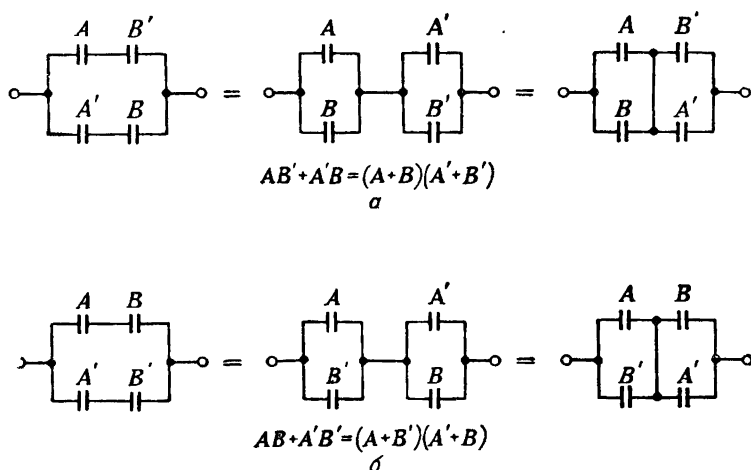


Рис. 4.19. Возможные контактные цепи и алгебраические выражения, соответствующие дизъюнктам двух переменных.

ряд частных алгебраических форм, которые всегда можно реализовать с помощью переключающих контактов. Ряд вопросов, возникающих в этой связи при построении структур с несколькими выходами, будет рассмотрен в гл. 6, в настоящей же главе рассмотрение будет ограничено двухполюсными структурами.

Отправной точкой для многих типов схемных преобразований являются параллельные цепи (дизъюнкты) двух переменных, и важно уметь распознавать их во всех алгебраических и графических представлениях. На рис. 4.19 изображены структуры этих цепей и их алгебраические выражения. Отметим, что в каждой из этих схемных форм цепи реализованы с использованием переключающих контактов.

Крайние правые структуры рис. 4.19, а и 4.19, б интересны с точки зрения способов комбинирования их с другими структурами.

<sup>1</sup> Это условие не является необходимым. Исключением является, например структура, изображенная на рис. 4.31.

Рис. 4.20 иллюстрирует часто встречающуюся алгебраическую форму. Здесь члены  $AB' + A'B$  разделены и умножаются соответственно на две различные функции  $n$  переменных, обозначенные на рисунке через  $f_1(X_n)$  и  $f_2(X_n)$ . Несмотря на разделение указанных членов, пары инверсных контактов все еще присоединяются к общей

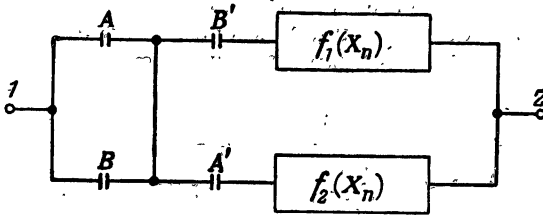


Рис. 4.20. Структура, соответствующая дизъюнкту, разложенному на множители.

точке, и таким образом оба члена могут быть реализованы с помощью переключающих контактов. При этом можно также использовать для получения переключающих контактов соединение структур

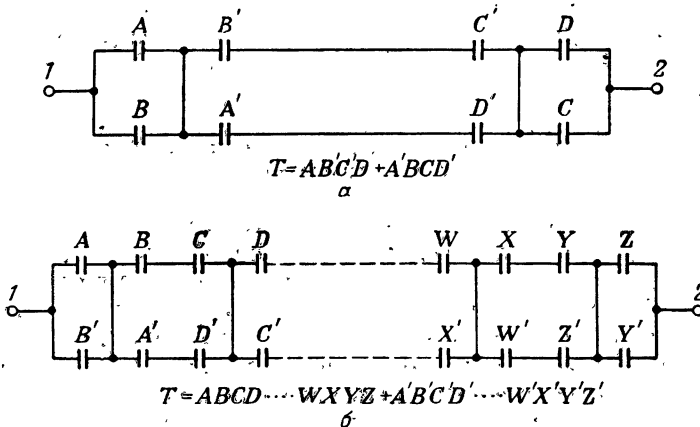


Рис. 4.21. Цепи переключающих контактов, реализующие два дизъюнкта.

$f_1(X_n)$  в узле 2. Распространяя форму построения структуры рис. 4.20 на другие переменные, можно объединять цепи двух переменных с другими цепями для получения цепочек из переключающих контактов, как показано на рис. 4.21. На рис. 4.21,а член  $AB'$  объединен с членом  $C'D$ , а член  $A'B$  объединен с членом  $CD'$ , в результате

чего получилась функция проводимости  $T = AB'C'D + A'BCD'$ . Все пары инверсных переменных благодаря общим узлам между ними могут быть реализованы с помощью переключающих контактов. На рис. 4.21, б представлен общий случай построения контактных цепочек этого типа. Отметим, что такие цепочки всегда могут быть обнаружены по наличию соответствующих членов в структур-

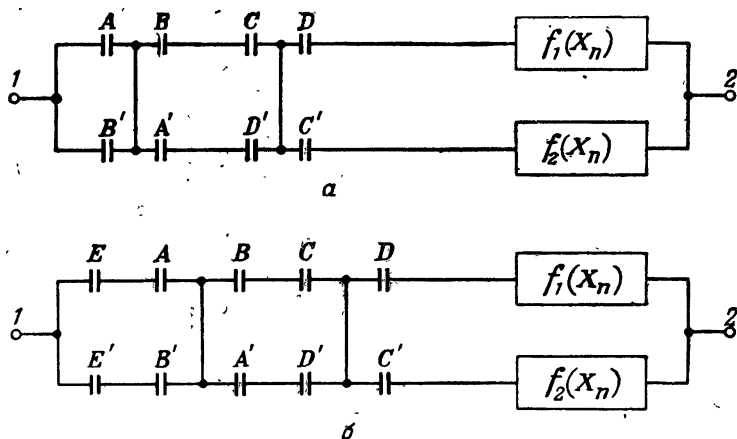


Рис. 4.22. Цепи с четным и нечетным числом переключающих контактов.

ной формуле. Соответствующая ей релейная функция представляет собой сумму двух произведений, в которые переменные входят в виде инверсных пар,

Если релейная функция проводимости является суммой двух произведений, но не все переменные входят в виде инверсных пар, то эту функцию следует разложить на множители таким образом, чтобы инверсные пары переменных реализовывались цепочкой из переходных контактов, две ветви которой соединяются со структурами, представляющими остальную часть функции. Это положение было иллюстрировано выше на рис. 4.20 для цепочки из двух переменных. На рис. 4.22 изображена подобная же структура, но с большим числом переменных в цепочке. На рис. 4.22, а показана цепочка с четным числом инверсных пар переменных. Если имеется нечетное число пар, как на рис. 4.22, б, то цепочка переключающих контактов должна начинаться с одного непарного переключающего контакта у одного из конечных узлов структуры. Второй конечный узел всегда может быть использован в качестве общей точки для образования переключающих контактов двух конечных цепей  $f_1(X_n)$  и  $f_2(X_n)$ . Функции проводимости, представленные структурами рис. 4.22, имеют следующий вид:

$$(a) \quad T = ABCD f_1(X_n) + A'B'C'D' f_2(X_n),$$

$$(б) \quad T = ABCDE f_1(X_n) + A'B'C'D'E' f_2(X_n).$$

Теперь можно обнаружить, что релейная функция, рассмотренная в примере 4.4, может быть реализована целиком с помощью переключающих контактов. На рис. 4.23,а изображена структура, представляющая эту функцию в ее первоначальной записи, а на рис. 4.23,б—структура, соответствующая функции после разложения

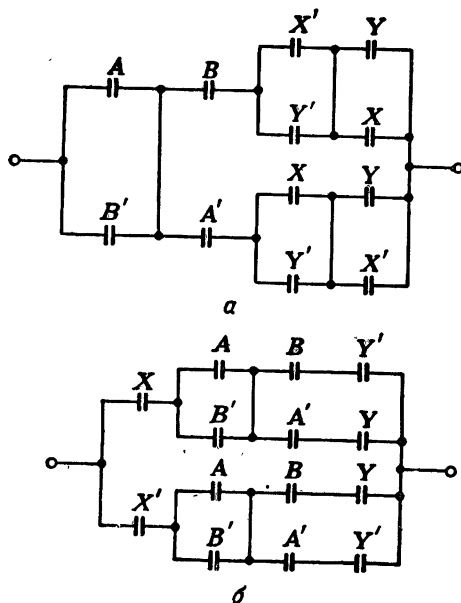


Рис. 4.23. Реализация функций, приведенных в примере 4.4, с помощью переключающих контактов.

ее по переменной  $X$ . Обе эти структуры представляют собой примеры реализации функций в виде простых параллельно-последовательных структур, в которых не сделано ничего другого, кроме использования всех возможностей для введения переключающих контактов. В конце этого параграфа мы еще вернемся к примеру 4.4 и покажем возможность еще более экономичной реализации этой функции.

Выше было отмечено, что с помощью чисто алгебраических методов нельзя определить, возможно ли в данной функции объединение пар инверсных контактов в переключающие контакты. Руководствуясь графическим изображением цепи, можно, однако, осуществить алгебраические преобразования, которые установят наличие общих



соединений и, таким образом, сделают возможным объединение отдельных контактов в переключатели. Этот процесс иллюстрируется структурой рис. 4.24, функция проводимости которой

$$T = AB(C+DE) + A'B'C'(D' + E').$$

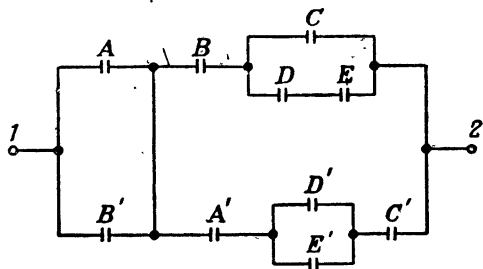


Рис. 4.24. Структура, в которой пары инверсных контактов реле  $D$  и  $E$  нельзя заменить переключателями.

В этой функции все переменные входят в виде пар инверсных переменных. На чертеже, используя разделение пар контактов реле  $A$  и  $B$ , можно преобразовать их для каждого из реле в один переключающий контакт. Можно также объединить в один переключающий

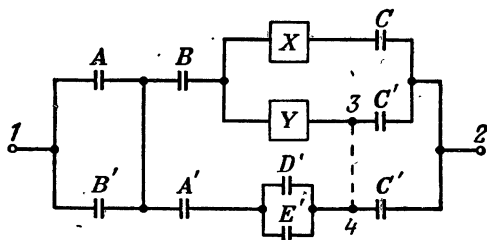


Рис. 4.25. Применение теоремы разложения дает возможность осуществить объединение контактов.

контакт контакты  $C$  и  $C'$ , поскольку они присоединены к одному и тому же узлу 2. Однако пары контактов реле  $D$  и  $E$  не имеют общих соединений и их нельзя объединить. Воспользуемся теоремой 20 и разложим параллельную цепь в верхней ветви по переменной  $C$ . На рис. 4.25 показан результат этого разложения (см. рис. 3.16). При разложении цепи  $C + DE$  по переменной  $C$  получаются две параллельные ветви, в одной из которых контакт  $C$  соединен последовательно с некоторыми цепями  $X$ , а в другой—контакт  $C'$  соединен последовательно с некоторыми цепями  $Y$ . Благодаря тому

что появилась ветвь с последовательно соединенным контакстом  $C'$ , можно теперь объединить узлы 3 и 4 как показано на рис. 4.25 пунктиром и исключить еще один контакт  $C'$ .

Выигрыш, которой получается в этом случае, в значительной степени определяется видом цепей  $X$  и  $Y$ . В данном примере разложение дает цепи  $C + DE = C(1 + DE) + C'(0 + DE)$ , которые приводятся к  $C + C'DE^1$ . Таким образом, мы получаем цепь  $X = 1$

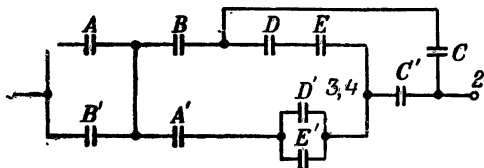


Рис. 4.26. Структура рис. 4.24 после разложения параллельной цепи.

Объединение точек 3 и 4 позволяет использовать переключающий контакт на реле  $E$ .

(постоянно замкнутую цепь) и цепь  $Y = DE$ . В структуре рис. 4.26 вместо  $X$  и  $Y$  подставлены их значения, а общее соединение между узлами 3 и 4 преобразовано в точку 3,4. В результате процесса разложения сохранены ранее установленные переключающие контакты и добавлен один общий узел, позволяющий объединить в один переключающий контакты  $E$  и  $E'$ .

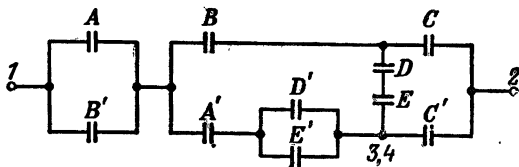


Рис. 4.27. Структура рис. 4.26, преобразованная таким образом, чтобы подчеркнуть ее последовательно-параллельный характер.

Далее нужно рассмотреть возможность объединения контактов  $D$  и  $D'$ . Рассмотрим прежде более внимательно то влияние, которое оказало на исходную структуру объединения контактов  $E$  и  $E'$ . Структура контактных цепей рис. 4.27, такая же, как и структура рис. 4.26, но изображена она так, чтобы можно было ясно видеть, что она больше уже не является последовательно-параллель-

<sup>1</sup> Заметьте, что этот результат можно было получить, применяя теорему 13' в «обратном» направлении. Теорема разложения имеет то преимущество, что дает более четкое представление о проводимых схемных преобразованиях.

ной. Последовательная цепь контактов  $D$  и  $E$  образует «мостик» между верхней и нижней ветвями исходной структуры. Поэтому возникает возможность появления ложной цепи, соответствующей введению лишних членов в релейную функцию проводимости.

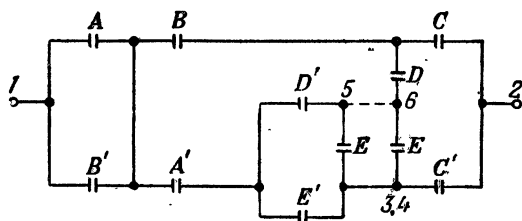


Рис. 4.28. Теорема разложения применена к параллельной цепи в нижней ветви. Появилась возможность объединения еще одной пары контактов.

В данном случае эта цепь может образоваться, например, через контакт  $C$ , затем вниз через мостиковое соединение  $DE$  и через нижнюю ветвь структуры к узлу 1. Однако при замыкании последовательной цепи контактов  $DE$  параллельная цепь контактов  $D' + E'$

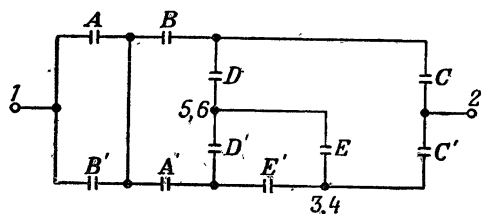


Рис. 4.29. Конечный результат преобразования структуры рис. 4.24 в мостиковую.

Все пары инверсных переменных представлены переключающими контактами.

разомкнется. Поэтому ложная цепь, появившаяся в результате преобразования структуры, никогда не может быть замкнутой. Следует отметить, что предыдущие преобразования базировались на замене одной части структуры другой, алгебраически ей равносильной, и эти преобразования всегда оставляли действие контактных цепей неизменным. Опасность появления ложной цепи возникла при следующем шаге, когда объединение узлов и удаление избыточных контактов было призведено не на основе алгебраической процедуры. Каждая новая цепь, создаваемая при таком объединении, должна либо содержать инверсный набор последовательно соединенных

контактов, что приводит к появлению в выражении проводимости этой цепи множителя вида  $XX' = 0$ , либо это должна быть разрезанная цепь.

Возвращаясь к структуре рис. 4.27, укажем, что ее можно преобразовать далее, произведя разложение цепи  $D' + E'$  в нижней ветви. Это разложение нужно провести по переменной  $E$ , для того чтобы иметь возможность вынести контакт  $E$  за пределы параллельной цепи и объединить его с контактом  $E$ , уже имеющимся в мостиковой цепи  $DE$ .

Выполняя это разложение, получаем

$$D' + E' = E(D' + 0) + E'(D' + 1) = ED' + E'.$$

На рис. 4.28 эта цепь поставлена вместо исходной цепи  $D' + E'$ . После этого можно объединить узлы 5 и 6 и исключить избыточный контакт  $E$ . В результате этого получается общий узел для контактов  $D$  и  $D'$ , которые теперь можно объединить в переключательный контакт. После объединения узлов 5 и 6 образуется новое мостиковое соединение, однако проводимость этого соединения равна нулю благодаря наличию в нем последовательно соединенных контактов  $DD'$ . На рис. 4.29 изображена окончательно полученная структура, нарисованная таким образом, чтобы подчеркнуть имеющиеся в ней мостиковые соединения.

Исходная структура рис. 4.24 содержала 10 контактов. Благодаря тому что 3 пары контактов можно было объединить в переключательные, для ее реализации требовалось 17 контактных пружин. В окончательном варианте на рис. 4.29 все операции выполняются переключательными контактами и требуется всего 15 пружин.

Читатель пока еще не подготовлен к рассмотрению мостиковых структур, но методика, которая привела к структуре рис. 4.29, относительно проста. В исходной функции и в структуре рис. 4.24 имелись в наличии все парные контакты  $D, D', E, E'$ , так что существовала по меньшей мере одна из упомянутых выше причин для установления общих соединений, которые позволили бы объединить эти инверсные пары в переключательные контакты.

Рассмотрим теперь функцию проводимости в виде минимальной суммы  $T = ab + cd + bc$  или минимального произведения

$$T = (a+c)(b+c)(b+d).$$

Вынося за скобки общие множители, можно привести ее к следующим выражениям:

$$T = b(a+c) + cd = ab + c(b+d)$$

или

$$T = (ab+c)(b+d) = (a+c)(b+cd).$$

Ни в одном из этих выражений нет пар инверсных переменных, и вынесение множителей за скобки приводит лишь к реализации этой функции с помощью 5 контактов и 10 пружинок.

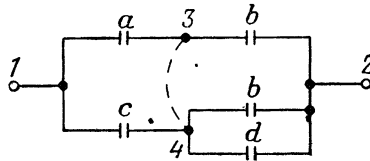


Рис. 4.30. Если соединить узлы 3 и 4, то появится ложная цепь.

На рис. 4.30 представлена параллельно-последовательная структура, соответствующая одному из написанных выражений. Пунктиром показано соединение между узлами 3 и 4, при котором возможно исключение одного из контактов *b*. Однако при осуществлении этого соединения в дополнение к обусловленным членам релейной функции проводимости появляется набор *ad*. Этот набор является неразрешенным членом и дает ложную цепь.

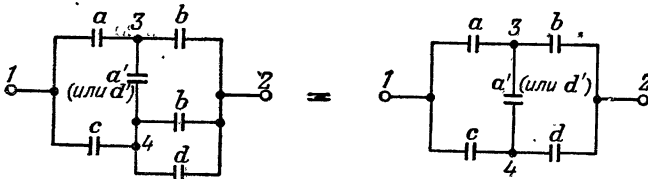


Рис. 4.31. Проводимость не изменится, если между узлами 3 и 4 включить *a'* или *d'*, а контакт *b* исключить.

Образования ложной цепи можно избежать, если между узлами 3 и 4 вместо сплошного соединения поместить контакт *a'* или *d'*. Каждый из этих контактов, включенный последовательно с контактами *ad*, сделает проводимость ложной цепи равной 0. Однако если теперь в левой структуре рис. 4.31 удалить нижний контакт *b*, то набор цепи *bc* превратится либо в *a'bc*, либо в *bcd'*. Если вернуться к первоначальной минимальной сумме, то это значит, что вместо  $T = ab + cd + bc$  будем иметь или  $T = ab + cd + a'bc$ , или  $T = ab + cd + bcd'$ . Оба полученных выражения равносильны исходной проводимости, так как в силу теоремы 13'  $ab + a'bc = ab + bc$  и  $cd + bcd' = cd + bc$ . Окончательный вариант этой структуры показан на рис. 4.31 справа; для него требуется 5 контактов (9 пружинок).

На рис. 4.23 была показана реализация релейной функции, рассмотренной в примере 4.4, в виде параллельно-последовательной структуры, в которой все пары инверсных переменных были объе-

динены в переключающие контакты. Несколько другой тип мостиковой структуры дает дальнейшее существенное уменьшение числа контактов, оставляя все пары инверсных переменных реализованными в виде переключающих контактов. На рис. 4.32 показаны две

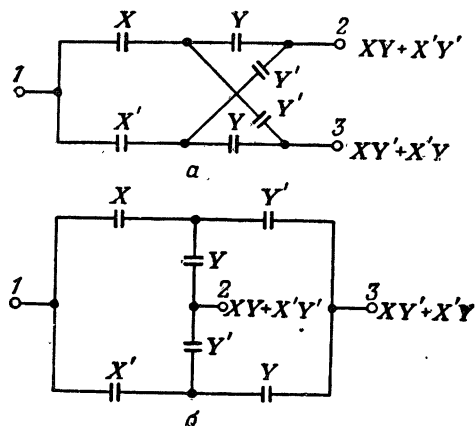


Рис. 4.32. Возможные структуры, реализующие оба дизъюнкта двух переменных.

равносильные структуры, реализующие сразу обе параллельные цепи двух переменных. Эти структуры являются уже не двухполюсными, но они могут быть использованы как часть двухполюсной

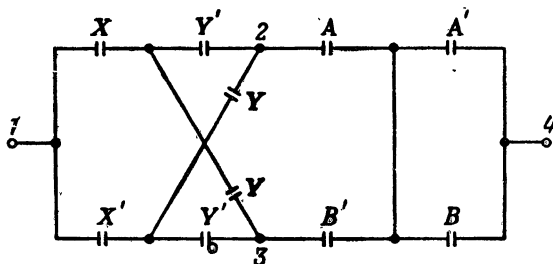


Рис. 4.33. Условия, приведенные в примере 4.4, удовлетворяются более экономично комбинацией разделительных цепей.

структуры. Проводимость их между узлами 2 и 3 всегда равна 0 благодаря наличию последовательных цепей  $XX'$  или  $YY'$ . На рис. 4.33 структура рис. 4.32,а соединена с выходным узлом с помощью цепей, реализующих параллельные соединения контактов

$A, B$ . Благодаря тому что между точками 2 и 3 проводимость равна нулю, член  $AB$  умножается только на  $X'Y' + X'Y$ , а член  $A'B'$  умножается только на  $XY + X'Y'$ . Сумма этих двух произведений является выходом объединенной структуры, а это и есть в точности та функция проводимости, которая требовалась в примере 4.4. Кроме того, все операции производятся только переключающими контактами и удовлетворено требование о наличии только одного переключающего контакта на реле  $X$ .

Структура рис. 4.33 служит примером непланарной структуры: соединения в ней, включая и соединения с нагрузкой, не могут быть изображены без пересечения в одной плоскости.

### ЗАДАЧИ

4.1. Для каждой из представленных контактных структур найдите равносильную последовательно-параллельную структуру, в которой используется возможно меньшее число контактов. Метод, который следует использовать для этого упрощения, состоит из следующих шагов:

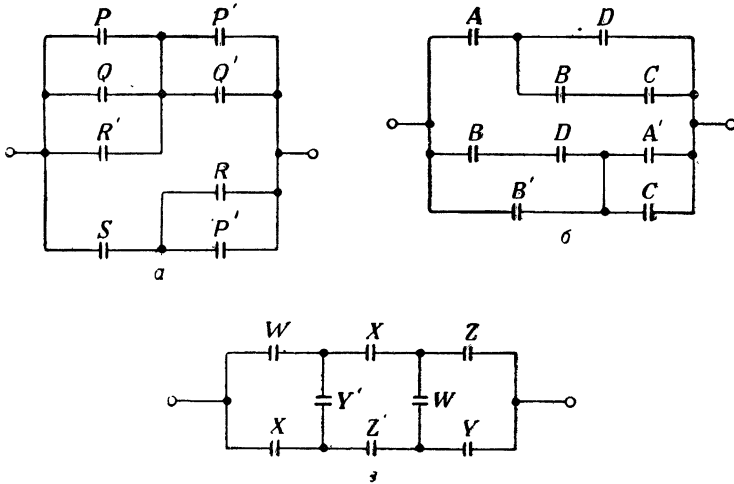


Рис. 4.34. Задача 4.1.

1. Выразите логические свойства данной структуры в терминах алгебры релейных цепей.
  2. Упростите эти алгебраические выражения, насколько это возможно.
  3. Нарисуйте последовательно-параллельную структуру, соответствующую упрощенному выражению.
- 4.2. Схема  $N_1$  имеет релейную функцию проводимости  $T = AB + C'$ .  
 Схема  $N_2$  имеет релейную функцию сопротивления  $H = (A' + B')C$ .
1. Постройте контактную структуру  $N_3$ , равносильную параллельному соединению  $N_1$  и  $N_2$ , с возможно меньшим числом контактных пружин.

2. Постройте контактную структуру  $N_4$ , равносильную последовательному соединению  $N_1$  и  $N_2$ , используя возможно меньшее число контактных пружин.

4.3. Условия работы контактной структуры  $N_1$  описываются релейной функцией проводимости

$$T_1 = A' (B \nabla C') \nabla AD.$$

Другая структура  $N_2$  описывается релейной функцией сопротивления

$$H_2 = A'D \nabla ABC'.$$

Определите, равносильны ли эти две структуры.

4.4. В следующих словесных формулировках сравните алгебраический смысл «и» и «или», написав соответствующие релейные функции.

1. Функция  $f$  равна 1, если  $X$  и  $Y$  имеют значение 1 или если  $X$  и  $Z$  имеют соответственно значения 0 и 1.
  2. Функция  $f$  равна 0, если  $X$  или  $Y$  имеют значение 0 и если  $X$  или  $Z$  имеют соответственно значения 1 или 0.
  3. Функция  $f$  равна 1, если  $X$  или  $Z$  имеют значение 1 и если  $X$  или  $Y$  имеют соответственно значение 0 или 1.
  4. Функция  $f$  равна 0, если  $X$  и  $Z$  имеют значение 0 или если  $X$  и  $Y$  имеют соответственно значение 1 и 0.
- 4.5. Для каждой из показанных на рис. 4.35 структур
- 1) опишите условия их работы с помощью таблицы состояний;
  - 2) представьте каждую релейную функцию проводимости в форме стандартной суммы и стандартного произведения;
  - 3) упростите, насколько это возможно, каждую функцию проводимости, применяя метод алгебраических преобразований;
  - 4) начертите схемы соответствующих цепей, если они получились проще заданных.

4.6. Замените показанную на рис. 4.36 структуру равносильной минимальной параллельно-последовательной структурой. Известно, что всегда во включенном состоянии находится по меньшей мере одно реле (достаточно 10 пружин).

4.7. Используйте алгебраический метод упрощения для получения по возможности наиболее простых контактных структур для каждой из заданных пяти таблиц состояний. Если существует несколько таких структур, начертите все возможные их варианты.

$X$	$Y$	$Z$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
0	0	0	0	—	0	—	1
0	0	1	0	1	—	1	—
0	1	0	0	—	—	0	—
0	1	1	1	1	0	—	1
1	0	0	1	0	—	1	—
1	0	1	1	—	1	1	0
1	1	0	0	0	0	—	1
1	1	1	1	—	0	1	1

4.8. Контактный двухполюсник содержит контакты реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Проводимость  $T$  и сопротивление  $H$ , как релейные функции этих переменных, могут быть представлены в алгебраической форме таким образом, что  $T = H$ .

Если структура содержит один контакт (замыкающий или размыкающий) любого из трех реле, то справедливость соотношения  $T = H$  очевидна. Однако имеется десять нетривиальных функций трех переменных, которые при ре-



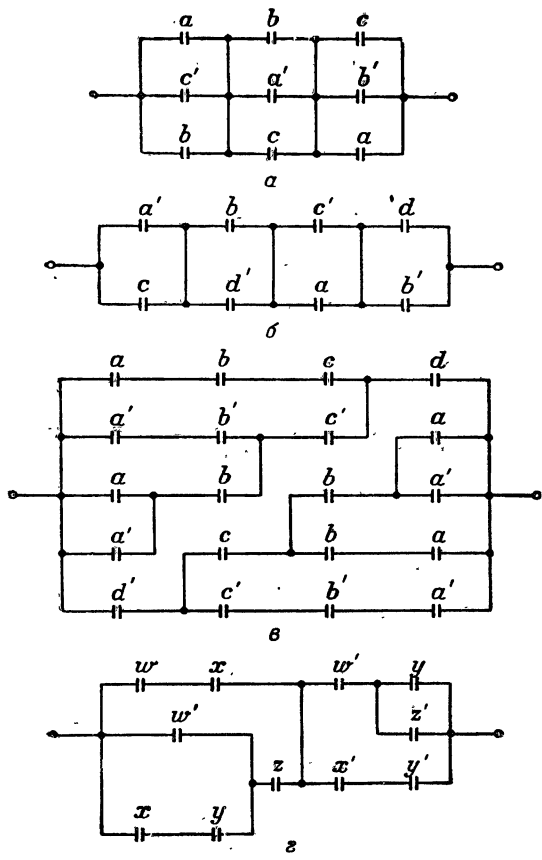


Рис. 4.35. Задача 4.5.

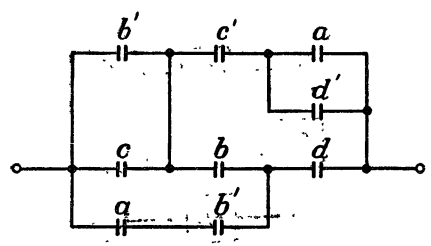


Рис. 4.36. Задача 4.6.

лизации их в классе параллельно-последовательных структур обладают свойством  $T=H$ . Найдите минимальную структуру, обладающую этим свойством и содержащую по крайней мере по одному контакту каждого реле. (Существует восемь функций такого рода.)

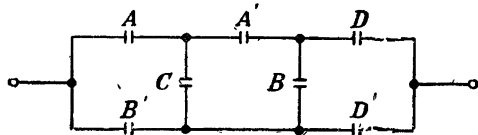


Рис. 4.37. Задача 4.9.

4.9. Напишите релейную функцию проводимости показанной на рис. 4.37 контактной структуры: (а) в форме стандартной суммы, (б) в форме стандартного произведения.

Покажите алгебраически, что один из контактов не нужен, и соответствующим образом преобразуйте структуру.

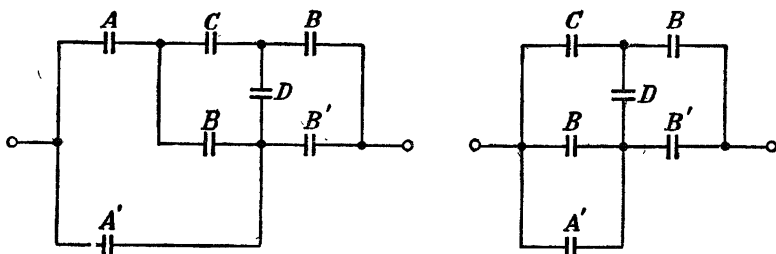


Рис. 4.38. Задача 4.10.

4.10. Определите, равносильны ли представленные на рис. 4.38 контактные структуры. Обоснуйте ваш ответ алгебраически.

4.11. Дана релейная функция проводимости

$$T = B'(AD' + CD) + A'[C'(B' + D) + BCD'] + AB(C' + D).$$

1. Выразите ее в виде стандартной суммы и стандартного произведения.
2. Начертите структуру с этой проводимостью, содержащую возможно меньшее число контактов.

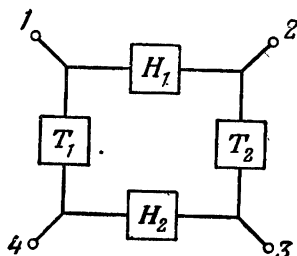


Рис. 4.39. Задача 4.12.

4.12. В представленной на рис. 4.39 структуре функции проводимости  $T_1$  и  $T_2$  и функция сопротивления  $H_1$  следующие<sup>1</sup>:

$$T_1 = \Sigma(0, 2, 4, 8, 10, 14),$$

$$T_2 = \Pi(1, 2, 6, 7, 8, 11, 13),$$

$$H_1 = A'C' + AB'D + ABCD'.$$

Найдите простейшую релейную функцию сопротивления для  $H_2$  такую, что бы проводимость структуры между узлами 1 и 3 была тождественна проводимости между узлами 2 и 4. Выразите функцию  $H_2$  алгебраически.

4.13. Структуру  $N_1$  нужно построить вновь в виде структуры  $N_2$  (см. рис. 4.40), причем

$$P = (A+B' + C')D, \quad R = A'C + AC',$$

$$Q = D' \div A'BC, \quad S = AC + A'C'.$$

Найдите релейные функции, соответствующие  $W, X, Y$  и  $Z$ .

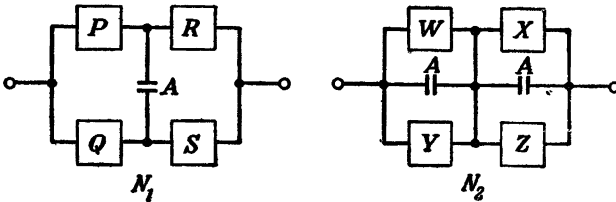


Рис. 4.40. Задача 4.13.

4.14. Упростите данную на рис. 4.41 контактную структуру (достаточно 5 контактов).

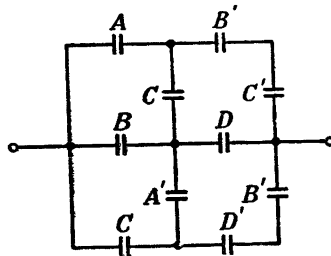


Рис. 4.41. Задача 4.14.

<sup>1</sup> Функции проводимости  $T_1$  и  $T_2$  заданы в виде наборов десятичных чисел. Этот способ записи рассматривается ниже в § 5.2.—Прим. ред.

4.15. Для каждой из данных на рис. 4.42 структур выведите (два) соответствующие выражения проводимости, которые опишут

- 1) наборы цепей,
- 2) наборы сечений.

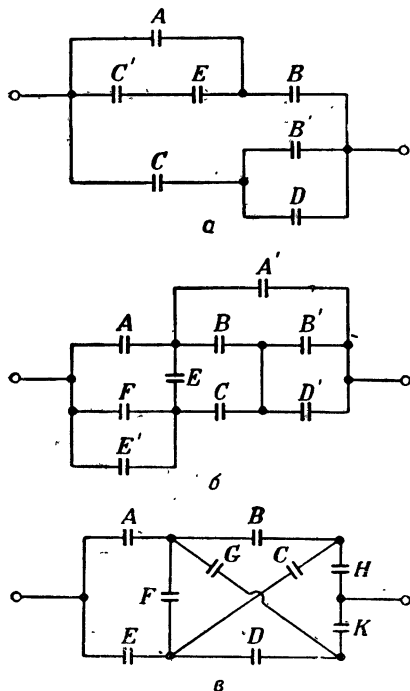


Рис. 4.42. Задача 4.15.

4.16. Получите для каждой структуры, данной в задаче 4.15, структуру, имеющую инверсную проводимость, наборы сечений которой соответствуют наборам цепей в первой части задачи 4.15 и наборы цепей соответствуют наборам сечений во второй части.

4.17. Для релейной функции проводимости

$$T = A'B' + AD(B + C) + BC'D$$

- 1) постройте контактную структуру с возможно меньшим числом контактов, реализующую эту функцию;
- 2) запишите эту функцию в форме стандартной суммы и стандартного произведения;
- 3) напишите инверсию этой функции и постройте реализующую ее контактную структуру;
- 4) возьмите геометрическую инверсию структуры, построенной в пункте 1), и сравните ее со структурой, построенной в пункте 3)

4.18. В представленной на рис. 4.43 структуре не содержатся переключающие контакты. Определите, сколько переключающих контактов имеется в инверсной структуре.

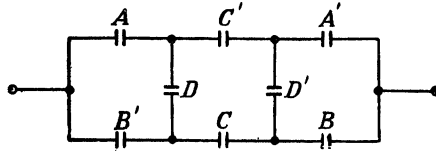


Рис. 4.43. Задача 4.18.

4.19. Упростите показанную на рис. 4.44 контактную структуру. Эта равносильная структура должна содержать возможно меньшее число контактов. Минимизируйте число контактных пружин, образуя везде, где это возможно, переключающие контакты.

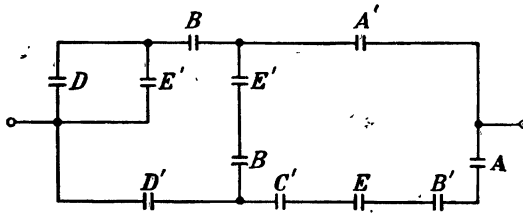


Рис. 4.44. Задача 4.19.

4.20. Постройте минимизированную контактную структуру, релейная функция проводимости которой имеет вид

$$T = ABCD \vee A'BC'D \vee AB'CD' \vee A'B'C'D'$$

(достаточно 8 контактов, 12 пружин).

4.21. Реле X управляется показанной на рис. 4.45 контактной структурой. (Контакты  $x$  в этой схеме принадлежат реле X.)

1. Какими должны быть состояния реле  $W$ ,  $Y$  и  $Z$ , чтобы реле X сработало?
2. Если реле X однажды сработало, при каких условиях оно может быть обесточено?  
Объясните ваш ответ.

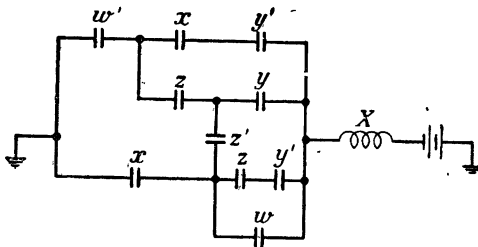


Рис. 4.45. Задача 4.21.

**Методы минимизации**

В предыдущей главе был рассмотрен ряд случаев, когда для упрощения контактных структур использовались алгебраические методы. В последующих главах будет рассмотрен еще ряд примеров такого рода, причем мы будем постоянно стремиться достичь «лучшей» из возможных структур независимо от назначения релейного устройства и от типа используемых в нем релейных элементов.

Иногда условия, заданные для работы однотактного релейного устройства, приводят к единственной минимальной структуре в том смысле, что все другие возможные структуры требуют большего числа релейных элементов. В более общем случае, однако, имеются обычно два или большее число вариантов структуры с одним и тем же числом релейных элементов. В этой главе будут изучены некоторые методы, вспомогательные графические средства и алгоритмы, которые облегчат нахождение оптимальных алгебраических форм релейных функций и позволят получить все возможные решения. Эти методы целиком основаны на алгебраических принципах.

Помимо экономии времени и труда, указанные методы имеют еще и другие преимущества. Они улучшают наше представление о существовании задач релейной техники и позволяют более отчетливо видеть результаты любых шагов, предпринимаемых для преобразования структуры релейных устройств. При использовании их в дальнейшем в применении к более сложным задачам будут рассматриваться главным образом общие условия задачи, а не сам способ получения ответа. Следует ожидать, что в случае еще более сложных задач рассмотренные в настоящей главе методы смогут быть использованы для производства операций по минимизации на вычислительных машинах.

**§ 5.1. Число релейных функций**

Будем рассматривать релейные функции только в форме стандартной суммы, хотя в действительности любая минимизируемая функция может быть первоначально записана как в форме стандартной суммы, так и в форме стандартного произведения.

Если задаться целью подсчитать число всех релейных функций двух переменных  $X$  и  $Y$ , то легко обнаружить, что любая из стандартных сумм этих функций ограничивается набором, составленным из членов  $XY$ ,  $XY'$ ,  $X'Y$  и  $X'Y'$ . Определим, сколькими способами можно из этих членов образовать различные релейные функции. На этот вопрос лучше всего ответить, составив табл. 5.1, аналогичную рассмотренным выше таблицам состояний. В этой таблице четыре первых столбца слева отведены четырем указанным выше членам, из которых могут быть образованы стандартные суммы.

Таблица 5.1

$XY$	$XY'$	$X'Y$	$X'Y'$	Релейная функция
0	0	0	0	0
0	0	0	1	$X'Y'$
0	0	1	0	$X'Y$
0	0	1	1	$X'$
0	1	0	0	$XY'$
0	1	0	1	$Y'$
0	1	1	0	$XY' + X'Y'$
0	1	1	1	$X' + Y'$
1	0	0	0	$XY$
1	0	0	1	$XY + X'Y'$
1	0	1	0	$Y$
1	0	1	1	$X' + Y$
1	1	0	0	$X$
1	1	0	1	$X + Y'$
1	1	1	0	$X + Y$
1	1	1	1	1

В каждой строке таблицы записывается 0 или 1: 0 в случае, если член, соответствующий этому столбцу, не входит в стандартную сумму, и 1 в случае, если член, соответствующий этому столбцу, входит в нее. Поскольку имеется всего четыре члена, каждый из которых может входить или не входить в стандартную сумму, то существует  $2^4 = 16$  различных комбинаций записи 0 и 1 и, следовательно, 16 строк таблицы. В каждой строке комбинация нулей и единиц рассматривается как некоторое двоичное число, а строки расположены в порядке возрастания этих чисел.

Пятый столбец таблицы представляет релейную функцию двух переменных в минимальной форме, т. е. после того, как выбранные члены стандартной суммы объединены и упрощены с помощью алгебраических методов. Из 16 перечисленных релейных функций две, соответствующие  $T = 0$  и  $T = 1$ , являются тривиальными, но они включены в таблицу для полноты представления.

Для более систематического рассмотрения в табл. 5.2 функции, найденные в предыдущей таблице, переписаны в несколько ином порядке. Первый столбец табл. 5.2 указывает число членов, входящих в стандартную сумму. Таблица разделена на группы по числу членов стандартной суммы. Группы расположены в порядке возрастания числа членов. Во втором столбце показано само выражение стандартной суммы, а в третьем столбце—упрощенная форма ее.

Таблица 5.2

Число членов стандартной суммы	Первоначальная релейная функция	Упрощенная релейная функция
0	0	0
1	$XU$	$XU$
1	$XU'$	$XU'$
1	$X'U$	$X'U$
1	$X'U'$	$X'U'$
2	$XU + XU'$	$X$
2	$X'U + X'U'$	$X'$
2	$XU + X'U$	$U$
2	$XU' + X'U'$	$U'$
2	$XU + X'U'$	$XU + X'U'$
2	$XU' + X'U$	$XU' + X'U$
3	$XU + XU' + X'U$	$X + U$
3	$XU + XU' + X'U'$	$X + U'$
3	$XU + X'U + X'U'$	$X' + U$
3	$XU' + X'U + X'U'$	$X' + U'$
4	$XU + XU' + X'U + X'U'$	1

Из табл. 5.2 можно видеть, что 14 нетривиальных функций двух переменных образуют четыре отличных друг от друга класса функций. Имеются четыре функции, в упрощенной форме которых содержится только одна переменная. Эти функции, как некоторый класс, могут быть представлены с помощью обобщенной переменной  $X$ . Следующие четыре функции представляют собой произведения двух переменных и могут быть представлены в обобщенной форме классом  $XU$ . Еще четыре функции можно представить как некоторый класс  $X + U$ . Остаются две функции  $(XU' + X'U)$  и  $(XU + X'U')$ , являющиеся дизъюнктами двух переменных. Каждая из этих функций является инверсией другой, и в обобщенных переменных они представляют также один класс функций<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Удобным способом обозначения этого класса является выражение  $X \oplus U$ . Это выражение известно как «сумма по модулю два», или дизъюнктивная сумма или циклическое сложение  $X$  и  $U$ . По определению  $X \oplus U = XU' + X'U$ . Следовательно,  $X \oplus U' = X' \oplus U = XU + X'U'$  и  $X' \oplus U' = X \oplus U$ . См. приложение 2.



По приведенной выше полной таблице функций двух переменных можно легко видеть, как определить полное число функций  $n$  переменных. Для  $n$  переменных существует  $j = 2^n$  возможных членов стандартной суммы. Если составить таблицу, аналогичную табл. 5.1, и указать путем перечисления нулей и единиц все возможные способы, которыми могут быть выбраны эти члены для составления различных стандартных сумм, то получим, что имеется  $J = 2^j$  возможных способов этого выбора. Отсюда число релейных функций, которые могут быть получены для  $n$  переменных, равно  $2^{2^n}$ .

Число  $J = 2^{2^n}$  быстро возрастает. Из табл. 5.1 видно, что для двух переменных имеется 16 функций. При увеличении  $n$  имеем:  $n = 3, J = 256$ ;  $n = 4, J = 65\ 536$ ;  $n = 5, J = 4\ 294\ 967\ 296$  и т. д. Заметим, что каждое значение  $J$  есть квадрат предыдущего значения. Астрономические числа количества функций дают представление как о возможностях, так и о проблемах, возникающих при синтезе структуры одноктактных релейных устройств.

В то время как определить общее число функций данного числа переменных сравнительно легко, задача определения числа различных классов их весьма трудна. Действительно, эта задача становится весьма сложной уже при числе переменных, равном 4 и 5<sup>1</sup>.

256 функций трех переменных разбиваются на 22 класса, а для 65 536 функций четырех переменных существуют 402 класса. Для 4 294 967 296 функций пяти переменных имеется 1 228 158 классов. Далее этого подсчет числа классов не производился. Хотя перечень<sup>2</sup> классов функций вполне осуществим до  $n=4$  и можно даже разработать стандартные релейные структуры для каждого из них, этот процесс весьма трудоемок для того, чтобы его можно было продолжать для  $n > 4$ . Однако многие практически важные задачи требуют применения пяти или большего числа переменных. Поэтому наличие общих эффективных методов синтеза является крайне необходимым,

## § 5.2. Описание функций с помощью чисел

Выше релейные функции записывались в виде алгебраических выражений, в которых буквы, представляющие переменные, соединялись друг с другом символами операций логического сложения и умножения. С такими выражениями можно непосредственно оперировать, применяя постулаты и теоремы алгебры релейных цепей. В §4.8 был изучен общий метод алгебраического упрощения функций, в котором первый шаг, т. е. нахождение простых импликантов, зави-

<sup>1</sup> Singer Theodore, The theory of counting techniques, *Proc. Association for Computing Machinery* (1952), May, 287—291; Ashenurst R. L., The application of counting techniques, там же; 293—305.

<sup>2</sup> См. приложение 4 (Перечень классов функций трех переменных).

сел от повторного применения одной и той же теоремы:  $XY + XY' = X$ . Для простых функций оперирование алгебраическими выражениями не представляет особенного неудобства. Однако по мере того, как функции усложняются, почленное сравнение становится более трудным, и возрастает вероятность ошибок. Упрощение сложной функции с помощью указанной процедуры поэтому достаточно утомительно. Рассматриваемое ниже описание функции с помощью чисел несколько облегчает эту работу.

Удобный способ построения таблицы состояний получается, если цифры, характеризующие состояния входов, расположить в порядке возрастания составленных из них двоичных чисел. В этом случае цифры в каждой строке можно считать двоичным числом, и это число использовать для обозначения состояния входов. Так, например, в таблице состояний для трех переменных строку

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ 0 & 1 & 0 \end{array}$$

можно обозначить двоичным числом 010. Более простым является обозначение строк таблицы состояний с помощью десятичного эквивалента двоичного числа. Двоичное число 010 соответствует десятичному числу 2, и приведенную выше строку можно назвать строкой 2.

Рассмотрим теперь с этой точки зрения некоторые алгебраические выражения. Ниже приведена одна строка из таблицы состояний для четырех переменных. Пусть соответствующая этой строке проводимость равна 1.

$$\begin{array}{cccccc} W & X & Y & Z & & T \\ 1 & 1 & 0 & 0 & & 1 \end{array}$$

В двоичной форме это есть строка 1100, а в десятичном эквиваленте — строка 12. Если записать для нее релейную функцию проводимости, то член, представляющий эту строку, будет иметь вид  $WXY'Z'$ . Если подставить цифру 1 для контактного символа без штриха и 0 вместо символа со штрихом, то будет восстановлено двоичное число 1100, описывающее эту строку, одновременно восстанавливается и десятичное число 12.

Следовательно, если имеется релейная функция проводимости, записанная в форме стандартной суммы, то ее можно заменить группой двоичных или десятичных чисел, являющихся эквивалентами членов, входящих в эту функцию. Это можно показать на примере функции

$$\begin{aligned} T &= W'X'Y'Z' + W'X'YZ + W'XYZ + WX'Y'Z' + WX'YZ + WXYZ' = \\ &= 0000 + 0011 + 0111 + 1000 + 1011 + 1110 = \\ &= 0 + 3 + 7 + 8 + 11 + 14. \end{aligned}$$

Для удобства запишем совокупность десятичных чисел в виде

$$T = \Sigma(0, 3, 7, 8, 11, 14).$$

Таким образом, исходная релейная функция приводится к набору десятичных чисел. Знаки плюс в алгебраическом выражении заменены запятыми, чтобы подчеркнуть тот факт, что этот набор чисел характеризует члены стандартной суммы и что арифметическое сложение этих чисел не имеет смысла.

Следует отметить, что этот метод представления применим лишь в том случае, если релейная функция проводимости задана в форме стандартной суммы. Каждый член в этой форме содержит все переменные. Если релейная функция содержит член  $W'XZ'$ , а в релейном устройстве имеется, кроме того, вход  $Y$ , то этот член нужно привести к стандартной форме с помощью соотношения  $W'XZ' = W'X(Y + Y')Z' = W'XYZ' + W'XY'Z'$ . После этого его можно представлять в виде десятичного или двоичного числа.

Аналогичный процесс применим и для представления функций, заданных в форме стандартного произведения. В этом случае цифрой 1 нужно пользоваться для обозначения переменной со штрихом и цифрой 0 — для переменной без штриха. Переход от алгебраических членов к десятичным эквивалентам остается в этом случае тем же самым. Функция описывается в сокращенном виде следующим образом:  $T = \Pi(d_1, \dots, d_n)$ .

### Пример 5.1.

Напишите алгебраическую функцию четырех переменных, которая описывается выражением  $T = \Sigma(1, 4, 6, 9, 10, 15)$ .

Этой группе десятичных чисел соответствует группа двоичных чисел 0001, 0100, 0110, 1001, 1010, 1111. Алгебраическая функция проводимости будет иметь вид

$$T = W'X'Y'Z + W'XY'Z' + W'XYZ' + WX'Y'Z + WX'YZ' + WXYZ.$$

### Пример 5.2.

Функция, характеризующая проводимости, равные 0, описывается набором чисел  $T = \Pi(2, 3, 6, 7)$ . Напишите выражение проводимости в виде алгебраической функции трех переменных.

Этот набор чисел равносильен набору двоичных чисел: 010, 011, 110, 111. Интерпретируя эти числа как члены стандартного произведения, получаем функцию проводимости в виде<sup>1</sup>

$$T = (X + Y' + Z)(X + Y' + Z')(X' + Y' + Z)(X' + Y' + Z').$$

<sup>1</sup> Запись в виде набора десятичных чисел отображает данную функцию проводимости лишь в том случае, когда точно известно, какой разряд двоичного числа соответствует каждой из переменных.—Прим. ред.

### § 5.3. Графическое представление релейных функций

Один из первых методов, которым пользовались для наглядного представления соотношений между двоичными переменными, изображен на рис. 5.1. Он известен под названием диаграммы Венна. Область внутри левого круга представляет переменную  $X$ , а область вне его — переменную  $X'$ . Область внутри правого круга представляет переменную  $Y$ , а область вне его — переменную  $Y'$ .

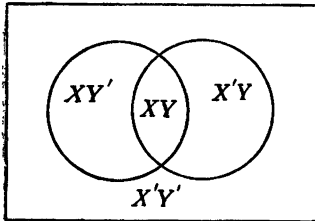


Рис. 5.1. Представление членов релейных функций двух переменных с помощью диаграммы Венна.

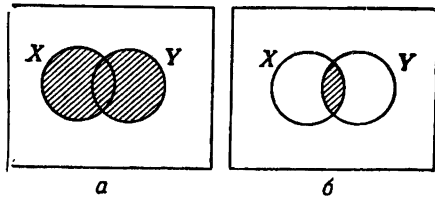


Рис. 5.2. Заштрихованная область представляет  $a$  — сумму  $X + Y$  и  $b$  — произведение  $XY$ .

Если эти два круга пересекаются, то часть области, находящаяся внутри обоих кругов, представляет собой  $XY$ . Область, находящаяся полностью вне обоих кругов, есть  $X'Y'$ . Область, принадлежащая  $Y$ , но не принадлежащая  $X$ , есть  $X'Y$ .

Если заштриховать три области  $X'Y'$ ,  $XY$  и  $X'Y$ , то в результате получим область, изображенную на рис. 5.2,  $a$ . Это в точности соответствует сложению трех областей по правилам булевой алгебры. Однако сумма  $X'Y' + XY + X'Y = X + Y$ . Таким образом, рис. 5.2,  $a$  есть графическое представление логического сложения. На рис. 5.2,  $b$  заштрихована область, общая как для  $X$ , так и для  $Y$ . На рис. 5.1 она обозначена через  $XY$ . Следовательно, рис. 5.2,  $b$  дает графическое представление логического умножения<sup>1</sup>.

Мы еще раз вернемся к диаграмме Венна после рассмотрения другого геометрического метода представления релейных функций. В этом методе члены стандартной суммы представляются узлами, которые соединяются линиями в квадраты, кубы и гиперкубы последовательно более высоких порядков. На рис. 5.3 представлены два узла, соединенные прямой линией. Это соответствует одной переменной  $X$ ; каждый узел при этом представляет одно из значений, которые она может принимать. На рис. 5.4 имеются четыре узла, расположенные

<sup>1</sup> В формальной логике операция, которую мы называем сложением, носит название объединения и обозначается символом  $\cup$ . Операция, называемая нами логическим умножением, носит название пересечения и ее символ  $\cap$ .

в вершинах квадрата. Каждый узел представляет один из четырех членов стандартной суммы релейной функции двух переменных  $X$  и  $Y$ . Если  $X$  и  $Y$  входят в члены этой суммы, то при принятых обозначениях четыре вершины соответствуют членам  $X'Y'$ ,  $X'Y$ ,  $X\bar{Y}$  и  $XY$ . На рис. 5.4 эти члены расположены таким образом, что при переходе от любой вершины к соседней изменяется только одна переменная

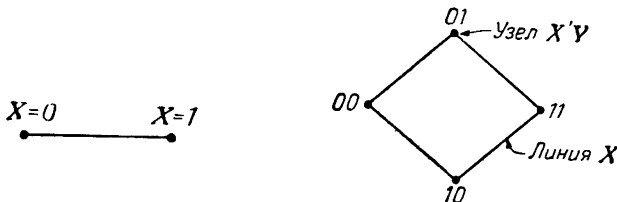


Рис. 5.3. Одна переменная представляет одномерной фигурой.

Рис. 5.4. Каждый узел четырехугольника представляет одно из возможных состояний  $f(X, Y)$ .

Если сложить алгебраически члены, соответствующие двум узлам на концах любой линии, то всегда одна из переменных будет исключаться. Поэтому эту линию можно отождествить с остающейся переменной. Так, например, если рассматривать линию, соединяющую узлы 10 и 11, то сумма соответствующих алгебраических членов будет равна  $X\bar{Y} + XY$ , а это выражение приводится к  $X$ . Линию, соединяющую эти два узла, поэтому можно назвать линией  $X$ . Непосредственно напротив линии  $X$  находится линия  $X'$ , а остальные две линии суть линии  $Y$  и  $Y'$ .

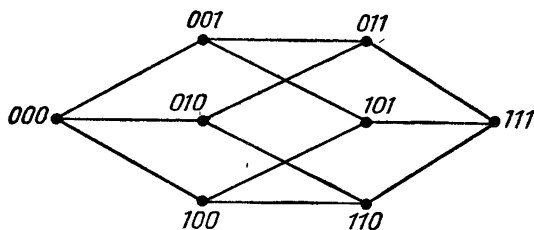


Рис. 5.5. Вершины куба представляют состояния  $f(X, Y, Z)$ .

На рис. 5.5 изображены уже восемь узлов, соответствующие восьми возможным состояниям переменных  $X, Y, Z$ . Так же как и выше, для всех линий, показанных на рисунке, узлы на концах любой данной линии представляют состояния, которые отличаются значением только одной переменной. Следовательно, если сложить члены, соответствующие узлам двух концов данной линии, то сложение

всегда приведет к исключению одной переменной. Поэтому линия на рисунке соответствует члену, содержащему остальные две переменные. Если сделать еще один шаг и сложить члены, находящиеся в вершинах любой грани куба, то это всегда приведет к исключению двух переменных. Рассмотрим, например, грань с узлами 101, 111, 110 и 100 в ее вершинах. Сумма членов, представленных этими узлами, есть  $XY'Z + XYZ + XYZ' + XY'Z' = X(Y'Z + YZ + YZ' + Y'Z') = X$ . Эту грань, таким образом, можно обозначить как  $X$ -грань.

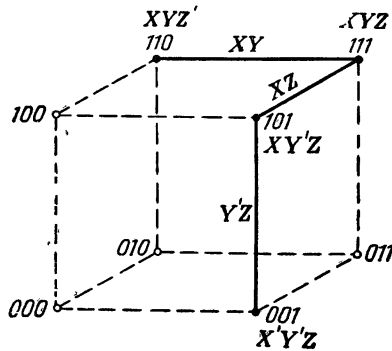


Рис. 5.6. Функция  $T = \Sigma(1, 5, 6, 7)$  представлена вершинами куба.

Ребра, соединяющие вершины, представляют члены, содержащие две переменные.

На рис. 5.6 показано, каким образом можно использовать куб не только для представления релейной функции, но также и для выполнения над ней алгебраических операций. Представленная функция задана стандартной суммой  $\Sigma(1, 5, 6, 7)$ . Четыре узла, соответствующие этим членам, отмечены жирной точкой, а остальные узлы указаны кружками. Линии между отмеченными узлами показаны сплошной чертой, а остальные линии — пунктиром. Каждая из сплошных линий представляет один простой импликант релейной функции. Используя их, можно написать  $T = XY + XZ + Y'Z$ . В соответствии с теоремой 16' это выражение приводится к  $T = XY + Y'Z$ . Рассматривая рис. 5.6 более внимательно, можно заметить, что линия  $XY$  включает члены 6 и 7 стандартной суммы, а линия  $Y'Z$  включает члены 1 и 5 этой суммы. Таким образом, эти две линии включают в себя все члены стандартной суммы, и любой дальнейший учет этих членов является лишним. Поэтому линия  $XZ$ , учитывающая члены 5 и 7, является избыточной. Таким образом, представление релейной функции позволяет написать ее в таком виде, в котором исключены избыточные переменные и избыточные члены.

Следующий шаг в развитии геометрического представления релейной функции показан на рис. 5.7. Это гиперкуб для четырех переменных с шестнадцатью узлами, соответствующими шестнадцати возможным состояниям четырех переменных. Хотя это построение кажется весьма сложным, оно основано на довольно простой процедуре, которая дает возможность рисовать гиперкубы, представляющие любое число переменных. В нижней части рис. 5.7 группа пунктирных линий ведет к цифрам 0, 1, 2, 3, 4. Их значение за-

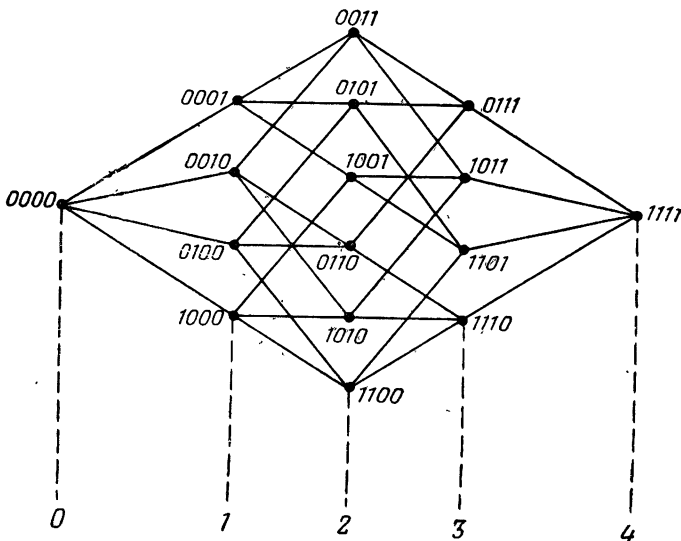


Рис. 5.7. Построение гиперкуба для четырех переменных.

ключается в следующем: над линией, отмеченной 0, находится узел 0000. Это число не содержит в себе единиц. Над пунктирной линией, отмеченной 1, расположена группа из четырех узлов, обозначенных двоичными числами, каждое из которых содержит в точности одну единицу. Над линией, отмеченной 2, находятся шесть узлов, двоичные символы которых содержат две единицы<sup>1</sup>. В следую-

<sup>1</sup> При построении гиперкуба легко можно подсчитать число узлов каждой категории. В настоящем примере имеются четыре переменные, и нужно определить, сколькими способами можно положить две переменные из четырех равными единице. Это подсчитывается по общей формуле для числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ :  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ . В данном случае нужно положить

$n = 4$ ,  $m = 2$ , поэтому  $C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$ . Последовательность определенных таким образом чисел (в направлении слева направо) является не чем иным, как коэффициентами разложения бинома. См. приложение 3.

щем столбце содержатся четыре узла, каждый из которых имеет в своих символах по три единицы, и, наконец, последний столбец представляет собой узел 1111.

После того как узлы расклассифицированы и расположены указанным образом, нужно соединить между собой линиями узлы в соседних столбцах, отличающиеся друг от друга одной переменной. Все другие возможные соединения между узлами опускаются. В рассматриваемом случае нужно, например, провести линию между узлами 0100 и 0101, но узлы 0100 и 1001 не должны соединяться друг с другом, так как хотя они и находятся в соседних столбцах, но отличаются значениями трех переменных. Для окончательной проверки чертежа необходимо просто подсчитать общее число линий, сходя-

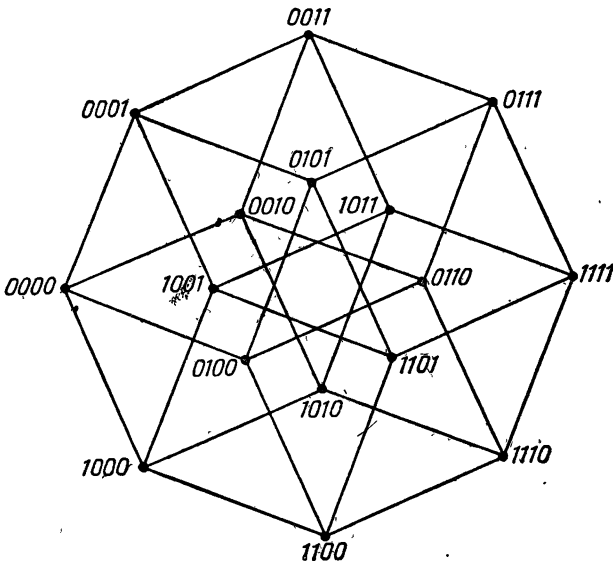


Рис.5.8. Четырехмерный гиперкуб в симметричной форме.  
Можно легко выделить восемь подкубов.

щихся в каждом узле. В построении, изображенном на рис. 5.7, к каждому узлу ведут четыре линии, так как имеются четыре переменные и изменение каждой из них приводит к другому узлу. Для  $n$ -мерного гиперкуба должно быть, очевидно,  $n$  линий, сходящихся в каждом узле.

В четырехмерном гиперкубе каждый узел представляет член, содержащий четыре переменные; каждая линия, соединяющая узлы, представляет член с тремя переменными; каждая группа из четырех узлов, соединенных линиями, образующими квадрат, представляет



член с двумя переменными; каждая группа из восьми узлов, соединенных линиями, образующими куб, представляет член из одной переменной. Эти идеи, пожалуй, более очевидны из рис. 5.8, где четырехмерный гиперкуб изображен более симметрично. Если сосчитать переменные как со штрихом, так и без него и если каждая из этих переменных представлена кубом, то мы должны обнаружить, что четырехмерный гиперкуб содержит восемь трехмерных кубов. Последние очень легко можно обнаружить на рис. 5.8.

Графические интерпретации релейных функций отражают взаимосвязь между членами функций более ясно, чем при алгебраическом описании. Введем несколько терминов, применяемых при изучении релейных функций в свете геометрических представлений.

Под *расстоянием* между двумя узлами подразумевается число переменных, которые должны измениться при переходе от одного узла к другому. Так, например, расстояние между узлами 0100 и 1001 равно 3, так как при переходе от одного узла к другому должны измениться три переменные.

Важным понятием, развившимся на базе геометрических соображений, является понятие *соседних состояний*. Два состояния называются соседними, если они отличаются значением только одной переменной. Это понятие является важным, потому что алгебраическое объединение двух соседних состояний всегда приводит к исключению одной переменной. Одна из целей, преследуемых при графических представлениях релейных функций, состоит в том, чтобы отобразить все соседние состояния, имеющиеся в стандартной сумме. Когда это сделано, отпадает необходимость сравнивать все возможные пары членов этой суммы для исключения избыточных переменных. Графическое представление показывает все существующие соседние узлы, и наше внимание, таким образом, сосредотачивается на тех группах членов, которые немедленно приводят к упрощению.

Хотя в этой главе для представления отдельных членов стандартной суммы применяются двоичные числа и их десятичные эквиваленты, мы все же будем обращаться и к обозначению переменных с помощью букв и их инверсий. Однако становится все более и более неудобным применять термины «переменная и ее инверсия» или «переменные и их инверсии». По этой причине далее мы примем термин «*буква*» (literal), используемый Куайном (см. ссылку в § 4.8), под которым подразумевается любая переменная или ее инверсия, входящие в релейную функцию проводимости. Так, например, функцию трех переменных можно записать в терминах трех букв  $X, X', Y, Y', Z, Z'$ .

В диаграммах Венна на рис. 5.1 и 5.2 для определения операций над переменными использованы пересекающиеся круги. Этим методом можно пользоваться при наличии не более трех переменных. При большем числе переменных круги нужно деформировать, чтобы получить все возможные пересечения, соответствую-

щие всем возможным состояниям переменных. На рис. 5.9 круги Венна преобразованы в прямоугольники. В этой форме области, соответствующие шестнадцати возможным состояниям четырех переменных, располагаются в виде некоторой матрицы.

Диаграмма Венна в том виде, в каком она изображена на рис. 5.9, не особенно удобна для пользования, но форма, показанная на рис. 5.10, является отличным инструментом для работы с функциями четырех переменных. Она известна под названием матрицы Карно<sup>1</sup>.

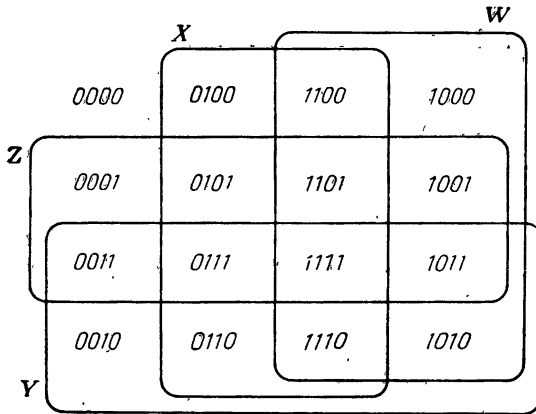


Рис. 5.9. Пересечения в этой преобразованной диаграмме Венна соответствуют узлам четырехмерного гиперкуба.

Отметим, что в этой матрице значения  $WX$  соответствуют столбцам, а значения  $YZ$  — строкам. Область, соответствующая члену  $W'XYZ=0111$ , находится на пересечении второго столбца слева и третьей строки сверху. Объединяя таким способом символы, соответствующие столбцам и строкам, можно описать клетки матрицы, соответствующие любому из возможных состояний четырех переменных.

Важным свойством матрицы Карно является то, что если отправиться из любой клетки и двигаться горизонтально или вертикально, то соседняя клетка всегда представляет собой соседнее состояние переменных. Состояния, представленные соседними клетками, отличаются значением только одной переменной. Это свойство «соседства» существует не только внутри матрицы, оно присуще также концам каждого столбца и каждой строки. Это значит, что нижняя клетка

<sup>1</sup> Karnaugh M., The map method for synthesis of combinational logic circuits, *AIEE Trans., part 1, Communications and Electronics*, 72 (1953), November, 593—599.

в любом столбце является соседней по отношению к верхней клетке того же столбца, и правая клетка любой строки является соседней относительно левой клетки той же строки. Именно это свойство наглядного представления всех возможных «соседей» делает матрицу Карно удобным средством при упрощении функций четырех переменных<sup>1</sup>.

Для иллюстрации применения матрицы Карно на рис. 5.11 изображена матрица, представляющая функцию  $T = \Sigma(6, 7, 13, 15)$ . Вхождения единиц в клетках матрицы указывают числа, входящие в набор чисел стандартной суммы, т. е. те члены релейной функции,

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00				
	01				
	11				
	10				

Рис. 5.10. Матрица Карно для четырех переменных представляет собой упрощение диаграммы Венна рис. 5.9.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	0
	11	0	1	1	0
	10	0	1	0	0

Рис. 5.11. Матрица релейной функции  $T = \Sigma(6, 7, 13, 15)$ .

для которых проводимость должна быть равна 1. Во всех остальных клетках проставлены вхождения, равные 0. Линии, охватывающие пары единиц в столбцах 01 и 11, показывают, каким образом все четыре члена, для которых проводимость должна быть равна 1, можно сгруппировать в два члена. Можно было бы также получить третий член, сгруппировав пару вхождений 1 в строке 11, но, поскольку первые два члена включают все необходимые единицы, этот третий член был бы избыточным. Используя указанную группировку вхож-

<sup>1</sup> Veitch E. W., A chart method for simplifying truth functions, *Proc. of Association for Computing Machinery*, Pittsburgh, Pennsylvania, Meeting May 2 and 3, 1952, p. 127—133. Матрица Вейтча отличается от матрицы Карно расположением столбцов и строк. В то время как Карно пользуется циклическим порядком следования символов, а именно 00, 01, 11, 10, Вейтч располагает символы в порядке возрастания двоичных чисел, а именно 00, 01, 10, 11. Столбцы или строки 00 и 01, так же как столбцы или строки 10 и 11, являются в матрице Вейтча соседними, но столбцы или строки 01 и 10 в ней не являются ни соседними, ни крайними. Хотя матрица Вейтча и обладает некоторыми преимуществами по сравнению с алгебраическими методами, матрица Карно более удобна в обращении и не требует столь большой затраты времени.

дений единиц, увидим, что релейная функция проводимости, представленная этой матрицей, может быть записана в виде  $T = W'XY + WXZ$ . Неиспользованная группа соответствует члену  $XYZ$ , и если бы он был включен в функцию проводимости, то на основании теоремы 16' он был бы избыточным<sup>1</sup>.

#### § 5.4. Применение матрицы Карно

В этом параграфе будет достаточно подробно рассмотрено применение матрицы Карно для минимизации релейных функций четырех переменных. В § 5.3 было показано, что состояния входов релейного устройства можно представлять узлами, соединенными линиями, или пересечением областей на диаграмме Венна. Матрица Карно является простым построением, быстро и удобно воспроизводящим области пересечения диаграммы Венна. В матрице для четырех пере-

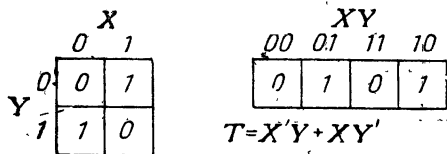


Рис. 5.12. Различные формы матрицы для функции двух переменных.

менных отдельные квадраты, или клетки, соответствуют узлам четырехмерного гиперкуба, а вертикальные и горизонтальные линии между клетками соответствуют линиям, соединяющим узлы гиперкуба.

Предположим, что нужно построить матрицу для релейной функции  $T = X'Y + XY'$ . Матрицу для двух переменных можно нарисовать так, как показано на рис. 5.12, в виде квадратной таблицы для переменных  $X$  и  $Y$ , или в виде одной строки. Единицы и нули в этой матрице введены для обозначения состояний, для которых проводимость равна соответственно 1 и 0. Для проводимости 1, соответствующей состоянию входов  $X'Y$ ,  $X$  должен быть равен 0, а  $Y$  равен 1. В матрице, изображенной слева, 1 поставлена на пересечении столбца, соответствующего значению 0 для  $X$ , и строки, соответствующей значению 1 для  $Y$ . В правой матрице этому члену

<sup>1</sup> Клетки матрицы Карно представляют собой перечисление всех возможных членов стандартной суммы. Если взять их все вместе, то они дают проводимость, равную 1, для всех комбинаций состояний входов. В исчислении высказываний такие члены носят название *конституентов единицы*. В связи с этим матрицы Вейтча и Карно можно называть *матрицами конституентов*, поскольку единицы в их клетках указывают конституенты единицы, содержащиеся в релейной функции проводимости. — Прим. ред.

соответствует вхождению 1 в столбце 01 для  $X\bar{Y}$ . Аналогично вхождение 1, соответствующее члену  $X\bar{Y}'$ , записывается на пересечении столбца, имеющего значение 1 для  $X$ , и строки, имеющей значение 0 для  $Y$ , в левой матрице и в столбце 10 для  $X\bar{Y}$  в правой матрице. Так как этим исчерпываются условия, для которых проводимость должна быть равна 1, то другие клетки матрицы заполнены нулями.

В случае трех переменных матрица должна содержать или два столбца и четыре строки, или четыре столбца и две строки, как это показано соответственно слева и справа на рис. 5.13. Заполнение этих матриц соответствует релейной функции проводимости  $T = XY + YZ$ . Член  $X\bar{Y}$  не зависит от значения  $Z$ , и в правой матрице

		$X$	
		0	1
$YZ$	00	0	0
	01	0	0
	11	1	1
	10	0	1

		$X\bar{Y}$			
		00	01	11	10
$Z$	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	0

$$T = XY + YZ$$

		$W\bar{X}$			
		00	01	11	10
$YZ$	00	1	1	0	1
	01	1	1	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	1	0	1

$$T = W\bar{X} + X\bar{Y}' + X\bar{Z}' + XYZ$$

Рис. 5.13. Функция трех переменных и две формы ее матрицы.

Рис. 5.14. Матрица релейной функции четырех переменных.

для него должна быть представлена единица в столбце  $X\bar{Y} = 11$  как для нулевой, так и для единичной строки  $Z$ . Следующий член функции  $YZ$  не зависит от значения  $X$ . Поэтому для него должны быть вписаны единицы в строке, соответствующей  $Z = 1$ , в обоих столбцах, для которых  $Y = 1$ , независимо от величины  $X$ . Проверка правильности заполнения левой матрицы предоставляется читателю в качестве упражнения.

Матрица рис. 5.14 представляет релейную функцию проводимости  $T = W\bar{X} + X\bar{Z}' + X\bar{Y}' + XYZ$ . Член  $W\bar{X}$  не зависит от  $Y$  и  $Z$ , и, следовательно, для него единица записывается во всех строках столбца 01, так как они представляют все возможные комбинации  $Y$  и  $Z$ . Члену  $X\bar{Z}'$  соответствуют единицы, записанные по четырем углам матрицы. Заметим, что во всех этих четырех клетках  $X = Z = 0$ , а  $W$  и  $Y$  принимают все четыре возможные комбинации значений. Член  $X\bar{Y}'$  требует, чтобы единицы были вписаны во все клетки матрицы, для которых  $X$  и  $Y$  оба имеют значение нуль, независимо от значений  $W$  и  $Z$ .  $Y$  равен 0 в первой и второй строках, тогда как  $X$  равен 0 в первом и четвертом столбцах. Единицы поэто-

му следует вносить в клетки матрицы, соответствующие этим четырем пересечениям. Наконец, член  $XYZ$  требует, чтобы единицы входили повсюду, где  $X = Y = Z = 1$ , независимо от значений  $W$ . Единицы для этого члена записываются поэтому в третьей строке, во втором и третьем столбцах.

Анализируя матрицы рис. 5.13 и 5.14, можно заметить, что в них имеет место перекрытие членов, поскольку некоторые клетки матрицы, в которые вписана 1, входят более чем в один член функции проводимости. Это имеет место в тех случаях, если функция проводимости может быть записана в виде, когда все общие члены вынесены за скобки. Например, функцию, представленную матрицей рис. 5.13, можно было бы записать в виде  $T = Y(X + Z)$ , а функцию для матрицы рис. 5.14 — в виде  $T = X(W' + YZ) + X'(Z' + Y')$ .

Таким образом, если имеется релейная функция проводимости, заданная в алгебраической форме, то для нее сравнительно просто составить матрицу Карно. Однако, для того чтобы эта матрица служила полезным вспомогательным средством при синтезе, нужно иметь какую-то методику для обращения этого процесса, так чтобы можно было получать на основе матрицы минимизированную релейную функцию.

Удобство обращения и экономия времени при использовании матриц Карно во многом зависит от нашей способности распознавать определенные конфигурации ее заполнения. Эти конфигурации носят название «подкубов» и «соединений». В дальнейшем мы будем пользоваться термином «подкуб». Его можно определить как набор клеток матрицы, в котором одна или большее число переменных имеют постоянное значение. В матрице, соответствующей функции четырех переменных, подкуб, состоящий из двух клеток, соседних по горизонтали или вертикали, характеризуется тем, что три переменные в нем постоянны, а четвертая принимает оба свои значения. У подкуба, состоящего из четырех клеток, каждая из которых является соседней относительно двух других в этом же наборе, две переменные будут постоянными, в то время как другие две переменные принимают все четыре возможные комбинации значений. Наконец, у подкуба, состоящего из восьми клеток таких, что каждая является соседней относительно трех других в этом же наборе, одна переменная будет постоянной, а три другие принимают все восемь возможных комбинаций значений. Таким образом, двухклеточный подкуб исключает одну переменную, четырехклеточный — две, а восьмиклеточный — три переменные.

При дальнейшем рассмотрении в матрицах будут проставляться только вхождения единиц, соответствующие тем членам, для которых проводимость равна 1. Если не будет делаться дополнительных оговорок, то следует считать, что незаполненные клетки представляют состояния, соответствующие проводимости, равной 0.

На рис. 5.15 показана группа матриц, каждая из которых имеет заполнение, соответствующее двухклеточному подкубу. Под каждой матрицей приведены двоичные числа, которые представляют два состояния, входящие в подкуб и соответствующие проводимости, равной 1. Под каждой парой двоичных чисел приведены цифры, которые являются постоянными в пределах подкуба, а тире соответствует переменной, которая меняет свое значение. Расположение и значение этих цифр дают возможность определить переменные в представляемом алгебраическом члене. Поскольку мы имеем дело с состояниями, соответствующими проводимости, равной 1, каждый член является произведением букв, причем 1 представляет перемен-

<table style="border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">WX</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">YZ</td><td style="text-align: center;">00</td><td style="text-align: center;">01</td><td style="text-align: center;">11</td><td style="text-align: center;">10</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">00</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">01</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">11</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table> $\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & - & 1 & 1 \\ W & Y & Z & \end{array}$	WX				YZ	00	01	11	10	00					01					11			1	1	10					<table style="border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">WX</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">YZ</td><td style="text-align: center;">00</td><td style="text-align: center;">01</td><td style="text-align: center;">11</td><td style="text-align: center;">10</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">00</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">01</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">11</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table> $\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & - & 1 \\ W & X & Z & \end{array}$	WX				YZ	00	01	11	10	00					01	1				11	1				10					<table style="border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">WX</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">YZ</td><td style="text-align: center;">00</td><td style="text-align: center;">01</td><td style="text-align: center;">11</td><td style="text-align: center;">10</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">00</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">01</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">11</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table> $\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & - & 0 \\ W & X & Z & \end{array}$	WX				YZ	00	01	11	10	00		1			01					11					10	1				<table style="border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td colspan="4" style="text-align: center;">WX</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">YZ</td><td style="text-align: center;">00</td><td style="text-align: center;">01</td><td style="text-align: center;">11</td><td style="text-align: center;">10</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">00</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">01</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">11</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table> $\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline - & 0 & 1 & 0 \\ X & Y & Z & \end{array}$	WX				YZ	00	01	11	10	00					01					11					10	1		1	
WX																																																																																																																							
YZ	00	01	11	10																																																																																																																			
00																																																																																																																							
01																																																																																																																							
11			1	1																																																																																																																			
10																																																																																																																							
WX																																																																																																																							
YZ	00	01	11	10																																																																																																																			
00																																																																																																																							
01	1																																																																																																																						
11	1																																																																																																																						
10																																																																																																																							
WX																																																																																																																							
YZ	00	01	11	10																																																																																																																			
00		1																																																																																																																					
01																																																																																																																							
11																																																																																																																							
10	1																																																																																																																						
WX																																																																																																																							
YZ	00	01	11	10																																																																																																																			
00																																																																																																																							
01																																																																																																																							
11																																																																																																																							
10	1		1																																																																																																																				

Рис. 5.15. Функции, соответствующие смежным парам клеток матрицы.

ную без штриха, а 0 — переменную со штрихом. Полезно при определении двухклеточного подкуба следовать правилу, которое состоит в том, чтобы, во-первых, отметить, является ли подкуб горизонтальным или вертикальным. Первый случай соответствует тому, что постоянное значение имеют переменные строки, а второй указывает на то, что постоянное значение имеют переменные столбца. При этом можно довольно просто определить, какая из оставшихся переменных имеет постоянное значение, с которым она переходит от столбца к столбцу или от строки к строке. Произведение найденных таким образом трех переменных и является искомым членом минимальной суммы. Особое внимание следует обращать на ситуации, показанные в третьей и четвертой матрицах рис. 5.15. В каждом из этих случаев две пространственно разделенные клетки матрицы отражают состояния, которые в действительности являются соседними.

Типичные конфигурации подкубов из четырех клеток изображены на матрицах рис. 5.16. Левая матрица содержит единицы в четырех клетках одной строки. Существует аналогичная конфигурация четырех клеток в столбце, которая не представлена на рисунке. Во второй матрице показаны единицы в четырех клетках, образующих квадрат. Эта конфигурация может быть расположена в любом месте матрицы. В третьей матрице конфигурация единиц представляет собой

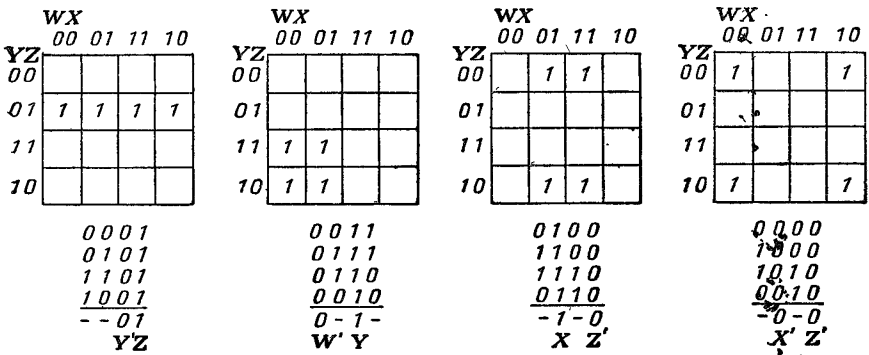


Рис. 5.16. Типичные группы четырех клеток матрицы, соответствующие членам, содержащим две переменные.

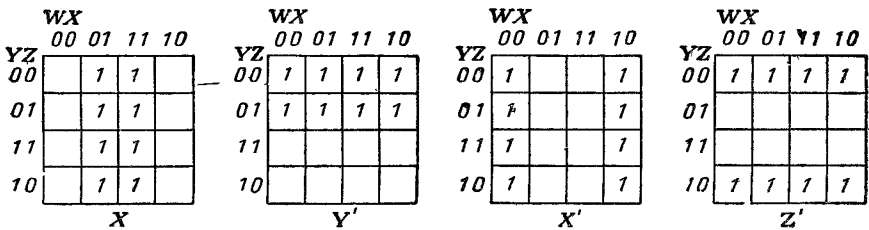


Рис. 5.17. Группы, образованные восемью клетками, и одиночные переменные, которым они соответствуют.

также квадрат, но два «соседства» замыкаются вне матрицы. Такая же конфигурация может быть в любых смежных столбцах или любых смежных строках. Крайняя правая матрица представляет собой некоторый класс, в котором подкуб занимает четыре угловые клетки. Здесь все «соседства» замыкаются вне матрицы.

Под каждой из этих матриц приведены обозначения с помощью двоичных чисел четырех соответствующих членов стандартной суммы. С помощью этих чисел можно просто определить, какие две переменные в подкубе имеют постоянное значение, и дать алгебраическое описание соответствующего члена, представляющего собой произведение этих двух переменных. Как и в предыдущем случае полезно при этом иметь простые правила, для того чтобы эти алгебраические выражения можно было выписывать непосредственно из матрицы.

Для подкуба, у которого все клетки расположены в одну линию, горизонтально или вертикально, соответствующий член мини-



мальной суммы непосредственно указывается символом строки или столбца. Так, в левой матрице рис. 5.16 строки представляют собой значения переменных  $Y$  и  $Z$ . Так как все четыре единицы находятся в строке 01, то соответствующий член минимальной суммы будет равен  $Y'Z$ .

Для квадратных конфигураций необходимо посмотреть, какая из переменных сохраняет свое значение при переходе от одной строки квадрата к другой и от одного столбца к другому. Для второй матрицы  $W = 0$  в обоих столбцах и  $Y = 1$  в обеих строках. Следовательно, член минимальной суммы равен  $W'Y$ .

Проверка алгебраических выражений членов минимальной суммы в двух остальных матрицах предоставляется читателю в качестве упражнения.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
	10	2	6	14	10

Рис. 5.18. Расположение в матрице членов стандартной суммы или стандартного произведения, представленных десятичными числами.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00		1		
	01		1	1	
	11	1	1	1	1
	10				

$$T = \Sigma(3, 4, 5, 7, 11, 13, 15) = W'XY' + XZ + YZ$$

Рис. 5.19. Функция, дающая минимальную сумму.

Легче всего поддаются распознаванию конфигурации восьмиклеточных подкубов, представленные в матрицах рис. 5.17. Восемь клеток всегда находятся или в соседних столбцах или строках, как это показано в матрицах для  $X$  и  $Y'$ , или в крайних столбцах или строках, как показано в матрицах для  $X'$  и  $Z'$ .

Многие релейные функции задаются в форме стандартной суммы или произведения, а десятичные числа, соответствующие членам этих форм, записываются в соответствии с условиями, рассмотренными в § 5.2.

На рис. 5.18 в клетках матрицы для четырех переменных представлены десятичные числа, соответствующие членам стандартной суммы для переменных  $W, X, Y, Z$ , взятых в порядке, указанном в заголовках столбцов и строк. Следует особо отметить, что поскольку обозначения столбцов и строк с помощью двоичных чисел представлены не в порядке возрастания или убывания, то и соответствующие им десятичные числа располагаются также не в последовательном порядке.

Так, например, в первом столбце матрицы в первых двух клетках, начиная сверху, записаны десятичные 0 и 1. Однако 2 затем записывается в четвертой клетке, а 3 — в третьей клетке. Эти скачки в третьей строке повторяются затем в каждом из столбцов. После заполнения второго столбца третий столбец пропускается и числа 8, 9, 10 и 11 вносятся в четвертый столбец, после чего для записи чисел 12, 13, 14 и 15 возвращаются к третьему столбцу. Эта неупорядоченная запись десятичных чисел является, пожалуй, основным неудобством матриц Карно. Однако преимущества циклического расположения двоичных чисел таковы, что это неудобство представляет собой весьма небольшую плату за них.

Рассмотрим несколько релейных функций, представленных в форме стандартных сумм и изображенных в виде матриц Карно. Требуется написать для каждой из них минимальную сумму. На рис. 5.19 изображена матрица функции  $T = \Sigma(3, 4, 5, 7, 11, 13, 15)$ . Руководящим принципом, которому нужно следовать при выделении подкубов, выбранных в качестве членов минимальной суммы, является, во-первых, учет тех вхождений матрицы, которые могут быть включены только в один подкуб.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	1	1		1
	01	1			1
	11	1	1	1	1
	10	1	1		

$$T = \Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15)$$

$$= X'Y' + YZ + W'Z'$$

Рис. 5.20. Пример, показывающий необходимость тщательного выбора подкубов.

На матрице, изображенной на рис. 5.19, вхождение клетки 4 можно объединить только с вхождением клетки 5, что дает член  $W'XY'$ . Клетку 13 можно объединить либо с 5, либо с 15, но ее можно также объединить одновременно с 5, 7 и 15, что дает четырехклеточный подкуб, соответствующий члену  $XZ$ . Там, где есть возможность такого выбора, всегда следует пользоваться наибольшим подкубом, покрывающим интересующую нас клетку. Остальные вхождения занимают клетки 3 и 11 матрицы. Они объединяются с

7 и 15; при этом получается четырехклеточный подкуб, который представляет член  $YZ$ . Таким образом, для заданной выше функции проводимости получаем минимальную сумму  $T = W'XY' + XZ + YZ$ . Можно видеть, что каждый член минимальной суммы (подкуб в матрице) содержит по крайней мере один член стандартной суммы (одно вхождение в матрице), который не содержится ни в каком другом члене (ни в каком другом подкубе), и, так как каждый из этих членов объединяется с возможно большим числом других (каждое вхождение содержится в наибольшем из возможных подкубов), то полученная минимальная сумма яв-

ляется единственной. Никакая другая сумма не может содержать такое же малое число букв.

Выбор подкубов, включаемых в алгебраическое выражение минимальной суммы, не всегда столь очевиден, как это было в случае матрицы рис. 5.19. На рис. 5.20 представлена матрица для функции  $T = \Sigma (0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15)$ . Рассмотрение показывает, что она содержит шесть четырехклеточных подкубов. Так как в написанной выше функции имеется только одиннадцать членов, очевидно, что многие подкубы перекрывают друг друга. Поэтому ищем клетки, которые можно было бы объединить с другими клетками в один и только один подкуб максимального размера. Рассмотрение показывает, что каждое вхождение матрицы может находиться в четырехклеточном подкубе, причем некоторые из них будут только

	WX			
YZ	00	01	11	10
00			1	
01				1
11		1	1	1
10	1		1	1

	WX			
YZ	00	01	11	10
00			1	
01				1
11		1	1	1
10	1		1	1

Рис. 5.21. Более трудная задача, связанная с выбором подкубов.

в одном таком подкубе. Например, вхождение 4 объединяется только с 0, 2 и 6, образуя подкуб, представляющий член  $W'Z'$ . Вхождение 8 объединяется только с 9, 0 и 1 для образования подкуба, который представляет член  $X'Y'$ . Наконец, вхождение 15 объединяется только с 3, 7 и 11 и образует подкуб, представляющий член  $YZ$ . Овальные линии выделяют выбранные подкубы. Для функции, изображенной на рис. 5.20, три подкуба, которые не могли бы быть включены ни в какие другие подкубы максимального размера, охватывают все вхождения в матрице. Поэтому функция проводимости  $T = YZ + X'Y' + W'Z'$  является единственной минимальной суммой, так как никакую другую сумму, соответствующую этой функции, нельзя записать со столь же малым числом букв.

На рис. 5.21 изображена матрица функции, специально подобранной для иллюстрации необходимости соблюдения осторожности при выборе подкубов. Слева приведена матрица этой функции без указаний объединений вхождений для образования подкубов. На первый взгляд могло бы показаться, что один из подкубов, который нужно выбрать, состоит из клеток 10, 11, 14, 15. Однако если сделать этот выбор, то нарушается принцип, состоящий в том, что прежде всего следует выбирать подкубы, содержащие клетки, которые не могут быть ни в каком другом подкубе. Клетки 2, 7, 9 и 12 расположены

так, что каждая из них является частью одного и только одного двухклеточного подкуба. Когда эти подкубы выбраны, как показано в правой части рис. 5.21, то в четырехклеточный подкуб будут включены вхождения, которые уже были использованы в других подкубах, так что член, который мог бы быть написан для этого подкуба, будет избыточным. Поэтому окончательное выражение функции проводимости запишется в этом случае в виде  $T = X'YZ' + XYZ + WXZ' + WX'Z$ . Если сюда включить указанный выше четырехклеточный подкуб, то функция проводимости должна будет содержать дополнительный член  $WY$ . В качестве интересного упражнения читателю предлагается доказать алгебраически (не с помощью матрицы), что член  $WY$  является избыточным.

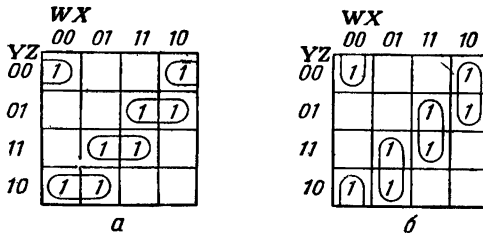


Рис. 5.22. Функция, для которой подкубы можно выбрать двумя способами, причем каждый из них дает минимальную сумму.

Для многих релейных функций проводимости существует несколько форм минимальных сумм. Матрица рис. 5.22 представляет пример такой функции. Вхождения здесь таковы, что все подкубы содержат по две клетки, но каждая из заполненных клеток может входить в два подкуба. Таким образом, существует два способа, в каждом из которых любое вхождение матрицы может содержаться в одном двухклеточном подкубе, как это показано на рис. 5.22,а и 5.22,б.

Особенно интересным свойством матрицы Карно является легкость, с которой проектировщик может выбирать решение, если релейная функция проводимости содержит условные члены, т. е. такие, которые можно положить равными или 0, или 1. Будем обозначать их символом, состоящим из совмещенных 0 и 1. Так как этот символ похож на греческую букву  $\Phi$ , то удобно называть такие члены  $\Phi$ -членами. Левая матрица рис. 5.23 изображает функцию  $T = \Sigma(2, 3, 7, 9, 11, 13)$ , в которой члены 1, 10, 15 являются условными. Выбирая их значения так, чтобы для клетки 1 был вписан 0, а для клеток 10 и 15 — единица, получим правую матрицу рис. 5.23, в которой все вхождения содержатся в четырехклеточных подкубах. Минимальная сумма, соответствующая этой матрице, имеет вид  $T = WZ + X'Y + YZ$ .

До сих пор функции, минимизированные с помощью матриц, записывались нами в виде минимальных сумм. Это не является необходимым; функции проводимости можно записывать непосредственно с помощью матрицы и в виде минимального произведения, выбирая вместо подкубов, состоящих из единиц, подкубы, состоящие из нулей. Однако следует помнить, что в этом случае в символах строк и столбцов 0 представляет переменную без штриха, а 1 — переменную со штрихом. Так, например, для правой матрицы рис. 5.23 (соответствующая ей функция проводимости в виде ми-

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	0	0	0
	01	Φ	0	1	1
	11	1	1	Φ	1
	10	1	0	0	Φ
		а			

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	1
	11	1	1	1	1
	10	1	0	0	1
		б			

Рис. 5.23. В матрице *а* содержатся три клетки с условными состояниями; матрица *б* содержит заполнение условных состояний.

нимальной суммы была определена в предыдущем абзаце) функция проводимости в виде минимального произведения запишется так:  $T = (W + Y)(Y + Z)(X' + Z)$ . Отметим, что минимальная сумма этой функции содержит в точности такое же число букв, как и минимальное произведение, поскольку каждая из этих форм получается из трех четырехклеточных подкубов.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	1	1	1
	01	0	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	1	1	1

$$T = (W + X + Y)(X' + Y' + Z')$$

Рис. 5.24. Выражение минимального произведения, полученное непосредственно из матрицы.

Рассмотрим теперь функцию проводимости, представленную матрицей рис. 5.24. Вхождения единиц в ней лежат в пределах четырех четырехклеточных подкубов, а нулей — в пределах двух двухклеточных подкубов. Функция, выраженная в виде минималь-

ной суммы, имеет поэтому вид  $T = X'Y + XY' + WX' + YZ'$  и содержит восемь букв. В то же время функция проводимости, представленная минимальным произведением, имеет вид  $T = (W + X + Y)(X' + Y' + Z')$  и содержит только шесть букв. Если, как это имеет место в рассмотренном примере, минимальная сумма содержит намного больше членов, чем минимальное произведение, то стоит рассмотреть обе эти формы, с тем чтобы выбрать из них более простое выражение функции.

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			1
01			1	
11		1		
10			1	1

+

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			
01	1	1	1	
11				
10		1	1	1

=

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			1
01	1	1	1	
11		1		
10		1	1	1

Рис. 5.25. Сумма двух релейных функций, представленная суммой соответствующих им матриц.

В дальнейшем, в особенности при синтезе многополюсных контактных структур, будут рассматриваться функции, представленные в виде суммы или произведения других функций, которые в свою очередь представляются матрицами Карно. Рис. 5.25 иллюстрирует сложение двух функций, которое осуществляется непосредственно с помощью матриц, а на рис. 5.26 показано умножение

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			1
01			1	
11		1		
10			1	1

·

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			
01	1	1	1	
11				
10		1	1	1

=

	WX			
	00	01	11	10
YZ				
00	1			
01			1	
11				
10			1	1

Рис. 5.26. Произведение двух релейных функций, представленное произведением соответствующих им матриц.

этих же функций. Правило сложения матриц можно представить себе, если мысленно разложить функции в стандартные суммы. При сложении последних результивная стандартная сумма должна содержать все члены, имеющиеся в каждой из двух исходных функций. Следовательно, когда суммируются матрицы, соответствующие этим функциям, то матрица, соответствующая сумме их, должна содержать 1 во всех клетках, в которых их содержит либо

одна из суммируемых матриц, либо обе матрицы вместе. Правило умножения двух матриц можно представить себе, рассматривая эти две функции в виде стандартного произведения. Тогда каждый член, входящий в одну или в обе первоначальные функции, должен входить и в их произведение. Это означает, что если одна или обе перемножаемые матрицы содержат в какой-нибудь клетке 0, то

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \\
 00 \\
 01 \\
 11 \\
 10
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & \\
 \hline
 & & & \\
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 & & & \\
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \\
 00 \\
 01 \\
 11 \\
 10
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & & & \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 & & & \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \\
 00 \\
 01 \\
 11 \\
 10
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 & 1 & & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$T = (Y'Z + YZ')(W'X + WX')$$

Рис. 5.27. Релейная функция проводимости, записанная в виде произведения двух функций, представленных матрицами.

соответствующая клетка в матрице-произведении также должна содержать 0. Эти правила сложения и умножения матриц можно резюмировать, указав, что вхождения клеток в матрице, представляющей сумму или произведение, получаются в результате применения правил булева сложения и умножения к соответствующим вхождениям в матрицах исходных функций.

Один из примеров умножения матриц приведен на рис. 5.27. Левая матрица рассматривается как произведение двух правых, а ее функция проводимости является произведением двух функций:  $T = (Y'Z + YZ')(W'X + WX')$ . Этот результат не кажется на первый взгляд достаточно экономичным. Однако, если функцию проводимости записать непосредственно на основании левой матрицы в виде минимального произведения, то получим  $T = (W + X)(W' + X')(Y + Z)(Y' + Z')$ . Обе функции содержат одинаковое число букв.

### § 5.5. Релейные функции пяти и большего числа переменных

По самой своей природе матричный метод, рассмотренный в предыдущем параграфе, больше всего эффективен при минимизации функций четырех переменных. Он менее эффективен при обращении к функциям трех переменных, поскольку многие из них весьма быстро упрощаются с помощью простых алгебраических операций. Нет необходимости прибегать к матрицам также и для функций двух переменных.

Имеется несколько способов распространения матричного метода на функции более четырех переменных. Вообще же говоря, применение этого метода ограничивается функциями пяти и шести переменных. Один из способов, который здесь не рассматривается, заключается в том, что каждый квадрат матрицы Карно для четырех переменных разделяется на две или четыре части, чтобы поместить соответственно пять или шесть переменных. Эта идея, представляющаяся внешне привлекательной, при практическом применении не дает каких-либо решающих преимуществ.

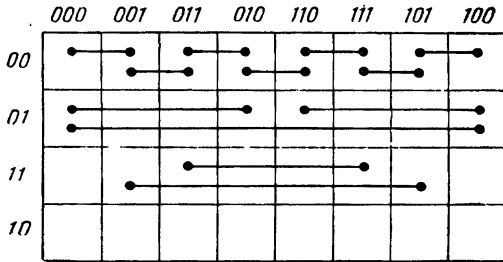


Рис. 5.28. Матрица для пяти переменных со столбцами, расположенными в порядке циклической последовательности. Соседние столбцы соединены линиями.

В других способах используется расширение матрицы для четырех переменных при том условии, что каждая клетка по-прежнему представляет один член стандартной суммы или произведения. Один из вариантов такого расширения изображен на рис. 5.28 и представляет собой матрицу для пяти переменных, которая состоит из восьми столбцов и четырех строк. Переменные, представленные столбцами, обозначены тремя двоичными цифрами, расположенными в циклическом порядке, так что каждый столбец является соседним по отношению к столбцам справа и слева, а между первым и восьмым столбцами имеется циклическое «соседство». Строки заданы в обычном циклическом порядке, характерном для матрицы для четырех переменных. Назначением матрицы является указание в достаточно ясной форме всех соседних членов релейной функции, представленной в форме стандартной суммы или произведения. Рассмотрим с этой точки зрения свойства матрицы для пяти переменных. Для строк эти свойства совпадают со свойствами матрицы для четырех переменных и поэтому на рис. 5.28 не показаны. «Соседство» пар столбцов обозначено линиями, соединяющими точки, помещенные в соседних столбцах. Так, линии, показанные в строке 00, отражают то, что каждый столбец является соседним относи-



тельно правого и левого столбцов. В строке 01 показано, что соседними являются первый и четвертый столбцы и пятый и восьмой столбцы. Линией, проходящей через все столбцы, отмечено также и циклическое «соседство» первого и восьмого столбцов. В строке 11 отмечены, как соседние, третий и шестой, второй и седьмой столбцы. Хотя соединения, показанные на рис. 5.28, и содержат много симметрии, способствующей их запоминанию, ими пользоваться все же трудно.

Другой метод матричного представления функций пяти переменных показан на рис. 5.29. В верхней части рисунка представлена

		ABC							
		000	001	011	010	110	111	101	100
DE	00			1	1				
	01		1	1	1			1	
	11		1				1	1	
	10						1	1	

		BC			
		00	01	11	10
DE	00			1	1
	01		1	1	1
	11		1		
	10				

$A=0$

		BC			
		00	01	11	10
DE	00				
	01		1		
	11		1	1	
	10		1	1	

$A=1$

Рис. 5.29. Представление функции пяти переменных на одной матрице и на двух отдельных матрицах для четырех переменных.

матрица того же типа, что и на рис. 5.28. Одновременно в нижней части рис. 5.29 та же функция представлена матрицами для двух функций четырех переменных. Левая матрица содержит члены, для которых переменная  $A$  равна 0, а правая — члены, для которых переменная  $A$  равна 1. Это соответствует разложению функции пяти переменных по переменной  $A$  и представлению полученных при этом двух функций четырех переменных с помощью матриц.

Для конкретной функции, изображенной на матрице рис. 5.29, легко видеть, что один и тот же подкуб входит как в левую, так и в правую матрицы, и переменная  $A$  поэтому исключается из члена, представленного этим подкубом. Функция проводимости будет при этом иметь вид  $T = A'BD' + ACD + B'CE$ . Если бы наличие в обеих матрицах одного и того же подкуба не было замечено, то

в функции проводимости нужно было бы записать два члена  $A'B'CE + AB'CE$ . Переменная  $A$  была бы исключена из этих двух членов с помощью обычных алгебраических преобразований. Однако рассмотренный случай не всегда имеет место. У некоторых функций может быть один и тот же подкуб, содержащийся как в матрице  $A'$ , так и в матрице  $A$ , однако при записи функций соответствующие клетки могут войти в различные подкубы.

Указанные трудности увеличиваются, когда приходится использовать матричный метод для функции шести переменных. Карно предложил использовать трехмерную матрицу, состоящую из четырех матриц для четырех переменных, нанесенных на прозрачную пластмассу и расположенных вертикально одна над другой. Фишки, подобные тем, которыми пользуются при игре в покер, помещают на каждую из плоскостей для указания вхождений клеток. Одной из возможностей является разложение функции шести переменных по двум из переменных и представление каждого из остатков разложения на отдельной матрице для четырех переменных. Однако это суммирует те трудности, которые были обнаружены при составлении матриц для функций пяти переменных.

До введения матричного метода Карно в Гарвардской вычислительной лаборатории был разработан другой матричный метод<sup>1</sup>. В этом методе матрицы содержали перечисление всех возможных простых импликантов для данного числа переменных. Из них с помощью специальной систематической процедуры вычеркивания строк и столбцов, или частей столбцов, оставались невычеркнутыми простые импликанты, содержащиеся в данной функции. Затем осуществлялся систематический выбор простых импликантов для записи всех возможных вариантов минимизированной функции. В процедуре, которая будет рассмотрена ниже, метод выбора простых импликантов, которые должны войти в минимальную сумму, очень похож на используемый в методе Гарвардской лаборатории, но отличается тем, что матрица содержит только те простые импликанты, которые соответствуют рассматриваемой функции, и следовательно, является более компактной даже при сравнительно большом числе переменных.

Этот метод в применении к минимизации функций пяти и большего числа переменных является модификацией метода Куайна и разработан Мак-Класки<sup>2</sup>. Хотя описываемый метод может быть сразу же применен к функциям более чем четырех переменных, большинство рассмотренных в этом параграфе примеров будет содержать функции четырех переменных, прежде всего для того,

<sup>1</sup> См. [9] списка литературы к гл. 3.

<sup>2</sup> Mc Cluskey E. J., Algebraic minimization and the design of two-terminal contact networks, докторская диссертация. Первая часть этой диссертации, касающаяся алгебраической минимизации, опубликована в *Bell System Technical J.*, 35 (1956), 1417—1444.

чтобы иметь возможность произвести непосредственное сравнение с результатами, полученными для тех же функций с помощью матричного метода. Рассмотрение будет проводиться на примерах функций, представленных в форме стандартной суммы, но нужно иметь в виду, что этот метод применим также и к функциям, записанным в форме стандартного произведения. При этом необходимо лишь, чтобы двоичное представление членов было истолковано должным образом.

Различие между методом Куайна и его модификацией Мак-Класки состоит прежде всего в том, что в методе Куайна запись индивидуальных членов была целиком алгебраической, тогда как Мак-Класки пользуется двоичными числами, заменяющими алгебраические символы. Это изменение само по себе не является новым, так как ряд авторов еще до Мак-Класки обнаружили, что сравнение переменных гораздо легче проводить, если они представлены двоичными числами, и что это сравнение в меньшей степени при этом приводит к ошибкам. Однако Мак-Класки, пользуясь двоичным представлением, заметил другой важный факт, который приводит к значительному сокращению времени по сравнению с методом Куайна. Куайн указал, что первый шаг при упрощении функции, выраженной в форме стандартной суммы, состоит в исчерпывающем сравнении всех пар членов с целью исключения переменных согласно правилу  $XY \cdot \bar{X}Y' = X$ . Мак-Класки использует этот же процесс сравнения, но он проводит эту процедуру таким образом, что число необходимых сравнений существенно уменьшается. Это лучше всего обнаружить, если перечислить последовательные шаги для получения простых импликантов по методу Куайна — Мак-Класки и затем проиллюстрировать их на примерах. Методика получения простых импликантов функции состоит в следующем:

1. Независимо от того, описывается ли функция алгебраически в форме стандартной суммы или набором десятичных чисел, индивидуальные члены стандартной суммы должны быть представлены своими двоичными эквивалентами.

2. Индивидуальные члены разбиваются на группы так, чтобы члены любой группы в своем двоичном представлении имели одинаковое число единиц. Для удобства можно назвать число единиц в двоичном числе его *индексом*. Таким образом, все члены данной группы должны иметь одинаковый индекс.

3. Группы двоичных чисел располагаются в столбце, начинающемся с группы с наименьшим индексом и содержащем остальные группы в порядке возрастания индексов. Между каждой парой групп в том месте, где индекс меняется, проводится черта.

4. Мак-Класки указывает, что если есть группа членов с индексом  $i$ , то для исключения переменных нужно сравнивать члены этой группы только с членами группы с индексом  $(i + 1)$ . Члены, индексы которых отличаются более чем на 1, будут, естественно,

различаться более чем одной переменной, и алгебраическое исключение переменной поэтому в них невозможно. Следовательно, вместо сравнения, требующего по методу Куайна полного перебора всех членов, в методе Мак-Класки ограничиваются перебором членов в наборе с меньшим индексом с членами, если таковые имеются, в наборе с индексом на 1 большим. Сравнение членов таких двух смежных групп должно быть полным.

5. После окончания первого перебора записываются все полученные сокращенные члены, причем в первоначальном столбце отмечаются члены, использованные при объединении. Если в результате объединения какая-нибудь переменная исключается, то этот факт отмечается в двоичном представлении члена с помощью вписывания тире в разряд, соответствующий этой переменной. Например, члены 0100 и 0101 при объединении образуют член 010-. Первоначальные члены 0100 и 0101 отмечаются в столбце, в котором они были записаны, как использованные, так как они учтены объединенным членом и не должны входить в окончательный результат.

6. Сокращенные члены, найденные в результате первого сравнения, вновь разбиваются на группы. Первая группа состоит из членов, полученных в результате сравнения первых двух групп в первоначальном столбце. Хотя первоначальное обозначение с помощью индексов является уже недействительным, новые группы будут также характеризоваться возрастающим числом единиц в их двоичных числах.

7. После того как первое сравнение завершено и все использованные члены отмечены в первом столбце, весь процесс повторяется применительно ко второму столбцу, а полученные результаты вписываются в третий столбец. При сравнении членов второго столбца вновь соблюдается правило сравнения членов одной группы только с членами другой группы, которые содержат в своем двоичном представлении на одну единицу больше. Необходимо учитывать, однако, еще одно условие: ввиду того что все члены во втором столбце будут содержать одно тире, в нем можно объединять только те члены, у которых тире находится в одном и том же разряде. Например, члены 010- и 110- при объединении дают член -10-, но члены 010- и 11-0 объединению не подлежат.

8. Указанный выше процесс объединения повторяется до тех пор, пока будет невозможно образовать новый столбец. Каждый раз члены, образующие сокращенный член, отмечаются в соответствующем столбце как использованные.

9. Если дальнейшие объединения невозможны, то неотмеченные члены являются простыми импликантами, из которых может быть выбрана минимальная сумма.

Первый пример, который будет рассмотрен, очень прост и даже тривиален, однако эта простота позволит более четко продемонстрировать последовательность операций.

## Пример 5.3.

$$T = \Sigma (5, 7, 12, 13)$$

5	0101 ∨	5,7	01-1
12	1100 ∨	5,13	-101
7	0111 ∨	12,13	110-
13	1101 ∨		

В первом столбце имеется только две группы, соответствующие членам, включающим две и три единицы в соответствующих двоичных числах. Так как в первом столбце имеется только две группы, то в следующем столбце может быть только одна группа. В первом столбце каждому двоичному числу предшествует эквивалентное ему десятичное число. Во втором столбце каждому члену с одним тире предшествует пара десятичных чисел, которые при объединении образовали этот новый член. Хотя это сопоставление членов с помощью десятичных чисел не является необходимым шагом, оно будет применяться во всех примерах. В дальнейшем в этой главе будет показано, что весь процесс минимизации может быть выполнен только с помощью десятичных чисел. Поскольку все числа первого столбца используются для получения сокращенных членов второго столбца, в нем не остается ни одного не отмеченного члена. Так как дальнейшие объединения невозможны, то все три члена, записанные во втором столбце, являются простыми импликантами. В данном примере можно отобразить члены, входящие в минимальную сумму, путем простого просмотра их. Например, можно заметить, что первый простой импликант получается из десятичных чисел 5 и 7, а третий — из десятичных чисел 12 и 13. Эти четыре десятичных числа включают все члены стандартной суммы. Поэтому средний член второго столбца, полученный из десятичных членов 5 и 13, является избыточным. Если от первого и последнего двоичных чисел второго столбца перейти к соответствующим им переменным  $W, X, Y, Z$ , то функция проводимости запишется в виде  $T = W'XZ + WXY'$ . Отметим, что лишним членом, соответствующим среднему члену второго столбца, является  $XY'Z$ , и если бы он был включен в функцию проводимости, то в силу теоремы 16' его следовало бы исключить.

На рис. 5.20 была представлена матрица, в которой при определении минимальной суммы требовалось соблюдение определенной осторожности. В следующем примере эта функция будет минимизирована с помощью метода Куайна — Мак-Класки.

## Пример 5.4.

$$T = \Sigma (0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15)$$

0	0000	∨	0,1	000 -	∨	0, 1, 2, 3	-0 0 - -	A
1	0001	∨	0,2	00-0	∨	0, 1, 8, 9	- 0 0 -	B
2	0010	∨	0,4	0-00	∨	0, 2, 4, 6	0 - - 0	C
4	0100	∨	0,8	-000	∨	1, 3, 9, 11	- 0 - 1	D
8	1000	∨	1,3	00-1	∨	2, 3, 6, 7	0 - 1 -	E
3	0011	∨	1,9	-001	∨	3, 7, 11, 15	- - 1 1	F
6	0110	∨	2,3	001 -	∨			
9	1001	∨	2,6	0-10	∨			
7	0111	∨	4,6	01-0	∨			
11	1011	∨	8,9	100-	∨			
15	1111	∨	3,7	0-11	∨			
			3,11	-011	∨			
			6,7	011-	∨			
			9,11	10-1	∨			
			7,15	-111	∨			
			11,15	1-11	∨			

Указанная функция содержит члены пяти различных групп от нулевого члена, не содержащего единиц, до члена 15, в который входит четыре единицы. В результате сравнения членов каждой группы с группой, имеющей следующий более высокий индекс, получаются члены, входящие во второй столбец. Эти члены получены из соответствующих десятичных чисел, выписанных слева у столбца. Все члены первого столбца входят в один или большее число объединенных членов второго столбца и, следовательно, все отмечаются. Читатель должен проверить шаг за шагом каждый из образованных в этом примере членов столбцов, чтобы разобраться в деталях этого процесса.

Образуется третий столбец. В данном примере каждый член второго столбца входит в один или большее число объединенных членов третьего столбца, и поэтому каждый член второго столбца отмечается. В третьем столбце имеется три группы членов, но никакие члены смежных групп не поддаются объединению. Поэтому все эти шесть оставшихся членов являются простыми импликантами.

Группирование исходных членов стандартной суммы в простые импликанты в примере 5.4 является более сложным и связано с большим числом членов, чем в примере 5.3. Хотя метод отбора

членов минимальной суммы с помощью простого просмотра полученных членов в конечном итоге привел бы к успеху и в этом случае, он занял бы много времени и был бы совсем неудовлетворительным в более сложных задачах. Для того чтобы выбрать подходящую минимальную сумму из группы простых импликантов, построим таблицу их<sup>1</sup>, которая для данной задачи показана на рис. 5.30. В этой таблице имеется ряд столбцов, каждому из которых присвоен номер, соответствующий одному из десятичных чисел в стандартной сумме функции. Каждая строка соответствует одному из простых импликантов, обозначенных буквами  $A, B, \dots, F$ , в соответствии с буквами, помещенными справа рядом с простыми импликантами, найденными в третьем столбце примера 5.4. В каждой строке под

	0	1	2	3	4	6	7	8	9	11	15	
$A$	x	x	x	x								
$B$	x	x						x	x			
$C$	x		x		x		x					
$D$		x		x					x	x		
$E$			x	x			x	x				
$F$					x						x	

Рис. 5.30. Таблица простых импликантов для примера 5.4.

каждым десятичным числом на месте, соответствующем члену, содержащемуся в простом импликанте, представляется крестик. Так, например, первый простой импликант  $A$  получился в рассмотренном примере в результате объединения членов 0, 1, 2 и 3. Поэтому на рис. 5.30 крестики в строке  $A$  расположены в столбцах 0, 1, 2 и 3. Остальная часть таблицы заполняется таким же образом. Первый шаг при использовании таблицы простых импликантов заключается в просмотре столбцов и выборе тех из них, которые содержат в точности один крестик. В данном случае такими столбцами являются столбцы 4, 8 и 15. Обводим кружком каждый из крестиков этих столбцов и затем проводим линии в каждой из строк, содержащих обведенный кружком крестик. Смысл этой операции заключается

<sup>1</sup> Таблица, аналогичная этой, была впервые предложена Куайном, но Мак-Класки упростил ее и систематизировал ее использование. Она по существу выполняет те же операции, что и минимизирующая таблица Гарвардского университета, но имеет более простую структуру.

в том, что отмеченные таким образом простые импликанты являются *единственными* простыми импликантами, обеспечивающими проводимость, требуемую соответствующим членом стандартной суммы. Но так как крестик, обведенный кружком, также удовлетворяет проводимости, соответствующей всем другим крестикам в этой же строке, мы подчеркиваем их для того, чтобы указать, что никакой другой простой импликант не нужен для удовлетворения проводимости соответствующих членов стандартной суммы. В конце каждой строки, соответствующей простому импликанту, удовлетворяющему указанным требованиям, помещена звездочка. Мак-Класки называет такие строки базисными. Ввиду того что в дальнейшем будут рассматриваться другие методы отбора членов минимальной суммы, назовем их здесь *первичными базисными строками*. Кроме удовлетворения требованиям проводимости для столбцов, содержащих обведенные кружком крестики, каждая первичная базисная строка удовлетворяет столбцам, крестики которых находятся в этой же строке. Так, например, строка *B* на рис. 5.30 удовлетворяет не только обведенному кружком крестик в столбце 8, но также не обведенным кружком крестикам в столбцах 0, 1 и 9. Таким образом, отметив, что строка *B* является первичной базисной, можно затем следовать вдоль нее и вычеркивать все столбцы, в которых эта строка содержит крестики. Иначе говоря, простой импликант *B* нужен для того, чтобы представлять член 8 стандартной суммы, но, удовлетворяя этому условию, он также представляет и члены 0, 1 и 9 этой суммы.

Продолжая этот процесс для столбцов, содержащих крестики в двух других первичных базисных строках, мы в конце концов вычеркнем все крестики во всех столбцах. Отсюда следует, что в данном случае минимальная сумма образуется из простых импликантов *B*, *C* и *F*, а другие простые импликанты не нужны. Так как импликанты *B*, *C* и *F* соответствуют первичным базисным строкам, то соответствующее выражение будет представлять собой единственно возможную минимальную сумму.

Возвращаясь теперь к составленной выше таблице для примера 5.4, обнаружим, что простые импликанты *B*, *C* и *F* соответствуют членам  $-00-$ ,  $0-0$  и  $--11$ . Соответствующая функция проводимости, если ее выразить в виде алгебраического выражения с помощью переменных  $W$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , будет иметь вид  $X'Y' + W'Z' + YZ$ . Этот результат, конечно, совпадает с полученным ранее с помощью матричного метода. Пример 5.4 иллюстрирует ситуацию, в которой для выбора простых импликантов было удобно использовать таблицу. Однако рассмотренные в этом примере условия были относительно простыми. В следующем примере будет рассмотрена функция пяти переменных, у которой выбор минимальной суммы при использовании таблицы не столь очевиден.



**Пример 5.5.**

$$T(A, B, C, D, E) = \Sigma(0, 1, 3, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 27, 31)$$

0	00000	√	0,1	0 0 0 0	-	√	0,1,8,9	0 - 0 0 -	√
1	00001	√	0,8	0 - 0 0 0	0	√	0,1,16,17	- 0 0 0 -	√
8	01000	√	0,16	- 0 0 0 0	0	√	0,8,16,24	- - 0 0 0	√
16	10000	√	1,3	0 0 0 -	1	√	1,3,17,19	- 0 0 - 1	<b>C</b>
3	00011	√	1,9	0 - 0 0 1	1	√	1,9,17,25	- - 0 0 1	√
9	01001	√	1,17	- 0 0 0 1	1	√	8,9,24,25	- 1 0 0 -	√
17	10001	√	8,9	0 1 0 0	-	√	16,17,24,25	1 - 0 0 -	√
24	11000	√	8,24	- 1 0 0 0	0	√	17,19,25,27	1 - 0 - 1	<b>B</b>
13	01101	√	16,17	1 0 0 0	-	√			
14	01110	√	16,24	1 - 0 0 0	0	√	0,1,8, 9,16,17,24,25	- - 0 0 - A	
19	10011	√	3,19	- 0 0 1 1	1	√			
25	11001	√	9,13	0 1 - 0 1	1	<b>D</b>			
15	01111	√	9,25	- 1 0 0 1	1	√			
27	11011	√	17,19	1 0 0 -	1	√			
31	11111	√	17,25	1 - 0 0 1	1	√			
			24,25	1 1 0 0	-	√			
			13,15	0 1 1 -	1	<b>E</b>			
			14,15	0 1 1 1	-	<b>F</b>			
			19,27	1 - 0 1 1	1	√			
			25,27	1 1 0 -	1	√			
			15,31	- 1 1 1 1	1	<b>G</b>			
			27,31	1 1 - 1 1	1	<b>H</b>			

Восемь полученных простых импликантов обозначены буквами **A, B, ..., H**, таблица простых импликантов приведена на рис. 5.31.

Крестики, обведенные кружками, показывают, что строки **A, C** и **F** являются первичными базисными строками. Если исключить столбцы, которым удовлетворяют все крестики этих строк, то обнаружим, что невычеркнутыми остались только столбцы **13, 27** и **31**. Все эти столбцы имеют по два крестика, и, следовательно, возможности установления первичных базисных строк исчерпаны. В строке **B** неудовлетворенными остались условия, соответствующие крестику в столбце **27**, а в строке **G** — крестику в столбце **31**. Однако в строке **H** имеются крестики в обоих этих столбцах, так что выбором строки **H** мы можем удовлетворить и требованиям обеих строк **B** и **G**. Отметим поэтому строку **H** двумя звездочками (см. рис. 5.31), чтобы показать, что это вторичная базисная строка.

После исключения столбцов **27** и **31** единственным столбцом, условия которого остались неудовлетворенными, является стол-

бец 13. Проводимость соответствующего члена стандартной суммы может быть обеспечена либо простым импликантом  $D$ , либо  $E$ . Если бы одна из строк, соответствующих этим импликантам, содержала больше крестиков, чем другая, то это означало бы, что соответствующий ей простой импликант имеет меньше букв, чем другой, и это послужило бы основанием для его выбора. Однако в данном случае импликанты  $D$  и  $E$  содержат одинаковое число букв, и с одинаковым основанием может быть выбран как тот, так и другой. Поэтому имеются две возможные минимальные суммы, составленные из простых импликантов  $A$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $H$  и простого импли-

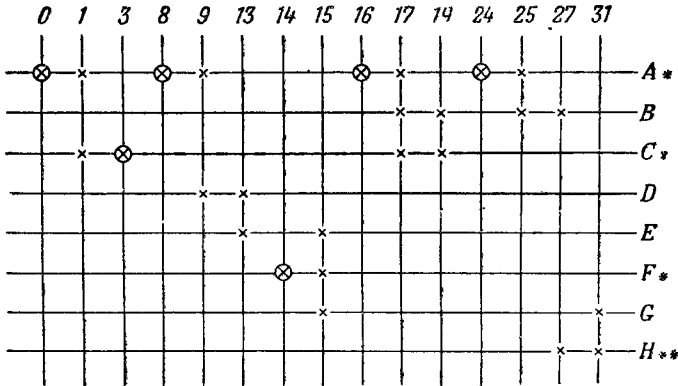


Рис. 5.31. Таблица простых импликантов для примера 5.5. Имеется выбор одной из двух минимальных сумм.

канта либо  $D$ , либо  $E$ . Если простые импликанты записать алгебраически, то получим функцию проводимости в двух вариантах:  $T = C'D' + B'C'E + A'BCD + ABDE + A'BD'E$  или то же выражение, но с заменой последнего члена на  $A'BCE$ .

Следующий пример, в котором используется рассмотренный метод, заимствован из матрицы рис. 5.22.

#### Пример 5.6.

$$T = \Sigma (0, 2, 6, 7, 8, 9, 13, 15)$$

0	0000	√	0,2	0	0	-	0	0	A
2	0010	√	0,8	-	0	0	0	0	B
8	1000	√	2,6	0	-	1	0	0	C
6	0110	√	8,9	1	0	0	-		D
9	1001	√	6,7	0	1	1	-		E
7	0111	√	9,13	1	-	0	1		F
13	1101	√	7,15	-	1	1	1		G
15	1111	√	13,15	1	1	-	1		H

Поскольку дальнейшее объединение невозможно, все члены во втором столбце являются простыми импликантами. На рис. 5.32 показана соответствующая таблица простых импликантов. Изучение ее показывает, что в каждом столбце имеется по два крестика. Следовательно, здесь нет первичных базисных строк. Читатель должен сам убедиться в том, что в этой таблице нет также и вторичных базисных строк, т. е. не существует строк, которые могли бы быть выбраны таким образом, чтобы в них входили крестики, требуемые в каких-либо двух других строках.

Мак-Класки называет этот тип таблиц циклическим ввиду того, что нет никаких видимых причин, чтобы начать решение задачи с какой-либо определенной строки. Задача, выбранная для этого примера, такова, что вся таблица простых импликантов является

	0	2	6	7	8	9	13	15	
A***	x	x						.	
B	x				x				
C		x	x						
D**					x	x			
E**			x	x					
F						x	x		
G					x			x	
H**							x	x	

Рис. 5.32. Таблица простых импликантов для примера 5.6 является циклической.

циклической. Чаще, однако, встречаются задачи, в которых циклическая часть появляется только в качестве оставшейся части таблицы после определения и вычеркивания нескольких исходных первичных и вторичных базисных строк. Решение рассматриваемой задачи начнем с нулевого столбца, содержащего крестики в строках A и B. Можно выбрать любую из них в качестве исходной. Примем за базисную, или скорее за пробную базисную, строку A, которая отмечена тремя звездочками. После исключения ее мы должны вычеркнуть столбцы 0 и 2. После этого в строках B и C остается только по одному крестику. Заметим теперь, что если выбрать в качестве вторичных базисных строки D и E, то такой выбор, во-первых, удовлетворит оставшимся крестикам в строках B и C и, во-вторых, сведет число крестиков в строках F и G, соответствующих неудовлетворенным условиям, до одного в каждой

строке. Эти оставшиеся условия в строках  $F$  и  $G$  удовлетворяются выбором в качестве вторичной базисной строки  $H$ . Таким образом, начав со строки  $A$ , как пробной базисной, мы обнаружили, что выбор простых импликантов  $A, D, E$  и  $H$  удовлетворяет всем членам функции проводимости. Этот выбор приводит к выражению функции проводимости в виде  $T = W'X'Z' + WX'Y' + W'XY + WXZ$ , совпадающему с выражением, которое могло быть получено при выборе подкубов, показанном на рис. 5.22,б.

Если выбрать в качестве пробной базисной строку  $B$ , то пришлось бы использовать для образования минимальной суммы строки  $B, C, F$  и  $G$ . В этом случае минимальная сумма соответствовала бы подкубам, показанным на рис. 5.22,а.

Мак-Класки указал достаточно простой способ применения рассмотренного метода для упрощения функций, содержащих, помимо обязательных, также и условные члены. Для того чтобы получить непосредственное сравнение с матричным методом, рассмотрим вновь задачу, соответствующую матрице рис. 5.23, а, которая, кроме членов стандартной суммы, содержит также ряд условных членов. В выражении проводимости, данном в примере 5.7, первой группе, содержащей обязательные члены, предшествует знак суммы без индекса. Перед следующей группой, содержащей три члена, стоит знак суммы с индексом  $\Phi$ , указывающий, что эти члены являются условными. Следует обратить внимание, что на первой стадии процесса получения простых импликантов условные члены объединяются с обязательными. Поэтому найденные в результате минимизации простые импликанты удовлетворяют как обязательным, так и условным членам.

### Пример 5.7.

$$T = \Sigma(2, 3, 7, 9, 11, 13) + \Sigma_{\Phi}(1, 10, 15)$$

1 0001	∨	1,3 0 0 - 1	∨	1,3,9,11 - 0 - 1	A
2 0010	∨	1,9 - 0 0 1	∨	2,3,10,11 - 0 1 -	B
3 0011	∨	2,3 0 0 1 -	∨	3,7,11,15 - - 1 1	C
9 1001	∨	2,10 - 0 1 0	∨	9,11,13,15 1 - - 1	D
10 1010	∨	3,7 0 - 1 1	∨		
7 0111	∨	3,11 - 0 1 1	∨		
11 1011	∨	9,11 1 0 - 1	∨		
13 1101	∨	9,13 1 - 0 1	∨		
15 1111	∨	10,11 1 0 1 -	∨		
		7,15 - 1 1 1	∨		
		11,15 1 - 1 1	∨		
		13,15 1 1 - 1	∨		

При получении простых импликантов объединяются обязательные и условные члены, чтобы найти набор их, удовлетворяющий всем членам. Однако при составлении таблицы простых импликантов (рис. 5.33) выбираются только те из них, которые удовлетворяют лишь обязательным членам. Поэтому в таблице рис. 5.33 столбцы, соответствующие членам 1, 10 и 15, отсутствуют. Тот факт, что полученные в результате минимизации простые импликанты включают в себя условные члены, не изменяет функции проводимости.

Их назначение состоит только в увеличении числа простых импликантов, из которых осуществляется выбор членов минимальной суммы. При этом число столбцов, которые должны быть удовлетворены, не увеличивается. Из рис. 5.33 можно заметить, что число крестиков в каждой строке уже больше не является целой степенью 2, как это имеет место при получении простых импликантов только из обязательных членов. Отсутствуют в различных строках таблицы простых импликантов те крестики, которые должны были бы войти в столбцы, соответствующие условным членам.

	2	3	7	9	11	13	
A		x		x	x		
B*	x	x			x		
C*		x	x		x		
D*					x	x	x

Рис. 5.33. Таблица простых импликантов, полученных с учетом условных членов. Столбцы, соответствующие условным членам  $\Sigma_{\Phi}$  (1, 10, 15), исключены.

Пример, приведенный на рис. 5.33, довольно прост. Вхождения, заключенные в кружки в столбцах 2, 7 и 13, указывают на то, что строки B, C и D могут быть приняты в качестве первичных базисных строк. Эти три строки удовлетворяют условиям всех членов стандартной суммы. В соответствии с этим находим, что функция проводимости равна  $T = X'Y + YZ + WZ$ . Это та же функция, которая была получена выше с помощью матрицы рис. 5.23,б.

## § 5.6. Алгебраическое определение минимальных сумм

Метод выбора членов минимальной суммы, описанный в § 5.5, имеет тот недостаток, что он до некоторой степени зависит от искусства определения базисных строк после того, как были отмечены первичные базисные строки. В простых задачах это нетрудно сделать, но с возрастанием сложности таблицы простых импликантов оценка относительных достоинств различных вариантов становится все более и более трудной, если не прибегнуть к методу проб и ошибок. В этом параграфе будет описан алгебраический метод, с помощью которого можно определить все минималь-

ные суммы, удовлетворяющие таблице простых импликантов, не прибегая к пробам<sup>1</sup>.

Рассмотрим таблицу простых импликантов, представленную на рис. 5.30. Нулевому члену функции соответствуют крестики в строках  $A, B$  и  $C$ . Этот факт можно записать с помощью булевой суммы

$$P_0 = A + B + C,$$

что по своему смыслу будет означать, что проводимость, необходимая для получения нулевого члена стандартной суммы, будет обеспечена, если в минимальной сумме будет присутствовать простой импликант  $A$  или  $B$ , или  $C$ , или одновременно два или три из них.

Для следующего столбца таблицы, представляющего член «1», соответствующая сумма будет иметь вид

$$P_1 = A + B + D.$$

Учитывая пока только эти два столбца, образуем произведение двух полученных сумм:

$$F_m = P_0 P_1 = (A + B + C)(A + B + D).$$

Раскрыв скобки, получим сумму произведений, каждое из которых будет содержать по одной переменной из каждой первоначальной суммы:

$$F_m = AA + AB + AD + AB + BB + BD + AC + BC + CD.$$

Если это выражение упростить с помощью теорем булевой алгебры, то получим

$$F_m = A + B + CD.$$

Этот результат, конечно, можно было бы написать, рассматривая исходное произведение сумм. Полученное выражение указывает, что требования столбцов «0» и «1» таблицы удовлетворяются выбором строки  $A$ , или строки  $B$ , или строк  $C$  и  $D$ . Рассмотрев таблицу, можно убедиться, что это верно. Более важным, однако, является тот факт, что этот алгебраический процесс дает сразу два варианта минимальной суммы, для которых требуется только один простой импликант  $A$  или  $B$ . Третий вариант, включающий строки  $C$  и  $D$ , не является минимальным. Он входит в  $F_m$ , или *минимизирующую функцию*, как комбинация, которая не является алгебраически избыточной. При наличии нескольких вариантов мы обычно будем выбирать тот, который содержит минимальное число простых импликантов, конечно, принимая во внимание и число букв в них.

<sup>1</sup> Petrick S. R., A direct determination of the irredundant forms of a Boolean function from the set of prime implicants, AFCRC — TR — 56 — 101 (1956), Air Force Cambridge Research Center.

Выше рассматривались только два столбца из таблицы простых импликантов. Этот процесс теперь можно распространить на все столбцы. Минимизирующая функция  $F_m$  после раскрытия скобок будет являться суммой членов, каждый из которых представляет один из вариантов набора простых импликантов, удовлетворяющих всем столбцам, и не содержит избыточных импликантов. Из этих членов можно быстро выбрать один или большее число членов, содержащих минимальное число простых импликантов. Последние и будут представлять в своей совокупности минимальные суммы.

Для функции, рассмотренной в примере 5.4, на основе таблицы простых импликантов можно написать

$$F_m = (A+B+C)(A+B+D)(A+C+E)(A+D+E+F) \cdot \\ \cdot (C)(C+E)(E+F)(B)(B+D)(D+F)(F) = BCF.$$

Упрощение этой функции элементарно, так как она содержит в качестве сомножителей переменные  $B$ ,  $C$  и  $F$ , причем каждая из остальных сумм содержит по меньшей мере одну из этих переменных. Полученный результат является таким же, как и в случае решения с помощью матрицы рис. 5.30; можно также видеть, что алгебраическое упрощение оказалось элементарным в связи с тем, что строки  $B$ ,  $C$  и  $F$  оказались первичными базисными строками.

Иллюстрация случая, когда имеется несколько возможных минимальных сумм, дана в примере 5.5. Таблица простых импликантов для этого случая представлена на рис. 5.31. Для нее можно написать минимизирующую функцию:

$$F_m = (A)(A+C)(C)(A)(A+D)(D+E)(F)(E+F+G)(A) \cdot \\ \cdot (A+B+C)(B+C)(A)(A+B)(B+H)(G+H) = \\ = ACF(D+E)(B+H)(G+H) = ACF(DH+EH+BDG+BEG).$$

Эта функция указывает, каким образом получились ранее найденные решения для минимальных сумм, включающие строки  $A$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $H$  или строки  $A$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $H$ .

При записи минимизирующей функции  $F_m$  не обязательно записывать член для каждого столбца, если он явно избыточен. Выше эта функция была записана полностью лишь для того, чтобы более полно пояснить сущность метода. При записи минимизирующей функции для таблицы простых импликантов, взятой из примера 5.6 (рис. 5.32), эта избыточность, однако, не имеет места, и в нее приходится вписывать члены для всех столбцов. После упрощения этой функции получим

$$\begin{aligned}
 F_m &= (A+B)(A+C)(C+E)(E+G)(B+D)(D+F)(F+H)(G+H)= \\
 &= (A+BC)(E+CG)(D+BF)(H+FG)= \\
 &= (AE+ACG+BCE+BCG)(DH+DFG+BFH+BFG)= \\
 &= ADEH+ADEFG+ABEFH+ABEFG+ACDGH+ \\
 &\quad +ACDFG(+ABCFGH)+ABCFG+BCDEH+ \\
 &\quad +BCEF H+BCEFG+BCDGH+BCDFG+BCFGH+BCFG.
 \end{aligned}$$

Член в скобках в окончательном выражении функции алгебраически избыточен, однако никакие другие члены не являются лишними. Просматривая это выражение, можно заметить, что два члена в нем содержат только по четыре простых импликанта каждый, в то время как остальные содержат пять. Поэтому для образования минимальной суммы следует выбрать либо строки  $A, D, E, H$ , либо строки  $B, C, F, G$ . Первому из этих наборов было выше отдано предпочтение при выборе базисных строк (см. рис. 5.32).

Алгебраический метод при решении сравнительно несложных задач, подобных рассмотренным выше, имеет мало преимуществ. Однако выбор решений, осуществляемый с помощью таблицы простых импликантов, достаточно труден и поэтому иногда сомнителен. Для решения особо сложных задач полезность алгебраического метода несомненна, особенно потому, что его можно использовать для осуществления минимизации на вычислительных машинах.

### § 5.7. Испытание остатков

Если функцию разложить по одной из ее переменных, скажем по  $X$ , то, как показывает теорема 20, получающееся в результате выражение можно записать в виде  $T = XR_1 + X'R_2$ . Теорема 20' дает разложение в виде произведения членов. Любую из этих теорем можно использовать как основу для метода испытания остатков. Изложенный ниже метод базируется на теореме 20. В этом разложении  $R_1$  представляет собой исходное выражение  $T$ , после того как переменная  $X$  в нем положена равной 1, а  $X'$  — равной 0. Аналогично,  $R_2$  представляет собой выражение  $T$  после замены  $X$  на 0 и  $X'$  на 1. Эти два выражения будем называть остатками разложения по  $X$  или просто остатками  $X$ .

Испытание остатков — это процесс, дающий возможность определить путем рассмотрения остатков, должна ли переменная, по которой производится разложение функции, или ее инверсия входить в структуру, реализующую эту функцию. Это испытание носит несколько академический характер, так как если проводимость выражена в виде минимальной суммы, полученной, например, методом Куайна — Мак-Класки, то лишняя буква не может входить



в ее алгебраическое выражение. Тем не менее это испытание стоит рассмотреть по ряду причин, из которых наиболее важной является та, что этот метод позволяет в большей степени вникнуть в существо релейных функций и механизм процесса минимизации. При построении контактных структур это испытание придает проектировщику уверенность в том, что если он достиг нижней границы, установленной испытанием остатков, то ему не нужно предпринимать никаких дальнейших шагов для упрощения полученной структуры. Это удобная проверка для избежания грубой ошибки. Если, например, есть основание предполагать, что какой-нибудь конкретный контакт в структуре не нужен, то можно решить этот вопрос испытанием остатков, не рассматривая никаких других контактов, независимо от того, является или не является рассматриваемая функция проводимости построенной структуры минимальной суммой.

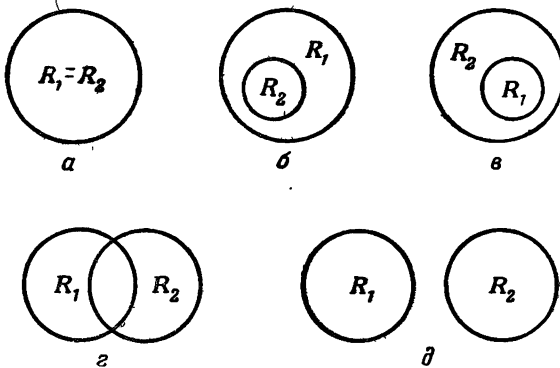


Рис. 5.34. Возможные соотношения между остатками при их испытании.

Теоретически испытание остатков зависит от сравнения двух остатков разложения с целью определения, какой из пяти возможных случаев, представленных диаграммами Венна на рис. 5.34, здесь применим. Ниже приводятся алгебраические соотношения между остатками для каждого из этих случаев.

- (а)  $R_1 = R_2$ ,  
 $R_1 R_2 = R_1 = R_2$ ,  
 $R_1 + R_2 = R_1 = R_2$ .
- (б)  $R_1 > R_2$  ( $R_1$  содержит  $R_2$ ),  
 $R_1 R_2 = R_2$ ,  
 $R_1 + R_2 = R_1$ .
- (в)  $R_1 < R_2$  ( $R_2$  содержит  $R_1$ ),  
 $R_1 R_2 = R_1$ ,  
 $R_1 + R_2 = R_2$ .

(е) Некоторые части каждого из остатков совпадают:

$$R_1 R_2 \neq R_1 \neq R_2,$$

$$R_1 + R_2 \neq R_1 \neq R_2.$$

(д) Остатки не имеют общей части:

$$R_1 R_2 = 0,$$

$$R_1 + R_2 \neq R_1 \neq R_2.$$

Рассмотрим эти пять случаев подробнее.

(а) Пусть  $R_1 = R_2 = R$ . Тогда  $T = XR + X'R = R$ . Поэтому обе буквы  $X$  и  $X'$  являются избыточными.

(б) Если  $R_1$  содержит  $R_2$  и если  $R_0$  есть часть  $R_1$ , не являющаяся общей с  $R_2$ , то можно написать  $R_1 = R_0 + R_2$ . Тогда  $T = XR_0 + XR_2 + X'R_2 = XR_0 + R_2$ . Поэтому в этом случае буква  $X$  необходима, а  $X'$  исключается.

(в) Если  $R_2$  содержит  $R_1$ , то аналогичные рассуждения показывают, что необходима буква  $X'$ , а  $X$  исключается.

(г), (д). В этих случаях необходимы и  $X$  и  $X'$ . Ни одно из соотношений, найденных в случаях (а), (б) и (в), не применимо.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		→ 1		1
	01	↓ 1	1 →		
	11		→ 1	↓ 1	← 1
	10		↑ 1	1	↑ 1

Рис. 5.35. Испытание остатков для функции, представленной в виде матрицы,

Из рассмотрения пяти случаев взаимного расположения остатков ясно, что ситуации, представленные в (а), (б) и (в), означают возможность вхождения лишней буквы в алгебраическое выражение функции проводимости. Это не может быть справедливым в случае минимальной суммы, полученной методом Куайна — Мак-Класки. Последний исключает все лишние буквы при образовании простых импликантов и затем для выражения функции образует минимальный набор простых импликантов. Поэтому применять испытание остатков к функции, выраженной в виде минимальной суммы (или минимального произведения), нет смысла.

Интересно отметить, что существует один вариант испытания остатков, который можно непосредственно применить к функции, представленной в виде матрицы Карно. На рис. 5.35 функция представлена вхождениями, указывающими состояния, при которых проводимость должна быть равна 1. Для всех других состояний проводимость равна 0. Рассмотрим две клетки матрицы, для которых состояния переменных меняются с 0100 на 1100, как это показано одной из стрелок на рис. 5.35. Это изменение состояний озна-

чает, что переменная  $A$  становится равной 1 вместо 0, в то время как остальные переменные остаются неизменными, и это приводит также к изменению проводимости с 0 на 1. Так как состояния всех других переменных остаются неизменными, то изменение проводимости должно быть вызвано физическим наличием в структуре контакта  $A$ , который, замыкаясь, привел бы к изменению проводимости с 0 на 1. Во второй строке рис. 5.35 имеется стрелка, соответствующая изменению состояния с 0101 на 1101 при изменении переменной  $A$  с 0 на 1. Однако в этом случае при отсутствии изменений остальных трех переменных проводимость меняется с 1 на 0, что может произойти только за счет наличия контакта  $A'$ , который размыкается при срабатывании реле  $A$ . На основании этих соображений мы убеждаемся, что для обеспечения проводимости, соответствующей матрице рис. 5.35, в реализующей ее структуре должны быть по меньшей мере один контакт  $A$  и один контакт  $A'$ .

Можно таким же образом рассмотреть условия для контактов реле  $B$ . Реле  $B$  изменяет свое состояние только при наличии изменения между столбцами 1 и 2, или 3 и 4. Изменения между столбцом 1 и столбцом 4 или между столбцом 2 и столбцом 3 не связаны с изменением состояния реле  $B$ . В рассматриваемой функции имеется лишь два места, где проводимость изменяет значение при изменении  $B$ . При переходе из состояния 0011 в состояние 0111 реле  $B$  срабатывает, и проводимость меняется с 0 на 1. При переходе из состояния 1011 в 1111 реле  $B$  также срабатывает, а проводимость меняется также с 0 на 1. Оба эти перехода указывают, что необходим только один контакт  $B$ , так как не существует переходов, требующих контакта  $B'$ , при которых срабатывание только реле  $B$  приводит к замене проводимости 1 на 0. Остальные стрелки, показанные на рис. 5.35, указывают переходы, которые требуют в структуре устройства наличия контактов  $C$ ,  $C'$ ,  $D$  и  $D'$ .

Наконец, можно заметить, что, если испытание остатков применяется к функции проводимости, выраженной в форме стандартной суммы, то, для того чтобы записать остатки, нужно просто осуществить вынесение общего множителя. Рассмотрим функцию  $T = \Sigma (5, 7, 11, 15)$ . Если написать ее в алгебраической форме, то будем иметь  $T = A'BC'D + A'BCD + AB'CD + ABCD$ . Предположим, что нужно произвести испытание остатков для переменной  $B$ . Разложение можно осуществить, вынося за скобки  $B$  и  $B'$ . Тогда получим  $T = B(A'C'D + A'CD + ACD) + B'(ACD)$ . Остаток при  $B'$  представлен только одним членом  $ACD$ , который является также и одним из членов остатка при  $B$ . Следовательно,  $R_B$  содержит  $R_B$  и буква  $B'$  не нужна. Вообще, когда преобразовывается стандартная сумма, необходимо просто сравнить почленно остатки и применить выведенные правила или подметить, как это было сделано в указанном выше примере, что

$$T = B(A'C'D + A'CD) + (B + B')(ACD) = B(A'C'D + A'CD) + ACD.$$

Отметим, что если указанную выше функцию привести к минимальной сумме, то получим  $T = A'BD + ACD$ . Буквы, входящие в это выражение, являются как раз теми, которые получаются согласно испытанию остатков, показывающему, что в данном случае буквы  $B'$ ,  $C'$  и  $D'$  не являются необходимыми.

### § 5.8. Преобразования, использующие десятичные символы

Запись релейных функций в форме стандартной суммы и произведения наиболее удобна и компактна с помощью набора десятичных чисел, являющихся эквивалентами двоичных чисел, представляющих в свою очередь алгебраические члены. Было бы еще более удобным, если бы можно было работать непосредственно с десятичными числами без преобразования их в двоичные или буквенные формы. К счастью, некоторые из наиболее важных операций, связанных с минимизацией, можно выполнять, не преобразовывая десятичные числа. Интересным примером этого является применение испытания остатков для функции, заданной в форме стандартной суммы в виде набора десятичных чисел<sup>1</sup>. Можно применить это испытание или к любой желаемой паре инверсных букв в отдельности, или же использовать его для исчерпывающего исследования всех букв.

В § 5.7 было показано, что при разложении стандартной суммы получающиеся остатки можно сравнивать почленно. Повторим этот процесс для функции, рассмотренной в предыдущем параграфе, но будем пользоваться вместо алгебраических членов двоичными числами. Рассматривавшаяся функция имела вид  $T = \Sigma(5, 7, 11, 15)$ . Если выразить ее с помощью двоичных чисел, то получим  $T = \Sigma(0101, 0111, 1011, 1111)$ . Для испытания переменной  $B$  «разложим» эту функцию по второй цифре двоичного числа, записав это в виде

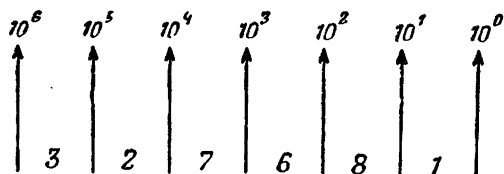
$$T = (1) \cdot \Sigma(0-01, 0-11, 1-11) + (0) \cdot \Sigma(1-11).$$

Остатком при нуле является только один член 1-11, содержащийся также и в остатке при 1. Отсюда видно, что буква  $B'$  может быть исключена.

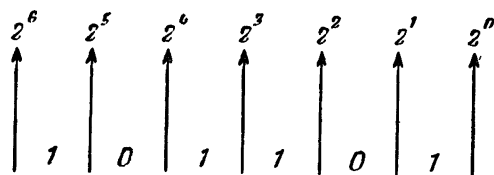
Таким образом, для того чтобы найти остатки данного разложения с помощью двоичных чисел, нужно определить для данного двоичного разряда, является ли стоящая там цифра единицей или нулем, затем сгруппировать члены и образовать остаток при 1 и остаток при 0.

<sup>1</sup> Mullin A. A., Kellner W. G., A residue test for Boolean functions, неопубликованный конспект лекций, Department of Electrical Engineering Massachusetts Institute of Technology, 1955.

Рассмотрим, как осуществлять это, не записывая двоичных чисел. Используемый ниже метод основан на соотношениях, изображенных на рис. 5.36, где показаны одно десятичное и одно двоичное числа с их разрядами. Отметим, что по аналогии с десятичной запятой вводится запятая и в двоичных числах, которую мы будем называть двоичной запятой. Если в каком-нибудь данном десятичном числе сместить десятичную запятую на один разряд влево, то это будет означать деление этого числа на десять. Если перенести двоичную запятую в двоичном числе на один разряд влево, то это будет равносильно делению этого числа на два.



*Наличие десятичной запятой в одном из разрядов означает, что десятичное число делится на указанную степень десяти*



*Наличие двоичной запятой в одном из разрядов означает, что двоичное число делится на указанную степень двух*

Рис. 5.36. Сравнение десятичных и двоичных запятых.

Имея это в виду, рассмотрим какое-нибудь двоичное число, например 101101 (представлено на рис. 5.36). Оно эквивалентно десятичному числу 45 и может представлять собой один из членов стандартной суммы. Допустим, что нужно узнать, является ли в этом двоичном числе третья цифра слева 1 или 0, не записывая самого двоичного числа. Поставим запятую после третьей цифры слева. Тогда приведенное выше двоичное число запишется в виде 101,101. Это число означает

$$2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-3} = 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 5 \frac{5}{8}.$$

Поставив двоичную запятую в указанном разряде, мы фактически разделили первоначальное число на  $2^3 = 8$ . Действительно, если разделить десятичное число 45, соответствующее этому двоичному числу, на 8, то получим в точности тот же результат  $5\frac{5}{8}$ . Теперь отбросим все двоичные цифры справа от двоичной запятой. Полученный остаток — двоичное число 101, эквивалентное десятичному числу 5, которое можно получить, отделяя десятичную дробь  $\frac{5}{8}$ . Целочисленная часть частного от деления 45 на 8, т. е. 5, является нечетным числом, и это указывает на то, что крайняя правая цифра его двоичного эквивалента есть 1. Если целочисленная часть десятичного частного будет четным числом, то крайняя справа двоичная цифра будет 0.

Общий метод определения того, является ли данная переменная в каком-либо члене стандартной суммы переменной со штрихом или без штриха, состоит, таким образом, в том, чтобы определить, является ли цифра, представляющая ее в двоичной записи этого члена, соответственно 0 или 1. Это осуществляется с помощью деления двоичного числа на соответствующую степень двойки, т. е. помещения двоичной запятой справа от интересующего нас разряда. Практически же это можно сделать с помощью десятичного эквивалента двоичного числа, разделив его на ту же степень двойки и определив, является ли целочисленная часть частного четным или нечетным числом.

Формальная и компактная формулировка указанного приема<sup>1</sup> заключается в следующем. Десятичное целое число  $d$  содержит  $2^k$  в своем двоичном представлении, если в записи числа  $d$  по основанию 2:

$$d = b_n 2^n + b_{n-1} 2^{n-1} + \dots + b_k 2^k + \dots + b_1 2^1 + b_0 \quad (0 \leq k \leq n)$$

коэффициент  $b_k$  равен 1. Если обозначать через  $[a]$  наибольшее целое число, не превышающее  $a$ , где  $a$  — некоторое действительное число, то можно сформулировать следующую теорему.

**Т е о р е м а 1.** Десятичное число  $d$  содержит число  $2^k$  в своем двоичном представлении тогда и только тогда, когда  $\left[ \frac{d}{2^k} \right]$  нечетно ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

Проиллюстрируем применение описанного метода на примере испытания той же функции, которая была рассмотрена выше, т. е.  $T = \Sigma (5, 7, 11, 15)$ , и в отношении той же переменной  $V$ . Для этого требуется, чтобы двоичная запятая была сдвинута на два разряда влево, т. е. десятичные числа должны быть поделены на  $2^2 = 4$ . Осуществляя это почленно, получим  $\frac{5}{4} = 1 + \dots$  (нечетное);  $\frac{7}{4} = 1 + \dots$  (нечетное);  $\frac{11}{4} = 2 + \dots$  (четное);  $\frac{15}{4} = 3 + \dots$  (нечетное). Следовательно, нужно сгруппировать эти десятичные числа так:  $T = V \cdot \Sigma (5, 7, 15) + V' \cdot \Sigma (11)$ .

Рассмотрим теперь двоичные эквиваленты десятичных чисел 15 и 11:  $15 \rightarrow 1111$  и  $11 \rightarrow 1011$ . Учитывая, что переменная  $V$  вы-

<sup>1</sup> Mullin, Kellner, см. сноску на стр. 180. В этой работе имеется доказательство теоремы 1, которое здесь не приводится.

несена за скобки, можно написать  $15 \rightarrow B(1-11)$  и  $11 \rightarrow B'(1-11)$ . В этих членах остатки, как нетрудно видеть, тождественны. Можно также обнаружить, что остатки  $1111$  и  $1011$  равны, если сделать разложение по переменной  $B$ , заменив  $0$  в  $1011$  на  $1$ . Для этого требуется, чтобы к двоичному числу было прибавлено  $2^2$ , или к десятичному  $4$ . В разложении, представленном  $T = B \cdot \Sigma(5, 7, 15) + B' \cdot \Sigma(11)$ , прибавляем  $4$  к  $11$ , чтобы получить  $B' \cdot \Sigma(15)$ . Так как этот числовой остаток содержится в остатке  $B$ , то буква  $B'$  не нужна.

Чтобы подвести итог, заметим, что в общем разложении  $T = XR_1 + X'R_2$ , если  $R_1$  и  $R_2$  представлены в виде десятичных чисел, найденных в результате деления на некоторое число  $2^k$  и группировки их частных от этого деления на нечетные и четные, то все двоичные эквиваленты этих десятичных чисел имеют  $0$  в разряде  $X$  в группе  $X'$ , а в группе  $X$  имеют в этом разряде  $1$ . Поэтому для сравнения остатков нужно изменить группу  $X'$ , прибавив в ней ко всем числам десятичный эквивалент  $2^k$ . Найденные таким образом группы остатков можно сравнивать почленно для выяснения равенства или вхождения одной группы в другую.

### Пример 5.8.

$$T(A, B, C, D) = \Sigma(2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14).$$

Нужно произвести испытание остатков для всех переменных.

Разложим по  $D$  и прибавим  $2^0$  к группе остатка  $D'$ :

$$T = D(3, 5, 11, 13) + D'(2, 4, 6, 10, 12, 14) \\ D'(3, 5, 7, 11, 13, 15).$$

Остаток  $D'$  содержит остаток  $D$ ;  $D$  не является существенным.

Разложим по  $C$  и прибавим  $2^1$  к группе остатка  $C'$ :

$$T = C(2, 3, 6, 10, 11, 14) + C'(4, 5, 12, 13) \\ C'(6, 7, 14, 15).$$

Существенными являются  $C$ , и  $C'$ .

Разложим по  $B$  и прибавим  $2^2$  к группе остатка  $B'$ :

$$T = B(4, 5, 6, 12, 13, 14) + B'(2, 3, 10, 11) \\ B'(6, 7, 14, 15).$$

Здесь существенны  $B$ , и  $B'$ .

Разложим по  $A$  и прибавим  $2^3$  к группе остатка  $A'$ :

$$T = A(10, 11, 12, 13, 14) + A'(2, 3, 4, 5, 6) \\ A'(10, 11, 12, 13, 14).$$

Остатки  $A$  и  $A'$  равны. Отсюда как  $A$ , так и  $A'$  не существенны.

Следующий пример иллюстрирует, как с помощью рассмотренной процедуры можно быстро прийти к желаемому результату.

### Пример 5.9.

Определить, существенно ли вхождение  $C$  или  $C'$  в функции

$$T(A, B, C, D, E, F, G) = \Sigma(8, 9, 10, 14, 26, 45, 67, 79, 83, 95).$$

Сгруппируем десятичные числа после деления на  $2^4$  и прибавим  $2^4$  ко всем членам остаточной группы  $C'$ :

$$T = C(26, 83, 95) + C'(8, 9, 10, 14, 45, 67, 79)$$

$$C'(24, 25, 26, 30, 61, 83, 95).$$

Остаток  $C'$  содержит остаток  $C$ ; отсюда  $C$  не является существенным.

Пожалуй, более важным процессом, который можно осуществить с помощью десятичных чисел, является метод Куайна — Мак-Класки для нахождения простых импликантов<sup>1</sup>. В примере 5.4 можно было видеть, что при определении простых импликантов каждое двоичное число отождествляется со своим исходным (или исходными) десятичным числом (числами). Рассмотрим во втором столбце вхождение в 8 строке сверху:

$$2,6 \quad 0-10$$

Это вхождение было получено в результате объединения членов

$$2 \quad 0010$$

$$6 \quad 0110$$

при исключении второй цифры. Остальные вхождения в этом столбце получены с помощью применения того же правила. Отметим, что поскольку каждая пара двоичных членов, объединяемых таким образом, должна отличаться лишь одной цифрой, то их десятичные эквиваленты должны отличаться на степень 2. В данном примере  $6 - 2 = 4 = 2^2$ . Это необходимое, но не достаточное условие.

В первом столбце примера 5.4 десятичные числа сгруппированы в возрастающем порядке номеров индексов, и числа одной группы сравниваются только с числами группы, имеющей следующий, более высокий индекс. Однако, хотя мы можем объединять члены 2

<sup>1</sup> Приятно отметить, что это рассмотрение основано на работе двух студентов, выполненной ими в период изучения теории релейных устройств в Массачусетском технологическом институте. Они независимо друг от друга открыли этот метод, а затем сотрудничали при подготовке курсовой работы. A b r a h a m P. W., N o r d a h l J. G., Modified Mc Cluskey—Quine reduction procedure, 1955.



и 6, так как они отличаются на  $2^2$  и имеют в качестве индексов соответственно 1 и 2, объединение членов 8 и 6 невозможно, хотя они и отличаются на степень двойки ( $2^1$ ) и имеют соседние номера индексов 1 и 2. Это объясняется тем, что для объединения нужно, чтобы число с более высоким индексом имело все единицы числа с более низким индексом в тех же разрядах, а кроме того, содержало одну дополнительную единицу в разряде, занятом нулем в числе с более низким индексом. Поэтому число с более высоким индексом должно быть по абсолютной величине *больше*, чем число с более низким индексом. Это условие не выполняется в случае пары 8, 6.

Правило объединения двух десятичных чисел формулируется поэтому следующим образом: если  $P_i$  есть число с индексом  $i$ , а  $Q_{i+1}$  есть число с индексом  $(i + 1)$ , то их можно объединить и новый член обозначить  $P$ ,  $Q$  только при условии, что разность  $(Q - P)$  положительна и равна  $2^k$  ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Булева переменная, исключенная в результате этого объединения, выражается старшим разрядом в двоичном представлении числа  $2^k$ .

Объединения, найденные в первом столбце, записываются во второй столбец парой десятичных чисел, причем число с низшим индексом записывается первым. Нужно быть также уверенным в том, что соблюдены разделения на группы, установленные в первом столбце, т. е. каждая группа во втором столбце должна содержать только числа, полученные из двух смежных групп в первом столбце.

Удобно, хотя и необязательно, связывать с каждой парой объединяемых десятичных символов численную разность между ними, которая всегда должна быть числом из последовательности 1, 2, 4, 8, ...,  $2^k$ . При записи этих разностей упрощается следующий этап сравнений. В этом случае, как указывалось выше, объединяются только те члены, в которых исключена в результате первого объединения одна и та же переменная. Нужно поэтому сравнивать только те члены, которые имеют одни и те же значения первой разности.

На втором этапе сравнений применяются те же правила с той только разницей, что рассматриваются разности между номерами обоих членов в смежных группах, и, для того чтобы осуществить правильное объединение, эта разность вновь должна быть степенью 2. Например, во втором столбце примера 5.4 (1-я и 7-я строки) имеются следующие члены:

$$0,1 \quad (1)$$

$$2;3 \quad (1)$$

Оба эти объединения, полученные из первого столбца, имеют разность 1, как это указано числом в скобках. Индексы чисел этих

двух групп различаются на 1, а десятичные числа 0 и 2, с одной стороны, и десятичные числа 1 и 3—с другой, отличаются друг от друга на  $2^1$ . Поэтому эти числа можно объединить, причем при объединении они дадут 0,1, 2, 3 (1, 2). В скобках записываются оба числа, характеризующие разности<sup>1</sup>.

Нужно теперь отметить, что вместо члена 0, 1, 2, 3 (1, 2) можно было бы получить член 0, 2, 1, 3 (2, 1), если объединить члены 0, 2 (2) и 1, 3 (2). Эти два члена тождественны и, конечно, писать их оба не нужно. Предлагается простое правило, состоящее в том, что сохраняется только тот член, в котором группа десятичных чисел образует неубывающую последовательность. Таким образом, если объединенный член записывается в виде 0, 1, 2, 3 (1, 2), то в предыдущем столбце нужно отметить не только члены 0, 1 (1) и 2, 3 (1), но также и члены 0, 2 (2) и 1, 3 (2).

Процесс получения простых импликантов с помощью десятичных чисел показан полностью в примере 5.10, в котором рассматривается та же функция, что и в примере 5.5, так что оба метода можно друг с другом сравнить.

### Пример 5.10.

$T(A, B, C, D, E) = \Sigma(0, 1, 3, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 27, 31)$

<u>0</u> ∨	0, 1	(1) ∨	0, 1, 8, 9	(1, 8) ∨
1 ∨	0, 8	(8) ∨	0, 1, 16, 17	(1, 16) ∨
8 ∨	<u>0, 16</u>	<u>(16) ∨</u>	<u>0, 8, 16, 24</u>	<u>(8, 16) ∨</u>
<u>16</u> ∨	1, 3	(2) ∨	1, 3, 17, 19	(2, 16) <b>C</b>
3 ∨	1, 9	(8) ∨	1, 9, 17, 25	(8, 16) ∨
9 ∨	1, 17	(16) ∨	8, 9, 24, 25	(1, 16) ∨
17 ∨	8, 9	(1) ∨	<u>16, 17, 24, 25</u>	(1, 8) ∨
<u>24</u> ∨	8, 24	(16) ∨	<u><u>17, 19, 25, 27</u></u>	<u>(2, 8) <b>B</b></u>
13 ∨	16, 17	(1) ∨	<u>0, 1, 8, 9, 16, 17, 24, 25 (1, 8, 16) <b>A</b></u>	
14 ∨	<u>16, 24</u>	(8) ∨		
19 ∨	3, 19	(16) ∨		
<u>25</u> ∨	9, 13	(4) <b>D</b>		
<u>15</u> ∨	9, 25	(16) ∨		
<u>27</u> ∨	17, 19	(2) ∨		
<u>31</u> ∨	17, 25	(8) ∨		

<sup>1</sup> Нужно отметить, что некоторые из цифр в обозначении членов являются избыточными, так как они включаются в другие цифры. Например, 0—3 (1, 2) в такой же мере исчерпывающе описывает данный член, как и 0, 1, 2, 3 (1, 2). Некоторые авторы предпочитают компактное описание, однако другие находят, что удобнее более подробная запись.

24, 25	(1)	∨
13, 15	(2)	E
14, 15	(1)	F
19, 27	(8)	∨
25, 27	(2)	∨
15, 31	(16)	G
27, 31	(4)	H

Следует обратить внимание на то, что простой импликант  $A$  в примере 5.10 был получен из членов 0, 1, 8, 9 (1, 8) и 16, 17, 24, 25 (1, 8), но он также учитывает и члены 0, 1, 16, 17, (1,16), 0, 8, 16, 24 (8, 16), 1, 9, 17, 25 (8, 16) и 8, 9, 24, 25 (1, 16).

Последний шаг заключается в написании алгебраического эквивалента простого импликанта на основе полученной записи его в виде составляющих десятичных чисел и их разностей. Рассмотрим алгебраическую интерпретацию простого импликанта  $B$  в примере 5.10, описываемого членом 17, 19, 25, 27 (2,8). В приведенной ниже таблице непосредственно под переменными  $A, B, C, D, E$  записаны десятичные эквиваленты двоичных единиц, входящих в каждый из разрядов двоичного числа.

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	
16	8	4	2	1	
1				1	Требуется для числа 17.
	—		—		Пропуски, указанные разностями (2, 8).
		0			Должен быть 0 в числе 17.
1	—	0	—	1	Сравните с примером 5.5.

Заметим, что наименьшим десятичным числом в цифровой записи члена определяются все места единиц в окончательном двоичном представлении. В данном случае наименьшим числом является 17, что требует простановки единиц для  $A$  и  $E$ . Приведенные в скобках значения разности указывают, какие переменные были исключены в процессе объединения, и поэтому для них в соответствующих разрядах ставятся черточки. В данном случае они помещаются в разрядах  $B$  и  $D$ . Наконец во всех других разрядах должны быть нули для того, чтобы сохранить наименьшее десятичное число. В данном случае 0 вписывается в разряд  $C$ . Если объединить все эти вхождения, то получим в двоичном представлении член 1-0-1.

### § 5.9. Задачи, возникающие при вынесении за скобки

Строго говоря, задача вынесения за скобки общего множителя относится скорее к области проектирования структур, чем к минимизации. Минимальная сумма или минимальное произведение сами по себе во многих случаях являются отправным пунктом для реализации структуры релейного устройства<sup>1</sup>.

Легко заметить, что матрица функции может служить чем-то вроде руководства, указывающего различные способы, которыми релейная функция может быть представлена в форме, когда общие множители вынесены за скобки<sup>2</sup>.

Матрица рис. 5.37 соответствует функции, имеющей три простых импликанта, причем все они входят в минимальную сумму  $T = ABC' + ABD + BC'D$ . Член стандартной суммы  $ABC'D$  входит в каждый простой импликант, а переменная  $B$  содержится

		AB			
		00	01	11	10
CD	00			1	
	01		1	1	
	11			1	
	10				

Рис. 5.37. Отображение функции на матрице указывает, что может быть выполнено вынесение множителей за скобки.

во всех четырех вхождениях матрицы. Отсюда следует, что  $B$  является общим множителем указанных простых импликантов. Если  $B$  вынести за скобки, то получим  $T = B(AC' + AD + C'D)$ . Если идти по этому пути дальше, то матрица будет уже едва ли полезной. Однако, так как члены в скобках содержат все возможные различные пары переменных  $A$ ,  $C'$  и  $D$ , то дальнейшее вынесение общих множителей можно, очевидно, выполнить, начиная с любой из переменных внутри скобок. Осуществляя это, получим следующие возможные скобочные формы рассматриваемой функции:

$$T = B[A(C'+D)+C'D] = \\ = B[C'(A+D)+AD] = B[D(A+C')+AC'].$$

Ценность матрицы, как «руководящего начала» при получении скобочных форм, будет зависеть от того, насколько хорошо изучена конфигурация вхождений матрицы, указывающая на разнообразие способов вынесения за скобки общих множителей.

<sup>1</sup> Например, при реализации структур релейных устройств, в которых в качестве основных компонент используются вентиляльные элементы, часто ограничиваются созданием так называемых двухкаскадных структур. Такие структуры реализуют минимальные суммы или минимальные произведения без вынесения за скобки. (См. § 9.3.)

<sup>2</sup> Karnaugh M., The map method for synthesis of combinational logic circuits, *Trans. A. I. E. E., part I, Communications and Electronics*, 72 (1953), 593—599.

С определенной степенью уверенности можно сказать, что с помощью методов, рассмотренных в этой главе, можно выполнить минимизацию релейных функций до стадии получения минимальной суммы или минимального произведения и даже можно указать возможные варианты их, если таковые существуют. Для получения скобочных форм можно едва ли что-либо предложить, кроме перебора всех вариантов группирования переменных. Однако даже в этом случае нет уверенности, что будет получено наилучшее решение. Один из авторов приводит в своей работе несколько особенно обескураживающих примеров<sup>1</sup>.

Тщательное изучение релейной функции  $T = AB + BD + DE' + CD + ACE$ , являющейся минимальной суммой, показывает, что группирование  $T = A(B + CE) + D(B + C + E')$  имеет только восемь букв, а все другие содержат по десять букв. Но если заменить второй член  $C + E'$  на  $CE + E'$  и записать функцию проводимости в виде

$$T = A(B + CE) + D(B + CE + E') = A(B + CE) + D(B + CE) + DE' = \\ = (A + D)(B + CE) + DE',$$

то можно получить выражение, содержащее только семь букв.

В другом примере Бёркхарт подчеркивает то обстоятельство, что исключение переменных и избыточных членов не обязательно приводит к подлинной минимизации. Рассмотрим минимальную сумму  $T = ABE + ABF + ACDE + BCDF$ . Непосредственное вынесение за скобки дает выражение

$$T = AB(E + F) + CD(AE + BF).$$

Однако можно заметить, что

$$AB(E + F) = AB(AE + BF).$$

При этом преобразовании были введены лишние буквы в скобках, но преобразование всей функции в целом в этом случае дает

$$T = AB(AE + BF) + CD(AE + BF) = (AB + CD)(AE + BF).$$

Число букв, содержащихся в релейной функции проводимости, уменьшилось с десяти до восьми, причем не делался упор на предельно возможное исключение избыточных букв<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> B u r k h a r t W. H., Theorem minimization, *Proc. Association for Computing Machinery*, Pittsburgh, Pennsylvania, May 2 and 3, 1952, 259—263.

<sup>2</sup> Обе функции Бёркхарта в минимальной форме с вынесенными за скобки общими множителями можно найти путем простого вынесения за скобки общего множителя в инверсной функции. Функция в его первом примере:  $T = AB + BD + DE' + CD + ACE$ . Ее инверсия:  $T' = (A' + B') \cdot (B' + D')(D' + E)(C' + D')(A' + C' + E')$ . После упрощения и исключения лишних членов получим  $T' = A'D' + B'(D' + E)(C' + E')$ . Отсюда  $T = (A + D)(B + CE + DE') = (A + D)(B + CE) + DE'$ . Это и есть выражение, полученное Бёркхартом.

В дальнейшем будут приведены другие примеры, когда использование преднамеренной и контролируемой избыточности дает аналогичные преимущества. Одним из наиболее важных способов является введение «законных ложных цепочек», т. е. наборов цепочек, которые исключаются в процессе минимизации, но могут принести определенную пользу при окончательном синтезе структуры устройства. Указанное заставляет предполагать, что существует такое явление, как «слишком большая» минимизация.

### ЗАДАЧИ

5.1. Получите с помощью матрицы для четырех переменных минимальные выражения (с вынесением за скобки) для функций переменных  $A, B, C, D$ , представленных следующими стандартными суммами.

1.  $\Sigma(2, 3, 5, 7, 8, 12, 14)$ ;
2.  $\Sigma(0, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 14)$ ;
3.  $\Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11)$ ;
4.  $\Sigma(1, 3, 7, 9, 12, 13, 14, 15)$ .

5.2. Следующие функции переменных  $A, B, C, D$  описываются стандартными суммами, в которых некоторые члены являются условными (на это указывает индекс  $\Phi$ ). Воспользуйтесь матрицей для четырех переменных для определения минимальных сумм для каждой из функций, используя наилучшим образом условные члены.

Постройте минимальную контактную структуру, реализующую каждую из полученных сумм.

1.  $\Sigma(2, 5, 6, 9, 13, 14) + \Sigma_{\Phi}(0, 7, 8, 10, 15)$ ;
2.  $\Sigma(0, 5, 9, 10, 12, 15) + \Sigma_{\Phi}(2, 7, 8, 13)$ ;
3.  $\Sigma(4, 10, 11, 13) + \Sigma_{\Phi}(0, 2, 5, 15)$ ;
4.  $\Sigma(2, 6, 7, 8, 10) + \Sigma_{\Phi}(0, 12, 13, 15)$ ;
5.  $\Sigma(1, 4, 6, 8, 11, 12) + \Sigma_{\Phi}(2, 5, 13, 15)$ .

5.3. Постройте контактные структуры, соответствующие следующим релейным функциям проводимости, используя указанное число контактов и пружин.

	Число контактов	Число пружины
1. $T = \Sigma(0, 1, 14)$	7	11
2. $T = \Sigma(0, 3, 12)$	9	14
3. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 6)$	6	10
4. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 6, 7)$	7	11
5. $T = \Sigma(0, 1, 2, 13, 14)$	8	12
6. $T = \Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 11)$	6	11
7. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 6, 13, 14)$	7	11
8. $T = \Sigma(4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 15)$	8	13
9. $T = \Sigma(5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$	8	14

5.4. Запишите функцию проводимости

$$T(A, B, C, D) = \sum(1, 2, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14, 15)$$

в виде двух различных минимальных сумм. Постройте минимальную контактную структуру для этой функции.

5.5. Определите минимальную сумму или минимальные суммы для заданных ниже функций проводимости.

1.  $T = \Pi(3, 10, 12, 17, 22, 31)$ ;
2.  $T = \sum(1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12)$ ;
3.  $T = \sum(0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 41, 57)$ ;
4.  $T = \sum(0, 1, 3, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 25, 27, 31)$ ;
5.  $T = \sum(3, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 19, 23, 25, 26, 27, 28, 31)$ ;
6.  $T = \sum(0, 2, 4, 6, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 21, 26, 28, 30, 31)$ ;
7.  $T = \sum(0, 1, 4, 6, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 23, 26, 28, 30)$ ;
8.  $T = \sum(0, 2, 6, 14, 18, 21, 27, 32, 41, 49, 53, 62)$ ;
9.  $T = \sum(5, 10, 13, 14, 21, 22, 29, 30, 34, 37, 42, 45, 50, 53, 54, 61)$ ;
10.  $T = \sum(0, 2, 5, 8, 10, 12, 13, 16, 18, 21, 24, 26, 28, 29, 30, 32, 34, 37, 39, 40, 42, 45, 46, 48, 50, 53, 55, 56, 58, 61)$ .

5.6. Для функции проводимости

$$T(A, B, C, D, E, F) =$$

$$= \sum(8, 9, 10, 11, 13, 15, 29, 33, 35, 41, 42, 43, 47, 49, 51, 57, 59)$$

- 1) напишите простые импликанты;
- 2) определите минимальную сумму, или минимальные суммы.

5.7. Для каждой из двух приведенных на рис. 5.38 структур:

- 1) напишите функцию проводимости в наиболее простой форме;
- 2) воспользовавшись испытанием остатков, определите нижнюю границу числа контактов, требующихся в любой структуре, реализующей эту функцию проводимости;
- 3) получите равносильную контактную структуру, имеющую возможно меньшее число контактов (и пружин).

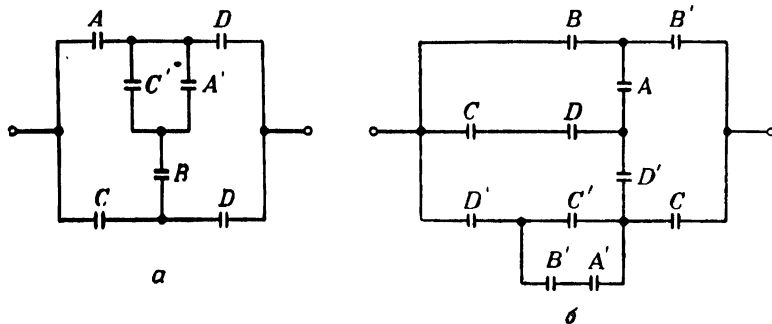


Рис. 5.38. Задача 5.7.

5.8. Для каждой из следующих релейных функций проводимости (а) воспользуйтесь испытанием остатков для определения существенных переменных; (б) постройте минимальную контактную структуру, используя данные, полученные в пункте (а). Обратите внимание на то, что испытание

остатков устанавливает нижнюю границу необходимого числа контактов, но не дает гарантии, что функцию можно реализовать, используя точно то число контактов, на которое оно указывает.

$$1. T = \Sigma (2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14);$$

$$2. T = \Pi (0, 1, 2, 4, 7, 9, 10, 12, 15);$$

$$3. T = \Pi (1, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14);$$

$$4. T = \Sigma (3, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 15);$$

$$5. T = \Sigma (0, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15);$$

$$6. T = \Sigma (2, 3, 4, 5, 6, 7, 13, 22, 23, 30, 31).$$

5.9. Постройте минимальную контактную структуру, реализующую ре-лейную функцию проводимости, описанную стандартной суммой

$$T = \Sigma (0, 4, 5, 7, 9, 11, 16, 20, 21, 23, 25, 27).$$

Покажите, является ли построенная вами структура *обязательно* оптимальной.



## Многополюсные контактные структуры

Двухполюсник является основной структурой во всех релейных устройствах, построенных из контактов реле. Он реализует одну релейную функцию любого заданного вида.

Однако для большинства практических применений требуется выполнение ряда релейных функций одновременно. Проектировщик имеет возможность удовлетворить таким требованиям с помощью многополюсных структур. Их всегда можно выполнить более экономичными, чем если брать просто совокупность соответствующих двухполюсных структур.

В этой главе будут рассмотрены некоторые основные приемы минимизации для решения задач, связанных с многополюсными структурами. Будут также рассмотрены специальные методы, используемые для решения некоторых частных задач.

### § 6.1. Контактные релейные устройства с несколькими выходами

Следует прежде всего вновь рассмотреть различие между релейным устройством и связанной с ним структурой контактных цепей. На рис. 6.1 показана общая схема релейного устройства с не-

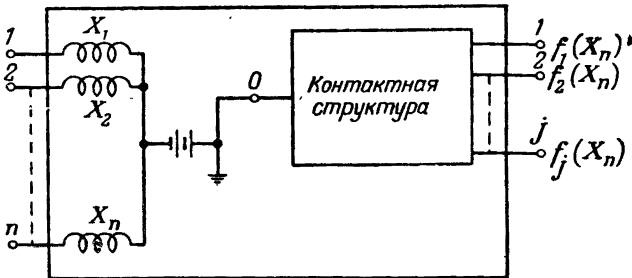


Рис. 6.1. Релейное устройство с многими выходами, содержащее многополюсную контактную структуру.

сколькими выходами и входящая в нее как часть многополюсная контактная структура. Устройство имеет внутренний источник

тока, так что входные воздействия можно осуществить, приложив потенциал земли к входным полюсам  $1, \dots, n$  и заставив, таким образом, сработать в соответствующей комбинации воспринимающие реле  $X_1, \dots, X_n$ . Контактная структура имеет один входной полюс  $0$ , с которого потенциал земли передается на  $j$  выходных полюсов. Условия на выходах определяются группой релейных функций от входных переменных  $X_1, \dots, X_n$ .

Сравнение общей схемы устройства с несколькими выходами со схемой рис. 4.4 показывает, что единственное различие между ними имеется в контактной структуре. Очевидно, что можно обеспечить  $j$  выходов на рис. 6.1, используя в релейной структуре  $j$  контактных двухполюсников. Однако в общем случае следует ожидать,

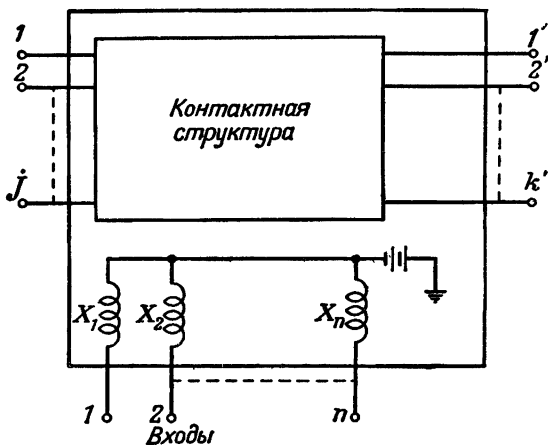


Рис. 6.2. Релейное устройство, образующее цепи между входными и выходными узлами контактной структуры.

что, используя релейные элементы так, чтобы они обслуживали более чем один выход ( $j + 1$ )-полюсной контактной структуры, можно получить более экономичные решения. При построении многополюсных контактных структур имеются также большие возможности применения в принципе более экономичных мостиковых структур.

Обобщенная схема релейного устройства, изображенная на рис. 6.2, характеризует внутреннюю структуру его для случая так называемых итеративных устройств, которые будут рассмотрены в гл. 11. Входы устройства  $1, 2, \dots, n$  расположены в нижней части схемы для того, чтобы подчеркнуть изменения, которые имеют место в этом случае в структуре контактной части. Состояние вы-

ходов характеризуется в этом случае установлением проводящей цепочки между входом и выходом, причем каждая такая цепочка начинается от вывода, принадлежащего левому набору  $1, \dots, j$ , и заканчивается выводом из правого набора  $1', \dots, k'$ . Каждый выход определяется как функция входных переменных  $X_1, \dots, X_n$ , и единственная особенность состоит в том, что эти функции описывают теперь проводимости между выводами релейной структуры. Функция проводимости записывается в этом случае в виде  $T_{jk'} = f(X_n)$ . Следует отметить, что схему рис. 4.4 можно также преобразовать таким образом, чтобы ее контактная часть реализовала одну проводимость такого рода. Так как в этом случае контактная структура имеет только два полюса, то для ее построения специальная методика не нужна.

В релейных устройствах, изображенных на рис. 6.1 и 6.2, входы расположены так, что на обмотки реле воздействуют цепи, включенные с ними последовательно. Это наиболее широко используемый метод, но как будет показано в § 6.6, управлять воспринимающим реле можно самыми различными способами. Практически одной из основных причин применения контактных структур с многими выходами являются требования управления другими группами реле.

## § 6.2. Алгебраические методы синтеза

Существует ряд простых схемных конфигураций, часто встречающихся при преобразовании структур со многими выходами. Важно поэтому изучить алгебраические выражения этих конфигураций, так как тогда их часто можно будет применять при упрощении структур.

На рис. 6.3 показано построение трехполюсной структуры из двух цепей с последовательно включенными контактами, среди которых имеются одинаковые. На рис. 6.3, а выражения проводимости  $T_{01} = XY$  и  $T_{02} = XZ$  содержат символы соответствующих контактов, причем вполне очевидна возможность использования одного контакта  $X$  для обоих выходов.

На рис. 6.3, б эти же символы используются для представления проводимостей контактных структур. Проводимости между полюсами 0 и 1 и 0 и 2 вновь равны соответственно  $XY$  и  $XZ$ . Переменная  $X$  служит общим множителем в обеих функциях проводимости. Это и есть алгебраическая форма, раскрывающая возможность использования одной структуры  $X$  для обеих цепочек. Иногда такой общий множитель находится сравнительно легко, порой же никаких указаний на то, существует ли он, нет. Мы убедимся в этом, рассматривая приведенные в дальнейшем примеры.

Следует отметить, что структуры, изображенные на рис. 6.3, не являются разделительными относительно выходов 1 и 2. Раздели-

тельной называется такая структура, у которой проводимость между всеми возможными парами выходов всегда равна 0. Приведенные выше структуры не являются разделительными потому, что

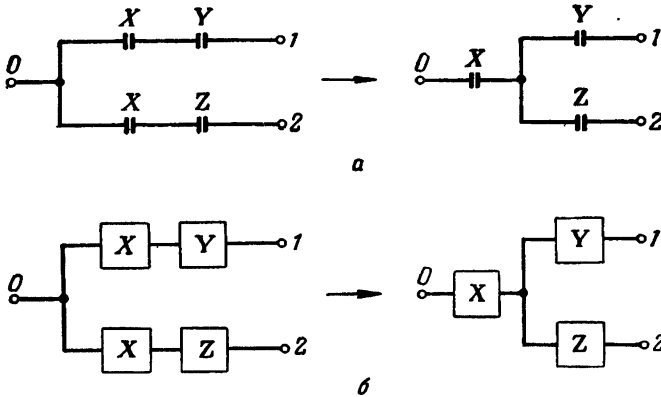


Рис. 6.3. Если каждая цепь содержит один и тот же последовательно включенный контакт или группу контактов, то их можно объединить и образовать один контакт или группу, соединенные последовательно с остальной частью структуры.

у них проводимость между выходами 1 и 2 равна  $YZ$ . Если по какой-либо причине это условие проводимости не допустимо, то общий последовательный элемент использовать нельзя. Если в этом случае включить  $X$  в обе цепи, то проводимость между выходами 1 и 2 будет равна  $XYZ$ , что уже допустимо, поскольку на выходах необходимо получить проводимости  $XY$  и  $XZ$ .

### Пример 6.1.

Проводимости относительно трех выходных полюсов четырехполюсной контактной структуры заданы следующими выражениями:

$$T_1 = ABCD' + ACD'E'F,$$

$$T_2 = ABCD'E' + AB'CD'E,$$

$$T_3 = AB'CD' + AC'D'F'.$$

Чтобы построить соответствующую структуру, следует прежде всего установить возможность использования общих последовательных элементов, вынося за скобки общие множители:

$$T_1 = ACD'(B + E'F) = AD'[C(B + E'F)],$$

$$T_2 = ACD'(BE' + B'E) = AD'[C(BE' + B'E)],$$

$$T_3 = AC'D'(B' + F') = AD'[C'(B' + F')].$$

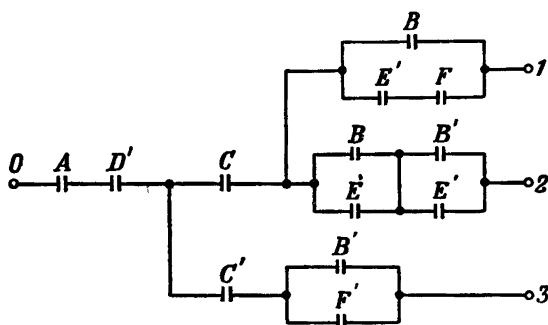


Рис. 6.4. Четырехполюсная структура, упрощенная с помощью вынесения общих множителей за скобки.

Из этих выражений видно, что существует два типа общих последовательных членов. Член  $AD'$  является множителем во всех трех функциях, а  $C$  — множителем в функциях, соответствующих выходам 1 и 2. На рис. 6.4 изображена полученная таким образом четырехполюсная структура устройства.

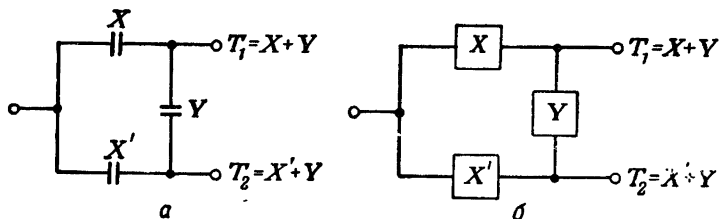


Рис. 6.5. Трехполюсная структура, воспроизводящая две заданные суммы.

Положение, с которым приходится очень часто сталкиваться, требует реализации двух проводимостей вида  $T_1 = X + Y$  и  $T_2 = X' + Y$ . Эти функции можно реализовать с помощью трехполюсной структуры, изображенной на рис. 6.5. В отличие от предыдущего примера эта структура содержит общий элемент, который образует шунтирующую цепочку между ее двумя выходами. Для варианта структуры на рис. 6.5 приведены для напоминания о том, что элементы структуры могут быть или отдельными контактами или группами контактов.

Важное свойство этого типа структур можно видеть из рис. 6.6. Если рассмотреть проводимость основной структуры рис. 6.5, то получим  $T_1 = X + X'Y = X + Y$  и  $T_2 = X' + XY = X' + Y$ .

На рис. 6.6, *a* параллельно с  $X$  присоединена структура с проводимостью  $P$ . Для этой структуры проводимости на выходах суть  $T_1 = X + P + X'Y = X + P + Y$  и  $T_2 = X' + XY + PY = X' + Y + PY = X' + Y$ . Легко заметить, что в этом случае можно прибавлять что угодно к одной из сумм, при этом другая сумма остается неизменной. Действительно, как показано на рис. 6.6, *б*, добавление дополнительных членов можно осуществлять в каждой сумме, не влияя на другую сумму.

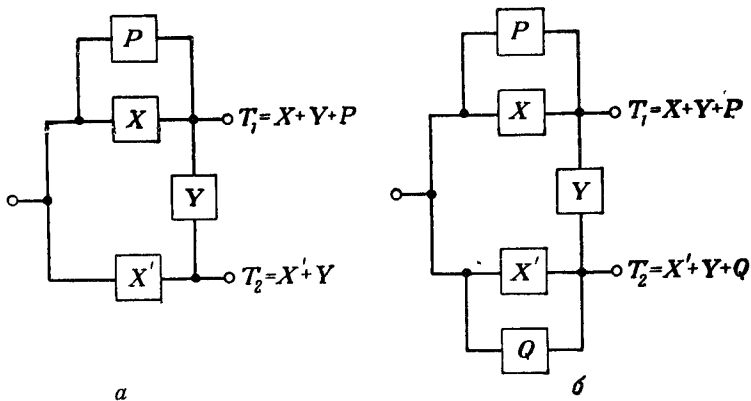


Рис. 6.6. Основные суммы, реализуемые структурой на рис. 6.5, могут быть подвергнуты преобразованиям независимо друг от друга.

Такое прибавление членов, как будет показано в § 6.4, часто используется в процессе минимизации многополюсных структур. Обычно на их применение указывает наличие двух сумм вида

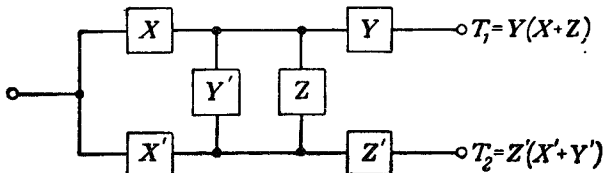


Рис 6. 7. Преобразование, в результате которого все контакты превращаются в переключющие.

$(X + Y)$  и  $(X' + Y)$ . Если имеются эти две основные составляющие, то одна из них или обе могут быть расширены способом, указанным на рис. 6.6. Встречаются случаи, когда указания на использование этого способа менее очевидны. Рассмотрим, например, две функции  $T_1 = Y(X + Z)$  и  $T_2 = Z'(X' + Y')$ . В этих двух функциях имеется

шесть букв, и каждая буква входит только один раз. Вероятно, реализация этих функций не может быть произведена с числом контактов, меньшим шести. Такую реализацию можно осуществить с помощью двух последовательно-параллельных структур. Однако при такой реализации в переключающий контакт можно объединить только одну пару контактов. Можно ли сделать что-нибудь лучше?

В выражениях, соответствующих заданным функциям проводимости, наличие  $X$  в одной сумме и  $X'$  — в другой указывает на возможность построения структуры, реализующей двойную сумму, при условии расширения остатков суммы до требуемой формы. Отметим, что первая сумма умножается на  $Y$ , а вторая — на  $Z'$ . Если прибавить инверсии этих двух букв к соответствующим суммам в скобках, то ни одна из проводимостей не изменится, но суммы в скобках теперь будут иметь вид  $(X + Y' + Z)$  и  $(X' + Y' + Z)$ , в связи с чем можно воспользоваться структурой, реализующей двойную сумму. На рис. 6.7 все элементы структуры расположены таким образом, что пары их обладают инверсными проводимостями. Если вместо отдельных составляющих структур подставить контакты, то легко обнаружить, что все они объединяются в переключающие. В следующем параграфе инверсные пары будут рассмотрены более подробно с тем, чтобы выяснить, как их можно лучше всего реализовать.

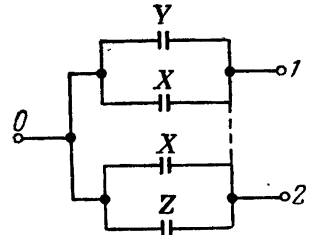


Рис. 6.8. Непосредственное соединение общих контактов в параллельных цепях приводит к появлению лишних членов функции проводимости.

Другое часто встречающееся положение заключается в том, что две релейные функции проводимости выражаются в виде сумм, содержащих один общий член в форме, не допускающей использования структуры, реализующей двойную сумму. Простым примером могут служить  $T_1 = X + Y$  и  $T_2 = X + Z$ . Эти функции реализуются с помощью структуры, изображенной на рис. 6.8. Если попытаться исключить один из контактов  $X$  с помощью прямого соединения, например так, как показано пунктиром на рис. 6.8, то получаются члены, которые приводят к образованию ложных цепей. В данном примере в результате добавления соединения, отмеченного пунктиром, получится одна и та же проводимость  $X + Y + Z$  для обоих выходов.

Трудность заключается в том, что в обеих частях структуры отсутствует изолированный контакт  $X$ . В верхней ветви контакт  $Y$  присоединен непосредственно параллельно контакту  $X$ , и не существует простого преобразования, которое позволило бы нам изолировать функцию проводимости  $X$ . Всегда будет получаться функ-

ция  $X + Y$ . Такое же положение наблюдается и в нижней ветви, благодаря наличию контакта  $Z$ , включенного непосредственно параллельно контакту  $X$ .

Для обозначения переменной, подобной  $Y$  или  $Z$  в приведенных выше примерах, мы будем пользоваться термином «взаимодействующая» переменная.

Изоляция переменной в параллельной цепи осуществляется путем разложения функции проводимости по взаимодействующей

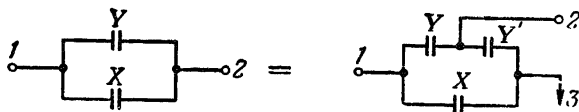


Рис. 6.9. Изоляция переменной  $X$  путем введения взаимодействующей переменной  $Y$ .

переменной в соответствии с теоремой 20. На рис. 6.9 этот процесс показан для параллельной комбинации  $T = X + Y$ . Если требуется изолировать  $X$ , то взаимодействующей переменной будет являться  $Y$ . Разложение по  $Y$  дает проводимость  $T = Y + Y'X$ . В структуре, показанной на рис. 6.9 справа, проводимость между выводами 1 и 2 совпадает с проводимостью разлагаемой функции и отсюда тождественна проводимости исходной параллельной цепи в левой части

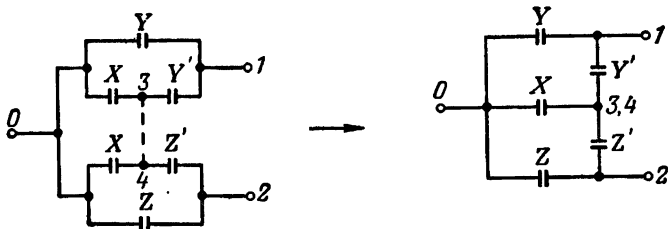


Рис. 6.10. Разложение по взаимодействующей переменной позволяет объединить контакты  $X$  в параллельных цепях.

рисунка. Эта структура приведена для того, чтобы подчеркнуть, что контакт  $X$  теперь уже включен параллельно последовательной комбинации  $YY' = 0$  и что между выводами 1 и 3 проводимость равна только  $X$ .

На рис. 6.10 показано, как подобное разложение применяется к структуре цепей рис. 6.8. Если эти две параллельные цепи разложить соответственно по взаимодействующим переменным  $Y$  и  $Z$ , то контакты  $X$  в обеих ветвях становятся изолированными, и точки 3 и 4 можно соединить так, как показано на этом рисунке пунктир-



ной линией. Полученная в результате этого структура изображена на рис. 6.10 справа.

Сравнение рис. 6.8 и 6.10 показывает, что для экономии одной пары пружин путем исключения контакта  $X$  потребовалось прибавить две пружины, преобразовав контакты  $Y$  и  $Z$  в переключающие. Такое преобразование на первый взгляд не дает никакой экономии. Однако нужно учитывать, что, хотя речь сейчас идет только о контактах, символы  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  могут представлять проводимости целых контактных структур. Экономический выигрыш в отношении упрощения структур будет иметь место тогда, когда  $X$  представляет

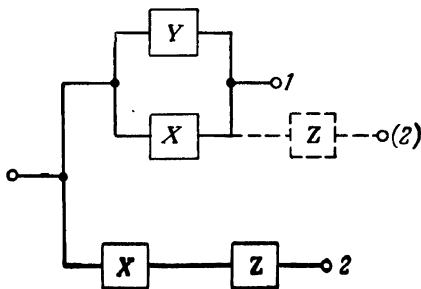


Рис. 6.11. Соединения, изображенные пунктирной линией, дают неправильную проводимость на выходном узле 2.

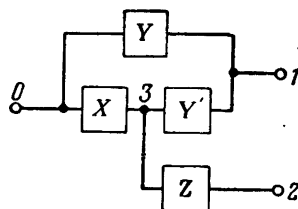


Рис. 6.12. Применение метода разложения преобразовывает параллельные цепи таким образом, что двухполюсник  $X$  может быть использован в цепях двух выходов.

собой сравнительно сложную, а  $Y$  и  $Z$  — сравнительно простые структуры. В этом случае добавление пружин к более простым взаимодействующим структурам позволит избежать повторения более сложной структуры. Если относительная сложность не столь очевидна, то необходимо провести пробу, чтобы определить, будет ли указанное схемное преобразование выгодным.

Параллельные элементы могут быть использованы различными путями. На рис. 6.11 показан случай, в котором многие обучающиеся проектированию релейных устройств пытаются неправильно объединять контакты. Соединение, показанное пунктирными линиями, сделанное, чтобы избежать повторения цепей  $X$ , приводит к тому, что между выводами 0 и 2 появляется ложный член  $YZ$ . Разложение параллельной проводимости  $X + Y$  по взаимодействующей переменной приводит к преобразованию, показанному на рис. 6.12, где объединение цепей  $X$  оказывается возможным, так как цепь, проходящая через  $Y$  к выходу 2, содержит последовательное соединение  $YU'$ , равное 0.

Метод объединения цепей был рассмотрен здесь на алгебраической основе. В затруднительных случаях этот метод может слу-

жить руководством при осуществлении равносильных схемных преобразований.

Следует, однако, признаться, что с ростом опыта читатель научится решать многие из задач, минуя этапы формальной процедуры разложения. По существу изложенное выше лишь указывает на то, что если нужно дополнительно использовать какой-либо релейный элемент или группу элементов, являющуюся частью параллельного соединения, то необходимо изолировать желаемую часть

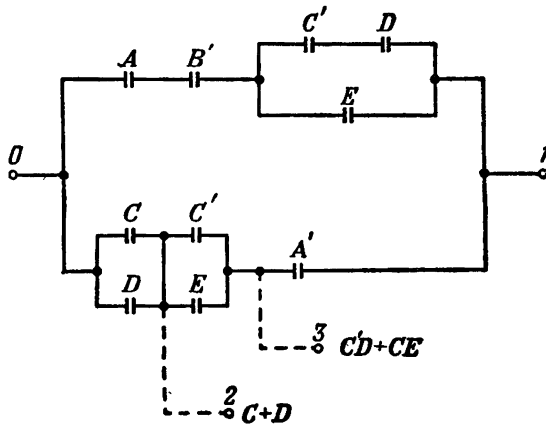


Рис. 6.13. Примеры образования изолированных выходных функций в непреобразованных параллельных цепях.

структуры. Это можно осуществить, если функцию проводимости параллельной цепи сделать равной 0. Метод разложения является для этого обычным средством, но его нет нужды всегда применять ко всей взаимодействующей группе элементов. В самом деле, есть примеры структур, аналогичные приведенному на рис. 6.13, у которых релейные функции по отношению к некоторым точкам являются изолированными без преобразования. Структура, изображенная на рис. 6.13, построена для обеспечения проводимости между выводами 0 и 1. Представим себе, что вывод 0 является общим входом структуры с многими выходами. Пунктирные линии, идущие к выводам 2 и 3, показывают точки, в которых можно получить изолированные функции.

Между выводами 0 и 2 структуры имеется цепь с проводимостью  $(C + D)$ . Остальную часть основной структуры, если двигаться против часовой стрелки, можно представить себе, как цепь, параллельную по отношению к  $(C + D)$ . Однако в этой цепи содержится последовательное соединение контактов  $A$  и  $A'$ , что сводит ее проводимость к 0. Поэтому цепь  $(C + D)$  в рассматриваемой структуре

является изолированной. Рассуждая таким же образом, можно убедиться, что цепь с проводимостью  $(C'D + CE)$  между выводами 0 и 3 также является изолированной.

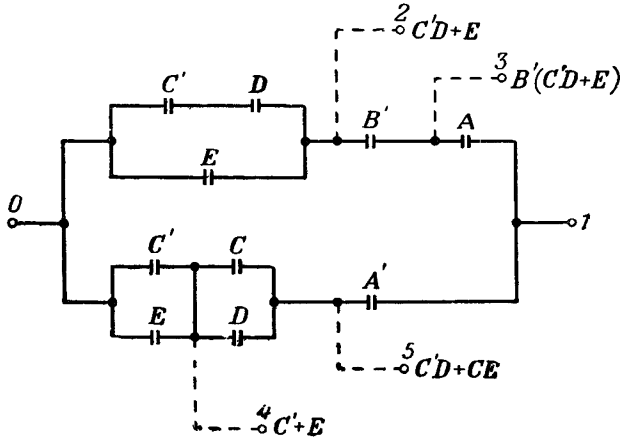


Рис. 6.14. С помощью простого изменения мест включения контактов в структуре можно, не меняя проводимости ее между выходными полюсами 0 и 1, получить ряд дополнительных изолированных функций.

На рис. 6.14 показана несколько преобразованная структура рис. 6.13, в которой можно получить другие изолированные функции. Изменение в нижней ветви незначительно, но в верхней ветви получают еще две новые изолированные функции. Преобразование сводится к перемещению контакта  $A$  к выводу 1. В этом месте в сочетании с контактом  $A'$  в нижней ветви он сводит к 0 проводимость всех параллельных цепей для любой из функций между выводом 0 и выводами 2, 3, 4 и 5.

### § 6.3. Трехполюсные структуры с инверсными выходами

Из предыдущего параграфа можно было видеть, что часто приходится создавать трехполюсные структуры, проводимость которых представляет собой некоторую заданную функцию и ее инверсию. Типичное положение такого рода можно было видеть на рис. 6.12. Входом трехполюсной структуры является вывод 0, а ее выходами служат выводы 1 и 2. Часть этой структуры, если рассматривать в качестве ее входа вывод 1, реализует на выводах 0 и 3 функции  $Y$  и  $Y'$  соответственно. Этот тип структур имеет существенное значение, в частности, благодаря тому, что у него разделительные выходы. Независимо от сложности такой структуры проводимость между выходами в ней всегда равна 0.

Трехполюсную структуру, воспроизводящую какую-либо функцию и ее инверсию, можно всегда построить, пользуясь исключительно переключающими контактами. Если для одной из функций построена последовательно-параллельная структура в минимальной форме, то инверсная функция может быть реализована добавлением одной пружины к каждому из контактных элементов, входящих в исходную схему. Любые переключающие контакты, имеющиеся в первоначальной схеме, рассматриваются как два контакта.

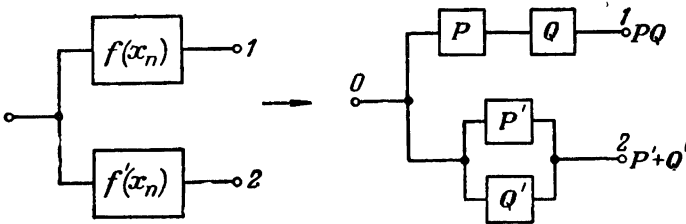


Рис. 6.15. Двухполюсник и его инверсия могут быть преобразованы в последовательную и параллельную инверсные цепи.

Чтобы продемонстрировать справедливость этих утверждений, допустим, что функция представлена в форме стандартного произведения. Разделим члены этого произведения на две группы, назовем их  $P$ -группой и  $Q$ -группой. Если  $P$  и  $Q$  представляют собой прово-

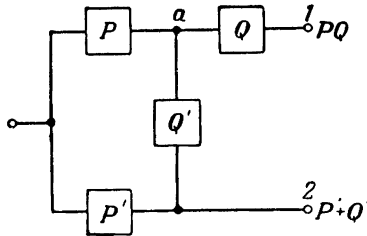


Рис. 6.16. Трехполюсная структура рис. 6.15 преобразуется в структуру, состоящую из двух меньших трехполюсных структур.

димости членов, входящих в соответствующие группы, то проводимость всех членов есть  $P \cdot Q$ .

Инверсия этой же функции есть стандартная сумма, и ее члены можно вновь разбить на две группы. Члены исходных  $P$ - и  $Q$ -групп становятся инверсными членами в группах  $P'$  и  $Q'$ , а проводимость с учетом всех членов инверсной функции становится равной  $P' + Q'$ .

На рис. 6.15 схематически показано разложение пары инверсных функций в последовательно-параллельные соединения инверсных групп. Функция  $P' + Q'$  реализуется на выходе 2, а функция  $PQ$  — на выходе 1. Однако проводимость на выходе 1 можно записать в виде  $(P + Q')Q = PQ$ . После этого для реализации членов  $(P' + Q')$  и  $(P + Q')$  можно использовать структуру рис. 6.5. Получающийся при этом результат показан на рис. 6.16.

Структура рис. 6.16 имеет ряд особенностей, на которые следует обратить внимание. Во-первых, она дает требуемые результаты без добавления каких-либо лишних цепей, помимо тех, которые имеются в первоначальной структуре рис. 6.15. Во-вторых, обе инверсные пары цепей  $P, P'$  и  $Q, Q'$  присоединены к общим точкам, а именно на входе 0 и в узле  $a$ . Если  $P$  и  $Q$  являются контактами, то эта структура получается в таком виде, что ее можно немедленно реализовать, применяя только переключающие контакты. В-третьих, исходная трехполюсная структура получилась состоящей из двух более простых трехполюсных структур. Одна из них, реализующая функции  $P$  и  $P'$ , имеет вход в узле 0 и выходы в узлах  $a$  и 2. Другая реализует функции  $Q$  и  $Q'$  и имеет входной узел  $a$  и выходы 1 и 2.

Теперь обе трехполюсные структуры рис. 6.16 можно разложить на более элементарные, повторяя только что описанную процедуру столько раз, сколько это окажется необходимым. В окончательной стадии в преобразованной структуре будут содержаться только простые контакты. Преобразуя их так же, как мы это делали только что со структурами, можно легко убедиться в том, то в полученной структуре обеспечиваются общие узлы для каждой пары инверсных контактов и поэтому все они объединяются в переключающие контакты.

Чтобы придать этому доказательству общность, оно было сделано путем разложения на группы  $P$  и  $Q$  функции и ее инверсии, представленных в форме стандартных суммы и произведения. Поэтому применение метода ничем не ограничивается, и его можно непосредственно использовать для функций, приведенных к минимальным формам. Это будет проиллюстрировано ниже на примере 6.2.

### Пример 6.2.

Требуется построить структуру, реализующую инверсные функции  $T = A(B' + C)(D + E')$  и  $T' = A' + BC' + D'E$ , пользуясь только переключающими контактами.

Обе функции выражены в минимальной форме, и желательно не применять их разложения, которое может привести к менее экономичной структуре.

Последовательное преобразование структуры схематически показано на рис. 6.17, и номера шагов, используемые в дальнейших рассуждениях, относятся к аналогично занумерованным частям рисунка.

**Шаг 1.** В заданных функциях проводимости выделяются контакты  $A$  и  $A'$ , а оставшиеся части исходных функций обозначаются символами  $P$  и  $P'$ . Функции преобразуются при этом к виду  $T = AP$  для выхода 1 и  $T' = A' + P'$  для выхода 2.

В полученной после этого шага структуре обнаруживаем, что точка  $x$  (рис. 6.17) является общим узлом для трехполюсной структуры, воспроизводящей  $P$  и  $P'$ .

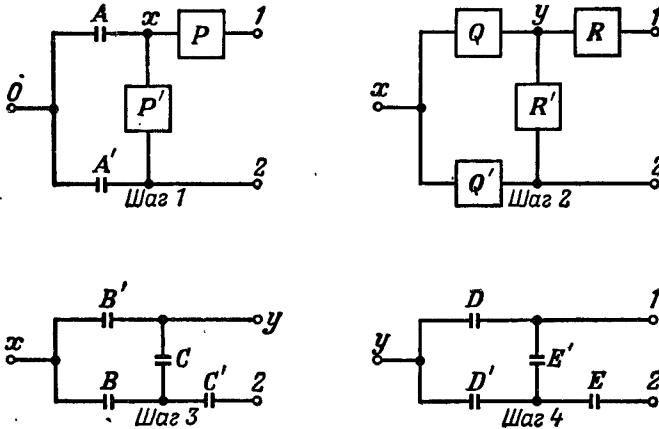


Рис. 6.17. Последовательное образование структуры для реализации функции и ее инверсии.

**Шаг 2.** Исходя из первоначальных функций, определяем функции  $P$  и  $P'$  и разлагаем их на более простые следующим образом:

$$P = (B' + C)(D + E') = QR,$$

$$P' = BC' + D'E = Q' + R'.$$

Схема, иллюстрирующая этот шаг, показывает, что узел  $x$  является общим для  $Q$  и  $Q'$  и что появился новый узел  $y$ , являющийся общим для структур  $R$  и  $R'$ .

**Шаг 3.** Исходя из предыдущего шага, можем положить  $Q = B' + C$  и  $Q' = BC'$ . Дальнейшего разложения не требуется, и можно сразу же начертить структуру, соответствующую этим функциям.

**Шаг 4.** Подобным же образом строим структуру, реализующую функции  $R = D + E'$  и  $R' = D'E$ .

Следует отметить, что благодаря тому, что в схемах, иллюстрирующих каждый из описанных шагов, отмечались входы и выходы полученных трехполюсных подсхем, объединение их для образования полной структуры достаточно просто. Если соединить точки

$y$  и  $2$  в структуре, соответствующей шагу 4, с соответствующими точками в структуре, построенной на шаге 3, то получим детальную структуру, реализующую функции, показанные на схеме для шага 2. Это также структура, реализующая функции  $P$  и  $P'$  на схеме для шага 1.

Если заменить теперь  $P$  и  $P'$  структурой, найденной в результате объединения шагов 3 и 4, то получим полную структуру устройства, изображенную на рис. 6.18. Можно легко проверить, что в этой структуре содержатся только переключающие контакты.

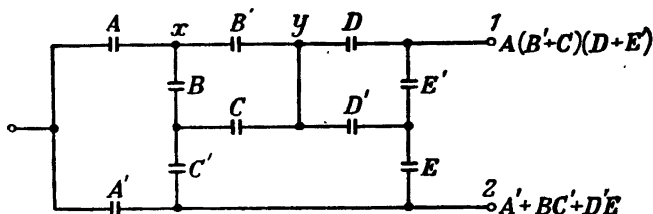


Рис. 6.18. Объединение элементарных структур, изображенных на рис. 6.17.

Требуемая функция и ее инверсия реализуются с помощью только переключающих контактов.

Благодаря общности рассмотренного метода его можно широко использовать для получения экономичных решений. В § 6.2 было показано, что для получения многополюсных структур методом преобразования параллельных цепей иногда приходится вводить инверсию взаимодействующей переменной. Рассмотренный выше метод показывает, что если известно число контактных пружин, реализующих взаимодействующую функцию, то инверсную ей структуру можно получить, добавив всего 50% пружин. Если число добавляемых пружин меньше, чем то, которое сэкономлено в результате устранения повторения цепи, то это шаг, который стоит предпринять.

Отметим, что ряд шагов, предпринятых для минимизации структур рис. 4.24 — 4.29 в свете рассмотренного метода, можно было бы свести к одному шагу — построению структуры с инверсными функциями проводимости  $T = C + DE$  и  $T' = C'(D' + E')$ .

#### § 6.4. Синтез многополюсных структур методом predeterminedной формы

В этом параграфе будет рассмотрен метод синтеза многополюсных структур, заключающийся в том, что сперва выбирается определенная форма соединений некоторого набора частей структуры, а затем определяется структура этих частей. Рассмотрим структуры, принадлежащие к типу, представленному на рис. 6.19. Трехполюс-

ная структура реализует на выходе две определенные функции проводимости:  $T_1$ , описывающую проводимость между выводами 0 и 1, и  $T_2$ , описывающую проводимость между выводами 0 и 2. Функция  $T_{12}$ , характеризующая проводимость между выводами 1 и 2, обычно не задается. Рассмотрение будет сосредоточено на задаче удовлетворения заданных функций проводимости с помощью структур, принадлежащих к одной из двух predetermined форм, показанных на рис. 6.19. В так называемой форме типа звезда (Y-форма) общая последовательная структура  $X$  реализует с помощью цепей,

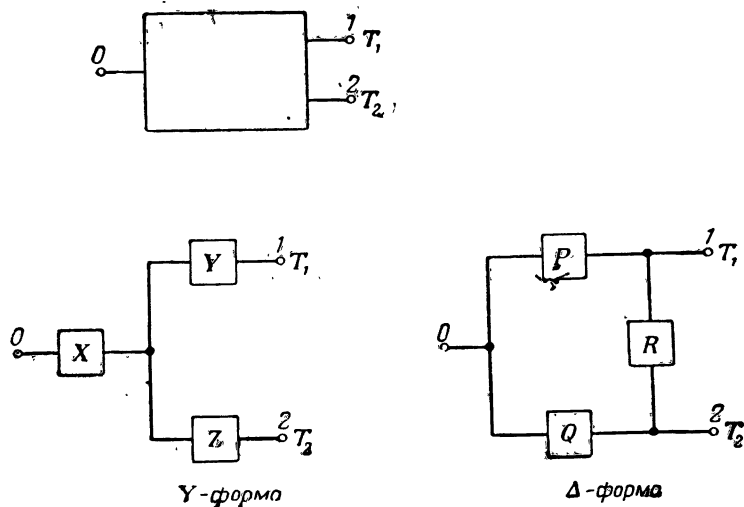


Рис. 6.19. Трехполюсная структура и две формы ее реализации.

проходящих через  $Y$ , функцию  $T_1$ , а с помощью цепей, проходящих через  $Z$ , — функцию  $T_2$ . В форме типа треугольник ( $\Delta$ -форма) цепи  $P$  и  $Q$  ведут непосредственно к выходам, реализующим функции  $T_1$  и  $T_2$  соответственно, а цепь  $R$  включена между двумя этими выходами. Во многих случаях принятие любой из этих форм приведет к одному и тому же конечному результату, однако обычно стоит испытать обе формы. Конечно, нет уверенности в том, что некоторая другая форма, совершенно отличная от изображенных на рис. 6.19, не приведет к еще лучшему результату. Другими словами, метод predetermined формы не дает гарантии того, что окончательный вариант структуры будет минимальным, но во многих случаях он является достаточно действенной процедурой для синтеза многополюсных структур.



Для более полного усвоения задачи построения многополюсных структур полезно рассмотреть пример, в котором результат синтеза уже известен, с тем, чтобы проследить некоторые из способов, с помощью которых можно было бы его получить.

**Пример 6.3.**

Трехполюсная контактная структура задана в виде звезды рис. 6.19. Составляющие ее части имеют проводимости  $X = A + CD'$ ,  $Y = BC' + D$  и  $Z = A'B + B'D$ . Из этих выражений получаются три релейные функции проводимости:

$$T_{01} = XY = A(BC' + D),$$

$$T_{02} = XZ = AB'D + A'BCD',$$

$$T_{12} = YZ = A'BC' + A'D + B'D.$$

Задача заключается в следующем: даны три функции межполюсных проводимостей; нужно найти по меньшей мере один набор релейных функций  $X, Y, Z$ , который удовлетворял бы этим соотношениям.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00			1	
	01			1	1
	11			1	1
	10				
		XY			

		AB			
		00	01	11	10
CD	00				
	01				1
	11				1
	10		1		
		XZ			

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		1		
	01	1	1		1
	11	1	1		1
	10				
		YZ			

Рис. 6.20. Матрицы релейных функций примера 6.3.

Рассмотрение трех указанных функций с точки зрения наличия в них множителей не всегда оправдывает себя, даже если и известно, что множители существуют. Матрицы этих функций, представленные на рис. 6.20, оказываются бесполезными. Поэтому будем рассматривать приведенные три функции, как некоторую систему уравнений, которую нужно решить. Составив таблицу состояний, вычислим значения  $XY, XZ$  и  $YZ$  для каждой комбинации  $A, B, C$  и  $D$ .

Так как указанные три произведения содержат все попарные комбинации переменных  $X, Y$  и  $Z$ , то различные комбинации значений произведений можно выразить через значения переменных. Типичные наборы значений попарных произведений переменных и их истолкование приведены ниже.

$XU$	$XZ$	$YZ$	
0	0	0	$X=Y=Z=0$ , или одна из них равна 1
0	0	1	$Y=Z=1$ ; $X=0$
0	1	1	$X, Y$ и $Z$ не имеют согласованных значений
1	1	1	$X=Y=Z=1$

Табл. 6.1 представляет собой полную таблицу состояний для  $A, B, C$  и  $D$  с соответствующими значениями  $XU, XZ$  и  $YZ$  и значениями самих переменных  $X, Y$  и  $Z$ . Если  $XU = XZ = YZ = 0$ , то соответствующие места в таблице в столбцах  $X, Y, Z$  оставляем незаполненными, так как может оказаться целесообразным для какой-либо из трех переменных подставить в этом месте единицу. Следует заметить, что никакая комбинация значений  $A, B, C, D$  не приводит к такой комбинации  $XU, XZ, YZ$ , в которой два из трех произведений равны единице. Таким образом, не существует набора значений  $X, Y, Z$ , который удовлетворял бы такой комбинации значений произведений.

Таблица 6.1

$A$	$B$	$C$	$D$	$XU$	$XZ$	$YZ$	$X$	$Y$	$Z$
0	0	0	0	0	0	0	-	-	-
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	-	-	-
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	-	-	-
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	-	-	-
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	-	-	-
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

Перенесем теперь значения  $X, Y, Z$  из табл. 6.1 в набор матриц Карно так, как показано на рис. 6.21.

Из рассмотрения их видно, что расстановка единиц в матрицах для  $Y$  и  $Z$  дает функции  $Y = BC' + D$  и  $Z = A'B + B'D$ . Если для некоторых из условных состояний в матрице для  $X$  проставить единицы в клетках, отмеченных птичками, то получим  $X = A + CD'$ .

Таким образом, решая систему уравнений, получили все исходные составляющие функции. Очевидно, однако, что имеется много вариантов таких решений в зависимости от расстановки единиц в клетках, соответствующих условным состояниям. На рис. 6.22 показан один из вариантов такой расстановки, для которого

$$X = AB + CD' + AD, \quad Y = C' + D, \quad Z = A'B + B'D.$$

	AB			
CD	00	01	11	10
00		0	1	v
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	v	1	v	v

**X**

	AB			
CD	00	01	11	10
00		1	1	
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		0		

**Y**

	AB			
CD	00	01	11	10
00		1	0	
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10		1		

**Z**

Рис. 6.21. Матрицы для функций X, Y, Z примера 6.3 с введенными условными членами, выбранными таким образом, чтобы восстановить первоначальные составляющие структуры.

В предыдущем примере одной из причин, приведших к сравнительно быстрому нахождению функции проводимости для X, Y и Z, явилось то обстоятельство, что была известна проводимость  $T_{12} = YZ$ . В общем случае из условий работы релейного устройства

	AB			
CD	00	01	11	10
00		0	1	
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	v	1	v	v

**X**

	AB			
CD	00	01	11	10
00	v	1	1	v
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		0		

**Y**

	AB			
CD	00	01	11	10
00		1	0	
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10		1		

**Z**

Рис. 6.22. Один из возможных способов использования условных членов в примере 6.3.

можно обычно определить функции  $T_{01} = XY$  и  $T_{02} = XZ$ , которые, однако, ничего не говорят о функции  $T_{12}$ . Можно, конечно, допустить, что  $T_{12} = T_{01} T_{02}$ . Если бы в предыдущем примере это имело место, то мы получили бы, что  $T_{01} T_{02} = AB'D$ , что, конечно, не равно  $YZ$ .

Если  $T_{01}$  и  $T_{02}$  реализуются отдельными последовательно-параллельными структурами, то предположение, что  $T_{12} = T_{01} T_{02}$ ,

будет верным. Такой случай представлен на рис. 6.23, где цепочка, связывающая выходные узлы 1 и 2, представляет собой последовательное соединение контактов  $AB'D$ , что получается при упрощении произведения  $T_{01} T_{02}$ . В более экономичной структуре, изображенной на рис. 6.24,  $X$  можно выделить в отдельную цепь, а цепи  $Y$

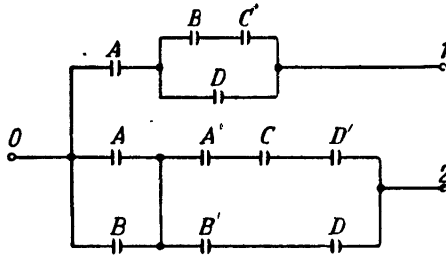


Рис. 6.23. Последовательно-параллельные цепи для  $T_{01}$  и  $T_{02}$ .

и  $Z$  частично объединяются с помощью контакта  $D$ . (Необходимость в добавлении контактов, изолирующих контакт  $D$ , отсутствует, так как возможные ложные цепи на рис. 6.24 уничтожаются последовательным соединением контактов  $BB'$ .) Хотя функции проводимости в этой структуре реализуются правильно, четкое выделение  $Y$

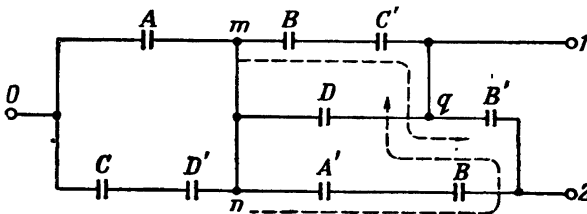


Рис. 6.24. Структура примера 6.3, в которой используется общая последовательная группа контактов.

Пунктиром указаны возможные ложные цепи.

и  $Z$  невозможно. Проводимость  $T_{12} = B' + A'BD + A'BC' = B' + A' + (D + C')$  не равна произведению  $YZ$ . В общем случае формулировка условий работы многополюсных структур обычно такова, что задание проводимостей на выходах не влечет за собой задания проводимостей между выходными полюсами, а способы однозначного определения их отсутствуют. Метод, который основан на решении системы уравнений, требует, чтобы были определены все межполюсные функции проводимости, или чтобы по крайней мере имелось достаточное число независимых уравнений, для того чтобы

решить их относительно всех переменных. Если на проводимость между выходными полюсами нужно наложить какое-нибудь ограничение, то метод, рассмотренный в предыдущем примере, является наиболее прямым. Он обладает тем дополнительным преимуществом, что в случае несовместимости проводимостей, заданных на выходах, и проводимости между выходами этот факт станет сейчас же известным благодаря тому, что решение системы уравнений окажется невозможным. Если на функцию проводимости между выходными полюсами не наложены никакие ограничения, то метод предопределенной формы можно использовать несколько по-иному.

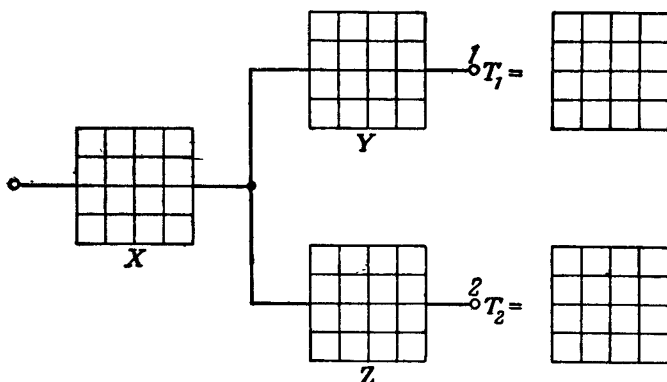


Рис. 6.25. Составляющие трехполюсной структуры с двумя выходами представлены в виде матриц.

В описанном ниже методе будут широко использоваться матрицы Карно. Это обстоятельство выражено на рис. 6.25 тем, что в трехполюсной структуре типа  $Y$  отдельные части ее заменены матрицами. Каждая релейная функция проводимости на выходе представляется матрицей, которая должна быть получена в результате умножения двух составляющих матриц. Задача заключается в том, чтобы выяснить, как определяются три составляющие матрицы, если известны только две, соответствующие  $T_1$  и  $T_2$ .

Составляющие матрицы заполняются в результате выполнения последовательности операций, основанных на следующих правилах.

1. Так как цепь  $X$  включена последовательно с цепями  $Y$  и  $Z$ , то из этого следует, что если какое-либо условие на входах требует появления единицы на каком-либо из выходов, то в матрицу  $X$  нужно внести 1, соответствующую этому условию на входах. Поэтому в матрице  $X$  клетки, заполненные единицами, должны быть везде, где вхождения единиц встречаются в матрицах  $T_1$  или  $T_2$ . Так как, кроме того, любые нежелательные функции проводимости, опреде-

ляемые матрицей  $X$ , всегда можно свести к нулю, заполнив нулями соответствующие клетки  $Y$  и  $Z$ , то нет нужды ограничивать заполнение матрицы  $X$  единицами, содержащимися в объединенной матрице  $T_1$  и  $T_2$ . Отсюда следует, что матрицы  $X$ , помимо всех единиц, которые входят в матрицы  $T_1$  и  $T_2$ , могут содержать любые дополнительные единицы, выбранные с целью упрощения цепей  $X$ .

	AB				
	00	01	11	10	
CD					
00			1		
01			1	1	
11			1	1	
10					

$T_1$

	AB				
	00	01	11	10	
CD					
00					
01				1	
11				1	
10		1			

$T_2$

	AB				
	00	01	11	10	
CD					
00			1	✓	
01			1	1	
11			1	1	
10	✓	1	✓	✓	

$X$

Рис. 6.26. Матрицы, соответствующие проводимостям функций  $T_1$  и  $T_2$  примера 6.4, и матрица  $X$  с указанием клеток, в которые следует внести значение  $X = 1$ .

2. В матрице  $Y$  должны содержаться по меньшей мере все единицы, входящие в матрицу  $T_1$ . Кроме того, нулям, проставленным в клетках матрицы  $X$ , может соответствовать произвольное заполнение клеток матрицы  $Y$ .

3. В матрице  $Z$  должны содержаться все единицы, входящие в матрицу  $T_2$ . Кроме того, нулям, проставленным в клетках матрицы  $X$ , может соответствовать произвольное заполнение клеток матрицы  $Z$ .

В следующем примере эти правила будут использованы для определения релейных функций проводимости цепей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , удовлетворяющих функциям  $T_1$  и  $T_2$  из примера 6.3.

#### Пример 6.4.

Трехполюсная контактная структура должна реализовать следующие релейные функции на выходах:

$$T_1 = A(BC' + D),$$

$$T_2 = AB'D + A'BCD'.$$

Найдем функции проводимости  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  в трехполюсной структуре типа  $Y$  рис. 6.19.

На рис. 6.26 представлены матрицы  $T_1$  и  $T_2$ , а также предварительная матрица цепей  $X$ . В соответствии с первым из приведенных выше правил матрица  $X$  должна содержать единицы во всех клетках, которым соответствуют проводимости, равные единице в матрицах  $T_1$  и  $T_2$ . Однако на этом этапе все остающиеся незапол-

ненными клетки матрицы  $X$  можно рассматривать как произвольные, так как проводимости относительно выходов для нежелательных состояний входов можно предотвратить, заполняя нулями клетки матриц для функций  $Y$  и  $Z$ . Легко видеть, что для упрощения цепей  $X$  целесообразно заполнить единицами клетки, отмеченные на рис. 6.26. Полученная в результате этого матрица представляет собой цепи  $X = A + CD'$ .

		AB			
		00	01	11	10
CD	00			1	0
	01			1	1
	11			1	1
	10	0	0	0	0

Y

		AB			
		00	01	11	10
CD	00			0	0
	01			0	1
	11			0	1
	10	0	1	0	0

Z

Рис. 6.27. Матрицы для функций  $Y$  и  $Z$ .  
Все пустые клетки соответствуют условным членам.

На рис. 6.27 матрицы  $Y$  и  $Z$  заполнены частично. Каждая из них содержит все единицы, имевшиеся соответственно в  $T_1$  и  $T_2$ . Кроме того, в них содержатся нули, соответствующие заполнению тех клеток матрицы  $X$ , где были проставлены дополнительные единицы.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		1	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

Y

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		1	0	0
	01	1	1	0	1
	11	1	1	0	1
	10	0	1	0	0

Z

Рис. 6.28. Матрицы функций  $Y$  и  $Z$  с проставленными значениями для произвольных членов. Последние выбраны таким образом, чтобы получить для обеих функций минимальные структуры.

не предусмотренные соответствующими функциями выхода. Поскольку все остающиеся незаполненными клетки  $Y$  и  $Z$  соответствуют нулевой проводимости цепи  $X$ , то их можно рассматривать как произвольные. Один из вариантов простановки единиц в этих клетках показан на рис. 6.28. Соответствующие релейные функции проводимости будут иметь вид

$$Y = BC' + D,$$

$$Z = A'B + B'D.$$

В этом примере, естественно, были получены в точности такие же выражения для  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , как и в примере 6.3. Определение этих функций, однако, не потребовало знания проводимости  $T_{12}$ . Вместо этого, руководствуясь выбранным типом структуры, были установлены логические правила для заполнения матриц, соответствующих частям структуры. Заполнение произвольных вхождений позволяет выбрать при этом любой из возможных вариантов целей.

Правила составления матриц для частей трехполюсной структуры типа  $Y$  могут быть вкратце сформулированы следующим образом: если  $T_1 = XY$  и  $T_2 = XZ$ , то нужно определить матрицы  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  такие, что для *любого* вхождения (скажем  $i$ -го)  $T_{1i} = X_i Y_i$  и  $T_{2i} = X_i Z_i$  для всех  $i$ . Кроме того,

- (1) матрица  $X$  должна содержать все 1 из  $T_1$  и  $T_2$ ;
- (2) матрица  $Y$  должна содержать все 1 из  $T_1$ ;
- (3) матрица  $Z$  должна содержать все 1 из  $T_2$ ;
- (4) если  $T_{1i} = 0$ , то или  $X_i$ , или  $Y_i$  должны быть 0;
- (5) если  $T_{2i} = 0$ , то или  $X_i$ , или  $Z_i$  должны быть 0.

Если строится структура типа  $\Delta$ , то, как можно видеть из рис. 6.19,  $T_1 = P + QR$  и  $T_2 = Q + PR$ . Если значения  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $P$ ,  $Q$  и  $R$  представлены в виде матриц, то эти соотношения должны оставаться справедливыми для всех вхождений в них, т. е. для каждого  $i$ -го вхождения  $T_{1i} = P_i + Q_i R_i$  и  $T_{2i} = Q_i + P_i R_i$ . Эти требования будут удовлетворены, если клетки матрицы заполнять согласно следующим правилам:

- (1)  $P_i$  должно быть 0, если  $T_{1i} = 0$ ;
- (2)  $Q_i$  должно быть 0, если  $T_{2i} = 0$ ;
- (3)  $R_i$  должно быть 0, если  $T_{1i} \neq T_{2i}$ ;
- (4)  $R_i$  произвольно ( $\Phi$ ), если  $T_{1i} = T_{2i}$ ;
- (5)  $P_i = 0$  и  $Q_i = 1$ , если  $T_{1i} = 0$  и  $T_{2i} = 1$ ;
- (6)  $P_i = 1$  и  $Q_i = 0$ , если  $T_{1i} = 1$  и  $T_{2i} = 0$ ;
- (7) для всех остальных вхождений  $T_1 = T_2 = 1$ . Поэтому по меньшей мере две из трех матриц  $P$ ,  $Q$  и  $R$  должны содержать единицы в каждом из соответствующих вхождений.

При формальном перечислении этих правил они, может быть, выглядят сложными. Однако применение их сравнительно просто. Это будет показано при рассмотрении примеров. Обратите внимание на правило (4). Оно утверждает, что если две выходные проводимости одинаковы в соответствующих клетках исходных матриц, то в матрице  $R$  в этом месте вхождение может быть произвольным. Это верно, если проводимость  $T_{12}$  произвольна, однако если на нее накладываются какие-либо ограничения, то вхождения матрицы  $R$  уже не могут быть произвольными.

### Пример 6.5.

Выходные функции проводимости

$$T_1 = A'BD + AC + BC \quad \text{и} \quad T_2 = A'B + ACD$$



должны быть реализованы с помощью многополюсной контактной структуры, для которой следует выбрать тип  $\Delta$ , показанный на рис. 6.19.

	AB			
CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

$T_1$

	AB			
CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	1
10	0	1	0	0

$T_2$

Рис. 6.29. Матрицы выходных функций проводимости для примера 6.5.

Выходные функции  $T_1$  и  $T_2$  представлены в виде матриц рис. 6.29. На рис. 6.30 показаны следующие операции:

1. Согласно правилу (1), все нули из  $T_1$  внесены в  $P$ .
2. Согласно правилу (2), все нули из  $T_2$  внесены в  $Q$ .
3. Согласно правилу (3), нули вносятся в  $R$  везде, где заполнения  $P$  и  $Q$  инверсны.

	AB			
CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0		0	0
11	0			
10	0		1	1

$P$

	AB			
CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0		0	0
11	0			
10	0		0	0

$Q$

	AB			
CD	00	01	11	10
00	$\Phi$	0	$\Phi$	$\Phi$
01	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$
11	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$	$\Phi$
10	$\Phi$	$\Phi$	0	0

$R$

Рис. 6.30. Частично заполненные матрицы для компонент структуры примера 6.5.

4. Согласно правилу (4), произвольные значения  $\Phi$  вносятся в  $R$  везде, где заполнения  $P$  и  $Q$  одинаковы.

5. Согласно правилу (5), нули вносятся в  $P$ , а единицы вносятся в  $Q$ , везде, где  $T_1 = 0$ , а  $T_2 = 1$ .

6. Согласно правилу (6), единицы вносятся в  $P$  и нули вносятся в  $Q$  везде, где  $T_1 = 1$ , а  $T_2 = 0$ .

Все остальные клетки в этих трех матрицах должны быть заполнены в соответствии с правилом (7), которое дает достаточно большую свободу выбора. Количество вариантов заполнения, дающих

минимизацию, однако, более ограничено. Заполнение клеток, представленное на рис. 6.31, является, по-видимому, оптимальным для

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	1	1	1
	10	0	1	1	1

*P*

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	0	0
	01	0	1	0	0
	11	0	1	0	0
	10	0	1	0	0

*Q*

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

*R*

Рис. 6.31. Окончательные матрицы компонент структуры примера 6.5.

рассматриваемого примера. Оно приводит к следующим функциям проводимости:

$$P = (A + B)C,$$

$$Q = A'B,$$

$$R = D.$$

На рис. 6.32 слева соответствующая структура изображена в параллельно-последовательной реализации. Два контакта *B* в ней можно объединить, как это показано на рис. 6.32 справа, так как последовательно соединенные контакты *A* и *A'* делают проводимость получающейся при этой ложной цепочки равной нулю.

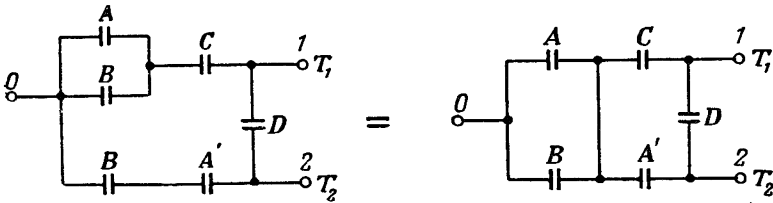


Рис. 6.32. Структура, реализующая функции, заданные в примере 6.5.

Структуру рис. 6.32 можно также получить, исходя из трехполюсной структуры типа *Y*. Соответствующее построение читателю рекомендуется выполнить в качестве упражнения.

Метод предопределенной формы не ограничивается структурами типа *Y* и  $\Delta$ . Эти типы относятся к тем, для которых правила составления матриц достаточно легко формулируются и сравнительно просто применяются. Они являются достаточно эффективными для целого ряда задач. Имеется, однако, много других типов структур с двумя выходами, которые можно использовать в качестве предопре-

деленных. Существует еще больше типов структур, которые можно применять для случаев, когда имеется более двух выходов. Однако более простых типов, чем звезда и треугольник, нет, и они достаточны для иллюстрации метода predetermined форм.

### § 6.5. Соотношения звезда — треугольник в трехполюсных структурах

В предыдущем параграфе была рассмотрена процедура синтеза трехполюсных структур, для которых определены лишь две межполюсные функции проводимости. В зависимости от принятой predetermined формы результатом синтеза являлась структура типа звезда или треугольник.

Важно иметь возможность строить и другие трехполюсные структуры, определяемые такими же функциями. Один из таких наборов

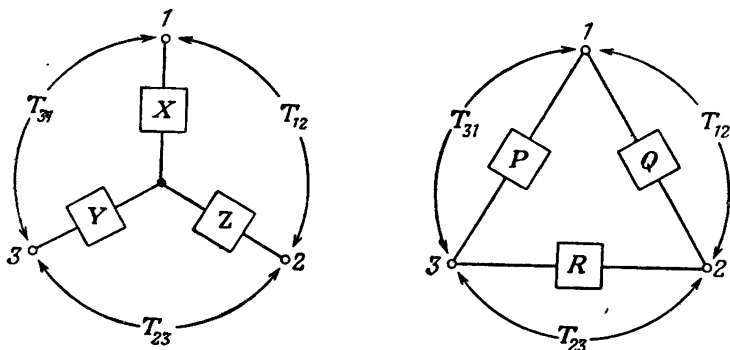


Рис. 6.33. Символика для преобразования звезды в треугольник.

эквивалентных структур можно получить, пользуясь преобразованием звезда—треугольник.

В примере 6.3 была получена структура типа  $Y$ , которая реализовала три определенные межполюсные функции проводимости. Ранее было обнаружено, что в таблицу состояний, соответствующую частям этой структуры, входит ряд условных состояний, позволяющих приписывать произвольные значения проводимости. Это свойство будет изучено в дальнейшем более подробно при разработке правил преобразования звезды в треугольник и наоборот. При рассмотрении этой задачи будут применяться символы, представленные на рис. 6.33.

Будем считать, что заданы функции  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Тогда функции проводимости между выходами звезды будут иметь вид  $T_{12} = XZ$ ,  $T_{23} = YZ$ ,  $T_{31} = XY$ . Части структуры  $P$ ,  $Q$  и  $R$ , входящие

в  $\Delta$ -структуру, должны реализовать те же функции проводимости  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Составим таблицу состояний, в которой  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  принимают все возможные сочетания значений, и для каждого из них подсчитаем значения  $T_{12}$ ,  $T_{23}$  и  $T_{31}$ . Затем определим, какими при этом должны быть значения  $P$ ,  $Q$  и  $R$ . Из полученной таким образом таблицы состояний непосредственно определяются функции  $P$ ,  $Q$  и  $R$ .

Таблица 6.2

$X$	$Y$	$Z$	$T_{12}$	$T_{23}$	$T_{31}$	$P$	$Q$	$R$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Условия работы, соответствующие последней строке табл. 6.2, где все три межполюсные проводимости суть 1, можно реализовать с помощью структуры типа  $\Delta$ , приписав проводимость, равную единице, всем трем ее частям или любым двум из трех. Таким образом, для этой строки имеются четыре способа приписывания значений ее элементам и в соответствии с этим четыре структуры типа  $\Delta$ , равносильные по своей проводимости структуре типа  $Y$ .

Если воспользоваться первым вариантом значений последней строки табл. 6.2, то получим

$$P=XY; \quad Q=XZ, \quad R=YZ.$$

Это набор соотношений, которые дает преобразование звезды в равносильный ей треугольник. Три других варианта соотношений, которые можно получить, приняв другие возможные варианты заполнения последней строки табл. 6.2, дают следующие соотношения:

$$P=XY'Z', \quad Q=XZ, \quad R=YZ;$$

$$P=XY, \quad Q=XY'Z, \quad R=YZ;$$

$$P=XY, \quad Q=XZ, \quad R=X'YZ.$$

Соответствующий набор зависимостей для преобразования треугольника в звезду получается с помощью другой таблицы состоя-

ний, в которой в качестве независимых переменных рассматриваются функции  $P$ ,  $Q$  и  $R$ .

В табл. 6.3 для верхней строки требуется, чтобы три межполюсные проводимости были равны 0. Это условие удовлетворяется, если

Таблица 6.3

$P$	$Q$	$R$	$T_{12}$	$T_{23}$	$T_{31}$	$X$	$Y$	$Z$	
0	0	0	0	0	0	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$	0	0	
							1	0	0
							0	1	0
							0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1	
0	1	0	1	0	0	1	0	1	
0	1	1	1	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	1	1	1	0	
1	0	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	0	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	

равны нулю все три функции  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  или любые две из них. Поэтому, как и выше, существует четыре способа заполнения этой строки и четыре набора соотношений для преобразования треугольника в звезду. Если воспользоваться первым вариантом значений  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , то получим

$$X=P+Q, \quad Y=P+R, \quad Z=Q+R.$$

Другие варианты значений этих величин дают зависимости, которые отличаются друг от друга тем, что в одно из соотношений добавляется член, заключенный в скобки:

$$X=P+Q(+R'), \quad T=P+R(+Q'), \quad Z=Q+R(+P').$$

### § 6.6. Цепи управления релейными элементами

В § 4.3 была рассмотрена обобщенная схема релейного устройства, в которой реле приводились в действие с помощью заземления одного или нескольких входов (см. рис. 4.4). Этот вид схемы является очень удобным, так как он дает возможность использовать выход одного релейного устройства в качестве входа другого. Проводимость выхода, равная 1, служит указанием на то, что на данном выходе имеется потенциал земли. Это в точности соответствует условию получения входа, равного 1, для другого релейного устройства такого же типа.

Двухполюсная структура является основной структурой, используемой для управления током в обмотке реле. До сих пор для управления реле нами использовалась структура типа, изображенного на рис. 6.34. В ней  $X$  представляет собой контактный двухполюсник.

Этот способ следует назвать последовательным управлением (он известен также под названием непосредственного управления). На рис. 6.34 показан другой способ, противоположный только что рассмотренному и известный под названием параллельного управления

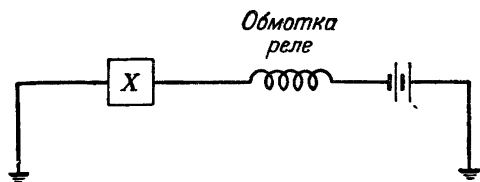


Рис. 6.34. Последовательные цепи управления реле.

ния. Управление осуществляется здесь также с помощью контактного двухполюсника  $X$ , но он включен параллельно обмотке реле. Последовательно с обмоткой реле следует включить сопротивление  $R$ , ограничивающее величину тока и предупреждающее закорачивание батареи в случае, когда проводимость  $X$  равна 1 и обмотка

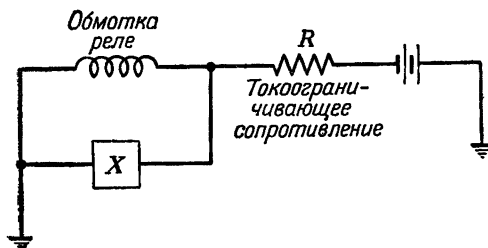


Рис. 6.35. Параллельные цепи управления реле.

реле замкнута накоротко. Сопротивление  $R$  должно быть достаточно малым, чтобы при размыкании цепей двухполюсника  $X$  через обмотку реле проходил ток, достаточный для его срабатывания.

Из схем рис. 6.34 и 6.35 очевидно, что если 1 представляет в каждом случае условие срабатывания реле, а  $X$  — проводимость двухполюсника, то имеют место следующие соотношения:

Последовательное управление  
Действие реле =  $X$

Параллельное управление  
Действие реле =  $X'$

Таким образом, состояние реле для последовательного и параллельного управления описывается соответственно проводимостью управляющей цепи или ее инверсией.

Из этих соотношений следует, что схемы рис. 6.34 и 6.35 могут являться двойственными по отношению друг к другу. Пусть проводимость двухполюсника  $X$  на рис. 6.34 есть функция  $T$ . Эта функция описывает также и состояние реле в этой схеме. Пусть теперь необходимо, чтобы состояние реле в схеме с параллельным управлением рис. 6.35 описывалось также этой же функцией  $T$ . Тогда нужно будет

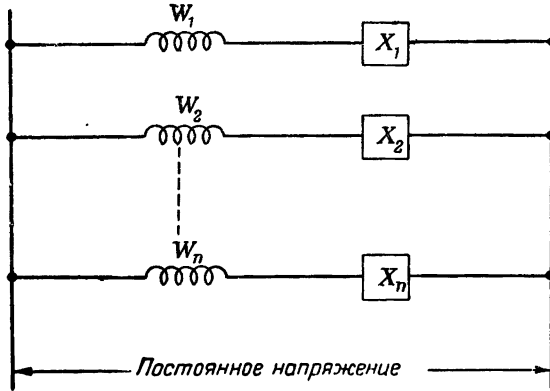


Рис. 6.36. Управление реле в системе питания постоянным напряжением.

воспользоваться двухполюсником, являющимся инверсией двухполюсника  $X$  на рис. 6.34. По определению (см. § 3.8) контактные части этих двух цепей будут двойственными по отношению друг к другу. В действительности, однако, между этими двумя двухполюсниками не будет полной двойственности, если принять во вни-

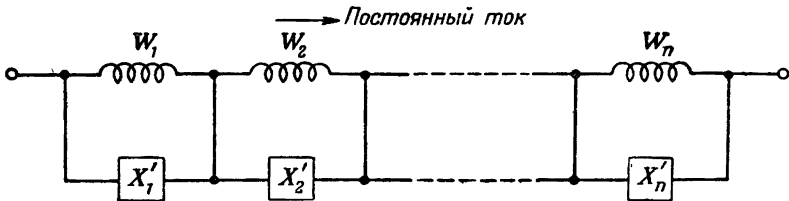


Рис. 6.37. Управление реле в системе питания постоянным током.

мание не только релейные, а также и электрические свойства цепей. Это станет более ясным, если рассмотреть структуры, которые действительно являются двойственными по отношению друг к другу. На рис. 6.36 показаны  $n$  реле, у каждого из которых обмотка  $W_i$  управляется последовательно включенной управляющей цепью  $X_i$ . Отдельные обмотки и управляющие цепи обозначаются индексами

от 1 до  $n$ .) Энергия для приведения в действие реле получается от источника постоянного напряжения. Таким образом, в этом случае имеется последовательно-параллельная электрическая цепь, в которой каждое реле и последовательно включенная с ним управляющая цепь присоединяются к источнику напряжения параллельно.

На рис. 6.37 изображена электрическая цепь, двойственная по отношению к цепи рис. 6.36. Энергия для срабатывания реле получается теперь от источника постоянного тока. В этом случае

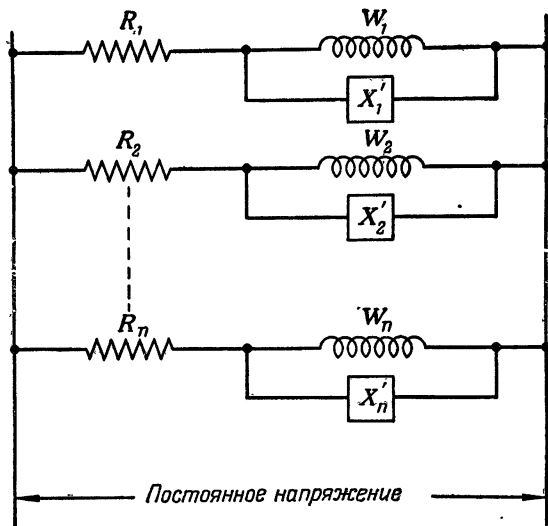


Рис. 6.38. Практическое приближение к системе питания постоянным током.

имеется последовательно-параллельная цепь, в которой каждая обмотка реле соединена параллельно с управляющей цепью, и эти параллельные пары соединены последовательно друг с другом и с источником тока. Управляющие цепи в системе постоянного тока являются инверсиями соответствующих цепей в системе постоянного напряжения.

Отсюда вытекает важное обстоятельство, которое заключается в том, что последовательная управляющая цепь характерна для релейной структуры, питающейся от источника постоянного напряжения, а параллельная управляющая цепь — для структуры, питающейся от источника постоянного тока. Из схемы рис. 6.35 можно видеть, что ограничивающее сопротивление  $R$  на самом деле является средством, осуществляющим лишь приближение к условиям работы, характерным для системы постоянного тока. При применении такого способа управления в отношении группы реле скорее всего



будет использован способ их включения, изображенный на рис. 6.38, чем действительная система постоянного тока. В структуре рис. 6.38 для каждого реле предусмотрено отдельное сопротивление, ограничивающее ток, и, таким образом, имеется группа цепей, работающая в условиях, близких к режиму постоянного тока, в действительности же питающаяся от источника постоянного напряжения.

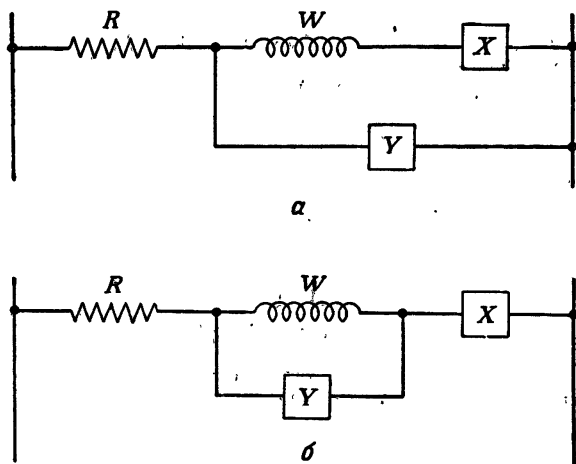


Рис. 6.39. Реле, управляемое последовательными и параллельными цепями.

Практическое преимущество этого способа состоит в том, что оно позволяет использовать оба способа включения релейных цепей в пределах одной и той же структуры и получать всю энергию питания от одного общего источника. Более важным является, пожалуй, то, что это приближение дает возможность пользоваться обоими способами управления для одного и того же реле.

На рис. 6.39 даны два варианта структур, в которых обмотка реле управляется как параллельной, так и последовательной цепями. В обеих цепях требуется ограничивающее сопротивление  $R$ , предупреждающее закорачивание источника тока через параллельную управляющую цепь  $Y$ . Эти цепи различаются тем, что на рис. 6.39,а шунтирующая цепь  $Y$  включена параллельно последовательному соединению обмотки  $W$  и управляющего двухполюсника  $X$ , а на рис. 6.39,б шунтирующая цепь соединена параллельно только обмотке реле. Релейные характеристики этих двух цепей одинаковы.

Обозначим проводимости цепей через  $X$  и  $Y$ , а условие срабатывания реле через  $W$  и составим таблицу состояний для  $W$  как функции  $X$  и  $Y$ .

Таблица 6.4

X	Y	W
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

В этой таблице только одна комбинация приводит к срабатыванию реле, и в соответствии с ней условия срабатывания его запишутся следующим образом:  $W = XY'$ . Простой пример иллюстрирует применение этого выражения.

### Пример 6.6.

Релейные функции трех реле имеют вид

$$W_1 = AB(C' + D),$$

$$W_2 = AB(C + D),$$

$$W_3 = (A' + B')CD.$$

Пользуясь способом последовательного управления реле, можно реализовать эти три функции с помощью структуры, изображенной на рис. 6.40.

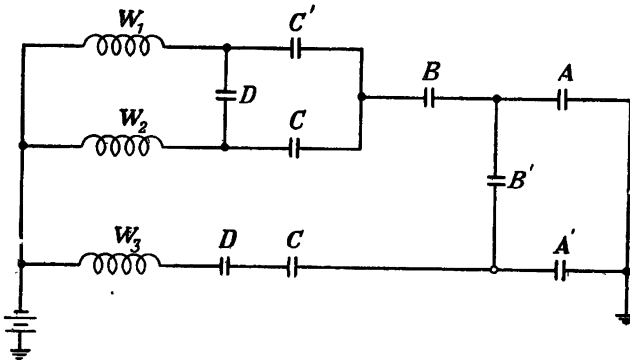


Рис. 6.40. Управление тремя реле с помощью последовательно включенных цепей.

Запишем теперь указанные функции в виде

$$W_1 = AB(C' + D) = AB(CD)',$$

$$W_2 = AB(C + D) = AB(C'D)',$$

$$W_3 = (A' + B')CD = CD(AB)'.$$

Каждая функция представлена теперь в виде  $XY'$ . Ее можно поэтому истолковывать как последовательную управляющую цепь X

и параллельную управляющую цепь  $Y$ . Так, например, функцию  $W_1$  можно реализовать, используя цепь  $AB$ , последовательно соединенную с обмоткой реле, и цепь  $CD'$ , шунтирующую обмотку. На рис. 6.41 изображена структура, в которой все три реле управляются комбинациями последовательных и параллельных цепей. При синтезе этой структуры была поставлена задача уменьшения числа требуемых контактов. Структура рис. 6.40 имеет 9 контактов и 15 пружин, тогда как в структуре рис. 6.41 содержится только 7 контактов и 13 пружин.

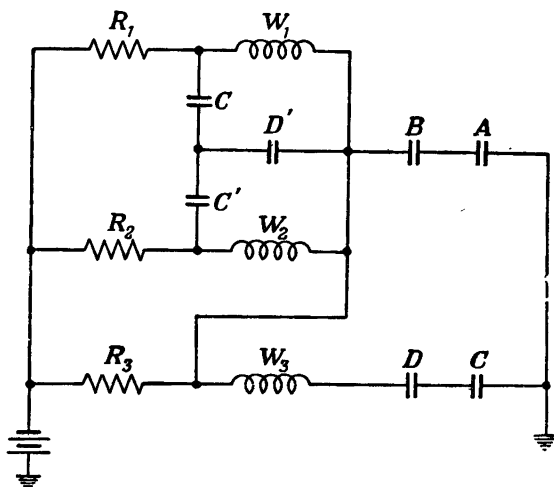


Рис. 6.41. Благодаря использованию комбинированного последовательного и параллельного управления реле получена структура, требующая меньшего числа контактов, чем аналогичная структура рис. 6.40.

Параллельное управление реле обладает определенными недостатками, которые следует учитывать при физической реализации соответствующих структур. При применении этого способа управления возрастает стоимость аппаратуры из-за стоимости ограничивающих сопротивлений, а также стоимости их монтажа. Релейные цепи в этом случае потребляют ток от источника питания независимо от того, сработало реле или нет, что увеличивает расход электроэнергии. Поскольку выключение реле осуществляется с помощью закорачивания его обмотки, то убывание тока происходит по экспоненциальному закону и время отпускания получается, вообще говоря, большим, чем при последовательном управлении. Это обстоятельство обычно является недостатком, но в некоторых случаях, когда нужно иметь замедление реле на отпускание, оно может служить причиной для выбора управления с помощью параллельных цепей.

Управляющие цепи, содержащие как последовательные, так и шунтирующие двухполюсники, весьма эффективно синтезируются с помощью матриц Карно. Произвольные значения входов являются мощным вспомогательным средством для минимизации структур. При синтезе структуры для управления группой реле необходимо сперва принять одну из допущенных форм и затем разработать для нее правила составления матриц. Процесс синтеза лучше всего проиллюстрировать на примере.

### Пример 6.7.

Имеются две релейные функции, реализованные в примерах 6.3 и 6.4, которые воздействуют каждая на свое реле. Нужно построить структуру цепей управления реле, используя как последовательные, так и параллельные управляющие цепи.

Релейные функции имеют вид:

$$T_1 = A(BC' + D),$$

$$T_2 = AB'D + A'BCD'.$$

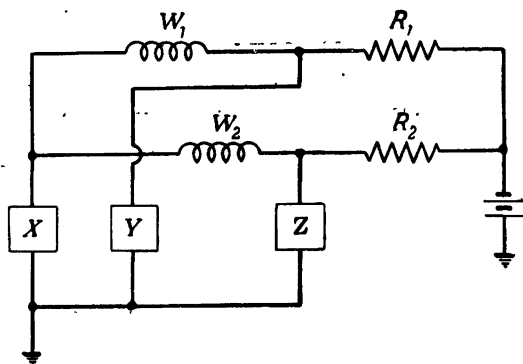


Рис. 6.42. Предопределенная форма управления реле  $W_1$  и  $W_2$ .

Примем в качестве допущенной форму, представленную на рис. 6.42. Цепь  $X$  включена последовательно с обмотками обоих реле. Цепь  $Y$  шунтирует обмотку реле  $W_1$ , а цепь  $Z$  — обмотку реле  $W_2$ . Все эти цепи должны быть синтезированы таким образом, чтобы вместе обеспечивать условия работы реле  $W_1$  и  $W_2$  в соответствии с функциями  $T_1$  и  $T_2$ .

Из рис. 6.42 можно видеть, что для всех вхождений матриц, соответствующих  $T_1$  или  $T_2$  и равных единицам, должны быть единицы также и в матрице  $X$ . Матрица  $Y$  должна содержать нули во всех клетках, которые заполнены единицами в матрице  $T_1$ , а матрица  $Z$

должна содержать нули всюду, где содержит единицы матрица  $T_2$ . Кроме того, матрица  $Z$  должна содержать единицы во всех тех клетках, которые содержат единицы в матрице  $T_1$  и не содержат единиц в матрице  $T_2$ . Матрица  $Y$  должна содержать единицы в тех клетках, которые заполнены в матрице  $T_2$  единицами, отсутствующими на этих же местах в матрице  $T_1$ .

Такой порядок заполнения матриц гарантирует условия работы реле, при которых: (а) каждое реле через последовательную цепочку заземляется при всех условиях на входах, которые требуют срабатывания реле, (б) если требуется срабатывание реле, то шунтирую-

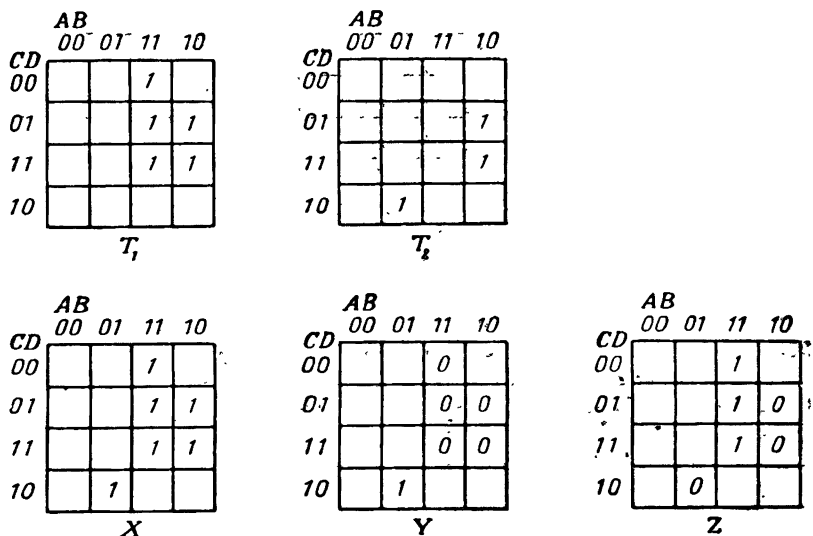


Рис. 6.43. Матрицы  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  до заполнения клеток, соответствующих произвольным членам.

щая цепочка не проводит, (в) каждое реле заземляется через шунтирующую цепочку при условиях на входах, которые требуют, чтобы реле не срабатывало, в то время как другое реле в этот момент может срабатывать.

На рис. 6.43 показаны матрицы  $T_1$  и  $T_2$  и матрицы  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Последние содержат только такие вхождения, которые соответствуют установленным выше правилам. Содержимое таких заполненных клеток назовем рабочими вхождениями; все другие вхождения в матрицах  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  могут быть в определенной степени произвольными. Под этим подразумевается следующее:

1. Нуль может входить в любую из незаполненных клеток матрицы  $X$ . Для аналогичных клеток вхождения в матрицах  $Y$  и  $Z$  совершенно произвольны.

2. Единица может быть внесена в любую из незаполненных клеток матрицы  $X$ , но для таких клеток единицы должны также входить как в матрицу  $Y$ , так и в матрицу  $Z$ . Простановка единиц в клетках матрицы  $X$  приводит к возможности заземления через последовательную цепочку обмоток обоих релё, что привело бы к неправильному действию. Оно предотвращается, если одновременно заземлить оба реле через шунтирующие цепочки.

		AB			
CD		00	01	11	10
00				1	
01				1	1
11				1	1
10			1		

$X$

		AB			
CD		00	01	11	10
00			1	0	
01			1	0	0
11			1	0	0
10			1		

$Y$

		AB			
CD		00	01	11	10
00				1	
01				1	0
11				1	0
10			0	1	

$Z$

Рис. 6.44. Окончательно заполненные матрицы к примеру 6.7.

3. Единица может входить в любую из остальных клеток матрицы  $Y$  или  $Z$  (или обеих вместе), не оказывая влияния на матрицу  $X$ . (Все остальные клетки соответствуют нулям в матрицах  $T_1$  и  $T_2$ . Заземление через шунтирующую цепочку может только предотвратить срабатывание, но не вызвать его.)

Матрицы, заполненные в соответствии с этими правилами, приведены на рис. 6.44. Они характеризуют собой следующие релейные функции:

$$X = AD + ABC' + A'BCD',$$

$$Y = A'B,$$

$$Z = AB.$$

Имеется достаточно много вариантов заполнения матриц. Нет гарантии того, что вариант, представленный на рис. 6.44, дает минимальную структуру, однако при использовании его получается меньшее число контактов, нежели в других вариантах, которые на первый взгляд могли бы дать лучшие решения. Например, представленная матрицей  $Y$  релейная функция есть  $A'B$ . Сформулированные выше правила разрешают вписывание дополнительных вхождений в матрице  $Y$ , при которых можно было бы с равным успехом получить релейную функцию  $Y = A'$ . Однако, как можно видеть из структуры релейного устройства, изображенной на рис. 6.45, цепь  $A'B$  можно рассматривать как некоторую изолированную функцию в цепи  $X$ , что позволяет реализовать релейную функцию  $Y$  без введения дополнительных контактов. Конечно, контакт  $B$

можно было переместить в какое-нибудь место слева от контакта  $D'$ , оставив выделенным  $A'$  вместо  $A'B$ . Но при наличии контакта  $B$  в указанном месте релейная функция  $Z = AB$  может рассматриваться также в качестве изолированной функции в цепи  $X$ , т. е. может быть реализована также без введения лишних контактов. Отметим, что для упрощения функции  $X$  в ее матрице не было сделано дополнительных вхождений. Любое полезное вписывание

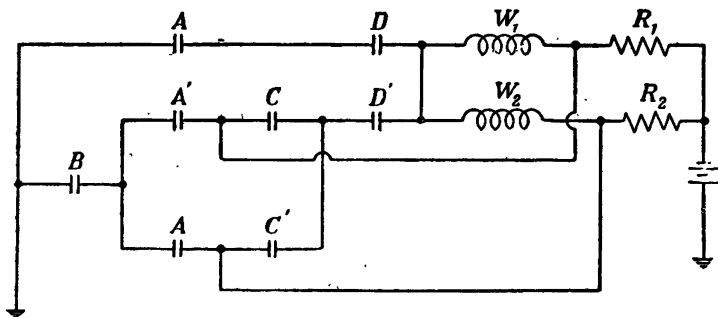


Рис. 6.45. Структура, реализующая предопределенную форму рис. 6.42.

единиц в матрице  $X$  должно быть компенсировано вписыванием единиц или в матрице  $Y$ , или  $Z$ , или в той и другой. Цепи  $X$  в том виде, в каком они изображены на рис. 6.45, содержат член  $ABC'$ , имеющийся в релейной функции  $X$ , а член  $ABC'D'$ . Рассмотрение матрицы  $X$  показывает, однако, что член  $ABC'D'$  удовлетворяет данным условиям. Структура рис. 6.45 является достаточно экономичной. В ней содержится удвоение только одного контакта  $A$ . Она имеет 8 контактов и 13 пружин. Структура, представленная на рис. 6.24, в которой используется только последовательное управление, содержит 9 контактов и 15 пружин.

### § 6.7. Свойства структур типа контактного дерева

Структуры типа контактного дерева образуют класс многополюсных структур, которые можно использовать как самостоятельно, так и в сочетании с другими структурами. Они также известны под названием переключаящих деревьев, так как в своем полном виде реализуют заданную релейную функцию в большинстве случаев с помощью переключаяющих контактов. В структурах, содержащих неполные контактные деревья, будут встречаться одиночные контакты, которые нельзя объединить в переключаящие. Кроме того, один из типов полного контактного дерева, как будет показано ниже, нельзя выполнить целиком на переключаящих контактах.

Если структура типа контактного дерева используется отдельно в качестве структуры с многими выходами, то она по существу является схемой выбора. Релейная функция дает проводимость одного или нескольких выходов контактного дерева. На рис. 6.46 схематически изображены переключательные свойства четырех основных структур типа контактных деревьев, а цифры под отдельными чертежами соответствуют номерам типов, о которых более подробно будет сказано ниже.

В целях классификации удобно проводить различие между контактными деревьями, используемыми в схемах питания постоянным

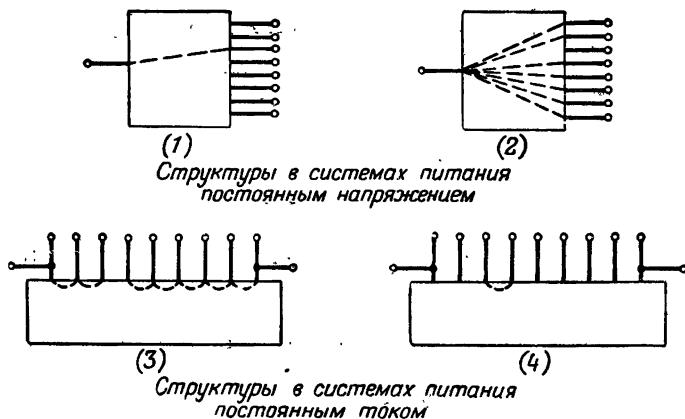


Рис. 6.46. Переключательные свойства структур типа контактного дерева.

током и постоянным напряжением. Это дает возможность подчеркнуть определенную двойственность в способах действия различных типов контактных деревьев.

*Типы, используемые в схемах постоянного напряжения.*

1. Проводимость устанавливается между общим входным узлом и любым выбранным выходным узлом.

2. Проводимость устанавливается между общим входным узлом и всеми выходными узлами, за исключением одного выбранного.

*Типы, используемые в схемах постоянного тока.*

3. Короткозамкнутая цепь образуется во всех парах смежных узлов, кроме одной выбранной.

4. Короткозамкнутая цепь образуется в одной выбранной паре смежных узлов.

Тип 1 представляет собой наиболее распространенную форму контактного дерева. На рис. 6.47 она показана в своем полном виде для трех переменных  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Структура рис. 6.47 является упоря-



доченной и легко может быть распространена на любое число переменных. Контактное дерево типа I в своей полностью развернутой форме для  $n$  переменных реализует на выходе  $2^n$  функций, каждая из которых является одним членом из  $2^n$  возможных членов стандартной суммы. Эти члены в алгебраической форме приведены на рис. 6.47 справа, а числа в скобках представляют собой их десятичные обозначения<sup>1</sup>.

С точки зрения условий работы релейного устройства контактное дерево типа I предназначается для того, чтобы устанавливать сое-

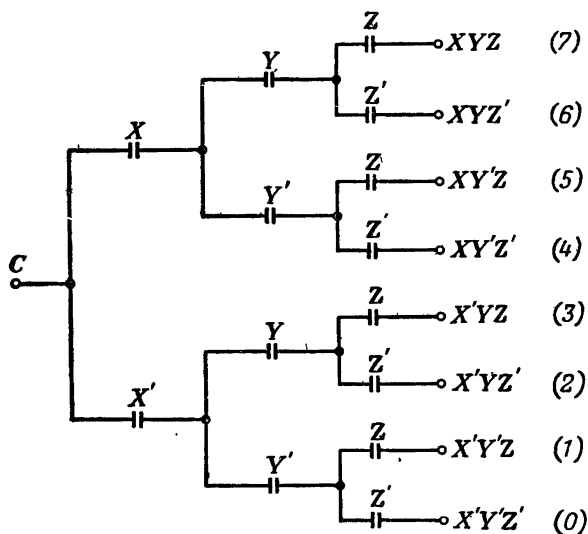


Рис. 6.47. Полная структура контактного дерева типа I для трех переменных.

динение между общим узлом  $C$  и любым выходным узлом из числа  $2^n$ , который определяется комбинацией сработавших и несработавших реле  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и т. д. Наиболее полезное свойство этого дерева заключается в том, что его выходы являются разделительными по отношению друг к другу, т. е. замкнутая цепь между любой парой выходных узлов не может образоваться ни при каких условиях.

Контактное дерево типа I легко может быть преобразовано в двухполюсник, и при таком использовании оно является наиболее общим способом реализации любой релейной функции. Существует  $2^{2^n}$  стандартных сумм от  $n$  переменных, и любая из них может быть реализована путем простого соединения друг с другом тех выходов

<sup>1</sup> Washburn S. H., Relay trees and symmetric circuits, *AIEE Trans.*, 68 (1949), 582—586.

дерева типа 1, которые представляют члены данной суммы. Рис. 6.48 служит иллюстрацией реализации с помощью такого метода релейной функции проводимости  $T = \Sigma (0, 2, 4, 5, 6)$ . Между входным узлом  $C$  и выходным  $D$  получилась двухполюсная структура, реализующая требуемую проводимость.

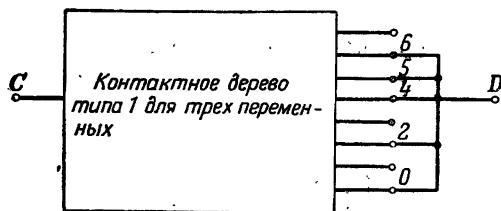


Рис. 6.48. Контактное дерево, преобразованное в двухполюсную структуру.

Если группы выходных узлов связываются вместе так, как показано на рис. 6.48, то многие контакты могут быть исключены при упрощении структуры контактного дерева. На рис. 6.49 показано, каким образом это происходит в данном частном примере. Контакты, содержащиеся в цепях, ведущих к неиспользуемым выход-

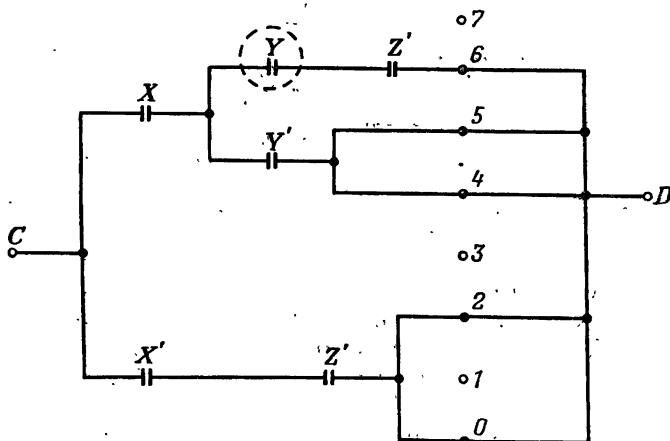


Рис. 6.49. Упрощение контактного дерева после преобразования его в двухполюсник.

ным узлам, отбрасываются. Узлы 4 и 5 соединяются друг с другом, и поэтому переключающий контакт  $Z$  не нужен. Аналогично переключающий контакт  $Y$  исключается благодаря соединению друг с другом выходных узлов 0 и 2. Контакт  $Y$ , обведенный кружком, может быть исключен, поскольку он входит в цепь  $Y' + YZ'$ .

Процесс упрощения структуры, представленный на рис. 6.49, является одним из способов, которым получают неполные контактные деревья. Однако с более общей точки зрения неполным контактным деревом является структура с многими выходами, в которой не все выходные узлы необходимы. Соответствующая структура показана на рис. 6.50, где неполное дерево обеспечивает проводимость между входным узлом  $C$  и любым из выходов 0, 2, 4, 5 или 6.

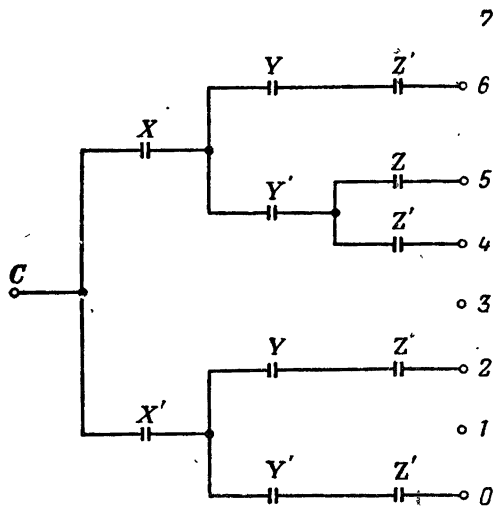


Рис. 6.50. Неполное контактное дерево с выбором некоторых выходных узлов.

Отметим, однако, что упрощение этой структуры возможно только за счет исключения контактов, соединенных с неиспользуемыми узлами. Существует общее свойство контактных деревьев типа 1, независимо от того, является ли оно полным или неполным при его использовании в многополюсной структуре: каждая цепь между общим входным и любым выходным узлами должна включать в себя по одному контакту каждого из реле. Отметим, что неполное контактное дерево является разделительным относительно выходных узлов точно так же, как и полное дерево.

Остальные три типа контактных деревьев представляют меньший практический интерес, но рассмотрение их полезно для более глубокого изучения проблем синтеза многополюсных структур.

По определению, от контактного дерева типа 2 требуется, чтобы оно изолировало один выбранный выходной узел и соединяло все остальные выходы с общим входным узлом. Например, для двух переменных требуется, чтобы была реализована группа параллельных цепей, показанных слева на рис. 6.51. Для каждого выходного

узла в этой группе имеется только один размыкающий набор. Для всех других условий на входах этот узел соединяется с входным узлом  $C$ . С помощью методов, рассмотренных в § 6.2 (см. рис. 6.10),

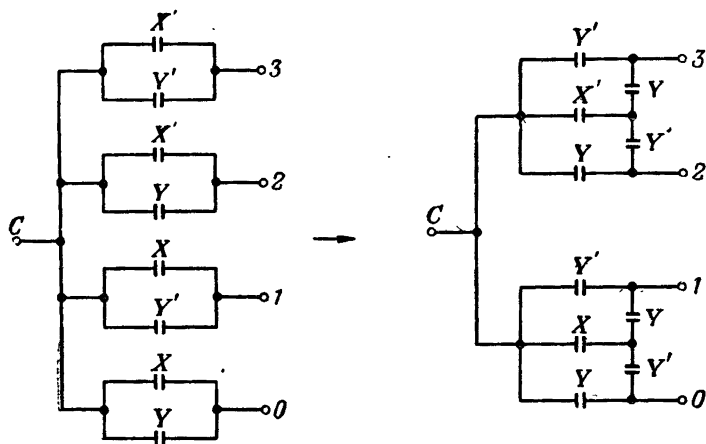


Рис. 6.51. Построение структуры контактного дерева типа 2.

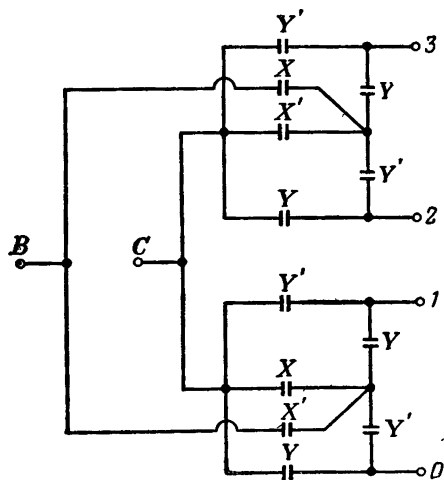


Рис. 6.52. Объединение структур контактных деревьев типа 1 и типа 2.

эти цепи преобразуются в структуру, изображенную справа на рис. 6.51.

На рис. 6.52 воспроизведено это же контактное дерево с общим входным узлом, помеченным буквой  $C$ . Добавим к структуре этого

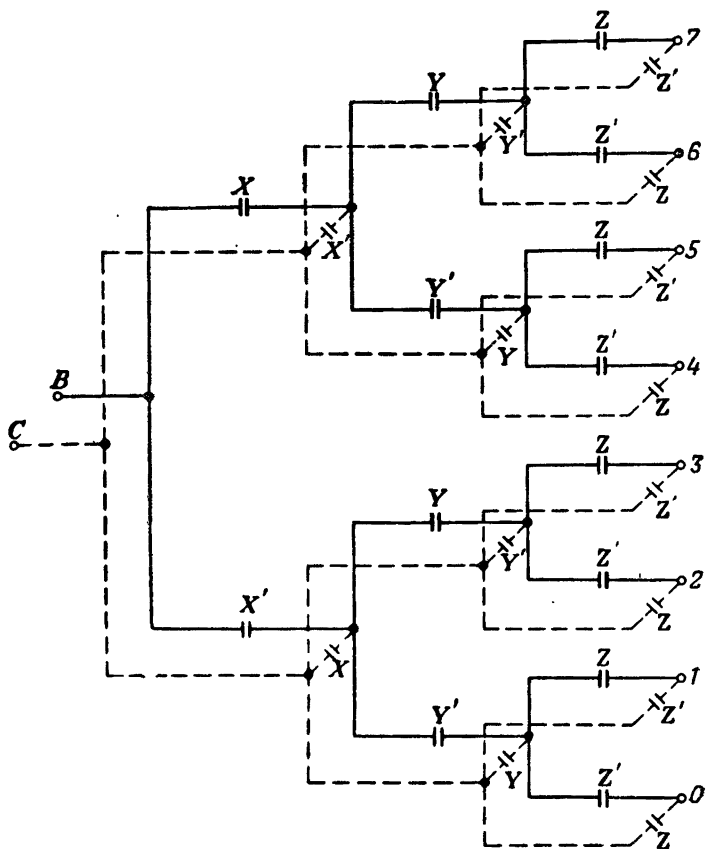


Рис. 6.53. Объединенные контактные деревья типа 1 и типа 2 на три переменные.

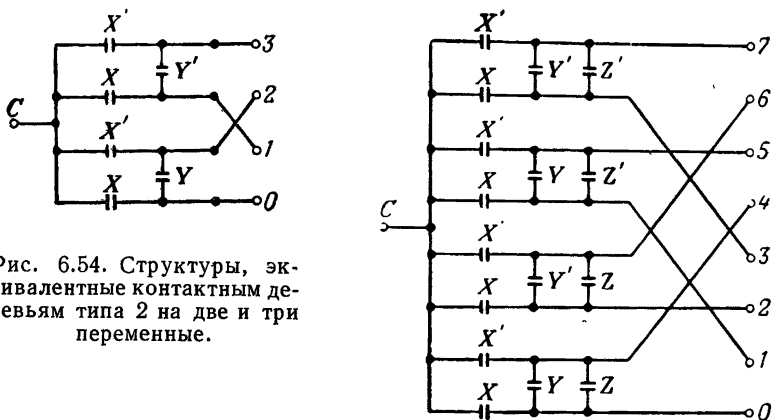


Рис. 6.54. Структуры, эквивалентные контактным деревьям типа 2 на две и три переменные.

дерева цепи с контактами  $X$  и  $X'$ , соединенными с входным узлом  $B$ . При срабатывании реле  $X$  входной узел  $B$  соединяется с выходным узлом 2 с помощью цепочки  $XU'$ , в то время как входной узел  $C$  соединяется с выходными узлами 0,1 и 3. Функция проводимости между узлом  $C$  и узлом 2 имеет вид  $X' + Y$ , т. е. является инверсией функции проводимости между узлами  $B$  и 2. Отметим, что десятичное число 2, присвоенное этому узлу, представляет как член стандартной суммы  $XU'$ , так и член стандартного произведения  $X' + Y$  инверсной функции.

На рис. 6.53 часть структуры, изображенная сплошной линией, представляет собой контактное дерево типа 1 на три переменные, причем  $B$  является ее общим входным узлом. Часть структуры, изображенная пунктирными линиями, содержит контакты, которые добавляются к этому дереву для того, чтобы получить выполнение функций контактного дерева типа 2. Проводимость между входным узлом  $B$  и любым выходным узлом есть инверсия проводимости между входным узлом  $C$  и этим же выходным узлом. Иными словами, посредством этого объединенного контактного дерева можно получить замкнутую цепь между входным узлом  $B$  и любым выбранным выходным узлом и в то же время установить соединение входного узла  $C$  со всеми остальными выходными узлами. Это свойство может быть полезным, например, в тех случаях, когда требуется, чтобы были заземлены все цепи выходных узлов, кроме одной выбранной.

На рис. 6.51 контактное дерево типа 2 было получено из группы параллельно соединенных цепей. Каждая из этих цепей реализует сумму двух переменных. Более экономичная структура показана на рис. 6.54. Здесь эти суммы сгруппированы таким образом, чтобы можно было воспользоваться общей схемой рис. 6.5. Возникает вопрос, является ли контактное дерево типа 2 наиболее экономичным способом реализации своих конкретных функций проводимости, так как в обеих изображенных структурах рис. 6.54, не принадлежащих к типу контактных деревьев, используется меньшее число контактов. Структура типа рис. 6.54 на три переменные требует 16 контактов и 28 пружин, тогда как в соответствующем контактном дереве типа 2, изображенном на рис. 6.53, необходимо 26 контактов и 39 пружин.

Контактное дерево типа 2 становится более экономичным только для большого числа переменных. Зависимость числа пружин, которое требуется для контактного дерева типа 2, от числа переменных  $n$  имеет вид  $3(2^{n+1}) - 9$ , а для «недревовидной» структуры рис. 6.54 — вид  $(2n + 1)(2^n - 1)$ . Как можно видеть из табл. 6.5, для  $n > 5$  контактное дерево требует меньшего числа пружин.

По своему релейному действию контактное дерево типа 3 может при питании постоянным током выполнять те же функции, которые контактное дерево типа 1 выполняет при питании постоянным

Таблица 6.5

Число переменных	Число контактных пружин в схеме рис. 6.54	Число контактных пружин в дереве типа 2
2	10	15
3	28	39
4	72	87
5	176	183
6	416	375

напряжением. При питании постоянным током для срабатывания реле нужно разомкнуть цепь, параллельную его обмотке. Для отпущения реле его обмотка закорачивается. На рис. 6.55 контактное дерево типа 3 выполняет функции управления по выбору любым одним из четырех реле, обмотки которых соединены последовательно в схеме питания постоянным током. Рассмотрим случай, когда  $X$

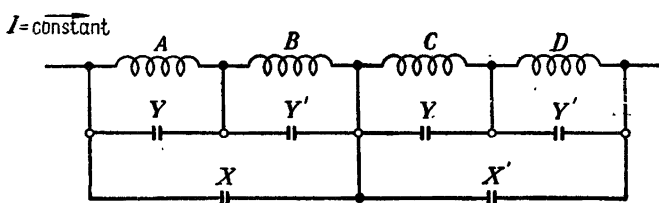


Рис. 6.55. Структура контактного дерева типа 3 на две переменные, управляющая последовательно соединенными обмотками реле.

отключено, а  $Y$  включено. Следуя по цепи слева направо, можно видеть, что обмотка реле  $A$  закорочена включенным параллельно контактом  $Y$ . Ток  $I$  проходит через обмотку реле  $B$  и заставляет его срабатывать. Обмотки  $C$  и  $D$  обе закорочены контактом  $X'$ . Поэтому в рассматриваемом случае реле  $B$  является единственным, для возбуждения которого есть условия.

Отметим, что в случае контактного дерева типа 3 условия возбуждения какого-либо из выходных реле реализуются не в виде замыкания цепи от входного узла к конкретному выходному, а в виде отсутствия короткой замкнутой цепи, параллельной выбранной паре смежных узлов. Это можно правильно себе представить, пользуясь понятием проводимости и выписав таблицу состояний. Последняя показывает, какое из выходных реле должно сработать при каждой комбинации переменных, если условия его срабатывания обозначить единицей. Это условие можно принять за равносильную проводимость контактного дерева между каждой парой узлов.

$X$	$Y$	Сработавшее выходное реле	Равносильная проводимость
0	0	$A$	$X'Y'$
0	1	$B$	$X'Y$
1	0	$C$	$X Y'$
1	1	$D$	$X Y$

На рис. 6.56 изображено контактное дерево типа 3 на три переменные. Мысленно можно представить себе свойства этой структуры совершенно независимо от управления реле в системе питания постоянного тока, заметив, что для любого выбранного нами размыкающего набора, такого, как набор  $(X + Y' + Z)$ , отмечен-

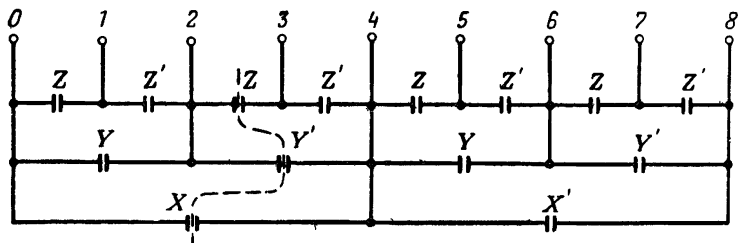


Рис. 6.56. Структура контактного дерева типа 3 на три переменные.

ного на рисунке пунктиром, все узлы слева и справа от этого набора соединены друг с другом.

Контактное дерево типа 3 может быть также построено в неполной форме. Метод построения состоит в том, что любая пара

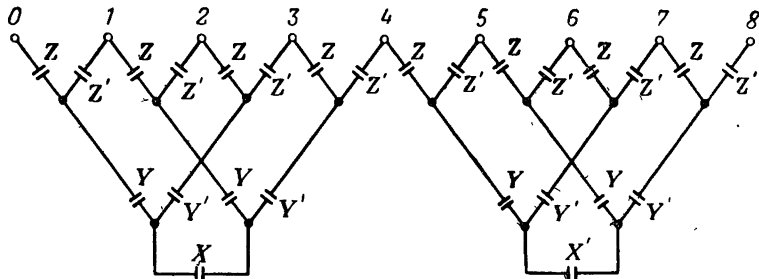


Рис. 6.57. Структура контактного дерева типа 4 на три переменные.

соседних выходных узлов, которые не должны использоваться, закорачивается, а контакты, которые при этом становятся лишними, удаляются.



Контактное дерево типа 4 является эквивалентом (в системе питания постоянного тока) контактного дерева типа 2, если последнее используется для управления исполнительным реле в каждом из своих выходных полюсов. В древовидной структуре, работающей при питании постоянным током, имеется  $2^n$  пар смежных узлов, и дерево типа 4 может избирательно закорачивать любую пару. На рис. 6.57 показана структура такого дерева на три переменные. Следует заметить, что в контактном дереве типа 4 между контактами  $X$  и

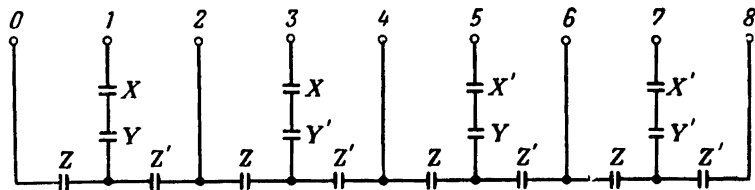


Рис. 6.58. Структура, равносильная контактному дереву типа 4 на три переменные.

$X'$  нет общего соединения, и поэтому их нельзя объединить в переключающий контакт.

Существует недревовидная структура, показанная на рис. 6.58, которая равносильна дереву типа 4. В ней используется такое же число пружин, как и в эквиваленте контактного дерева типа 2 рис. 6.54. По табл. 6.6 расхода пружин можно легко проверить, что контактное дерево типа 4 требует меньшего числа пружин, чем эта структура при  $n > 5$ .

Таблица 6.6

Число переменных	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4	Эквиваленты схем типа 2 и типа 4
2	9	15	9	16	10
3	21	39	21	40	28
4	45	87	45	88	72
5	93	183	93	184	176
6	189	375	189	376	416

Число контактных пружин, требуемых для каждого из типов контактных деревьев в их полной форме, может быть определено как функция от числа переменных с помощью следующих выражений:

Тип 1	$3(2^n - 1)$
Тип 2	$3(2^{n+1}) - 9$
Тип 3	$3(2^n - 1)$
Тип 4	$3(2^{n+1}) - 8$

В табл. 6.6 приведены результаты подсчета числа контактных пружин для всех типов деревьев для числа переменных до шести включительно.

### § 6.8. Распределение контактных пружин в структурах типа контактного дерева

Рассмотрение структур контактных деревьев, проведенное в предыдущем параграфе, показывает, что все четыре типа их имеют весьма неравномерное распределение контактов по реле. Число последних сильно возрастает по направлению от входного к выходным узлам. Так, например, в структуре рис. 6.47 для контактного дерева типа 1 на три переменные на реле, ближайшем к выходным узлам, требуется четыре переключающих контакта. При увеличении числа переменных  $n$  и отсутствии перераспределения контактов число переключающих контактов, которые требуются на наиболее нагруженных реле, возрастает по закону  $2^{n-1}$ . При перераспределении контактов с целью обеспечения более равномерной контактной нагрузки на реле появляется возможность строить большие деревья, не превышая при этом максимально допустимого числа пружин на каком-нибудь одном реле. Общие принципы перераспределения контактов применимы ко всем типам контактных деревьев. Ниже будет рассмотрено применение их на примере лишь контактного дерева типа 1<sup>1</sup>.

Было бы идеальным, если бы контакты в структуре дерева типа 1 можно было распределить равномерно среди всех переменных. Этого, однако, нельзя получить по двум причинам: во-первых, одна из переменных всегда будет представлена одним переключающим контактом, соединенным с общим входным узлом дерева; во-вторых, число переключающих контактов в остальной части дерева в общем случае не всегда можно разделить без остатка на остальное число переменных  $(n-1)$ . В качестве примера укажем, что для дерева на четыре переменные требуется  $1 + 2 + 4 + 8 = 15$  переключающих контактов. Поскольку 1 переключающий контакт используется для одной переменной, то 14 остальных переключающих контактов должны быть распределены среди остальных трех переменных. Однако не существует способа приписывания контактов таким образом, чтобы распределение было абсолютно равномерным. Далее будет показано, что если исключить из рассмотрения один переключающий контакт для переменной, соединенной с входным узлом, то распределение контактов среди остальных  $(n-1)$  перемен-

<sup>1</sup> Shannon C. E., The synthesis of two-terminal switching circuits, part II, *Bell System Technical J.*, 28 (1949), 59—98; Burks A. W., McNaughton R., Pollmar C. H., Warren D. W., Wright J. B., The folded tree, *J. Franklin Institute*, 260, № 1, 2 (1955), 9—24, 115—126.

ных всегда можно сделать, по определению Шеннона, «почти равномерным».

Для контактного дерева на три переменные (рис. 6.47) распределение переключающих контактов между переменными  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  соответствует числам 1, 2 и 4. На рис. 6.59 изображена структура этого дерева, в которой переменные  $Y$  и  $Z$  переставлены местами в верхней и нижней половинах дерева, и распределение переключающих контактов теперь уже характеризуется числами 1, 3, 3. Эти

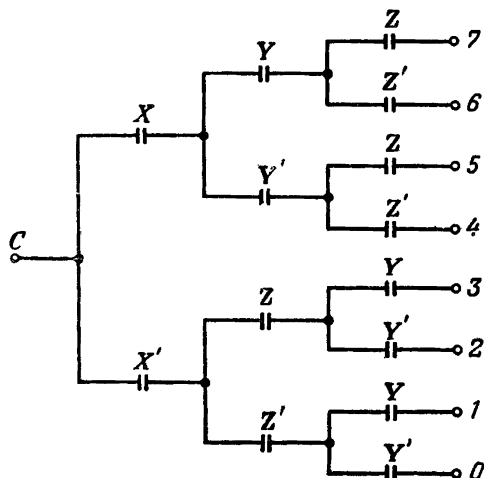


Рис. 6.59. Перераспределение числа пружин в структуре контактного дерева типа 1 на три переменные.

контакты разделены поровну между двумя переменными, но ничего нельзя было сделать с одним переключающим контактом для одной из переменных. Следует, однако, вспомнить, что сами переменные можно полностью менять местами в дереве. Например, на рис. 6.59 вместо расположения переменных в порядке  $X, Y, Z$  мы могли бы воспользоваться порядком  $Z, X, Y$  и для этой последовательности переменных распределение контактов будет также равно 1, 3, 3. Таким образом, перестановка переменных в структурах контактных деревьев всегда является допустимым шагом.

Для дерева на три переменные возможными распределениями контактов являются только 1, 2, 4 и 1, 3, 3. Если добавить четвертую переменную, то полученное в результате дерево будет состоять из одного переключающего контакта для одной из переменных, соединенного своими выходами с входными узлами двух деревьев на остальные три переменные. Верхнее и нижнее деревья, реализую-

щие функции трех переменных, должны содержать либо распределение 1, 2, 4, либо распределение 1, 3, 3. Но теперь над этими числами можно осуществлять операцию перестановки по этим трем переменным в пределах двух различных деревьев. В табл. 6.7 показаны все возможные распределения переключающих контактов в дереве на четыре переменные, а также требуемые распределения в верхнем и нижнем деревьях на три переменные.

Таблица 6.7

Распределение в дереве на четыре переменные				Распределения в деревьях на три переменные					
				Верхнее			Нижнее		
W	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	2	4	8	1	2	4	1	2	4
1	2	5	7	1	2	4	1	3	3
1	2	6	6	1	2	4	1	4	2
1	3	3	8	1	2	4	2	1	4
1	3	4	7	1	3	3	2	1	4
1	3	5	6	1	4	2	2	1	4
1	4	4	6	1	3	3	3	1	3
1	4	5	5	1	4	2	3	1	3

На рис. 6.60 изображена структура полного контактного дерева на четыре переменные, в котором получено «почти равномерное» распределение 1, 4, 5, 5 при использовании верхнего и нижнего распределений, приведенных в последней строке табл. 6.7.

Шеннон устанавливает следующее правило для перераспределения контактов в дереве типа 1 на любое число переменных. Первоначальное распределение переключающих контактов всегда равно 1, 2, 4, 8, ...,  $2^{n-1}$ . Новое распределение получается путем перемещения одной или нескольких единиц из большего числа в меньшее. При этом никаких перемещений не производится к числу 1. Таким образом, если имеем первоначальное распределение 1, 2, 4, 8, 16, то можно изменить его с помощью следующих шагов на основании правила Шеннона.

V	W	X	Y	Z	
1	2	4	8	16	
					Перенести 1 из X в W, перенести 4 из Z в Y.
1	3	3	12	12	
					Перенести 4 из Y в X.
1	3	7	8	12	
					Перенести 4 из Z в W.
1	7	7	8	8	Окончательное «почти равномерное» распределение.

Пример 6.8.

Эта «почти равномерная» последовательность чисел отмечает, сколько переключающих контактов находится на каждом реле, но ничего не говорит о том, где эти контакты расположены в дереве,

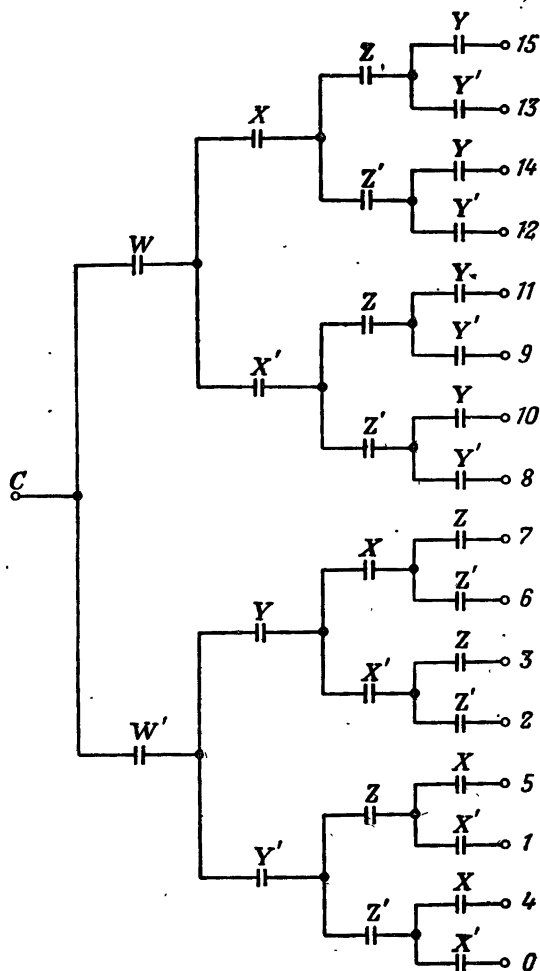


Рис. 6.60. Преобразование структуры контактного дерева типа I на четыре переменные с целью равномерного распределения контактной нагрузки.

кроме, пожалуй, одного переключающего контакта на реле V. Нужно определить конкретное распределение контактов.

Подпоследовательность 7, 7, 8, 8 можно найти, добавив это число переключающих контактов на реле  $W$ ,  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  соответственно в верхнем и нижнем деревьях. Кроме того, распределение в пределах этих двух деревьев на четыре переменные можно взять из перечня возможных распределений в табл. 6.7.

Каждая подпоследовательность должна содержать в себе одну единицу, и эти единицы должны относиться к различным переменным, так как каждое реле, кроме  $V$ , должно иметь по крайней мере семь переключающих контактов. Допустим, что реле  $W$  и  $X$  имеют по одному переключающему контакту соответственно в верхнем и нижнем деревьях. Тогда можно составить следующую таблицу:

$W$	$X$	$Y$	$Z$	
7	7	8	8	Общее число контактов
1	6	4	4	Число контактов в верхнем дереве
6	1	4	4	Число контактов в нижнем дереве

Если у реле  $W$  имеется один переключающий контакт в верхнем дереве, то оно должно обладать шестью контактами в нижнем дереве. Обратная картина должна иметь место для реле  $X$ . Реле  $Y$  и  $Z$  несут по 8 переключающих контактов каждое, и равное разделение между верхним и нижним деревьями дает распределения 1, 4, 4, 6. Контакты распределены на реле следующим образом:

Верхнее дерево	1, 4, 4, 6	соответственно на $W, Y, Z, X$
Нижнее дерево	1, 4, 4, 6	соответственно на $X, Y, Z, W$

Указанные выше шаги повторяются в отношении подпоследовательности 4, 4, 6, в результате чего получается следующее:

Верхнее <sub>1</sub>	$Y$	$Z$	$X$	
	4	4	6	
	1	3	3	Верхнее <sub>2</sub> на $YXZ$
Нижнее <sub>1</sub>	$Y$	$Z$	$W$	
	4	4	6	
	1	3	3	Верхнее <sub>2</sub> на $YWZ$
	3	1	3	Нижнее <sub>2</sub> на $ZXY$
				Нижнее <sub>2</sub> на $ZWY$

Эти распределения схематически изображены на рис. 6.61.

Перераспределение контактов в неполном дереве не подчиняется сразу общему правилу из-за того, что  $2^n$  выходов полного дерева могут быть использованы ( $2^{2^n} - 1$ ) способами для образования неполных деревьев. Однако любое законное перераспределение полного дерева можно использовать как отправную точку для образования неполного дерева. Следовательно, переменные в верхней и

нижней половинах неполного дерева можно переставлять так же, как это указано для полных контактных деревьев.

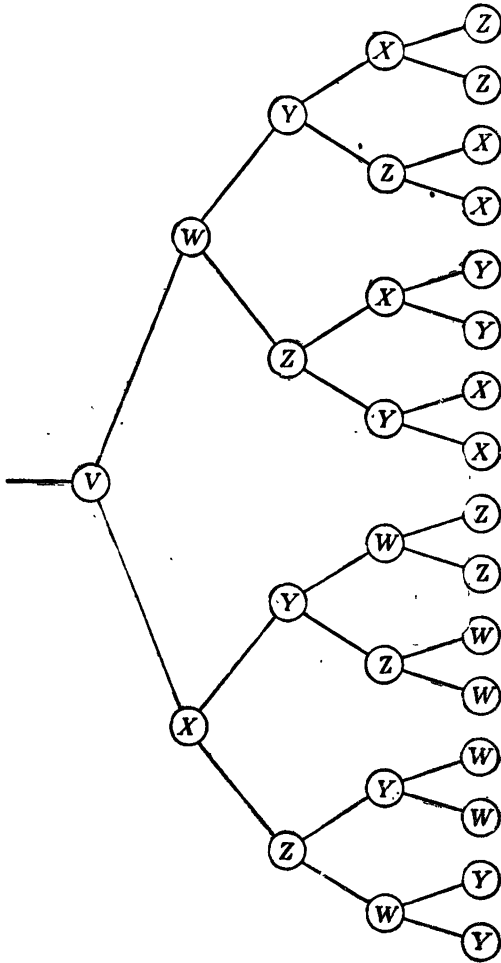


Рис. 6.61. Распределение переключающих контактов, полученное в примере 6.8.

### ЗАДАЧИ

6.1. Приведенные ниже пары релейных функций необходимо реализовать с помощью контактных структур, требующих возможно меньшего числа контактов. У каждой пары функций указано *достаточное* для этого число пружин.

$$1. \begin{aligned} T_1 &= B(A + C), \\ T_2 &= C(A + B). \end{aligned}$$

10 пружин

2.  $T_1 = B(A + C)$ ,  
 $T_2 = C(A' + B')$ . 10 пружин
3.  $T_1 = B(A + C)$ ,  
 $T_2 = C'(A + B')$ . 8 пружин
4.  $T_1 = B(A + C)$ ,  
 $T_2 = C'(A' + B')$ . 9 пружин
5.  $T_1 = B + AC$ ,  
 $T_2 = B' + C$ . 8 пружин
6.  $T_1 = ABC + A'B'C$ ,  
 $T_2 = A'D + ABC'D$ . 11 пружин

6.2. Постройте трехполюсную контактную структуру, которая реализует проводимость приведенной на рис. 6.62 структуры и ее инверсию. Нужно использовать только переключающие контакты.

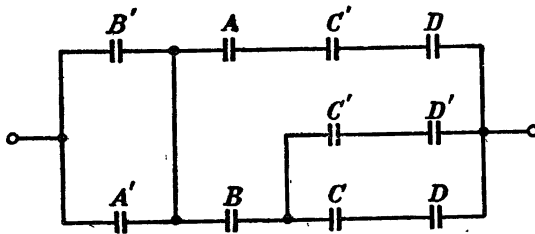


Рис. 6.62. Задача 6.2.

6.3. Приведенные ниже пары релейных функций нужно реализовать с помощью контактных структур, в которых требуется использовать возможно меньшее число пружин.

1.  $T_1 = \Sigma(0, 1, 4, 5, 11, 15)$ ,  
 $T_2 = \Sigma(5, 8, 10, 11, 14, 15)$ .
2.  $T_1 = A[BC + D(E + F)]$ ,  
 $T_2 = A' + (B' + C')(D' + E'F')$ .
3.  $T_1 = \Pi(0, 1, 3, 7, 11, 15)$ ,  
 $T_2 = \Pi(3, 7, 8, 10, 11, 15)$ .
4.  $T_1 = \Sigma(1, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 15)$ ,  
 $T_2 = \Sigma(2, 3, 4, 5, 8, 13, 14, 15)$ .
5.  $T_1 = \Sigma(2, 3, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$ ,  
 $T_2 = \Sigma(1, 3, 9, 11, 15)$ .
6.  $T_1 = \Sigma(1, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$ ,  
 $T_2 = \Sigma(1, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15)$ .



7.  $T_1 = \Sigma(1, 5, 6, 12, 13, 14),$   
 $T_2 = \Sigma(1, 2, 3, 9, 11, 12, 15).$
8.  $T_1 = \Sigma(3, 7, 12, 13, 14, 15),$   
 $T_2 = \Sigma(2, 3, 6, 7, 13, 15).$
9.  $T_1 = \Pi(0, 1, 4, 6, 8, 9),$   
 $T_2 = \Pi(0, 1, 3, 7, 8, 9).$
10.  $T_1 = \Sigma(1, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13),$   
 $T_2 = \Sigma(4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15).$
11.  $T_1 = \Sigma(1, 2, 8, 11, 13),$   
 $T_2 = \Sigma(3, 9, 10, 12).$
12.  $T_1 = \Sigma(0, 2, 3, 4, 6, 9, 13),$   
 $T_2 = \Sigma(0, 2, 3, 8, 9, 12).$
13.  $T_1 = \Sigma(0, 5, 9, 12),$   
 $T_2 = \Sigma(2, 7, 11, 14).$
14.  $T_1 = \Sigma(6, 7, 9, 10, 11, 14, 15),$   
 $T_2 = \Sigma(5, 7, 9, 10, 11, 13, 15).$

6.4. (а) Напишите функции, соответствующие проводимости между выводами 1—2 и выводами 1—3 приведенной на рис. 6.63 структуры.  
 (б) Постройте структуру, которая реализует между аналогично занумерованными выводами инверсии проводимостей, найденных в пункте (а).

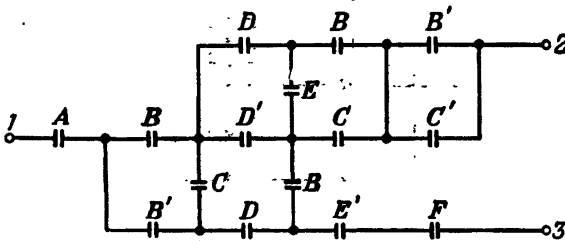


Рис. 6.63. Задача 6.4.

6.5. Две трехполюсные структуры  $N_1$  и  $N_2$  построены из контактов реле  $A, B, C$  и  $D$ . Структура  $N_1$  имеет два выхода  $T_1 = \Sigma(0, 1, 10)$  и  $T_2 = \Sigma(0, 10, 11)$ . Структура  $N_2$  имеет выходы  $T_1 = \Sigma(0, 1, 4, 5, 10)$  и  $T_2 = \Sigma(0, 10, 11, 14, 15)$ . Эти релейные функции получаются при использовании одинакового числа и типов контактов (10 пружин достаточно в каждой структуре). Постройте обе структуры.

6.6. Релейное устройство имеет четыре входа  $W, X, Y$  и  $Z$  и четыре выхода  $A, B, C$  и  $D$ . Если входным переменным дать значения, указанные в приведенной ниже таблице состояний, то выходные переменные должны принимать значения, которые являются двоичными эквивалентами первых десяти десятичных цифр числа  $\pi$  (см. таблицу на следующей странице). Пропущенные комбинации входных переменных не могут иметь места.

Постройте структуру контактного релейного устройства, реализующего эти функции.

$W$	$X$	$Y$	$Z$	$A$	$B$	$C$	$D$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0

6.7. Функции проводимости, соответствующие трем выходам четырехполюсной контактной структуры, представленные в виде стандартных сумм, имеют вид

$$T_1 = \Sigma(2, 4, 5, 10, 11),$$

$$T_2 = \Sigma(4, 5, 10, 11, 13),$$

$$T_3 = \Sigma(2, 3, 4, 10, 11, 12).$$

Постройте минимальную четырехполюсную контактную структуру, реализующую эти функции.

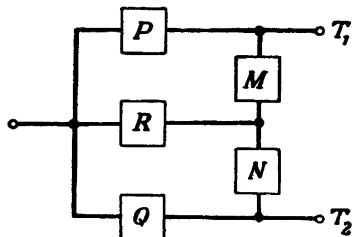


Рис. 6.64. Задача 6.8.

6.8. Задана предопределенная форма многополюсной контактной структуры, представленная на рис. 6.64.

1. Разработайте и сформулируйте правила для ее использования при синтезе минимальной структуры.
2. Постройте в этой форме контактную структуру, реализующую функции

$$T_1 = \Sigma(0, 1, 4, 5, 9, 15),$$

$$T_2 = \Sigma(1, 7, 8, 10, 12; 14)$$

(для реализации достаточно 11 контактов, 17 пружин).

6.9. Постройте и начертите минимальную контактную трехполюсную структуру, которой соответствуют следующие межполюсные релейные функции проводимости:

$$T_{12} = AB + C, \quad T_{23} = ABD' + C, \quad T_{31} = D' + C.$$

6.10. Дана контактная структура  $N_1$  (см. рис. 6.65). Ее межполюсные функции проводимости обозначены через  $S_{12}$ ,  $S_{23}$  и  $S_{31}$ . Найдите другую контактную структуру  $N_2$ , межполюсные функции проводимости которой определяются соотношениями

$$T_{12} = S_{23} S_{31}, \quad T_{23} = S_{31} S_{12}, \quad T_{31} = S_{12} S_{23}$$

(для реализации достаточно 12 пружин).

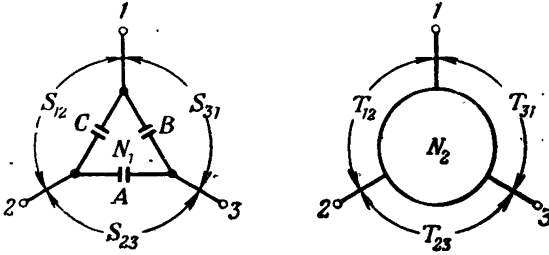


Рис. 6.65. Задача 6.10.

6.11. Показанную на рис. 6.66 структуру преобразуйте в более простую, обладающую теми же самыми релейными функциями проводимости между выводами. Ветви исходной структуры реализуют функции

$$\begin{aligned} X &= C'D + C(A + B) + AB, \\ Y &= B'D' + BC + AC, \\ Z &= C'D + B'D' + A'C'. \end{aligned}$$

Нарисуйте полученную структуру (достаточно 11 пружин).

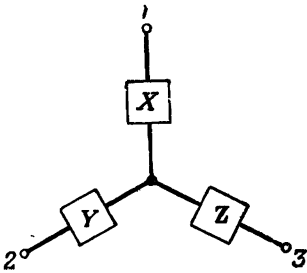


Рис. 6.66. Задача 6.11.

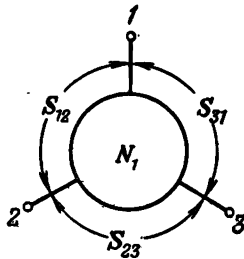
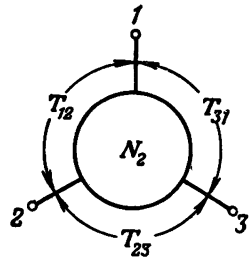


Рис. 6.67. Задача 6.12.



6.12. На рис. 6.67  $N_1$  является произвольной трехполюсной контактной структурой с проводимостями между выводами, равными  $S_{12}$ ,  $S_{23}$  и  $S_{31}$ .

Предполагая, что структура  $N_1$  физически реализуема и ей может соответствовать любой набор функций проводимости между выводами, определите, будет ли другая трехполюсная структура  $N_2$  (справа на рисунке) всегда физически реализуема при каждом из двух указанных ниже наборов условий. По каждому пункту этой задачи дайте ясное обоснование ответа.

1.  $T_{12} = S'_{12}$ ,  $T_{23} = S'_{23}$ ,  $T_{31} = S'_{31}$ .
2.  $T_{12} = S_{23} + S_{31}$ ,  $T_{23} = S_{31} + S_{12}$ ,  $T_{31} = S_{12} + S_{23}$ .

6.13. Трехполюсная контактная структура содержит только замыкающие контакты реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Имеют место следующие зависимости для цепей выводами

$$T_{13} = T_{23} = T_{31} = H_{12} = H_{23} = H_{31}.$$

где  $T$  и  $H$  представляют соответственно релейные функции проводимости и сопротивления. Постройте минимальную структуру, реализующую эти условия.

6.14. Для каждой из показанных на рис. 6.68 трех структур:

- 1) напишите алгебраическое выражение, которое описывает действие реле  $X$ ;
- 2) постройте контактный двухполюсник для последовательного управления реле  $X$ ;
- 3) постройте контактный двухполюсник для параллельного управления реле  $X$ .

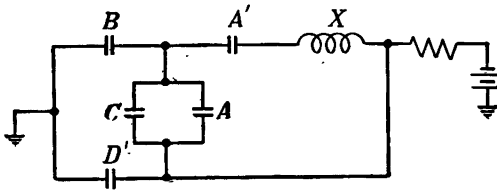
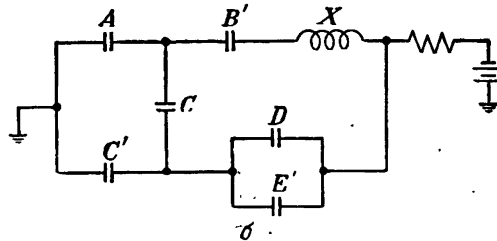
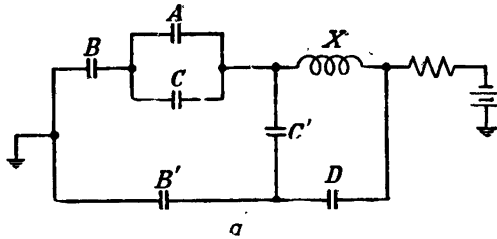


Рис. 6.68. Задача 6.14.

6.15. Два реле  $X$  и  $Y$  управляются структурой, построенной из сопротивлений и контактов реле, указанных на рис. 6.69. Эту структуру нужно заменить другой, в которой используются только контакты. Искомая контактная структура должна содержать возможно меньшее число контактных пружин и обеспечивать такие же условия срабатывания и отпускания реле в зависимости от переменных  $A$ ,  $B$  и  $C$ , как и первоначальная структура.

Новую контактную структуру нужно построить для каждого из следующих условий работы.

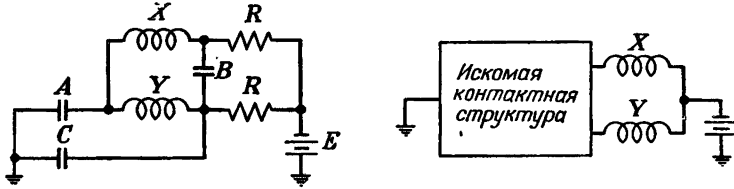


Рис. 6.69. Задача 6.15.

1. Любое из реле может срабатывать, если оно включено последовательно с сопротивлением  $R$ , но напряжение питания  $E$  недостаточно для срабатывания реле, когда они соединены последовательно друг с другом и с сопротивлением  $R$ .
  2. Напряжение питания  $E$  является достаточным для срабатывания любого из реле, соединенного последовательно с  $R$ , или двух реле, включенных последовательно друг с другом и с сопротивлением  $R$ .
- 6.16. Условия работы реле  $X$  описываются функцией

$$X(A, B, C, D) = \sum(12, 13, 14).$$

Постройте контактную структуру, реализующую эти условия и имеющую только замыкающие контакты.

- 6.17. Условия работы реле  $X$  описываются функцией

$$X(A, B, C, D) = \sum(2, 7, 8, 13).$$

Постройте минимальную контактную структуру, реализующую эти условия (достаточно 12 пружин).

- 6.18. В каждой из двух изображенных на рис. 6.70 структур имеется как последовательное, так и параллельное управление реле  $X$ . Каждая структура

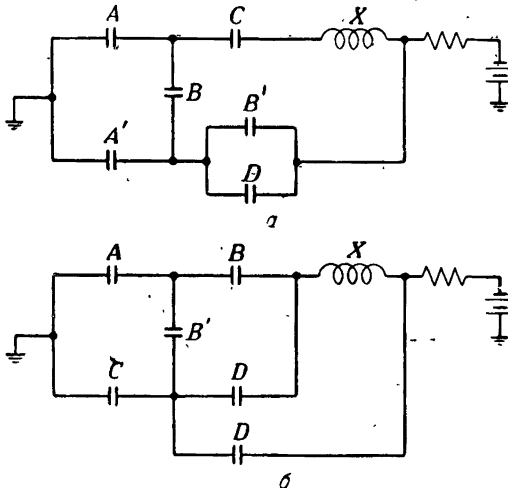


Рис. 6.70. Задача 6.18.

содержит 6 контактов и 10 пружин. Однако обе они могут быть улучшены таким образом, что те же условия работы реле будут реализовываться с помощью 5 контактов и 9 пружин. Постройте эти упрощенные структуры.

6.19. Реле должно управляться контактной структурой с двумя выходами, которые обеспечивают функции проводимости для комбинированного последовательного и параллельного управления. Условия работы реле описываются релейной функцией

$$R = ABC' + A'B'D + C'D.$$

Постройте контактную структуру, реализующую эту функцию (для реализации достаточно 4 контактов, 8 пружин).

6.20. Части  $N_1, N_2, N_3$  и  $N_4$  структуры, представленной на рис. 6.71, содержат контакты реле  $A, B, C$  и  $D$ . Найдите минимальные структуры для них, такие, чтобы срабатывание реле  $X$  описывалось выражением  $\Sigma(5, 10)$ . Воспользуйтесь при этом изображенной предопределенной формой.

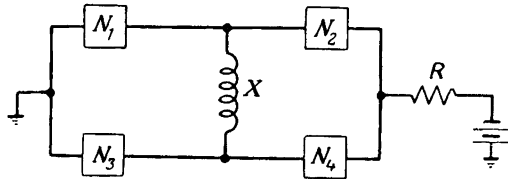


Рис. 6.71. Задача 6.20.

6.21. Найдите контактную структуру  $N$  для управления реле  $Y$ , такую, чтобы условия срабатывания реле  $Y$  были бы инверсными по отношению к условиям срабатывания реле  $X$  в структуре, представленной на рис. 6.72. Воспользуйтесь только замыкающими контактами  $B, C$  и  $D$ .

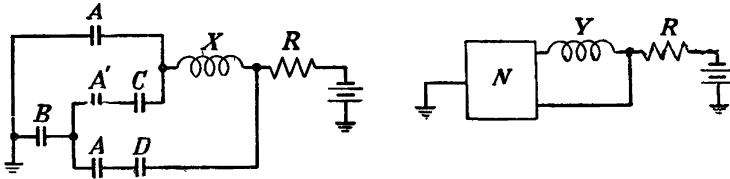


Рис. 6.72. Задача 6.21.

6.22. Реле  $X$  управляется трехполюсной контактной структурой  $N$ , которая не содержит контактов  $X$  (см. рис. 6.73). Пусть  $T_{01}, T_{02}$  и  $T_{12}$

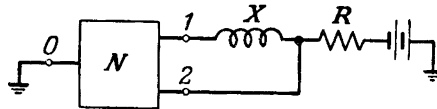


Рис. 6.73. Задача 6.22.

являются межполюсными функциями проводимости  $N$ . Определите для каждого из следующих выражений, правильно ли они описывают условия срабатывания реле  $X$ .

1.  $T_{01} T'_{02}$ ;
2.  $T_{01} T'_{12}$ ;
3.  $T_{01} T'_{02} T'_{12}$ ;
4.  $T_{01} (T_{02} T_{12})'$ ;
5.  $(T_{01} \vdash T_{02} T_{12}) (T'_{01} \vdash T'_{02} T'_{12})$ .

6.23. Реле  $X$  и  $Y$  имеют одинаковые электрические характеристики, и любое из них будет срабатывать при подаче напряжения  $E$  любой полярности. Структуру рис. 6.74, а нужно заменить эквивалентной, причем такой, в которой как  $X$ , так и  $Y$  управляются последовательно включенными цепями.

1. Для контактной структуры рис. 6.74, б определите требуемые функции проводимости относительно полюсов, присоединенных соответственно к  $X$  и  $Y$ .

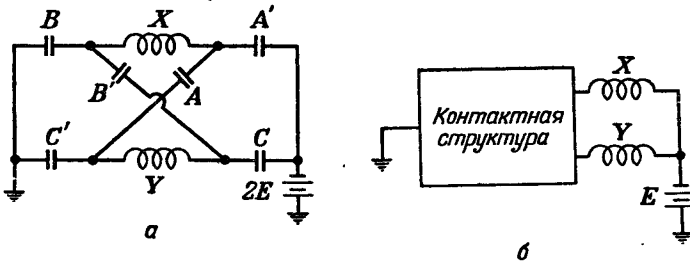


Рис. 6.74. Задача 6.23.

2. Постройте минимальную контактную структуру, аналогичную рис. 6.74, б, при максимальном использовании переключающих контактов.

6.24. Найдите минимальные контактные структуры для  $T_1, T_2, T_3$  и  $T_4$  в показанной на рис. 6.75 общей схеме для случая, когда срабатывание

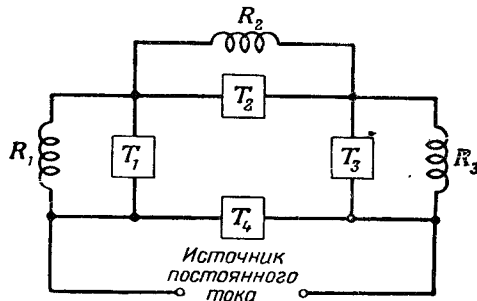


Рис. 6.75. Задача 6.24.

реле  $R_1, R_2$  и  $R_3$  описывается выражениями

$$R_1 = \Sigma (2, 10, 11, 12),$$

$$R_2 = \Sigma (12),$$

$$R_3 = \Sigma (2, 6, 8, 9, 12).$$

6.25. Постройте контактные деревья типа 1 на шесть переменных, осуществив указанное распределение переключающих контактов:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
1.	1	3	5	9	15	30
2.	1	6	6	10	16	24
3.	1	8	8	11	15	20
4.	1	9	10	11	14	18
5.	1	11	12	12	13	14



## Симметрические релейные функции

Прежде чем приступить к изучению общих типов непоследовательно-параллельных контактных структур, полезно рассмотреть особый тип их, описываемый симметрической релейной функцией. Если симметрическая функция определена, то ее реализация в виде контактной структуры может быть осуществлена немедленно без каких-либо затруднений, несмотря на то что для большинства симметрических функций эта структура будет непоследовательно-параллельной, а для многих из них она может быть и непланарной.

Симметрические структуры относятся к классу итеративных, которые более подробно будут рассмотрены в гл. 11. Однако, установив итеративную природу симметрических структур, использовать в дальнейшем итеративный подход при построении конкретных структур не обязательно. Кроме того, симметрические функции обладают некоторыми особыми алгебраическими свойствами, из-за которых желательно изучать их как отдельный класс.

## § 7.1. Основная контактная структура для симметрических функций

Наиболее элементарное понятие симметрической функции связано с определением контактной структуры, построенной из  $m$  реле, проводимость которой равна 1 при срабатывании любых  $n$  из  $m$  реле. Начнем рассмотрение с этого понятия и обобщим его § 7.4.

Нетрудно написать функции проводимости, которые алгебраически выражают факт срабатывания  $n$  реле из  $m$ . Например, если имеется три реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а проводимость построенной на их контактах структуры должна быть равна 1 при срабатывании двух реле из трех, то это можно выразить с помощью релейной функции

$$T = ABC' + AB'C + A'BC.$$

Существует только три способа, которыми можно заставить срабатывать два реле из трех. Каждый член написанной выше функции характеризует один из этих способов.

Хотя симметрические функции сравнительно просто записываются алгебраически, построение экономичных контактных структур по их алгебраическим выражениям не является столь простым делом. В приведенном выше самом простом примере не существует пар членов, которые допускали бы исключение букв. Все три члена в этом выражении являются простыми импликантами, и все три входят в минимальную сумму. Хотя это и не всегда справедливо для симметрических функций, но в силу самой природы этих функций это свойство часто им присуще. В представленной выше функции  $A$ ,  $B$  и  $C$  называются *симметрическими переменными*. У каждого члена этой функции две переменные не имеют штриха, а третья дана со штрихом. Поэтому при переходе от одного члена к другому должно измениться состояние точно двух переменных. С этим

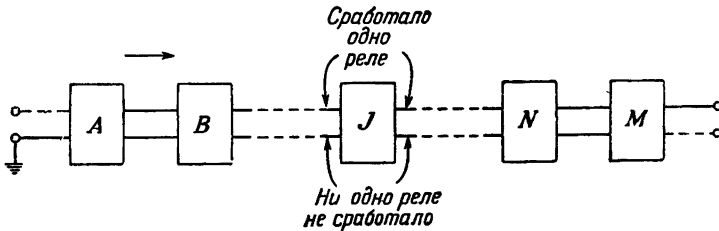


Рис. 7.1. Цепочка контактных ячеек, образующая симметрическую структуру.

трудноразрешимым алгебраическим положением легко справляются, используя основную контактную структуру, которая будет получена с помощью итеративного метода. В блок-схеме рис. 7.1 показана цепочка контактных ячеек, каждая из которых содержит контакты лишь одного реле  $A, B, \dots, M$ . Каждая ячейка в этой цепочке имеет два входа слева и два выхода справа. Эти выводы соединены, как показано на рисунке: входы каждой последующей ячейки соединяются с выходами предыдущей ячейки, расположенной слева. Имеется исключение только для двух крайних ячеек. У ячейки  $A$  ее нижний вход слева заземлен, а ее верхний вход не используется. У крайней справа ячейки  $M$  верхний выход служит выходом всей цепочки, а нижний выход не используется. Контактные структуры этих конечных ячеек образованы из стандартной ячейки путем исключения контактов, которые являются лишними из-за неиспользуемых соединений.

Рассмотрим теперь ячейку  $J$  рис. 7.1, выбрав ее в качестве типовой ячейки цепочки. Если на нижний вход ячейки  $J$  подан потенциал земли, то это значит, что в той части цепочки, которая расположена слева от ячейки  $J$ , ни одно из реле не сработало. Потенциал земли на нижнем выходе ячейки  $J$  означает, что никакие

реле, предшествующие реле  $J$ , и само это реле не сработали. Наличие потенциала земли на верхнем входе ячейки  $J$  означает, что в той части цепочки, которая расположена слева от ячейки  $J$ , имеется одно и только одно сработавшее реле. Наличие потенциала земли на верхнем выходе ячейки  $J$  означает, что в той части цепочки,

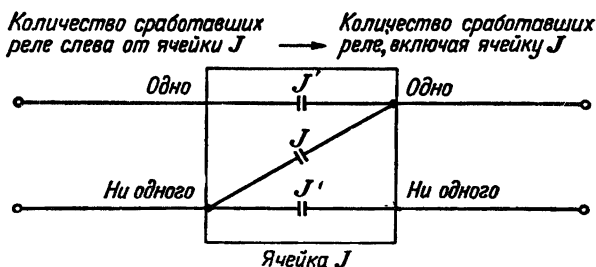


Рис. 7.2. Расположение контактов в типовой ячейке структуры рис. 7.1.

которая расположена слева от  $J$ , сработало одно и только одно реле, или же сработало само реле  $J$ .

Если ни на одном из входов ячейки  $J$  нет потенциала земли, то это значит, что слева от ячейки  $J$  сработали два или большее число реле.

На левом конце цепочки потенциал земли, как уже говорилось, подан на нижний вход ячейки  $A$ . Наличие потенциала земли в этой

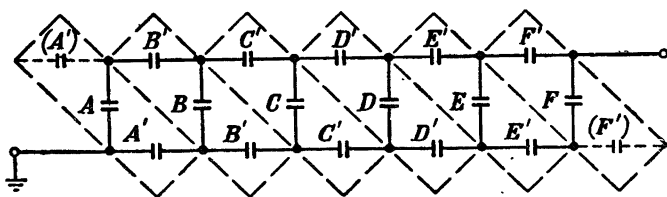


Рис. 7.3. Симметрическая структура, образованная соединением шести типовых ячеек.

точке, как было только что установлено, указывает на то, что никакие реле слева от ячейки  $A$  не сработали. Но поскольку слева от ячейки  $A$  нет никаких реле, то нет надобности обеспечивать эту ячейку верхним входом.

На правом конце цепочки у ячейки  $M$  имеется только верхний выход. Согласно нашим определениям, потенциал земли возникает на этом выходе, если во всей цепочке работает одно и только одно

реле. Мы не заинтересованы в получении выхода, если не срабатывает ни одно реле. Поэтому у ячейки  $M$  нижний выход отсутствует.

Контактная структура, которая удовлетворяет требованиям, предъявленным к типовой ячейке, представлена на рис. 7.2. Стрелка над ней указывает, что потенциал земли распространяется по цепочке слева направо. В некотором смысле типовая ячейка по-

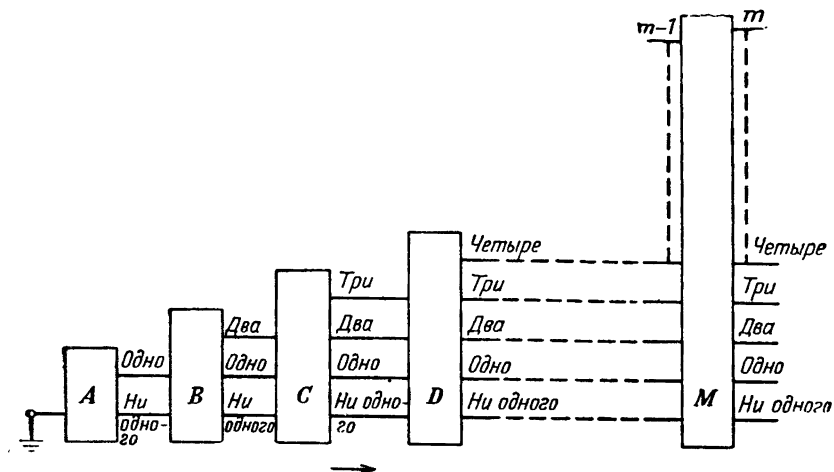


Рис. 7.4. Схема основной симметрической структуры.

лучает на своих входах информацию о состоянии цепочки слева от нее и передает к своим выходам информацию, которую ее соседняя ячейка справа может истолковать аналогичным образом. Если реле ячейки  $J$  не срабатывает, то она передает любой потенциал земли, поданный на один из ее входов, на выход, расположенный на том же уровне, с помощью одного из контактов  $J'$ . Если же реле ячейки  $J$  сработало и на ее нижнем входе имеется потенциал земли, то она переключает этот потенциал с помощью контакта  $J$  на верхний выход. В это же время нижний контакт  $J'$  препятствует появлению потенциала земли на нижнем выходе ячейки. Если при срабатывании реле потенциал земли имеется на верхнем реле  $J$ , то верхний контакт  $J'$  препятствует дальнейшему распространению этого потенциала вдоль цепочки.

Построим теперь контактную структуру из шести реле так, чтобы проводимость ее была равна 1 при срабатывании одного и только одного реле. Для этого соединим контакты каждого реле в соответствии со схемой типовой ячейки рис. 7.2 и затем объединим ячейки в общую цепочку. В результате получится структура, представленная на рис. 7.3. Пунктирные линии на этом рисунке

указывают границы отдельных типовых ячеек. Лишние контакты в конечных ячейках изображены также пунктиром. Можно легко убедиться, что проводимость этой структуры соответствует заданной. Отметим, что полученная структура является довольно сложной непоследовательно-параллельной структурой. Попытка

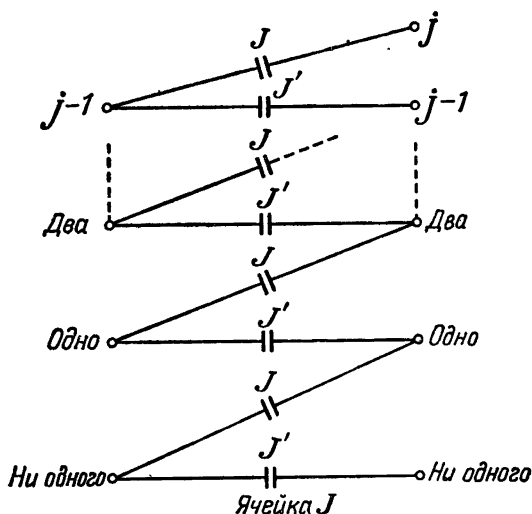


Рис. 7.5. Расположение контактов в типовой ячейке структуры рис. 7.4.

ее построения, исходя из алгебраического выражения проводимости, оказалась бы чрезвычайно кропотливым делом. Итеративный же метод дал возможность получить желаемый результат без особых затруднений.

Идея *цепочечного* построения в том виде, в каком она изображена на рис. 7.1, распространяется на общий случай цепочки, представленной на рис. 7.4. Как и ранее, информация передается здесь по цепочке и перенос ее осуществляется с помощью потенциала земли, который распространяется слева направо. Число сработавших реле среди тех, которые расположены слева от данной точки в цепочке, указывается уровнем соединения между ячейками, получившим потенциал земли. Число соединений между ячейками возрастает по линейному закону при движении слева направо. Хотя ни одна из ячеек не может быть названа поэтому типовой, при определении контактной структуры любой из них (например такой, как ячейка  $J$  на рис. 7.5) не возникает никаких трудностей. Для этой ячейки типичным является то, что у нее имеется  $j$ -й выход,

но нет  $j$ -го входа. Очевидно, что число сработавших реле не может быть больше, чем общее число реле, содержащихся в цепочке.

Структура ячеек этого типа является разделительной как относительно входов, так и выходов. А это значит, что проводимость между каждой парой входов и каждой парой выходов всегда равна нулю. Благодаря такому построению потенциал земли никогда не может возникнуть одновременно более чем на одном выводе ячейки. Это относится как к входам, так и к выходам.

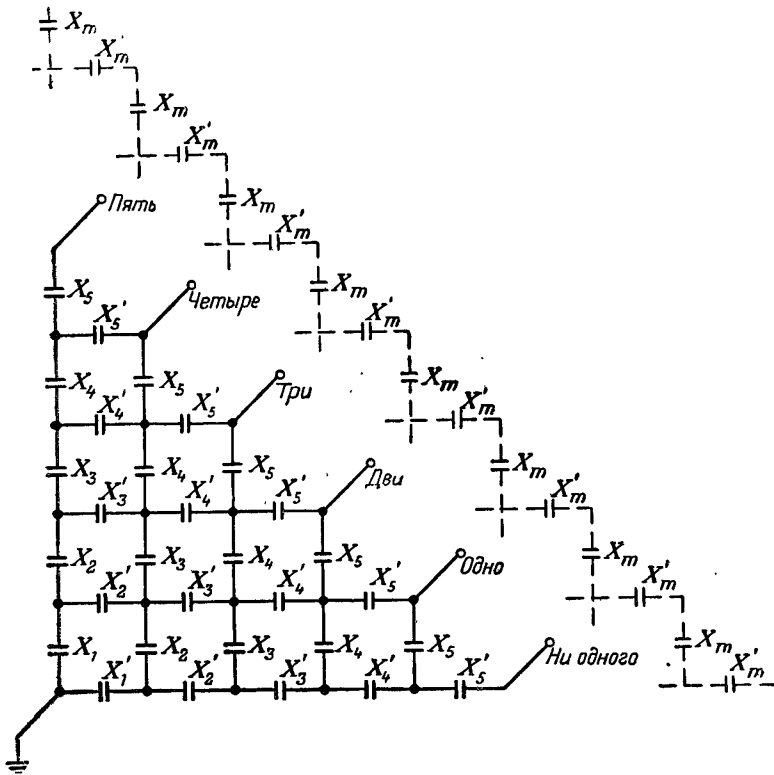


Рис. 7.6. Основная симметрическая структура.

Если соединить друг с другом ячейки, контактная структура которых дана на рис. 7.5, в соответствии с цепочечным построением рис. 7.4, то получится основная симметрическая структура (рис. 7.6). Она представлена в полном виде для цепочки, состоящей из пяти ячеек. На том же рисунке указано расширение ее на цепочку большего размера. Основную симметрическую структуру следует тщательно изучить, так как дальше она будет применяться как

основа при построении всех симметрических структур для конкретных условий, но уже без использования итеративного процесса. Она представляет собой многополосную структуру с выходами, которые соответствуют любому числу сработавших реле от 0 до полного числа реле, имеющегося в цепочке.

Легко заметить, что общая структура построена так, что замыкающие контакты образуют вертикальные цепи, а размыкающие контакты — горизонтальные цепи. При срабатывании какого-нибудь реле его контакты переключают потенциал земли с одного горизонтального уровня на расположенный выше уровень. Если реле не срабатывает, то через его размыкающие контакты потенциал земли переходит с одной вертикальной цепи к следующей справа. Структура построена так, что потенциал земли не может передаваться вниз или влево. Выберем любой узел и будем подходить к нему слева через размыкающий контакт. Если теперь попытаться выйти из этого узла, двигаясь вниз, то всегда на этом пути будет включена инверсия контакта, через который только что прошли при подходе к данному узлу. Таким образом, этот путь будет заперт. Такое же положение будет иметь место, если подойти к узлу через контакт, находящийся внизу, и попытаться выйти из него, двигаясь влево. Благодаря этим свойствам становится возможным осуществить весьма радикальные преобразования основной симметрической структуры, не образуя при этом ложных цепей.

## § 7.2. Преобразования основной симметрической структуры

Введем символическое представление симметрической функции. Для функции проводимости, которая является симметрической, мы будем пользоваться символом  $S$  с одним или несколькими цифровыми индексами, которые будут указывать, сколько реле должно сработать, чтобы проводимость была равной 1. Симметрические переменные будем либо полностью перечислять, либо обозначать с помощью обобщенной переменной с индексом, указывающим, сколько реле имеется в схеме. Таким образом,  $S_{2,3}(A, B, C, D)$  символически представляет симметрическую структуру, построенную из контактов реле  $A, B, C, D$ , которая обеспечивает проводимость, равную 1, при срабатывании двух или трех реле. Если имеется контактная структура, построенная из семи реле, и нужно получить проводимость, равную 1, при срабатывании одного или пяти реле или не срабатывании ни одного реле, то мы можем обозначить это с помощью упрощенной символики:  $S_{0,1,5}(X_7)$ .

Рассмотрим симметрическую структуру из пяти реле, в которой потенциал земли на выходе появляется при срабатывании любых трех реле, т. е.  $S_3(X_5)$ . На рис. 7.7 показан процесс получения этой структуры из основной симметрической структуры (рис. 7.6):

Наглядно его можно представить следующим образом. Первоначально вычерчивается основная структура, дающая все возможные выходы. В этой структуре, начав от общего входа, движемся

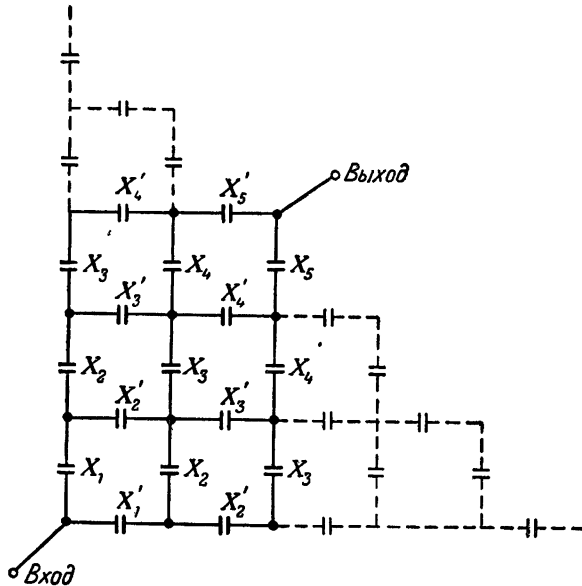


Рис. 7.7. Часть основной симметрической структуры, используемая для получения одного выхода.

вертикально вверх через три контакта, поскольку это и есть то число сработавших реле, которое предусмотрено условиями работы для получения нужного выхода. Затем движемся в горизонтальном направлении через два контакта, поскольку это число несработавших реле требуется условиями работы. Узел, который при этом будет достигнут, является рабочим выходом структуры. Все контакты основной структуры, расположенные выше выходного узла, и все контакты справа от него должны быть исключены, поскольку они, очевидно, не могут влиять на проводимость оставшейся части схемы. Любой путь между входным и выходным узлами, который использовал бы исключенную часть основной структуры, требует изменения направления движения, а это невозможно. Структура, соответствующая  $S_3(X_5)$ , вычерчена на рис. 7.7 сплошной линией, а исключенная часть основной структуры изображена пунктиром.

Основная симметрическая структура является по существу контактным деревом с многими выходами. Если соединить вместе



два выходных узла, чтобы образовать один общий выход, то получится структура, в которой проводимость, равная 1, будет получаться на выходе при срабатывании такого числа реле, которое соответствует как одному, так и другому из объединенных выходов. Так, например, на рис. 7.8 объединены выходы, которые получают потенциал земли при срабатывании двух или четырех реле. Соответствующая структура будет удовлетворять условиям  $S_{2,4}(X_5)$ . Часть основной симметрической структуры, необходимая для этого, изображена сплошной линией, а отброшенная часть — пунктиром.

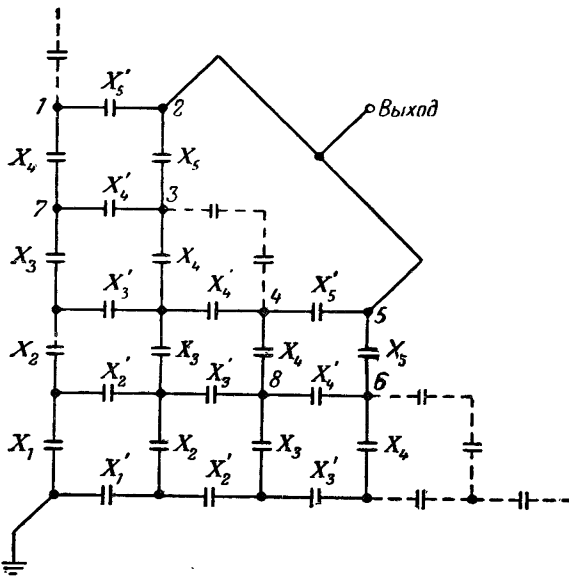


Рис. 7.8. Объединение выходов основной симметрической структуры.

Когда объединяются соседние выходные узлы, как это имеет место, например, при реализации симметрической функции  $S_{1,2,4}(X_5)$ , то можно удалить еще ряд контактов. Эта функция реализуется структурой, представленной на рис. 7.9. Из рассмотрения ее видно, что если соединить два соседних выходных узла, то два инверсных контакта одного и того же реле (в этом примере  $X_5$  и  $X_5'$ ) соединяются параллельно между общим выходным узлом и внутренним узлом. Эти контакты, как показано на рис. 7.9, можно заменить короткозамкнутой цепью. Если объединяется ряд сосед-

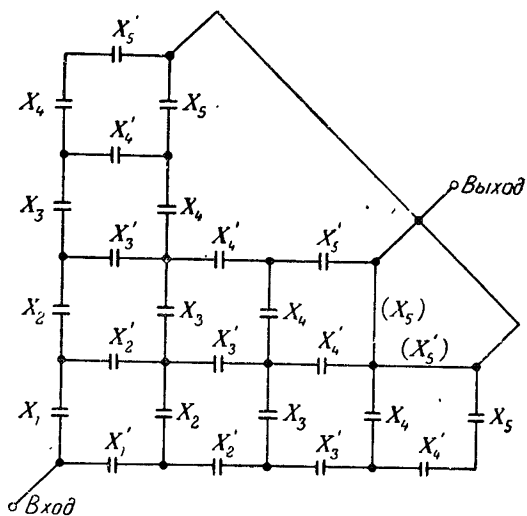


Рис. 7.9. Исключение избыточных контактов при объединении соседних выходов основной симметричной структуры.

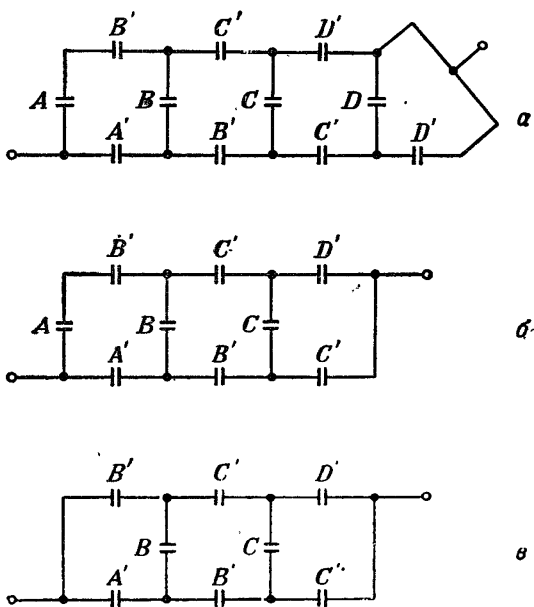


Рис. 7.10. Последовательные преобразования при исключении избыточных контактов симметричной структуры.

них выходов, то этот процесс исключения контактов расширяется и еще глубже проникает в структуру.

Другой тип избыточности контактов иллюстрируется рис. 7.10, на котором представлена структура, реализующая симметрическую функцию  $S_{0,1}(A, B, C, D)$ . На рис. 7.10, а изображена оставшаяся часть основной симметрической структуры, в которой объединены два выходных узла. Поскольку эти узлы соседние, контакты  $D$  и  $D'$  соединены параллельно и могут быть исключены, как это показано на рис. 7.10, б. В этой последней структуре имеется замыкающий набор от входа слева до правого узла, с которым ранее были соединены исключенные контакты  $D$  и  $D'$ . Если не срабатывают три реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ , то тогда с точки зрения получения проводимости, равной 1, уже безразлично, срабатывает или нет четвертое, так как по условию требуется, чтобы проводимость была равна 1, если либо ни одно, либо одно реле срабатывает. Из рис. 7.10, б видно, что верхняя горизонтальная линия включает в себя последовательное соединение контактов  $B'$ ,  $C'$  и  $D'$ . Эту цепочку можно достичь, лишь проходя через контакт  $A$  слева. Но если реле  $B$ ,  $C$  и  $D$  не срабатывают, то не имеет значения, срабатывает ли реле  $A$ . Поэтому контакт  $A$  можно удалить, как это показано на рис. 7.10, в.

Теперь вернемся к рис. 7.8, на котором представлена структура, соответствующая функции  $S_{2,4}(X_5)$ . Используемые в этой структуре выходные узлы не являются соседними, поэтому исключение контактов, которое получается при соединении соседних выходных узлов, здесь невозможно. Однако число их можно уменьшить с помощью процесса так называемого «свертывания», которое возможно благодаря разделительным свойствам основной структуры. На рис. 7.8 часть узлов перенумерована. Узлы 2 и 5 объединены и образуют выход структуры. Узел 1 находится сразу же слева от узла 2, а узел 4 — слева от узла 5. Узел 3 находится под узлом 2, а узел 6 — под узлом 5. Узел 7 находится слева от узла 3, а узел 8 — слева от узла 6. Рассмотрим проводимость между узлами 1 и 3. Два кратчайших пути, связывающие узлы 1 и 3, содержат последовательно соединенные контакты  $X_5$  и  $X'_5$  или последовательно соединенные контакты  $X_4$  и  $X'_4$ . Таким образом, независимо от того, какие пути выбраны между узлами 1 и 3, проводимость между этими узлами равна 0. Если провести линию через узлы 1 и 3 и затем продолжить ее вниз (двигаясь слева направо), то эта линия пройдет через узлы 4 и 6. Можно проверить, что независимо от выбранного пути, между любой парой узлов, лежащих на этой диагонали, проводимость равна 0.

Рассмотрим теперь проводимость между узлами 1 и 2. Единственной цепью между этими узлами, проводимость которой не равна 0, является цепь, проходящая через контакт  $X'_5$ . То же самое относится к проводимости между узлами 4 и 5. Поскольку узлы 2

и 5 объединены в один выход, то при появлении на нем потенциала земли, прошедшего через узел 1, этот потенциал одновременно передается от выхода обратно также узлу 4. Аналогично, если выход заземлен, а узел 1 не имеет потенциала земли, то, по-видимому, не может быть потенциала земли и в узле 4. Поэтому эти два узла можно представить себе как эквипотенциальные точки структуры. Следовательно, их можно соединить сплошной линией. Но если осуществить это соединение, то два контакта  $X'_5$  оказываются соединенными параллельно, и один из них может быть удален. Пусть после соединения узлов 1 и 4 контакт  $X'_5$  между узлами 1 и 2 будет удален. Тогда, если первые четыре реле сработали, а пятое

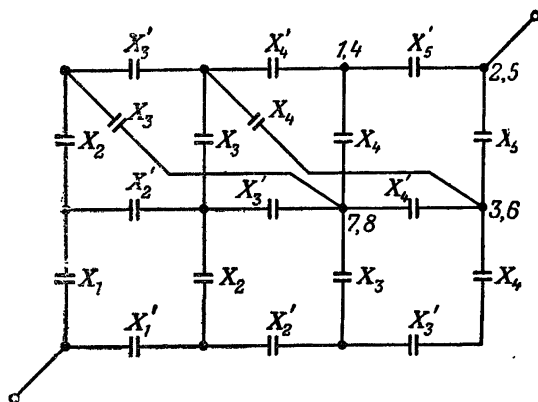


Рис.7. 11. Свертывание симметрической структуры  
рис. 7.8.

нет, предусмотренная условиями работы замкнутая цепь пройдет через узел 1, затем через узел 4 и, наконец, подойдет к выходу через контакт  $X'_5$ , имеющийся между узлами 4 и 5.

Способ определения возможности объединения пар узлов заключается, таким образом, в следующем. Нужно рассмотреть проводимость, двигаясь от выхода в обратном направлении к интересующим нас узлам. Если эти проводимости тождественны, то соответствующие узлы можно объединить. Как было выше показано, проводимость между выходом и узлом 1 есть просто  $X'_5$ , и эта проводимость повторяется между выходом и узлом 4. Проводимость между выходом и узлом 3 есть  $X_5$ , и она повторяется в узле 6. Следовательно, узлы 3 и 6 могут быть объединены. Наконец, проводимость между выходом и узлом 7 есть  $X_4X'_5 + X_4X'_5$ , и такая же проводимость имеется между выходом и узлом 8. Таким образом, узлы 7 и 8 могут быть объединены. Если мысленно представить себе структуру

рис. 7.8 сделанной из какого-нибудь эластичного материала, то мы могли бы взять квадрат, содержащий узлы 1, 2, 3 и 7, и переместить его вниз таким образом, чтобы наложить его на квадрат, который содержит 4, 5, 6 и 8. Четыре пары «эквипотенциальных» узлов при этом объединяются, а четыре повторяющихся в них контакта могут быть исключены. Окончательный результат показан на рис. 7.11. Каждый совмещенный узел занумерован двойной цифрой для того, чтобы указать на первоначальную пару узлов, которые были объединены. Контакты  $X_3$  и  $X_4$ , которые прежде были соединены соответственно с узлами 7 и 3, теперь нужно соединить с эквивалентными совмещенными узлами. Эти соединения могут быть сделаны только с помощью пересечения других соединений. Поэтому свернутая структура получается непланарной.

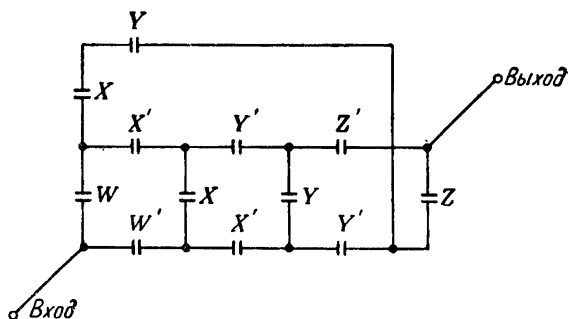


Рис. 7.12. Упрощение структуры для функции  $S_{1,4}(W, X, Y, Z)$  с помощью свертывания.

Возможность сокращения числа контактов путем свертывания появляется в целом ряде случаев. На рис. 7.12 представлен один из довольно простых часто встречающихся случаев.

Операция свертывания другого типа показана на рис. 7.13, 7.14, 7.15. На рис. 7.13,а показана основная симметрическая структура на шесть переменных, и нужно осуществить ее свертывание для реализации двух функций проводимости  $S_{0,2,4,6}(X_6)$  и  $S_{1,3,5}(X_6)$ . Это значит, что в основной симметрической структуре выходные узлы, занумерованные четными числами, присоединяются к одному выходному узлу, а нечетные узлы — к другому. Для ясности на рис. 7.13, а показаны все соединения на выходе, на других же рисунках они опущены.

В результате первого шага узлы  $a, b, c$  на рис. 7.13,а при свертывании накладываются на узлы  $a', b', c'$ . Это изображено на рис. 7.13, б, где показаны выходные узлы, в которых реализуются функции  $S_{4,6}(X_6)$  и  $S_{3,5}(X_6)$ . На следующем шаге узлы, помеченные на рис. 7.13, б снова буквами  $a, b, c$ , совмещаются с узлами

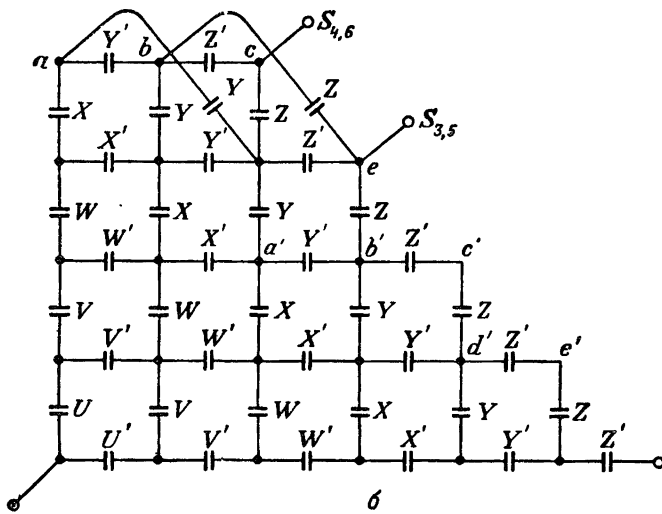
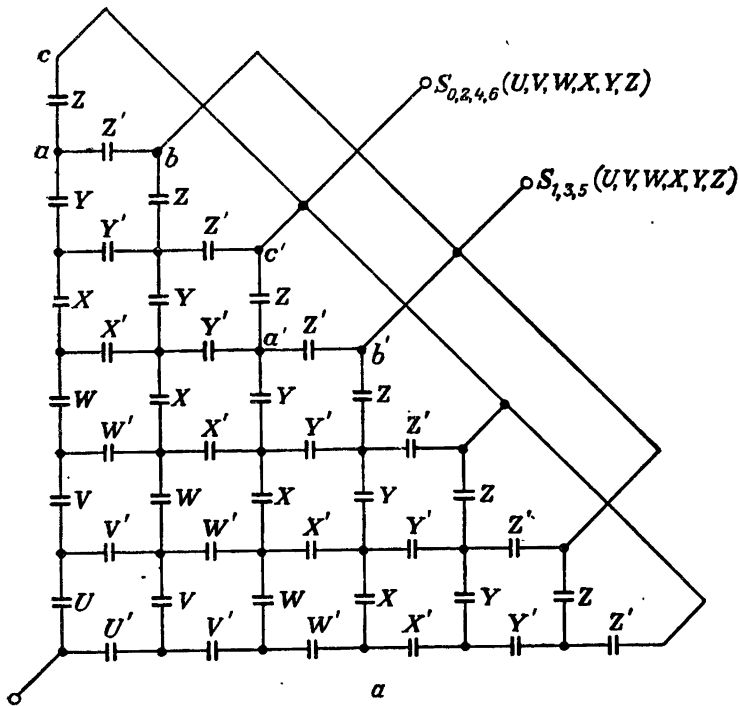


Рис. 7.13. Первый шаг при свертывании симметрической структуры.

$a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ . Результат этой операции показан на рис. 7.14. Осуществив еще два свертывания, мы приходим к окончательной структуре, представленной на рис. 7.15. Если ее перечертить так, как это сде-

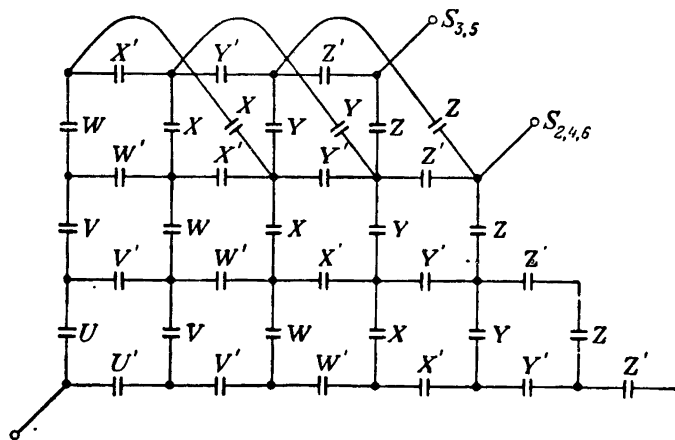


Рис. 7.14. Частично свернутая симметрическая структура.

лано на рис. 7.16, то станет очевидным, что это итеративная структура, которая может быть построена непосредственно итеративным методом.

Процесс свертывания может быть применен при построении любой структуры, симметрическая функция которой содержит

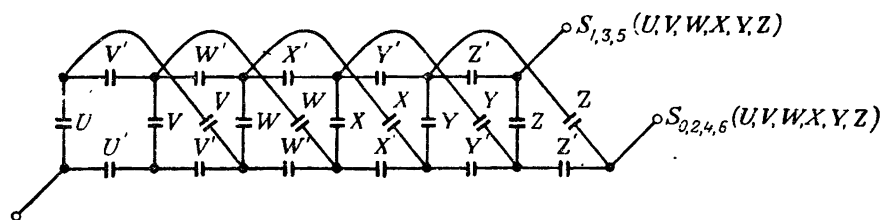


Рис. 7.15. Полностью свернутая симметрическая структура, реализующая функцию «чет — нечет».

набор индексов, образующих арифметическую прогрессию. Однако эти структуры обладают одним свойством, на которое нельзя не обратить внимания. Предположим, например, что нужно реализовать функции  $S_{0,3,6}(X_{10})$  и  $S_{4,7,10}(X_{10})$ . Можно быстро построить структуру, реализующую обе эти функции без свертывания. Однако свернутая структура будет соответствовать функциям с индексами, включающими все члены арифметической прогрессии,

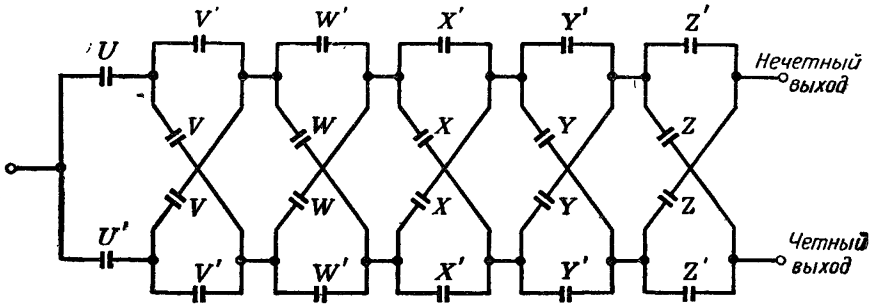


Рис. 7.16. Структура, реализующая функцию «чет — нечет», составленная из типовых ячеек.

содержащиеся между 0 и 10, а не только выбранные числа. Из этого следует, что в действительности при свертывании будут реализованы функции  $S_{0,3,6,9}(X_{10})$  и  $S_{1,4,7,10}(X_{10})$ . Дополнительные рабочие уровни могут быть совершенно нежелательны. Отметим, что в этой конкретной структуре можно добавить еще один выход, в котором можно получить симметрическую функцию  $S_{2,5,8}(X_{10})$ .

### § 7.3. Инверсные симметрические структуры

Рассмотрим симметрическую функцию  $S_{0,2,3}(W, X, Y, Z)$ . Реализующая эту функцию структура, построенная методом, который

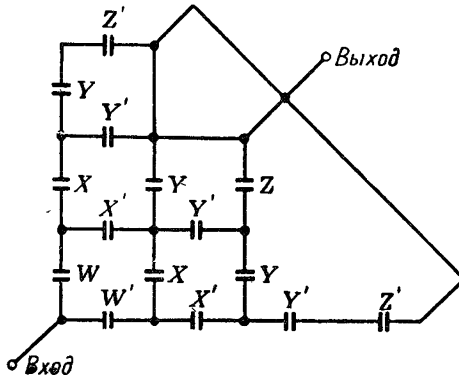


Рис. 7.17. Структура, реализующая симметрическую функцию  $S_{0,2,3}(W, X, Y, Z)$ .

был описан в предыдущем параграфе, показана на рис. 7.17. В непреобразованном виде она содержит 15 контактов и требует 23 пружины. Один из контактов  $Z'$  является, однако, лишним и



может быть удален с помощью свертывания. После этого структура будет иметь 14 контактов и 21 пружину.

В соответствии с заданными условиями проводимость этой структуры должна быть равна 1, когда срабатывают два или три реле или не срабатывает ни одно из них. Если срабатывает одно или четыре реле, то проводимость должна быть равна 0. Отсюда симметрическая функция, являющаяся инверсией исходной функции, есть  $S_{1,4}(W, X, Y, Z)$ . Инверсная структура имеет проводимость 1, если первоначальная структура имеет проводимость, равную нулю, и наоборот. Структура, соответствующая инверсной функции

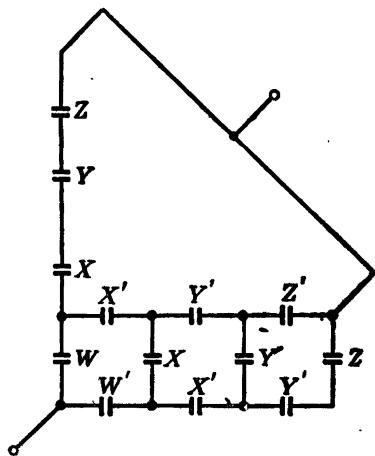


Рис. 7.18. Структура, реализующая симметрическую функцию  $S_{1,4}(W, X, Y, Z)$ .

$S_{1,4}(W, X, Y, Z)$ , показана на рис. 7.18. В том виде, в каком она изображена на рисунке, структура содержит 13 контактов и 21 пружину, но один из контактов  $Z$  можно исключить посредством свертывания. После этого оказывается возможным образовать еще один переключающий контакт  $Y$ , так что окончательная структура будет содержать 12 контактов и 18 пружин.

Геометрическая инверсия структуры рис. 7.18 равносильна по условиям работы структуре рис. 7.17, и мы имеем, таким образом, возможность реализовать симметрическую функцию с меньшим числом контактов и пружин, чем это удалось бы при непосредственном синтезе. Этот путь часто дает экономию контактов. К сожалению, свернутые структуры получаются непланарными и их геометрическое инверсирование невозможно.

Однако если начать со структуры рис. 7.18 без свертывания ее, то получение ее геометрической инверсии будет возможным.

Результат этой операции показан на рис. 7.19. Эта структура содержит такое же число контактов, как и структура рис. 7.18, а именно 13. Однако инверсная структура будет иметь только 20 пружин, вместо 21 в первоначальной, так как в результате инверсии пара контактов  $Y$  и  $Y'$  оказалась присоединенной к общей точке.

Геометрические инверсии структур, построенных из исходной основной симметрической структуры, образуют весьма интересную

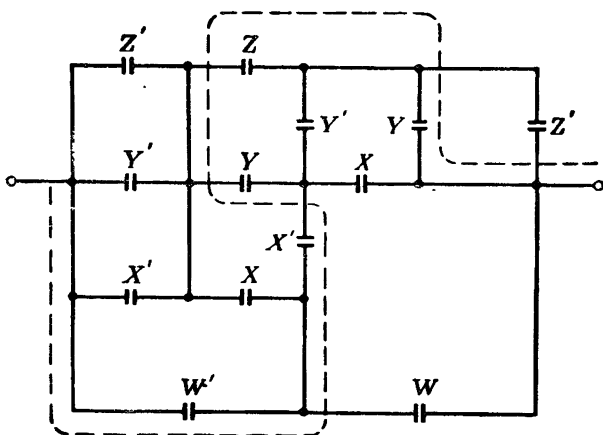


Рис. 7.19. Структура, реализующая функцию  $S_{0,2,3}(W, X, Y, Z)$ , полученная как геометрическая инверсия структуры, реализующей функцию  $S_{1,4}(W, X, Y, Z)$ .

группу, и пример, приведенный на рис. 7.19, не является исключением. Представленная на этом рисунке структура содержит такие же размыкающие и замыкающие наборы, как и нормальная структура, изображенная на рис. 7.17, но часто пути, представляемые этими наборами, являются достаточно сложными. Например, в структуре рис. 7.17 для того, чтобы проследить замыкающую совокупность  $W'X'YZ$ , нужно, отправившись от входа, пройти направо через контакты  $W'$  и  $X'$  и затем вверх через контакты  $Y$  и  $Z$ . При этом направление движения изменяется только один раз. На рис. 7.19 при прослеживании той же совокупности нужно на пути от входа к выходу семь раз изменить направление движения (необходимый для этого путь показан пунктиром). Еще интереснее отметить, что этот замыкающий путь даже не используется в структуре рис. 7.19. Если какие-нибудь два реле срабатывают, а третье не срабатывает, то проводимость будет равна 1, поскольку безразлично, срабатывает или не срабатывает четвертое реле. Таким образом, подача потенциала может быть осуществлена по цепочке  $X'YZ$ , которая является одной из четырех таких цепочек, содер-

жащихся в структуре рис. 7.19. На рис. 7.17 имеются три такие цепочки.

Из основной симметрической структуры можно получить целый ряд особых структур. На рис. 7.20 слева дано схематическое представление основной симметрической структуры, причем указаны все ее возможные выходы. Мы можем считать, что нулевой уровень соответствует словесному утверждению «ни одно реле не срабатывает».

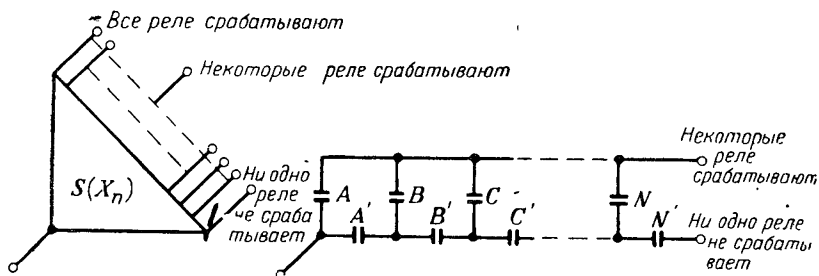


Рис. 7.20. Особый тип симметрической структуры.

«все реле срабатывают», а если соединить друг с другом все выходные узлы, кроме выхода, соответствующего нулевому уровню, то эта группа образует выход, который соответствует утверждению «любое число реле срабатывает». На рис. 7.20 справа показана упрощенная структура релейного устройства с двумя выходами, которое реализует эти условия.

Предположим, что нужно построить структуру релейного устройства из пяти реле, которая будет давать на выходе проводимость, равную 1, если некоторые из реле срабатывают, и нулевую проводимость, если все реле срабатывают. Тогда инверсная функция будет давать 1 на выходе, если ни одно из реле не срабатывает или все они срабатывают, и это символически представляется функцией  $S_{0,5}(A, B, C, D, E)$ . Если эту инверсную функцию реализовать и взять ее геометрическую инверсию, то в результате получится весьма интересная структура, изображенная на рис. 7.21.

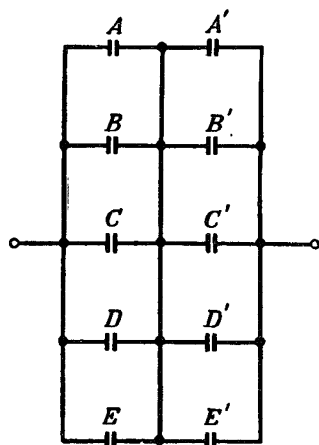


Рис. 7.21. Структура, полученная в результате инверсирования симметрической функции  $S_{0,5}(A, B, C, D, E)$ .

Основная симметрическая структура со всеми своими выходами является, как уже указывалось, некоторой модификацией контактного дерева. На рис. 7.22 узел  $X$  является входом такого дерева. Проводимость между входом  $X$  и любым выходным узлом представляется симметрическими функциями, записанными рядом с выходом

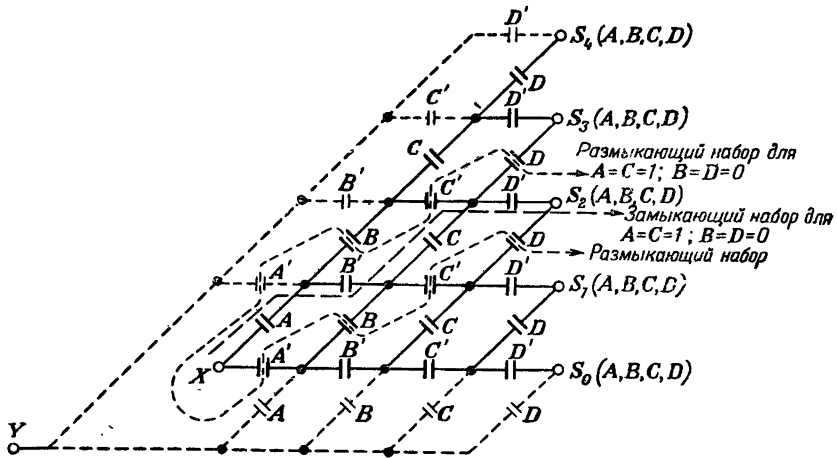


Рис. 7.22. Основная симметрическая структура с дополнительными контактами, дающими возможность реализации всех инверсных функций.

ными узлами. Если добавить указанные пунктиром на рис. 7.22 контакты, присоединенные к входу  $Y$ , то получим проводимость между  $Y$  и каждым выходным узлом, являющуюся инверсией проводимости между  $X$  и этим же узлом.

#### § 7.4. Алгебраические свойства симметрических функций

Симметрическая структура, проводимость которой равна 1 при срабатывании  $n$  из  $t$  реле, очень легко и наглядно представляется и может быть описана, как было показано выше, простым языком. Однако этот язык отражает лишь незначительную долю всех свойств симметрических структур. В этом параграфе будет рассмотрено более общее определение симметрических функций и будут обсуждены некоторые особые свойства их.

Алгебраическое изучение симметрических функций основано на общем определении симметрической функции и использует некоторые теоремы, впервые сформулированные Шенноном<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> См. [5] списка литературы к гл. 3. В наших рассуждениях в этой главе цитируемые формулировки изменены в тех случаях, когда это необходимо, в связи с тем, что они применяются к функциям, представляющим собой проводимость, а не сопротивление.

По определению функция  $n$  переменных  $X_1, X_2, \dots, X_n$  является симметрической относительно этих переменных, если она инвариантна относительно любой перестановки переменных. Любая перестановка переменных может быть осуществлена, если последовательно менять местами две переменные. Поэтому необходимым и достаточным условием симметричности функции является то, что любая перестановка двух переменных оставляет функцию неизменной.

Следует отметить, что  $n$  переменных, относительно которых функция является симметрической, не обязательно должны быть переменными без штриха. Любые из них могут быть инверсными переменными. Например, функция  $XYZ' + XY'Z + X'YZ$  является, согласно приведенному выше определению, симметрической относительно переменных  $X, Y, Z$ . Но функция  $XYZ' + XY'Z + X'Y'Z'$ , по определению, также является симметрической. Это определить, однако, труднее, так как симметрическими переменными в этом случае являются  $X, Y', Z'$ , а в отношении переменных  $X, Y, Z$  функция не является симметрической.

Все симметрические структуры, описанные в этой главе ранее, принадлежали к тому типу схем, у которых проводимость равна 1 при срабатывании  $n$  реле из  $m$ . Это ограниченный класс симметрических структур, так как все они описываются симметрическими функциями, которые симметричны относительно набора неинверсных переменных. Только что определенная нами более общая симметрическая функция может быть также реализована с помощью основной симметрической структуры при условии, что нам известны переменные, относительно которых эта функция является симметрической. Определение этих переменных представляет собой задачу, которую мы обсудим далее в § 7.5.

Используемый нами символический метод записи симметрических функций основан на одной из теорем, сформулированных Шенноном:

Необходимое и достаточное условие симметричности функции состоит в том, что она может быть определена с помощью набора чисел  $a_1, a_2, \dots, a_k$  такого, что функция имеет значение 1 только в том случае, если в точности  $a_j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, k$ ) переменных имеют значение 1.

Набором чисел  $a_1, \dots, a_k$  может быть любой набор чисел от 0 до  $n$  включительно, где  $n$  есть число переменных симметрической функции. Для удобства будем называть их  $a$ -числами функции.

Для того типа симметрической функции, который был рассмотрен в этой главе раньше,  $a$ -числа представляют собой просто количество реле, которые должны сработать, чтобы проводимость стала равной 1.

Следуя символическим обозначениям, введенным в § 7.2, мы пользуемся буквой  $S$  для представления проводимости симметрической функции. Все  $a$ -числа этой функции служат ее индексами, а симметрические переменные выступают в качестве ее аргументов. Таким образом, проводимость структуры рис. 7.7 запишется в виде  $S_a(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ . Если симметрические переменные все без штриха или все со штрихом, то удобно не писать полностью

аргументы функции. Запись этих функций можно сократить и писать, например,  $S_{2,3}(X_6)$  или  $S_{2,3}(X'_6)$ . Под этим подразумевается, что аргументы функции представляют собой набор соответственно шести переменных без штриха или шести инверсных переменных. Если среди аргументов встречаются переменные без штриха и инверсные переменные, то тогда необходимо записывать их полностью, например,  $S_3(A, B', C, D')$ . Развернутая запись функции, представленной этой символической формой, есть  $AB'CD + AB'C'D' + ABCD' + A'B'CD'$ .

При записи симметрических функций нужно быть уверенным в том, что они полные. Например, функция  $S_3(X, Y, Z)$  записывается в виде  $XYZ' + XY'Z + X'YZ$ . Можно проверить это выражение с помощью теоремы Шеннона об  $a$ -числах. Мы обнаружим, что если приписать значение 1 *любым двум* переменным (оставшаяся

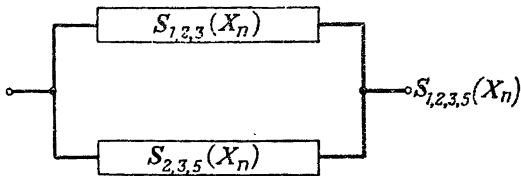


Рис. 7.23. Параллельное соединение симметрических структур.

переменная должна быть равна 0), то функция принимает значение 1. Предположим, однако, что нам не удалось записать полную функцию, и она записана только в виде  $XYZ' + XY'Z$ . Эта функция удовлетворяет сформулированной выше теореме относительно наборов  $X, Y$  и  $X, Z$ , но если положить  $Y$  и  $Z$  равными 1, то эта функция останется равной 0.

Если симметрические структуры соединяются параллельно, как на рис. 7.23, то проводимость такой параллельной цепи выражается суммой симметрических функций. Для записи такой суммы можно пользоваться простым правилом при условии, что обе симметрические функции являются *функциями одних и тех же переменных*. Поскольку проводимость параллельного соединения должна быть равна 1, если проводимость любой из цепочек есть 1, то проводимость, представленная суммой двух заданных симметрических функций одних и тех же переменных, есть симметрическая функция этих переменных. Ее  $a$ -числами являются  $a$ -числа, входящие в любую из двух заданных функций или в обе функции. Таким образом, при сложении симметрических функций на рис. 7.23 с  $a$ -числами 1, 2, 3 и 2, 3, 5 получается симметрическая функция с  $a$ -числами 1, 2, 3, 5.]

Если симметрические структуры с одними и теми же переменными соединяются последовательно, то проводимость полученной в результате этого структуры выражается в виде произведения заданных функций. Это произведение легко записать, если заметить, что для получения проводимости последовательного соединения, равной 1, обе заданные функции должны иметь проводимость 1. Поскольку обе функции зависят от одних и тех же переменных, то это может быть справедливым только для тех  $a$ -чисел, которые содержатся в каждой из заданных функций. Отсюда произведение симметрических функций есть симметрическая функция от тех же

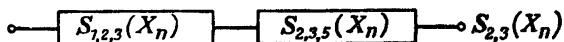


Рис. 7.24. Последовательное соединение симметрических структур.

самых переменных, а ее  $a$ -числами служат те числа, которые являются общими для обеих заданных функций. Так, на рис. 7.24 две симметрические функции от  $X_n$ , которые нужно перемножить, имеют  $a$ -числа 1, 2, 3 и 2, 3, 5. Проводимость последовательного соединения является симметрической функцией от  $X_n$ , которая имеет  $a$ -числа 2, 3, или  $S_{2,3}(X_n)$ .

Симметрическая функция может быть разложена, согласно теореме 20, по любой из своих переменных точно так же, как любая другая релейная функция. Однако было бы удобно иметь возможность выполнять это разложение, пользуясь теми же компактными символами, принятыми выше для симметрических функций. Рассмотрим несколько измененный вариант теоремы о разложении, который может быть непосредственно применен к симметрическим функциям, записанным в указанной символической форме<sup>1</sup>.

Рассмотрим симметрическую функцию  $n$  переменных, пусть  $a$ -число функции есть  $p$ . Эта функция может быть разложена по любой из переменных, но для простоты разложим ее по переменной  $X_n$ . Тогда в соответствии с теоремой 20 можно написать:

$$S_p(X_1, \dots, X_n) = X_n \cdot S_p(X_1, \dots, X_{n-1}, 1) + X_n' \cdot S_p(X_1, \dots, X_{n-1}, 0).$$

Функция  $S_p(X_1, \dots, X_{n-1}, 1)$ , полученная после разложения, представляет собой симметрическую функцию с  $a$ -числом, равным  $p$ , в которой значение одной переменной равно 1, а именно  $X_n = 1$ .  $a$ -число определяет число переменных, которые должны

<sup>1</sup> Теорему разложения для симметрических функций сообщил автору в частной беседе Р. Греа.

быть равны 1, чтобы проводимость на выходе симметрической структуры была равна 1. Поэтому если любая одна из переменных, такая, как  $X_n$ , имеет фиксированное значение, равное 1, то проводимость на выходе будет равна 1, если любые  $(p-1)$  из оставшихся  $(n-1)$  переменных будут иметь значение, равное 1. Эта «остаточная» функция поэтому должна быть симметрической функцией от  $(n-1)$  переменных с  $a$ -числом, равным  $(p-1)$ . Таким образом, первый член в разложении функции может быть записан в виде  $X_n \cdot S_{p-1}(X_1, \dots, X_{n-1})$ .

Другая остаточная функция  $S_p(X_1, \dots, X_{n-1}, 0)$  содержит только  $(n-1)$  переменных, так как  $X_n$  равно 0. Поскольку ни одна из переменных не была положена равной 1, то  $a$ -число этого остатка не изменится. Следовательно, эта остаточная функция является симметрической функцией  $(n-1)$  переменных с  $a$ -числом  $p$ ; она записывается в виде  $S_p(X_1, \dots, X_{n-1})$ .

Объединив эти результаты, получим теорему разложения для симметрических функций. Она формулируется как теорема 23 с тем, чтобы ее можно было ввести в последовательность теорем, рассмотренных в гл. 3. Теорема 23 записывается так:

$$(23) \quad S_p(X_1, \dots, X_n) = X_n \cdot S_{p-1}(X_1, \dots, X_{n-1}) + X'_n \cdot S_p(X_1, \dots, X_{n-1}).$$

Если симметрическая функция имеет несколько  $a$ -чисел, то теорема разложения принимает следующий вид (теорема 24):

$$(24) \quad S_{p,q}(X_1, \dots, X_n) = X_n \cdot S_{p-1,q-1}(X_1, \dots, X_{n-1}) + X'_n \cdot S_{p,q}(X_1, \dots, X_{n-1}).$$

Доказательство теоремы 24 непосредственно следует из равенства

$$S_{p,q}(X_1, \dots, X_n) = S_p(X_1, \dots, X_n) + S_q(X_1, \dots, X_n).$$

Одно из обстоятельств, связанных с применением теорем 23 и 24, представляет особый интерес. Остаток при  $X_n$  есть симметрическая функция, у которой все исходные  $a$ -числа уменьшены на 1. Рассмотрим, как быть, если исходная симметрическая функция содержит  $a$ -число, равное 0. На этот вопрос проще всего ответить, если рассмотреть некоторую симметрическую функцию, все симметрические переменные которой являются неинверсными. Тогда нулевое  $a$ -число соответствует члену  $X'_1 X'_2 X'_3 \dots X'_n$ . У этого члена не может быть остатка при  $X_n$ , так как  $X_n$  не является его множителем. Поэтому при разложении симметрической функции с  $a$ -числом, равным нулю, последнее исчезает в остатке при  $X_n$ .

Остаток при  $X'_n$  содержит члены, представляющие все исходные  $a$ -числа, из которых ничего не вычитается. Проблема, аналогичная



только что рассмотренной, возникает здесь, если у разлагаемой функции  $a$ -число равно  $n$ . В остатке при  $X'_n$  это число сохраняется; это означает, что на выходе должно быть значение, равное 1, если  $n$  переменных равны 1, в то время как в этом остатке имеется лишь  $n - 1$  переменная. Однако поскольку  $X'_n$  не является множителем члена, представляющего  $a$ -число  $n$ , то этот член не может входить в остаток при  $X'_n$ . Следовательно,  $a$ -число, равное  $n$ , должно быть исключено из остатка при  $X'_n$ . (Таким образом, алгебра симметрических функций содержит несколько странное правило, заключающееся в том, что некоторые числа должны исключаться потому, что они являются слишком большими.)

### § 7.5. Распознавание симметрических функций

В предыдущем параграфе было показано, что симметрические функции могут иметь любой набор переменных и последние не обязательно должны быть только неинверсными. Достаточно просто выяснить симметрическую природу функции от неинверсных переменных, если функция записана в форме стандартной суммы или стандартного произведения. Подсчет числа переменных со штрихом или без штриха в каждом члене функции покажет, зависит ли проводимость только от числа переменных, принимающих значение, равное 1, а подсчет количества таких членов покажет, были ли использованы все возможные способы получения этого числа. Этот метод применим, если все симметрические переменные являются неинверсными или все они являются инверсными. Однако он окажется непригодным, если некоторые из симметрических переменных неинверсны, а другие инверсны.

Если симметрические переменные однотипны, то безразлично, выбираем ли мы в качестве симметрических неинверсные или инверсные переменные. Так, например, функция

$$XY'Z' + X'YZ' + X'Y'Z$$

может быть выражена в виде симметрической функции переменных  $X, Y, Z$  или переменных  $X', Y', Z'$ . Нужно, однако, отметить, что для каждого из этих вариантов  $a$ -числа в соответствующих функциях будут обычно разными. Это имеет место, в частности, для приведенной выше функции:  $S_1(X, Y, Z)$  и  $S_2(X', Y', Z')$ . Если число симметрических переменных является четным и существует только одно  $a$ -число, в точности равное половине числа переменных, то симметрическая функция будет иметь одинаковое  $a$ -число в обоих вариантах. Таким образом,  $S_2(W, X, Y, Z) = S_2(W', X', Y', Z')$ . Это частный случай общего правила, состоящего в том, что если функция  $n$  переменных имеет некоторый набор  $a$ -чисел, скажем

$p, q, r$ , то набор  $a$ -чисел этой функции от инверсных переменных будет иметь вид  $(n - p), (n - q), (n - r)$ .

Распознавание симметрической функции четырех переменных легко осуществляется путем рассмотрения ее отображения в матрице Карно<sup>1</sup>, которая в этом случае преобразуется к виду, представленному на рис. 7.25.

Первый шаг при подготовке матрицы, изображенной на рис. 7.25, состоит в том, чтобы расширить обычную матрицу Карно путем добавления строк и столбцов, как показано на этом рисунке. Это позволит более просто выявлять соседние состояния, которые на обычной матрице находятся в концах каждой строки и в верхней

		WX									
		00	01	11	10	00	01	11	10	00	
YZ	00	0	1	2	1	0	1	2	1	0	
	01	1	2	3	2	1	2	3	2	1	
	11	2	3	4	3	2	3	4	3	2	
	10	1	2	3	2	1	2	3	2	1	
	00	0	1	2	1	0	1	2	1	0	
	01	1	2	3	2	1	2	3	2	1	
	11	2	3	4	3	2	3	4	3	2	
	10	1	2	3	2	1	2	3	2	1	
	00	0	1	2	1	0	1	2	1	0	

Рис. 7.25. Расширенная матрица для образования отображения симметрических функций.

и нижней частях каждого столбца. Следующий шаг заключается в том, чтобы внести в каждую клетку некоторое число, равное общему числу единиц, содержащихся в заголовках столбца и строки. Например, в клетку, образованную пересечением столбца 11 и строки 01, вносится число 3, так как в объединенный символ 1101 входят три единицы. Наконец, сплошными и пунктирными линиями соединяются смежные по диагонали клетки, которые содержат одно и то же число, благодаря чему более четко выделяются контуры, образованные этими числами. В расширенной матрице

<sup>1</sup> C a l d w e l l S. H., Recognition and identification of symmetric switching functions, A. I. E. E. Trans., part II, Communication and Electronics, 73 (1954), 142—146.

имеется много повторений одного и того же состояния переменных, но полученная сетка из сплошных и пунктирных линий дает возможность более четко представлять матричные формы симметрических функций четырех переменных.

Отметим, что число 4 находится в тех клетках матрицы, которые представляют член  $WXYZ$ , являющийся также функцией  $S_4(W, X, Y, Z)$ . Число 3 образует диагональные квадраты, и каждая группа троек занимает те клетки матрицы, которые соответствуют членам функции  $S_3(W, X, Y, Z)$ . Число 2 образует диагональные квадраты большего размера, в которых клетки, занятые этим чис-

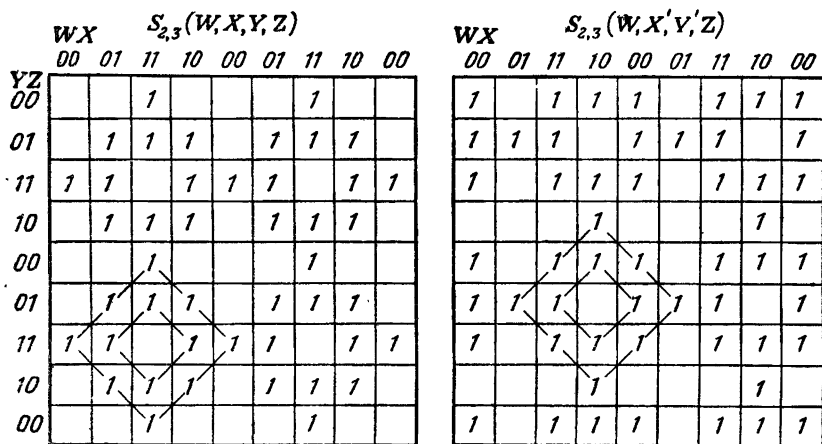


Рис. 7.26. Матрица симметрической функции, показывающая смещение отображения при изменении симметрических переменных.

лом, представляют члены функции  $S_2(W, X, Y, Z)$ . Хотя в каждом из этих квадратов имеется восемь двоек, только шесть из них представляют собой различные комбинации переменных, а это и есть действительное число членов указанной функции. Клетки, занятые числами 1, расположены в диагональном квадрате, окружающем клетки, представляющие член 0000. Сетку, образованную этими квадратами, нельзя отличить от сетки, образованной числом 3. Однако это несущественно, так как  $S_3(W, X, Y, Z)$  алгебраически является той же самой функцией, что и  $S_1(W', X', Y', Z')$ .

Воспользуемся рассмотренной моделью, чтобы распознать наличие симметрической функции. Сравним таблицы проводимости двух функций, которые отличаются друг от друга только симметрическими переменными. Элементы в клетках левой матрицы рис. 7.26 изображают члены, соответствующие проводимости, равной 1,

для функции

$$S_{2,3}(W, X, Y, Z) = WXY'Z' + WX'YZ' + WX'Y'Z + \\ + W'XYZ' + W'XY'Z + W'X'YZ + \\ + WXYZ' + WXY'Z + WX'YZ + W'XYZ.$$

На том же рисунке справа представлена матрица для функции

$$S_{2,3}(W, X', Y', Z) = WX'YZ' + WXY'Z' + WXYZ + \\ + W'X'Y'Z' + W'X'YZ + W'XY'Z + \\ + WX'Y'Z' + WX'YZ + WXY'Z + W'X'Y'Z.$$

Сравнивая эти две матрицы, легко заметить, что в каждой из них имеются два диагональных квадрата, указывающих на наличие симметрических функций с  $a$ -числами, равными либо (1,2), либо (2,3). Изменение симметрических переменных приводит в матрице к смещению, но не к искажению квадратов. Поскольку клетка, расположенная внутри диагональных квадратов, представляет один

	X		
	0	1	0
YZ	0	1	0
01	1	2	1
11	2	3	2
10	1	2	1
00	0	1	0

Рис. 7.27. Расширенная матрица для трёх переменных, на которой показаны отображения симметрической функции.

из двух возможных аргументов симметрических функций, то мы можем с помощью матрицы определить не только симметричность функции, но также и ее симметрические переменные. Центральной точкой диагональных квадратов в правой матрице рис. 7.26 является клетка 1001. Эта клетка указывает поэтому на наличие симметрических переменных  $W, X', Y', Z$ . Бóльший диагональный квадрат, окружающий центральную клетку, соответствует  $a$ -числу 2. Однако остается неизвестным, соответствует ли меньший диагональный квадрат  $a$ -числу 1 или 3.

Можно определить значение  $a$ -числа меньшего диагонального квадрата, испытывая одну из его клеток относительно симметрических переменных. Рассмотрим клетку 1000. Она представляет собой член  $WX'Y'Z'$ . Если мы сравним этот член с симметрическими переменными

$W, X', Y', Z$ , то увидим, что этот член дает проводимость, равную 1, когда три переменные  $W, X'$  и  $Y'$  принимают значение 1, а  $Z$  — значение 0. Следовательно, по теореме Шеннона,  $a$ -число, представленное этим диагональным квадратом, есть 3. Таким образом, симметрическая функция полностью определена.

Симметрические функции трех переменных сравнительно просты и могут быть выявлены только что рассмотренным путем посредством отображений функции, представленных в расширенной матрице рис. 7.27. Когда число симметрических переменных превышает четыре, распознавание симметрических функций посредством

их отображений в расширенной матрице становится достаточно трудным. Однако, применяя теорему о разложении, можно всегда уменьшить число переменных, к которым необходимо применить испытание с расширенными матрицами.

Так как теорему о разложении можно последовательно применить в отношении любого числа переменных, то можно всегда получить множество остаточных функций от четырех переменных. Если эти остаточные функции являются симметрическими и обладают зависимостями между  $a$ -числами, установленными теоремами 23 и 24, то исходная функция должна быть также симметрической. Как  $a$ -числа, так и состав симметрических переменных исходной функции могут быть определены в расширенной матрице остаточных функций.

### Пример 7.1.

Требуется определить, является ли данная функция симметрической (если она симметрическая, то выявить состав ее симметрических переменных и определить ее  $a$ -числа):

$$\begin{aligned} T = & A'BCDE + ABCD'E + ABCDE' + \\ & + AB'C'DE + A'B'CD'E + A'B'CDE' + \\ & + A'BC'D'E + A'BC'DE' + AB'CD'E' + \\ & + ABC'D'E' + A'B'C'D'E'. \end{aligned}$$

Если функция симметрическая, то результат, полученный после разложения, не зависит от переменной, по которой разлагают функцию. Разложим функцию по переменной  $E$ . Так как функция задана в форме стандартной суммы, то разложение может быть получено простым вынесением переменной  $E$  за скобки. Таким образом,

$$\begin{aligned} T = & E(A'BCD + ABCD' + AB'C'D + \\ & + A'B'CD' + A'BC'D') + E'(ABCD + \\ & + A'B'CD + A'BC'D + AB'CD' + \\ & + ABC'D' + A'B'C'D'). \end{aligned}$$

Члены остаточных функций отображены на рис. 7.28 в матрицы от переменных  $A, B, C, D$ . В левой матрице члены остатка при  $E$  представляют собой отображение, состоящее из малых диагональных квадратов и изолированных точек. Это отображение соответствует симметрической функции, у которой диагональные квадраты связаны с  $a$ -числом 1 или 3, а единичные клетки — с  $a$ -числом 0 или 4. В правой матрице члены остатка при  $E'$  представляют собой большие диагональные квадраты, являющиеся отображением симметри-

ческой функции с  $a$ -числом 2. Квадраты в обеих матрицах сосредоточены вокруг одних и тех же клеток, так что симметрические переменные здесь одни и те же.

Хотя это дает указание на то, что остаточные функции являются симметрическими, они могут не удовлетворять теоремам 23 и 24. Очевидным противоречием является то обстоятельство, что в одной из матриц имеются два  $a$ -числа, а в другой—только одно  $a$ -число. Однако это сочетание  $a$ -чисел все же может удовлетворить теореме 24, если одно из первоначальных  $a$ -чисел есть 0 или 4. Предполо-

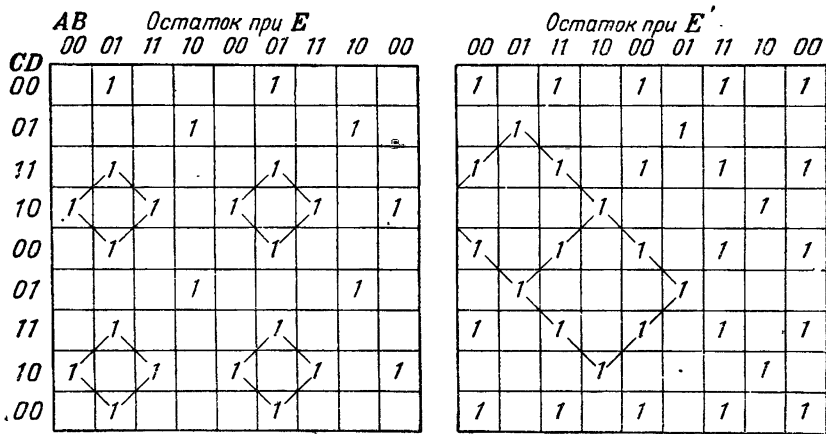


Рис. 7.28. Отображения в матрице, полученные при разложении функции пяти переменных.

жим, что  $p = 0$ . Тогда в одном остатке  $a$ -число  $(p-1)$  должно пропасть. Если мы допустим, что изолированные точки в левой матрице соответствуют  $a$ -числу, равному 0, то малые диагональные квадраты будут соответствовать  $a$ -числу, равному 3, а это полностью согласуется с единственным  $a$ -числом, равным 2, представленным отображением в другой матрице. Левая матрица указывает, что симметрические переменные должны быть  $A', B, C, D'$ , так как диагональный квадрат окружает клетку 0110. Клетка 0110 является также одной из двух центральных клеток в правой матрице, так что обе остаточные функции имеют одни и те же симметрические переменные.

Теперь можно записать эту функцию в следующем виде:

$$T = E \cdot S_{0,3}(A', B, C, D') + E' \cdot S_2(A', B, C, D').$$

Если в качестве пятой симметрической переменной взять  $E'$ , то, согласно теореме 24, полная функция запишется в виде

$S_{0,3}(A', B, C, D', E')$ . Если выразить ее с помощью инверсных переменных, то она примет вид  $S_{2,5}(A, B', C', D, E)$ .

Структуры, реализующие симметрические функции смешанных симметрических переменных, можно легко построить из основной симметрической структуры. Процесс такого построения показан на рис. 7.29, где слева представлена структура, соответствующая функции  $S_2(A, B, C, D, E)$ . Справа изображена структура, реализующая эту же функцию, но только вместо симметрических переменных

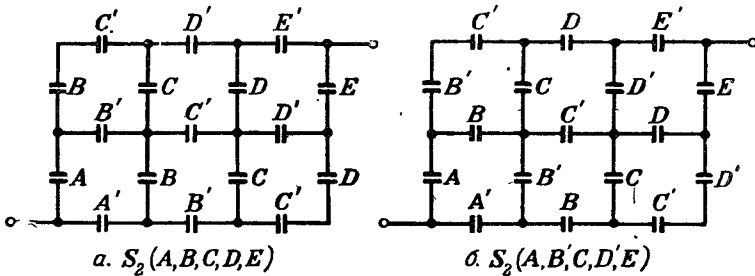


Рис. 7.29. Влияние смешанных симметрических переменных на симметрическую структуру.

$B$  и  $D$  в ней подставлены переменные  $B'$  и  $D'$ . Построение соответствующей структуры проводится сначала в предположении, что все симметрические переменные являются неинверсными. После реализации структуры для этого набора переменных для тех симметрических переменных, которые являются в действительности инверсными, все символы контактов заменяются соответственно их инверсиями.

Это достаточно тривиальная задача, но благодаря ей в структуре устройства происходят значительные изменения. Если рассмотреть внимательно структуру рис. 7.29,б, то легко обнаружить, что благодаря замене переменных  $B$  и  $D$  она уже больше не может быть представлена как система, состоящая из цепочки типовых ячеек. Следовательно, в результате изменения симметрических переменных получается неитеративная симметрическая структура.

Мак-Класки предложил другой метод<sup>1</sup> выявления и определения симметрических функций для смешанных переменных, для которого матрицы не требуются. В отличие от матричного метода здесь нет нужды разлагать функцию на части, содержащие функции не более четырех переменных. Как это делается, будет показано ниже на примерах.

<sup>1</sup> См. ссылку в § 5.5.

**Пример 7.2.**

Требуется определить, представляет ли следующее выражение

$$T = \Sigma(3, 5, 6, 9, 10, 12, 17, 18, 20, 24)$$

симметрическую функцию, и в случае положительного ответа определить ее вид.

Если члены функции выразить в виде двоичных чисел, то получим

0	0	0	1	1	(2)
0	0	1	0	1	(2)
0	0	1	1	0	(2)
0	1	0	0	1	(2)
0	1	0	1	0	(2)
0	1	1	0	0	(2)
1	0	0	0	1	(2)
1	0	0	1	0	(2)
1	0	1	0	0	(2)
1	1	0	0	0	(2)
4/6	4/6	4/6	4/6	4/6	

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

Под каждым столбцом написано отношение числа единиц к числу нулей в этом столбце. Если функция симметрическая и зависит от переменных только одного типа (т. е. только инверсных или только неинверсных), то это отношение будет одинаковым для всех столбцов. Если симметрические переменные смешанные, то под теми столбцами, которые представляют инверсные переменные, будут находиться обратные отношения. Около каждого члена справа указано число единиц в его двоичном представлении. Это число показывает, что в каждой строке две из пяти переменных имеют значение 1. Из формулы для определения числа сочетаний из пяти по два следует, что существует 10 способов приписывания значения 1 двум из пяти переменных. Подсчет числа членов показывает, что здесь имеются все сочетания. Следовательно, рассматриваемая функция запишется в виде  $S_2(A, B, C, D, E)$ .

Следует обратить внимание на три условия, которые должны быть удовлетворены.

1. Отношение числа единиц к числу нулей должно быть одинаковым в каждом столбце.

2. Число единиц в каждом члене должно быть одним и тем же для всех членов, представляющих некоторое заданное  $a$ -число.

3. Число членов с одним и тем же  $a$ -числом должно определяться по формуле числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ .

Пользуясь методом Мак-Класки, проанализируем вновь функцию, рассмотренную в примере 7.1.



**Пример 7.3.**

Алгебраические члены, преобразованные в двоичную форму, образуют таблицу слева

A	B	C	D	E	A	B'	C'	D	E	
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	(2)
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	(2)
1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	(2)
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	(5)
0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	(2)
0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	(2)
0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	(2)
0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	(2)
1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	(2)
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	(2)
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	(2)
5/6	6/5	6/5	5/6	5/6	5/6	5/6	5/6	5/6	5/6	

Отношения числа единиц к числу нулей указывают на наличие трех столбцов с пятью единицами и шестью нулями и двух столбцов с шестью единицами и пятью нулями. Это отношение можно сделать одинаковым для всех столбцов, если заменить переменные  $B$  и  $C$  их инверсиями. Это сделано в правой таблице, где все цифры в столбцах  $B'$  и  $C'$  представляют теперь инверсии значений для  $B$  и  $C$  в первоначальной таблице. В измененной таблице имеется десять членов, каждый из которых содержит по две единицы. Поэтому 2 является одним из  $a$ -чисел. Существует один член с пятью единицами, в соответствии с чем другое  $a$ -число равно 5. Симметрическая функция будет, таким образом, иметь вид

$$S_{2,5}(A, B', C', D, E).$$

В § 5.8 был рассмотрен метод, который позволяет по десятичному эквиваленту двоичного числа определить, содержит ли какой-либо конкретный разряд двоичного числа цифру 0 или цифру 1. В следующем примере мы вновь рассмотрим функцию, приведенную в примере 7.1. При этом будем следовать той же методике Мак-Класки, но для представления членов функции будем использовать десятичные числа.

**Пример 7.4.**

Релейная функция в примере 7.1 описывается следующим выражением:

$$T = \Sigma(0, 5, 6, 9, 10, 15, 19, 20, 24, 29, 30).$$

Составим таблицу

<i>E</i>	0	5	6	9	10	15	19	20	24	29	30	5/6
<i>D</i>	0	2	3	4	5	7	9	10	12	14	15	5/6
<i>C</i>	0	1	1	2	2	3	4	5	6	7	7	6/5
<i>B</i>	0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	3	6/5
<i>A</i>	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5/6
	2	2	2	2	2	2	5	2	2	2	2	

В первой строке этой таблицы содержатся десятичные числа точно в таком же порядке, в каком они входят в стандартную сумму. Нечетные числа соответствуют наличию единиц в разряде *E* двоичного числа. Поэтому обозначим эту строку переменной *E*. Подсчитывая число нечетных и четных чисел в этой строке, получим отношение числа единиц к числу нулей в переменной *E*. В следующей строке приведена целая часть частного от деления всех исходных десятичных чисел на 2. Нечетное число в этой строке указывает на наличие 1 в разряде *D*. Путем последовательных делений на 2 можно внести соответствующие десятичные числа в строки, соответствующие другим трем переменным. Отношения, показанные справа, полностью соответствуют отношениям для этих же разрядов, подсчитанным в примере 7.3. Они вновь показывают, что переменные *B* и *C* должны быть инверсированы. Для определения *a*-чисел подсчитываем число нечетных десятичных чисел в каждом из столбцов, помня что в связи с инверсированием переменных *B* и *C* для них нужно изменить интерпретацию нечетного и четного числа. Число нечетных чисел, указанное цифрами под каждым столбцом, учитывает это обстоятельство. Должно быть очевидным, что строки и столбцы примера 7.4 соответствуют столбцам и строкам примера 7.3.

При использовании метода Мак-Класки для распознавания симметричности функции в ряде случаев можно столкнуться с одним двусмысленным положением, для разъяснения которого требуются дополнительные шаги. Существо дела будет проиллюстрировано следующим примером.

### Пример 7.5.

Требуется определить симметрическую функцию, представленную таблицей двоичных чисел

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	
0	1	0	1	(2)
0	0	1	1	(2)
1	1	1	1	(4)
0	0	0	0	(0)
1	1	0	0	(2)
1	0	1	0	(2)
3/3	3/3	3/3	3/3	

Отмечаем, что в каждом столбце содержится три единицы и три нуля, но при проверке единиц в каждом члене обнаруживаем, что существуют только четыре члена, имеющие две единицы, в то время как их должно быть шесть. Отношения под столбцами не дают никаких указаний относительно переменных, которые следует инверсировать.

Полученную неясность можно разрешить, разложив функцию по любой из ее переменных. Как было показано выше, это можно сделать в цифровой форме. Сгруппируем члены, в которых разряд  $A$  равен 0, и члены, в которых он равен 1. В пределах каждой из этих групп подсчитаем число единиц и нулей для столбцов  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Обе полученные таблицы указывают, что нужно инверсировать переменные или  $B$  и  $C$ , или  $D$ .

$A$	$B$	$C$	$D$
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0
	1/2	1/2	2/1
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
	2/1	2/1	1/2

Рассмотрение первоначальной таблицы после этого показывает, что если переменные  $B$  и  $C$  инверсированы, то условия, необходимые для того, чтобы  $a$ -число было равно 2, удовлетворяются. Поэтому искомая функция есть  $S_2(A, B', C', D)$ .

### § 7.6. Симметрические структуры в системах питания постоянным током

Основная симметрическая структура рис. 7.6 представляет собой схему с многими выходами, удобную для использования ее в системах питания постоянным напряжением. Ее можно также рассматривать как некоторый вид контактного дерева и, таким образом, присовокупить к тем типам «древовидных» структур, которые рассматривались в § 6.7. Поэтому можно ожидать, что существуют симметрические структуры, применимые и в системах питания постоянным током.

На рис. 7.30 показан эквивалент симметрической структуры для двух переменных в системе питания постоянным током. Обмотки исполнительных реле возбуждаются, если число сработавших реле  $W$  и  $X$  в структуре устройства равно  $a$ -числу, указанному над каждой из обмоток. Эта структура реализует поэтому любую из функций  $S_0(W, X)$ ,  $S_1(W, X)$  и  $S_2(W, X)$ . Если какое-либо

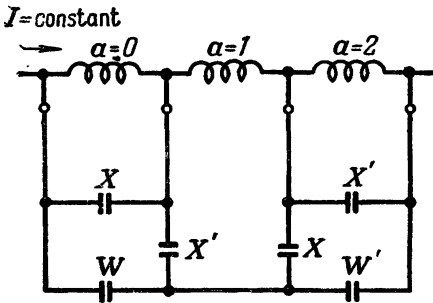


Рис. 7.30. Симметрическая структура для двух переменных в системе питания постоянным током.

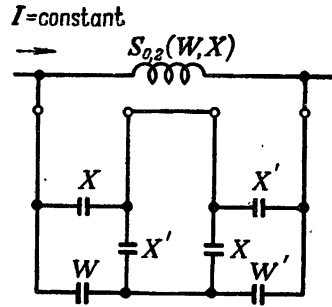


Рис. 7.31. Симметрическая структура в системе питания постоянным током, реализующая функцию с несколькими  $a$ -числами.

из  $a$ -чисел не нужно, то соответствующие узлы закорачиваются, а контакты, ставшие благодаря этому избыточными, могут быть удалены. Если какое-нибудь одно реле управляется в соответст-

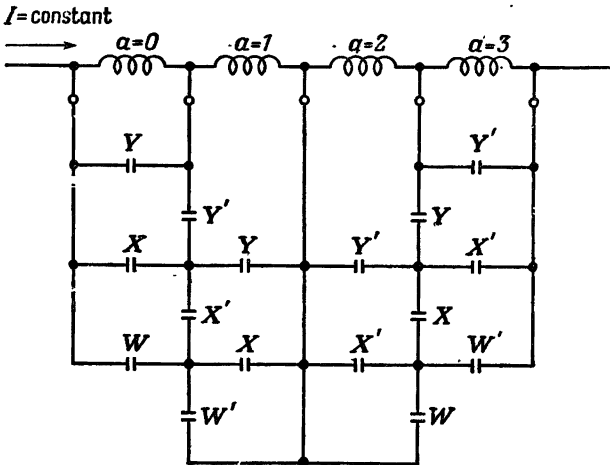


Рис. 7.32. Симметрическая структура для трех переменных в системе питания постоянным током.

вий с функцией, обладающей более чем одним  $a$ -числом, то его обмотка включается параллельно внешним узлам структуры, а пары узлов, соответствующие ненужным  $a$ -числам, закорачи-

ваются. На рис. 7.31 это проиллюстрировано на примере структуры для функции  $S_{0,2}(W, X)$ .

На рис. 7.32 и 7.33 представлены основные симметрические структуры для трех и четырех переменных. Следует отметить, что в зависимости от того, является ли число переменных нечетным или четным, симметрическая структура слегка изменяется. Во

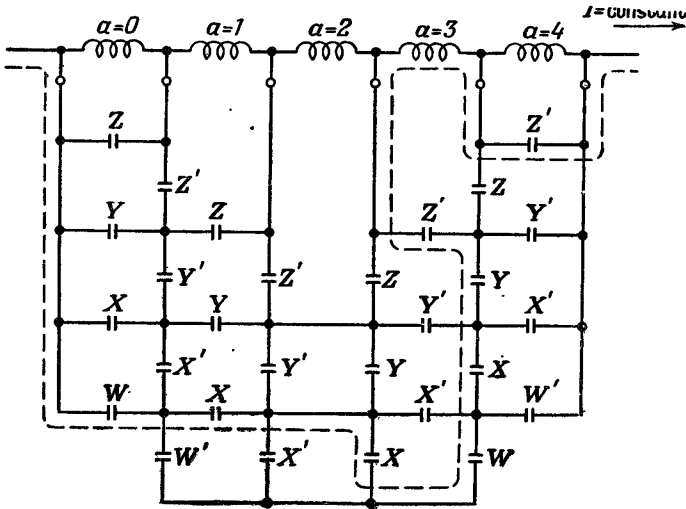


Рис. 7.33. Симметрическая структура для четырех переменных в системе питания постоянным током.

всех других отношениях расширение структур этого типа на большее число переменных осуществляется весьма просто. Интересно отметить, что в ряде случаев в структурах с большим числом переменных способ, которым реализуются отдельные члены релейных функций, бывает очень сложным. В качестве примера укажем на цепь, отмеченную пунктиром в структуре рис. 7.33, по которой проходит ток для возбуждения обмотки реле для  $a=3$  при срабатывании трех реле  $W, X, Y$ . При установлении этой цепи обмотки всех других реле оказываются закороченными.

Структуры, реализующие в системе питания постоянным током симметрические функции для смешанных переменных, могут быть построены методом, аналогичным рассмотренному в § 7.5. Для этого необходимо сперва построить структуру для неинверсных переменных, а затем для тех переменных, которые являются инверсными, заменить контакты соответствующих реле их инверсиями.

## ЗАДАЧИ

7.1. Двухполюсное контактное релейное устройство, содержащее четыре реле, должно иметь на выходе проводимость, равную 1, если не срабатывают ни одно или срабатывают одно или три реле. Для построения соответствующей структуры используйте итеративный метод. Начертите структуру типовой ячейки.

7.2. Двухполюсное контактное устройство, содержащее четыре реле, должно иметь проводимость на выходе, равную 0, если срабатывают одно или три реле, или не срабатывает ни одно реле. Для построения структуры воспользуйтесь итеративным методом. Изобразите структуру типовой ячейки.

7.3. Возьмите геометрическую инверсию структуры, найденной в задаче 7.2, и сравните ее со структурой, полученной в задаче 7.1. Определите, соответствуют ли им одинаковые функции проводимости. Установите, одинаково ли число пружин необходимо для реализации этих структур.

7.4. Постройте минимальную многополюсную контактную структуру, реализующую следующие две функции проводимости:

$$T_1 = S_{0,1}(A, B, C, D), \quad T_2 = S_{3,4}(A', B, C, D).$$

7.5. Шесть реле образуют группу 1, состоящую из реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ , и группу 2, состоящую из реле  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Контактная структура, построенная из этих реле, должна передавать потенциал земли на один из трех выходных узлов в зависимости от относительного числа сработавших реле в двух группах, а именно:

Узел 1 должен быть заземлен, если число сработавших реле в группе 1 больше, чем это число в группе 2.

Узел 2 должен быть заземлен, если число сработавших реле в группе 1 равно числу реле, сработавших в группе 2.

Узел 3 должен быть заземлен, если число сработавших реле в группе 1 меньше, чем в группе 2.

Постройте контактную структуру, реализующую эти условия.

7.6. Двухполюсная структура должна быть построена из контактов двух групп реле. Группа 1 состоит из реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а группа 2 — из реле  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Структура должна иметь проводимость на выходе, равную 1, для любого из следующих условий:

(а) если число сработавших реле в группе 1 равно числу сработавших реле в группе 2, или

(б) если срабатывают любые три из шести реле, независимо от групповой принадлежности.

Для всех других условий проводимость на выходе должна быть равна 0.

Постройте и начертите минимальную структуру, удовлетворяющую этим условиям (достаточно 20 контактов и 30 пружин).

7.7. Симметрическая функция  $S_{2,3,5}(A, B, C, D, E)$  должна быть реализована с помощью структуры, содержащей минимальное число пружин.

1. Начертите структуру, непосредственно реализующую эту функцию, и исключите возможно большее число контактов.

2. Начертите структуру, реализующую инверсию исходной функции, и исключите возможно большее число контактов, сохраняя при этом планарную форму.

3. Найдите геометрическую инверсию структуры, полученной в пункте 2. Сравните число контактов и пружин данной структуры с аналогичными параметрами структуры, найденной в пункте 1.

4. Определите, сколько имеется размыкающих наборов в структуре, найденной в пункте 2, если срабатывают реле  $A$ ,  $C$  и  $D$ , а  $B$  и  $E$  не срабатывают. Изобразите эти размыкающие наборы.

7.8. Выразите следующие зависимости в виде симметрических функций.

- $A' \cdot S_{0,1,4}(B, C, D, E) + A \cdot S'_{0,3,4}(B, C, D, E);$
- $A' \cdot S_{0,1,4}(B, C, D, E) + A \cdot S_{0,3,4}(B', C, D, E);$
- $A' \cdot S_{0,1,4}(B, C, D, E) + A \cdot S_{0,3,4}(B', C', D', E');$
- $A'B' \cdot S_{1,4}(C, D, E, F) + A'B \cdot S_{0,3}(C, D, E, F) +$   
 $+ AB' \cdot S_{0,2}(C, D, E, F) + AB \cdot S_{1,4}(C, D, E, F);$
- $A'B' \cdot S_{1,4}(C, D, E, F) + A'B \cdot S_{0,3}(C, D, E, F) +$   
 $+ AB' \cdot S_{0,3}(C, D, E, F) + AB \cdot S_{2,4}(C, D, E, F);$
- $S_{0,2}(A, B) + S_{0,2}(B, C).$

7.9. Определите симметрические функции, описанные следующими стандартными суммами:

- $T = \Sigma(18, 34, 48, 51, 54, 58, 114);$
- $T = \Sigma(2, 13, 21, 25, 28, 31, 32, 34, 35, 38, 42, 50, 61);$
- $T = \Sigma(0, 3, 5, 10, 12, 15, 17, 24, 27, 29);$
- $T = \Sigma(0, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 18, 20, 23, 25, 30);$
- $T = \Sigma(0, 1, 3, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 20, 23, 24, 25, 27, 29, 30)$
- $T = \Sigma(1, 3, 8, 10, 13, 15, 16, 18, 21, 23, 28, 30).$

Для каждой из функций найдите  $a$ -числа и симметрические переменные.

7.10. Функция, описанная стандартной суммой

$$T = \Sigma(1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 19, 21, 22, 26, 28, 31),$$

является симметрической.

1. Определите симметрические переменные и  $a$ -числа этой функции.

2. Получите структуру, реализующую эту функцию с возможно меньшим числом контактов, используя метод свертывания (достаточно 29 пружинок).

7.11. Три релейные функции проводимости многополюсного релейного устройства, представленные в форме стандартных сумм, указаны у выходных узлов блок-схемы, изображенной на рис. 7.34.

Постройте минимальную многополюсную контактную структуру, реализующую эти функции.

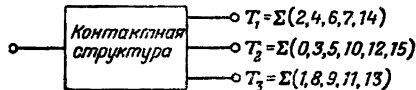


Рис. 7.34. Задача 7.11.

7.12. В приведенной на рис. 7.35 схеме определите  $N_5$  так, чтобы выражение проводимости  $T_{12}$  являлось бы симметрической функцией переменных  $(A, B', C, D', E)$ .

Выразите  $N_5$  в форме стандартной суммы. Определите симметрическую функцию  $T_{12}$ .

$$N_1 = S_{1,2,5}(A, B, C, D, E),$$

$$N_2 = S_{1,3,4}(A, B, C, D, E),$$

$$N_3 = \Sigma(7, 11, 13, 14, 19, 22, 25, 26, 28),$$

$$N_4 = \Sigma(7, 13, 18, 25, 26, 31).$$

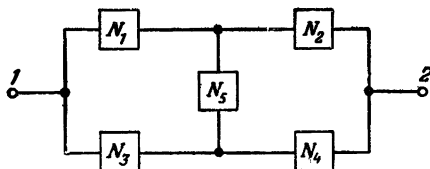


Рис. 7.35. Задача 7.12.

7.13. Контактная структура имеет симметрическую релейную функцию проводимости

$$T = \Sigma (0, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 14).$$

1. Определите симметрические переменные и  $a$ -числа.
2. Включите затем в функцию дополнительные члены  $\Sigma (16, 19)$ . Какие другие члены следует добавить для того, чтобы функция проводимости оставалась симметрической?
3. Каковы новые симметрические переменные и  $a$ -числа?

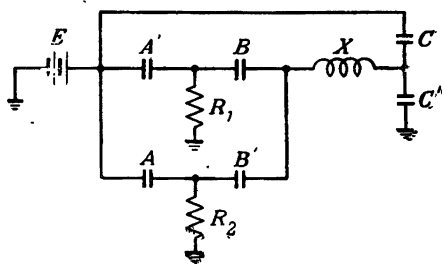


Рис. 7.36. Задача 7.14.

7.14. В изображенной на рис. 7.36 контактной структуре реле- $X$  срабатывает либо через сопротивление  $R_1$ , либо через сопротивление  $R_2$ , либо через цепь, не содержащую этих сопротивлений.

Определите симметрическую функцию, описывающую работу реле  $X$ .



## Синтез непоследовательно-параллельных контактных структур

В гл. 7 была изучена большая группа релейных функций, которые при реализации приводили не к последовательно-параллельным, а к другим, более сложным контактным структурам. Был разработан общий метод синтеза этого класса функций и рассмотрены в достаточной степени удовлетворительные методы для исключения избыточных контактов. В гл. 11 будет изучен другой класс функций, которые реализуются непоследовательно-параллельными структурами, а именно класс итеративных функций. Симметрические функции, изученные в гл. 7, и итеративные задачи, которые будут рассмотрены в гл. 11, всегда реализуются непоследовательно-параллельными структурами, за исключением тех случаев, когда получаемые структуры крайне просты или даже тривиальны. Непоследовательно-параллельная реализация является свойством, присущим итеративному методу.

В предыдущих главах в разных местах рассматривались некоторые задачи, решение которых приводило также к непоследовательно-параллельным структурам. Однако методы построения таких структур не рассматривались. Достигнутые результаты, даже удачные, были случайными. При синтезе многополюсных схем часто получались структуры, которые на первый взгляд являлись непоследовательно-параллельными. Однако при более тщательном рассмотрении цепей между парами узлов и особенно между входным и каждым выходным узлами можно было часто обнаружить, что каждая из таких цепей является по своей структуре последовательно-параллельной.

В этой главе будут рассмотрены методы синтеза непоследовательно-параллельных двухполюсных структур. Это важный шаг в преобразовании структур, так как, исходя из последовательно-параллельной структуры, путем добавления к ней нескольких простых перемычек с двусторонними элементами (элементами, которые могут проводить как в том, так и в другом направлении) можно расширить функции устройства до такой степени, которая могла бы быть достигнута только путем добавления несравненно большего

числа параллельно-последовательных элементов. Если добавить подходящие элементы в надлежащих местах, то часто заданная релейная функция реализуется с помощью чрезвычайно экономичной структуры. Можно сказать, что непоследовательно-параллельная схема приводит к предельной экономичности в построении структур. Однако разработка метода синтеза таких структур остается еще далеко не решенной задачей.

### § 8.1. Метод разделительного контактного дерева

Одним из первых методов, приводящих к получению непоследовательно-параллельных структур, является процедура, которую мы будем называть методом разделительного дерева<sup>1</sup>. Он является одновременно и методом предопределенной формы. Хотя при построении структур с помощью этого метода и не возникает никакой неопределенности, он не обязательно приводит к непоследовательно-параллельным структурам. Однако построенные таким образом структуры столь часто являются непоследовательно-параллельными и даже непланируемыми, что рассмотрение этого метода отнесено к данной главе.

Метод этот основан на соединении двух структур так, как это схематически изображено на рис. 8.1. Обе части  $M$  и  $N$  общей структуры представляют собой контактные многополюсники, имеющие  $(n + 1)$  узел. Многополюснику  $M$  соответствуют функции проводимости  $U_k$  между узлами  $a$  и  $k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ). Многополюсник  $N$  обладает проводимостью  $V_k$  между узлами  $b$  и  $k$ . Кроме того,  $M$  является разделительной структурой, в которой проводимость между узлами  $U_{jk} = 0, j, k = 1, 2, \dots, n, j \neq k$ .

При описании этого метода Шеннон формулирует следующую теорему: Если соответствующим образом занумерованные полюсы  $1, 2, 3, \dots, n$  многополюсников  $M$  и  $N$  соединены вместе, то

$$\mathcal{R}_{ab} = \sum_{k=1}^n U_k \cdot V_k.$$

Справедливость этой теоремы становится вполне очевидной, если обратиться к рассмотрению рис. 8.2. Любой член вида  $U_k V_k$  представляет собой цепь между узлами  $a$  и  $b$ , которая пересекает линию  $LL$  на рис. 8.2 в точности один раз. Поскольку многополюсник  $N$  не обязательно является разделительным, то цепь, которая пересекла  $LL$  один раз, может пересечь ее второй раз. Однако в этом случае для завершения пути до узла  $b$  нужно третий раз пересечь линию  $LL$ . Этот процесс мог бы продолжаться до любого числа пересечений, но окончательное число их всегда должно быть нечетным. Однако многополюсник  $M$  по условию является разде-

<sup>1</sup> Shannon C. E., The synthesis of two-terminal switching circuits, *Bell System Technical J.*, 28 (1949), January, 59—98.

лительным. Поэтому проводимость всех таких цепей должна быть равна 0, и в выражении проводимости остаются лишь члены  $U_k \cdot V_k$ .

Применим этот метод сначала к функции трех переменных. Для этого случая будет показано, что любая функция трех пере-

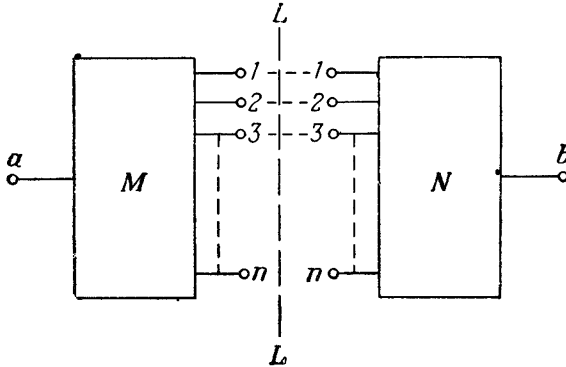


Рис. 8.1. Вид predetermined формы, используемой при синтезе методом разделительного дерева.

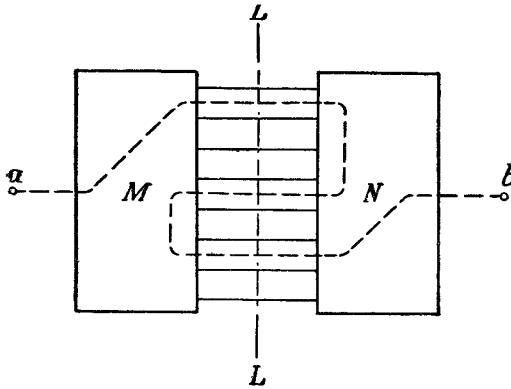


Рис. 8.2. Любой путь между узлами  $a$  и  $b$  должен пересекать линию раздела между  $M$  и  $N$  нечетное число раз.

менных  $f(X, Y, Z)$  может быть реализована не более, чем с восемью контактами. При этом на каждом реле должно быть не более четырех контактов.

По теореме разложения любая функция трех переменных может быть записана в виде

$$f(X, Y, Z) = XYf(1, 1, Z) + XY'f(1, 0, Z) + X'Yf(0, 1, Z) + X'Y'f(0, 0, Z).$$

Согласно теореме Шеннона, можно принять

$$U_1 = XY, \quad V_1 = f(1, 1, Z),$$

$$U_2 = XY', \quad V_2 = f(1, 0, Z),$$

$$U_3 = X'Y, \quad V_3 = f(0, 1, Z),$$

$$U_4 = X'Y', \quad V_4 = f(0, 0, Z).$$

Тогда

$$T_{ab} = f(X, Y, Z) = \sum_1^4 U_k V_k.$$

Структура, которая реализует функции  $U_1, \dots, U_4$ , является раздельным контактным деревом (рис. 8.3). Функции  $V_1, \dots, V_4$  должны быть выбраны из набора  $(0, 1, Z, Z')$ . Очевидно, что эти функции могут быть реализованы многополюсником  $N$ , изображенным на рис. 8.4, и структура его будет подходить для реализации

любых функций трех переменных. В объединенной структуре, как это можно видеть из рис. 8.3

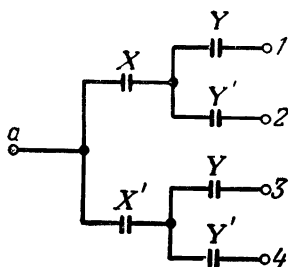


Рис. 8.3. Структура, реализующая  $M$ , является раздельным деревом.

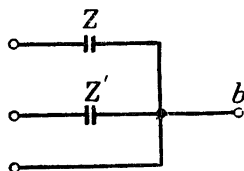


Рис. 8.4. Универсальная структура  $N$  для функций трех переменных.

и 8.4, необходимо максимум два контакта на реле  $X$ , четыре контакта на реле  $Y$  и два контакта на реле  $Z$ .

Можно сформулировать рассмотренную выше последовательность действий следующим образом:

(1) Заданная релейная функция проводимости записывается в виде суммы произведений таким образом, чтобы функции  $U_k$  были бы одинаковы для большого класса функций проводимости, а  $V_k$  определяли бы рассматриваемую конкретную функцию проводимости.

(2) Строится структура основного раздельного многополюсника  $M$ , реализующего функции  $U_k$ .

(3) Строится структура многополюсника  $N$ , реализующего  $V_k$ .

(4) Если функции  $U_k$  и  $V_k$  реализуются на соответствующим образом занумерованных выходных узлах, то соединяют попарно одноименные узлы многополюсников  $M$  и  $N$ . При  $V_k = 0$  соответствующая цепь, ведущая к этому узлу многополюсника  $M$ , может быть исключена.

**Пример 8.1.**

Нужно построить методом разделительного дерева контактную структуру, реализующую функцию

$$T = X(YZ' + Y'Z) + X'(YZ + Y'Z')$$

При разложении получим следующие цепи:

$$\begin{aligned} U_1 &= XY, & V_1 &= Z', \\ U_2 &= XY', & V_2 &= Z, \\ U_3 &= X'Y, & V_3 &= Z, \\ U_4 &= X'Y', & V_4 &= Z'. \end{aligned}$$

Если соединить одинаково занумерованные выходные узлы многополюсников  $M$  и  $N$ , то получим структуру, представленную на рис. 8.5. Она непоследовательно-параллельная и непланарная.

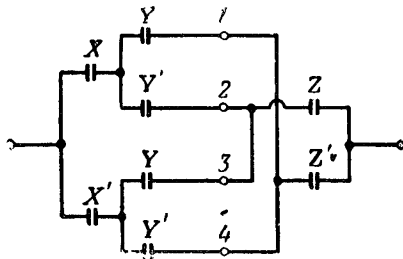


Рис. 8.5. Структура, реализующая функцию, заданную в примере 8.1.

Ее, конечно, можно легко реализовать методами, рассмотренными в гл. 4. Однако в рассмотренном случае непоследовательно-параллельная структура является неизбежным следствием используемого метода.

Функцию четырех переменных можно реализовать двумя способами. Один из них состоит в разложении функции по трем переменным. Многополюсник  $N$  вновь строится по функции одной переменной и имеет структуру такую же, как на рис. 8.4. Разделительное дерево для многополюсника  $M$  содержит 14 контактов, если

используются все  $U_k$ . Таким образом, для объединенной структуры требуется максимум 16 контактов.

Второй способ заключается в разложении функции по двум ее переменным и использовании для многополюсника  $M$  разделительного дерева рис. 8.3. Верхнюю границу для многополюсника  $N$  теперь определить труднее. Шеннон указывает, что верхней границей для этого многополюсника является 8 контактов. Поэтому объединенная структура будет иметь максимум 14 контактов. Для определения этой границы сначала раскладываем функцию по двум переменным:

$$f(W, X, Y, Z) = WX \cdot V_1(Y, Z) + WX' \cdot V_2(Y, Z) + \\ + W'X \cdot V_3(Y, Z) + W'X' \cdot V_4(Y, Z).$$

Из этого разложения  $U_k$  и  $V_k$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1 &= WX, & V_1 &= f(1, 1, Y, Z), \\ U_2 &= WX', & V_2 &= f(1, 0, Y, Z), \\ U_3 &= W'X, & V_3 &= f(0, 1, Y, Z), \\ U_4 &= W'X', & V_4 &= f(0, 0, Y, Z). \end{aligned}$$

Теперь  $V_k$  являются функциями двух переменных и, вообще, могут быть выбраны произвольным образом из полного набора таких функций. Для удобства все функции двух переменных сгруппированы ниже следующим образом:

A	0, 1	Экстремумы
B	$Y, Y', Z, Z'$	Одиночные переменные
C	$(Y + Z), (Y + Z'), (Y' + Z), (Y' + Z')$	Суммы
D	$YZ, YZ', Y'Z, Y'Z'$	Произведения
E	$(YZ + Y'Z'), (YZ' + Y'Z)$	Дизъюнкты

Указанная Шенноном верхняя оценка числа контактных элементов, необходимых для реализации любой функции четырех переменных, получена в результате изучения всех возможных вариантов этих функций двух переменных. Сразу можно убедиться, что если все четыре функции  $V_k$  получаются из групп A, B, C и D, то для многополюсника  $N$  никогда не потребуется более восьми контактов. Это следует из того факта, что любой такой набор функций  $V_k$  содержит максимум восемь букв в четырех функциях.

Совсем иное положение имеет место, когда набор функций  $V_k$  включает одну или обе функции группы E. Очевидно, что так как эти два дизъюнкта сами по себе содержат 8 контактов (или

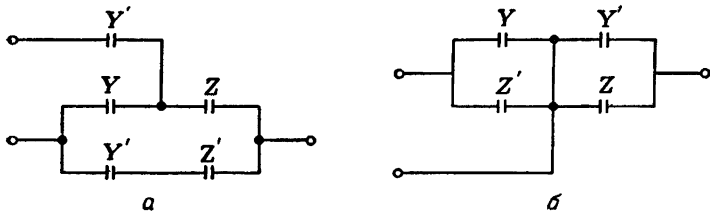


Рис. 8.6.  $N$ -структуры, содержащие дизъюнкты

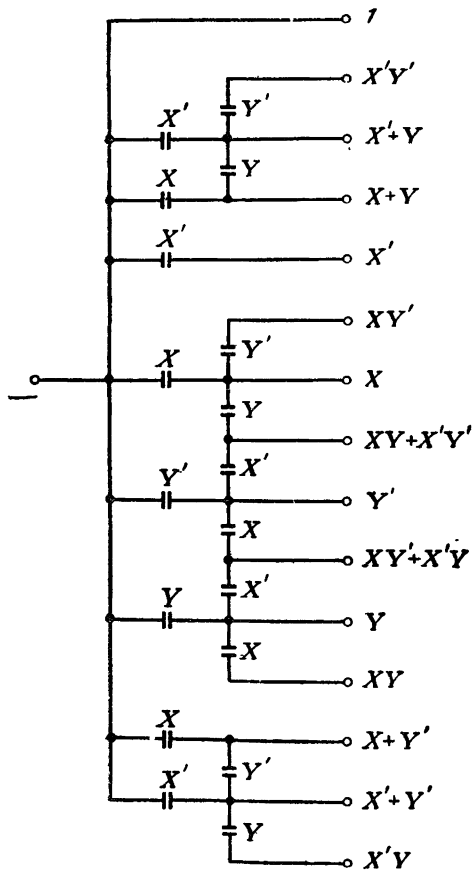


Рис. 8.7. Контактный многополюсник, реализующий все (кроме 0) функции двух переменных.

6 контактов при наличии одного переключающего), то для минимальной реализации остальных  $V_k$  необходимо прибегнуть к некоторым ухищрениям. Например, на рис. 8.6,а дан способ преобразования дизъюнкта  $YZ + Y'Z'$  так, чтобы с помощью добавления контакта  $Y'$  получить произведение  $Y'Z$ . На рис. 8.6,б приведена другая структура для реализации этого же дизъюнкта, которая позволяет без дополнительного контакта получить на дополнительном выходе сумму  $Y' + Z$ . Отметим, что все функции двух переменных могут быть реализованы многополюсной структурой, представленной на рис. 8.7, которая содержит 18 контактов и 27 пружин<sup>1</sup>. Мы не будем рассматривать все возможные наборы  $V_k$ . В следующих примерах показаны некоторые из наиболее сложных случаев.

### Пример 8.2.

Многополюсник  $N$  должен реализовать одну функцию из группы  $E$ , две из группы  $C$  и одну из группы  $D$ . Функции из групп  $C$  и  $D$  нужно выбрать таким образом, чтобы их нельзя было реализовать с помощью структуры, реализующей функцию из группы  $E$ .

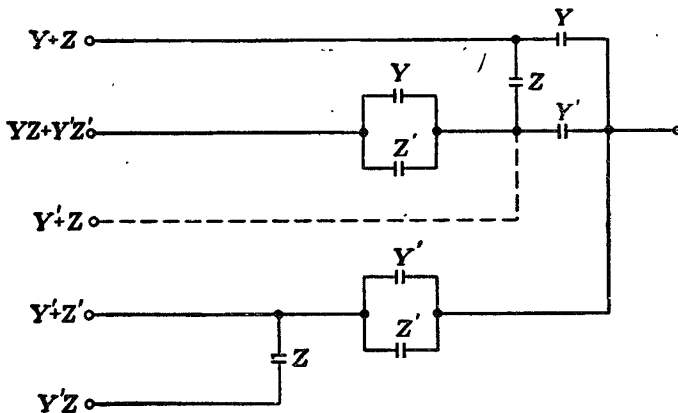


Рис. 8.8.  $N$ -структура, реализующая функции, заданные в примере 8.2.

Одним из наборов этого вида является  $YZ + Y'Z'$  из группы  $E$ ,  $Y + Z$  и  $Y' + Z'$  из группы  $C$  и  $Y'Z$  из группы  $D$ .

Структура рис. 8.8 реализует эти функции с помощью 8 контактов. В ней без добавочных контактов можно получить еще одну

<sup>1</sup> Эта структура основана на предложенном К. Х. Бхавнани (ноябрь 1952 г.) решении задачи построения универсального многополюсника. В неопубликованной работе Шеннон доказал, что указанная структура является минимальной и что полная группа функций двух переменных не может быть реализована 17 или меньшим числом контактов.



функцию, показанную на рис. 8.8 пунктиром. 7 контактов требуется для дизъюнкта и двух сумм; восьмой контакт можно использовать для получения любой из остальных функций, кроме другого дизъюнкта.

**Пример 8.3.**

Требуется построить структуру многополюсника  $N$ , реализующую обе функции группы  $E$ , любую функцию группы  $C$  и любую функцию группы  $D$ .

В структуре, представленной на рис. 8.9, для реализации функций группы  $C$  необходимо использовать один из двух контактов  $Z$  или  $Z'$ . Если требуется  $Z'$ , то контакты в цепях, соответствующих дизъюнктам, также должны быть изменены, как указано в скобках

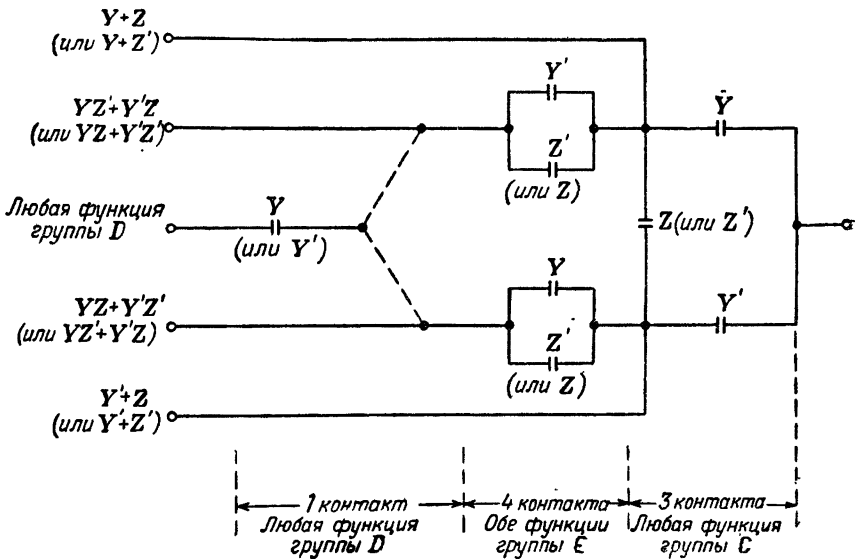


Рис. 8.9.  $N$ -структура, реализующая функции, заданные в примере 8.3.

на рисунке. Один контакт необходим для получения функции группы  $D$ . Он присоединяется к одному из выходов дизъюнктов, как показано на рис. 8.9 пунктиром.

Если функции  $V_k$  выбираются таким образом, что включают обе функции группы  $E$  и две функции группы  $C$ , то показанная на рис. 8.9 схема все еще будет соответствовать этим условиям. Это справедливо до тех пор, пока функции, выбранные из группы  $C$ , являются одной из пар  $(Y + Z, Y' + Z')$  или  $(Y + Z', Y' + Z)$ . Для этих наборов функций многополюсник  $N$  требует 9 контактов.

Рассмотрим такой набор, представленный функцией

$$f(W, X, Y, Z) = WX(YZ + Y'Z') + WX'(YZ' + Y'Z) + W'X(Y + Z') + W'X'(Y' + Z).$$

Для этого случая лучшее решение получается, если поменять переменные, по которым осуществлялось разложение. Имеется шесть различных вариантов разложения функции четырех переменных по двум переменным и иногда целесообразно испытать их все, чтобы найти ту пару, которая дает лучшую структуру для многополюсника  $N$ . Приведенную выше функцию разложим по переменным  $Y$  и  $Z$ . При этом получатся следующие значения  $U_k$  и  $V_k$ :

$$U_1 = YZ, \quad V_1 = f(W, X, 1, 1) = WX + W'X + W'X' = W' + X,$$

$$U_2 = YZ', \quad V_2 = f(W, X, 1, 0) = WX' + W'X,$$

$$U_3 = Y'Z, \quad V_3 = f(W, X, 0, 1) = WX' + W'X' = X',$$

$$U_4 = Y'Z', \quad V_4 = f(W, X, 0, 0) = WX + W'X + W'X' = W' + X.$$

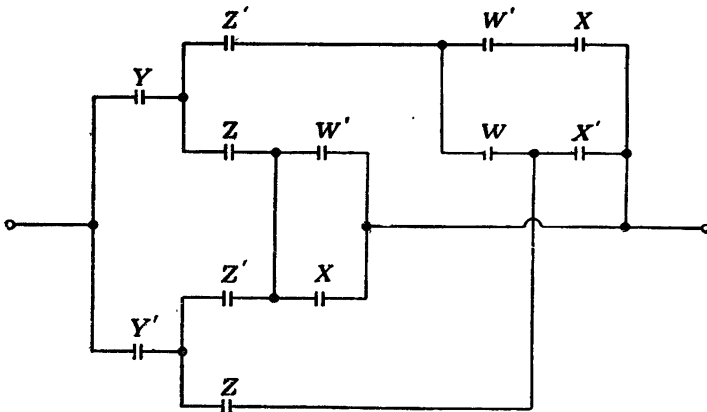


Рис. 8.10. Разложение по  $Y$  и  $Z$  (вместо  $W$  и  $X$ ) дает возможность сэкономить три контакта.

Отметим, что поскольку  $V_1 = V_4$ , то выходные узлы 1 и 4 многополюсника  $M$  могут быть присоединены к одному узлу многополюсника  $N$ . Удобно изменить порядок расположения выходных узлов так, чтобы объединяемые узлы были соседними. Для этого функции  $U_k$  и  $V_k$  располагают в следующем порядке:

1.  $YZ'$ ,  $WX' + W'X$ ,
2.  $YZ$ ,  $W' + X$ ,
3.  $Y'Z'$ ,  $W' + X$ ,
4.  $Y'Z$ ,  $X'$ .

Контактная структура, изображенная на рис. 8.10, реализует заданную функцию с помощью 12 контактов вместо 15, которые требовались бы, если в качестве переменных, по которым осуществляется разложение, были бы выбраны  $W$  и  $X$ . Если структуру рис. 8.10 перечертить так, как показано на рис. 8.11, то можно заметить, что в результате объединения двух узлов многополюсника  $M$  он преобразуется в симметрическое контактное дерево. Последнее также является разделительным. Реализуемая функция принадлежит

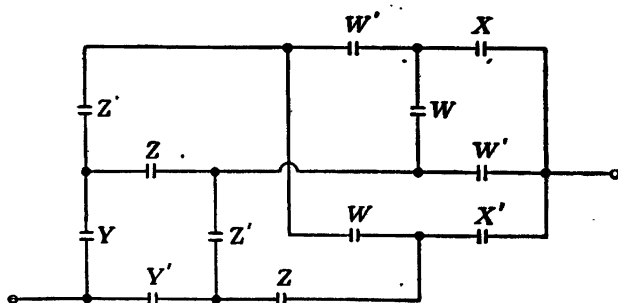


Рис. 8.11.  $M$ -структура является симметрическим деревом.

к классу, который Шеннон называет частично симметрической функцией. Эта функция является симметрической относительно переменных  $YZ'$  и  $Y'Z$ , поскольку можно написать эту функцию в виде

$$f = X'S_0(Y, Z') + (W' + X)S_1(Y, Z') + (W'X + WX')S_2(Y, Z').$$

В схеме на рис. 8.10 член  $W' + X$  был воспроизведен в многополюснике  $N$  отдельной парой контактов. Этот член реализован на рис. 8.11 методом, который не приводит к уменьшению числа контактов в этом многополюснике, но существенным образом сокращает число пружин.

В примере 8.2 многополюсник  $N$  требовал 8 контактов. Рассмотрим соответствующую функцию несколько глубже.

**Пример 8.4.**

$$f = WX(YZ + Y'Z') + WX'(Y + Z) + W'X(Y' + Z') + W'X'(Y'Z).$$

Если разложить эту функцию по переменным  $Y$  и  $Z$ , то получим следующие значения  $U_k$  и  $V_k$ :

$$\begin{aligned}
 YZ, & \quad WX + WX' = W, \\
 YZ', & \quad WX' + W'X = (W' + X)(W' + X'), \\
 Y'Z, & \quad WX' + W'X + W'X' = W' + X', \\
 Y'Z', & \quad WX + W'X = X.
 \end{aligned}$$

Из рис. 8.12 мы видим, что эта функция, для которой прежде требовалась структура, содержащая 14 контактов, теперь реализуется с помощью 12 контактов.

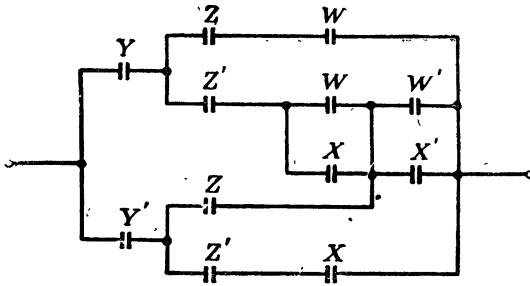


Рис. 8.12. Структура, реализующая функцию, заданную в примере 8.4.

Метод разделительного дерева не является особенно удовлетворительным с точки зрения установления верхней границы числа контактов, необходимых для реализации функции четырех переменных. При определении этого числа контактов на основе анализа структур многополюсника  $N$  не принимается во внимание возможность изменения переменных в многополюснике  $M$  и, следовательно, полного изменения структуры самого многополюсника  $N$ . Исчерпывающее изучение всех типов функций четырех переменных показало, что для реализации любой функции требуется не более 13 контактов, причем это число контактов нужно только для двух типов функций, а именно для инверсных симметрических функций  $S_{0,1,3}(W, X, Y, Z)$  и  $S_{2,4}(W, X, Y, Z)$ . Так как эти функции симметрические, то остатки  $V_k$  этих функций всегда содержат оба дизъюнкта группы  $E$  и один член из группы  $C$  или  $D$ . Читателю предлагается в качестве упражнения синтезировать такую структуру.

После завершения рассмотренных выше шагов для синтеза методом разделительного дерева в ряде случаев может быть достигнуто дальнейшее упрощение полученной структуры с помощью применения других методов. В частности, всегда полезно рассмотреть многополюсник  $M$  с точки зрения наличия в нем избыточных контактов. Наличие такой возможности иллюстрируется в примере 8.5.

**Пример 8.5.**

Функция  $f = W'X'(Y' + Z') + XZ(W'Y + WY')$  при разложении по  $W$ ,  $X$  и по  $X$ ,  $Z$  дает следующие члены:

$$\begin{array}{llll} WX, & Y'Z, & XZ, & W'Y + WY', \\ WX', & 0, & XZ', & 0, \\ W'X, & YZ, & X'Z, & W'Y', \\ W'X', & Y' + Z', & X'Z', & W'. \end{array}$$

Структуры, соответствующие этим двум вариантам разложения, изображены на рис. 8.13. На рис. 8.13, *а* показаны два контакта  $X$ ,

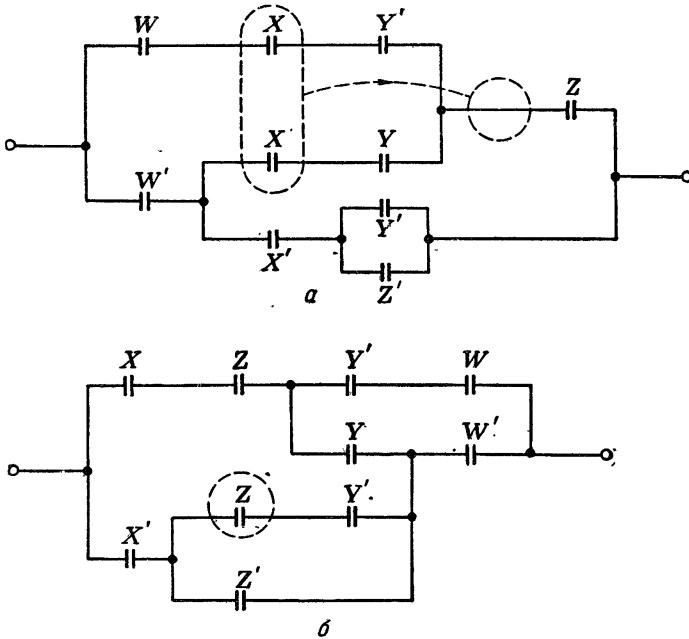


Рис. 8. 13. После завершения синтеза методом разделительного дерева полученную структуру нужно проанализировать с точки зрения наличия в ней избыточных контактов.

обведенные пунктирной линией, которые могут быть смещены вправо и объединены в один контакт. На рис. 8.13, *б* имеется контакт  $Z$ , обведенный пунктирным кружком. Алгебраически он является избыточным, так как  $Z' + ZY' = Z' + Y'$ . Следовательно, он может быть исключен.

Иногда встречаются алгебраические формы, которые допускают возможность использования несколько измененного подхода с точки зрения разделительности многополосника  $M$ . Хотя «дерево» на самом деле может и не быть разделительным, весьма важно быть уверенным, что имеется достаточная разделительность там, где она необходима для предотвращения нежелательных замыкающих наборов.

### Пример 8.6.

Рассмотрим функцию

$$T = X'(WY + W'Y') + (X' + Y')(WZ + W'Z').$$

Эта функция имеет несколько другой вид, чем тот, который требуется для метода разделительного дерева. Однако наличие в ней

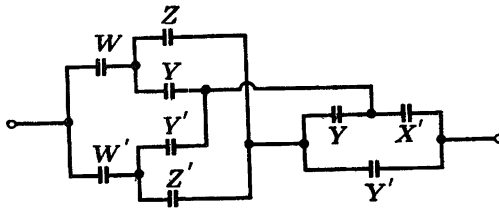


Рис. 8.14. Структура, реализующая функцию, заданную в примере 8.6.

членов  $(WY + W'Y')$  и  $(WZ + W'Z')$  наводит на мысль о возможности записи ее в виде

$$T = U_1(W, Y)V_1(X) + U_2(W, Z)V_2(X, Y).$$

Это выражение наводит на мысль о структуре, представленной на рис. 8.14. Полученный результат является интересным видоизменением метода разделительного дерева.

Функции более чем четырех переменных могут быть реализованы методом разделительного дерева обычно в ряде вариантов. Переменные можно распределить между схемами  $M$  и  $N$  в соответствии с условиями задачи. Однако пока что имеется мало положений, которые были бы достаточно общими, чтобы служить в качестве руководящих при выборе вариантов разложения. Следует ли функцию пяти переменных реализовать двумя переменными в схеме  $M$  и тремя в схеме  $N$ , или наоборот, — это вопрос, на который можно ответить только при решении конкретных задач.

## § 8.2. Метод поглощения

Рассмотрим структуру, изображенную на рис. 8.15 и представляющую собой элементарный мостик. Если бы между узлами 3 и 4 не был включен контакт  $E$ , то это была бы простая последовательно-параллельная структура.

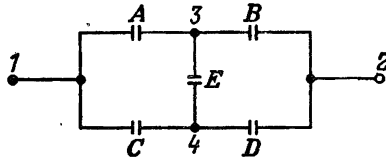


Рис. 8.15. Мостиковая контактная структура.

Напишем для структуры рис. 8.15 функцию проводимости и затем разложим ее по переменной  $E$  следующим образом:

$$\begin{aligned} T &= AB + CD + ADE + BCE = \\ &= E(AB + CD + AD + BC) + E'(AB + CD) = \\ &= E[A(B + D) + C(B + D)] + E'(AB + CD) = \\ &= E(A + C)(B + D) + E'(AB + CD). \end{aligned}$$

На рис. 8.16 эта функция представлена в виде последовательно-параллельной контактной структуры. Она состоит из двух частей, одна из которых соединена с  $E$ , а другая — с  $E'$ . Эти две части содержат

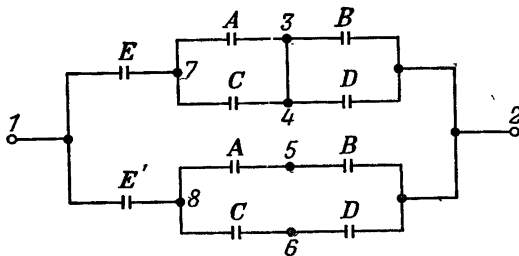


Рис. 8.16. Мостиковая структура, разложенная по мостиковому элементу.

идентичные контакты в одних и тех же местах. Единственное различие между ними заключается в том, что в остатке при  $E$  имеется соединение между узлами 3 и 4, в то время как между соответствующими узлами 5 и 6 в остатке при  $E'$  такого соединения нет.

Предположим, что контакт  $E$  включен последовательно с исходной схемой рис. 8.15, и затем полученную таким образом структуру упростим с помощью теоремы 21, по которой

$$X \cdot f(X, Y, Z, \dots) = X \cdot f(1, Y, Z, \dots).$$

При этом между узлами 3 и 4 появляется сплошное соединение, точно такое же, как в верхней ветви структуры рис. 8.16.

Если последовательно с исходной мостиковой структурой рис. 8.15 соединить контакт  $E'$  и затем применить теорему 22, по которой

$$X' \cdot f(X, Y, Z, \dots) = X' \cdot f(0, Y, Z, \dots),$$

то получится в точности цепь, имеющаяся в нижней ветви структуры рис. 8.16.

Как уже было отмечено, любой теоремой алгебры релейных цепей можно пользоваться как в прямом, так и в обратном направлении. Обращение теорем 21 и 22 означает, что если последовательно с какой-либо структурой включен контакт  $X$ , то этот контакт можно включить и между любыми точками  $i, j$ , для которых  $T_{ij} = 1$ . Аналогично, если последовательно с какой-либо структурой включен контакт  $X'$ , то его можно поместить между любыми точками  $i, j$  этой структуры, которые не соединены между собой.

Произведем эти операции применительно к структуре рис. 8.16. В верхней ветви контакт  $E$  включен последовательно с частью ее, содержащей контакты  $A, B, C$  и  $D$ . Из только что рассмотренных правил следует, что проводимость этой части не изменится, если в соединение между узлами 3 и 4 включить контакт  $E$ . В нижней ветви имеется контакт  $E'$ , включенный последовательно с частью структуры, также содержащей контакты  $A, B, C, D$ . Узлы 5 и 6 этой схемы непосредственно не соединены друг с другом. Проводимость нижней ветви не изменится, если между этими узлами включить контакт  $E$ . После осуществления обеих этих операций между узлами 7 и 2 и узлами 8 и 2 окажутся включенными тождественные цепочки. Поэтому узлы 7 и 8 можно соединить друг с другом и верхнюю или нижнюю схему исключить из рассмотрения. Однако тогда между входным узлом 1 и объединенными узлами 7 и 8 будут включены соединенные параллельно контакты  $E$  и  $E'$ , которые можно заменить постоянно замкнутой цепью.

Естественно, что можно сделать любые преобразования, вытекающие из теорем 21 и 22. Например, в верхней части структуры рис. 8.16 можно было бы включить контакт  $E'$  между узлами 4 и 7, а в нижней части включить контакт  $E'$  последовательно с контактом  $A$  между узлами 5 и 8. Эти преобразования, однако, не дадут никакого выигрыша. Цель указанных выше преобразований заключается в использовании контактов  $E$  и  $E'$  для изменения включенных с ними последовательно цепей таким образом, чтобы они



стали тождественными. Тогда эти две цепи можно объединить, а внешний контакт исключить. Внешний контакт при этом как бы «поглощается» этими цепями. Этот процесс станет яснее, если рассмотреть еще несколько примеров.

### Пример 8.7.

Построить минимальную контактную структуру, реализующую функцию проводимости

$$T = W(X + Y + Z) + XYZ.$$

Первая трудность состоит в определении переменной или переменных, по которым нужно сделать разложение. Для ответа на этот вопрос каких-либо определенных правил не существует. Обычно

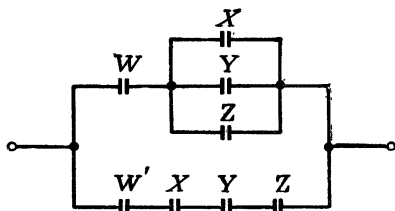


Рис. 8.17. Разложение функции примера 8.7.

рекомендуется сделать несколько пробных вариантов разложений. Попытаемся найти такие остаточные члены разложения, которые были бы достаточно похожими друг на друга, с тем чтобы, затратив сравнительно немного внешних переменных, их можно было бы сделать тождественными. Разложим приведенную функцию по переменной  $W$ :

$$T = W(X + Y + Z) + W'(XYZ).$$

Полученная структура представлена на рис. 8.17. Остаточные члены на рис. 8.17 не очень похожи друг на друга. На этом этапе требуется, однако, некоторое воображение для того, чтобы увидеть те изменения в конфигурации структур, которые нужно сделать, чтобы привести эти структуры к подобным и получить возможность применения метода поглощения.

Остаточные члены при  $W$  и  $W'$  на рис. 8.18, а и 8.17 тождественны и отличаются лишь своей конфигурацией. Это изменение, однако, достаточно для того, чтобы сделать очевидным их сходство, которое может быть использовано для введения мостиковых соединений.

Применяя правило добавления внешних контактов, включим в верхней цепи на рис. 8.18,а контакты  $W$  в соединение между узлами 3 и 4 и в соединение между узлами 5 и 6, а в нижней цепи те же контакты в промежуток между узлами 7 и 8 и в промежуток между узлами 9 и 10. Если это осуществить, то структуры преобразованных остаточных членов при  $W$  и  $W'$  становятся идентичными, и их можно наложить друг на друга. Тогда внешние контакты могут быть заменены короткозамкнутой цепью. На рис. 8.18,б показана окончательная структура.

Рассмотрим физический смысл описанных выше преобразований. Если имеется какой-либо контакт, включенный последовательно

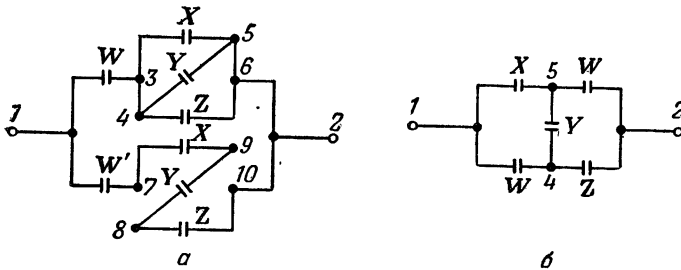


Рис. 8.18. а — структура цепей рис. 8.17 в преобразованном виде; б — поглощение внешней переменной завершено.

с какой-либо частью структуры, то при разомкнутом состоянии его проводимость цепи, в которую он включен, равна 0. Следовательно, совершенно безразлично, замкнут или нет какой-нибудь другой контакт в этой цепи. Поэтому инверсия этого внешнего контакта может быть включена между любой парой узлов структуры остаточного члена. Если внешний контакт разомкнут, то его инверсный контакт будет замкнут, но это не окажет никакого влияния на работу соответствующей цепи.

Контакт, подобный внешнему контакту, можно включить в в любом прямом соединении между узлами структуры остаточного члена. Если внешний контакт замкнут, то его двойник в структуре остаточного члена будет также замкнут, и проводимость замкнутой цепи между узлами сохранится.

Для функции с большим числом переменных может быть много вариантов разложения и преобразования методом поглощения. Можно разлагать функцию по стольким переменным, по скольким это будет нужно. Проиллюстрируем это на примере синтеза структуры, реализующей функцию пяти переменных.

**Пример 8.8.**

Построить методом поглощения мостиковую структуру, реализующую следующую функцию проводимости:

$$T = \Sigma(1, 7, 9, 14, 15, 16, 21, 24, 29).$$

Упрощение этого выражения методом Куайна—Мак-Класки приводит к минимальной сумме

$$T = V'X'Y'Z + VX'Y'Z' + V'XYZ + \\ + W'V'XY + VXY'Z.$$

Разложим эту функцию по переменным  $V$  и  $Y$ . (Этот выбор основан на испытании нескольких разложений и рассмотрении остаточных членов с точки зрения сходства их структур. Конечный результат не зависит существенным образом от сделанного выбора.)

Остатки этого разложения будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} VY, & \quad 0 \\ VY', & \quad XZ + X'Z', \\ V'Y, & \quad XZ + W'X, \\ V'Y', & \quad X'Z. \end{aligned}$$

На рис. 8.19 показан первый шаг при поглощении двух переменных. Структуры четырех остаточных членов изображены жирными линиями, а их соединения с внешними переменными показаны тонкой линией. Прежде всего отметим, что остаток при  $VY$  равен 0. Поэтому едва ли есть смысл в поглощении переменной  $Y'$  остатком при  $VY'$ . Остаточные члены при  $V'$  изображены так, чтобы

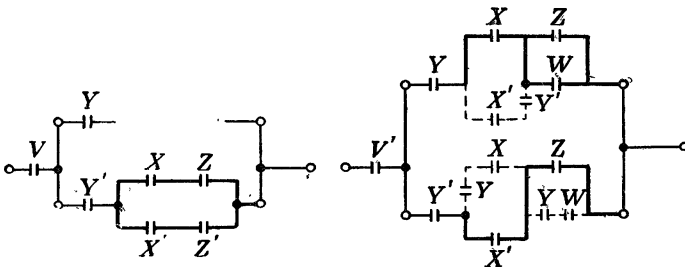


Рис. 8.19. Первый шаг при поглощении двух переменных.

подчеркнуть сходство их структур. Соединения, изображенные на рис. 8.19 пунктиром, показывают дополнения, которые необходимо сделать к структурам двух остаточных членов  $V'$ , чтобы они стали идентичными. Кроме того, необходимо включить два контакта  $Y$

в структуру остаточного члена при  $Y$  (один последовательно с  $X$  и другой последовательно с  $W$ ) и один контакт  $Y'$  нужно включить в структуру остаточного члена при  $Y'$  (последовательно с  $X'$ ). После того как будут сделаны эти дополнения, структуры остаточных членов при  $Y$  и  $Y'$  смогут быть объединены и остаточный член при  $V'$  получит структуру, показанную на рис. 8.20.

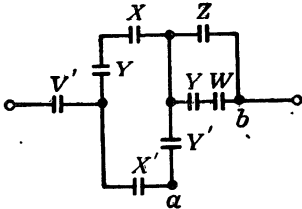


Рис. 8.20. Поглощение переменной  $Y$  в остатке при  $V'$ .

Следующий шаг состоит в объединении полученной структуры со структурой остаточного члена при  $V$ . Последний представляет собой нижнюю ветвь цепи, приведенной на рис. 8.19 слева. Прежде всего отметим, что в структуре рис. 8.20 между точками  $a$  и  $b$  существует цепь, содержащая последовательно соединенные  $Y'$ ,  $Y$  и  $W$ , которые не входят в остаточный член при  $V$ . Проводимость этой цепи всегда равна 0. Поэтому ее можно добавить к остаточному члену при  $V$  без каких-либо дополнительных «корректирующих» контактов. Контакт  $Z'$  остатка при  $V$  помещается в остаток при  $V'$  в комбинации с последовательно соединенным с ним контактом  $V$ .

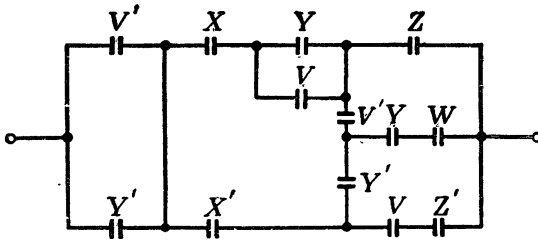


Рис. 8.21. Окончательная структура для функции примера 8.8.

Контакт  $Y$  из остаточного члена при  $V'$  нужно включить в остаточный член при  $V$  параллельно с контактом  $V$ . В короткозамкнутую цепочку в остаточном члене при  $V'$  нужно включить контакт  $V'$ . Наконец, параллельно контакту  $Y'$  в остаточном члене при  $V$  включается контакт  $V'$ . Окончательная структура после ее перечерчивания представлена на рис. 8.21. Читателю предлагается повторить ее построение по этапам, чтобы подтвердить сделанные преобразования<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Неизвестно, можно ли реализовать эту функцию с меньшим числом контактов, чем на рис. 8.21. Отметим, что исходная функция была выбрана путем случайного выбора группы чисел из последовательности 0, 1, 2, 3, ..., 31.

Метод поглощения — один из возможных методов, имеющих в нашем распоряжении для построения экономичных одноконтурных мостиковых контактных структур. В конкретных задачах он может и не давать никакого преимущества. Его возможности иллюстрируются рис. 8.22, на котором представлена структура, реализующая симметрическую функцию  $S_{2,4}(W, X, Y, Z)$  методом поглощения.

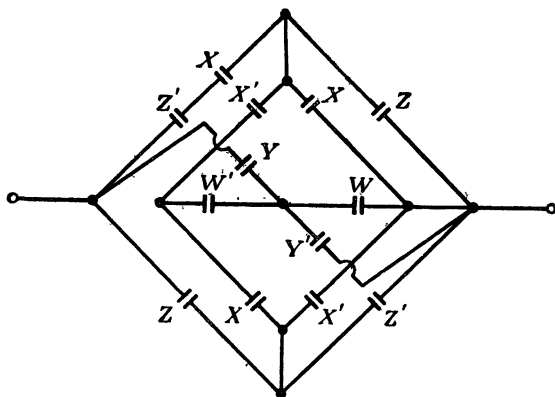


Рис. 8.22. Реализация симметрической функции  $S_{2,4}(W, X, Y, Z)$  методом поглощения.

являющаяся симметрическую функцию  $S_{2,4}(W, X, Y, Z)$ . Эта функция является одной из двух функций четырех переменных, которые никогда не были реализованы менее чем с 13 контактами. Метод поглощения не дает лучшего решения, но благодаря его применению получается несколько иной вариант соответствующей структуры.

### § 8.3. Синтез непоследовательно-параллельных структур с помощью булевых матриц

Булева матрица является единственным имеющимся у нас средством, позволяющим компактно и однозначно описывать как алгебраическую проводимость мостиковой структуры, так и саму структуру во всех деталях. Если известна матрица непосредственных проводимостей<sup>1</sup>, то тип и местоположение каждого контакта структуры полностью определены<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Hohn F. E., Schissler L. R., Boolean matrices and the design of combinational relay switching circuits, *Bell System Technical J.*, 34 (1955), 177—202.

<sup>2</sup> Автор употребляет термин «примитивная матрица соединений» (primitive connection matrix). В переводе этот термин заменен более распространенным в русской литературе и более точным термином «матрица непосредственных проводимостей». Последняя представляет собой матрицу, в которой нумерация столбцов и строк соответствует нумерации узлов, а в каждой клетке записана проводимость цепи между данными узлами, не проходящей ни через один из других узлов. — *Прим. ред.*

Почему же тогда при синтезе структур не пользуются почти исключительно матрицами? Трудность состоит в том, что для уже известной структуры нетрудно написать матрицу непосредственных проводимостей и привести ее затем к матрице полных проводимостей для входных и выходных узлов. Однако если известна только функция проводимости, что имеет место при решении задачи синтеза, то можно написать с уверенностью только матрицу выходов<sup>1</sup>. Процесс расширения матрицы выходов до матрицы непосредственных проводимостей в значительной степени зависит от удачного выбора варианта преобразования. Тем не менее существенные потенциальные возможности этого метода требуют подробного его рассмотрения. В этом разделе матричный метод будет рассмотрен применительно только к двухполюсным структурам<sup>2</sup>.

Изучение его начнем с того, что напомним матрицу непосредственных проводимостей для мостиковой структуры рис. 8.15.

		<i>К узлу</i>			
		1	2	3	4
<i>От узла</i>	1	1	0	<i>A</i>	<i>C</i>
	2	0	1	<i>B</i>	<i>D</i>
	3	<i>A</i>	<i>B</i>	1	<i>E</i>
	4	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	1

Следует подчеркнуть, что каждый элемент матрицы представляет соединение только между данной парой узлов, а не полную проводимость между ними. Так, между узлами 3 и 4 проставлена проводимость *E*, в то время как полная проводимость между этими узлами включала бы также элементы в цепочках, проходящих через узлы 1 и 2. Между выходными узлами 1 и 2, конечно, имеется проводимость, но так как между ними нет непосредственного соединения, то соответствующий элемент матрицы должен быть равен 0. Каждый элемент главной диагонали представляет соединение какого-нибудь узла с самим собой. Поэтому все эти элементы суть единицы. Матрица непосредственных проводимостей симметрична относительно главной диагонали. Это справедливо для матриц структур, содержащих двусторонние элементы. Если ограничиться только такими

<sup>1</sup> Матрица выходов является частным случаем так называемой матрицы полных проводимостей. Последняя представляет собой такую же матрицу, как и матрица непосредственных проводимостей, но в ее клетках проставлены полные проводимости между узлами, характеризующие не только цепи между данными узлами, непосредственно проходящие между ними (т. е. не заходящие в другие узлы), но все цепи между ними (т. е. в том числе и проходящие через другие узлы). Матрица выходов, являясь матрицей полных проводимостей, содержит только входные и выходные узлы. — *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Хон и Шисслер рассматривают этот вопрос шире, с тем чтобы разработать математическую основу для дальнейших исследований в этой области.

структурами, то отпадает необходимость оговаривать направление соединения от одного узла к другому. Однако в матрицах для структур, содержащих, скажем, контакты и выпрямители, необходимо учитывать направление, и такие матрицы уже не будут симметричными относительно главной диагонали.

Матрица выходов двухполюсной структуры имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1 & T \\ T & 1 \end{bmatrix},$$

где  $T$  — функция проводимости всей структуры в целом. Матрицу непосредственных проводимостей можно привести к матрице выходов с помощью метода исключения узлов<sup>1</sup>.

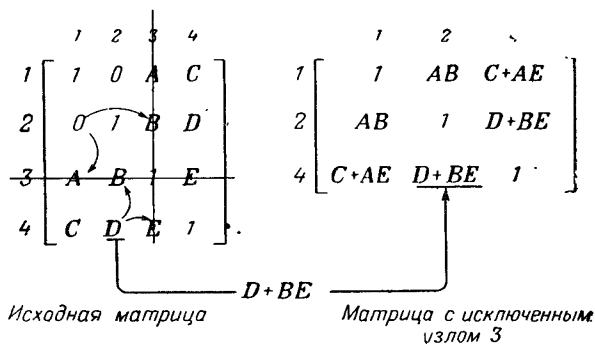


Рис. 8.23. Процесс исключения узлов матрицы.

Если, например, нужно удалить узел 3 в матрице, соответствующей структуре рис. 8.15, то в новой матрице, содержащей только три строки и три столбца, элемент, представляющий соединение между узлами 1 и 4, должен иметь вид  $E_{14} = C_{14} + C_{13} \cdot C_{34}$ , где  $E_{ij}$  представляет элемент преобразованной матрицы, а  $C_{ij}$  — элемент первоначальной матрицы с дополнительными строкой и столбцом, соответствующими узлу 3.

Элементы преобразованной матрицы легко найти, пользуясь построением, показанным на рис. 8.23. В исходной матрице строка и столбец, соответствующие удаляемому узлу, вычеркиваются. В преобразованной матрице единицы располагаются вдоль главной диагонали. Остальные элементы находятся так, как показано на рис. 8.23. Например, на пересечении строки 4 и столбца 2 находится элемент  $D+BE$ . Он состоит из элемента  $D$  на пересечении строки 4

<sup>1</sup> Это преобразование можно также выполнить методом, аналогичным вычислению определителей. Мы будем пользоваться в дальнейшем методом исключения узлов, так как он представляет собой наиболее легко обратимый процесс и, кроме того, более быстро приводит к окончательному результату.

и столбца 2 исходной матрицы плюс произведение элементов строки 4 и столбца 2, которые были вычеркнуты при исключении столбца 3 и строки 3. Читатель может проверить, что этот элемент соответствует  $E_{42} = C_{42} + C_{43}C_{32}$ . Новый элемент на пересечении строки 2 и столбца 1 оказывается равным  $0 + AB = AB$ . Физически это означает, что при исключении узла 3 нужно рассмотреть последовательно соединенные контакты  $A$  и  $B$  как включенные между узлами 1 и 2.

Исходя из преобразованной матрицы рис. 8.23, осуществим дальнейшее ее сокращение, исключив узел 4. В окончательной матрице, которая является матрицей выходов, единицы вновь располагаются вдоль главной диагонали, а проводимость между узлами 1 и 2 определяется следующим соотношением:

$$\begin{aligned} T &= AB + (C + AE)(D + BE) = \\ &= AB + CD + ADE + BCE. \end{aligned}$$

Таким образом, матрица непосредственных проводимостей не только наглядно описывает структуру устройства, но содержит также описание условия его работы.

С точки зрения синтеза существенным является обратимость описанного выше метода. Структура устройства будет полностью определена только при расширении матрицы выходов до матрицы непосредственных проводимостей. Поэтому основной задачей синтеза является определение наиболее удачного распределения членов полной проводимости между выходами путем введения дополнительных узлов в матрицу полных проводимостей.

На основании рассмотренного выше примера анализа структуры можно было бы предположить, что эта задача разрешима путем преобразования каждого вхождения матрицы выходов в форму  $x + yz$  и последующей подстановки выражений  $y$  и  $z$  в дополнительную строку и столбец матрицы. Если бы нужно было синтезировать структуру, реализующую функцию проводимости мостика  $T = AB + CD + ADE + BCE$ , то маловероятно, чтобы эта функция была записана в скобочной форме  $T = AB + (C + AE)(D + BE)$ . Допустим, однако, что, когда мы приступаем к синтезу, эта функция написана уже в указанном выше виде.

### Пример 8.9.

Требуется преобразовать матрицу выходов

$$\begin{bmatrix} 1 & AB + (C + AE)(D + BE) \\ AB + (C + AE)(D + BE) & 1 \end{bmatrix}$$

в матрицу непосредственных проводимостей.



Прежде всего добавим узел, расширяя матрицу на одну строку и столбец, и внесем члены  $(C + AE)$  и  $(D + BE)$  в указанные места. При этом не имеет значения, какой член помещается в новую строку, а какой из них помещается в новый столбец. В результате этого получим следующую матрицу:

$$\begin{bmatrix} 1 & AB & C + AE \\ AB & 1 & D + BE \\ C + AE & D + BE & 1 \end{bmatrix}$$

Затем прибавим еще одну строку и один столбец, для того чтобы получить члены произведений  $AE$  и  $BE$ . Однако здесь следует быть осторожным и поместить  $E$  в такой столбец или строку, которые позволили бы использовать  $E$  в обоих произведениях. Этот шаг приводит к матрице

$$\begin{bmatrix} 1 & AB & C & A \\ AB & 1 & D & B \\ C & D & 1 & E \\ A & B & E & 1 \end{bmatrix}$$

Для исключения элемента  $AB$  из этой матрицы применим другую тактику. Заметим, что между узлами 1 и 4 уже есть соединение  $A$ , а между узлами 4 и 2 — соединение  $B$ . Таким образом, между узлами 1 и 2 уже есть соединение  $AB$ , и элемент  $AB$  является лишним. Заменяя  $AB$  нулями, получаем искомую матрицу непосредственных проводимостей. Как отмечают Хон и Шисслер, эта матрица является также и схемой соединений (wiring diagram) мостиковой структуры рис. 8.15.

Избыточные элементы матриц бывают нескольких типов. Тот тип, который был рассмотрен в этом примере, является, по-видимому, наиболее общим. При синтезе важно представлять себе, что исследование избыточных элементов не обязательно должно быть связано с их исключением. Иногда даже целесообразно включить временно лишний член, чтобы сделать избыточными другие члены.

Несколько типов избыточных членов можно обнаружить в матрице, изображенной ниже.

$$\begin{bmatrix} 1 & A + B & B & A'D \\ A + B & 1 & B & A + C \\ B & B & 1 & BDE \\ A'D & A + C & BDE & 1 \end{bmatrix}$$

Если в этой матрице  $B = 1$ , то соединение имеется одновременно между узлами 1 и 3 и между узлами 2 и 3. Поэтому существует соединение и между узлами 1 и 2, и элемент  $B$  в члене  $A + B$  яв-

ляется избыточным. Или, поскольку любые два из элементов  $B$  достаточны для установления соединения между узлами 2 и 3, равного 1, можно рассматривать как избыточный любой из элементов  $B$ , имеющихсся в указанной матрице.

Исключим  $B$  из цепи между узлами 1 и 2. Тогда, двигаясь от узла 1 к узлу 2, мы пройдем через  $A$ , а на пути от узла 2 к 4 — через  $A + C$ . Это последовательное соединение на пути от узла 1 к узлу 4 будет иметь вид  $A(A + C) = A$ . Между узлами 1 и 4 имеется цепь  $A'D$ , параллельная  $A$ . Так как  $A + A'D = A + D$ , то  $A'$  является избыточным элементом.

Если исключить  $A'$ , то между узлами 1 и 4 останется только  $D$ . Поскольку между узлами 3 и 1 имеется  $B$ , то при следовании от узла 3 к 4 через узел 1 будем иметь цепь  $BD$ . Так как эта цепь содержится в  $BDE$ , соединяющей непосредственно узлы 3 и 4, то последняя является избыточной и соответствующий элемент матрицы может быть заменен нулем.

Отметим далее, что соединение  $C_{12} = A$ , но между узлами 1 и 2 имеется другая цепь, состоящая из  $C_{14}C_{42} = D(A + C)$ . Следовательно, между узлами 1 и 2 включены параллельные цепи  $A + AD + CD = A + CD$ . Поэтому контакт  $A$  в цепи  $C_{42} = A + C$  является избыточным. Окончательная матрица примет вид

$$\begin{bmatrix} 1 & A & B & D \\ A & 1 & B & C \\ B & B & 1 & 0 \\ D & C & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Следующий пример иллюстрирует процедуру преобразования структуры с помощью матричного метода для функции пяти переменных, составленной из случайно выбранных чисел.

### Пример 8.10.

Функция, которую нужно реализовать, имеет вид

$$T = \Sigma(7, 8, 15, 18, 19, 21, 24, 29).$$

Это выражение приводится к минимальной сумме

$$\begin{aligned} T &= BC'D'E' + AB'C'D + A'CDE + ACD'E = \\ &= (AB'C' + A'CE)D + (BC'E' + ACE)D' = \\ &= (D + BC'E' + ACE)(D' + AB'C' + A'CE). \end{aligned}$$

Окончательная скобочная форма этой функции такова, что позволяет расширить матрицу выходов до матрицы, соответствующей структуре с тремя узлами, следующим образом:

$$\begin{vmatrix} 1 & T \\ T & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & (D+BC'E'+ACE) \\ 0 & 1 & (D'+AB'C'+A'CE) \\ (D+BC'E'+ACE) & (D'+AB'C'+A'CE) & 1 \end{vmatrix}.$$

Заметим, что в этой матрице  $CE$  входит в качестве множителя в одну из цепей между узлами 1,3 и 2,3. Это дает возможность добавить четвертый узел:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & D+BC'E' & A \\ 0 & 1 & D'+AB'C' & A' \\ D+BC'E' & D'+AB'C' & 1 & CE \\ A & A' & CE & 1 \end{bmatrix}.$$

При добавлении пятого узла воспользуемся тем, что  $C'$  входит в качестве сомножителя в одну из цепей между узлами 1,3 и 2,3. После введения этого узла получим матрицу

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & D & A & BE' \\ 0 & 1 & D' & A' & AB' \\ D & D' & 1 & CE & C' \\ A & A' & CE & 1 & 0 \\ BE' & AB' & C' & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В эту матрицу между узлами 4 и 5 необходимо ввести нулевой элемент для того, чтобы предотвратить образование ложных цепей.

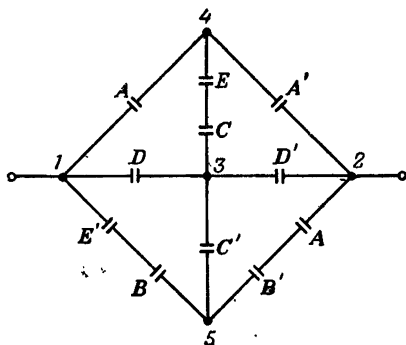


Рис. 8.24. Структура, реализующая функцию, заданную в примере 8.10.

Полученная окончательная матрица не является еще полностью матрицей непосредственных проводимостей (примитивной матрицей), соответствующей определению Хона и Шисслера. Однако дальнейшее добавление узлов не приводит к лучшему результату. Структура, описываемая указанной выше матрицей, представлена на рис. 8.24.

Конечный результат применения матричного метода существенно зависит от последовательности преобразований, осуществляемых для получения матрицы непосредственных проводимостей. Это обстоятельство иллюстрируется следующим простым примером.

### Пример 8.11.

Требуется построить матричным методом структуру, реализующую функцию  $S_1(A, B, C')$ . Эта функция со смешанными симметрическими переменными записывается алгебраически следующим образом:

$$\begin{aligned} T &= AB'C + A'BC + A'B'C' = \\ &= AB'C + A'(BC + B'C'). \end{aligned}$$

Соответствующая ей матрица выходов имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1 & AB'C + A'(BC + B'C') \\ AB'C + A'(BC + B'C') & 1 \end{bmatrix}.$$

Она приводится к следующей матрице с тремя узлами:

$$\begin{bmatrix} 1 & AB'C & BC + B'C' \\ AB'C & 1 & A' \\ BC + B'C' & A' & 1 \end{bmatrix}.$$

Для перехода к матрице с четырьмя узлами используем соотношения

$$AB'C = 0 + (B')(AC) \quad \text{и} \quad BC + B'C' = (BC) + (B')(C'),$$

после чего матрица преобразуется к виду

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & BC & B' \\ 0 & 1 & A' & AC \\ BC & A' & 1 & C' \\ B' & AC & C' & 1 \end{bmatrix}.$$

В следующих двух матрицах разбирается на отдельные цепи сначала элемент  $BC$  предыдущей матрицы, а затем элемент  $AC$ . Обратите внимание на нулевые элементы, которые используются для предотвращения ложных цепей.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & B' & B \\ 0 & 1 & A' & AC & 0 \\ 0 & A' & 1 & C' & C \\ B' & AC & C' & 1 & 0 \\ B & 0 & C & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & B' & B & 0 \\ 0 & 1 & A' & 0 & 0 & A \\ 0 & A' & 1 & C' & C & 0 \\ B' & 0 & C' & 1 & 0 & C \\ B & 0 & C & 0 & 1 & 0 \\ 0 & A & 0 & C & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Последняя матрица получена целиком из алгебраического выражения функции без каких-либо предварительных указаний на желаемый вид матрицы; правда, мы стремились к тому, чтобы межузловые соединения (в случае отличия их от 1 или 0) были одиночными буквами. В результате получается структура, изображенная на рис. 8.25. Она реализует заданную функцию проводимости, но распределение переменных и узлов в ней не соответствует обычной форме симметрических структур. Оно получилось в результате выбранной последовательности преобразований.

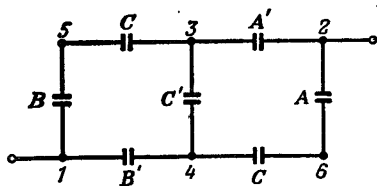


Рис. 8.25. Симметрическая структура, построенная матричным методом.

Исключим теперь из функции член  $A'B'C'$ , что равносильно удалению контакта  $C'$  из соединения между узлами 3 и 4. Записывая полученную функцию в виде  $T = C(AB' + A'B)$ , можно расширить матрицу выходов следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 1 & C(AB' + A'B) \\ C(AB' + A'B) & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & C \\ 0 & 1 & AB' + A'B \\ C & AB' + A'B & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & C & 0 \\ 0 & 1 & 0 & B & A \\ C & AB' & 1 & A' \\ 0 & B & A' & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & C & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & B & A \\ C & 0 & 1 & A' & B' \\ 0 & B & A' & 1 & 0 \\ 0 & A & B' & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Структура, соответствующая этой матрице, представлена на рис. 8.26,а. Заметим, что матричный метод не всегда приводит к расположению элементов, позволяющему перейти к переключающим контактам. Интересно отметить, что другой реализацией приведенной выше функции является мостиковая структура рис. 8.26,б. Матричный метод не дает явных указаний на суще-

ствование такой структуры. Читателю рекомендуется написать матрицу непосредственных проводимостей для структуры рис. 8.26, б и определить последовательность преобразований, требующихся для получения этой матрицы из первоначальной матрицы выходов.

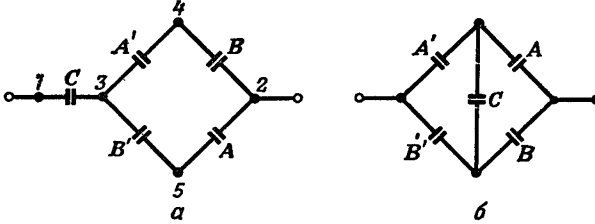


Рис. 8.26. Матричный метод приводит к последовательно-параллельной структуре, хотя существует в равной степени экономичная мостиковая структура.

### § 8.4. Метод накопления цепей

Несистематический характер построения последовательно-параллельных структур станет особенно явным при изучении метода, рассматриваемого в этом параграфе. Было проведено много исследований, чтобы получить систематические методы их построения<sup>1</sup>, однако и до сего времени получение такого метода признается одной из труднейших задач теории релейных устройств.

Основная идея метода накопления цепей заключается в реализации релейной функции проводимости, выраженной в форме минимальной суммы, путем почленного построения ее структуры. На каждом шаге процесса к ранее полученной структуре стараются добавить еще один член минимальной суммы, используя при этом возможно большее число контактов, содержащихся в уже полученной структуре. Прежде чем описывать методику Мак-Класки, приведем пример, иллюстрирующий некоторые из встречающихся при этом трудностей.

#### Пример 8.12.

Функцию проводимости  $T = \Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 13)$  нужно реализовать методом накопления цепей. Матрица функции, приведенная на рис. 8.27, дает возможность записать ее в виде следующей минимальной суммы:

$$T = A'B' + A'C'D' + A'CD + B'C'D' + ABC'D.$$

Отметим, что так как член  $A'B'$  учитывает члены стандартной суммы, реализуемые одновременно и другими членами минимальной

<sup>1</sup> Мак-Класки. См. ссылку в § 5.5.

суммы, то можно при реализации этой функции не придерживаться строго минимальной суммы. В связи с наличием в функции члена  $A'B'$  она может быть преобразована к виду

$$T = A'B' + A'(B)C'D' + A'(B)CD + (A)B'C'D' + ABC'D,$$

где переменные, заключенные в скобки, могут быть представлены или не представлены определенными контактами в соответствующей цепи, так как это не отразится на правильности реализации функции. Нашей целью является определение доступной свободы преобразований. Обычно это делается в тех случаях, когда в этом есть необходимость. В данном примере мы делаем это в самом начале для большей определенности в наших действиях.

В минимальной сумме, соответствующей данной функции проводимости, буквы  $A$  и  $B$  входят только в один член, а именно  $ABC'D$ . Этот член должен входить в замыкающий набор целиком, и другой возможной формы его реализации нет. Нас ничто не принуждает выбирать тот или иной конкретный член из остальных членов минимальной суммы для объединения его с членом  $ABC'D$ . На рис. 8.28,а для добавления к этому члену выбрана цепь, соответствующая члену  $B'C'D'$ .

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1		1
	01	1		1	
	11	1	1		
	10	1			

Рис. 8.27. Матрица функции, которую нужно реализовать методом накопления цепей.

Так как контакт  $C'$  включен последовательно с остальной частью структуры, то, пользуясь методом поглощения, можно включить контакт  $C$  между любой парой узлов структуры рис. 8.28,а, не изменяя при этом проводимости между входным и выходным узлами. На рис. 8.28, б этот контакт добавлен в виде мостикового соединения. Затем в целях реализации цепи, соответствующей члену  $A'CD$ , добавлен контакт  $A'$ . К сожалению, добавление этого контакта образует цепь  $A'D'$ , которая является ложной. Однако в заданной функции есть член  $A'B'$ , который реализуется в результате простой перестановки местами контактов  $B'$  и  $D'$ , причем одновременно устраняется ложная цепь  $A'D'$ . Структура рис. 8.28,в реализует, таким образом, не только член  $A'CD$ , но также член  $A'B'$ .

Последняя цепь, которую нужно добавить к полученной структуре, представлена членом  $A'C'D'$ . В структуре рис. 8.28,в от левого входного узла идет цепь, проходящая через контакты  $A'$ ,  $D'$  и снова возвращающаяся к этому узлу через контакт  $C'$ . Отметим, что контакт  $A$ , обведенный на рис. 8.28, в пунктирным кружком, может быть перемещен в положение, указанное пунктирной стрелкой. Если осуществить это перемещение, то член  $ABC'D$  не изменится,

а член  $B'C'D'$  превратится в  $AB'C'D'$ . Однако такое изменение, как было показано в начале этого примера, допустимо и не меняет проводимости первоначальной функции. После перемещения контакта  $A$  появляется возможность реализовать член  $A'C'D'$  с по-

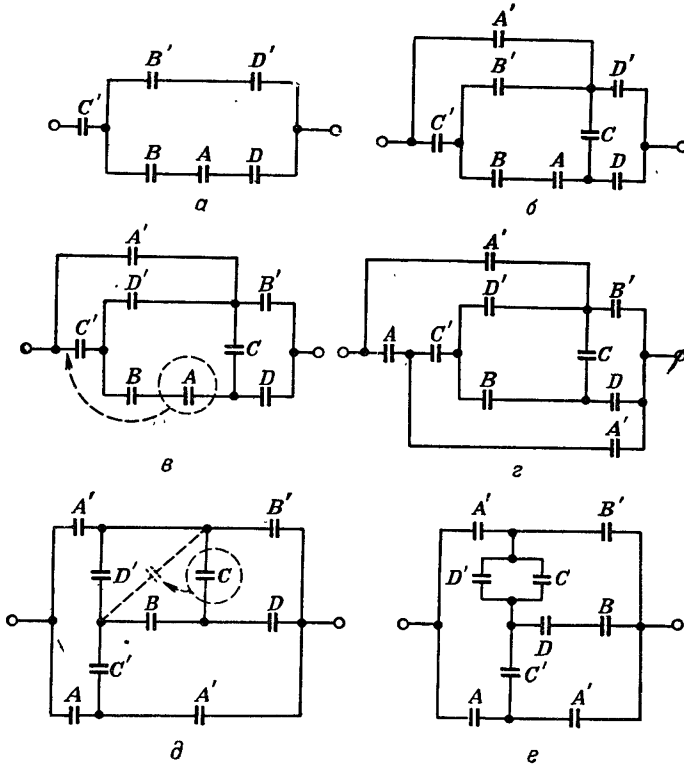


Рис. 8.28. Последовательные шаги для реализации функции, заданной в примере 8.12, методом накопления цепей.

мощью включения второго контакта  $A'$ , как это показано на рис. 8.28,г.

Изобразим теперь полученную структуру в несколько другом виде (см. рис. 8.28,д). Переключающим контактом в этой структуре можно заменить только одну пару контактов  $A$  и  $A'$ . Однако если вместо цепи, реализующей член  $A'CD$ , включить цепь, соответствующую эквивалентному члену  $A'BCD$ , то появляется возможность переместить контакт  $C$  в положение, указанное пунктиром на рис. 8.28,д. Если это осуществить, то контакты  $B$  и  $D$  можно поменять местами, и, как видно из рис. 8.28,е, в этом случае возникает возможность заменить переключающими контактами уже четыре



инверсные пары контактов. Остается лишь один одиночный контакт  $A'$ . Окончательно полученная структура реализует заданную функцию с помощью 9 контактов и 14 пружинок.

После построения структуры рис. 8.28, *е* сравнительно просто определить, произведено ли ее преобразование наиболее целесообразным способом. Вначале при рассмотрении заданной функции была сделана попытка найти некоторую разумную основу для первоначального преобразования, и это привело к тому этапу, который представлен на рис. 8.28, *а*. Однако из рис. 8.29 видно, что если «накопление» цепей производить в ином порядке, то можно синте-

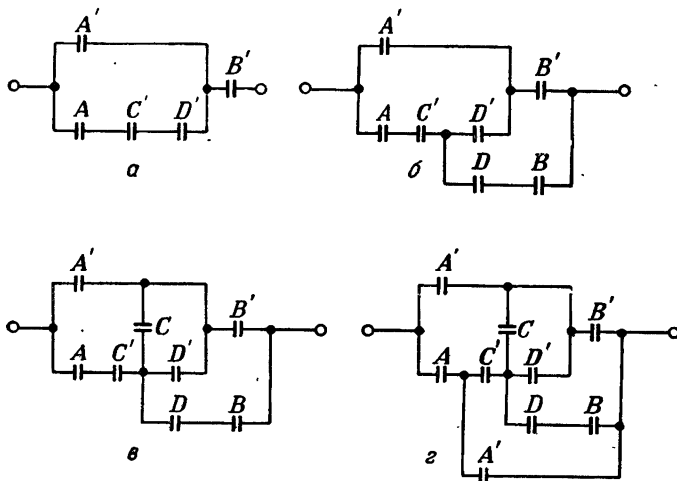


Рис. 8.29. Структура рис. 8.28 получается за меньшее число шагов, если производить накопление цепей в другом порядке.

зировать полученную структуру за меньшее число шагов. На рис. 8.29, *а* сначала производится объединение цепей для членов  $A'B'$  и  $(A)B'C'D'$ . На рис. 8.29, *б* добавляется цепь, соответствующая члену  $ABC'D$ . Далее добавляется член  $A'(B)CD$  (рис. 8.29, *в*) и затем член  $A'C'D'$  (рис. 8.29, *г*). Легко убедиться, что структура, представленная на последнем рисунке, идентична структуре рис. 8.28, *е*.

Из предыдущего примера видно, что рассматриваемый метод требует определенного искусства при осуществлении схемных преобразований и скорее большего умения в использовании избыточных членов, чем в их исключении. В примере 8.12 мы изучали лишь наличные избыточные буквы. В примере 8.13 будет показано, что могут быть найдены полезные избыточные члены.

В дальнейшем в этом параграфе рассматривается метод накопления цепей, предложенный Мак-Класки. Он разработал методику, которая в пределах каждого шага является систематической или по крайней мере может быть сделана таковой. Следовательно, последовательность преобразований не обязательно должна зависеть от искусства проектировщика. Однако обычно опыт проектировщика облегчает преобразования.

Мак-Класки не принимает заранее какой-либо допущенной формы. Он начинает построение с функции проводимости, записанной в форме минимальной суммы. Члены этой суммы обозначаются через  $M_i$ , а функция — через  $\Sigma M_i$ . Известно, что при образо-

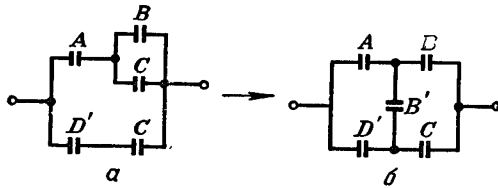


Рис. 8.30. Повторяющийся контакт в структуре *а* заменяется несущественным контактом в структуре *б*.

вании  $\Sigma M_i$  все избыточные буквы исключаются. Отсюда любая буква в  $\Sigma M_i$  должна входить в виде символа контакта в любую структуру, представляющую  $\Sigma M_i$ . Поэтому мы будем называть все буквы в  $\Sigma M_i$  *существенными буквами*. Все другие буквы являются несущественными.

Структура, в которой каждая существенная буква входит как символ одного и только одного контакта и не входят никакие другие буквы, есть оптимальная структура. Обычно мы не умеем создавать оптимальные структуры. Избыточные контакты представляют либо повторение существенной буквы, либо вхождение несущественных букв. Например, функция  $T = D'C + A(B + C)$  может быть реализована в виде структур, представленных на рис. 8.30. Если она реализуется структурой рис. 8.30, *а*, то возникает необходимость использования повторного контакта для переменной *C*. Если попытаться избежать повторения контакта *C*, то необходимо ввести несущественный контакт *B'*, как это сделано в структуре рис. 8.30, *б*.

Первый шаг при синтезе структуры методом накопления цепей заключается в построении структуры, реализующей проводимость, определяемую суммой каких-либо двух членов  $\Sigma M_i$ . Такая структура всегда может быть реализована без повторения контактов

или без добавления несущественных контактов. Это справедливо потому, что все буквы, общие для этих двух членов, могут быть вынесены за скобки, а после этого оставшиеся переменные не будут повторяться. Заранее нельзя сказать определенно, какие два члена минимальной суммы лучше всего использовать в качестве первоначальных. В какой-то степени можно руководствоваться тем соображением, чтобы в этих членах содержались такие контакты, которые можно было бы максимально использовать для образования цепей, соответствующих остальным членам.

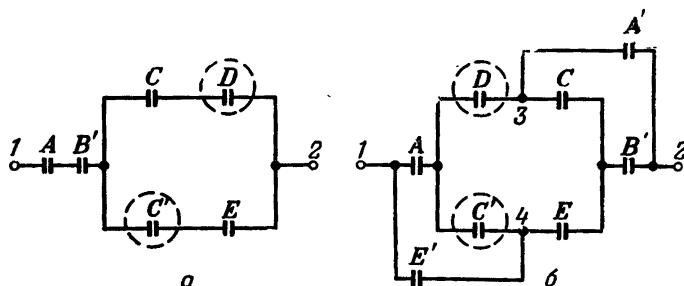


Рис. 8.31. Структура, преобразованная таким образом, чтобы образовать необходимую контактную цепь.

Следующий шаг сводится к построению всех остальных необходимых цепей между какими-либо парами узлов уже построенной частичной структуры. Это иллюстрируется рис. 8.31, на котором изображены последовательные преобразования для синтеза структуры, реализующей функцию  $T = AB'(CD + C'E) + A'C'DE'$ . На рис. 8.31,а приведена реализация двух членов минимальной суммы, выраженных в скобочной форме. В этой структуре отмечены кружками контакты  $C'$  и  $D$ , которые могут быть использованы для образования цепи, соответствующей члену  $A'C'DE'$ . Возможно, что при этом понадобится преобразовать уже построенную структуру. Однако существенно, что это преобразование диктуется необходимостью построения дополнительной контактной цепи. На рис. 8.31,б требуемая контактная цепь, реализующая последний член синтезируемой функции, получается посредством перемещения контактов  $C$  и  $D$  и добавления показанных на рисунке контактов  $A'$  и  $E'$ . Можно убедиться, что эта структура не содержит никаких цепей, кроме тех, которые соответствуют заданной функции.

Существуют два способа добавления цепей с использованием контактов в уже построенной структуре (рис. 8.32). В каждой из представленных на этом рисунке структур предполагается наличие необходимых контактов между узлами 3 и 4. В структуре рис. 8.32,а недостающие контакты добавляются между узлами 1

и 3 и между узлами 2 и 4. Это представлено соответственно проводимостями  $G_{13}$  и  $G_{24}$ . Проводимости  $G_{13}$ ,  $T_{34}$  и  $G_{24}$ , «включенные» последовательно, должны образовать добавляемый член минимальной суммы. При этом нужно удостовериться в том, что проводимости  $G_{13}$  и  $T_{34}$  или проводимости  $G_{24}$  и  $T_{14}$ , соединенные попарно последовательно одна с другой, не вводят ложных членов в заданную функцию между узлами 1 и 2.

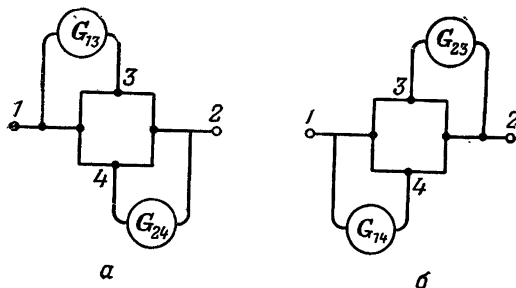


Рис. 8.32. Два способа добавления цепей.

Эти требования были резюмированы Мак-Класки следующим образом:

$$(8.1) \quad G_{13} G_{24} T_{34} = M_i(aT), \quad G_{14} G_{23} T_{34} = M_i(aT),$$

$$(8.2) \quad G_{13} T_{23} = 0(aT), \quad G_{14} T_{24} = 0(aT),$$

$$(8.3) \quad G_{24} T_{14} = 0(aT), \quad G_{23} T_{13} = 0(aT).$$

Символ  $(aT)$  означает «прибавить  $T$ ». В выражении (8.1) он означает, что произведение двух членов  $G$  и  $T_{34}$  должно содержать член  $M_i$  минимальной суммы, но оно может также содержать и любой допустимый член, входящий в заданную функцию. Меры предосторожности против появления ложных цепей, представленные уравнениями (8.2), (8.3), означают, что если указанные произведения не равны 0, то тогда они должны представлять собой какие-либо члены реализуемой функции.

В структуре рис. 8.31,б до присоединения дополнительных контактов мы имели:

$$T_{34} = C'D + CE, \quad T_{24} = B'E, \quad T_{13} = AD.$$

Добавляемые контакты представляют собой  $G_{14} = E'$  и  $G_{23} = A'$ . Если эти значения подставить в систему уравнений (8.1), (8.2) и (8.3), то найдем

$$G_{14} G_{23} T_{34} = E'A'(C'D + CE) = A'C'DE' = M_i,$$

$$G_{14} T_{24} = E' \cdot B'E = 0,$$

$$G_{23} T_{13} = A' \cdot AD = 0.$$

Прежде чем решить, к каким узлам следует присоединить дополнительные контакты, целесообразно определить, какими они должны быть. Для этого мы будем пользоваться термином «GG-произведение». Важность правильного выбора ( $aT$ ) поясняется в следующем примере.

**Пример 8.13.**

Функция  $\Sigma(1, 3, 7, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23)$  приводится к минимальной сумме

$$T = B'C'E + AB'C + A'CDE.$$

Заметим, что первые два члена содержат соответственно буквы  $E$  и  $C$ , которые входят в третий член. Построим контактную цепь,

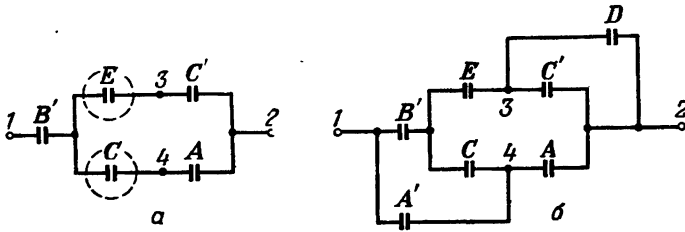


Рис. 8.33. Дополнительная цепь образует ложный путь, который, однако, является допустимым.

изображенную на рис. 8.33,а, и для реализации третьего члена добавим цепь, как показано на рис. 8.33,б.

В этом случае мы будем иметь

$$G_{14} G_{23} T_{34} = A'D (EC + AC') = A'CDE = M_p,$$

$$G_{14} T_{24} = A' \cdot A = 0,$$

$$G_{23} T_{13} = DB'E.$$

Если член  $B'DE$  записать в двоичной форме, то он будет представлять собой 0—11, а это соответствует десятичным числам 3, 7, 19, 23. Так как все эти члены входят в заданную стандартную сумму, то член  $B'DE$  является импликантом этой функции, хотя и не требуется в ее минимальной сумме. Поэтому соответствующая ложная цепь в структуре может быть допущена. Это одна из причин

того, что в правых частях уравнений (8.1), (8.2) и (8.3) имеется символ  $(aT)$ .

В общем случае для образования дополнительных цепей используются контакты, содержащиеся внутри структуры между узлами 3 и 4, как это показано на рис. 8.32. Однако это не является обязательным, что видно из следующего примера.

### Пример 8.14.

Требуется реализовать функцию проводимости

$$T = A'CD' + AB'C + BC'D'.$$

На рис. 8.34 первоначально реализуются члены  $A'CD'$  и  $AB'C$ . Контакт  $D'$ , обведенный кружком, который должен быть использован для создания цепи, соответствующей третьему члену, находится

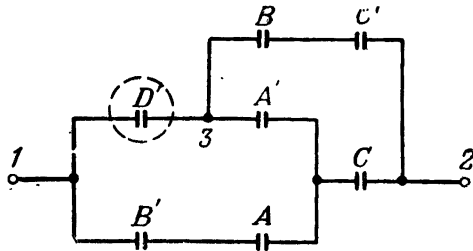


Рис. 8.34. Характер преобразований в том случае, когда контакт, необходимый для образования желаемой цепочки, соединяется с выходным узлом.

дится между узлами 1 и 3. Проводимость между узлами 3 и 1 есть просто  $D'$ , а контактам, дополнительно включенным между узлами 2 и 3, соответствует член  $G_{23}T_{31} = BC'D'$ .

К построенной структуре всегда можно добавить цепь, соответствующую любому другому члену минимальной суммы, но при этом может возникнуть необходимость в дополнительном включении повторяющихся или несущественных контактов.

### Пример 8.15.

Для функции проводимости

$$T = ABDE' + AB'D'E' + A'B'C'DE$$

первоначальная цепь реализует первые два члена (см. рис. 8.35). В соответствии с ее структурой будем иметь

$$T_{34} = BD' + B'D,$$

$$T_{13} = AB, \quad T_{14} = AD',$$

$$T_{23} = DE', \quad T_{24} = B'E'.$$

Для того чтобы прибавить третий член,  $GG$ -произведение должно содержать  $A'C'E$  и либо  $B'$ , либо  $D$  (чтобы исключить член  $BD'$ ,

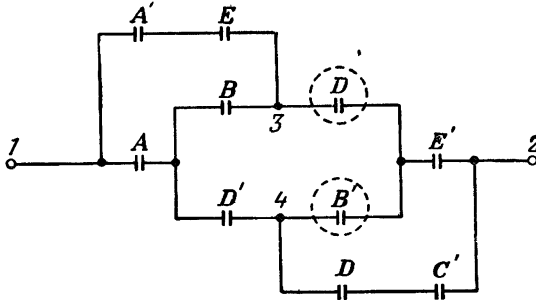


Рис. 8.35. Добавляемая цепь содержит повторный контакт  $D$  для предотвращения ложной цепи.

входящий в  $T_{34}$ ). Можно поместить или  $B'$  в  $G_{23}$ , или  $D$  в  $G_{24}$ . На рис. 8.35 выбран второй вариант. При наличии контакта  $D$  в  $G_{24}$  возникает необходимость в добавлении контакта  $E$  в  $G_{13}$  для того, чтобы произведение  $G_{13}T_{23}$  стало равным 0. Расположение контактов  $A'$  и  $C'$  не является существенным.

Не всегда можно избежать образования ложной цепи путем введения в структуру повторных или несущественных контактов. Однако Мак-Класки доказал, что можно или избежать этой цепи, или же превратить ее в допустимую цепь. Доказательство этого требует исчерпывающего рассмотрения всех возможных положений и здесь не приведено. Пример 8.16 иллюстрирует один из частных случаев, показывающих, каким образом ложная цепь может быть превращена в допустимую.

### Пример 8.16.

Требуется реализовать функцию проводимости

$$T = AC'D'E + AB'C'E + AB'CD + B'CD'E'$$

На рис. 8.36 первоначальная цепь образована для членов  $B'CD'E'$  и  $AB'CD$ . Контакты расположены таким образом, что между узлами 3 и 4 имеется цепь  $AD'$ , которую можно использовать для реализации члена  $AC'D'E$ . Так как при этом  $T_{34} = AD' + DE'$ , то  $GG$ -произведение есть  $C'E$ . Поскольку  $T_{23} = CE'$ , то примем  $G_{13} = C'$ . Если положить  $G_{24} = E$ , то тогда получим произ-

ведение  $G_{24}T_{14} = AB'E$ , что не соответствует функции проводимости. Однако если включить повторный контакт  $C'$ , как показано на рис. 8.36, то это произведение становится равным  $AB'C'E$ ,

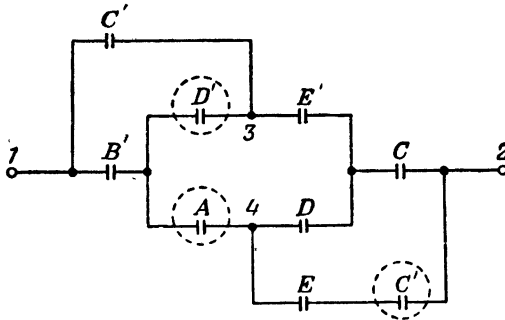


Рис. 8.36. Контакт  $C'$ , обведенный кружком, превращает недопустимую ложную цепь в допустимую.

а это и есть член заданной функции проводимости, который еще остался не реализованным.

При синтезе сложной цепи в конечном итоге можно прийти к положению, которое схематически представлено на рис. 8.37,

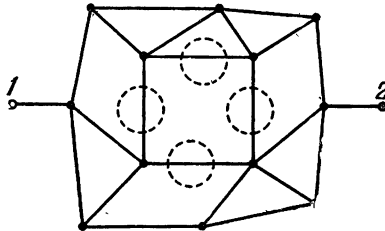


Рис. 8.37. Обобщение задачи накопления цепей.

При осуществлении предыдущих преобразований путем накопления цепей была получена некоторая структура, к которой нужно добавить еще одну цепь. Пусть контакты, подходящие для использования в этой новой цепи, образуют замкнутый контур, как показано на рис. 8.37. Такая ситуация возникла, например, при синтезе структуры рис. 8.28. При преобразовании, представленном на рис. 8.28, в, контур был разомкнут путем изменения местоположения контакта  $A$ . Мак-Класки рассматривает общий случай, соответствующий этой ситуации, с математической стороны.



На рис. 8.38 на одном из частных примеров показана последовательность преобразований, осуществляемых в этом случае Мак-Класки.

В рассмотренных нами случаях междуузловые проводимости типа  $T_{ij}$ , используемые в уравнениях (8.1), (8.2) и (8.3), не определялись. Можно выразить полную проводимость между парой узлов через непосредственные проводимости цепей, включенных между этими узлами. Так, например,

$$T_{34} = t_{34} + t_{13} t_{14} + t_{23} t_{24} + t_{23} t_{12} t_{14} + t_{13} t_{12} t_{24}.$$

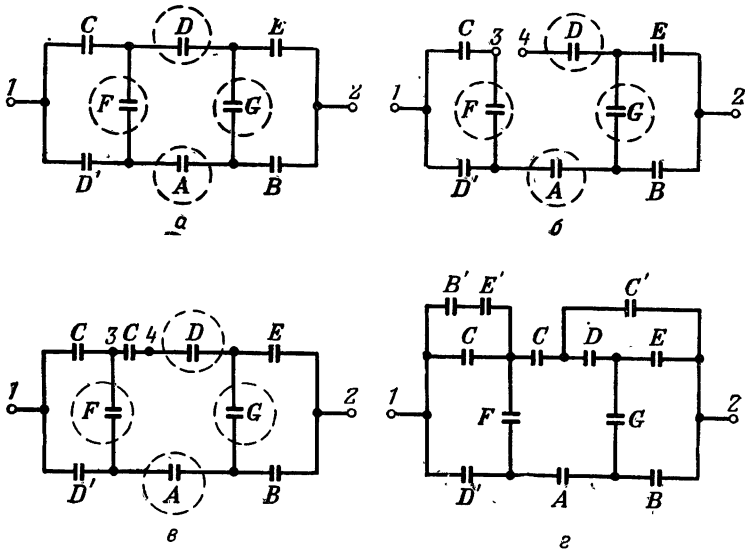


Рис. 8.38. Более сложный пример синтеза структуры методом накопления цепей.

а — к этой структуре следует добавить цепь с проводимостью  $T = AB'C'DE'FG$ .

б — контур разорван так, что цепь, содержащая требуемые контакты, существует между узлами 3 и 4.

в — если контур замкнуть вновь с помощью контакта С, то между узлами 1 и 2 восстанавливается правильная проводимость.

г — окончательный вариант структуры, в которой включена требуемая цепь.

Мак-Класки показывает, что если условия (8.1), (8.2) и (8.3) выполнены, то  $T_{34} = t_{34}$ . Аналогичные утверждения имеют место и для  $T_{13}$ ,  $T_{14}$  и т. д. Поэтому все полные проводимости могут быть заменены в уравнениях (8.1), (8.2) и (8.3) непосредственными проводимостями цепей между узлами  $i$  и  $j$ . В сравнительно простых случаях, с которыми мы имели дело выше, использование этих положений дает небольшой выигрыш, но при синтезе сложных структур это приводит к существенному сокращению преобразований.

### § 8.5. Особые случаи

Существует ряд функций, не относящихся к какой-либо конкретной категории, но принадлежащих к типам, которые лучше всего реализуются непоследовательно-параллельными структурами. К таким функциям следует отнести:

(1) Функции, которые содержат в качестве составных частей в одном или большем числе своих членов некоторые выражения и их инверсии.

(2) Комбинации симметрических функций. Под этим мы подразумеваем, что части данной функции сами по себе являются симметрическими функциями, но не от одних и тех же переменных.

(3) Неполные симметрические функции. Это означает, что такие функции стали бы симметрическими, если бы они были дополнены одним или большим числом отсутствующих членов.

Функции, принадлежащие к любой из этих категорий, хорошо реализуются с помощью непоследовательно-параллельных структур, но последние в ряде случаев могут быть и неоптимальными. В приводимых ниже примерах рассматриваются функции, для которых реализация непоследовательно-параллельной структурой является наиболее благоприятной.

#### Пример 8.17.

Функция проводимости

$$T = A'B'E + A'C'E + A'D'E + ABCD + BCDE'$$

может быть представлена в виде

$$T = A'E(B' + C' + D') + (A + E')BCD.$$

Инверсные соотношения между множителями членов этой функции вполне очевидны. Поскольку отдельные части структуры должны быть разделительными относительно выходных узлов, то последние могут быть соединены так, как показано на рис. 8.39. При этом не может возникнуть никаких ложных цепей. На

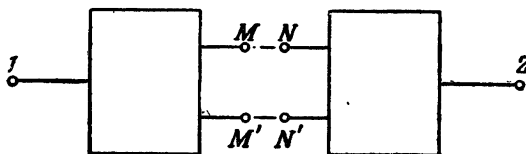


Рис. 8.39. Синтез структур, реализующих функции, члены которых содержат в виде произведений инверсные группы переменных.

рис. 8.40 показана структура для функции примера 8.17, реализованной этим путем. Так как каждая буква, входящая в эту функцию реализована одним и только одним контактом, то эта структура является оптимальной.

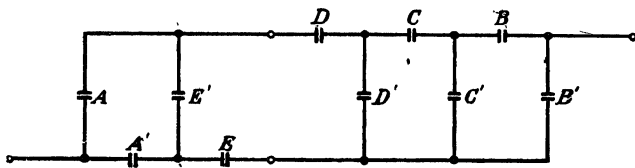


Рис. 8.40. Оптимальная структура, реализующая функцию, заданную в примере 8.17.

**Пример 8.18.**

Комбинацию симметрических функций часто можно распознать. Установление симметричности функции, рассматриваемой в настоящем примере, оказывается выгодным, но это имеет место не всегда.

Функция

$$T = A'B' + A'C + B'C + ABC'$$

представлена матрицей рис. 8.41. По этой матрице можно быстро определить, что она представляет сумму двух симметрических функций, а именно

$$T = S_2(A, B, C) + S_{0,1}(A, B, C')$$

На рис. 8.42, а представлена структура симметрической функции  $S_2(A, B, C)$ , а на рис. 8.42, б — структура функции

	A'B			
C	00	01	11	10
0	1		1	
1	1	1		1

Рис. 8.41. Матрица релейной функции, содержащей две симметрические функции.

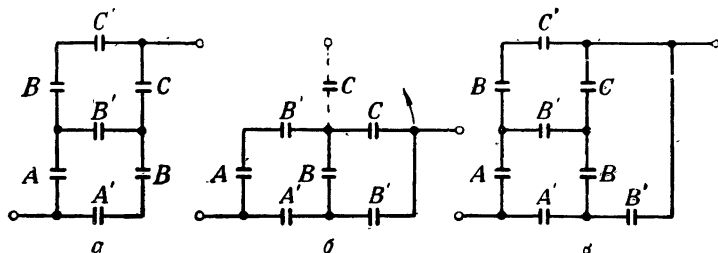


Рис. 8.42. Симметрические структуры а и б объединяются, в результате чего образуется структура в.

$S_{0,1}(A, B, C')$ . Из рис. 8.42, б можно видеть, что если ветвь, содержащую контакт C, переместить в вертикальное положение, то все кон-

такты структуры (б), кроме контакта  $B'$  в нижней цепочке, дублируются контактами структуры (а). Следовательно, обе эти структуры можно совместить, с тем чтобы получить окончательную структуру, приведенную на рис. 8.42,в.

Приведенную выше функцию можно рассматривать в виде

$$T = A'B' + C(AB)' + C'(AB).$$

В этом виде она аналогична функции, рассмотренной в предыдущем примере, если не считать дополнительного члена  $A'B'$ . Реализация этой функции представлена на рис. 8.43. Хотя она

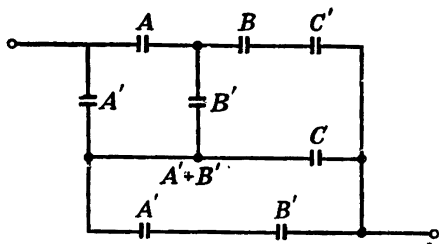


Рис. 8.43. Другая реализация функции, соответствующей матрице рис. 8.41.

	AB			
CD	00	01	11	10
00		1		1
01			1	
11				
10			○	

Рис. 8.44. Матрица неполной симметрической функции.

содержит то же самое число контактов, что и структура рис. 8.42,в, однако последняя, реализованная на основе симметрических функций, использует меньшее число контактных пружин, так как все ее контакты объединяются в переключающие.

### Пример 8.19.

Неполная симметрическая функция представлена матрицей рис. 8.44. Ее можно было бы рассматривать как симметрическую функцию  $S_3(A, B, C', D')$ , если бы клетка с кружком содержала 1. Однако член  $ABCD'$  симметрической функции в ней отсутствует. На рис. 8.45,а представлена структура полной симметрической функции, в которой удален один контакт  $C$ , для того чтобы учесть отсутствующую цепочку. После этого можно объединить контакты  $C'$ , содержащиеся в верхней и нижней цепи. Окончательный вид структуры показан на рис. 8.45, б.

Функция проводимости, представленная матрицей рис. 8.44, есть

$$T = C'(AB'D' + A'BD' + ABD).$$

Интересно реализовать эту функцию, пользуясь методом накопления цепей, описанным в предыдущем параграфе. Получающаяся

при этом структура изображена на рис. 8.46. Эта структура и структура рис. 8.45,б содержат одинаковое число контактов. Однако в структуре рис. 8.45, основанной на представлении функции в виде симметрической, все инверсные буквы реализуются переключая-

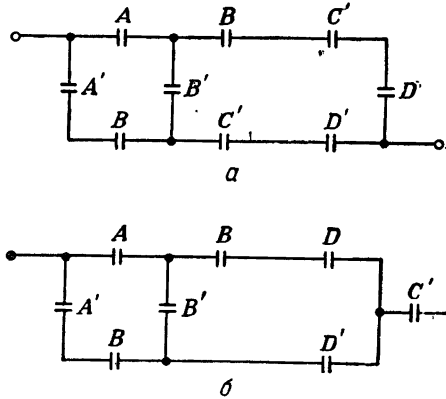


Рис. 8.45. Неполная симметрическая структура и ее упрощение.

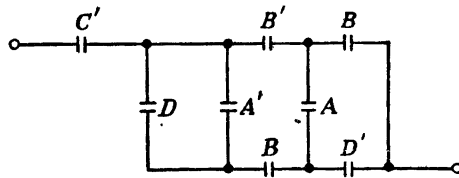


Рис. 8.46. Неполная симметрическая структура, построенная с помощью метода накопления цепей.

щими контактами. Поэтому в ней используется 13 контактных пружин вместо 15, используемых в структуре рис. 8.46. В последней имеется лишь один переключаящий контакт.

## ЗАДАЧИ

8.1. Преобразуйте данную контактную структуру (рис. 8.47) в минимальную, построив новую структуру (достаточно 10 пружин).

8.2. Реализация заданной функции методом разделительного дерева приводит к структуре, представленной на рис. 8.48. Найдите структуру для той же функции, которая получается в результате разложения ее по переменным  $x$  и  $y$ .

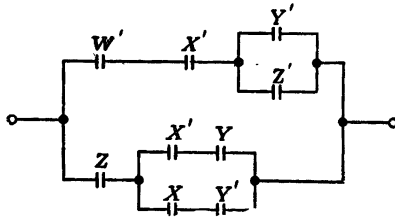


Рис. 8.47. Задача 8.1:

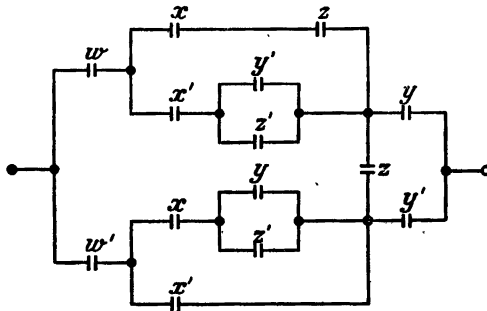


Рис. 8.48. Задача 8.2.

8.3. Для данной контактной структуры (рис. 8.49):

1. Напишите функцию проводимости в минимальной скобочной форме. Если существует несколько минимальных форм, напишите все выражения для них.
2. Постройте более простую контактную структуру, соответствующую той же функции проводимости, что и исходная.

8.4. Постройте минимальную контактную структуру с проводимостью, описываемой матрицей, приведенной на рис. 8.50. (Схема может быть построена

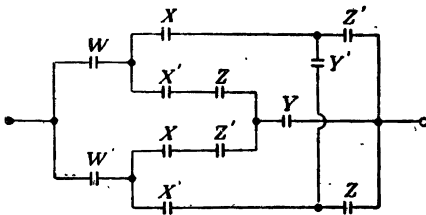


Рис. 8.49. Задача 8.3.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00				1
	01		1		
	11	1			1
	10		1		

Рис. 8.50. Задача 8.4.

с 10 контактами и 16 пружинами. В другом варианте используется 9 контактов и 17 пружин.)

8.5. Постройте минимальные контактные структуры для следующих функций проводимости.

- |                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. $T = \Sigma(0, 3, 5, 14)$                                         | 10 к/15 п |
| 2. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 14)$                                      | 8 к/13 п  |
| 3. $T = \Sigma(0, 2, 7, 8, 10, 12, 13, 15)$                          | 7 к/11 п  |
| 4. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 6, 11, 13)$                               | 9 к/15 п  |
| 5. $T = \Sigma(0, 2, 8, 13, 14, 15)$                                 | 8 к/12 п  |
| 6. $T = \Sigma(0, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15)$             | 8 к/12 п  |
| 7. $T = \Sigma(4, 5, 20, 21, 23, 25, 29, 31)$                        | 6 к/11 п  |
| 8. $T = \Sigma(0, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 13, 16, 17, 20, 22, 24, 25, 27)$ | 14 к/24 п |
| 9. $T = \Sigma(0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 41, 57)$     | 14 к/25 п |

Указанное число контактов и пружин является достаточным, но не обязательно минимальным («к» — контакт, «п» — пружина).

8.6. Постройте структуру, реализующую функцию проводимости

$$T = \Pi(1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28).$$

Существует непоследовательно-параллельная структура с 9 контактами и 12 пружинами.

8.7. Постройте методом накопления цепей структуру, реализующую функцию проводимости

$$T = ABC + ABDE + ACE' + B'CDE' + A'B'C'$$

(достаточно 9 контактов, 17 пружин).

8.8. Три независимых релейных устройства содержат каждое по два реле и построенные из контактов этих реле цепи. Функции проводимости этих устройств следующие:

$$T_1 = A' + B, \quad T_2 = PQ', \quad T_3 = YZ + Y'Z'.$$

Эти устройства соединены друг с другом таким образом, что выход  $T_1$  релейного устройства № 1 является входом  $Y$  релейного устройства № 3, а выход  $T_2$  релейного устройства № 2 является входом  $Z$  релейного устройства № 3.

1. Выразите функцию проводимости  $T_3$  через переменные  $A, B, P, Q$ .
2. Выразите эту функцию в форме стандартной суммы и стандартного произведения.
3. Составьте матрицу, представляющую стандартную сумму.
4. Постройте новую контактную структуру с такой же проводимостью, но использующую только реле  $A, B, P$  и  $Q$  (достаточно 4 переключающих контактов).

8.9. Постройте заново или преобразуйте без использования вентильных элементов показанную на рис. 8.51 структуру таким образом, чтобы  $X$  и  $Y$  сохраняли свою первоначальную функциональную зависимость от  $a, b, c, d, e$  и  $f$  и чтобы полученная структура содержала минимальное число пружин.

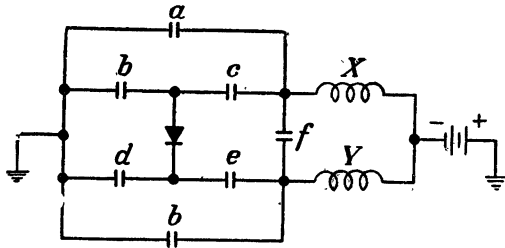


Рис. 8.51. Задача 8.9.

8.10. Постройте контактную структуру, соответствующую следующей функции проводимости:

$$T = CD(A'B' + AB) + A'B'C + ABC' + B'DXY + B'C'XY.$$

(Один вариант структуры требует 9 контактов и 18 пружин, другой — 10 контактов и 17 пружин.)

8.11. Постройте минимальную контактную структуру методом раздельного дерева для следующих функций проводимости:

$$1. T = \sum(0, 5, 10, 12, 15); \quad 2. T = \sum(1, 6, 8, 13).$$

8.12. Решите задачу 8.11, пользуясь методом поглощения.

8.13. Решите задачу 8.11, используя булевы матрицы.

8.14. Решите задачу 8.11, пользуясь методом накопления цепей.

8.15. Постройте многополюсную контактную структуру, реализующую функции проводимости

$$T_1 = W + X + Y + Z; \quad T_2 = W' + X + Y'Z'$$

(достаточно 7 контактов, 11 пружин).



## Применение в одноктактных релейных устройствах электронных элементов и элементов, использующих явления в твердом теле

Теория релейных цепей была вначале развита как средство выражения в математической форме условий работы релейных устройств, содержащих контакты, и как средство синтеза их. Позже было обнаружено, что и релейные элементы других типов имеют свойства, подобные свойствам контактов, так как характер работы их может быть описан с помощью двоичных чисел. Среди них широкое применение в релейных устройствах нашли вакуумные и газонаполненные лампы, вентили, транзисторы и магнитные сердечники. Большинство из этих элементов способно выполнять релейные функции со значительно более высокими скоростями, чем контактные реле, а некоторые из них являются и более надежными и долговечными.

Хотя определенные характеристики этих элементов могут быть описаны как двоичные, применение их в релейных устройствах не сводится к простой замене ими контактов реле. Для осуществления синтеза структуры релейных устройств, использующих эти новые элементы, необходимо соответствующим образом приспособить и алгебраический аппарат, их описывающий.

Многие из наиболее современных бесконтактных элементов приобрели особенно важное значение для построения многотактных релейных устройств. В этой главе мы будем изучать эти элементы с точки зрения применения их в одноктактных устройствах, что подготовит нас к использованию их в дальнейшем и в многотактных устройствах.

В конце главы приведен список литературы, который не является полным, но включает ряд статей, относящихся к данной теме и содержащих дополнительные ссылки. Работу над этой главой следует рассматривать как подготовку к более обстоятельному чтению специальной литературы.

### § 9.1. Логические звенья, применяемые при синтезе структур релейных устройств

В противоположность контактными релейным устройствам, в структуре которых можно легко проследить пути прохождения

тока, в большинстве релейных устройств, рассматриваемых в этой главе, используется принцип управления с помощью уровней электрического потенциала. Общая принципиальная схема одноконтурного релейного устройства, приведенная на рис. 9.1, указывает на то, что здесь не рассматриваются «пути», существующие между входами и выходами устройства. Как уже указывалось, это не было полностью правильным даже для релейно-контактных устройств. Входные и выходные переменные выражаются здесь электрическими потенциалами относительно некоторого уровня.

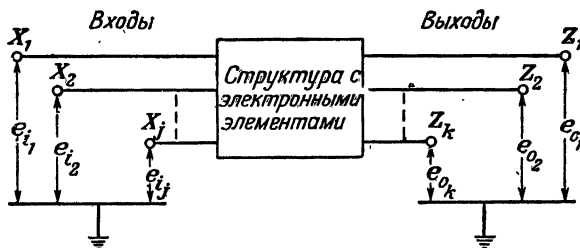


Рис. 9.1. Схема релейного устройства, в котором релейная функция и ее переменные представлены напряжениями на входах и на выходах.

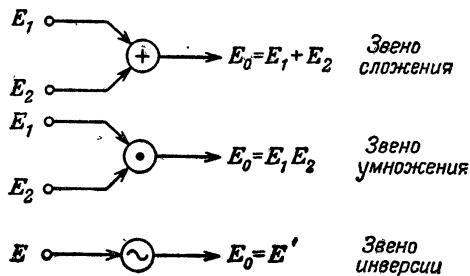


Рис. 9.2. Символическое изображение логических звеньев, выполняющих основные операции булевой алгебры.

Рассмотрим вначале задачу синтеза структур релейных устройств, использующих так называемые *логические звенья* или просто *звенья*, как мы их будем далее называть<sup>1</sup>. Логическое звено —

<sup>1</sup> В оригинале применен термин «gate», что в буквальном переводе означает «ворота», «вход», «выход». По существу, речь здесь идет о некоторых сочетаниях релейных элементов, реализующих логические связи «И», «ИЛИ» и «НЕ», с помощью которых можно построить любую параллельно-последовательную структуру релейного устройства. В соответствии с вошедшими в употребление терминами автоматического управления в дальнейшем мы будем называть такие сочетания релейных элементов логическими звеньями. — *Прим. ред.*

это некоторое элементарное релейное устройство, управляемое одной или многими входными переменными и вырабатывающее выходную переменную, являющуюся предписанной элементарной логической функцией входной переменной (или входных переменных). Представляется удобным рассмотреть три типа звеньев, соответствующих элементарным операциям булевой алгебры, а именно сложению, умножению и инверсии. Символические представления этих звеньев показаны на рис. 9.2, где они обозначены как звено логического сложения, звено логического умножения и звено логической инверсии. Эти звенья в литературе по теории релейных цепей обычно называются логическими звеньями «или», «и» и «не».

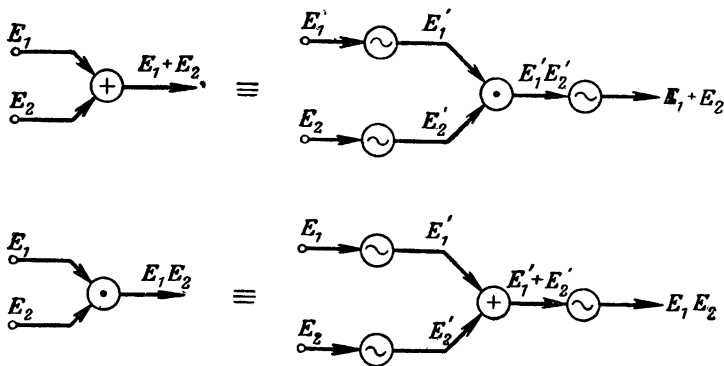


Рис. 9.3. Для реализации структур релейных устройств нужны только два из трех типов звеньев, показанных на рис. 9.2.

Выше уже было показано, что при заданном наборе булевых переменных любая релейная функция от этих переменных может быть записана с помощью операций сложения, умножения и инверсии. Поэтому если имеются набор булевых переменных, представленных напряжениями, и элементарные звенья, которые могут выполнять над этими напряжениями операции, соответствующие логическому сложению, умножению и инверсии, то можно реализовать любую релейную функцию этих переменных. В действительности, как это показано на рис. 9.3, можно реализовать любую релейную функцию, если имеется только звено логической инверсии и одно из звеньев логического сложения или умножения, так как любое из последних может быть образовано одно из другого путем включения на всех входах и выходе звена инверсии.

### Пример 9.1.

Из элементов, приведенных на рис. 9.2, синтезировать структуру релейного устройства, которая реализует релейную функцию проводимости

$$T = A(BC + D) + A'D'(B' + C')$$

Определить, сколько дополнительных звеньев инверсии потребуется для реализации функции, если:

- использовать только звенья умножения и инверсии,
- использовать только звенья сложения и инверсии.

Заметим, что указанная релейная функция содержит член  $(BC+D)$  и его инверсию  $D'(B' + C')$ . Поэтому ее можно представить в виде

$$T = AQ + A'Q' = (A + Q')(A' + Q),$$

где  $Q = BC + D$ . На рис. 9.4, а заданная функция реализуется в виде  $AQ + A'Q'$ , а на рис. 9.4, б — в виде  $(A + Q')(A' + Q)$ .

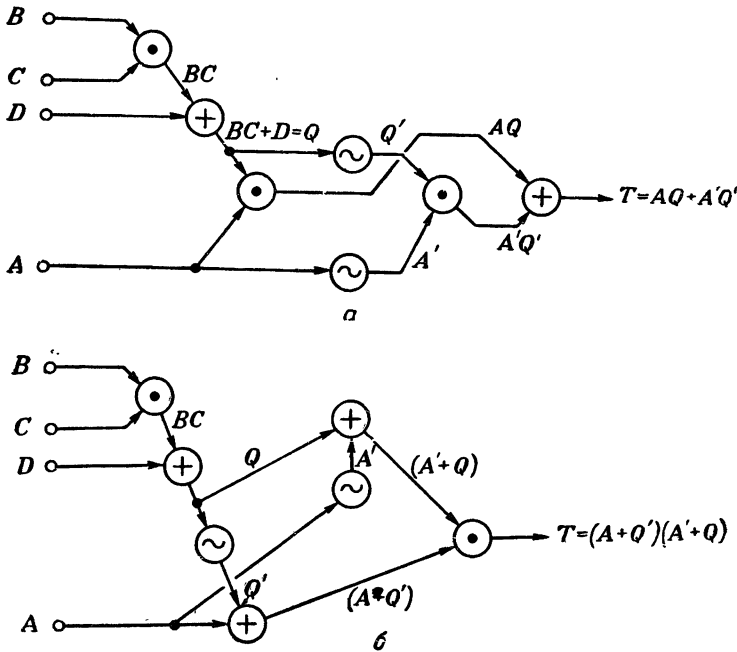


Рис. 9.4. Два варианта реализации релейной функции примера 9.1 с использованием основных логических звеньев.

В обоих случаях требуются два звена инверсии и пять звеньев сложения и умножения. Как видно из этих структур, напряжение, представляющее некоторую заданную переменную, может быть использовано в качестве входного более чем для одного элемента. В структурах рис. 9.4 подобным образом используется напряжение, представляющее  $BC + D$ , и напряжение, представляющее переменную  $A$ .

Последняя в обеих структурах используется как входная для звеньев инверсии, образующих  $A'$ . В структурах рис. 9.4 переменная  $A'$  используется только в одной цепи, что, однако, требует применения соответствующего звена инверсии. Чаще такая цепь является частью более сложной структуры, в которой могут потребоваться инверсии ряда входных переменных. Поэтому обычно считается, что на входах релейного устройства уже имеются все входные переменные и их инверсии. Общее число звеньев в каждой из структур рис. 9.4 можно поэтому принять равным шести.

При определении числа дополнительных звеньев инверсии, которые требуются в случае применения только звеньев умножения или только звеньев сложения, будем учитывать также и звено инверсии, образующее в структурах рис. 9.4 переменную  $A'$ .

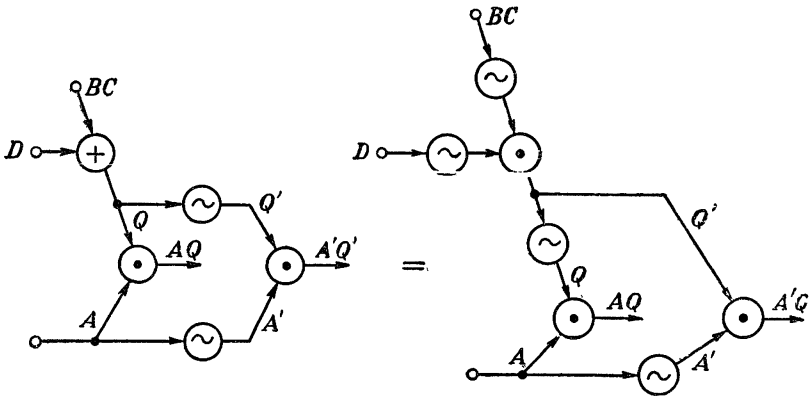


Рис. 9.5. Замена звена сложения звеном умножения.

а) Если при построении структуры нужно использовать только звенья умножения и инверсии, то в структуре рис. 9.4, а нужно устранить два элемента сложения. Это потребует в общей сложности шесть дополнительных звеньев инверсии. Однако, как видно из рис. 9.5, при преобразовании звена сложения, образующего член  $(D + BC)$ , на выходе его потребуется звено инверсии для образования члена  $Q$ . Звено инверсии, которое раньше требовалось для образования  $Q'$ , поэтому больше не будет нужным, так как инверсирование переменных  $BC$  и  $D$  исключает необходимость во второй операции инверсии. Таким образом, для устранения звеньев сложения в структуре рис. 9.4, а потребуется всего пять дополнительных звеньев инверсии.

В структуре рис. 9.4, б имеется три звена сложения, которые при преобразовании их в звенья умножения потребуют в общем случае девять дополнительных звеньев инверсии. Они показаны на рис. 9.6, а, где пунктирными линиями обведены комбинации звеньев умноже-

ния и инверсии, которые заменяют соответствующие звенья сложения. Однако, как видно из рис. 9.6, б, пять звеньев инверсии могут быть исключены, и поэтому указанное преобразование потребует всего четыре дополнительных звена инверсии.

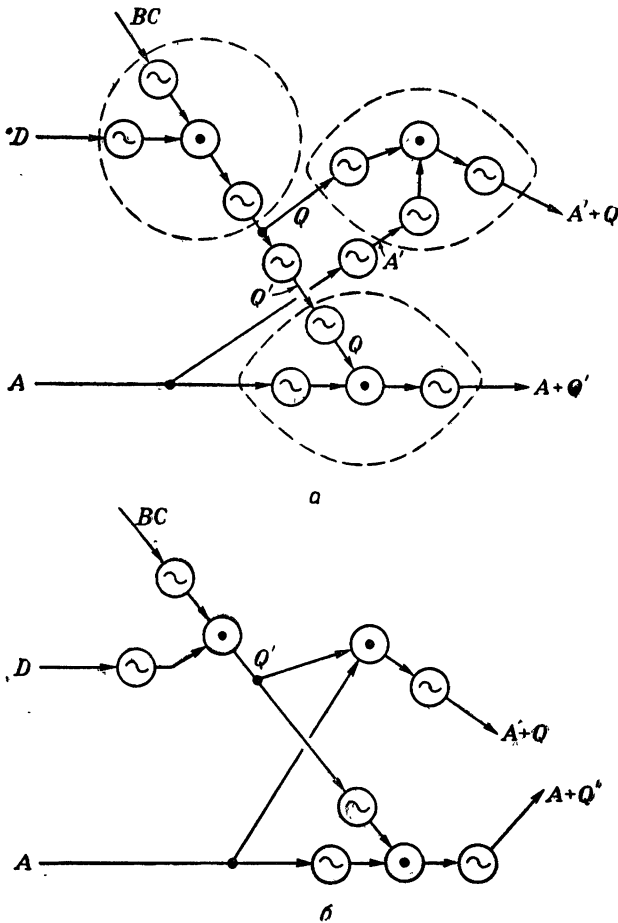


Рис. 9.6. Комбинирование логических звеньев инверсии для уменьшения их общего числа.

б) В качестве упражнения читателю предлагается проверить, что при реализации функции с использованием только звеньев сложения и инверсии схема рис. 9.4, а потребует семь дополнительных звеньев инверсии, а схема рис. 9.4, б — шесть дополнительных звеньев инверсии.

Принцип построения структур релейных устройств из логических звеньев, в том виде как он был здесь изложен, можно грубо сравнить с принципом построения параллельно-последовательных контактных структур. В обоих случаях структура релейного устройства синтезируется исключительно на основе операций сложения, умножения и инверсий. Однако контакты реле могут проводить ток в любом направлении, и это дает возможность синтезировать непараллельно-последовательные схемы. Действие логического звена необратимо, и синтез непараллельно-последовательных схем из логических звеньев невозможен. С другой стороны, напряжение, представляющее некоторую заданную переменную или функцию от нескольких переменных, может быть использовано в качестве входного более чем для одного элемента. При этом необходимо, конечно, учитывать, что мощность источника напряжения должна быть достаточной для всех нагрузок, приложенных к нему. Подача одного напряжения на многие входы не создает здесь опасности образования ложных цепей, что имеет место при синтезе контактных структур.

Ограничение в величине нагрузки, которая может быть приложена к выходу данного звена, является существенным и должно приниматься во внимание при технической реализации структуры релейных устройств из логических бесконтактных звеньев. Можно легко получить разнообразные структуры, используя только логические звенья. Однако нужно помнить, что при помощи одних логических звеньев нельзя преодолеть технические ограничения, свойственные реальным релейным устройствам.

## § 9.2. Анализ структур, составленных из логических звеньев

Ограничимся в этой главе рассмотрением релейных устройств, в которых переменные представлены *уровнями* напряжения или тока, а не импульсами. В качестве входных переменных будем рассматривать только напряжения. Рассмотрим, какую величину напряжения следует принять за 1 и какую за 0. С логической точки зрения для этого могут быть выбраны любые две различные величины. Однако с точки зрения удобства технической реализации эти величины должны различаться в такой степени, чтобы их действие не вносило неопределенности. Например, если в качестве входов используются сетки ламп, то один из уровней входного потенциала обычно выбирается таким, чтобы лампа была в режиме насыщения анодного тока, а другой таким, чтобы лампа была в режиме отсечки.

При решении вопроса о том, какой из этих уровней должен представлять 1 и какой 0, обычно уславливаются, что более положительный уровень принимают за 1. Заметим, что это не означает того, что 1 должна быть представлена напряжением положительной полярности. Это напряжение должно быть только более положительным,

чем напряжение, представляющее 0. Таким образом, может случиться, что напряжение 0 *в* представляет 1, а напряжение, например, —20 *в* представляет 0. Мы будем говорить, что 1 представляется *высоким уровнем* напряжения, или *высоким потенциалом*, а 0 — *низким уровнем*, или *низким потенциалом*.

Анализ структуры релейных устройств с электронными элементами, представленными в символах основных логических звеньев, вообще говоря, не представляет каких-либо затруднений.

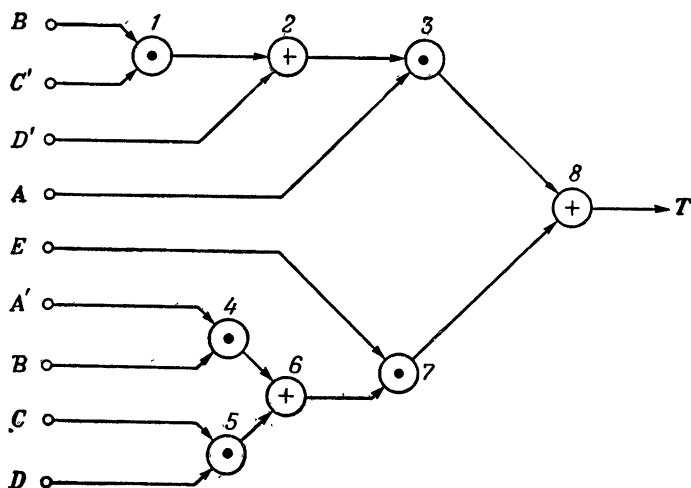


Рис. 9.7. Логическая схема, подлежащая анализу.

Рассмотрим, например, структуру, показанную на рис. 9.7, в которой заданы входные переменные и указаны типы элементарных звеньев. Выходом звена 1 является  $BC'$ . Звено 2 складывает это выражение с  $D'$ , а звено 3 умножает  $D' + BC'$  на  $A$ , образуя  $A(D' + BC')$  в качестве входа для звена 8. Звено 4 формирует произведение  $A'B$ , а звено 5 — произведение  $CD$ . Звено 6 складывает два последних выражения, а звено 7 умножает полученную сумму на  $E$ , вырабатывая выражение  $E(A'B + CD)$  в качестве второй входной переменной звена 8. В конечном результате получаем релейную функцию

$$T = A(D' + BC') + E(A'B + CD).$$

Если записать это выражение как релейную функцию проводимости релейно-контактного устройства, то легко обнаружить в членах  $ABC'$ ,  $AD'$ ,  $A'BE$  и  $CDE$  отдельные цепи этого устройства. В устройствах, реализованных с помощью логических звеньев, эти



члены представляют зависимость между высокими потенциалами на входах и высоким потенциалом на выходе. Так, например, переходя по схеме рис. 9.7 с выхода на входы, мы видим, что на выходе имеет место высокий потенциал, если по крайней мере на одном из входов звена 8 имеется также высокий потенциал. Если мы будем двигаться по верхней ветви, то увидим, что оба входа звена 3 должны иметь высокий потенциал и, следовательно, напряжение входа  $A$  также должно быть высоким. Выход звена 2 должен иметь также высокий потенциал, а это требует высокого потенциала по крайней мере на одном из его входов. Это требование будет удовлетворено при высоком потенциале на входе  $D'$ . Член  $AD'$  поэтому является одной из комбинаций входных переменных, которая дает высокий потенциал на выходе, если оба входящие в этот член напряжения являются высокими независимо от значения других переменных. Другой вход звена 2 имеет высокий потенциал, если являются высокими оба напряжения  $B$  и  $C'$ . Отсюда  $ABC'$  является другой комбинацией входных переменных, которая может вызвать высокий потенциал на выходе независимо от состояний остальных переменных. Такой же анализ, проведенный для нижней ветви, дает члены  $A'BE$  и  $CDE$ , обладающие такими же свойствами.

Аналогия с наборами цепей и сечений, которые были введены при рассмотрении релейно-контактных структур, будет полной, если мы найдем также минимальные наборы входных переменных, которые, имея низкие потенциалы, дают низкий потенциал на выходе независимо от состояний остальных переменных. Для структур, в которых переменные представлены напряжениями, Хаффман<sup>1</sup> предложил называть наборы переменных, соответствующие наборам контактных цепей, *наборами высокого напряжения*, а наборы переменных, соответствующие наборам сечений, *наборами низкого напряжения*<sup>2</sup>. Для того чтобы в структуре рис. 9.7 найти аналогию наборам сечений, нужно найти такие минимальные наборы входных переменных, которые, имея значения, соответствующие низким потенциалам, давали бы низкие потенциалы на выходе.

Наборы  $ABC'$ ,  $AD'$ ,  $A'BE$  и  $CDE$ , найденные выше, являются наборами высокого напряжения. Для того чтобы найти в структуре рис. 9.7 наборы низкого напряжения, отметим, что низкий потенциал на ее выходе имеет место тогда, когда оба входа звена 8 имеют низкий потенциал. Эти входы являются выходами звеньев 3 и 7. Последние имеют на выходе низкий потенциал, если имеется низкий потенциал по крайней мере на одном из их входов. Отсюда можно легко установить, что функция  $(A + E)$  является набором низкого напряжения, так как  $A$  является входной переменной звена 3,

<sup>1</sup> Huffman D. A., The design and use of hazard-free switching networks, *J. Association for Computing Machinery*, 4 (1957), 47—62.

<sup>2</sup> В оригинале применяют термины «lift set» и «drop set».

а  $E$  — входной переменной звена 7. Если  $E$  имеет высокий потенциал, а  $A$  — низкий, мы можем все-таки получить с помощью звена 7 низкий потенциал на выходе, если сделать низкими оба входные напряжения звена 6. Рассматривая логическое звено 4, мы видим, что поскольку потенциал входа  $A'$  высокий, то потенциал входа  $B$  должен быть низким. На входе звена 5 мы получим низкий потенциал, если по крайней мере одна из переменных  $C$  и  $D$  имеет также низкий потенциал. Таким образом, получим два дополнительных набора низкого напряжения ( $A + B + C$ ) и ( $A + B + D$ ). При помощи аналогичных рассуждений находим, что при высоком потенциале на входе  $A$  наборами низкого напряжения будут являться также наборы ( $B + D' + E$ ) и ( $C' + D' + E$ ). Если обе переменные  $A$  и  $E$  имеют высокий потенциал, то на выходе будет низкий потенциал для набора ( $B + C + D'$ ). Таким образом, релейную функцию для структуры рис. 9.7 можно записать с помощью наборов низкого напряжения следующим образом:

$$T = (A + E)(A + B + C)(A + B + D)(B + D' + E) \cdot (C' + D' + E)(B + C + D').$$

Интересно отметить, что ни один из найденных выше наборов низкого напряжения не включает переменную  $A'$ . [Точнее, набор ( $A' + B + C + D'$ ) содержится в наборе ( $B + C + D'$ ).] Структура, показанная на рис. 9.7, реализует не минимальную сумму. Если перемножить члены, соответствующие наборам низкого напряжения, то полученные наборы высокого напряжения не будут в точности теми, что были найдены путем непосредственного анализа структуры рис. 9.7.

### Пример 9.2.

Определить наборы высокого и низкого напряжения для структуры, изображенной на рис. 9.8.

*Наборы высокого напряжения.* Для звена 7 потенциалы обоих входов должны быть высокими. Потенциал на выходе звена 5 будет высоким, если потенциал по крайней мере одного из его входов высокий, а потенциал на выходе звена 6 будет высоким, если по крайней мере на одном из трех его входов имеется также высокий потенциал. (Заметим, что звено 6 является здесь первым примером логических звеньев с более чем двумя входами.) Потенциал на выходе звена 3 будет высоким, если потенциал входа  $W$  высокий или если потенциалы обоих входов  $Y$  и  $Z$  высокие. Потенциал на выходе звена 2 будет высоким, если потенциалы входов  $W$  и  $Y$  высокие. Отметим также, что когда потенциал на выходе звена 3 высокий, то потенциал соответствующего входа звена 6 будет низким ввиду наличия звена инверсии 4.

Если потенциал входа  $W$  высокий, то потенциал на выходе звена 3 также будет высоким, и, следовательно, потенциал на выходе звена 5 высокий. Если потенциал входа  $Y$  также высокий, то потенциал на выходе звена 2 будет высоким, и, следовательно, потенциал на выходе звена 6 будет также высоким. Таким образом, одним из

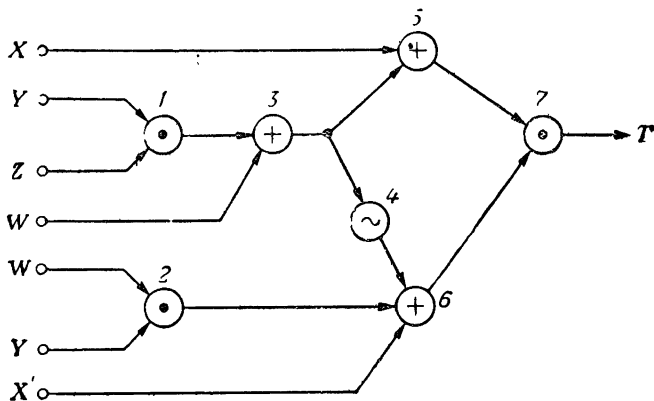


Рис. 9.8. Логическая схема релейного устройства, анализируемая в примере 9.2.

наборов высокого напряжения является  $WY$ . Потенциал на выходе звена 6 будет высоким, если потенциал входа  $X'$  высокий, значит  $WX'$  является также набором высокого напряжения.

Если потенциалы входов  $Y$  и  $Z$  высокие, то потенциалы на выходах звеньев 3 и 5 также высокие. Если одновременно потенциал входа  $X'$  также высокий, то потенциал на выходе звена 6 будет высоким. Отсюда  $X'YZ$  является одним из наборов высокого напряжения.

Если потенциал входа  $X$  высокий, то потенциал на выходе звена 5 будет высоким, но при этом потенциал на входе  $X'$ , поданный на вход звена 6, будет низким. Если потенциалы на входах  $W$  и  $Y$  также высокие, то потенциал на выходе звена 2 будет высоким и потенциал на выходе звена 6 также высокий. Однако набор  $WXY$  не является минимальным набором высокого напряжения, так как существует набор высокого напряжения  $WY$ . Поэтому единственный набор высокого напряжения, содержащий  $X$ , должен быть связан с низким потенциалом на выходе звена 3, который путем инверсии с помощью звена 4 дает высокий потенциал на выходе звена 6. Потенциал на выходе звена 3 будет низким, когда потенциал на входе  $W'$  высокий и по крайней мере один из потенциалов на входах  $Y'$  и  $Z'$  высокий. Отсюда получаем два дополнительных набора высокого напряжения  $W'XY'$  и  $W'XZ'$ .

*Наборы низкого напряжения.* Для определения наборов низкого напряжения заметим, что по крайней мере один из потенциалов на входах звена 7 должен быть низким. Поэтому достаточно найти минимальные наборы, дающие низкий потенциал на выходе какого-нибудь из звеньев 5 или 6.

Для того чтобы потенциал на выходе звена 5 был низким, нужно, чтобы были низкими потенциалы на входах  $X$  и  $W$  и по крайней мере на одном из входов  $Y$  или  $Z$ . Отсюда получаем два набора низкого напряжения ( $W + X + Y$ ) и ( $W + X + Z$ ).

Чтобы был низким потенциал на выходе звена 6, нужно, чтобы потенциалы на всех его трех входах были низкими. Для этого должны быть низкими потенциалы на входе  $X'$  и по крайней мере на одном из входов  $W$  или  $Y$  звена 2, а потенциал на входе звена 4 должен быть высоким. Потенциал на входе звена 4 будет высоким, если потенциал на входе  $W$  также является высоким или потенциалы обеих переменных  $Y$  и  $Z$  одновременно высоки. Некоторые из этих комбинаций несовместимы. Потенциал переменной  $W$  не может быть высоким на входе звена 3 и одновременно низким на входе звена 2, а потенциал переменной  $Y$  не может быть высоким на входе звена 1 и низким на входе звена 2. Однако можно записать и эти наборы, так как они будут исключены в дальнейшем алгебраически. Останутся следующие наборы: ( $W' + X' + Y$ ) и ( $W + X' + Y' + Z'$ ).

Найденные наборы высокого и низкого напряжения позволяют записать релейную функцию логической схемы рис. 9.8 в одной из следующих двух форм<sup>1</sup>:

$$T = WY + WX' + X'YZ + W'XY' + W'XZ',$$

$$T = (W + X + Y)(W + X + Z)(W' + X' + Y) \cdot (W + X' + Y' + Z').$$

<sup>1</sup> Изложенный метод анализа не имеет общего характера и является достаточно громоздким. Определение наборов высокого и низкого напряжений лучше проводить алгебраически с помощью разложения (приведения к стандартной форме) структурной формулы анализируемой схемы. Так, например, для схемы рис. 9.8 будем иметь

$$T = (X + YZ + W) [WY + X' + (YZ + W)'] =$$

$$= (X + YZ + W) [WY + X' + (Y' + Z') W'].$$

Раскрывая скобки, получим

$$T = XWY + XW'Y' + XW'Z' + WYZ + X'YZ + WY + WX' =$$

$$= WY + WX' + X'YZ + W'XY' + W'XZ'.$$

Для получения наборов низкого напряжения разложим полученную выше структурную формулу в соответствии с теоремой 15':

$$T = (X + Y + W)(X + Z + W) [(W + X')(Y + X') + Y'W' + Z'W'] =$$

$$= (X + Y + W)(X + Z + W)(W' + X' + Y)(W + X' + Y' + Z').$$

Эти результаты в точности совпадают с полученными выше. — *Прим. ред.*

### § 9.3. Логические звенья на вентиляльных элементах и сопротивлениях

В релейных устройствах широко применяются разного рода вентиляльные элементы. Их свойство односторонней проводимости часто используется для исключения ложных цепей. В этом параграфе они будут рассматриваться, однако, с точки зрения их коммутационных свойств.

В релейных устройствах, входы и выходы которых характеризуются уровнями напряжений, можно использовать любые известные типы вентилялей. Однако селеновые и купроксные вентиляльные элементы довольно громоздки, и их относительно большие допустимые уровни мощности, за исключением специальных случаев, редко требуются. Недостатком их является относительно большая собственная емкость, что отрицательно сказывается при работе с быстро изменяющимися напряжениями, например, в импульсных схемах. Для построения релейных устройств больше подходят германиевые вентиляли. Серьезного внимания заслуживают также кремниевые вентиляльные элементы, так как они сочетают малые размеры германиевых вентилялей с большей величиной выпрямленного тока.

Коммутационные свойства вентиляльного элемента вытекают из его вольт-амперной характеристики, которая показана на рис. 9.9. В «прямом» направлении вентиль проводит относительно большой ток при относительно малом падении напряжения, и его прямое сопротивление мало. В «обратном» направлении проводимый ток относительно мал, а падение напряжения велико, поэтому обратное сопротивление имеет большую величину. В реальных элементах нетрудно получить отношение обратного сопротивления к прямому порядка одной тысячи. Эти сопротивления и пределы изменений тока и напряжения вентиляльного элемента должны учитываться при проектировании реального релейного устройства. Для логических звеньев удобно, однако, принять, что прямое сопротивление вентиляльного элемента равно нулю, а обратное — бесконечности<sup>1</sup>.

В релейных устройствах, построенных на логических звеньях с вентиляльными элементами, можно использовать только звенья слож-

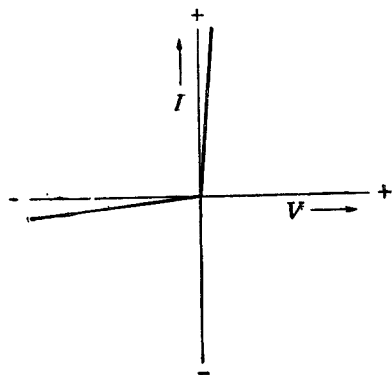


Рис. 9.9. Вольт-амперная характеристика вентиляльного элемента.

<sup>1</sup> См. [8] списка литературы в конце настоящей главы.

ния и умножения, так как способ образования инверсии при помощи только одних вентилях не найден. Отсюда следует, что в качестве входных напряжений должны быть заданы как все переменные, так и любые их инверсии, которые потребуются.

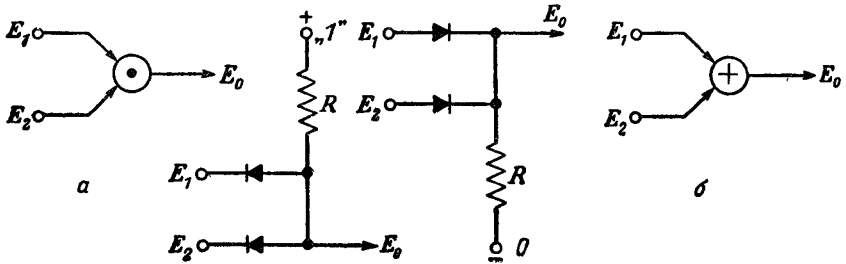


Рис. 9.10. Логические звенья умножения и сложения с использованием вентильных элементов.

На рис. 9.10, а показано типовое звено умножения, а на рис. 9.10, б — типовое звено сложения, построенные на вентильных элементах. В обоих случаях показаны только два входа. В действительности у каждого звена может быть большее число входов, причем для каждого нового входа требуется свой отдельный вентиль. Для рассмотрения коммутационных свойств любого из звеньев достаточно двух входов. Звено умножения подключается через сопротивление  $R$  к положительному полюсу источника напряжения, представляющему состояние 1. Вентили включены так, что ток может проходить через сопротивление  $R$  и затем через любой из вентилях к соответствующей входной клемме. Источники входных сигналов должны быть в состоянии пропустить ток, проходящий через вентиль, когда соответствующий уровень входного напряжения является низким. Сопротивление  $R$  сделано большим по сравнению с прямым сопротивлением вентиля достаточно мало, то при низком потенциале на любом из входов звена умножения выход будет как бы подсоединен непосредственно к источнику низкого напряжения и поэтому потенциал на нем будет низким. Чтобы потенциал на выходе был высоким, потенциалы на каждом из входов звена умножения должны быть также высокими. Так как наличие высоких потенциалов на каждом из входов является единственным условием для получения высокого потенциала на выходе, выходная переменная звена является логическим произведением входных переменных.

В звене сложения рис. 9.10, б входные вентили включены в другом направлении. Ток течет здесь от входных клемм к сопротивлению  $R$  и затем к отрицательному полюсу источника напряжения, которое представляет состояние 0. Поэтому если потенциал какого-

либо из входов высокий, то выход имеет также высокий потенциал. Единственный способ, при помощи которого можно получить низкий потенциал на выходе, заключается в подаче низкого потенциала на оба входа. При этом в связи с отсутствием тока в сопротивлении  $R$  выходной потенциал будет низким, соответствующим состоянию 0. Так как это является единственным условием, при котором потенциал на выходе будет низким, то выходную переменную можно отождествить с набором низкого напряжения, образующим сумму входных переменных.

На рис. 9.11, а показана логическая схема релейной функции проводимости  $T = D(C + AB)$ , а на рис. 9.11, б — структура

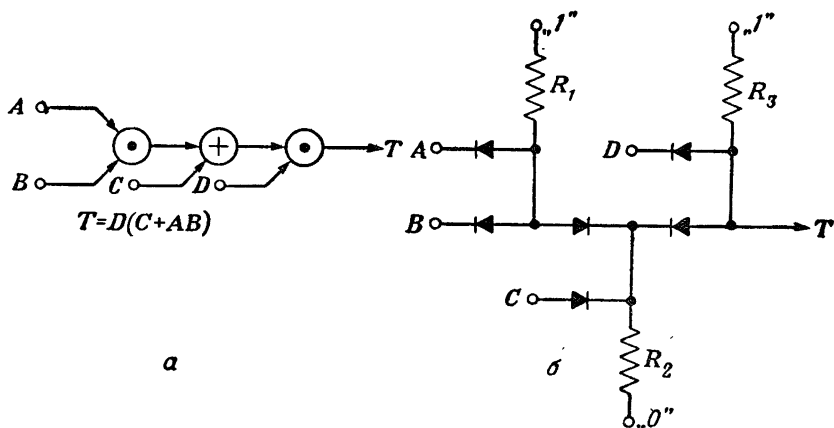


Рис. 9.11. Структура с вентильными элементами, реализующая функцию, в которой имеется общий член, вынесенный за скобки.

с логическими звеньями на вентильных элементах, реализующая ее. Как это видно из схемы рис. 9.11, б, логическое звено, перемножающее переменные  $A$  и  $B$ , присоединено к источнику с высоким уровнем напряжения, представляющим состояние 1. Его выход является одним из входов звена сложения, образующего сумму  $C + AB$ . Сопротивление  $R_2$  последнего присоединено к полюсу источника напряжения, на котором потенциал соответствует 0. Если  $A = B = 1$ , то сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  будут включены последовательно друг с другом между источниками высокого и низкого напряжений. Так как величина сопротивления  $R_1$  конечна, то при  $AB = 1$  (выходная переменная звена сложения при этом также равна 1) выходное напряжение никогда не достигнет величины напряжения источника питания, приложенного к  $R_1$ , а определится соотношением величин  $R_1$  и  $R_2$ . Практически величину сопротивления  $R_2$  необходимо брать много больше величины сопротивления  $R_1$ ,

чтобы были в необходимой мере различимы напряжения, представляющие состояния 1 и 0.

В следующем и последнем каскаде выход звена сложения становится одним из входов звена умножения. Если все входные переменные звена сложения представлены низкими потенциалами, то сопротивления  $R_3$  и  $R_2$  также окажутся включенными между полюсами источников высокого и низкого потенциала. Для того чтобы в этом случае выходной потенциал был близок к величине напряжения, приложенного к  $R_2$ , нужно сделать  $R_3$  много большим чем  $R_2$ .

Очевидно, что при построении логических звеньев на вентилях нет никакой необходимости соединять последовательно звенья умножения или соединять параллельно звенья сложения, так как для каждого из этих соединений тот же результат может быть получен с одним звеном, имеющим соответствующее число входов. Отсюда следует, что при реализации функций с логическими звеньями на вентилях элементах всегда имеет место чередование звеньев сложения и умножения так, как показано на рис. 9.11. При этом для каждого добавляемого каскада необходимо выбирать величину сопротивления во много раз большей. Это ограничение является настолько серьезным, что в большинстве случаев структуры релейных устройств на вентилях элементах выполняются не более чем с двумя каскадами<sup>1</sup>. Эти структуры в случае необходимости можно строить и более чем с двумя каскадами. Однако в этом случае необходимо тщательный расчет и хорошо отобранные элементы. При этом необходимо также брать меньшую разницу в уровнях напряжения, представляющих состояния 1 и 0.

Непосредственным следствием использования двухкаскадных схем на вентилях является то, что все исходные структурные формулы следует записывать в стандартной форме (в виде минимальных сумм или минимальных произведений) и строить их прямо в этой же форме без вынесения общих членов за скобки. Из рис. 9.11 видно, что даже в наиболее простом, показанном на рисунке случае вынесения члена за скобки требуется добавление дополнительного каскада.

### Пример 9.3.

Релейная функция проводимости  $T = ABC + A'B'C'$  должна быть реализована с помощью логических звеньев на вентилях элементах. Построить соответствующую структуру релейного устройства.

<sup>1</sup> То, что мы называем каскадами, иногда называют уровнями. Мы предпочитаем сохранить слово «уровень» для употребления в указанном выше смысле.



Эта функция задана в форме минимальной суммы и поэтому не может быть сокращена. Она требует двухкаскадной структуры, поскольку не содержит члена, который мог бы быть вынесен за скобки. Соответствующая структура в общей символике логических звеньев представлена на рис. 9.12.

Общее число вентиляей равно общему числу входов логических звеньев. Поэтому в данном случае требуется 8 вентильных элементов. Если структурная формула реализуется в двухкаскадной форме, то можно начинать или с минимальной суммы, или с минимального произведения. В первом каскаде воспроизводится отдельно каждый член функции, и на каждую букву требуется один вентиль. Во втором каскаде члены комбинируются для воспроизведения конечной выходной переменной, и на каждый член функции требуется один вентиль.

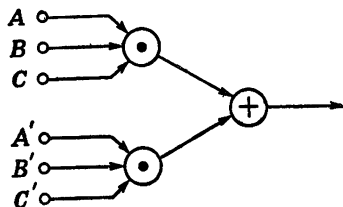


Рис. 9.12. Логическая схема двухкаскадной структуры с вентильными элементами.

Таким образом, при двухкаскадной реализации общее число вентиляей всегда равно сумме числа букв и числа членов структурной формулы.

Инверсия структурной формулы  $T = ABC + A'B'C'$  имеет вид

$$T' = (A' + B' + C')(A + B + C).$$

Для структуры рис. 9.12 получается, что инверсия может быть образована при помощи простой замены звеньев сложения звеньями умножения и наоборот. В общем случае, однако, для инверсирования структуры необходимо, помимо взаимной замены логических звеньев сложения и умножения, заменить также все входные переменные на их инверсии.

В начале этого параграфа было указано, что вентильные элементы могут использоваться в комбинации с релейно-контактными элементами. Они также часто используются и в комбинации с релейными элементами других типов, и в структурах с несколькими выходами, что будет рассмотрено в § 9.6.

Логические звенья с вентильными элементами часто применяются на входах вакуумных ламп, где они служат для образования функций, являющихся суммой или произведением двух или большего числа переменных. При таком применении вентильные элементы во многих случаях могут быть заменены обычными сопротивлениями, но необходимо быть осторожным в определении уровней напряжения, представляющих значения 1 и 0.

Рассмотрим соединение сопротивлений, показанное слева на рис. 9.13, в котором положительное напряжение  $E$  представляет

значение 1. Пусть потенциал земли представляет значение 0. Если входные напряжения  $e_1, e_2, \dots, e_n$  приложены через вентиляльные элементы, присоединенные таким образом, что ток не может течь от входа с высоким потенциалом к земле, которая может быть на одном или нескольких входах, то имеется такое положение, как если бы каждый вход управлялся при помощи ключа. Когда ключ замкнут, вход заземлен; размыкание ключа устраняет соединение с землей. Выходное напряжение  $e_0$  меняется тогда так, как показано справа на рис. 9.13. Примем за 0 выходное напряжение, получающееся, когда заземлен только один вход, а все остальные не заземлены

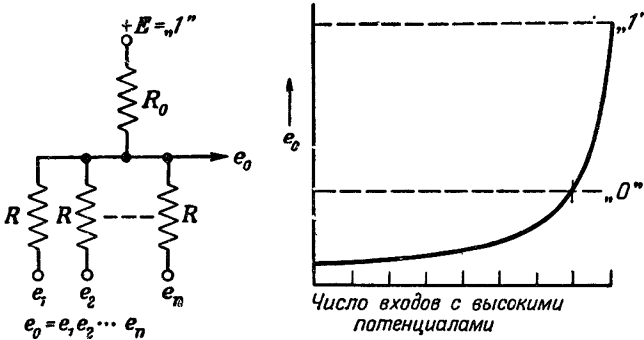


Рис. 9.13. Логическое звено умножения на сопротивлениях.

ны. Если снять заземление и с этого последнего входа, то выходное напряжение возрастет до величины  $E$ , представляющей 1. Отсюда следует, что соединение сопротивлений по схеме рис. 9.13 является логическим звеном умножения. Разница между уровнями напряжения, представляющими 0 и 1, увеличивается при возрастании отношения  $R_0$  к  $R$ .

Схема ведет себя совершенно по-другому, если входные сопротивления постоянно соединены с источниками значения 1 или 0. Сопротивление  $R$  каждого входа с уровнем напряжения, равным 1, соединяется как бы параллельно сопротивлению  $R_0$ . При этих условиях выходное напряжение  $e_0$  линейно возрастает с ростом числа входов с высокими потенциалами. Для логического звена на сопротивлениях с  $n$  входами, из которых  $n - 1$  имеют высокий потенциал, отношение  $e_0/E$  определяется из выражения

$$\frac{e_0}{E} = 1 - \frac{R_0}{R + nR_0}.$$

Если  $R_0 \gg R$ , это отношение приблизительно равно  $1 - 1/n$ . Отсюда следует, что для элемента с двумя входами уровень выходного на-

пряжения, соответствующий 0, примерно в 2 раза ниже уровня напряжения, соответствующего 1. Если число входов возрастает, то величина выходного напряжения, соответствующая 0, приближается к величине напряжения  $E$ . Отсюда можно сделать вывод, что если входные напряжения в логических звеньях этого типа не прикладываются через ключи, то число входов должно быть очень мало и, кроме того, должна быть возможность различать меньшую разницу в уровнях напряжения, представляющих 1 и 0.

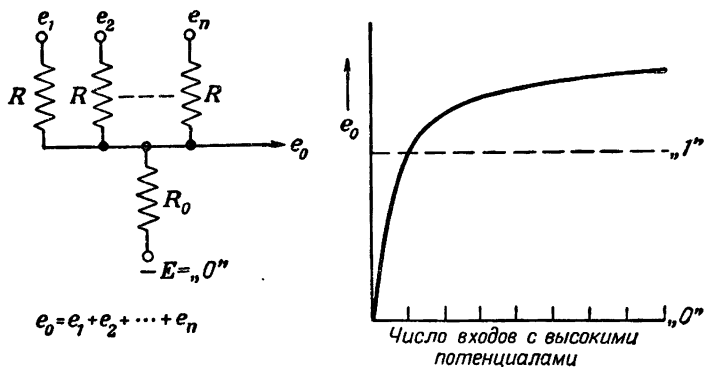


Рис. 9.14. Логическое звено сложения на сопротивлениях.

Такие же соображения должны быть высказаны и по отношению к схеме звена сложения рис. 9.14. Если на входах этого звена используются ключи или соответствующим образом включенные вентиляльные элементы, предотвращающие соединение входных сопротивлений с низкими потенциалами параллельно  $R_0$ , то разница между напряжениями, представляющими 0 и 1, будет такой, как показано на рис. 9.14 справа. В противном случае изменение выходного напряжения будет линейным, и должны быть приняты те же ограничения, что и в случае звена умножения на сопротивлениях.

### § 9.4. Логические звенья на вакуумных лампах и транзисторах

При рассмотрении логических звеньев на вакуумных лампах остановимся только на тех из них, которые построены на триодах и пентодах. Хотя вакуумные диоды и подходят для применения их в логических звеньях вентиляльного типа, они почти полностью вытеснены германиевыми и кремниевыми диодами.

В качестве релейного элемента вакуумная лампа используется таким образом, что когда к сетке или сеткам лампы приложены высокие значения входного напряжения, лампа по анодному току находится в режиме насыщения или близко к нему, а когда к сетке или

сеткам приложены низкие напряжения, то лампа находится в режиме отсечки. Такой режим работы обусловлен желанием сделать выходные напряжения малочувствительными к возможным небольшим колебаниям входных напряжений, представляющих состояния 1 и 0. В отличие от схем на вентилях, здесь нет необходимости ограничиваться двумя каскадами. Так как лампа может усиливать, то в этом случае необходимость в увеличении выходного сопротивления от каскада к каскаду отпадает.

При помощи одного триода может быть легко получено логическое звено инверсии, как это показано на рис. 9.15. Анод лампы под-

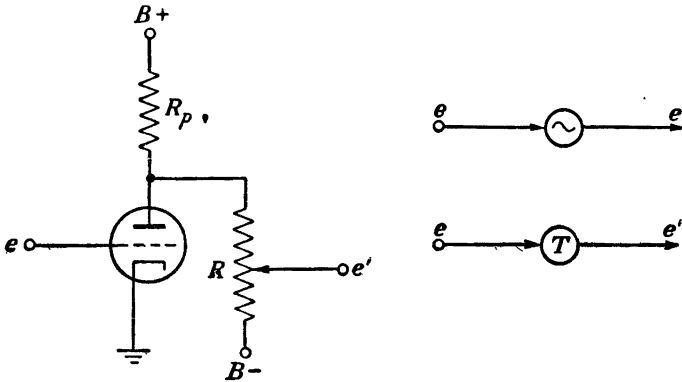


Рис. 9.15. Триод в качестве звена инверсии.

ключен к источнику анодного напряжения через анодное сопротивление  $R_p$  и соединен с источником низкого уровня напряжения через потенциометр  $R$ . Когда потенциал  $e$  на сетке лампы высок, через лампу протекает большой анодный ток, и анодное напряжение падает. Когда потенциал сетки низок, лампа заперта, и анодное напряжение близко к величине напряжения положительного источника питания. Таким образом, изменение потенциала сетки вызывает изменение анодного напряжения в противоположном направлении, и выходное напряжение  $e'$  является поэтому инверсией сеточного напряжения. Потенциометр  $R$  позволяет устанавливать необходимый уровень выходного напряжения  $e'$  относительно земли. На рис. 9.15 справа показаны два графических символа для обозначения триода, используемого в качестве логического звена инверсии. Можно использовать как тот, так и другой символ. Нижний из них, однако, специально означает логическое звено инверсии, использующее триод, и будет далее всюду применяться для представления такого звена.

Соединим триоды так, чтобы их аноды питались через общее сопротивление  $R_p$ , и возьмем его достаточно большим по сравнению

с внутренним сопротивлением ламп. Если потенциал хотя бы одной из входных сеток будет высок, то соответствующая лампа будет проводить ток, и анодное напряжение будет низким. Выходное напряжение будет высоким только в том случае, если на сетках обеих ламп будут низкие потенциалы и обе они будут заперты. Если обозначить высокий уровень входного или выходного напряжения через 1, а низкий уровень—через 0, то таблица состояний входов и выходов запишется так, как показано ниже.

Таблица состояний для двух триодов

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Из этой таблицы видно, что выход и входы релейного устройства, образуемого при помощи триодов, включенных по схеме рис. 9.16, связаны равенством  $e_0 = e_1 e_2$ . На рис. 9.16 справа представлены

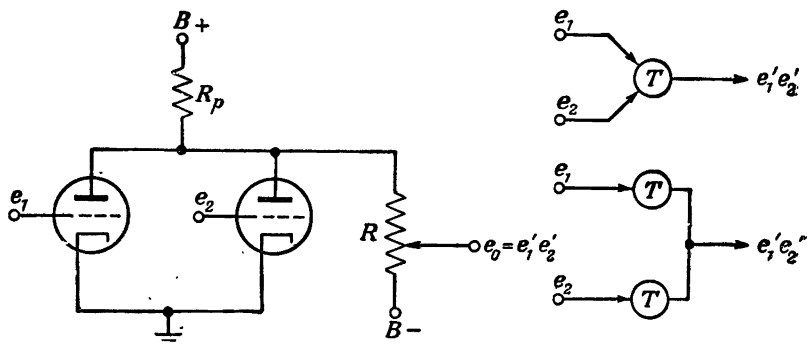


Рис. 9.16. Триоды, включенные через общее анодное сопротивление.

соответствующие символические схемы, каждая из которых изображает два триода с независимыми входами, но с общим анодным сопротивлением. Рассмотренный случай можно не ограничивать соединением только двух триодов. Если  $n$  триодов включены через общее анодное сопротивление и имеют независимые входы, то значение выходного напряжения определяется равенством  $e_0 = e_1'e_2' \dots e_n'$ .

Назовем пару триодов, соединенных по схеме рис. 9.16, *триодным логическим звеном*. Как это видно из рис. 9.17, с помощью триодных звеньев могут быть построены все три основных логических звена. Таким образом, любая структурная формула может быть реализована с помощью только одних триодов.

На рис. 9.18 показаны схема и символическое изображение логического звена, использующего пентод. Пентод заперт, если на обе сетки или на одну из них подан низкий потенциал, и проводит, если потенциалы обеих этих сеток высоки. Поэтому для пентода имеет место следующая таблица состояний.

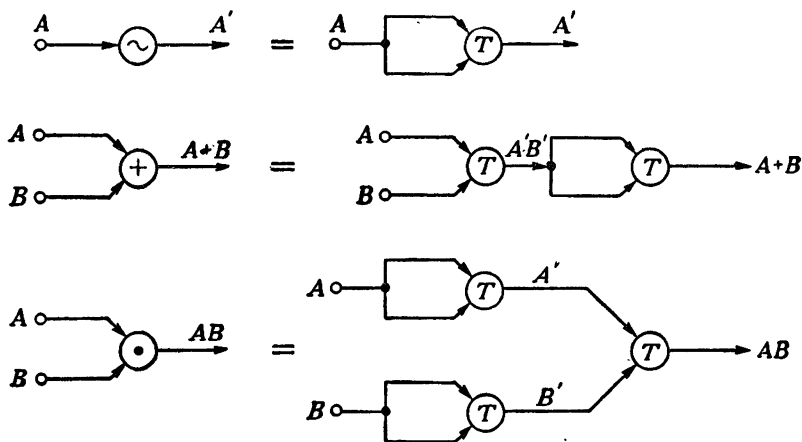


Рис. 9.17. Три основных логических звена, реализованные с помощью триодов.

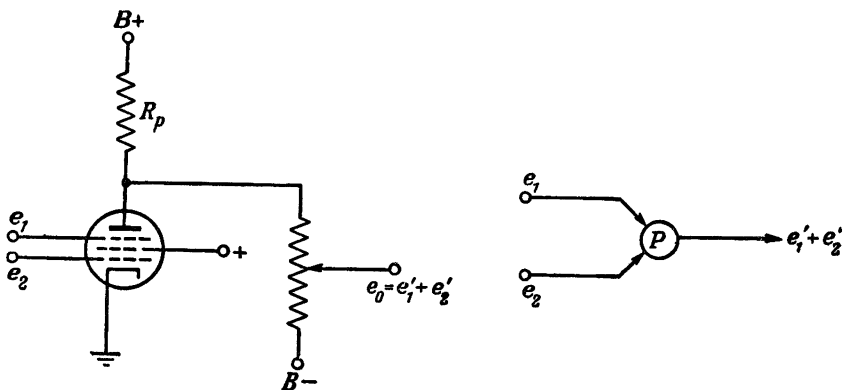


Рис. 9.18. Пентод в качестве логического звена.

Таблица состояний для пентода

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Структурная формула пентодного логического звена, как это видно из таблицы, будет иметь следующий вид:

$$e_0 = e'_1 + e'_2.$$

В отличие от триодного звена это выражение не может быть распространено на  $n$  входных переменных, поскольку не существует вакуумной лампы, содержащей  $n$  сеток и проводящей ток только тогда, когда потенциалы на всех сетках высокие.

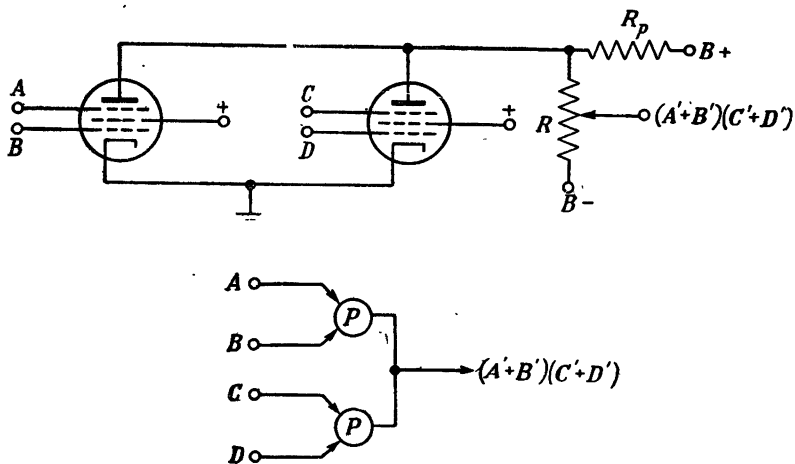


Рис. 9.19. Пентоды, включенные через общее анодное сопротивление.

Несколько пентодов могут работать с общим анодным сопротивлением, как показано на рис. 9.19. Если один из пентодов или оба сразу проводят, то уровень выходного напряжения будет низким. Условия получения выходного напряжения, равного нулю, приведены в следующей таблице:

$A$	$B$	$C$	$D$	$T$
$\Phi$	$\Phi$	1	1	0
1	1	$\Phi$	$\Phi$	0

Эта таблица отражает тот факт, что уровень выходного напряжения будет низким, если уровни напряжений на входах  $C$  и  $D$  будут

высокими независимо от значений, принимаемых переменными на входах  $A$  и  $B$ . Аналогично, если уровни напряжений на входах  $A$  и  $B$  высокие, то уровень выходного напряжения будет низким незави-

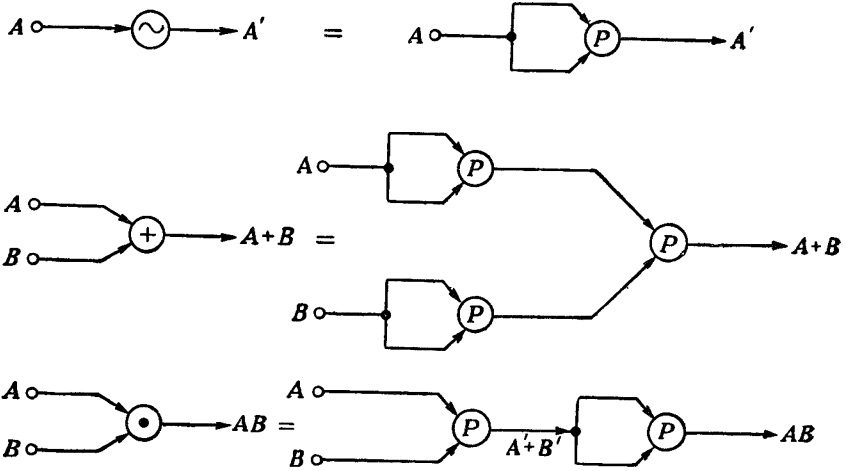


Рис. 9.20. Схемы трех основных логических звеньев, реализованных с помощью пентодов.

симо от значений, принимаемых переменными на входах  $C$  и  $D$ . Из этого вытекает соотношение  $T = (A' + B')(C' + D')$ . Таким образом, если два пентода работают с общим анодным сопротивлением, то это выражается релейной функцией, представляющей собой произведение переменных, описываемых выходными напряжениями пентодов для того случая, когда каждый пентод работает со своим анодным сопротивлением в отдельности. Символическое изображение пентодов с общим анодным сопротивлением показано в нижней части рис. 9.19.

Так же как и в случае триодов, все основные логические звенья могут быть реализованы при помощи только одних пентодов, как это показано на рис. 9.20. Таким образом, любая релейная функция может быть реализована при помощи только пентодных логических звеньев.

Триоды и пентоды могут быть включены в одну схему с общим анодным сопротивлением, как это показано на рис. 9.21. В этой схеме два триода, имеющие входы  $A$  и  $B$ , включены параллельно с пентодом, имеющим входы  $C$  и  $D$ . Символическое изображение структуры приведено в нижней части рис. 9.21. Составив таблицу состояний, можно легко найти, что релейная функция является логическим произведением выходных релейных функций ламп, которые полу-



чаются при питании каждой из них через отдельное анодное сопротивление. Релейная функция выхода структуры рис. 9.21 будет поэтому иметь вид  $T = A'B'(C' + D')$ . Читатель может проверить этот результат путем составления таблицы состояний.

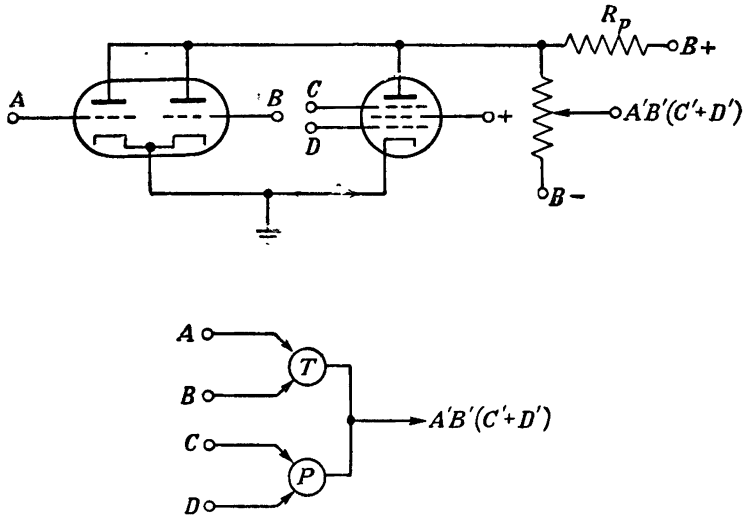


Рис. 9.21. Общее анодное сопротивление позволяет получать функцию, являющуюся произведением выходных переменных триодов и пентодов.

Схема с общим анодным сопротивлением обладает свойством умножения аналогично логическому звену на сопротивлениях рис. 9.13. Общее анодное сопротивление соответствует сопротивлению  $R_0$ ,

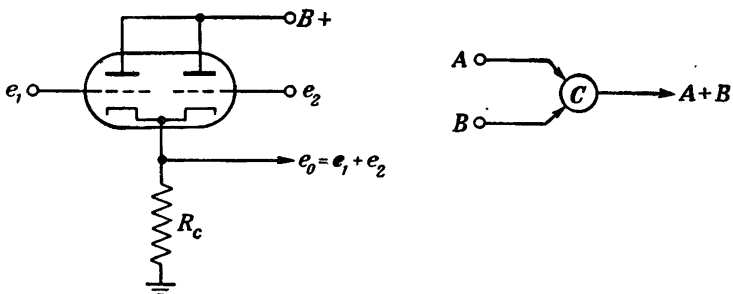


Рис. 9.22. Триоды, используемые в схеме катодных повторителей, реализуют операцию логического сложения.

а входные сопротивления  $R$  рис. 9.13 соответствуют внутренним сопротивлениям ламп рис. 9.21. Отметим, что вентиляльные свойства ламп обеспечивают взаимную изолированность их входов.

При использовании отдельного триода в качестве катодного повторителя выходное напряжение между катодом и землей фактически повторяет входное напряжение на сетке. Эта схема может быть в некоторых случаях полезной, однако более интересно применение катодного повторителя, показанное на рис. 9.22. Здесь два катодных повторителя с независимыми входами имеют общее катодное сопротивление. Для этой схемы напряжение на выходе получается высоким, если высоким является потенциал по крайней мере одной из сеток; оно будет низким, если потенциалы обеих сеток низкие. Эти свойства отражены в следующей таблице состояний.

Таблица состояний для двух катодных повторителей

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Из этой таблицы следует, что зависимость выходного напряжения от входных определяется соотношением  $e_0 = e_1 + e_2$ . Символическое изображение схемы приведено справа на рис. 9.22. Можно соединить параллельно также большее число катодных повторителей и получить аналогичную зависимость между выходом и входами:  $e_0 = e_1 + e_2 + \dots + e_n$ . Подобно тому как общее анодное сопротивление в случае параллельного соединения триодов и пентодов реализовало операцию умножения, общее катодное сопротивление при параллельном соединении катодных повторителей реализует операцию сложения. Можно видеть, что такая схема по действию аналогична логическому звену на сопротивлениях рис. 9.14. Для звена на катодных повторителях общее катодное сопротивление  $R_c$  должно быть много больше, чем внутреннее сопротивление каждой из ламп.

В большинстве случаев не возникает необходимости использовать катодные повторители в качестве релейных элементов. Они используются главным образом в качестве выходных элементов и как удобное средство для изменения величины выходных сопротивлений.

При рассмотрении звеньев с использованием вакуумных ламп не указывалось на ограничения, которые в действительности имеют место. Характерный пример таких ограничений могло бы дать воспроизведение релейной функции проводимости  $T = (A' + B') \cdot (A + B)$ . Можно легко составить символическую структуру, в которой член  $(A' + B')$  образуется при помощи пентода, имеющего входы  $A$  и  $B$ , член  $(A + B)$  получается при помощи двух катодных повторителей, имеющих те же входы  $A$  и  $B$ . Мы могли бы также произвести умножение этих членов с помощью общего сопротивления. Такое соединение, несомненно, может быть представлено сим-

волически. Однако ясно, что оно не может быть реализовано в виде какой-нибудь физической структуры.

Выше было показано, что основные логические звенья могут быть построены только на одних триодах или на одних пентодах, и поэтому любая релейная функция может быть реализована с помощью или одних триодов, или одних пентодов. Изучение возможности реализации релейных устройств при помощи только одного типа вакуумных ламп представляет определенный интерес. Однако нет необходимости использовать только триодные или только пентодные варианты основных логических звеньев. Мы будем в дальнейшем стремиться использовать специфические релейные свойства различных типов ламповых звеньев для получения наилучших решений.

#### Пример 9.4.

Релейную функцию, найденную в примере 9.2, требуется реализовать, используя только триодные звенья с двумя входами. Полагаем, что все переменные и их инверсии представлены входными напряжениями.

При построении структуры на триодах удобно пользоваться релейной функцией, записанной в виде наборов низких напряжений:

$$f = (W + X + Y)(W + X + Z)(W' + X' + Y)(W + X' + Y' + Z') = \\ = (W + X + YZ)[X' + (W' + Y)(W + Y' + Z')].$$

Если желательно реализовать это выражение с помощью двух триодов с общим анодным сопротивлением, то в качестве входных сигналов на их сетках мы должны иметь следующие выражения:

$$A = (W + X + YZ)' = W'X'(YZ)',$$

$$B = [X' + (W' + Y)(W + Y' + Z')] = X(WY' + W'YZ).$$

Если выражение  $A$  должно быть выходом аналогичного триодного звена, то входами его следует сделать

$$C = (W'X')';$$

$$D = YZ.$$

Выражение  $B$  можно получить на выходе триодного звена, используя входы

$$E = X',$$

$$F = (WY' + W'YZ)' =$$

$$= (W' + Y)(W + Y' + Z').$$

Наконец, входами триодного звена, воспроизводящего  $F$ , являются

$$G = WY',$$

$$H = W'YZ = W'(YZ).$$

На рис. 9.23 показана полная структура, реализующая заданную функцию с промежуточными выражениями, обозначенными выше буквами  $A, B, C, \dots, H$ . Если рассмотреть реализацию этой функции, показанную на рис. 9.8, и использовать триодные

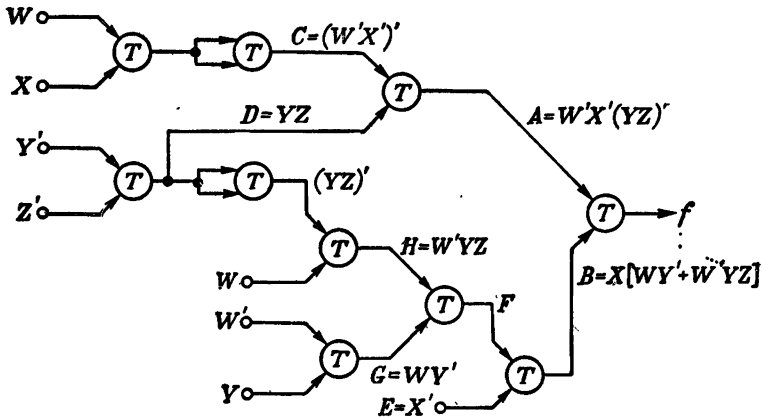


Рис. 9.23. Реализация функции, заданной в примере 9.4, с помощью триодных логических звеньев.

звенья рис. 9.17, то этот общий метод построения структуры из логических звеньев потребует 16 звеньев с 32 триодными сетками. Структура рис. 9.23 требует 10 звеньев с 20 сетками.

Несмотря на то что при решении задачи мы были ограничены применением только звеньев с триодами, была получена более экономная реализация заданной релейной функции. Это произошло в связи с тем, что были использованы специфические коммутационные свойства триодов вместо непосредственного применения типовых схем рис. 9.17.

### Пример 9.5.

Реализовать релейную функцию примера 9.2, используя только одни пентодные звенья. Полагаем, как и выше, что все переменные и их инверсии представлены входными напряжениями.

При использовании пентодов целесообразно представлять релейную функцию в виде наборов высокого напряжения, а именно в виде

$$\begin{aligned}
 T &= \bar{W}Y + WX' + X'YZ + W'XY' + W'XZ' = \\
 &= X'YZ + W(X' + Y) + W'X(Y' + Z') = \\
 &= (X + Y' + Z') + [(W' + XY')(W + X' + YZ)]' = \\
 &= A' + B'.
 \end{aligned}$$

В этом виде релейная функция в целом может быть реализована как выход пентодного звена, имеющего входы

$$A = X + Y' + Z'$$

и

$$B = (W' + XY')(W + X' + YZ).$$

Если записать выражение  $A$  в виде  $A = (X')' + (YZ)'$ , то для соответствующего пентодного звена потребуются входы  $X'$  и  $YZ$ . Так как член  $YZ$  требуется также и для образования выраже-

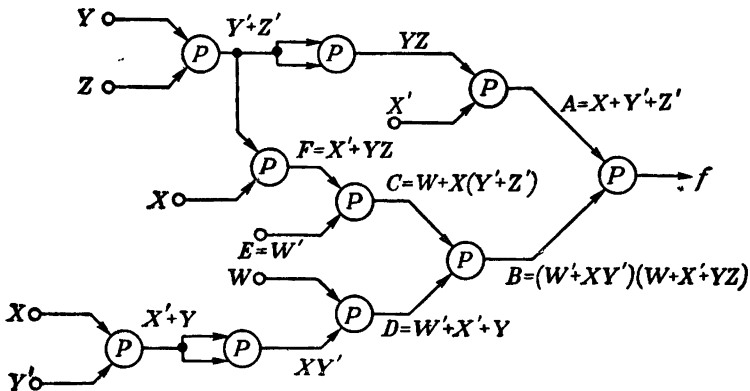


Рис. 9.24. Реализация функции, заданной в примере 9.5, с помощью пентодных логических звеньев.

ния  $B$ , то целесообразно получить его вначале в виде  $Y' + Z'$  с последующей инверсией этого выражения, как показано на рис. 9.24.

Выражение  $B$  может быть преобразовано с помощью теоремы 17 к виду

$$B = W'(X' + YZ) + WXY'.$$

Это выражение может быть получено на выходе пентода, на входы которого поданы

$$C = W + X(Y' + Z')$$

и

$$D = W' + X' + Y.$$

Выражение  $C$  является выходом пентода, на входах которого имеются

$$E = W'$$

и

$$F = X' + YZ,$$

где  $F$  является выходом пентода с входами  $X$  и  $(Y' + Z')$ .

Выражение  $D$  может быть получено тремя способами, каждый из которых требует одного и того же числа пентодов. Для одного из этих способов

$$D = W' + (XY)'$$

и

$$XY' = (X' + Y)'$$

В проведенном выше построении заданная релейная функция была расчленена таким образом, чтобы ее можно было реализовать с помощью последовательных шагов, каждый из которых требует

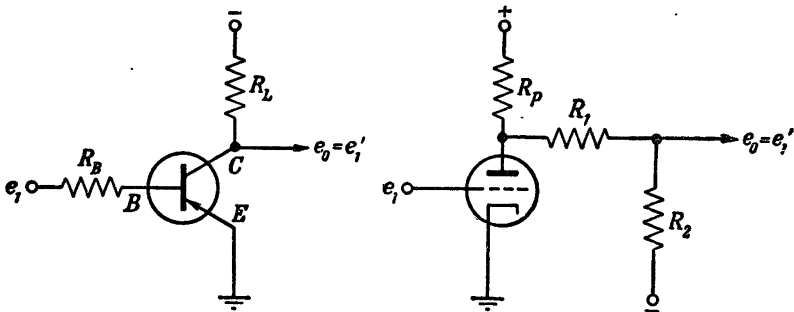


Рис. 9 25. Логические звенья инверсии на одном транзисторе и на одном вакуумном триоде.

одного пентода. Полученные компоненты структуры, представляющие отдельные шаги, объединены в общую структуру рис. 9.24. Поскольку мы ограничились использованием только пентодов, то, как и в предыдущем случае, для реализации релейной функции оказалось необходимым использовать десять логических звеньев. В следующем параграфе будет рассмотрена та же релейная функция, но реализация ее будет произведена с помощью комбинированного использования различных звеньев.

Для построения релейных устройств применяются также и транзисторы различных типов. Рассмотрение их будет здесь ограничено релейными устройствами с транзисторами типа  $p-n-p$ .

В большинстве случаев будут использоваться схемы с заземленными эмиттерами и с входными сигналами, приложенными к базам. При таком ограничении транзисторные логические звенья получаются сходными с аналогичными звеньями на вакуумных триодах. Из рис. 9.25 видно, что в качестве логического звена инверсии можно использовать как схему с одним транзистором, так и схему с одним вакуумным триодом. В транзисторном звене коллектор питается от источника отрицательного напряжения через сопротивление  $R_L$ , в то время как в триодном звене анод вакуумной лампы питается

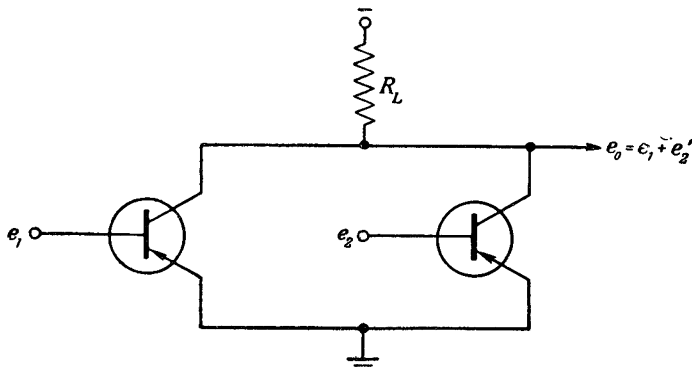


Рис. 9.26. Параллельное соединение транзисторов с общим сопротивлением нагрузки.

от источника положительного напряжения через сопротивление  $R_p$ . Вместо сетки вакуумного триода в транзисторном звене используется база транзистора, к которой приложен входной сигнал  $e_1$ . Релейное действие транзистора состоит в том, что, когда напряжение на базе положительно относительно эмиттера, ток эмиттера, а значит, и ток коллектора можно принять равным нулю. При этом выходное напряжение  $e_0$  близко к значению отрицательного напряжения коллектора. Когда напряжение на базе становится отрицательным по отношению к эмиттеру, то через коллектор течет ток и выходное напряжение  $e_0$  оказывается близким к потенциалу земли. Таким образом, можно положить  $e_0 = e_1'$ . Необходимо заметить, что в транзисторном звене все напряжения имеют противоположный знак по сравнению с напряжениями в звене с вакуумным триодом. Это существенно влияет на релейные свойства транзисторов типа  $p-n-p$ , используемых в комбинации друг с другом.

Параллельное объединение транзисторов показано на рис. 9.26. Отрицательный потенциал подан через общее сопротивление  $R_L$  к

обоим коллекторам, и оба эмиттера соединены с землей. Напряжения базы могут быть или отрицательными, или близкими к потенциалу земли. При этом напряжения коллекторов соответственно или близки к потенциалу земли, или отрицательны. Если принять более высокое напряжение (потенциал земли) за состояние 1, а более низкое напряжение (отрицательное) за состояние 0, то можно написать следующую таблицу состояний.

*Параллельное соединение транзисторов с заземленными эмиттерами*

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Эта таблица составлена исходя из того, что если  $R_L$  достаточно велико и хотя бы на одной из баз напряжение отрицательно, то соответствующий транзистор проводит и напряжение коллекторов

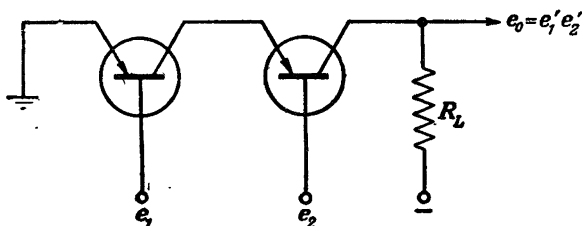


Рис. 9.27. Последовательное соединение транзисторов.

близко к потенциалу земли. Тогда, когда напряжения на обеих базах высоки и оба транзистора заперты, напряжение на коллекторах приближается к напряжению отрицательного источника питания. Из таблицы можно видеть, что выход при параллельном соединении транзисторов, показанном на рис. 9.26, может быть описан релейной функцией  $e_0 = e_1' + e_2'$ . Отметим, что действие двух транзисторов, соединенных параллельно, получается таким же, как у одного пентода. Однако в отличие от пентодного звена, к этой схеме можно присоединять параллельно дополнительные транзисторы и получать релейное действие, описываемое функцией  $e_0 = e_1' + e_2' + \dots + e_n'$ . Отметим также, что если не принимать во внимание инверсию всех входных переменных, то суммирующее свойство общего сопротивления нагрузки  $R_L$  можно уподобить аналогичному свойству звена на сопротивлениях рис. 9.14. Транзисторы, конечно, обеспечивают вентиляющее действие, которое требуется в этом случае при большом числе входов.



Транзисторы могут также быть соединены последовательно, как показано на рис. 9.27. Этот тип соединений редко используется в схемах на вакуумных лампах главным образом вследствие трудностей, связанных с источниками анодного питания, с источниками напряжений смещения сеток и с требованиями в отношении изоляции катодов от накала. При последовательном соединении транзисторов, если напряжение хотя бы на одной базе высоко, соответствующий транзистор заперт, и по сопротивлению  $R_L$  ток не протекает. Если напряжения на обеих базах низкие, то оба транзистора проводят, и выходное напряжение становится близким к потенциалу земли. Таблица состояний для двух соединенных последовательно транзисторов приведена ниже.

*Последовательное соединение транзисторов с заземленными эмиттерами*

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

На основании этой таблицы можно написать  $e_0 = e_1' e_2'$ . Таким образом, релейное действие соединенных последовательно транзисторов оказывается таким же, как и действие вакуумных триодов, работающих параллельно и питаемых через общее анодное сопротивление. Аналогично параллельному включению дополнительных вакуумных триодов можно включать последовательно и дополнительные транзисторы и получать релейное действие, описываемое функцией

$$e_0 = e_1' e_2' \dots e_n'$$

Из транзисторных схем рис. 9.26 и 9.27 можно видеть, что действие транзистора очень похоже на действие некоторого контакта, который замкнут, когда напряжение базы соответствует состоянию 0, и разомкнут, когда оно соответствует 1.

Применение транзисторов в релейных устройствах не ограничивается рассмотренной выше схемой с заземленным эмиттером. Схема, в которой используются транзисторы с заземленными базами, показана на рис. 9.28. Входные сигналы  $e_1$  и  $e_2$  приложены к эмиттерам. Если напряжение на одном из эмиттеров выше напряжения на соответствующей базе, то через коллектор течет ток и уровень выходного напряжения высок. Это показано в таблице состояний, из которой можно видеть, что релейное действие схемы выражается в этом случае функцией  $e_0 = e_1 + e_2$ .

## Параллельное соединение транзисторов с заземленными базами

$e_1$	$e_2$	$e_0$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Образование функции  $e_0 = e_1 + e_2 + \dots + e_n$  по схеме рис. 9.28 осуществляется с помощью включения дополнительных транзисторов.

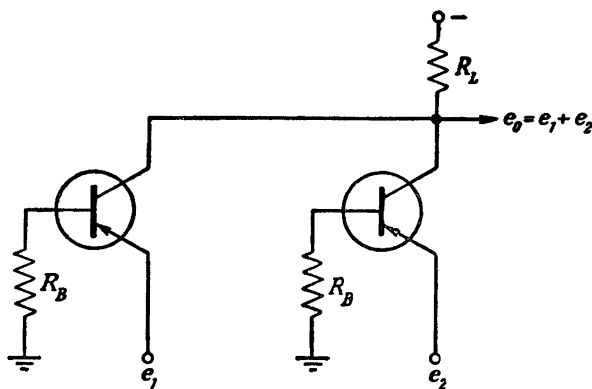


Рис. 9.28. Параллельное соединение транзисторов с входными переменными, подаваемыми на эмиттеры.

Из проведенного рассмотрения видно, что при помощи транзисторов можно получить все функции, присущие логическим звеньям на вакуумных триодах и пентодах. Следовательно, любые условия, реализуемые с помощью вакуумных триодов и пентодов, могут быть реализованы также и на транзисторах.

### § 9.5. Применение скобочных форм при синтезе структур на электронных элементах

В предыдущем параграфе было показано, что использование электронных элементов для образования основных логических звеньев и затем синтез структуры для данной релейной функции из этих звеньев не являются экономичным. Одним из распространенных методов оценки эффективности использования вакуумных ламп является подсчет числа требуемых сеток. При этом допускается, что на входах устройства есть напряжения, представляющие все входные переменные и их инверсии.

Этот метод оценки, естественно, делает весьма выгодным использование схем логических звеньев, выполняющих булевы операции без использования сеток. Примером этого могут служить схемы с общим анодным сопротивлением для вакуумных ламп, выполняющие операцию умножения. Применение таких схем делает в свою очередь необходимым отыскание функциональных форм, основанных на умножении выходных функций вакуумных ламп<sup>1</sup>.

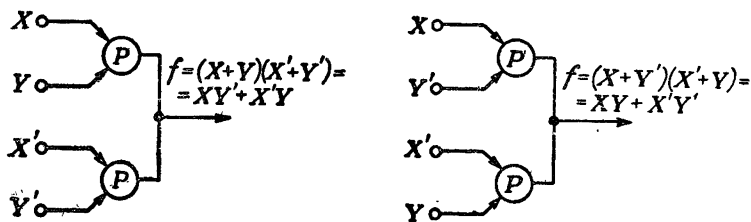


Рис. 9.29. Реализация дизъюнктов двух переменных при помощи пентодов с общим анодным сопротивлением.

Необходимость выражения релейных функций в виде произведений членов, каждый из которых можно реализовать на вакуумных лампах, делает довольно важной операцию вынесения за скобки общих членов. Для этого более подходящей является запись релейной функции в форме минимального произведения, а не в форме минимальной суммы. Минимальное произведение не всегда является наилучшей формой, но она так часто применима, что ее нельзя недооценивать. Многие релейные функции требуют реализации дизъюнктов двух переменных. В дизъюнктах переменные могут быть отдельными буквами или комбинациями букв. Почти всегда они выражены в виде  $f = (X + Y)(X' + Y')$  или  $f = (X + Y')(X' + Y)$ . Эта дизъюнктивная форма удобна, так как она весьма просто реализуется при помощи пар пентодов, как показано на рис. 9.29.

Нет необходимости использовать при реализации релейных функций только какой-либо один вид вакуумных ламп или один вид схемных решений. При синтезе следует учитывать все специальные преимущества, присущие каждому виду релейных элементов и их соединений друг с другом.

Симметрические функции могут представить значительные затруднения при их реализации с помощью вакуумных ламп, потому что для них нет таких стандартных решений, какие имеются при реализации этих функций на контактных релейных элементах.

<sup>1</sup> Транзисторы до некоторой степени более гибки в этом отношении. Умножение получается при помощи последовательного соединения, как на рис. 9.27. Два варианта выполнения операции сложения можно получить путем использования общего сопротивления в цепи коллектора, как показано на рис. 9.26 и рис. 9.28.

## Пример 9.6.

Для реализации симметрической функции  $T = S_2(X, Y, Z)$  должны быть использованы электронные релейные элементы. Эта функция задана в виде матрицы рис. 9.30. С ее помощью функцию можно выразить в виде следующего минимального произведения:

		XY			
		00	01	11	10
Z	0	0	0	1	0
	1	0	1	0	1

Рис. 9.30. Матрица симметрической функции, заданной в примере 9.6.

$$T = (Y + Z)(X + Y)(X + Z)(X' + Y' + Z') = (Y + Z)(X + YZ)[X' + (YZ)'].$$

Операция вынесения за скобки была произведена здесь, во-первых, для сохранения функции в виде произведения сумм и, во-вторых, для образования дизъюнкта, представленного двумя последними членами. Соответствующая структура показана на рис. 9.31. В этом решении использованы как триоды, так и пентоды; два произведения образованы при помощи общих анодных сопротивлений.

Теперь рассмотрим вновь реализацию функции, с которой мы имели дело в примерах 9.2, 9.4 и 9.5, не накладывая каких-либо ограничений, как это было сделано ранее, на выбор используемых элементов.

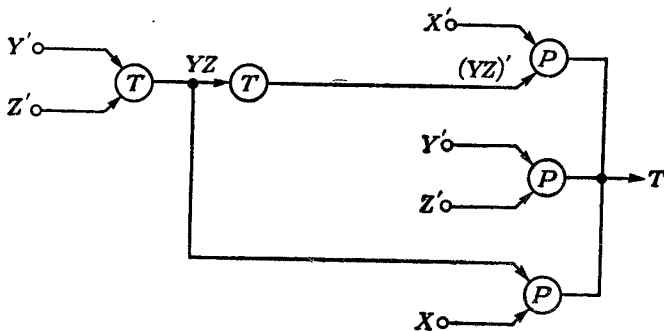


Рис. 9.31. Логическая схема симметрической функции.

## Пример 9.7.

На рис. 9.32 приведена матрица релейной функции, которую нужно реализовать. Ее минимальное произведение может быть записано и преобразовано следующим образом:

$$\begin{aligned} T &= (W + X + Y)(W + X + Z)(W' + X' + Y)(W + X' + Y' + Z') = \\ &= (W + X + YZ)[W + X' + (YZ)'](W' + X' + Y) = \\ &= [W + (X + Q)(X' + Q)](W' + X' + Y), \end{aligned}$$

где  $Q = YZ$ .

Эта функция может быть воспроизведена как выход двух триодов с общим анодным сопротивлением:

$$T = [W'(X'Q' + XQ)]'(WXY)'$$

Вход  $WXY'$  может быть получен как выход трех триодов, соединенных параллельно. Другой вход является выходом двух соединенных параллельно триодов с входами  $W$  и  $(X+Q) \cdot (X'+Q')$ . Для образования полученного дизъюнкта используем два пентода. Наконец, для члена  $Q$  можно либо образовать  $YZ$  при помощи двух триодов с последующей инверсией, либо образовать  $Y'+Z'$  при помощи пентода с последующей инверсией. В структуре рис. 9.33 используется второй метод. В полученном решении для реализации функции требуется 14 сеток.

		WX			
		00	01	11	10
YZ	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	1	0	1	1
	10	0	1	1	1

Рис 9.32. Матрица функции, заданной в примере 9.7.

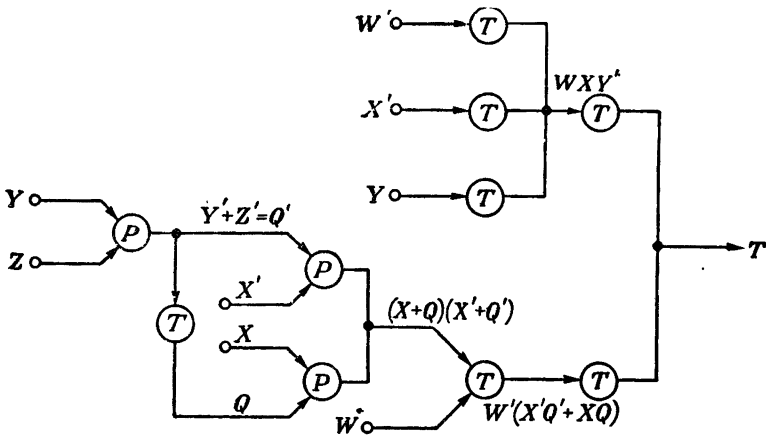


Рис. 9.33. Более экономичная структура для реализации функции примера 9.2.

Рассмотрим теперь реализацию функции в виде минимальной суммы. Из матрицы рис. 9.32 можно написать

$$T = WX' + WY + X'YZ + W'XY' + (W'XZ' \text{ или } XYZ')$$

Выбираем член  $W'XZ'$  и записываем функцию с вынесением общих членов за скобки:

$$T = WY + W'X(Y' + Z') + X'(W + YZ).$$

Если принять  $Q = W'(Y' + Z')$ , то это выражение приводится к виду

$$T = WY + XQ + X'Q' = WY + (X + Q')(X' + Q).$$

Так как  $Q' = W + YZ$  и произведение равно

$$\begin{aligned} (X + Q')WY &= (X + W + YZ)WY = \\ &= WY + WXY + WYZ = WY, \end{aligned}$$

то функция может быть записана в виде

$$T = (X + Q')(X' + Q + WY).$$

Соответствующая структура, приведенная на рис. 9.34, требует для реализации функции только 10 сеток, в то время как структура рис. 9.33 требует 14 сеток, а структуры рис. 9.23 и 9.24 требуют 20 сеток.

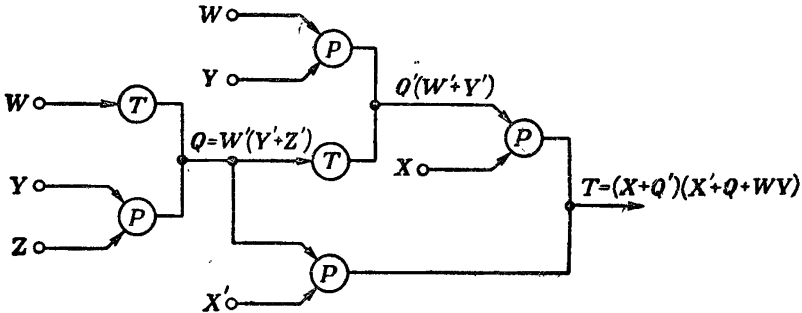


Рис. 9.34. Еще более экономичная структура для функции примера 9.2, полученная при помощи улучшенного варианта вынесения общих членов за скобки.

Из рассмотренного примера становится совершенно ясным, что задача получения оптимальной реализации функции с помощью преобразования ее в скобочную форму требует особого внимания. К сожалению, в настоящее время общие методы для этого, применимые к любой функции, не известны.

Если синтезируемая функция может быть представлена матрицей, то полезен метод, иллюстрированный рис. 9.35. Матрица, приведенная в верхнем левом углу рисунка, представляет функцию, рассмотренную в примере 9.7.

Допустим, что эта функция должна быть выражена в виде произведения двух членов, каждый из которых в свою очередь представлен своей матрицей. В верхнем ряду матрица исходной функции представлена в виде произведения двух других матриц, содержащих те же самые вхождения. Это выражает просто тот факт, что две пере-

множаемые матрицы должны содержать все без исключения единицы исходной матрицы. В оставшиеся клетки любой из матриц, являющихся множителями, можно вписать единицы при условии, что в соответствующие клетки другой матрицы вписываются нули.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & & 1 & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 = \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & & 1 & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \cdot \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & 1 & & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & & 1 & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 = \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & & 1 & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \cdot \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 01 & & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 10 & & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & 0 & 1 & 1 \\
 \hline
 01 & 0 & 1 & 1 \\
 \hline
 11 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 10 & 0 & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 = \begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{WX} \\
 00 \ 01 \ 11 \ 10 \\
 \text{YZ} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 00 & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 01 & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 11 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 10 & 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$(X+W+YZ) \cdot (X'+W'(Y'+Z')+WY)$$

Рис. 9.35. Вынесение за скобки общих членов при записи функции в виде матрицы.

Так, например, во втором ряду матриц вписаны единицы в трех клетках левой матрицы и нули в соответствующих клетках правой матрицы. В нижнем ряду добавлены еще три единицы в правой матрице и соответственно нули в левой матрице. Цель этой процедуры — добиться, чтобы каждая из матриц-сомножителей представляла некоторую простую функцию. Функции, представляемые каждой из полученных матриц, записаны под ними, и можно видеть, что они являются в точности теми сомножителями, которые были в конце концов получены выше при аналитических преобразованиях. Основная процедура здесь по существу та же, что и рассмотренная выше в гл. 6 для синтеза многополюсных структур методом предопределен-

ных форм. Эта процедура может оказаться весьма мощным средством для нахождения сомножителей, которые непосредственно в самой функции неочевидны.

### § 9.6. Структуры со многими выходами

В электронной релейной технике часто встречаются структуры, реализующие более чем одну выходную функцию; при этом представляется много благоприятных возможностей для построения экономичных структур. Развитые в гл. 6 теоретические положения применимы к электронным схемам при условии некоторых видоизменений в тех случаях, когда этого требует природа электронных элементов. Пока еще не создано таких электронных эквивалентов контактных цепей, которые имеют двухстороннюю проводимость. Однако преимуществом электронных элементов является то, что напряжение, представляющее заданный член, может быть использовано для образования более чем одной выходной функции; при этом нет необходимости остерегаться появления ложных цепей.

Для иллюстрации основных используемых методов разберем несколько примеров. В рассматриваемых ниже примерах структура релейного устройства с двумя выходами будет построена для сравнения в нескольких вариантах различными методами.

#### Пример 9.8.

Релейное устройство должно иметь два выхода, релейные функции которых описываются следующими стандартными суммами:

$$T_1 = \Sigma(2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 15),$$

$$T_2 = \Sigma(0, 1, 3, 4, 5, 7, 11, 15).$$

Эти функции представлены в виде матриц на рис. 9.36.

Минимальные суммы, соответствующие этим матрицам, имеют вид

$$T_1 = A'B + A'C + CD,$$

$$T_2 = A'C' + CD.$$

Обе функции содержат член  $CD$ , и последний поэтому должен быть образован только один раз. Если на входах имеются переменные и их инверсии, то функций могут быть реализованы с использованием только вентильных логических звеньев, как это показано на рис. 9.37.



Заданные функции могут быть также представлены в виде минимальных произведений

$$T_1 = (A' + C)(B + C)(A' + D),$$

$$T_2 = (A' + C)(C' + D).$$

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		1		
	01		1		
	11	1	1	1	1
	10	1	1		
		$T_1$			

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1		
	01	1	1		
	11	1	1	1	1
	10				
		$T_2$			

Рис. 9.36. Матрицы функций релейного устройства с двумя выходами.

Заметим, что оба произведения содержат один и тот же член  $(A' + C)$ . Полученные функции снова могут быть реализованы с использованием только вентиляльных логических звеньев, однако интереснее рассмотреть применение триодных и пентодных звеньев.

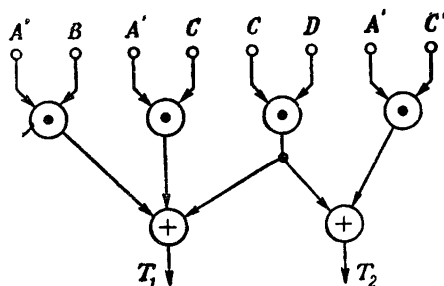


Рис. 9.37. Логическая схема для реализации функций, записанных в матрицах рис. 9.36.

Логическая схема, использующая только триоды, показана на рис. 9.38. Требуется 13 сеток; однако, как ниже будет показано, число сеток можно значительно уменьшить. Следует учесть, что 8 сеток использованы для получения четырех произведений:  $AD'$ ,  $B'C'$ ,  $A'C'$  и  $CD'$ . Эти произведения могут легко быть получены при помощи логических звеньев на вентилях. Если это сделать, то в окончательной структуре потребуется только 5 сеток.

Иногда удачную структуру можно построить, приняв для устройства со многими выходами определенную допущенную форму, подобно тому как это делалось для многополюсных контактных структур. Две простые допущенные формы для электронных структур показаны

на рис. 9.39. Допущенные формы для электронных структур достаточно многообразны. Подходящая форма может быть предложена на ос-

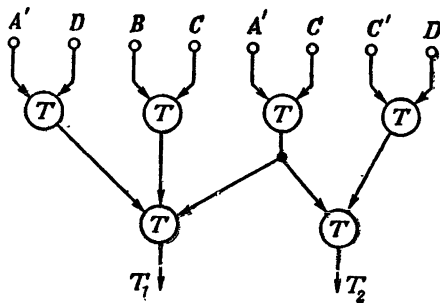


Рис. 9.38. Структура релейного устройства примера 9.8, построенная на триодах.

нове изучения функций, подлежащих реализации. Некоторые варианты допущенных форм для структур с двумя выходами описываются следующими выражениями:

$$T_1 = XY, \quad T_2 = X + Z;$$

$$T_1 = XY, \quad T_2 = X' + Z;$$

$$T_1 = XY, \quad T_2 = X'Z.$$

Существенно, что метод преопределенных форм использует преобразование функций при помощи матриц. В гл. 6 было

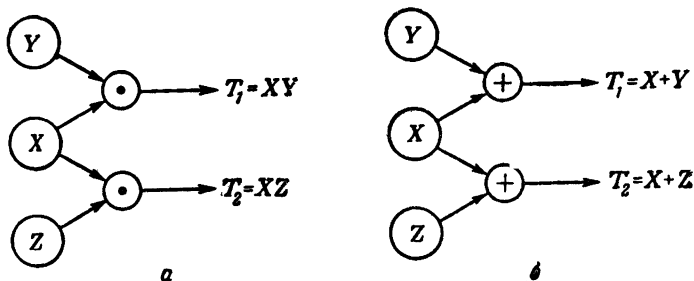


Рис. 9.39. Допущенные формы для электронных структур со многими выходами.

показано, что если принята определенная допущенная форма, то должны быть установлены определенные правила заполнения матриц. Это иллюстрируется следующим примером.

## Пример 9.9.

Функции, рассмотренные в примере 9.8, нужно синтезировать с использованием допущенной формы, показанной схематически на рис. 9.39,а.

Преобразование матриц для этого случая дано на рис. 9.40. В верхнем ряду две матрицы справа содержат вхождения, равные 1

		AB						AB						AB			
		00	01	11	10			00	01	11	10			00	01	11	10
CD	00	1	1			00	0	1			00	1	1				
	01	1	1			01	0	1			01	1	1				
	11	1	1	1	1	11	1	1	1	1	11	1	1	1	1		
	10	1	1			10	1	1			10	0	0				
		$T_1 + T_2$						$T_1$						$T_2$			
		AB						AB						AB			
		00	01	11	10			00	01	11	10			00	01	11	10
CD	00	1	1	0	0	00	0	1	1	0	00	1	1	1	1		
	01	1	1	0	0	01	0	1	1	0	01	1	1	1	1		
	11	1	1	1	1	11	1	1	1	1	11	1	1	1	1		
	10	1	1	0	0	10	1	1	1	1	10	0	0	0	0		
		$X$						$Y$						$Z$			

Рис. 9.40. Компоненты структуры со многими выходами, найденные при помощи матриц.

для функций  $T_1$  и  $T_2$  соответственно, в то время как левая матрица включает вхождения единиц каждой из функций  $T_1$  и  $T_2$ . Эта левая матрица должна содержать как минимум все единицы функций  $T_1$  и  $T_2$ , так как представляет собой член  $X$  рис. 9.39, а и должна быть умножена на члены  $Y$  и  $Z$  для получения функций  $T_1$  и  $T_2$ .

Матрицы функций  $T_1$  и  $T_2$  в верхнем ряду должны содержать все единицы соответствующей функции и, кроме того, должны содержать нули там, где матрица для  $(T_1 + T_2)$  содержит единицы, которых нет в соответствующей функции. Таким образом, каждая из матриц для  $T_1$  и  $T_2$  должна содержать два нуля, требующиеся для «подавления» единиц в матрице для  $(T_1 + T_2)$ .

Далее можно внести, если это нужно, в матрицу для  $T_1 + T_2$  дополнительные единицы при условии, что в соответствующих местах *обеих* матриц для  $T_1$  и  $T_2$  будут проставлены нули. На рис. 9.40 матрица для  $T_1 + T_2$  представляет собой функцию.

$$A' + CD.$$



Поэтому члены в обеих функциях могут быть скомбинированы так, чтобы

$$T_1 = (A' + CD)(B + C) = XY,$$

$$T_2 = (A' + CD)(C' + D) = XZ.$$

Интересный вариант допущенной формы представлен на рис. 9.42. Функция  $X$  является функцией переменных  $A, B, C, D$ . Функция  $Y$  является функцией тех же переменных  $A, B, C, D$  и, кроме того, переменной  $X$ , являющейся выходной функцией первого члена. Может показаться, что  $X$  есть функция четырех переменных, а  $Y$  — функция пяти переменных. Однако это не так, поскольку функция  $X$  сама является функцией входных переменных  $A, B, C, D$ .

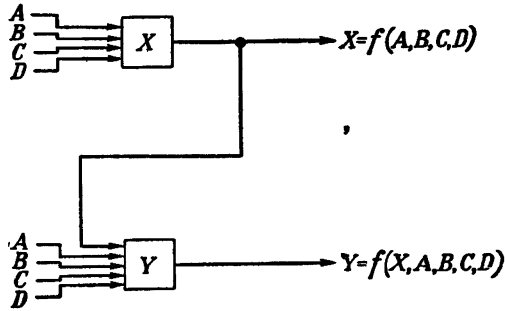


Рис. 9.42. Вариант допущенной формы релейного устройства с несколькими выходами.

Эта допущенная форма может быть полезна в тех случаях, когда требуется получить дополнительный выход в уже существующей структуре. Однако она представляет большой интерес также и для выявления отношений между функциями. В примере 9.10 эта допущенная форма будет применена к тем же функциям, которые были рассмотрены в предыдущих двух примерах.

### Пример 9.10.

Для функций проводимости

$$T_1 = \Sigma(2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 15)$$

и

$$T_2 = \Sigma(0, 1, 3, 4, 5, 7, 11, 15)$$

определить алгебраическую форму функции  $T_1$  как функции переменных  $(T_2, A, B, C, D)$ .

Если исследовать члены стандартной суммы для  $T_1$ , то легко обнаружить, что член, представленный десятичным числом 2, соответствует двоичному члену 0010 или  $A'B'CD'$ . Для этих значений переменных  $A, B, C, D$  функция  $T_2$  равна нулю, поэтому функция  $T_1$  как функция переменных  $(T_2, A, B, C, D)$  имеет в своей новой стандартной сумме член  $T_2 A'B'CD'$ , который в двоичной форме выражается членом 00010, т. е. сохраняет член с десятичным эквивалентом 2. Обе функции  $T_1$  и  $T_2$  должны быть, однако, равны единице для члена  $A'B'CD$  (десятичный эквивалент 3), поэтому новая стандартная сумма для  $T_1$  должна содержать член  $T_2 A'B'CD$ . Этот член в двоичной форме выражается числом 10011 и в десятичной форме — числом 19. Очевидно, что когда  $T_1 = 1$  и  $T_2 = 0$ , то десятичный эквивалент члена  $T_1$  не изменяется, когда же  $T_1 = T_2 = 1$ , то к десятичному эквиваленту члена из  $T_1$  должна быть прибавлена соответствующая степень числа два, в нашем случае 16. Новая стандартная сумма для  $T_1$  может быть получена с помощью следующей таблицы.

Члены стандартной суммы

$T_1(A, B, C, D)$	2	3	4	5	6	7	11	15
$T_2 =$	0	1	1	1	0	1	1	1
$T_1(T_2, A, B, C, D)$	2	19	20	21	6	23	27	31

Десятичные числа в нижнем ряду — это эквиваленты таких членов, для которых функция  $T_1$  должна быть равна 1.

Первоначальная стандартная сумма для  $T_1$  может быть выражена также в виде стандартного произведения

$$T_1 = \Pi(0, 1, 8, 9, 10, 12, 13, 14).$$

Стандартное произведение для  $T_2$  имеет вид

$$T_2 = \Pi(2, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14).$$

Для этих членов нужно опять найти новые десятичные эквиваленты. Если  $T_1 = T_2 = 0$ , то соответствующий десятичный эквивалент члена функции  $T_1$  остается неизменным, но при  $T_1 = 0$  и  $T_2 = 1$  к соответствующему десятичному эквиваленту члена функции  $T_1$  следует прибавить 16. Например, члену 9 стандартного произведения функции  $T_1$  соответствует двоичное число 1001 или в алгебраической форме выражение  $(A' + B + C + D')$ . Так как для этой комбинации  $T_2$  равно 0, член нового стандартного произведения функции  $T_1$  должен быть  $(T_2 + A' + B + C + D')$ . Этому выражению соответствует двоичное число 01001 или опять десятичное число 9. Однако для члена, представленного десятич-

ным числом 1, функции имеют значения  $T_1 = 0$  и  $T_2 = 1$ . Следовательно, новый член должен быть  $(T_2' + A + B + C + D')$ , что соответствует десятичному числу 17. В приведенной ниже таблице указаны все поправки к членам стандартного произведения функции  $T_1$ .

Члены стандартного произведения

$T_1(A, B, C, D)$	0	1	8	9	10	12	13	14
$T_2 =$	1	1	0	0	0	0	0	0
$T_1(T_2, A, B, C, D)$	16	17	8	9	10	12	13	14

Члены в нижнем ряду — это такие члены, для которых функция  $T_1$  должна быть равна 0. Из двух таблиц можно теперь установить, что

$T_1 = 1$  для членов 2, 6, 19, 20, 21, 23, 27, 31

и

$T_1 = 0$  для членов 8, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17.

Имеются 32 возможные комбинации членов функции от переменных  $(T_2, A, B, C, D)$ . Однако значения функции  $T_1$  определены только для 16 из них. Оставшиеся комбинации представляют собой

		<b>AB</b>						<b>AB</b>			
		00	01	11	10			00	01	11	10
<b>CD</b>	00			0	0			0	1		
	01			0	0			0	1		
	11							1	1	1	1
	10	1	1	0	0						
		$T_2=0$						$T_2=1$			
		<b>AB</b>						<b>AB</b>			
		00	01	11	10			00	01	11	10
<b>CD</b>	00	1	1	0	0			0	1	1	0
	01	1	1	0	0			0	1	1	0
	11	1	1	0	0			1	1	1	1
	10	1	1	0	0			1	1	1	1
		$T_2=0$						$T_2=1$			

Рис. 9.43. Простановка произвольных членов в матрицах.

члены, для которых можно выбрать произвольные значения, что поможет упростить релейную функцию  $T_1$ . В рассмотренном методе число произвольных членов всегда будет равно числу заданных членов. К имеющемуся числу переменных была добавлена еще одна переменная, и этим число возможных членов функции было удвоено. Однако добавленная переменная сама является определенной функцией исходных переменных, благодаря чему действительное число членов функции не может быть больше, чем было до этого.

Рассматриваемый случай представлен верхней парой матриц рис. 9.43, где левая и правая матрицы относятся к  $T_2 = 0$  и  $T_2 = 1$  соответственно. Вхождения матриц отвечают заданным значениям  $T_1$ .

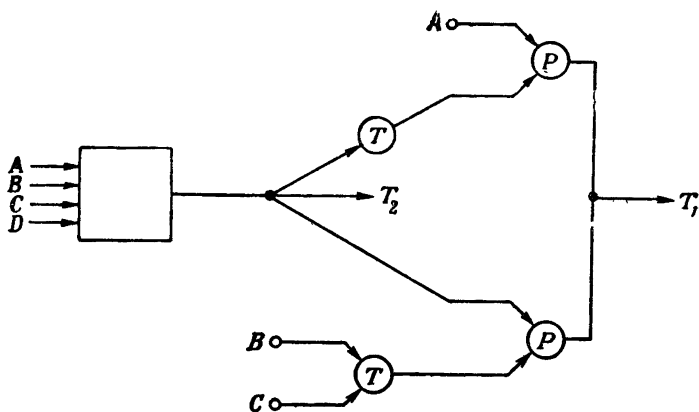


Рис. 9.44. Выход  $T_2$  служит входом для структуры, дающей на своем выходе функцию  $T_1$ .

Они могут быть получены непосредственно из стандартной суммы и стандартного произведения для функции  $T_1$  как функции переменных ( $A, B, C, D$ ) путем заполнения клеток матриц с учетом значения  $T_2$  для каждой из комбинаций значений переменных. Так, например, член 2 стандартной суммы представлен в виде единицы в левой матрице, так как для него  $T_2 = 0$ . Единица, соответствующая члену 3, представлена, однако, в правой матрице, так как  $T_2$  содержит этот член в своей стандартной сумме. При помощи аналогичной процедуры в матрицы проставлены также и нули, представленные членами стандартного произведения.

Все пустые клетки в верхней паре матриц представляют собой произвольные члены. В нижней паре матриц проставлены выбранные значения этих членов. Матрицы в этом виде представляют следующую функцию:



$$T_1 = T_2' A' + T_2 (B + C) = (T_2 + A') (T_2' + [B' C']')$$

Структура рис. 9.44, является реализацией этой функции.

Полученный результат приводит к общему методу, который существенно уменьшает количество преобразований. Всегда можно написать

$$T_1 = f_1(A, B, C, D) \cdot T_2' + f_2(A, B, C, D) \cdot T_2,$$

где все функции  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $f_1$  и  $f_2$  суть функции одних и тех же переменных: Так как среди них  $T_2$  и  $T_2'$  имеют значение 1 для всех возможных комбинаций входных переменных, то мы можем

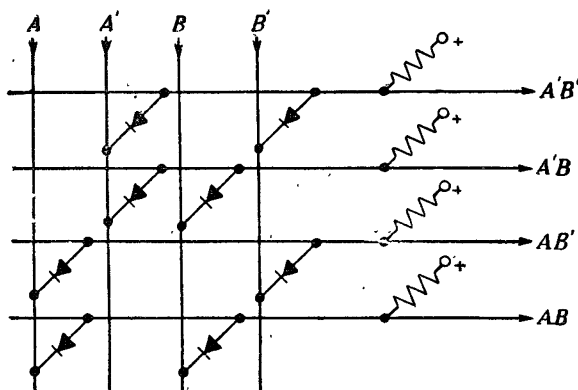


Рис. 9.45. Дiodная матрица.

всегда образовать функции  $f_1$  и  $f_2$  так, что они будут совместно выводить соответственно из  $T_2$  и  $T_2'$  все единицы, требуемые функцией  $T_1$ . Процедура формирования функций  $f_1$  и  $f_2$  требует, чтобы для всех комбинаций входных переменных  $A, B, C, D$  имели место следующие соотношения:

а) в случае если  $T_1 = 0$ , то для  $T_2' = 1$   $f_1 = 0$ , а  $f_2$  произвольно; если  $T_2 = 1$ , то  $f_2 = 0$ , а  $f_1$  произвольно;

б) в случае если  $T_1 = 1$ , то для  $T_2' = 1$   $f_1 = 1$ , а  $f_2$  произвольно; если же  $T_2 = 1$ , то  $f_2 = 1$ , а  $f_1$  произвольно.

Если  $T_1$  желательно получить в форме произведения, то можно записать

$$T_1 = [f_1(A, B, C, D) + T_2] [f_2(A, B, C, D) + T_2'].$$

При определении функций  $f_1$  и  $f_2$  необходимо принять  $f_1 = 1$ , если  $T_1 = 1$  и  $T_2 = 0$ , и  $f_2 = 1$ , если  $T_1 = 1$  и  $T_2 = 0$ . Кроме того, следует принять  $f_1 = 0$ , если  $T_1 = 0$  и  $T_2 = 0$ , и  $f_2 = 0$ , если

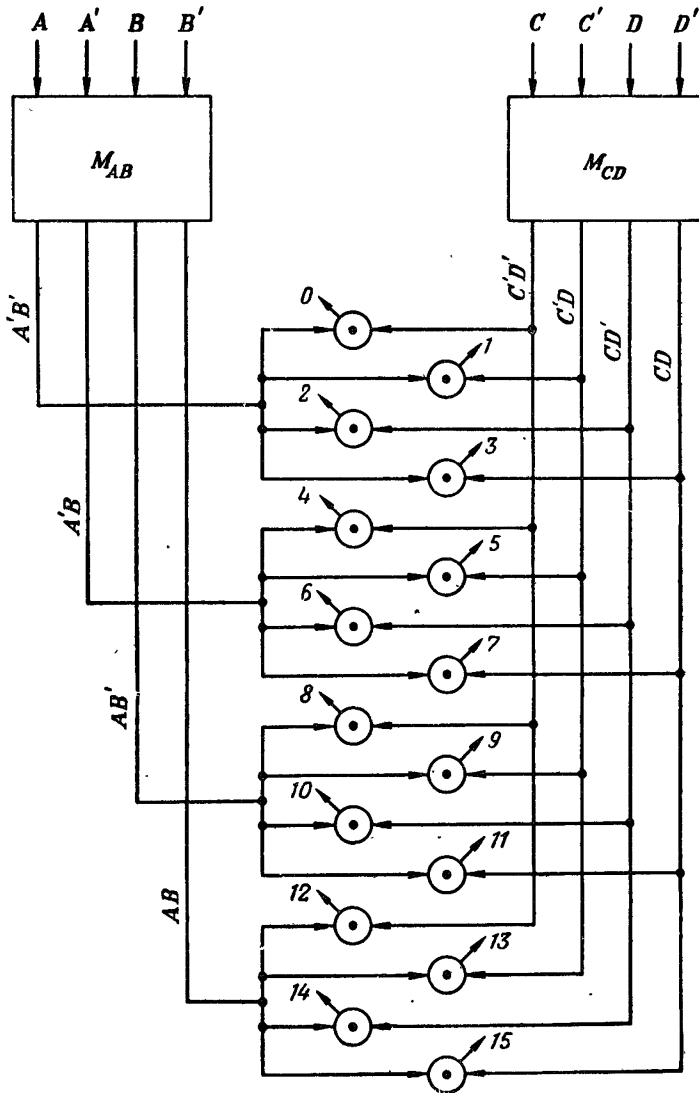


Рис. 9.46. Видоизмененная структура диодной матрицы.

$T_1 = 0$  и  $T_2' = 0$ . Для всех оставшихся комбинаций входных переменных значения функций  $f_1$  и  $f_2$  будут произвольными.

Довольно общим видом структур с многими выходами являются структуры матричного типа с вентилями элементами. На рис. 9.45 представлена структура этого типа на две переменные.

Четыре выхода представляют четыре комбинации двух переменных, повторяющих набор выходов контактного дерева.

Как видно из рис. 9.45, образование четырех выходов требует восьми диодов. Если имеется  $n$  переменных, то для образования всех комбинаций входных переменных диодная матрица, аналогичная приведенной на рис. 9.45, потребует  $n \cdot 2^n$  диодов. Например, для матрицы на четыре переменные потребовалось бы 64 диода.

Видоизмененная матричная структура, показанная на рис. 9.46, для образования тех же выходов требует только 48 диодов. В этой матрице вначале воспроизводятся отдельно все комбинации переменных  $(A, B)$  и все комбинации переменных  $(C, D)$ , что выполняется с помощью диодных матриц на две переменные типа, указанного на рис. 9.45. Они изображены схематически на рис. 9.46 в виде многополюсников  $M_{AB}$  и  $M_{CD}$ . В оставшейся части структуры имеется 16 логических звеньев умножения, которые воспроизводят все возможные произведения наборов  $(A, B)$  и  $(C, D)$ . Чтобы указать член, воспроизводимый каждым элементом, выходы этих элементов обозначены десятичными числами от 0 до 15. Для более полного изучения структур, воспроизводящих члены, соответствующие всем возможным комбинациям входных переменных, с помощью диодных матриц, читатель отсылается к работе [1] (см. список литературы в конце этой главы).

## § 9.7. Ферромагнитные релейные устройства

Высококачественные транзисторные и диодные релейные элементы свидетельствуют о выдающихся успехах в области физики твердого тела. Другое достижение в этой области—ферромагнитный релейный элемент — нашло широкое применение в быстродействующих запоминающих устройствах. В последнее время этот элемент начал получать широкое признание также и в качестве релейного элемента для выполнения других функций.

Основная схема сердечника и его обмоток показана на рис. 9.47. Сердечник с тремя обмотками, показанными на рисунке, служит по существу только в качестве запоминающего элемента, но при добавлении других обмоток он может стать средством для реализации релейных функций.

Сердечник имеет форму тора с поперечным сечением, близким к прямоугольному. Будем считать, что сердечник находится в состоянии, соответствующем 1, если он намагничен в направлении по часовой стрелке, как показано на рис. 9.47.

Точка, проставленная у одного из концов каждой обмотки, означает: для входной обмотки и обмотки сдвига—вывод, к которому прикладывается положительный потенциал, а для выходной обмотки — вывод, на котором получается положительный потенциал.

Сердечник, используемый в качестве релейного элемента, изготовляется из материала, имеющего прямоугольную петлю гистерезиса (рис. 9.48)<sup>1</sup>. При медленном изменении магнитодвижущей силы от  $+H_m$  до  $-H_m$  и обратно изменение индукции будет происхо-

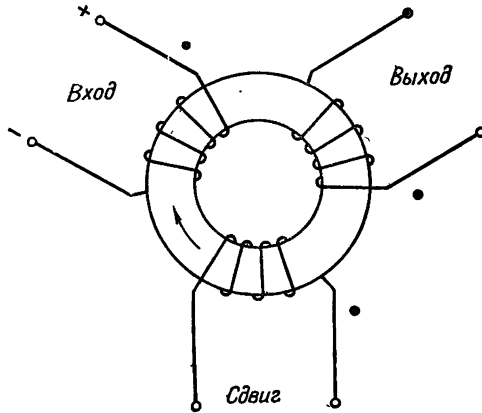


Рис. 9.47. Магнитный торондальный сердечник и его осевые обмотки.

дить по кривой, показанной на рис. 9.48 сплошной линией. Состояние сердечника, равное 1, соответствует положительному значению остаточной индукции  $+B_r$ , а состояние, равное 0, — отрицательному значению  $-B_r$ . Первое на рис. 9.48 отмечено буквой *c*, а второе — буквой *a*. Если сердечник находится в состоянии, соответствующем 0, и его входная обмотка получает импульс малой длительности с максимальной величиной намагничивающего поля, равной  $+H_m$ , то он будет переведен в состояние с положительным значением индукции, указанное точкой *b*. Кривая изменения магнитной индукции зависит от формы импульса. Если магнитодвижущая сила изменяется постепенно, то изменение магнитной индукции будет происходить по кривой, указанной на рис. 9.48 сплошной линией. Если изменение ее происходит очень быстро, то магнитная индукция будет изменяться по кривой, показанной пунктирной линией. В условиях, встречающихся на практике, кривая изменения магнитной индукции лежит где-то между кривыми рис. 9.48.

Важным свойством прямоугольной петли гистерезиса является то, что по окончании положительного импульса сердечник остается в состоянии положительного намагничивания, т. е. в точке *c*. Если затем на вход подан отрицательный импульс, то сердечник перево-

<sup>1</sup> В русской литературе магнитные сердечники такого типа принято называть релейными элементами с прямоугольной петлей гистерезиса или просто гистерезисными элементами. — *Прим. ред.*

дится в состояние, характеризуемое точкой  $d$ , и затем по окончании действия отрицательного импульса остается в точке  $a$ . При отсутствии каких-либо входных импульсов сердечник будет оставаться бесконечно долго либо в нулевом состоянии (точка  $a$ ), либо в единичном состоянии (точка  $c$ ).

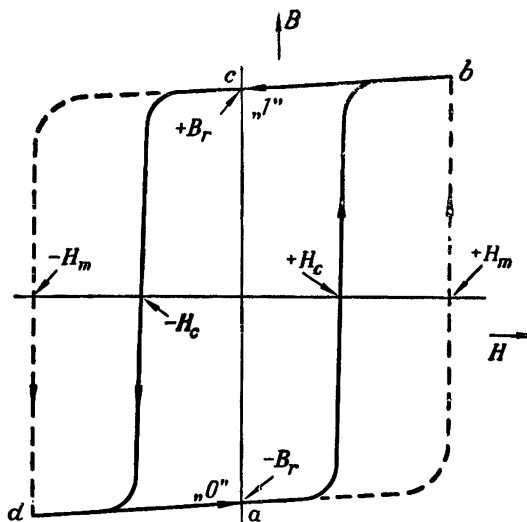


Рис. 9.48. Прямоугольная петля гистерезиса (сплошная линия) магнитного сердечника.

Для перемены направления намагниченности сердечника требуется конечное время. Это «время переключения» зависит от характеристик сердечника и от величины приложенной магнитодвижущей силы. Оно определяется по формуле

$$\tau = \frac{C}{H - H_0};$$

здесь  $\tau$  — промежуток времени от момента приложения импульса тока до момента окончания процесса перемагничивания (это время удобнее всего определять при помощи записи выходного напряжения с другой обмотки путем измерения ширины индуцированного импульса вдоль оси абсцисс);  $H$  — приложенная к сердечнику магнитодвижущая сила, вызванная импульсом тока;  $H_0$  — некоторая постоянная минимальная магнитодвижущая сила (если  $H = H_0$ , то время переключения становится бесконечно большим; физически  $H_0$  немного больше, чем коэрцитивная сила  $H_c$ );  $C$  — постоянная, зависящая от размеров и материала сердечника.

Приведенная выше формула указывает, что  $1/\tau$  изменяется линейно в зависимости от  $H$ . То есть график  $1/\tau$ , построенный на основе экспериментальных данных, будет прямой линией с наклоном  $1/C$ , пересекающей ось  $H$  при значении  $H = H_0$ .

Теперь следует уточнить, что будет пониматься под термином «проводимость», если на входах и выходах имеются импульсные воздействия. В этом случае величины напряжения или тока уже трудно использовать для представления проводимости, равной 0 или 1. Имеется несколько способов определения значений булевых переменных при импульсном их характере. Один из них, используемый недостаточно широко, заключается в том, что для представления 1 и 0 принимаются импульсы противоположной полярности. Положительной особенностью этого метода является то, что представляемая величина всегда указана полярностью импульса. Однако с инженерной точки зрения этот метод неудобен. Другой метод, получивший достаточно широкое применение, основан на представлении 1 и 0 в виде наличия и отсутствия импульса. Некоторую трудность для этого метода представляет случай, когда вопрос о наличии или отсутствии импульса решается в зависимости от наличия синхронизирующего импульса. Это означает, что если в момент появления импульса, представляющего переменную, появляется и синхронизирующий импульс, то значение переменной равно 1. Если же в момент появления синхронизирующего импульса, импульс, представляющий переменную, отсутствует, то значение переменной равно 0. Недостатком этого метода является то, что отсутствие импульса может свидетельствовать не только о равенстве переменной 0, но также и о сбое в работе устройства. Третий метод, который приобретает все большее распространение, основан на представлении переменной и ее инверсии в виде отдельных входов. Если импульс появляется на входе, соответствующем самой переменной, то ее значение равно 1. Однако если импульс появляется на входе, соответствующем инверсии переменной, то значение самой переменной равно 0. Этот метод устраняет указанную выше неопределенность при отсутствии импульса и хорошо согласуется с требованиями магнитных релейных устройств.

Следует указать на то, что работа магнитного сердечника не абсолютно идеальна. Это особенно справедливо для случаев, когда на выходе сердечника должен быть 0. Обратимся к рис. 9.48 и допустим, что сердечник находится в состоянии 1 (точка  $c$  кривой намагничивания) и получает импульс, приводящий к перемагничиванию в положительном направлении. Точка, характеризующая магнитное состояние сердечника, сместится вправо к точке  $b$  и по окончании импульса возвратится к исходной точке  $c$ . Если кривая намагничивания строго прямоугольной формы, то при этом изменения индукции не будет. Однако практически ввиду наклона горизонтальной части кривой намагничивания в этом случае происхо-

дит небольшое изменение индукции, и соответственно ему в каждой из выходных обмоток индуцируется некоторое напряжение. Это напряжение, конечно, мало по сравнению с тем, которое индуцируется при перемагничивании сердечника, но оно тем не менее достаточно для того, чтобы считать его существенной составляющей «шума» магнитного элемента. Одной из важных целей исследований в области магнитных материалов является получение сердечников с возможно большей прямоугольностью петли гистерезиса и уменьшение, таким образом, ложных выходных сигналов.

Существенным при работе магнитного сердечника является наличие паразитных импульсов. Предположим, что к входной обмотке сердечника был приложен такой импульс, что сердечник намагнитился по часовой стрелке, т. е. в положительном направлении. Если теперь подать импульс в обмотку сдвига с положительным потенциалом на вводе, обозначенном точкой, то сердечник перемагнитится. При этом на выходной обмотке индуцируется импульс напряжения. Если теперь к входной обмотке приложить другой импульс положительной полярности, то сердечник опять перемагничивается, а на выходной обмотке индуцируется импульс противоположной полярности. Выходные импульсы, индуцируемые под воздействием импульсов на входных обмотках, считаются ложными, и в выходных цепях должны быть предусмотрены средства для их исключения. Должны учитываться только те выходные импульсы, которые индуцируются под воздействием импульсов, приложенных к обмотке сдвига. Практическим способом устранения ложных импульсов является разделение работы магнитного элемента на два или три такта. В простейших случаях имеется один входной такт и один выходной такт. Однако в более сложных структурах, когда выходы одной части структуры являются входами другой части, тот или иной такт может быть связан с работой входа или с работой выхода в зависимости от того, в какой части структуры это происходит.

Один из первых общих методов построения магнитных устройств был описан Минником<sup>1</sup>. Этот метод характеризуется тем, что при этом используются только одни магнитные сердечники без вентильных элементов. Возросшее распространение и надежность вентильных элементов делают в настоящее время это ограничение совершенно не обязательным, но для сопоставления краткое рассмотрение метода Минника будет полезным.

Основная схема магнитного сердечника, использовавшаяся Минником, показана на рис. 9.49. В схеме рис. 9.49,а сердечник имеет две входные обмотки  $X_1$  и  $X_2$ , обмотку сдвига  $A$ , обмотку сброса  $R$  и выходную обмотку, на которой воспроизводится функция  $f_1$ .

<sup>1</sup> См. [15] списка литературы в конце этой главы.

Допустим, что к обмотке сброса был приложен импульс, который намагнитил сердечник по направлению часовой стрелки, как указано на рисунке. Стрелки, помещенные около входных обмоток  $X_1$  и  $X_2$ , показывают, что если к какой-нибудь из этих обмоток будет приложен импульс, то сердечник намагнитится в противоположном направлении, т. е. в направлении против часовой стрелки. Стрелка у обмотки сдвига указывает, что сдвигающий импульс намагничивает сердечник также в направлении против часовой стрелки. После того как импульс сброса намагнитил сердечник в направлении по часовой стрелке, подача импульса в одну или обе входные обмотки

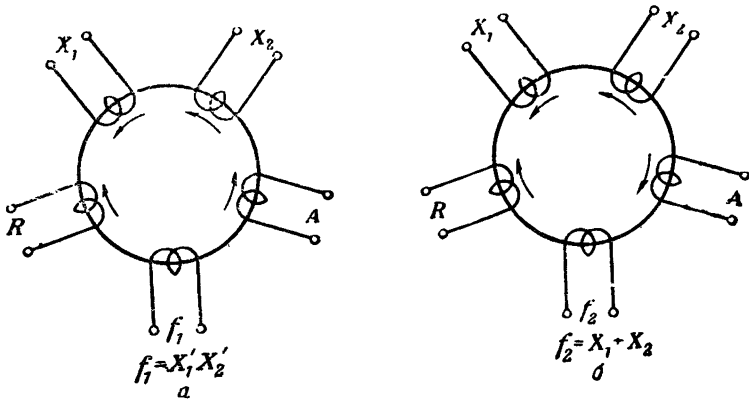


Рис. 9.49. Реализация произведения и суммы при помощи сердечников. Полярность сдвигающего импульса определяет вид реализуемой функции.

перемагнитит его в направлении против часовой стрелки. В этом случае сдвигающий импульс найдет сердечник уже намагниченным в том направлении, в котором он сам должен его перемагнитить. Поэтому перемагничивания сердечника не произойдет, и импульса напряжения в выходной обмотке не будет. Единственным условием появления импульса на выходе является, таким образом, отсутствие импульсов во входных обмотках. Поэтому условия работы выхода могут быть выражены функцией  $f_1 = X_1'X_2'$ .

Если используется только одна из входных обмоток, то рассмотренная схема может служить для образования инверсии входной переменной. Если сердечник несет более чем две входные обмотки, то условия работы выхода будут описываться функцией  $f_1 = X_1'X_2' \dots X_n'$ .

На рис. 9.49,б направление намагничивания сдвигающей обмотки изменено на обратное. После того как сердечник был намагничен импульсом сброса в направлении по часовой стрелке, появ-



ление импульса в любой из входных обмоток намагничивает его по направлению против часовой стрелки. Поскольку сдвигающая обмотка намагничивает сердечник теперь в направлении по часовой стрелке, выходное напряжение будет появляться в том случае, если перед этим был подан импульс в одну или в обе входные обмотки. Условия работы выхода описываются в этом случае выражением  $f_2 = X_1 + X_2$ . Если на сердечнике имеются более чем две входные обмотки, то выход будет описываться функцией  $f_2 = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ .

Представление магнитных ячеек в виде схемы, изображенной на рис. 9.49, неудобно. В частности, при таком изображении затруднительно определение относительных полярностей. Направление намагничивания зависит от направления тока, конца обмотки,

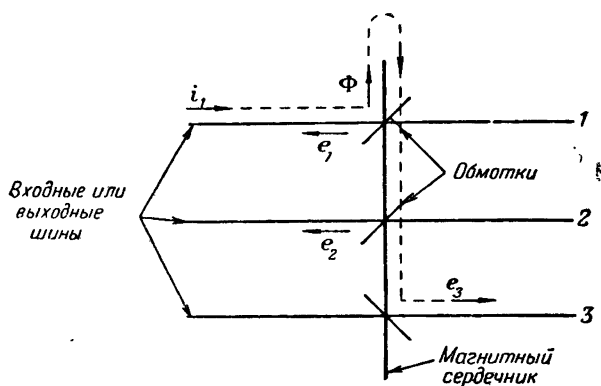


Рис. 9.50. Представление магнитного сердечника и его обмоток с использованием принципа зеркального отражения.

к которому приложено напряжение, и направления витков обмотки. В дальнейшем будет использоваться символическое представление работы магнитного сердечника, показанное на рис. 9.50. В этом представлении сердечник изображается вертикальной линией. Если имеется более чем один сердечник, то каждый из них отличается цифрой или другим обозначением, помещенным над этой линией.

Входы или выходы изображаются с помощью горизонтальных линий, которые пересекают линию, представляющую сердечник, под прямыми углами. Если на сердечнике имеется обмотка, связанная с каким-либо входом или выходом, то она изображается с помощью линий, проходящей через точку пересечения указанных выше двух линий под углом в  $45^\circ$  к обеим. Направление обмотки указывается при помощи наклона этой линии вниз справа налево или слева направо.

Описанный метод изображения магнитного элемента использует так называемый *зеркальный* принцип<sup>1</sup>. Этот метод значительно облегчает нахождение направления намагничивающего поля и направления наведенной э.д.с. Считается, что все входные токи текут слева направо, как показано стрелкой  $i_1$  на рис. 9.50. Наклонная линия, изображающая обмотку, рассматривается как плоскость зеркала. Намагничивающее поле, образованное током, текущим слева направо, имеет такое же направление, как и отраженный от этого зеркала луч света, падающий по направлению тока. Найденное направление показано на рисунке стрелкой  $\Phi$ . Изменение потока, вызванное током  $i_1$ , наведет напряжение  $e_1$  в направлении, противоположном направлению тока, вызвавшего это изменение, т. е. в направлении, показанном стрелкой. Если изменить направле-

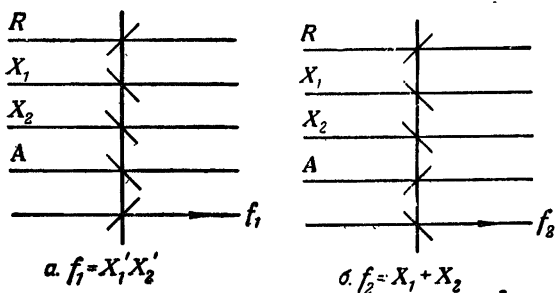


Рис. 9.51. Схемы рис. 9.49, представленные с помощью зеркальных обозначений.

ние потока  $\Phi$  на противоположное, то направление наведенных э. д. с. для всех обмоток определится путем отражения измененного потока от поверхностей зеркал, изображающих соответствующие обмотки. С помощью этого метода легко определить в рассматриваемом случае, что напряжения  $e_1$  и  $e_2$  направлены справа налево, а напряжение  $e_3$  — слева направо. Все эти направления хорошо согласуются с законом Ленца и вытекают из правил, принятых в методе зеркального отражения.

Схемы магнитных элементов, показанные на рис. 9.49, *a* и 9.49, *б*, в символические зеркальные обозначения изображены на рис. 9.51, *a* и 9.51, *б*. В обеих этих схемах импульс сброса намагничивает сердечник вверх, а любой входной импульс намагничивает его вниз. На рис. 9.51, *a* импульс сдвига намагничивает сердечник вниз, и напряжение на выходе может иметь место только тогда, когда

<sup>1</sup> K a r n a u g h M., Pulse switching circuits using magnetic cores, см. [16] списка литературы в конце этой главы. Карно заимствовал зеркальные обозначения у Майера (M a y e r R. P., A proposed symbol for magnetic circuits, Engineering Note E-472, Digital Computer Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, August 14, 1952).

не будет импульсов ни в одной из входных обмоток. На рис. 9.51,б импульс сдвига намагничивает сердечник вверх, и изменение потока, а значит, и наведенное напряжение на выходе будут иметь место только тогда, когда одна или обе входные обмотки получили импульсы. Отметим, что изменение направления витков сдвигающей обмотки требует для сохранения полярности импульса на выходе одновременного изменения и направления витков выходной обмотки.

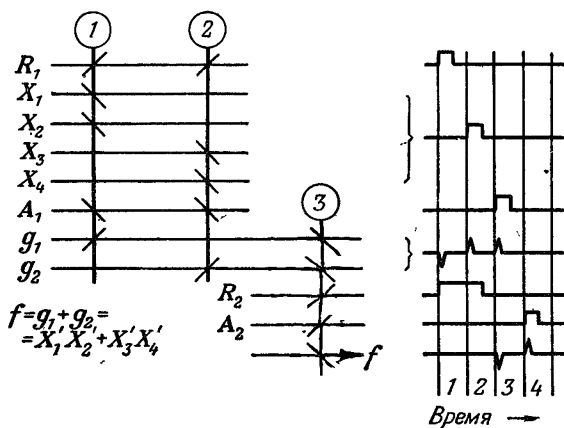


Рис. 9.52. Двухкаскадная структура.  
Справа показаны временные последовательности входных и управляющих импульсов.

Из основных схем умножения и сложения рис. 9.51 можно скомбинировать двухкаскадную схему, показанную на рис. 9.52. Выходы сердечников 1 и 2 описываются функциями  $g_1 = X_1'X_2'$  и  $g_2 = X_3'X_4'$ . Эти выходы служат в свою очередь входами сердечника 3, который реализует функцию  $f = g_1 + g_2$ . Таким образом, в двухкаскадной структуре, аналогичной рис. 9.52, может быть реализована любая релейная функция, заданная в виде минимальной суммы.

Однако для структур этого типа характерны некоторые трудности, связанные с синхронизацией воздействий сердечников друг на друга. Диаграмма, иллюстрирующая это, представлена в правой части рис. 9.52. Из нее можно видеть, что в первом интервале времени сердечники 1 и 2 получают импульсы сброса  $R_1$ . При этом на выходных шинах  $g_1$  и  $g_2$  могут появиться отрицательные импульсы тока. Чтобы предотвратить действие этих ложных сигналов на входах сердечника 3, импульс сброса  $R_2$  должен быть приложен в течение всего первого интервала времени. Во втором интервале времени могут появляться импульсы на входах  $X_1, X_2, X_3$  и  $X_4$ , которые переманчивают сердечник. При этом на выходных шинах  $g_1$  и  $g_2$

снова появляются импульсы, но уже положительной полярности. Для предупреждения перемагничивания сердечника 3 от этих ложных сигналов импульс сброса  $R_2$  должен быть приложен и во втором интервале времени до тех пор, пока не кончится действие импульсов на шинах  $g_1$  и  $g_2$ . В третий интервал времени импульс сдвига  $A_1$  вырабатывает выходные импульсы с сердечников 1 и 2, которые передаются к сердечнику 3. Эти импульсы вызывают отрицательный импульс на выходе сердечника 3. При этом необходимо принять меры для устранения воздействия этого ложного сигнала на оставшуюся часть структуры. Наконец, в четвертый интервал времени импульс сдвига  $A_2$  вырабатывает конечный выходной сигнал

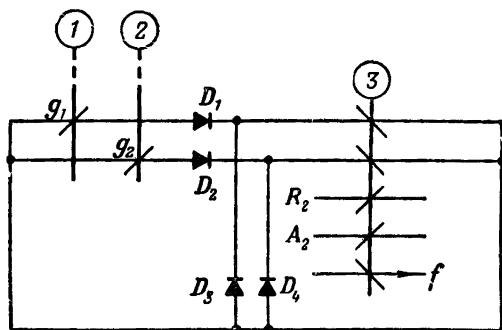


Рис. 9.53. Включение диодов для предотвращения ложных выходных сигналов.

в форме положительного импульса на выходной шине  $f$ . Из рассмотрения работы структуры рис. 9.52 видно, что если магнитные сердечники используются как релейные элементы без каких-либо других средств для предохранения от ложных сигналов, то необходима очень точная регулировка как длины импульсов, так и их положения на временной оси.

В более сложных структурах такая регулировка очень трудна, и для предотвращения передачи нежелательных сигналов были предложены другие методы. Некоторые из них иллюстрируются схемой рис. 9.53. На этом рисунке показаны выходные обмотки сердечников 1 и 2 рис. 9.52, питающие входные обмотки сердечника 3, а также контуры протекания токов от выходных импульсов сердечников 1 и 2. Вместо использования удлиненного импульса сброса для сердечника 3 здесь для устранения влияния отрицательных импульсов на выходных шинах  $g_1$  и  $g_2$  включены диоды  $D_1$  и  $D_2$ , которые предотвращают протекание тока, вызванного этими импульсами. Кроме того, если на одной из шин  $g_1$  и  $g_2$  или на обеих этих шинах возникают импульсы, намагничивающие сердечник 3 в направлении вниз, то последующее действие импульса сдвига  $A_2$  наведет напряжение не только в выходной обмотке этого сердечника,

но и в двух его входных обмотках. Эти напряжения вызовут протекание тока в контуре по часовой стрелке, и этот ток пройдет через обмотки  $g_1$  и  $g_2$ . Такое обратное действие напряжений в значительной степени может быть уменьшено путем соответствующего распределения числа витков по обмоткам. Кроме этого, для предотвращения протекания указанного тока в обмотках  $g_1$  и  $g_2$  служат диоды  $D_3$  и  $D_4$ , представляющие для обратных напряжений малое сопротивление. Для выходных напряжений сердечников 1 и 2 они будут представлять высокое сопротивление.

В схемах на магнитных сердечниках рассмотренного типа выходной импульс образуется благодаря трансформаторной связи в момент времени, когда обмотка сдвига получает импульс.

Карно<sup>1</sup> опубликовал обстоятельную работу, посвященную схемам этого типа, в которой он особенно тщательно изучает задачу реализации релейной функции только на одном магнитном сердечнике. Для этой цели входным импульсам разрешается перемагничивать сердечник в обоих направлениях. Результирующую намагничивающую силу, которая при этом получается, будем называть *входной комбинацией*. Входной комбинации приводится в соответствие *устанавливающая функция*, которая характеризуется выходом сердечника.

Один из простых примеров, иллюстрирующих этот метод, приведен на рис. 9.54, на котором изображена схема расположения обмоток сердечника для образования инверсии. Импульс сброса намагничивает сердечник в направлении вверх. Импульс на вход  $X$  подается синхронно с единичными импульсами на входной шине, обозначенной 1. Эти единичные импульсы всегда подаются на шину 1 независимо от того, есть импульс  $X$  или нет. Обмотка входа  $X$  включена так, что сердечник намагничивается вверх, а обмотка для входа 1 намагничивает его вниз. Когда на входах 1 и  $X$  импульсы появляются одновременно, их намагничивающие силы направлены навстречу друг другу, и если сделать их равными по величине, то одновременная подача импульсов на входы  $X$  и 1 не вызовет изменения намагниченности сердечника. Следовательно, сдвигающий импульс, который появляется после импульса  $X$ , намагничивающий сердечник вверх, найдет сердечник уже намагниченным в этом направлении. Перемагничивания сердечника не произойдет.

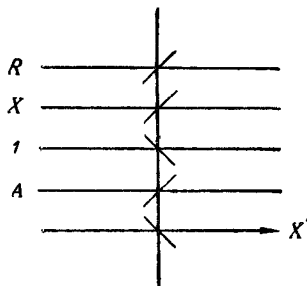


Рис. 9.54. Логическое звено инверсии, полученное методом входных комбинаций.

<sup>1</sup> См. [16] списка литературы в конце этой главы.

и поэтому выходного импульса не будет. Если, однако, импульс  $X$  отсутствует, то импульс 1 намагнитит сердечник вниз, и импульс сдвига, возвращая сердечник в состояние намагниченности с направлением вверх, наведет напряжение на выходной обмотке. Поскольку выходное напряжение равно 0, когда  $X = 1$ , и равно 1, когда  $X = 0$ , то устанавливающая функция будет иметь вид  $f = X'$ . Можно несколько упростить рассмотренную структуру. Поскольку импульс сдвига всегда оставляет сердечник намагниченным вверх, то необходимость в импульсе сброса отпадает. Поэтому обмотка сброса в этом случае может быть исключена.

Без обмотки сброса работа сердечника проходит в два такта, которые определяются соответствующими синхронизирующими импульсами. В первом такте сердечник получает импульсы на своей входной обмотке, и во втором такте он получает импульс сдвига. Импульс сдвига при этом намагничивает сердечник в таком направлении, что он опять становится готовым к приему входных импульсов в следующем такте. Если выход одного сердечника соединен с входом другого, то второй такт первого сердечника является первым тактом для второго. В этом случае необходимо точно устанавливать тождество тактов различных сердечников, в особенности когда при поступлении сигналов от разных релейных элементов структуры для установки идентичности тактов используются элементы задержки.

Хотя при помощи метода входных комбинаций нельзя реализовать все типы релейных функций, Карно показал, что этот метод может быть применен для реализации большого класса симметрических функций. Этот класс объединяет симметрические функции со всеми  $a$ -числами от  $j$ , являющегося наименьшим  $a$ -числом, до  $n$ , представляющего число переменных, включительно. В особенности интересны два случая, представляющие крайние члены этого класса. В первом случае наименьшее  $a$ -число равно 1, и устанавливающая функция принимает вид  $f = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Эта функция реализуется схемой рис. 9.51,б с помощью исключения обмотки сброса и добавления дополнительных входных обмоток.

В другом специальном случае наименьшее  $a$ -число есть  $n$  и функция равна 1, когда все переменные равны 1. Устанавливающая функция поэтому имеет вид  $f = X_1 X_2 \cdot \dots \cdot X_n$ . Входную комбинацию для этой функции можно получить, если любая одна из переменных будет намагничивать сердечник вниз, а инверсии всех остальных переменных будут намагничивать сердечник вверх. Так, на рис. 9.55 показан сердечник, намагниченный сначала вверх. Если все переменные в произведении равны 1, то имеется импульс только на входе  $X_1$ , а на всех остальных входах, представляющих инверсии переменных, импульсы отсутствуют. Поэтому импульс  $X_1$  намагничивает сердечник вниз, импульс сдвига намагничивает его вверх, и на выходе появляется импульс.

Этот метод может быть использован для уменьшения числа инверсных переменных. Предположим, что нужно воспроизвести член  $f = X_1'X_2'X_3X_4$ . Можно использовать  $X_3$  или  $X_4$  для намагничивания сердечника вниз, и затем для намагничивания вверх использовать или  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_4$  или  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$ .

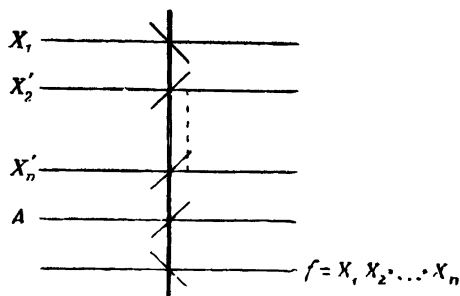


Рис. 9.55. Реализация логического звена умножения с помощью метода входных комбинаций.

При этом считается, что все импульсы имеют одинаковую амплитуду, а обмотки имеют одно и то же число витков. В схеме рис. 9.51,б нет необходимости в том, чтобы входные импульсы подавались одновременно, так как любого из них достаточно для намагничивания сердечника вниз. Однако если импульсы не одновременны, то в схеме рис. 9.55 импульс на шине  $X_1$  должен предшествовать импульсам на всех остальных входах. Если импульс на шине  $X_1$  подается позже, то он может намагнитить сердечник вниз, несмотря на то что один или большее число других входных импульсов были поданы и намагничивали сердечник в противоположном направлении.

Карно описал<sup>1</sup> два других метода получения выходного импульса, которые отличаются от описанных выше тем, что импульс сдвига служит в них одновременно и выходным импульсом, причем образует последний непосредственно, а не за счет трансформаторной связи. Карно назвал эти методы схемами типа  $AF$  и типа  $AB$ . Проиллюстрируем оба типа схем на примере реализации функции  $f = \bar{f}_1 + f_2 = X_1'X_2 + X_1X_2'$ .

Схема типа  $AF$  приведена на рис. 9.56. Сердечники 1 и 2 реализуют входные комбинации  $f_1$  и  $f_2$  соответственно. Под этим понимается, что если функция  $f_1$  или  $f_2$  равна 1, то соответствующий сердечник намагничен вниз. Импульс сдвига «сбрасывает» сердечник, т. е. намагничивает его вверх, и тем самым наводит напряжение на выходной обмотке  $f$  того сердечника, который ранее был перемагни-

<sup>1</sup> См. [16] списка литературы в конце этой главы.

чен вниз. Если в какой-либо из обмоток  $f$  наведено напряжение, то ток от сдвигающего импульса будет течь по контуру, включающему эту обмотку, так как наведенное напряжение относительно тока сдвигающего импульса приложено в прямом направлении. Таким образом, напряжение, наведенное или в обмотке  $f_1$ , или в обмотке  $f_2$  (см. рис. 9.56), приведет к тому, что импульс сдвига пройдет через контур, в котором имеется это напряжение и общее сопротивление нагрузки  $Z$ . Падение напряжения на нагрузке представляет собой выходную переменную, имеющую значение 1. Если ни один из сердечников не перемагничен, то большая часть тока сдвигающего импульса проходит через цепь, содержащую диод  $d_1$ , и выходная переменная будет иметь значение 0. Так как выходная переменная равна 1 в том случае, когда ток сдвигающего импульса проходит по контуру, содержащему или обмотку  $f_1$ , или обмотку  $f_2$ , то функция, описывающая выход будет равна  $f = f_1 + f_2$ .

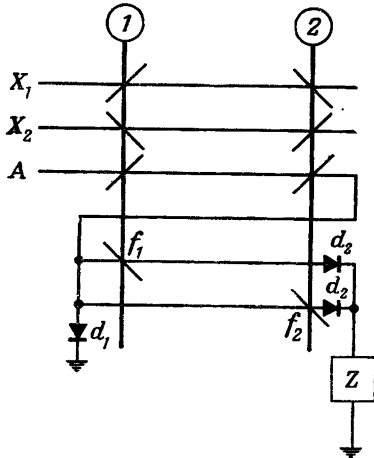


Рис. 9.56. Импульс сдвига, использованный в качестве выходного импульса в схеме типа  $AF$ .

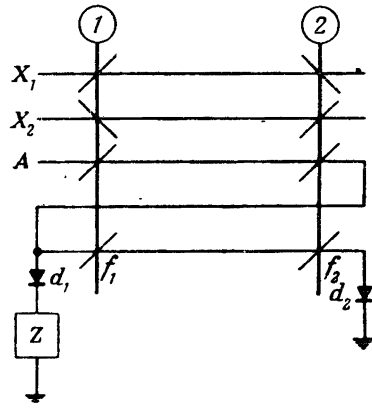


Рис. 9.57. Использование импульса сдвига в качестве выходного импульса в схеме типа  $AB$ .

В схеме типа  $AB$  рис. 9.57 входные комбинации такие же, как в схеме рис. 9.56, но выходные обмотки  $f_1$  и  $f_2$  намотаны в противоположную сторону и включены последовательно друг с другом. Напряжения, индуцированные в них при перемагничивании сердечника сдвигающим импульсом, направлены так, что они уменьшают ток в выходных обмотках, возникший под воздействием сдвигающего импульса. Их витки выбраны так, чтобы величины наведенных напряжений в обмотке  $f_1$  или  $f_2$  позволяли блокировать прохождение сдвигающего импульса. Если значение переменной  $f_1$  или  $f_2$  равно 1, ток сдвигающего импульса течет только через нагрузку



$Z$ , и значение переменной, характеризующей выход схемы, равно 1. Таким образом, выход опять представляет функцию  $f = f_1 + f_2$ .

В обеих схемах диоды предотвращают протекание тока, наводимого в выходных обмотках во время подачи импульсов на входы схемы. В схеме типа  $AB$  диод  $d_2$  предотвращает протекание обратного тока, когда в обмотках  $f_1$  или  $f_2$  наводится блокирующий потенциал.

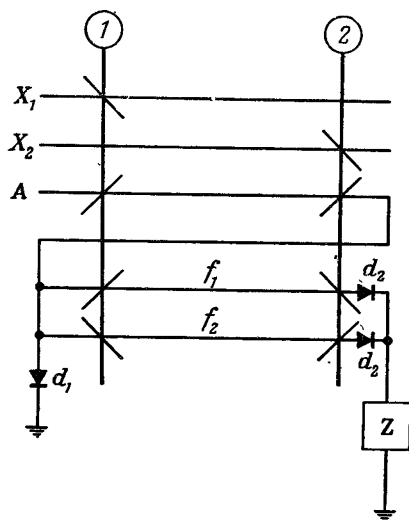


Рис. 9.58. Схема, использующая комбинацию выходных обмоток для образования пути прохождения сдвигающего импульса.

Несколько другая схема соединения обмоток, в которой для образования выходной переменной также используется сдвигающий импульс, описана Розенфельдом<sup>1</sup> и показана на рис. 9.58, где она применяется для реализации той же выходной функции, что и в предыдущих двух схемах. Эта схема подобна схеме типа  $AF$ . Однако теперь каждый сердечник характеризует значение только одной переменной. Все входные обмотки намотаны в одном направлении. Однако выходные обмотки намотаны в разных направлениях для образования выходной комбинации, характеризующей реализуемую функцию. Сердечники в этом случае перемагничиваются не под воздействием комбинаций входных переменных, как в предыдущем случае, а под воздействием самих переменных  $X_1$  и  $X_2$ . В цепи выходных обмоток, вырабатывающих функцию  $f_1$ , напряжение, наведенное при подаче импульса сдвига, действует в прямом направлении в обмотке сердечника 2 и в обратном направлении

<sup>1</sup> См. [18] списка литературы в конце этой главы.

в обмотке сердечника 1. Поэтому действие импульса сдвига приводит к тому, что результирующее напряжение в этой цепи действует в прямом направлении, если сердечник 1 находится в положении 0, а сердечник 2 — в положении 1. В связи с этим ток сдвигающего импульса проходит по контуру, включающему обмотки  $f_1$  и сопротивление нагрузки  $Z$ , в том случае, если входные переменные образуют член  $X_1 X_2$ . Если же значения входных переменных соответствуют члену  $X_1 X_2'$ , т. е. сердечник 1 намагничен, а сердечник 2 не намагничен, то импульс сдвига наведет напряжение в прямом направлении в обмотке  $f_2$  сердечника 1 и не наведет напряжения в аналогичной обмотке сердечника 2. Ток сдвигающего импульса пройдет при этом через обмотки  $f_2$  и нагрузку  $Z$ . Если ни один из

		$X_1, X_2$			
		00	01	11	10
$X_3, X_4$	00		1		
	01	1	1	1	1
	11	1			
	10			1	
		$a$			

		$X_1, X_2$			
		00	01	11	10
$X_3, X_4$	00		1		
	01	1	1	1	1
	11	1			
	10			1	
		$b$			

Рис. 9.59. Матрицы функции, которая должна быть реализована:  $a$  — в форме минимальной суммы;  $b$  — в дизъюнктивной форме.

сердечников не намагничен или оба сердечника намагничены одновременно, то результирующее напряжение, наведенное в обеих цепях  $f_1$  и  $f_2$ , будет равно нулю. При этом импульс сдвига пройдет по цепи с малым сопротивлением через диод  $d_1$ , и выходная переменная будет равна 0.

При реализации релейных функций методом выходных комбинаций должны быть приняты во внимание известные ограничения. Во-первых, для того чтобы упростить инженерный расчет, при образовании выходной комбинации нельзя допускать разветвления тока сдвигающего импульса по двум или большему числу каналов. Поэтому функция, подлежащая реализации, должна быть записана в форме стандартной суммы таким образом, чтобы не было двух произведений, принимающих значение 1 для одного и того же состояния входов. На рис. 9.59 представлены две матрицы для одной и той же функции. Если выбраны члены минимальной суммы, указанные в матрице рис. 9.59,  $a$ , то два из них, а именно  $X_3 X_4$  и  $X_1 X_2 X_3$ , будут равны 1 для состояния входов 0101, а два других члена  $X_3 X_4$  и  $X_1 X_2' X_4$  будут равны 1 для состояния 0001. Для

этих состояний при образовании выходной комбинации ток сдвигающего импульса будет делиться между двумя цепями. Чтобы избежать этого, выберем члены, представленные неперекрывающимися подкубами матрицы, как это показано на рис. 9.59, б. Тогда реализуемая функция запишется в виде

$$f = X_1' X_2' X_4 + X_1' X_2 X_3' + X_1 X_3' X_4 + X_1 X_2 X_3 X_4.$$

Второе ограничение заключается в том, что при образовании выходной комбинации в пределах каждого канала должна быть одна и только одна обмотка, намотанная в прямом направлении. Эта обмотка помещается на сердечнике, на который воздействует одна из переменных, входящих в член. Оставшиеся переменные реализуются помещением обмоток с обратной намоткой на сердечниках, на которые воздействуют *инверсии* этих переменных.

Отметим, что это ограничение наблюдалось и в схеме рис. 9.58, где, используя сердечники для переменных  $X_1$  и  $X_2$ , мы получали члены  $X_1' X_2$  и  $X_1 X_2'$ . На этих сердечниках нельзя было получить член  $X_1 X_2$ , потому что он потребовал бы использования в одной и той же цепи двух обмоток, намотанных в прямом направлении. На этих сердечниках можно, однако, получить произведение  $X_1' X_2'$  при условии, что оно входит в член  $X_1' X_2' X_4$  и соответствующие обмотки, намотанные в обратном направлении на сердечниках 1 и 2, включены в цепь, содержащую обмотку, намотанную в прямом направлении на сердечнике для переменной  $X_4$ .

Выбор переменных, воздействующих на сердечники, является при использовании метода выходных комбинаций весьма важным. В пределах каждой цепи инверсия может быть выполнена путем изменения направления включения обмотки. В ряде случаев, когда в алгебраическом выражении релейной функции имеются переменная и ее инверсия, нет необходимости использовать два сердечника.

Соответствующим выбором переменных можно уменьшить число необходимых сердечников. Для каждой пары переменных, используя два сердечника, можно реализовать, как это было продемонстрировано выше, три из четырех возможных произведений. Изучение этих произведений будет часто указывать, для какой переменной или переменных более выгодно использовать дополнительные сердечники. В функции, записанной в матрице рис. 9.59, б, каждая из пар переменных  $X_1 X_2$ ,  $X_1 X_3$  и  $X_1 X_4$  появляется в трех из четырех возможных для нее произведений. Для каждой из остальных пар переменных присутствуют только два произведения. Можно проверить, что эта функция не может быть реализована на четырех сердечниках, по одному на каждую переменную. В качестве первой попытки реализации может поэтому оказаться желательным снабдить сердечниками обе переменные  $X_1$  и  $X_1'$  с тем, чтобы для

них не было необходимости в обмотке, включенной в прямом направлении.

При выборе сердечников и для определения расположения обмоток, включенных в прямом и обратном направлениях, полезно пользоваться диаграммой, показанной на рис. 9.60. Каждая переменная и ее инверсия представлены в этой диаграмме отдельным столбцом. Для каждого члена функции отводится отдельная строка, в которой крестиками отмечаются переменные, входящие в произведение, образующее член. Так, например, член  $X'_1 X'_2 X_4$  представлен крестиками в столбцах  $X'_1$ ,  $X'_2$  и  $X_4$ , помещенными в первой стро-

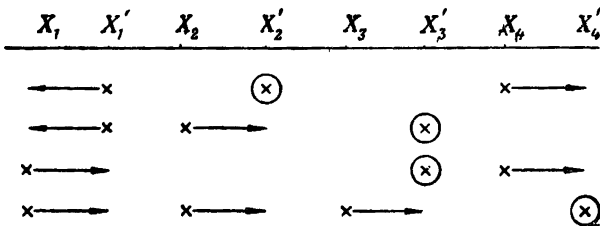


Рис. 9.60. Выбор сердечников для реализации функций по методу комбинаций выходных обмоток.

ке. Если переменная должна быть представлена на сердечнике обмоткой, включенной в прямом направлении, то крестик оставляется в том столбце, в котором он был помещен первоначально. Если же переменная представлена обмоткой, включенной в обратном направлении, крестик в диаграмме должен быть сдвинут в столбец, соответствующий инверсии этой переменной. Крестик переменной, выбранной для представления обмоткой с прямым включением, обводится кружком, а все остальные крестики в этой строке должны быть сдвинуты, как показано стрелками. Наша задача заключается в том, чтобы получить все обведенные кружком и сдвинутые крестики в минимальном числе столбцов при условии, что в каждой строке имеется один и только один крестик, обведенный кружком. Отметим, что, производя выбор, можно не учитывать крестики в первых двух столбцах, поскольку выше было решено снабдить сердечниками как переменную  $X_1$ , так и ее инверсию  $X'_1$ . Используя выбор, показанный на рис. 9.60, можно реализовать функцию с помощью метода выходных комбинаций на пяти сердечниках для входных переменных  $X_1$ ,  $X'_1$ ,  $X'_2$ ,  $X'_3$  и  $X'_4$ .

После выбора числа сердечников построение выходных цепей можно делать по аналогии с построением их для релейно-контактных цепей. Умножение реализуется в виде последовательного соединения обмоток, а сложение — с помощью параллельного соеди-

нения цепей. Направление включения обмотки определяет, что представлено на входе — переменная или ее инверсия.

Прежде чем закончить реализацию функции, представленной матрицей рис. 9.59, б, рассмотрим рис. 9.61, на котором в более

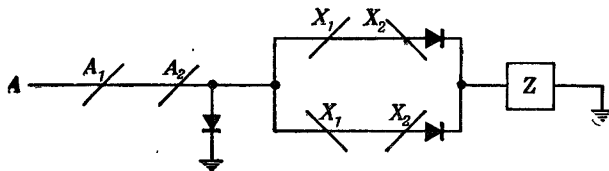


Рис. 9.61. Схема рис. 9.58 с упрощенными зеркальными обозначениями.

простой символической форме представлена схема рис. 9.58. На этом рисунке показана только цепь сдвигающего импульса, причем изображения обмоток отделены от сердечников. Обмотки сдвигающего импульса показаны так, что может быть определено направление изменения потока, вызванного этим импульсом.

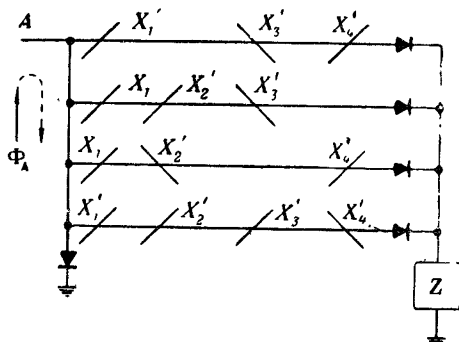


Рис. 9.62. Реализация функции, представленной матрицей рис. 9.59, с помощью метода комбинаций выходных обмоток.

Для функции, синтез которой мы производили, схема выходных цепей приведена на рис. 9.62. Вместо обмоток сдвигающего импульса на нем при помощи стрелок, изображенных слева, показано, что сдвигающий импульс намагничивает сердечники вверх и что направление включения обмоток находится путем отражения направленного вниз потока от их зеркальных обозначений.

Выходная комбинация не обязательно должна быть выполнена в классе последовательно-параллельных структур. Выход любой обмотки в выходной цепи может быть подключен и более чем

кодному каналу. Однако должно соблюдаться ограничение, заключающееся в том, что каждый канал может содержать одну и только одну обмотку, включенную в прямом направлении. Более того, вентильные элементы нужно включать и ориентировать таким образом, чтобы они во время действия входных импульсов не только предотвращали протекание в ненужных направлениях наведенного тока, но также предотвращали бы протекание тока внутри контуров структуры. Мостиковая структура, приведенная на рис. 9.63, реализует все члены рассмотренной выше функции. Диоды, имеющиеся в ней,

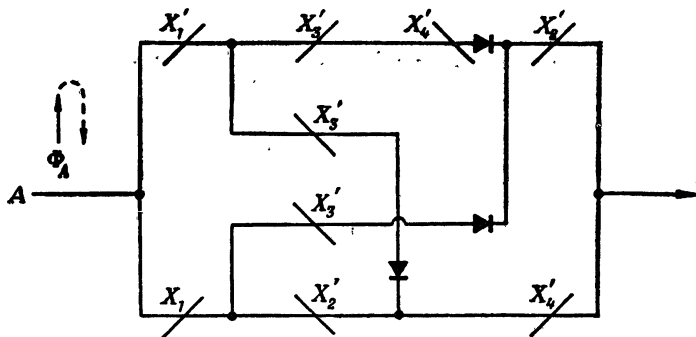


Рис. 9.63. Вариант мостиковой структуры для реализации функции рис. 9.62.

предотвращают протекание ложных токов. При синтезе этой структуры вначале при помощи методов, рассмотренных в гл. 8, была построена контактная структура, реализующая заданную функцию. После этого контакты были заменены обмотками, а затем были включены диоды. В своей первоначальной форме выходные цепи требовали 13 обмоток, в то время как в мостиковой структуре необходимо только 9 обмоток.

Релейные устройства на магнитных сердечниках находят все большее применение в системах управления производственными процессами. Было предложено несколько типов «стандартных блоков». Последние вместе с соответствующими источниками питания позволяют создать статические управляющие устройства, которые компактны, надежны и не требуют (или почти не требуют) ухода.

В одной из таких систем, получивших широкое применение, логические звенья построены на базе магнитного усилителя, разработанного Рамеем<sup>1</sup>. Схема этого усилителя показана на рис. 9.64. Магнитный материал, используемый в нем, имеет прямоугольную петлю гистерезиса. Если напряжение сигнала  $E_i$  не приложено (но

<sup>1</sup> См. [11] списка литературы в конце этой главы.

входная цепь замкнута), то напряжения смещения  $E_{ac}$  и  $E'_{ac}$  попеременно насыщают сердечник в том и другом направлениях. В течение так называемого полупериода возврата напряжение  $E'_{ac}$  устанавливает ток по направлению *от конца* входной обмотки, помеченного точкой. Диод  $d_1$  в этот момент предотвращает протекание тока в выходной обмотке. Сердечник поэтому насыщен в направлении, соответствующем полуволне напряжения  $E'_{ac}$ . В течение следующего полупериода диод  $d_2$  предотвращает протекание тока в обмотке возврата, а напряжение  $E_{ac}$  устанавливает ток по направлению *к концу* выходной обмотки, помеченному точкой. Этот ток изменяет направление магнитного потока, и сердечник насыщается в противоположном направлении. Значительная часть напряжения  $E_{ac}$  используется в основном для перемагничивания сердечника, и на выходе появляется только небольшая часть его, соответствующая току возбуждения, протекающему через сопротивление нагрузки.

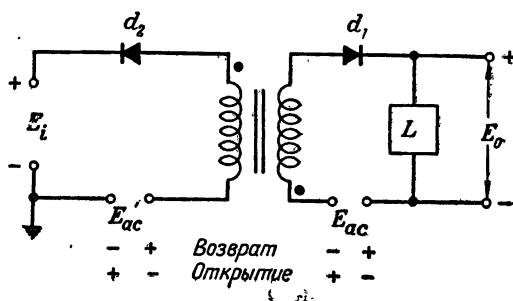


Рис. 9.64. Основная схема усилителя Рамея.

Если на входе приложить напряжение  $E_i$ , по величине большее, чем смещающее напряжение возврата  $E_{ac}$ , то в цепи возврата ток возбуждения протекать не будет и сердечник в течение полупериода возврата не будет перемагничиваться. Поэтому в течение полупериода выхода перемагничивание сердечника также не будет происходить и падение почти всего напряжения  $E_{ac}$  будет происходить на нагрузке. Ток в выходной обмотке будет ограничен только сопротивлением нагрузки.

Таким образом, при двоичном характере входа  $E_i$  выходное напряжение  $E_o$  также имеет двоичный характер, но оно появляется на один полупериод позднее входного. Без учета этой задержки структурные свойства схемы рис. 9.64 описываются алгебраически выражением  $E_o = E_i$ .

При практическом использовании описанной схемы желательно во время полупериода возврата иметь цепь тока возбуждения со сравнительно низким сопротивлением, а цепь входного сигнала — со сравнительно высоким сопротивлением. Соответствующее видо-

изменение входной цепи релейного элемента показано на рис. 9.65. Напряжение  $E_B$  и сопротивление  $R_B$  определяют величину тока контура с диодом  $d_4$ . Этот ток несколько больше перемагничивающего тока во время полупериода возврата. Если  $E_i = 0$ , то ток

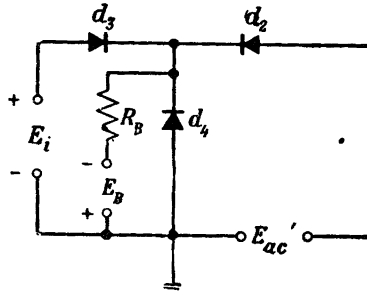


Рис. 9.65. Видоизменение входных цепей основной схемы.

возбуждения преодолевает только *прямое* сопротивление диода  $d_4$ , потому что он не полностью компенсирует ток в этом диоде, протекающий от напряжения  $E_B$ . Если  $E_i = 1$ , то входной источник напряжения дает ток до тех пор, пока ток смещения в диоде  $d_4$  не

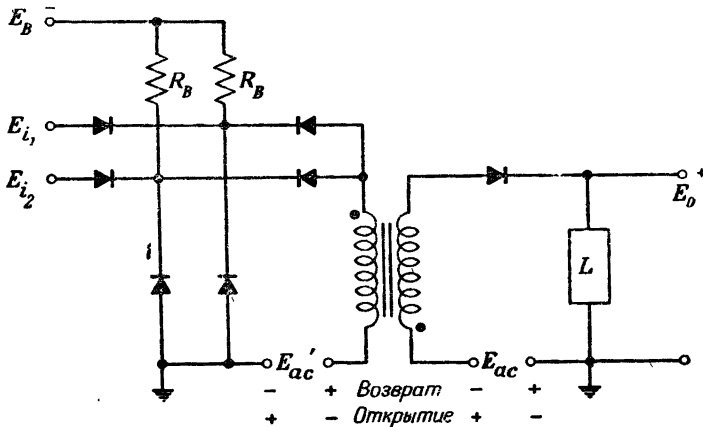


Рис. 9.66. Логическое звено умножения, использующее усилитель Раменя.

будет превзойден. С этого времени источник входного напряжения питает нагрузку, состоящую из параллельного соединения обратного сопротивления диода  $d_4$  и сопротивления  $R_B$ . Диод  $d_3$  предотвращает протекание тока возбуждения через источник входного напряжения.



Структура релейного элемента с двумя входами и двумя цепями смещения показана на рис. 9.66. Если напряжение какого-нибудь из входов низкое, то ток возбуждения во время полупериода возврата может течь через смещающую цепь входа с низким напряжением. Сердечник не будет перемагничиваться, и напряжение на выходе будет в следующий полупериод высоким только в том случае, когда на обоих входах будет высокое напряжение. Рассмотренная схема является, таким образом, логическим звеном умножения с двумя входами. Дополнительные входы могут быть добавлены с помощью присоединения дополнительных схем смещения и блокирующих диодов.

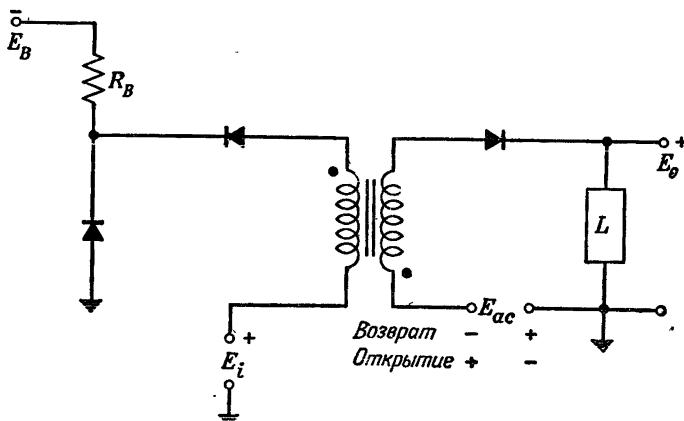


Рис. 9.67. Логическое звено инверсии, использующее усилитель Радея.

Логическое звено сложения образуется с помощью использования обычной схемы сложения с вентильными элементами, показанной на рис. 9.10, б. Вследствие того что звено сложения не содержит магнитного усилителя, задержка на полупериод, присущая звену умножения, здесь отсутствует. Так как звено умножения содержит источник энергии, то при комбинировании его с пассивным звеном сложения можно не ограничиваться построением только двухкаскадных структур, как это приходилось делать в случае использования логических звеньев с вентильными элементами. Однако когда в таких структурах сигналы поступают из нескольких цепей, то в последних необходимо выравнивать временные задержки.

Инверсирование переменной выполняется при помощи схемы рис. 9.67. Смещающее напряжение возврата в этой схеме не предусмотрено. Если входного сигнала нет, то сердечник не перемагничивается и выходное напряжение является высоким. Если же на входе приложено напряжение указанной на рисунке поляр-

ности, то сердечник перемагничивается и выходное напряжение получается низким. Вход  $E_1$  обычно представляет собой полупериодное напряжение в противофазе с разрешающим напряжением.

С помощью описанных логических звеньев можно, конечно, реализовать любую релейную функцию одноктактного устройства. Для обеспечения требуемых уровней и фаз напряжений должен быть использован специальный источник питания. Сами логические звенья работают при сравнительно низких уровнях энергии, однако выходы релейных устройств можно использовать для питания входов магнитных усилителей, которые в свою очередь могут дать значительную энергию для питания управляющих устройств.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Staff of the Computation Laboratory, *Synthesis of electronic computing and control circuits*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1951.
2. Washburn S. H., An application of Boolean algebra to the design of electronic switching circuits, *Trans. A.I.E.E., Part 1, Communication and Electronics*, 72 (1953), 380—388.
3. Sherertz P. C., Electronic circuits of the NAREC computer, *Proc. I.R.E.*, 41, № 10 (1953), 1313—1320.
4. Gluck S. E., Gray H. J., Jr., Leondes C. T., Rubinoff M., The design of logical OR-AND-OR pyramids for digital computers, *Proc. I.R.E.*, 41, № 10 (1953), 1388—1392.
5. Strong P. F., Rectifiers as elements of switching circuits, *Proc. Assoc. for Computing Machinery*, Pittsburgh, Pa., May 2 and 3, 1952.
6. Anderson A. E., Transistors in switching circuits, *Proc. I. R. E.*, 40, № 11 (1952), 1541—1558.
7. Lo A. W., Transistor trigger circuits, *Proc. I. R. E.*, 40, № 11 (1952), 1531—1541.
8. Hussey L. W., Semiconductor diode gates, *Bell System Tech. J.*, 32, № 5 (1953), 1137—1154.
9. Shea R. F. and others, *Transistor circuits*, Wiley, New York, 1953.
10. Wang A., Magnetic triggers, *Proc. I.R.E.*, 38, № 6 (1950), 626—629.
11. Ramey R. A., The single-core magnetic amplifier as a computer element, *Trans. A.I.E.E., Part 1, Comm. and Electronics*, 71 (1952), 442—446.
12. Katz D., A magnetic amplifier switching matrix, *Trans. A. I. E. E., Part 1, Comm. and Electronics*, 75 (1956), 236—241.
13. Huang C., Slobodzinski E., Power transistor switching circuit, *Trans. A.I.E.E., Part 1, Comm. and Electronics*, 75 (1956), 290—296.
14. Bright R. L., Junction transistors used as switches, *Trans. A.I.E.E., Part 1, Comm. and Electronics*, 74 (1955), 111—121.
15. Minnick R. C., Magnetic switching circuits, *J. Appl. Phys.*, 25, № 4 (1954), 479—485.
16. Karnaugh M., Pulse-switching circuits using magnetic cores, *Proc. I. R. E.*, 43, № 5 (1955), 570—584.
17. Loev D., Miehle W., Paivinen J., Wylen J., Magnetic core circuits for digital data-processing systems, *Proc. I. R. E.*, 44, № 2 (1956), 154—162.
18. Rosenfeld J. L., Magnetic core pulse-switching circuits for standard packages, Master's thesis, Department of Electrical Engineering, Mass. Inst. of Techn., June 1957.

## ЗАДАЧИ

9.1. Для двух электронных релейных устройств одноконтурного типа входы описываются четырьмя переменными  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Инверсии переменных отсутствуют.

1. В одном из релейных устройств должна быть реализована функция  $F_1 = (A' + B' + C)(B + C)(C + D)$  с использованием только пентодов.
2. В другом устройстве должна быть реализована функция  $F_2 = A'B'C \nabla + BC + CD$  с использованием только триодов (но не по схеме катодных повторителей).
3. Если дана структура, содержащая только пентоды, то всегда ли верно, что путем замены пентодов триодами будет получена двойственная релейная функция (т. е. функция, у которой операция умножения заменена операцией сложения и наоборот)? Дайте доказательство полученного ответа.
4. Если задана релейная структура, содержащая только триоды, то всегда ли возможно получить релейную функцию, двойственную по форме, путем замены триодов пентодами? Дайте доказательство полученного ответа.

9.2. Спроектируйте электронные релейные устройства одноконтурного типа, реализующие релейные функции проводимости, заданные ниже наборами десятичных чисел. При реализации соответствующих структур пользуйтесь только триодами и пентодами. Указанное число сеток является достаточным, но не обязательно минимальным. Допустите, что на входах имеются не только переменные, но и их инверсии. Для функции 1 постройте структуру релейного устройства, показав все требующиеся вакуумные лампы и сопротивления. Для остальных функций нарисуйте только структуры с логическими звеньями.

$$1. T(A, B, C, D) = \Sigma(3, 7, 11, 14, 15) \quad (5 \text{ сеток}).$$

$$2. T(A, B, C, D) = \Sigma(0, 3, 7, 8, 11, 12, 15) \quad (8 \text{ сеток}).$$

$$3. T(A, B, C, D) = \Sigma(3, 7, 11, 12, 13, 14) \quad (10 \text{ сеток}).$$

$$4. T(A, B, C, D) = \Sigma(0, 3, 4, 7, 8, 11, 13, 14) \quad (12 \text{ сеток}).$$

9.3. Дайте по крайней мере одну реализацию для каждой из функций задачи 9.2, используя диоды наравне с вакуумными лампами.

9.4. Следующее выражение приведите к минимальной форме:

$$f(v, w, x, y, z) = v'w'x'y'z' \nabla v'w'xy'z' + v'w'xy'z \nabla + v'wx'y'z' \nabla vw'x'yz \nabla vw'xyz' \nabla vw'xyz \nabla vwx'y'z.$$

Начертите минимальную структуру, реализующую функцию с использованием триодов и пентодов.

9.5. Требуется реализовать одноконтурное электронное релейное устройство с двумя выходами. Входные переменные суть  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Выходные функции заданы наборами десятичных чисел:

$$T_1 = \Sigma(0, 1, 2, 7, 11, 15),$$

$$T_2 = \Sigma(8, 9, 10, 12, 13, 14).$$

Постройте структуру релейного устройства, используя триоды и пентоды, допуская, что на входах имеются как переменные, так и их инверсии. Минимизируйте число сеток для случая, когда на входах имеются только сами переменные.

9.6. Спроектируйте однотактное электронное релейное устройство с использованием пентодов и триодов, имеющее три выхода  $M$ ,  $N$  и  $S$ . Переменная  $M$  равна 1, если большинство из переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  равно 1; переменная  $N$  равна 1, если ни одна из входных переменных не равна 1; переменная  $S$  равна 1, если некоторые из входных переменных равны 1. Допустите, что на входах устройства имеются все входные переменные и их инверсии. Минимизируйте число необходимых сеток.

9.7. Однотактное релейное устройство имеет четыре входа  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и четыре выхода  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Входы  $w$ ,  $x$  представляют в двоичной форме число  $M$ , которое может принимать десятичные значения от 0 до 3, а входы  $y$ ,  $z$  представляют таким же способом другое число  $N$ . Выходы  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  должны представлять в двоичной форме произведение  $P = MN$ . Число  $P$  принимает, следовательно, значения от 0 до 9.

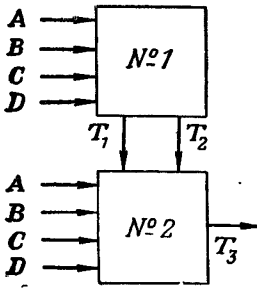


Рис. 9.68. Задача 9.10.

1. Получите выражения для выходов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  в виде функций от  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .
2. Выражения, найденные в пункте 1, должны быть реализованы с помощью электронной структуры с многими выходами, которая может содержать как вентиляльные элементы, так и вакуумные лампы. Там, где есть возможность, нужно отдать предпочтение вентиляльным элементам. Нарисуйте структуру устройства для наиболее экономичного решения, при котором  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  являются функциями только переменных  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , но не их инверсий. Напишите для этого случая алгебраические выражения соответствующих релейных функций.

9.8. (а) Релейная функция переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  представлена в виде стандартной суммы  $T_1 = \sum (0, 1, 2, 3, 8, 9, 10, 13)$ . Постройте минимальную структуру на триодах и (или) пентодах, реализующую эту функцию.

(б) Вторая релейная функция переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  задана стандартной суммой  $T_2 = \sum (0, 1, 8, 11, 12, 14, 15)$ . Постройте минимальную структуру на триодах и (или) пентодах, реализующую  $T_2$  как функцию  $(T_1, A, B, C, D)$ .

9.9. Спроектируйте однотактные электронные релейные устройства, реализующие пары релейных функций проводимости, приведенные ниже. Для каждой стандартной суммы постройте структуру устройства в символах логических звеньев. Допустите, что на входах заданы как переменные, так и их инверсии. Используйте только вакуумные лампы.

1.  $T_1(A, B, C, D) = \sum (2, 8, 10, 11)$ ;  $T_2(A, B, C, D) = \sum (6, 12, 14, 15)$   
(достаточно 10 сеток).
2.  $T_1(A, B, C, D) = \sum (11, 13, 14, 15)$ ;  $T_2(A, B, C, D) = \sum (3, 6, 7)$   
(достаточно 12 сеток).

9.10. Схема № 1 приведенной блок-схемы (см. рис. 9.68) является однотактным электронным релейным устройством, реализующим функции  $T_1$  и  $T_2$  четырех переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Постройте структуру релейного устройства № 2, реализующую функцию  $T_3$  как функцию  $T_1$ ,  $T_2$  и четырех переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , используя только триоды и пентоды. Можно допустить, что на входах для  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , но не для  $T_1$  и  $T_2$ , имеются как переменные, так и их инверсии.

$$T_1 = \Sigma(0, 1, 9, 13, 15),$$

$$T_2 = \Sigma(0, 1, 4, 6, 8, 9, 12),$$

$$T_3 = \Sigma(0, 2, 4, 5, 10, 13, 15).$$

9.11. Стандартные суммы, приведенные ниже, представляют функции переменных  $A, B, C, D$ . Требуется построить структуры релейных устройств, реализующих эти функции с использованием:

- а) только вакуумных ламп,
- б) вакуумных ламп и выпрямителей,
- в) транзисторов,
- г) схем на магнитных сердечниках с комбинированием на выходах по методике рис. 9.58.

- |                                            |                                           |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1. $\Sigma(0, 3, 6)$ .                     | 2. $\Sigma(0, 13, 14)$ .                  |
| 3. $\Sigma(0, 3, 6, 9)$ .                  | 4. $\Sigma(0, 5, 6, 11)$ .                |
| 5. $\Sigma(0, 5, 6, 7, 12)$ .              | 6. $\Sigma(0, 6, 10, 11, 12)$ .           |
| 7. $\Sigma(1, 6, 10, 12, 15)$ .            | 8. $\Sigma(4, 8, 11, 12, 13, 14)$ .       |
| 9. $\Sigma(1, 6, 8, 9, 10, 12)$ .          | 10. $\Sigma(2, 4, 5, 7, 9, 14)$ .         |
| 11. $\Sigma(3, 4, 5, 6, 9, 10)$ .          | 12. $\Sigma(1, 2, 7, 8, 13, 14)$ .        |
| 13. $\Sigma(0, 1, 2, 3, 5, 6, 12)$ .       | 14. $\Sigma(0, 1, 2, 3, 7, 8, 14)$ .      |
| 15. $\Sigma(0, 3, 4, 5, 6, 12, 15)$ .      | 16. $\Sigma(1, 2, 4, 5, 7, 10, 14)$ .     |
| 17. $\Sigma(1, 4, 6, 7, 9, 10, 13)$ .      | 18. $\Sigma(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15)$ .   |
| 19. $\Sigma(6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13)$ . | 20. $\Sigma(1, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13)$ . |
| 21. $\Sigma(1, 3, 7, 8, 10, 11, 13, 14)$ . | 22. $\Sigma(0, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 15)$ . |

## Структурные свойства кодов

Под кодом следует понимать систему знаков, произвольным образом установленную для представления слов, чисел или других символов. Имеется много различных видов кодов, удовлетворяющих разнообразным требованиям. В этой главе мы будем рассматривать только двоичные коды<sup>1</sup>, причем ограничимся кодами трех классов, каждый из которых имеет свою область применения.

В первом классе кодов каждое десятичное число представлено двоичным кодом. Этот класс особенно интересен для проектировщиков цифровых вычислительных машин, так как путем соответствующего выбора кода можно обеспечить более благоприятные условия при вычислениях. Нас будут интересовать, однако, не свойства этих кодов с точки зрения выполнения вычислений, а задачи построения релейных устройств для кодирования, декодирования и перевода одного кода в другой.

Коды второго класса, так же как и коды первого класса, представляют числовые величины, но удобные кодовые последовательности получаются здесь за счет ухудшения вычислительных свойств кодов. Эти коды называют по-разному: циклическими, прогрессивными или кодами Грея. Они широко используются в тех случаях, когда требуется преобразовать информацию из аналоговой формы в цифровую. В этой главе мы будем рассматривать задачу воспроизведения циклических кодов, а также задачу перевода циклических кодов в вычислительные коды и наоборот.

Наконец, имеется большой класс кодов, позволяющих или обнаруживать искажение в передаваемом кодовом «слове», или обнаруживать и исправлять искажение. С точки зрения теории однотактных релейных устройств эти коды не ставят сколько-нибудь серьезных задач, связанных с кодированием и декодированием. Мы будем интересоваться структурой главным образом одного вида кодов с обнаружением и исправлением искажений, притом не просто благодаря его свойствам (которые важны сами по себе), а вследствие

---

<sup>1</sup> То есть такие, в которых каждый знак может принимать только два значения (такие коды называют также бинарными). — *Прим. ред.*

того, что он связан в некотором отношении с синтезом многотактных релейных устройств. Рассмотрение свойств этих кодов в настоящей главе подготовит нас в некоторой степени к работе над гл. 13.

### § 10.1. Десятично-двоичные коды

При проектировании цифровой вычислительной машины одной из основных проблем является решение вопроса о том, какой код или коды надлежит использовать для представления десятичных чисел. В некоторых специализированных вычислительных машинах желательнее представлять десятичное число его эквивалентом в двоичной системе счисления. Однако в универсальных вычислительных машинах соображения, связанные с быстродействием, надежностью и простотой элементов, обычно требуют, чтобы с помощью двоичного кода был представлен каждый отдельный десятичный разряд.

Легко убедиться в том, что для представления любой из десяти цифр десятичного разряда необходимо использовать по крайней мере четыре цифры в двоичном коде. Так как с помощью четырех двоичных цифр можно получить шестнадцать возможных комбинаций, из которых необходимы только десять, то, устанавливая все возможные соответствия между двоичными комбинациями и десятичными цифрами, можно образовать  $16!/6! = 2,9 \times 10^{10}$  различных кодов<sup>1</sup>.

Не все эти коды непосредственно пригодны для вычислительных целей, хотя в § 10.3 мы увидим, что все они могут быть переведены в более удобные формы. Критерий полезности с точки зрения вычислений заключается в том, что десятичная цифра может быть непосредственно определена по кодовым знакам. Хотя имеется несколько исключений, большая часть этих кодов принадлежит к типу кодов, называемых весовыми<sup>2</sup>.

Выше уже рассматривались весовые коды, у которых каждая десятичная цифра представлена ее точным двоичным эквивалентом. В этом случае веса 8, 4, 2, 1 для четырех двоичных разрядов являются соответственно степенями двойки:  $2^3$ ,  $2^2$ ,  $2^1$  и  $2^0$ .

В табл. 10.1 приведено несколько примеров весовых 4-разрядных кодов. Над каждой колонкой показаны веса двоичных цифр, и у каждой строки слева показана десятичная цифра, представляемая соответствующими кодовыми группами. Десятичная цифра может быть при этом получена непосредственно из 4-разрядной кодовой группы как сумма весов тех двоичных разрядов, позиции которых заняты единицами. Так, в третьей колонке с весами 2, 4, 2, 1

<sup>1</sup> См. [1] списка литературы к гл. 9.

<sup>2</sup> Р и ч а р д с Р. К., Арифметические операции на цифровых вычислительных машинах, перев. с англ., ИЛ, М. 1957. В гл. 6 этой книги дан перечень 70 весовых 4-разрядных кодов.

кодовой группой для десятичной цифры 7 является 1101, что соответствует сумме  $2 + 4 + 0 + 1 = 7$ . Веса, соответствующие двоичным разрядам, не обязательно должны быть положительными числами. Примером этого является код четвертой колонки, для которого веса суть 6, 4, 2, — 3. В этом коде десятичная цифра 5 записывается в виде 1011, что соответствует сумме  $6 + 0 + 2 + (-3) = 5$ .

При составлении некоторых кодовых групп в третьей и четвертой колонках табл. 10.1 допускается определенная свобода выбора.

Таблица 10.1

Некоторые весовые двоичные коды

	8421	7421	2421	642—3
0	0000	0000	0000	000 0
1	0001	0001	0001	010 1
2	0010	0010	0010	001 0
3	0011	0011	0011	100 1
4	0100	0100	0100	010 0
5	0101	0101	1011	101 1
6	0110	0110	1100	011 0
7	0111	1000	1101	110 1
8	1000	1001	1110	101 0
9	1001	1010	1111	111 1

Например, с помощью кода третьей колонки с весами 2, 4, 2, 1 десятичная цифра 5 записана кодом 1011, однако она может быть записана и кодом 0101. С помощью кода четвертой колонки с весами 6, 4, 2, — 3 десятичная цифра 6 может быть записана как кодом 0110, так и кодом 1000. Выбор соответствующих кодовых групп может дать определенные преимущества для вычислений. Так, например, коды, приведенные в 3 и 4 колонках таблицы, являются дополняющимися. Это значит, что, имея кодовое представление любой десятичной цифры, код ее дополнения до 9 находят путем изменения всех 0 на 1 и наоборот. Иметь возможность достаточно просто получать дополнения до 9 важно при вычитании десятичных чисел. Так, в коде с весами 2, 4, 2, 1 десятичная цифра 3 представляется кодом 0011, а ее дополнение до 9, т. е. 6, — кодом 1100. В коде с весами 6, 4, 2, — 3 десятичная цифра 3 представлена кодом 1001, а десятичная цифра 6 — кодом 0110. Коды, представленные первой и второй колонками, не обладают таким свойством, и если они приняты для представления чисел, то для получения дополнений до 9 необходимо использовать более сложные методы.

Код с весами 8, 4, 2, 1 может быть преобразован в некоторый, представляющий значительный интерес невесовой код путем прибавления двоичного эквивалента десятичной цифры 3 к каждой двоич-



ной цифре исходного кода. Полученный таким образом код, называемый кодом «с избытком 3», представлен в табл. 10.2.

Таблица 10.2  
Код с избытком 3

Десятичная цифра	Двоичный эквивалент
0	0011
1	0100
2	0101
3	0110
4	0111
5	1000
6	1001
7	1010
8	1011
9	1100

Заметим прежде всего, что хотя этот код и не весовой, но он является дополняющимся и поэтому потенциально полезен при вычитании. При осуществлении операции сложения выявляется и другое интересное свойство этого кода. Исследуем это свойство, сравнивая код с весами 8, 4, 2, 1 с кодом с избытком 3 при получении сумм  $(4 + 3)$  и  $(5 + 6)$ . Сложение выполняется следующим образом.

8 4 2 1		избыток 3
0 1 0 0	+ <sub>4</sub>	0 1 1 1
+ 0 0 1 1	+ <sub>3</sub>	+ 0 1 1 0
0 1 1 1	→ 7	1 1 0 1
		- 0 0 1 1 (двоичный эквивалент 3)
		1 0 1 0 → 7 (в коде с избытком 3)
0 1 0 1	+ <sub>5</sub>	1 0 0 0
+ 0 1 1 0	+ <sub>6</sub>	+ 1 0 0 1
1 0 1 1	→ 11	(1) 0 0 0 1
+ 0 1 1 0		+ 0 0 1 1 (двоичный эквивалент 3)
(1) 0 0 0 1	→ 1 (двоичный эквивалент)	(1) 0 1 0 0 → 1 (в коде с избытком 3)

Если для получения суммы  $4 + 3$  используется код с весами 8, 4, 2, 1, то полученное двоичное число является эквивалентом десятичного числа 7. Если же используется код с избытком 3, каждое слагаемое содержит избыточное число 3 и для получения правильного представления десятичного числа 7 в коде с избытком 3 необходимо из полученной суммы вычесть двоичный эквивалент числа 3.

Заметим, что в этом примере сумма двух чисел не превосходит десятичного числа 10. При получении суммы  $5 + 6$  результат больше чем 10 и порядок вычислений иной. При использовании кода с весами 8, 4, 2, 1 полученная сумма является двоичным эквивалентом десятичного числа 11. Однако поскольку мы кодируем каждый десятичный разряд отдельно, то результат должен быть получен в виде двоичного эквивалента десятичной единицы и переноса 1. Кодовые комбинации чисел от 10 до 15 при этом не используются. Поэтому, когда сумма чисел равна или больше 10, мы должны прибавлять к указанной сумме двоичное число 6, чтобы получить требуемый двоичный код числа и перенос. Это и сделано в приведенном примере. Цифра переноса помещена в скобки. Когда используется код с избытком 3, каждое слагаемое содержит избыток 3, а сумма двух слагаемых содержит избыток 6. Таким образом, полученная сумма содержит указание правильного переноса (показанного скобками). Однако оставшиеся цифры представляют требуемое десятичное число, *выраженное его двоичным эквивалентом*. Чтобы привести результат к представлению с помощью кода с избытком 3, необходимо прибавить к нему двоичное число 3.

Эти обстоятельства на первый взгляд делают сложение в коде с избытком 3 довольно сложным. Однако легко заметить, что при использовании кода с избытком 3 при сумме, меньшей 10, цифра переноса не появляется, и это служит сигналом к вычитанию 3. Если же сумма равна или больше 10, то цифра переноса появляется *немедленно*, и это является указанием к прибавлению 3. Если же сложение выполняется с помощью кода с весами 8, 4, 2, 1, то результат должен быть вначале испытан с целью определения, нужно ли его принять без изменения или же прибавить к нему число 6. Цифра переноса не появляется до тех пор, пока не будет сделано это добавление, хотя о необходимости переноса можно заключить из испытания, показывающего, что сумма равна или больше 10. Итак, мы видим, что код с избытком 3, являясь дополняющимся, удобен и при сложении, так как обеспечивает *немедленную* информацию о наличии переноса. Последний же определяет, нужно ли полученный результат сложить с числом 3 или вычесть из него это число.

Выше мы рассматривали только 4-разрядные десятично-двоичные коды. Применяются также десятично-двоичные коды, содержащие большее число разрядов. Такие коды будут рассмотрены в § 10.4. Там же будут объяснены и причины использования их.

## § 10.2. Циклические коды

Одной из задач, встречающихся при проектировании вычислительных машин, является преобразование информации из аналоговой формы в цифровую форму и наоборот. Например, может

оказаться необходимым определить величину переменной, которая в некотором масштабе представлена углом поворота вращающегося вала. Эта информация в цифровой форме должна быть передана в вычислительное устройство для дальнейшей обработки. Результат вычисления будет представлен также некоторым числом, которое может оказаться необходимым представить (при помощи сервомеханизма) снова некоторым положением вала.

В общем случае это может быть сделано с помощью кодового коммутатора определенного типа, который будет являться связующим звеном между непрерывно меняющимся положением вала и соответствующими цифровыми величинами, изменяющимися дискретно. Кодовый коммутатор имеет столько контактных щеток, сколько имеется разрядов в коде, при этом каждая щетка «читает» свою отдельную дорожку, на которой 0 и 1 кода представлены, например, непроводящими и проводящими участками.

Если конструкции коммутатора и щеток совершенны и если все устройства, управляемые выходными переменными, имеют в точности одну и ту же постоянную времени, то можно рассчитывать, что с помощью коммутатора может быть представлен любой желательный код. На практике, однако, эти условия не выполняются. Щетка и коммутатор могут быть собраны только с известными допусками, и если сигналы от двух щеток меняются одновременно, то на самом деле они будут немного различаться по фазе. Кроме того, и постоянные времени соответствующих приемных устройств могут быть неодинаковыми для различных разрядов. Вследствие указанных причин в некоторых случаях важно иметь такой код, который исключал бы любую неопределенность в работе устройства, даже за счет ухудшения вычислительных свойств кода.

Наибольшая трудность возникает тогда, когда переход между двумя кодовыми сигналами требует изменения более чем одной переменной. Ввиду возможных неточностей в конструкции устройств одновременные изменения нескольких переменных не воспринимаются как происходящие в один и тот же момент времени. Например, если осуществляется переход от сигнала 001 к сигналу 010, то для этого нужно одновременно изменить цифры во втором и третьем разрядах. При точном действии устройств этот переход, конечно, можно выполнить. Однако вероятнее всего, что при переходе от 001 к 010 на мгновение будут зафиксированы комбинации 000 и 011. Эти комбинации, являющиеся ложными, будут появляться на выходе коммутатора только в течение малого времени. Однако при возрастании скорости переработки информации эти мгновенные комбинации могут становиться все более и более опасными.

Можно легко заметить существование таких одновременных изменений переменных в кодах, приведенных в табл. 10.1. В первой колонке для кода с весами 8, 4, 2, 1 переход от десятичной цифры 1

к десятичной цифре 2 требует двух изменений переменных, переход от десятичной цифры 3 к десятичной цифре 4 требует, чтобы менялись три переменные, а переход от десятичной цифры 7 к десятичной цифре 8 требует одновременного изменения всех четырех переменных. Аналогичные случаи имеют место и в других кодах, приведенных в указанной таблице.

Эти трудности устраняются с помощью использования таких кодов, в которых все соседние кодовые комбинации отличаются друг от друга изменением цифры только одного разряда. Такие коды известны под названием *циклических, прогрессивных* или *кодов Грея*.

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	1	0
0	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	1
1	0	0	1
1	0	0	0

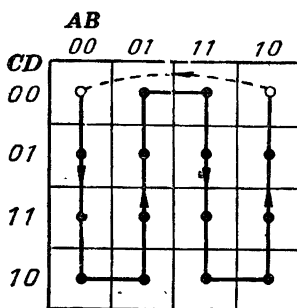


Рис. 10.1. Полный циклический код для четырех переменных.

Циклический код может быть полным или неполным. Полный циклический код для  $n$  переменных содержит все  $2^n$  комбинаций переменных, расположенных в циклической последовательности. Таблица, показанная на рис. 10.1 слева, представляет собой такой полный циклический код для четырех переменных. Можно проверить, что при переходе от любой кодовой комбинации к любой другой, смежной с ней, меняется только одна переменная. Это справедливо также и для перехода от самой нижней комбинации 1000 к самой верхней 0000. Отсюда следует, что такой код может быть использован в коммутаторе, где верхняя и нижняя кодовые комбинации являются смежными.

На рис. 10.1 справа показана матрица Карно, в которой нарисован «путь», представляющий кодовые комбинации в циклической последовательности. Последовательность начинается с ячейки 0000

и заканчивается в ячейке 1000. Пунктирной линией указан возврат к ячейке 0000 с изменением также только одной переменной.

Из этой матрицы легко увидеть, что существует много способов, с помощью которых можно воспроизвести полный циклический код. Основная идея состоит в том, чтобы любой переход по вертикали

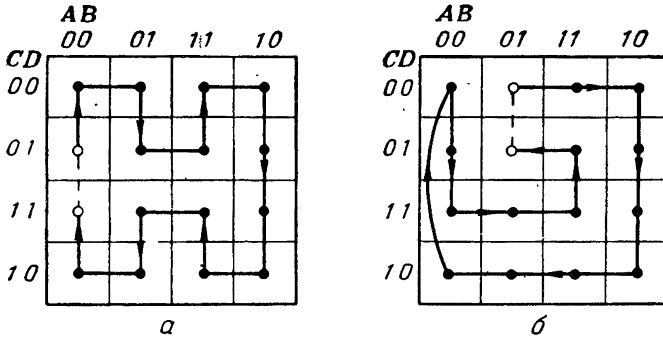


Рис. 10.2. Варианты полных циклических кодов.

или горизонтали между смежными ячейками всегда сопровождался изменением одной-единственной переменной. Следовательно, любая последовательность горизонтальных и вертикальных переходов в матрице Карно будет воспроизводить циклический код. Если по-

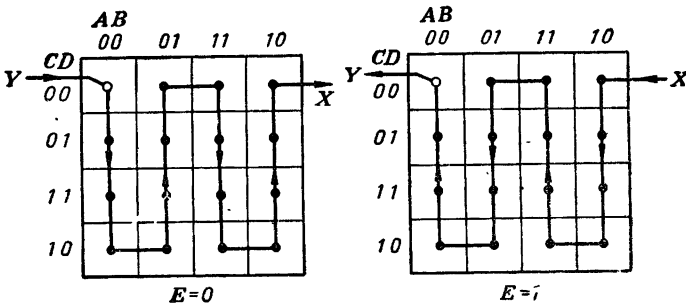


Рис. 10.3. Полный циклический код для пяти переменных.

следовательность начинается и оканчивается в паре смежных ячеек и проходит через все другие ячейки, то такая последовательность описывает полный циклический код. На рис. 10.2 показаны две другие формы полных циклических кодов для четырех переменных. Начало и конец каждой последовательности указаны кружками, а конечное соединение—пунктирной линией. В действительно-

сти, однако, эти коды нельзя рассматривать как имеющие начало или конец. Поскольку последовательность замыкается сама на себя, то она может начинаться или кончаться в любом месте.

Может оказаться желательным образовать циклическую систему кодовых комбинаций более чем с четырьмя переменными. Это легко можно сделать, используя несколько матриц. Рисунок 10.3 показывает, как воспроизведенный на рис. 10.1 код может быть распространен на пять переменных. Используются две матрицы для четырех переменных, соответствующие нулевому и единичному значениям пятой переменной. В пределах каждой из матриц циклический код образуется, как и ранее, последовательностью горизонтальных и вертикальных переходов. Для продолжения последовательности с помощью перехода в другую матрицу используется то обстоятельство, что изменение значения только пятой переменной переводит последовательность из ячейки одной матрицы в точно такую же ячейку другой. Так, например, на рис. 10.3 переход от матрицы, соответствующей  $E = 0$ , к матрице, соответствующей  $E = 1$ , сделан по линии, обозначенной через  $X$ . Замыкание же последовательности кодовых комбинаций от матрицы с  $E = 1$  к матрице с  $E = 0$  сделано с помощью перехода, обозначенного через  $Y$ .

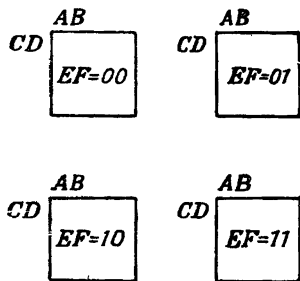


Рис. 10.4. Набор матриц для циклического кода с шестью переменными.

На рис. 10.4 приведена группа из четырех матриц, позволяющая воспроизвести циклическую последовательность кодовых комбинаций для шести переменных. Каждая из матриц представляет переменные  $A, B, C, D$ . Четыре отдельные матрицы соответствуют значениям переменных  $E$  и  $F$ : 00, 01, 11 и 10. Матрицы размещены так, что переход от любой из них к другой по горизонтали или по вертикали требует изменения только одной переменной. Так же как и в примере с пятью переменными, показанном на рис. 10.3, переходы между матрицами должны происходить из какой-либо ячейки одной матрицы в точно такую же ячейку другой.

Для циклического кода, показанного на рис. 10.1, нет необходимости использовать различные матрицы для его распространения на большее число переменных. Рассмотрение в пределах одной матрицы позволяет выявить характер кода и указывает, как можно посредством регулярного приема распространить этот код на большее число переменных.

Циклический код не обязательно должен быть полным. В частном случае, когда он предназначен для представления десятичных чисел, нужно иметь только десять кодовых комбинаций. Обычно бывает желательно, чтобы и в этом случае система кодовых комби-

наций образовывала замкнутую последовательность, так чтобы она могла воспроизводиться непрерывно вращающимся коммутатором<sup>1</sup>. При выборе неполного кода можно руководствоваться также другим критерием. Например, может быть поставлено требование свести к минимуму средний ток, протекающий через щетки коммутатора. Это можно осуществить, построив систему кодов так, чтобы общее

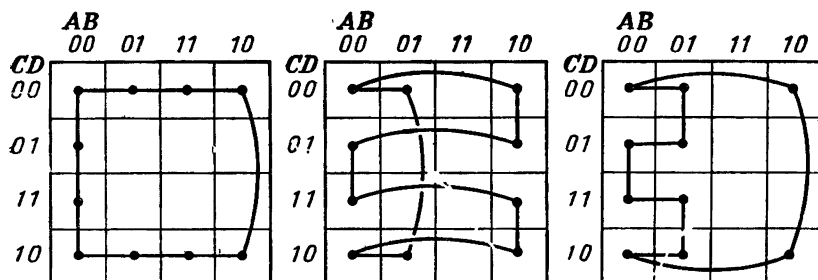


Рис. 10.5. Группа циклических кодов для представления 10 десятичных цифр.

число единиц, входящих во все кодовые комбинации, было минимальным. Матричный метод является очень удобным для решения этой задачи. На рис. 10.5 в качестве примера показаны три неполных кода. Каждый из них содержит десять кодовых комбинаций и имеет общее число единиц, равное пятнадцати<sup>2</sup>. Все эти кодовые последовательности замыкаются сами на себя, и поэтому начало или конец их не указаны.

### § 10.3. Преобразование кодов

Одной из первых задач преобразования является кодирование десятичных цифр определенным двоичным кодом. Рассмотрим задачу представления десятичных цифр при помощи кода с избытком 3. Таблица этого кода снова приведена на рис. 10.6 справа. Пусть символы  $D_0, D_1, \dots, D_9$  представляют десятичные цифры, причем в каждый данный момент требуется только одна из них. Мы можем рассматривать эти символы в качестве двоичных переменных (но не двоичных чисел). Если, например,  $D_5 = 1$ , то вход, соответствующий десятичной цифре 5, заземлен, а все другие входы представляют нули. Структурные формулы для разрядов кода

<sup>1</sup> O'Brien J. A., Cyclic decimal codes for analogue to digital converters, *Trans. A.I.E.E.*, Part I, 75 (1956), 120—122. В этой статье рассматриваются неполные коды и выбор их с целью упрощения шифрующих и дешифрующих устройств.

<sup>2</sup> См. работу, указанную в предыдущей сноске.

с избытком 3 могут быть тогда записаны как функции десятичных входов в следующем виде:

$$A = D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9,$$

$$B = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_9,$$

$$C = D_0 + D_3 + D_4 + D_7 + D_8,$$

$$D = D_0 + D_2 + D_4 + D_6 + D_8.$$

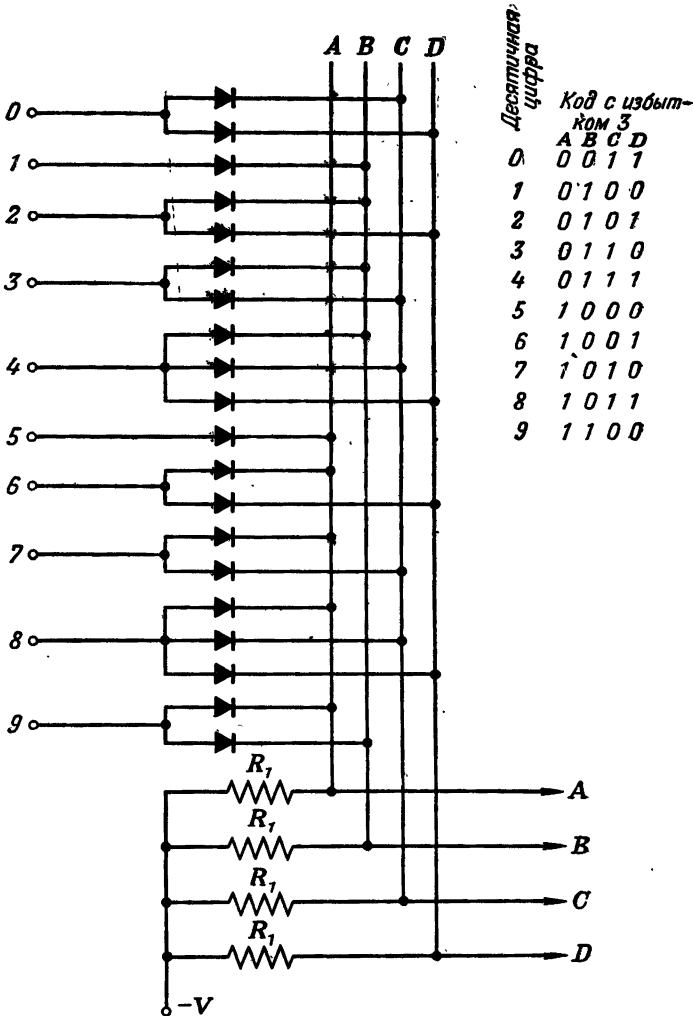


Рис. 10.6. Вентильная схема для преобразования десятичных цифр в двоичный код с избытком 3.



Каждый разряд двоичного кода может быть получен, таким образом, в виде выхода логического звена сложения, имеющего пять входов. Реализация может быть осуществлена, например, на вентильных элементах (рис. 10.6). Преобразование любой десятичной цифры осуществляется с помощью подачи потенциала земли на

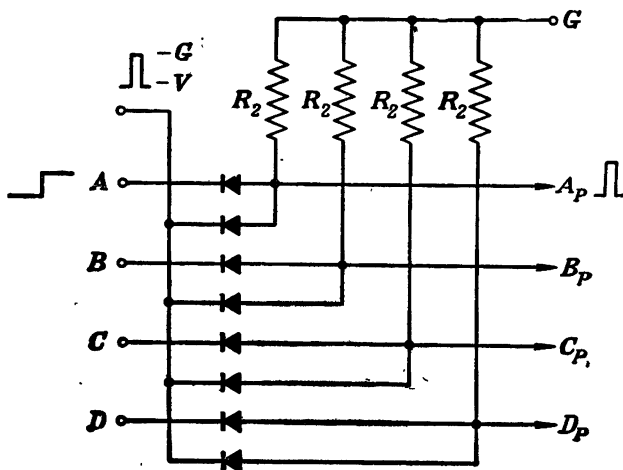


Рис. 10.7. Использование напряжений на выходах структуры рис. 10.6 для управления импульсными цепями.

соответствующий ей вход. Этот потенциал благодаря операции сложения, реализованной в релейном устройстве, появится при этом на требуемой комбинации выходов.

В схеме рис. 10.6 единица представлена потенциалом земли, а ноль — отрицательным потенциалом. В вычислительных машинах удобнее представлять единицу появлением импульса на выходе, а ноль — отсутствием импульса. Если выходные импульсы обозначить через  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$  и  $D_p$ , можно тогда записать  $A_p = A \cdot P$ ,  $B_p = B \cdot P$ ,  $C_p = C \cdot P$ ,  $D_p = D \cdot P$ , где  $P$  представляет входной синхронизирующий импульс. Эти соотношения указывают на то, что выходной импульс может быть получен, если напряжение с выхода устройства подать на один из входов звена умножения, на другой вход которого подан синхронизирующий импульс. Схема для осуществления этого показана на рис. 10.7<sup>1</sup>. На звеньях

<sup>1</sup> Задача, конечно, представлена в упрощенном виде по сравнению с действительной. Не показаны переходные импульсные цепи на входах и выходах. Предполагается, что, прежде чем поступит синхронизирующий импульс, переходные процессы на входах  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  завершаются. Вопросы синхронизации будут обсуждены дальше в гл. 15.

умножения рис. 10.7 подается потенциал земли, который высок по сравнению с отрицательным потенциалом, питающим звенья сложения рис. 10.6. Отсюда следует, что если синхронизирующий импульс мгновенно изменяется от  $-V$  до потенциала земли, то выходной импульс будет изменяться приблизительно между теми же уровнями при условии, что  $R_2$  на рис. 10.7 много больше, чем  $R_1$  на рис. 10.6.

Задача преобразования двоичных кодов в десятичные цифры сводится к построению однотактного релейного устройства с 4 входами и 10 выходами, если предположить, что коды представлены уровнями напряжений. Можно использовать тот факт, что нужны только 10 комбинаций из 16. Оставшиеся 6 комбинаций могут рассматриваться как неиспользуемые состояния и в связи с этим употребляться для упрощения структуры устройства. Особенности структур с импульсными входами в настоящей главе не будут обсуждаться, так как многие из них требуют применения элементов памяти, которые нуждаются в специальном рассмотрении (см. гл. 15).

Наиболее важной задачей преобразования кодов является переход от одного кода к другому. Эта типичная задача синтеза однотактных релейных устройств будет рассмотрена на двух примерах.

### Пример 10.1.

Релейное устройство имеет четыре входа и четыре выхода. На входы подаются цифры  $A, B, C, D$  десятично-двоичного кода с весами 8, 4, 2, 1. Выходами должны быть соответствующие цифры  $W, X, Y, Z$  кода с избытком 3. Требуется построить контактную структуру преобразующего релейного устройства.

Входной и выходной коды могут быть записаны в виде следующей таблицы состояний.

	$A$	$B$	$C$	$D$	$W$	$X$	$Y$	$Z$
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	1	1	1
5	0	1	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0

Отсюда выходы  $W, X, Y, Z$  могут быть представлены как функции входов  $A, B, C, D$  в виде следующих наборов весов состояний, включая и неиспользуемые состояния.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00			Φ	1
	01		1	Φ	1
	11		1	Φ	Φ
	10		1	Φ	Φ

W

		AB			
		00	01	11	10
CD	00		1	Φ	
	01	1		Φ	1
	11	1		Φ	Φ
	10	1		Φ	Φ

X

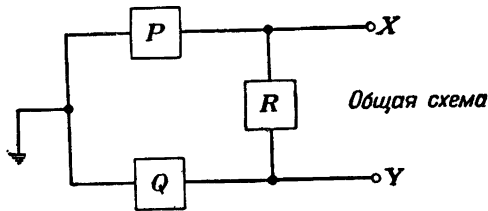
		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	Φ	1
	01			Φ	
	11	1	1	Φ	Φ
	10			Φ	Φ

Y

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	Φ	1
	01			Φ	
	11			Φ	Φ
	10	1	1	Φ	Φ

Z

Рис. 10.8. Матрицы состояний для преобразования двоичного кода в код с избытком 3.



		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0			0
	01	1	0		1
	11		0		
	10	1	0		

P

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1			1
	01	0	0		0
	11		1		
	10	0	0		

Q

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0			0
	01	0			0
	11		0		
	10	0			

R

Требуемые вхождения в матрицах состояний

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

P

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	1	1	1	1
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

Q

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

R

Заполненные матрицы

Рис. 10.9. Решение для части структуры релейного устройства примера 10.1.

$$W = \Sigma(5, 6, 7, 8, 9) + \Sigma_{\Phi}(10, 11, 12, 13, 14, 15),$$

$$X = \Sigma(1, 2, 3, 4, 9) + \Sigma_{\Phi}(10, 11, 12, 13, 14, 15),$$

$$Y = \Sigma(0, 3, 4, 7, 8) + \Sigma_{\Phi}(10, 11, 12, 13, 14, 15),$$

$$Z = \Sigma(0, 2, 4, 6, 8) + \Sigma_{\Phi}(10, 11, 12, 13, 14, 15).$$

Матрицы состояний для этих функций даны на рис. 10.8. Очевидно, что неиспользуемые состояния могут быть выбраны так, что  $Z = D'$ . Достаточно удачные решения для остальных цепей получим, если положим  $W = A + B(C + D)$  и затем образуем  $X$  и  $Y$  с помощью трехполюсной структуры, получаемой из матриц состояний рис. 10.9. Структурные формулы, соответствующие этим матрицам, запишутся в следующем виде:

$$P = B'(C + D),$$

$$Q = C'D' + CD = (C' + D)(C + D'),$$

$$R = BC' \text{ (или } BD').$$

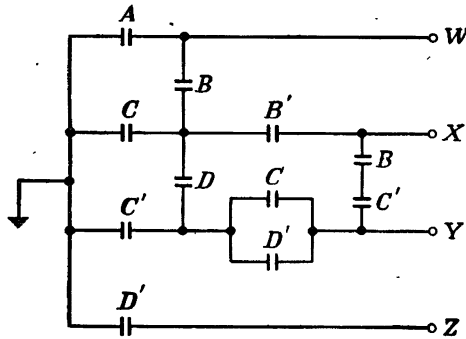


Рис. 10.10. Контактная структура для преобразования кода с весами 8,4,2,1 в код с избытком 3.

Контактная структура, представленная на рис. 10.10, реализует все четыре выхода.

Представляется интересным рассмотреть задачу преобразования полных кодов, так как в этом случае неиспользуемые состояния отсутствуют.

### Пример 10.2.

Требуется построить релейное устройство, преобразующее полный код с весами 8, 4; 2, 1 в циклический код рис. 10.1, и, кроме того, устройство, преобразующее циклический код в код с весами 8, 4, 2, 1.

Составим таблицы состояний для этих двух кодов.

A	B	C	D	W	X	Y	Z
8	4	2	1	Циклический код			
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0

Верхний ряд матриц рис. 10.11 представляет выходы циклического кода W, X, Y, Z как функции от A, B, C, D, а нижний ряд—

AB		AB		AB		AB																																																														
CD	00 01 11 10	CD	00 01 11 10	CD	00 01 11 10	CD	00 01 11 10																																																													
00	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr></table>			1	1	01		1	1	11		1	1	10		1	1	<table border="1"><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr></table>		1		1	01		1	1	11		1	1	10		1	1	<table border="1"><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr></table>		1	1		01		1	1	11	1		1	10	1		1	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>01</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>10</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>					01	1	1	1	11				10	1	1	1
		1	1																																																																	
01		1	1																																																																	
11		1	1																																																																	
10		1	1																																																																	
	1		1																																																																	
01		1	1																																																																	
11		1	1																																																																	
10		1	1																																																																	
	1	1																																																																		
01		1	1																																																																	
11	1		1																																																																	
10	1		1																																																																	
01	1	1	1																																																																	
11																																																																				
10	1	1	1																																																																	
W		X		Y		Z																																																														
WX		WX		WX		WX																																																														
YZ	00 01 11 10	YZ	00 01 11 10	YZ	00 01 11 10	YZ	00 01 11 10																																																													
00	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr></table>			1	1	01		1	1	11		1	1	10		1	1	<table border="1"><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr></table>		1		1	01		1	1	11		1	1	10		1	1	<table border="1"><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr></table>		1		1	01		1	1	11	1		1	10	1		1	<table border="1"><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>01</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td>1</td><td></td><td>1</td></tr></table>		1	1		01	1	1		11		1	1	10	1		1
		1	1																																																																	
01		1	1																																																																	
11		1	1																																																																	
10		1	1																																																																	
	1		1																																																																	
01		1	1																																																																	
11		1	1																																																																	
10		1	1																																																																	
	1		1																																																																	
01		1	1																																																																	
11	1		1																																																																	
10	1		1																																																																	
	1	1																																																																		
01	1	1																																																																		
11		1	1																																																																	
10	1		1																																																																	
A		B		C		D																																																														

Рис. 10.11. Матрицы для взаимного преобразования двух кодов.

выходы A, B, C, D как функции W, X, Y, Z. С помощью верхних матриц можем немедленно записать  $W = A$ ,  $X = A'B + AB'$ ,  $Y = B'C + BC'$  и  $Z = C'D + CD'$ . Эти функции реализуются с помощью структуры рис. 10.12.

Нижний ряд матриц рис. 10.11 иллюстрирует весьма интересное положение. Для  $A$  и  $B$  мы можем немедленно написать  $A = W$  и  $B = W'X + WX'$ . Для  $C$  структурная формула запишется в виде  $C = W'X'Y + W'XY' + WX'Y' + WXY$ . В этой функции легко распознать симметрическую функцию:  $C = S_{1,3}(W, X, Y)$ . Матрица состояний для  $D$  реализуется также в виде симметрической функции:  $D = S_{1,3}(W, X, Y, Z)$ . Эта функция может быть реализована в виде совмещенной симметрической структуры. Нетрудно заме-

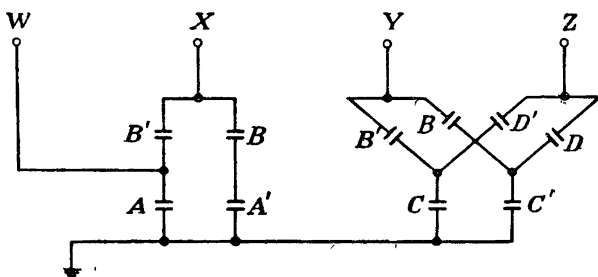


Рис. 10.12. Структура контактных цепей для преобразования весового кода в циклический код.

тить также, что все полученные структурные формулы могут быть в итоге записаны как симметрические:

$$A = S_1(W), \quad C = S_{1,3}(W, X, Y),$$

$$B = S_1(W, X), \quad D = S_{1,3}(W, X, Y, Z).$$

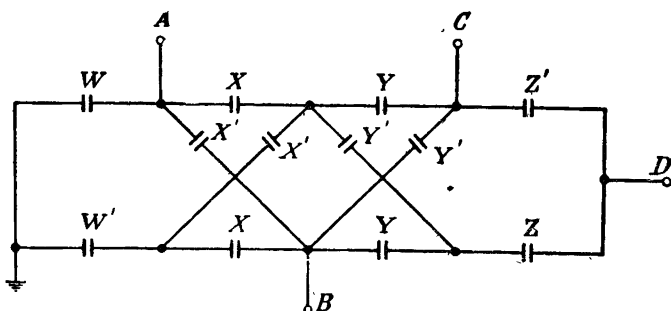


Рис. 10.13. Структура контактных цепей для преобразования циклического кода в весовой код.

Из рис. 10.13 видно, что выходы, реализующие функции  $A$ ,  $B$  и  $C$ , могут быть получены как промежуточные узлы структуры, реализующей  $D$ .

### § 10.4. Обнаружение искажений

В рассмотренных выше кодах использовалось минимальное число знаков, необходимое для представления нужной информации. Такие коды, вполне пригодные для представления информации, могут оказаться неподходящими для передачи информации. Кодовая группа может быть передана правильно, но вследствие отказа релейных элементов или помех в канале связи принятая кодовая группа может быть искажена. Цель этого параграфа — показать, как могут быть обнаружены такие искажения.

Если имеется полный код, для которого нужны все комбинации знаков, то любое единичное искажение при передаче вызовет прием ложной кодовой группы. В любой реальной системе передачи информации всегда имеется конечная вероятность появления единичного искажения. Эта вероятность должна быть, и обычно бывает, весьма малой. Вероятность одновременного появления двух или большего числа искажений еще более мала. Простейший метод обнаружения единичного искажения предполагает, что многократные искажения отсутствуют. Соответствующий метод называется методом проверки на равнозначность.

Основной принцип проверки на равнозначность заключается в передаче в каждой кодовой группе дополнительного знака. Этот знак выбирается так, чтобы вся группа, включая и проверочный знак, содержала или нечетное, или четное число единиц или нулей. Таким образом, имеется четыре способа осуществления проверки на равнозначность. Далее будет использоваться только проверка на четность единиц, при которой к каждой кодовой группе добавляется проверочный знак таким образом, чтобы общее число единиц в передаваемой группе было всегда четным.

Такой метод проверки иллюстрируется табл. 10.3, где код с весами 2, 4, 2, 1 показан вместе с дополнительным знаком. В расширенном коде проверочный знак<sup>1</sup> обозначен символом *P*. После того как при получении кода будет установлено, что искажение отсутствует, проверочный знак может быть, конечно, отброшен, так как он не несет другой информации, кроме информации об отсутствии искажения.

Рассмотрим проверку на равнозначность более подробно на примере некоторых возможных искажений кодовых групп. Пусть в исходном коде десятичные цифры 2 и 3 представляются соответственно кодами 0010 и 0011. Эти две кодовые группы отличаются лишь одним знаком. Если при передаче появляется ошибка,

<sup>1</sup> В английском тексте применен термин «parity digit», что в буквальном переводе означает «уравнивающий знак». При переводе использован более широкий термин, охватывающий, кроме рассматриваемого, также и другие способы проверки правильности передачи кодов. — *Прим. ред.*

например, в четвертом разряде какой-либо одной из этих групп, то будет принята соответственно другая группа.

В расширенном коде указанные цифры изображаются соответственно кодами 00101 и 00110. Добавлением проверочного знака «расстояние» между группами увеличено. Для того чтобы одна кодовая группа перешла в другую, теперь нужно два изменения переменных. Если искажение произойдет, как и выше, в четвертом разряде, то мы не будем знать, какая группа была первоначально передана, поскольку неизвестно, в каком разряде имело место искажение. Однако мы будем знать, что принятая группа содержит ошибку. Например, если получена кодовая группа 01000, то проверка на равнозначность укажет, что где-то есть ошибка. Однако, полагая, что может появиться лишь одно искажение, мы не будем знать, являются ли исходной кодовой группой 00000, 01001 или 11000.

Хотя простая проверка на равнозначность не предназначена для обнаружения нескольких одновременных искажений, она в действительности обнаруживает не только одно, но и любое нечетное число искажений. Когда используется неполный код, то иногда может быть также обнаружено и четное число искажений. Это становится возможным, если принятая кодовая группа не входит в используемые кодовые группы. Например, по системе кодов табл. 10.3 мы передаем десятичную цифру 5 расширенным кодом 10111. Пусть при наличии двух искажений принята кодовая группа 10001. Проверка на равнозначность не обнаружит искажения, однако оно может быть установлено из того факта, что принятая кодовая группа вообще не принадлежит к используемым кодовым комбинациям.

Таблица 10.3

## Применение проверки на равнозначность

Исходный код					Расширенный код				
Гр	2	4	2	1	2	4	2	1	P
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	1	1
	0	0	1	0	0	0	1	0	1
	0	0	1	1	0	0	1	1	0
	0	1	0	0	0	1	0	0	1
	1	0	1	1	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	1	1	0	0	0
	1	1	0	1	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Коды, использующие проверку на равнозначность, могут быть построены так, что отсутствие ошибки обнаруживается относительно простыми средствами. Два таких кода приведены в табл. 10.4.



Таблица 10.4

Коды с проверкой на равнозначность

Десятичная цифра	A B C D P	A B C D E F G
	7 4 2 1 0	5 0 4 3 2 1 0
0	1 1 0 0 0	0 1 0 0 0 0 1
1	0 0 0 1 1	0 1 0 0 0 1 0
2	0 0 1 0 1	0 1 0 0 1 0 0
3	0 0 1 1 0	0 1 0 1 0 0 0
4	0 1 0 0 1	0 1 1 0 0 0 0
5	0 1 0 1 0	1 0 0 0 0 0 1
6	0 1 1 0 0	1 0 0 0 0 1 0
7	1 0 0 0 1	1 0 0 1 0 0 0
8	1 0 0 1 0	1 0 0 1 0 0 0
9	1 0 1 0 0	1 0 1 0 0 0 0

Если исключить кодовую группу для десятичной цифры 0, то код, приведенный слева в табл. 10.4, будет совпадать с кодом второй колонки табл. 10.1, и при этом он будет являться весовым кодом. Группа для десятичной цифры 0 изменена так, что если к ней добавить знак проверки на равнозначность, то все кодовые группы будут представлять собой все возможные комбинации из пяти по два. Поэтому они могут быть выбраны так, что сигнал «свободный от ошибки» может быть получен на выходе симметрической структуры, которая реализует функцию  $S_2(A, B, C, D, P)$ .

Код, показанный в табл. 10.4 справа, является так называемым двоично-пятеричным кодом. В нем знаки  $A$  и  $B$  указывают, является ли представляемая десятичная цифра меньшей 5 или она равна или больше 5. Для десятичных цифр, меньших 5,  $B$  равно 1, а для десятичных цифр, равных 5 и больших,  $A$  равно 1. Знаки кода  $C, D, E, F, G$  имеют веса, показанные в табл. 10.4 и определяют одну из десятичных цифр в пределах пяти. Этот код по существу является кодом из семи по два, но он может также рассматриваться как двойной код, в котором группа  $A, B$  проверяется на равнозначность с помощью симметрической функции  $S_1(A, B)$ , а группа  $C, D, E, F, G$  реализуется функцией  $S_1(C, D, E, F, G)$ . Этот код широко используется, в особенности в релейных вычислительных машинах. Он, по-видимому, найдет применение в вычислительных машинах, использующих другие элементы<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Схема проверки кода из пяти по два, использующая магнитные сердечники, описана Карно (K a r n a u g h M., Pulse switching circuits using magnetic cores, *Proc. IRE*, 43, № 5 (1955), 570—584). Двоично-пятеричный код и его применение обстоятельно рассмотрены в книге Keister W., Ritchie A. E., W a s h b u r n S. H., The design of switching circuits, D. Van Nostrand Co., New York, 1951.

### § 10.5. Обнаружение и исправление искажений

В этом параграфе мы ограничимся рассмотрением лишь одного типа кода с обнаружением и исправлением искажений<sup>1</sup>, построенного по методу Хэмминга<sup>2</sup>.

Метод Хэмминга сам по себе весьма интересен. В гл. 13 будет показано, что он в обобщенном виде применим и для решения задачи определения состояний вторичных элементов в многотактных релейных устройствах.

Основная идея обнаружения и исправления *одиночного* искажения заключается в следующем: а) если *известен* факт появления искажения (при помощи проверки на равнозначность) и б) если известно *место* появления искажения, то путем простой инверсии полученного знака в месте, где произошло искажение, мы можем исправить последнее.

Хэмминг предлагает следующее:

1) к  $m$  знакам, необходимым для передачи сообщения (или информации), добавляется  $k$  проверочных знаков;

2)  $k$  проверочных знаков позволяют построить двоичное число  $D_a D_b D_c \dots D_k$ , десятичный эквивалент которого определяет место, где произошло искажение (будем называть его *номером места*);

3) номер места должен содержать достаточное число знаков, чтобы описать место одиночного искажения, которое может произойти на любой из  $m + k$  позиций, и, кроме того, должен позволять с помощью значения 000...0 описывать факт «отсутствия ошибки где бы то ни было». Эти соображения позволяют написать для определения величины  $k$  для любого  $m$  следующую формулу:

$$2^k \geq m + k + 1.$$

В табл. 10.5 приведены максимальные значения  $m$ , соответствующие проверочным знакам  $k$  от 1 до 6. Для значений  $m$ , не содержащихся в таблице, берется следующая большая величина  $k$ . Например, для 8 информационных знаков потребуется 4 проверочных знака.

<sup>1</sup> Hamming R. W., Error detecting and error correcting codes, *Bell System Technical J.*, 29 (1950), 147—160 (перевод см. сб. «Коды с обнаружением и исправлением ошибок», ИЛ, М., 1956). Более общую постановку вопроса см. Slepian D., A class of binary signaling alphabets, *Bell System Technical J.*, 35 (1956), 203—234. Рассмотрение вопроса с точки зрения теории многотактных релейных устройств дано Хаффманом (Huffman D. A., A linear circuit viewpoint on error-correcting codes, *I.R.E. Trans. on Information Theory*, IT-2, № 3 (1956), 20—28).

<sup>2</sup> В советской литературе имеется ряд работ, посвященных общей теории кодов с обнаружением и исправлением искажений (см., например, Варшамов В. В., Оценка числа сигналов в кодах с коррекцией ошибок, *Докл. АН СССР*, 117, № 5 (1947), 739—741; О методе линейного кодирования с исправлением ошибок в передаваемых сигналах, Сб. трудов НТО радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова, вып. 3, 1959, и др.). — *Прим. ред.*

Таблица 10.5

$k$	$m$
1	0
2	1
3	4
4	11
5	26
6	57

Будем осуществлять  $k$  проверок на равнозначность, каждая из которых будет проверкой на четность числа единиц. Из набора двоичных величин, связанных с удачным или неудачным исходом каждой проверки, образуем «номер», который будет указывать место появления любого единичного искажения. Отметим, что искажение может появиться на любом из  $n = m + k$  мест, а не только на  $m$  местах, соответствующих информационным знакам.

Для каждой сделанной проверки на равнозначность фиксируем результат в числах в соответствии со следующими определениями:

0 означает, что проверка на равнозначность показала отсутствие искажения;

1 означает, что проверка на равнозначность показала наличие искажения.

Рассмотрим применение этих идей к коду, для которого  $m = 4$  и  $k = 3$ . Имеется  $2^k = 8$  возможных «номеров». Из них номер 000 зарезервирован для обозначения факта «отсутствия ошибки где бы то ни было». Остается 7 «номеров», предназначенных для обнаружения места единичного искажения любого из  $m + k = 4 + 3 = 7$  знаков кода. В соответствии с приведенным выше определением наличие где-либо в двоичном номере места единицы означает, что проверка на равнозначность выявила искажение на одном из мест, имеющем цифру 1 в этой части своего номера.

Предположим, что 1 появляется в правой цифре номера места. Это может означать появление ошибки на любом из четырех мест, двоичные номера которых содержат 1 в качестве правой цифры. Эти номера приведены ниже.

Номер места	Десятичный эквивалент
0 0 1	1
0 1 1	3
1 0 1	5
1 1 1	7

Таким образом, несоблюдение равнозначности на позициях с номерами 1, 3, 5 или 7 вызовет появление 1 в правой цифре номера места. Назовем это проверкой на равнозначность 1-3-5-7.

Если 1 появляется в средней цифре номера, то это может иметь место при следующих условиях.

Номер места	Десятичный эквивалент
010	2
011	3
110	6
111	7

Таким образом, несоблюдение равнозначности для мест, имеющих номера 2, 3, 6 или 7, вызовет появление 1 в средней цифре номера. Назовем это проверкой на равнозначность 2-3-6-7.

Наконец, если 1 появляется в левой цифре номера места, то будем иметь:

Номер места	Десятичный эквивалент
1 0 0	4
1 0 1	5
1 1 0	6
1 1 1	7

Несоблюдение равнозначности на местах с номерами 4, 5, 6 или 7 вызовет, таким образом, появление 1 в левой цифре номера. Назовем это проверкой на равнозначность 4-5-6-7.

Если, например, искажение появилось на пятом месте, то, как следует из приведенных таблиц, это вызовет появление 1 при проверках на равнозначность в первой и третьей цифрах. Поэтому, записывая единицу при несоблюдении равнозначности и нуль при соблюдении ее, получаем для номера места искажения число 101→5.

До сих пор мы рассматривали вопрос о числе информационных и проверочных знаков и о составных частях проверок на равнозначность, но не говорили о том, какие цифры в комбинированном коде принять в качестве информационных и какие — в качестве проверочных.

Выбор этих цифр может быть сделан совершенно произвольно, и поэтому имеется много возможных вариантов кода Хэмминга. Пусть, например, позиции 1, 3 и 5 будут проверочными, а позиции 2, 4, 6 и 7 — информационными. Положим, что нужно найти кодовую группу для передачи сообщения 1011. Перенумеруем «места» слева направо и осуществим процесс кодирования так, как показано в приведенной таблице<sup>1</sup>:

<sup>1</sup> Процесс построения кодовой группы заключается в том, что сначала в соответствии с сообщением заполняются места «*m*», а затем, пользуясь приведенными выше проверками на равнозначность, заполняют места «*k*» таким образом, чтобы при каждой проверке в неискаженном сигнале было четное число единиц. — *Прим. ред.*



Рассмотрим в качестве примера передачу сообщения «12» с искажением на шестом месте. Определяем место ошибки с помощью следующей последовательности шагов:

0 1 1 1 1 0 0	«Неискаженное» сообщение	
0 1 1 1 1 1 0	Сообщение с искажением	
1 1 1 0	Проверка на равнозначность	4-5-6-7=1
1 1    1 0	Проверка на равнозначность	2-3-6-7=1
0 1  1  0	Проверка на равнозначность	1-3-5-7=0
Номер места=110→6=место искажения.		

Расширение кода Хэмминга обеспечивает *исправление* одиночного искажения и *обнаружение* двойного искажения. Начнем с уже полученного кода, исправляющего одиночное искажение. Добавим к нему еще знак и применим проверку на равнозначность по четности числа единиц для всех знаков. Тогда будут следующие условия:

1. Искажений нет: все проверки, включая и последнюю, дают положительный результат.

2. Имеется одиночное искажение на каком-либо из мест:

а) последняя проверка на равнозначность всегда дает отрицательный результат независимо от того, где появилось искажение;

б) первоначальные проверки определяют место обнаруженного искажения, однако номер 000 означает, что искажение произошло в добавленном знаке.

3. Имеется двойное искажение:

а) последняя проверка на равнозначность всегда дает положительный результат;

б) номер места, полученный при первоначальных проверках, указывает на то, что где-то имеется искажение. Если одно из искажений произошло в добавленном знаке, то полученный номер места действительно укажет место другого искажения. Однако нет способа для того, чтобы узнать, что это действительно имеет место. Поэтому двойное искажение достоверно может быть только *обнаружено*.

Процессу обнаружения и исправления искажений можно дать также геометрическое истолкование. Мы видим, что «расстояние» в  $n$ -мерном пространстве между двумя кодовыми группами задано числом координат (или мест), которыми они различаются. Например,

от	до	«расстояние» равно
0 0 1	0 1 1	1
0 0 1	0 1 0	2
0 0 1	1 1 0	3

С точки зрения обнаружения и исправления искажений «расстояние» означает:

Минимальное расстояние	Значение
1	Искажение не может быть обнаружено
2	Обнаружение одиночного искажения
3	Исправление одиночного искажения
4	Исправление одиночного искажения и обнаружение двойного искажения
5	Исправление двойного искажения

Рассмотрим кодовую группу 0100101 для десятичной цифры 5 из табл. 10.6. Если сравнить эту кодовую группу со всеми остальными, то найдем семь групп, соответствующих десятичным эквивалентам 0, 1, 6, 7, 11, 12, 13 и находящихся от нее на расстоянии, равном 3. Если при передаче кодовой группы для цифры 5 возникло одиночное искажение, то искаженная кодовая группа будет находиться от нее на расстоянии, равном единице, а от всех остальных из перечисленных выше групп — на расстоянии, равном 2. Поэтому при возникновении одиночного искажения никогда не будет каких-либо сомнений в том, какая кодовая группа была предназначена для передачи информации.

Отметим, наконец, что при заданном минимальном «расстоянии» между кодовыми группами за счет уменьшения возможности *исправления* может быть получена большая возможность *обнаружения*. Например, при расстоянии 5 мы можем получить:

- обнаружение и исправление двойного искажения;
- обнаружение тройного искажения и исправление одиночного искажения;
- обнаружение учетверенного искажения.

## ЗАДАЧИ

10.1. а) Закодируйте десятичные цифры 0, 1, 2, ..., 9 при помощи следующих весовых двоичных кодов.

(1)	7	4	2	—1
(2)	8	4	—2	—1
(3)	4	4	1	—2
(4)	7	5	3	—6
(5)	8	7	—4	—2

б) Проверьте, является ли каждый из кодов, полученных в пункте а), дополняющимся.

в) Если весовой двоичный код дополняющийся, то какое необходимое условие наложено на сумму весов кода?

г) Является ли это условие достаточным для дополняемости кода?

Приведите пример или какую-либо другую иллюстрацию справедливости вашего ответа.

10.2. Используйте вначале код 8, 4, 2, 1 и затем код с избытком 3 для выполнения приведенных ниже операций сложения (каждая цифра десятичных чисел представлена одним из данных двоичных кодов).

- 1)  $236 \nleftrightarrow 479$ ; 2)  $632 \nleftrightarrow 974$ ; 3)  $1 \nleftrightarrow 19 \nleftrightarrow 21 \nleftrightarrow 69$ .

10.3. Постройте минимальную структуру контактного релейного устройства для преобразования трехразрядного весового кода в циклический код. Таблица состояний входов  $A, B, C$  и выходов  $X, Y, Z$  дана ниже.

$A$	$B$	$C$	$X$	$Y$	$Z$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

(Достаточно 7 контактов, 11 пружин.)

10.4. В схеме преобразования кодов входные переменные  $A, B, C$  и  $D$  могут принимать любую из комбинаций значений, показанных в следующей таблице. Соответственно каждой входной комбинации имеется выходная комбинация четырех переменных, как показано в столбцах, обозначенных буквами  $W, X, Y$  и  $Z$ . Входные комбинации, отсутствующие в таблице, могут быть использованы для упрощения структуры устройства.

$A$	$B$	$C$	$D$	$W$	$X$	$Y$	$Z$
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1

Составьте минимальные формы структурных формул для выходов  $W, X, Y$  и  $Z$ . Постройте минимальную структуру контактных цепей, реализующую эти формулы.

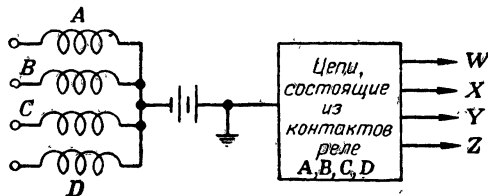


Рис. 10.14. Задача 10.5.

10.5. а) Постройте структуру контактных цепей с минимальным числом пружин (см. рис. 10.14) для перевода следующего десятично-двоичного кода в код с весами 8, 4, 2, 1.



Десятичная цифра	A	B	C	D
0	1	0	1	0
1	1	1	1	0
2	0	1	1	0
3	0	1	1	1
4	0	0	1	1
5	0	0	0	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	0	0	0

б) Определите, является ли данный код циклическим.

в) Укажите, как можно сравнить данный код с кодом, обеспечивающим минимальную нагрузку выходов.

10.6. Десятичное число  $1854^1$  нужно преобразовать в его двоичный эквивалент и затем передать в закодированной форме, позволяющей находить и исправлять любое одиночное искажение. Используйте в этом коде проверку на равнозначность с четностью числа единиц. Определите:

а) Сколько требуется проверок на равнозначность.

б) Какие позиции кода предпочтительно занять цифрами проверки на равнозначность.

в) Как находится каждая из цифр номера места искажения.

г) Как выглядит передаваемый код для десятичного числа 1854.

10.7. Семиразрядный код, являющийся расширенным четырехразрядным циклическим кодом, предназначен для обнаружения и исправления одиночного искажения в любой кодовой группе, представляющей десятичные числа 0, 1, ..., 9. Использована проверка на равнозначность с четностью единиц. Все проверки на равнозначность независимы друг от друга.

Закодированные десятичные числа 0, 1, ..., 9 передаются по каналу с шумами и для них принята приведенная ниже таблица состояний.

Закодированные сообщения

Десятичные цифры	1	2	3	4	5	6	7	Разряд
	$k_1$	$k_2$	$m_1$	$k_3$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	Назначение разрядов
0	1	1	0	1	0	0	1	
1	1	0	0	0	1	1	1	
2	0	1	1	0	0	0	1	
3	1	0	1	1	1	1	0	
4	0	1	0	1	0	1	0	
5	1	1	0	0	1	1	0	
6	1	0	1	1	1	0	0	
7	0	0	1	0	0	0	0	
8	1	1	1	0	0	0	0	
9	0	0	1	1	0	0	1	

<sup>1</sup> Год опубликования «Законов мышления» Джорджа Буля.

1. Предположите, что почти в любой из принятых кодовых групп встречается одиночное искажение. Исправьте любое искажение, представленное в таблице.
2. Четырехразрядный циклический код состоит из последовательности только правильных информационных знаков, как в пункте 1. Постройте структуру контактного устройства с минимальным числом пружин для входных переменных  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  для преобразования этого кода в весовой код 8, 4, 2, 1 с выходами  $W$ ,  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

## Итеративные цепи

В предыдущих главах мы рассмотрели как пользоваться таблицами состояний, матрицами состояний и другими средствами для описания структурных формул релейных цепей. Когда функции релейного устройства достаточно просты, можно описать их результирующее действие при помощи словесных предложений. Но, за исключением описания симметрических функций и связанных с ними структур, словесное описание действия сложных релейных устройств является недостаточно точным.

В гл. 7 мы уже видели, что структуры симметрических релейных цепей могут быть построены итеративным методом. Однако там не было необходимости развивать этот метод, так как можно было применить более прямое построение с помощью модификаций общей стандартной структуры.

Действие симметрических устройств определяется *рабочим числом*, характеризующим количество переменных, имеющих предписанное значение в пределах данной группы их. Эти условия обычно хорошо поддаются словесному описанию.

Рассмотрим теперь другой большой класс функций, для которых структура контактных цепей может быть легко синтезирована итеративным методом. Результирующее действие устройств, характеризующихся этими функциями, описывается или указанием *местоположения* переменных, имеющих предписанные значения, или одновременно числом и местоположением их. Число переменных может быть при этом достаточно велико, а число образуемых ими членов структурной формулы, например в совершенной нормальной форме, чрезмерно велико для их написания. Тем не менее эти функции, образующие некоторый класс, реализуются с помощью структур, результирующее действие которых может быть описано относительно простыми словесными предложениями.

В конце главы будет показано, что среди способов описания основных составных частей этих структур могут быть использованы матрицы, тесно связанные с основным методом, используемым для описания последовательности действия многотактных релейных устройств.

### § 11.1. Свойства итеративных структур

Как видно из названия, итеративная структура — это такая структура, в которой имеются повторяющиеся части. В гл. 7 была уже рассмотрена итеративная структура типа, представленного на рис. 11.1. В этой структуре потенциал земли передается с вывода 1 на вывод 2, когда возбуждено какое-либо одно и только одно из шести реле. Потенциал земли не появляется на выводе 2 ни для какого другого состояния входных переменных. Отметим, что при этом не говорится, что должно сработать какое-либо определенное реле, а указывается на необходимость срабатывания *любого* одного реле из группы шести реле.

На изображение структуры рис. 11.1 нанесен ряд пунктирных прямоугольников. Они делят это изображение на ячейки, каждая

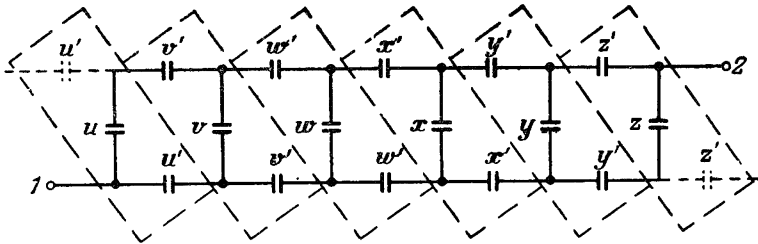


Рис. 11.1. Контактная цепь итеративного релейного устройства, иллюстрирующая построение с помощью ячеек.

из которых содержит контакты только одного реле. Если внимательно рассмотреть структуру, изображенную на рисунке, то можно найти, что каждая ячейка повторяет структуру соседних с ней ячеек, — меняются только обозначения контактов. Таким образом, структура устройства строится из одних и тех же ячеек, которые повторяются столько раз, сколько необходимо (в зависимости от числа переменных). Крайние ячейки, соответствующие переменным  $u$  и  $z$ , аналогичны внутренним ячейкам, но, ввиду того что к ним не примыкают другие ячейки, один из контактов в каждой из них теряет смысл и может быть отброшен. Неиспользуемые контакты крайних ячеек указаны на рисунке пунктирными линиями.

Далее будет показано, что итеративные структуры выполняют в высшей степени полезные функции, и один этот факт делает их рассмотрение весьма важным. Однако для проектировщика важность их с точки зрения методики построения увеличивается в связи с тем, что число ячеек в них может быть по желанию расширено или сокращено в зависимости от числа переменных. После того как установлена схема основной контактной ячейки, все устрой-

ство в целом формируется путем образования цепочки ячеек с некоторыми видоизменениями в крайних ячейках.

Другой пример итеративной структуры с указанием границ отдельных ячеек показан на рис. 11.2. В ней для образования цепи

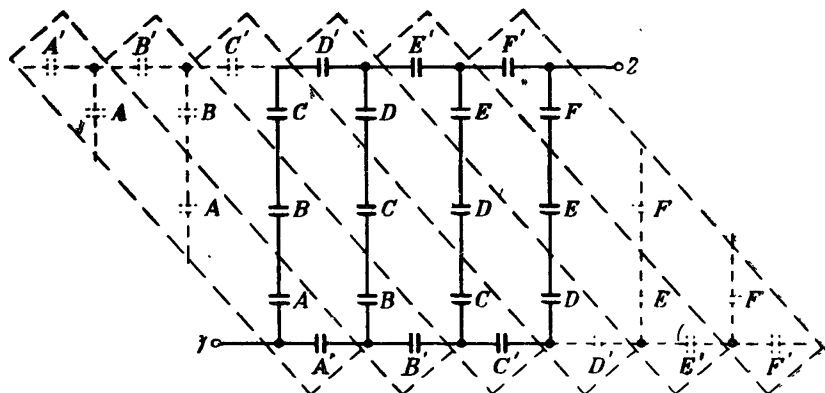


Рис. 11.2. Итеративная контактная цепь, в которой все типовые ячейки являются неполными.

между выводами 1 и 2 требуется, чтобы были возбуждены три и только три реле и, кроме того, чтобы эти три возбужденных реле были расположены в цепи последовательно друг за другом. Отметим, что

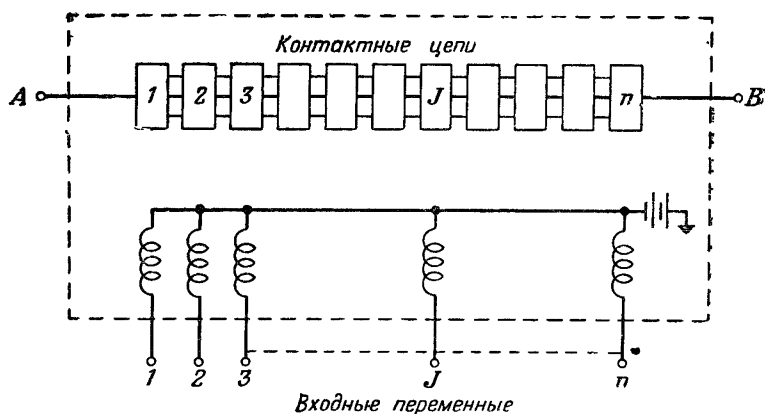


Рис. 11.3. Релейное устройство, содержащее итеративную контактную цепь.

каждая ячейка имеет опять одну и ту же структуру и что если требуется построить устройство на большее число переменных, то к существующим можно просто добавить необходимое число допол-

нительных ячеек. Крайние ячейки получаются, как и ранее, путем добавления полных ячеек с последующим исключением тех контактных элементов, которые не связаны ни со смежной ячейкой, ни с выводной точкой.

Структура рис. 11.2 интересна еще и в другом отношении. Несмотря на то что она является итеративной, число используемых переменных в ней настолько мало, что ни одна из ячеек не является полной. Полностью повторяющаяся ячейка не может появиться, если число переменных ограничено шестью. При семи переменных в структуре устройства появилась бы одна полная ячейка.

Итеративные методы используются для синтеза структур релейных устройств типа, показанного на рис. 11.3. Имеется  $n$  входных переменных, и каждое из воспринимающих реле срабатывает при заземлении его входа. Контактные цепи представляют собой двух-польную структуру, которая управляет проводимостью между выводами  $A$  и  $B$ . Она собирается в виде цепочки ячеек с рядом соединений между соседними ячейками. Всего имеется  $n$  контактных ячеек, соответствующих  $n$  входным переменным. Эта схема является наиболее общей, но обычно нет нужды иметь ячейку для каждой входной переменной в отдельности. Ниже будет показано, что итеративные структуры могут быть иногда построены более экономично, если контакты типовой ячейки связаны более чем с одной переменной.

Одна из внутренних ячеек рис. 11.3 помечена буквой  $J$ . Эта ячейка может рассматриваться как типовая. Ее место внутри цепи выбрано произвольно, и синтез такой типовой ячейки является центральной задачей построения итеративной структуры.

Имеется весьма большое число релейных устройств, для которых итеративный подход дает более рациональные решения. Их можно разделить на два класса, хотя это больше вопрос удобства, чем точной классификации.

В устройствах одного класса наличие проводимости между выводами определяется только *числом* возбужденных реле и не зависит от того, где они расположены в цепи. В гл. 7 мы отождествили устройства этого типа с симметрическими. В итеративных устройствах другого класса наличие проводимости определяется полностью или частично относительным *местоположением* в цепи возбужденных и невозбужденных реле. Устройства этого типа известны под названием *позиционных*<sup>1</sup> устройств. Примером чисто позиционного устройства может служить структура, проводимость между выводами которой равна 1, когда возбуждено одно или большее число реле при условии, что все возбужденные реле образуют в цепи последовательную группу соседних реле. На число возбужденных реле не накладывается никаких ограничений, необходимо

<sup>1</sup> См. [8] списка литературы к гл. 3.

лишь, чтобы было возбуждено по крайней мере одно реле. Примером позиционного устройства является структура рис. 11.2, так как возбужденные реле образуют в ней последовательную группу. Однако она не является чисто позиционной, так как в последовательной группе задано также и число реле, которые должны быть одновременно возбуждены.

Если условия работы релейного устройства зависят от относительного расположения возбужденных и невозбужденных реле, то независимо от того, будет ли задано число возбужденных реле или нет, в общем случае при построении структуры необходимо использовать итеративный подход.

Условия работы реле, заданные для синтеза итеративных устройств позиционного типа, можно записать в виде некоторой характеристики последовательного включения возбужденных и невозбужденных реле. Обозначим возбужденное реле через 1 и невозбужденное реле через 0. Тогда, проставляя нули и единицы в соответствии с местонахождением реле, получим для позиционных устройств следующие типовые записи условий равенства 1 проводимости между их выводами:

а) последовательности 00111110000000 и 00000111111111 удовлетворяют требованию, заключающемуся в том, что в цепи может быть возбуждено любое число реле при условии, что они образуют последовательную группу;

б) последовательность 110111100011011111100 удовлетворяет условию: все группы возбужденных реле содержат четное число членов;

в) в последовательности 101111100000110010 за каждой группой возбужденных реле следует группа невозбужденных реле, содержащая то же самое число членов.

При построении обычного контактного устройства каждая переменная имеет свое особое назначение, и, в общем случае, изменение какой-либо одной переменной приводит к результату, совершенно отличному от результата изменения других переменных. При построении итеративного устройства каждая переменная является типовой и выполняет те же задачи, что и переменные соседних с ней ячеек с той или другой стороны контактной цепи. Это утверждение несколько видоизменяется, если ячейка содержит контакты более чем одной переменной, но сейчас мы ограничимся рассмотрением задач, для которых каждая ячейка содержит контакты, связанные только с одной переменной.

Рассмотрим структуру типа рис. 11.3 с одним входным реле на ячейку. Вывод  $A$  соединен с землей. Проводимость контактной цепи, равная 1, будет обнаруживаться появлением потенциала земли на выводе  $B$ . Если речь идет о появлении потенциала земли в отдельных соединениях между внутренними ячейками, то мы будем говорить, что соответствующий вывод активизирован. Это разли-

чие необходимо ввиду того, что в контактной цепи может отсутствовать проводимость между выводами  $A$  и  $B$ , но в то же время потенциал земли может достигать какой-либо промежуточной точки между этими выводами.

Структура контактной цепи в окрестности типовой ячейки показана на рис. 11.4. В общем случае между ячейками может быть любое число соединений, но итеративный характер структуры устройства требует, чтобы выходы одной ячейки являлись входами следующей за ней ячейки.

Значение наличия ряда соединений между ячейками может быть лучше всего понято с точки зрения информационного подхода. За-

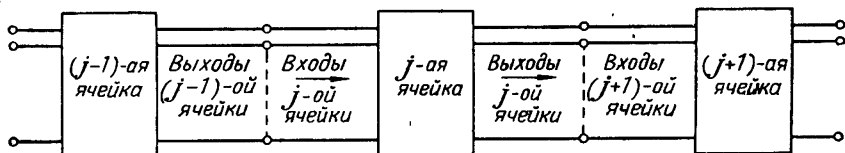


Рис. 11.4. Соотношения между входами и выходами внутри итеративной контактной цепи.

дание информации на входах ячейки осуществляется активизацией одного или нескольких из них, или же отсутствием активизации на всех входах. Мы будем вначале рассматривать задачи, при которых в типовой ячейке активизирован один и только один вход. В этих задачах на входах типовой ячейки могут появляться только взаимно исключающие сигналы. Например, если появление земли на одном входе означает, что перед типовой ячейкой сработало нечетное число реле, а появление земли на другом входе означает срабатывание четного числа реле, то в любой заданный момент времени может быть активизирован только один из этих входов. Отсутствие потенциала земли на всех входах будет означать, что в каких-либо предшествующих точках цепи нарушены условия, при которых проводимость равна 1.

То, что выходы каждой ячейки непосредственно соединены с входами следующей ячейки, означает, что выходы несут ту же самую информацию, что и входы. Функции, осуществляемые реле типовой ячейки, заключаются лишь в том, чтобы при рабочем состоянии ячейки передать активизацию с входа, несущего некоторую информацию, на соответствующий выход, несущий ту же информацию, или при нерабочем состоянии ячейки передать активизацию с этого входа на выход, несущий некоторую другую информацию. Так путем переключения активизации с входа на выход информация передается от одной типовой ячейки к другой. Этим ячейка вносит свою часть общей информации, распознаваемой всей контактной цепью в целом.



Так как сигналы на входе ячейки взаимно исключают друг друга, а выходы одной ячейки непосредственно соединяются с входами следующей ячейки, то из этого следует, что выходы типовой ячейки должны быть разделительными относительно друг друга. Это не означает, что входные цепи ячейки должны быть разделительными. Внутренние контактные цепи ячейки могут иногда соединять два ее входа вместе, но они не должны приводить к тому, чтобы одновременно мог быть активизирован более чем один выход.

### § 11.2. Запись условий работы типовой ячейки

Потребность в итеративных структурах позиционного типа возникает тогда, когда нужно удовлетворить требованиям замыкания цепи при работе определенного числа реле. Однако более общий случай их применения имеет место тогда, когда они удовлетворяют требованиям, содержащим указания и на порядок расположения в цепи возбужденных и невозбужденных реле. Например, может быть задано, что проводимость итеративной структуры должна быть равна 1, если возбуждено три или большее число реле, но при условии, что возбужденные реле образуют одну последовательную группу. Здесь заданы не только условия работы устройства, связанные с числом сработавших реле (так как по крайней мере три реле должны быть возбуждены), но и дополнительные условия, заключающиеся в том, что возбужденные реле должны образовывать внутри контактной цепи непрерывную группу и что может быть только одна такая группа. Эти дополнительные условия налагают в структурах позиционного типа ограничения на порядок расположения реле, которые отсутствуют в симметрических структурах.

При описании информации, заданной на входах и выходах типовой ячейки симметрической структуры, было достаточно указать на число возбужденных реле, расположенных слева от типовой ячейки. Можно использовать словесное описание также для задания информации на входах и выходах типовой позиционной ячейки. Однако эта информация не всегда может быть точно описана отдельными словами или короткими фразами. Поэтому полезно принять определенные символы, которые либо отдельно, либо в комбинациях друг с другом могут быть использованы для представления состояний реле в позиционной структуре. Использование их, вообще говоря, не является обязательным. Но в большинстве задач они обеспечивают компактность описания, которой нельзя достигнуть словесными высказываниями.

Эффективность использования символов будет зависеть от точного определения значений слов «смежный» и «последовательный». Предположим, что итеративная контактная структура представляет собой цепь ячеек, показанную на рис. 11.3. Реле занумерованы слева направо непрерывной последовательностью 1, 2, 3, ...,  $j$ , ...,  $n$ . Через

вывод  $A$  в контактную структуру подается потенциал земли, а вывод  $B$  будет считаться активизированным, если проводимость всей цепи равна 1. Ячейка  $J$  рассматривается как типовая ячейка. Если каждой ячейке соответствует одно реле, то реле, смежное с ячейкой  $J$ , имеет номер  $(J-1)$ , т. е. находится непосредственно слева от типовой ячейки. Если в типовой ячейке имеется более чем одно реле, то реле, смежное с ней, будет такое, которое расположено слева от нее и имеет наибольший номер. *Последовательная группа реле*— это такая группа, в которой номера реле образуют непрерывающуюся последовательность, например 4, 5, 6, 7. *Смежная последовательная группа* — это последовательная группа, содержащая реле, находящиеся непосредственно слева от типовой ячейки. Для определения значения слов «смежный» и «последовательный» можно использовать также алфавитный порядок вместо числового. Это почти всегда делается, когда строится окончательная структура и применяются символы контактов.

Рассмотрим теперь символы, которые будут использованы для описания информации, передаваемой входами и выходами типовой ячейки в структурах позиционного типа:

$0$  представляет одно *невозбужденное* реле, смежное с ячейкой, на вход которой передается этот символ. Заданное число смежных последовательных невозбужденных реле описывается повторением этого символа. Так,  $000$  описывает смежную последовательную группу трех невозбужденных реле.

$1$  представляет одно *возбужденное* реле, смежное с ячейкой, на вход которой передается этот символ. Заданное число смежных последовательных возбужденных реле описывается повторением этого символа. Так,  $111$  описывает смежную последовательную группу трех возбужденных реле.

$\bar{0}$  представляет смежную последовательную группу невозбужденных реле, в которой число реле больше или равно числу, которое должно быть точно сосчитано.

$\bar{1}$  представляет смежную последовательную группу возбужденных реле, в которой число реле больше или равно числу, которое должно быть точно сосчитано.

Эти символы часто используются в комбинации друг с другом. Если мы имеем «последовательную группу, в которой возбуждено по крайней мере два реле», то можно выразить существование этой группы символом  $11\bar{1}$ . Часть этого символа, равная  $11$ , указывает на возбуждение *в точности* двух последовательных реле, а часть  $\bar{1}$ , которая следует за ней, указывает на то, что в последовательной группе может быть более двух возбужденных реле, но что это число нет надобности принимать в расчет.

Символы  $0$  и  $\bar{1}$ , используемые отдельно или в комбинации, могут относиться к *любому* числу, включая нуль. Если условия задачи

не накладывают ограничений на число реле в группе, за исключением того, что оно не равно нулю, то мы должны использовать комбинации символов  $\bar{0}\bar{0}$  или  $\bar{1}\bar{1}$ .

Некоторые слова неудобно заменять символами. Слова «нечетный» и «четный» во многих случаях необходимы как части символического описания. Имеются также случаи, когда полезно применять в качестве символа букву  $V$ , означающую «истинный». Эта буква может быть также использована с индексами:  $V_c$ , что обозначает «условно истинный», и  $V_a$ , что означает «абсолютно истинный». Последний символ используется для случая, когда проводимость цепи равна 1 независимо от поведения остальной части цепи. Символ  $V_c$  указывает на то, что вплоть до местоположения типовой ячейки необходима проводимость, равная 1, но что это условие может еще быть нарушено в остальной части цепи.

Применение этих символов станет яснее после того, как их использование будет проиллюстрировано на ряде примеров.

### § 11.3. Синтез структуры типовой ячейки

Рассмотрим ряд примеров синтеза структуры релейных устройств с помощью итеративного метода. Все примеры этого параграфа базируются на ячейках, имеющих разделительные выходы.

#### Пример 11.1.

В итеративном релейном устройстве проводимость между выводами должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда имеется одна последовательная группа трех возбужденных реле.

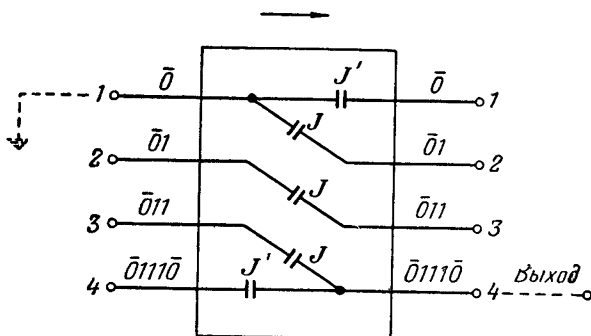


Рис. 11.5. Типовая ячейка для примера 11.1.

Стрелка показывает направление передачи потенциала земли через итеративную цепь.

Структура типовой ячейки, удовлетворяющая этим условиям, показана на рис. 11.5. Потенциал земли приложен к левой стороне

цепи и передается слева направо, как показано стрелкой, по цепям, определяемым состояниями различных реле. Слева от типовой ячейки пунктирной линией показано соединение ее входа 1 с землей; справа от нее пунктирной линией показано соединение ее выхода 4 с выходом всей цепи в целом.

Вход и выход под номером 1 обозначены символом  $\bar{0}$ . Появление потенциала земли на входе 1 означает, что слева от типовой ячейки нет возбужденных реле. Мы не знаем и не хотим знать сколько реле не возбуждено, поскольку ни одно реле не возбуждено. Заметим, что символ  $\bar{0}$ , использованный таким образом, позволяет типовой ячейке занимать любое место в контактной цепи. В частности, если типовая ячейка является первой в цепи, то слева от нее может вообще не быть возбужденных реле, чему и соответствует символ  $\bar{0}$ . В применении к типовой ячейке  $J$  символ  $\bar{0}$  означает, что слева от ячейки  $J$  не возбуждено ( $J - 1$ ) реле независимо от места, занимаемого типовой ячейкой.

Выход 1 типовой ячейки обозначен также символом  $\bar{0}$ . Нужно убедиться в том, что это верно, если реле  $J$  не возбуждено. Из схемы рис. 11.5 видно, что через контакт  $J'$  ячейка передает входной потенциал земли, означающий  $\bar{0}$ , на выход с тем же номером. Этот выход типовой ячейки должен передавать ту же самую информацию, а именно  $\bar{0}$ , на вход 1 ячейки ( $J + 1$ ).

Предположим, что реле с номером ( $J - 1$ ) возбуждено и что оно является первым возбужденным реле в цепи. По определению, реле ( $J - 1$ ) является смежным с типовой ячейкой, и, так как оно является первым возбужденным реле, ему может предшествовать любое число невозбужденных реле. Это состояние характеризуется комбинацией символов  $\bar{0}1$ , как показано на входе 2 типовой ячейки. Потенциал земли появляется на этом входе, если первое возбужденное реле является смежным с типовой ячейкой. Заметим, что если потенциал земли появился на входе 1 ячейки  $J$  и реле  $J$  возбуждилось, то потенциал земли будет передан на выход 2, отмеченный той же комбинацией символов  $\bar{0}1$ .

Мы могли бы продолжать описывать шаг за шагом входы и выходы типовой ячейки с помощью указанных символов, но важно сделать из этого более широкие заключения. Очевидно, что если имеется, скажем, восемь реле, предшествующих типовой ячейке, то существует  $2^8$  возможных состояний этих реле. Из этого большого числа мы выбрали только 4 в качестве возможных входов ячейки  $J$ . Основанием для этого, конечно, послужило то, что, согласно условию задачи, единственным состоянием всей цепи, при котором проводимость ее должна быть равна 1, является состояние, описываемое символом  $\bar{0}11\bar{0}$  (заметим, что  $\bar{0}$  может относиться к любому числу реле, включая нуль). Типовая ячейка должна быть та-

кой, чтобы она могла быть использована в любой части цепи. Поэтому она должна обеспечить связь выходов с входами, представляющую любую часть последовательности  $\bar{0}11\bar{1}\bar{0}$ . Если мы теперь рассмотрим символы на входах и выходах ячейки рис. 11.5, то станет очевидно, что все возможные подпоследовательности последовательности  $\bar{0}11\bar{1}\bar{0}$  описаны условно истинной последовательностью  $\bar{0}11\bar{1}\bar{0}$  на выходе 4 ячейки (условно истинной, потому что всегда имеется возможность возбуждения реле справа от ячейки  $J$  и, следовательно, перехода к 0 проводимости цепи в целом). Никакие другие состояния реле слева от ячейки  $J$  не нуждаются в рассмотрении, так как ни одно из них не может привести к правильной последовательности. Заметим, что если потенциал земли имеется на входах типовой ячейки с символами  $\bar{0}1$  или  $\bar{0}11$  и реле  $J$  не возбуждено, то ни один из выходов ячейки  $J$  не будет иметь потенциала земли. С другой стороны, если потенциал земли имеется на входе  $\bar{0}11\bar{1}\bar{0}$  и реле  $J$  возбуждено, то потенциал земли также не сможет попасть ни на один из выходов ячейки. В обоих этих случаях состояние реле  $J$  исключает образование правильной последовательности, а его контакты прекращают передачу потенциала земли через цепь.

Структуру типовой ячейки в рассмотренном примере легко получить, если предположить, что на каждый из входов подан потенциал земли, и рассмотреть, на каких выходах должна появляться земля для случая, когда реле  $J$  не возбуждено, и для случая, когда оно возбуждено. На основании этого рассмотрения легко решить, нужно ли включать между каждым входом и выходом ячейки замыкающий или размыкающий контакт или же не включать никаких контактов.

Построив типовую ячейку, можно затем образовать последовательную группу их, соединяя выходы одной ячейки с соответствующими входами следующей и исключая лишние контакты в крайних ячейках. Структура релейного устройства рис. 11.2 была именно таким образом получена из типовой ячейки рис. 11.5.

### Пример 11.2.

Структуру релейного устройства предыдущего примера видоизменить так, чтобы проводимость контактной цепи, равная 1, получилась в том случае, когда возбужденные реле образуют две последовательные группы, каждая из которых содержит три реле, причем группы возбужденных реле отделены друг от друга группой, содержащей по крайней мере одно невозбужденное реле.

Конечное состояние всей цепи для этих условий должно быть описано последовательностью символов  $0111\bar{0}\bar{0}111\bar{0}$ . Разобьем эту последовательность на ряд подпоследовательностей, которые должны выполняться в следующем порядке:

$\bar{0}$  не возбуждено ни одно реле.

$\bar{0}1$  первая группа из трех реле начала формироваться.

$\bar{0}11$  первая группа из трех реле продолжает формироваться.

$\bar{0}111$  первая группа из трех реле закончила формирование.

$\bar{0}11100$  образовалась разделяющая группа из невозбужденных реле.

$\bar{0}111001$  вторая группа из трех реле начала формироваться.

$\bar{0}1110011$  вторая группа из трех реле продолжает формироваться.

$\bar{0}111001110$  вторая группа из трех реле закончила формирование.

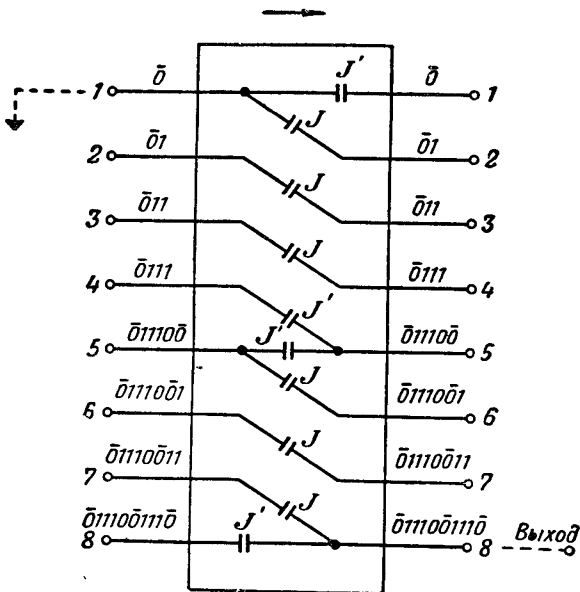


Рис. 11.6. Типовая ячейка для примера 11.2.

Эти подпоследовательности записаны на том основании, что если переходить от одной подпоследовательности символов, скажем от  $\bar{0}11$ , к следующей  $\bar{0}111$ , то должно быть учтено состояние дополняемого реле. Отметим, что последовательность символов для конечного состояния устройства  $\bar{0}111001110$  должна была бы быть первоначально записана в виде подпоследовательности без  $\bar{0}$  на конце. Символ  $\bar{0}$  должен быть добавлен после этого для учета состояния остальных реле контактной цепочки. Однако этот шаг явится лишним, так как  $\bar{0}$  может означать группу невозбужденных реле с любым числом реле, включая и нуль. Как видно из типовой ячейки

рис. 11.6, каждое из этих двух возможных истинных конечных состояний  $\downarrow$  означает появление потенциала земли на выходе 8.

Построение структуры типовой ячейки едва ли нуждается в объяснении, коль скоро найдены подпоследовательности, которые должны были быть выполнены. Задача построения структуры типовой ячейки заключается после этого в определении расположения контактов, обеспечивающего соответствующую передачу входного потенциала земли как для невозбужденного, так и для возбужденного состояний реле  $J$ . Отметим, что при отсутствии возбуждения этого реле входы 4 и 5 соединяются внутри ячейки. Тем не менее все выходы типовой ячейки являются разделительными. Вход и выход всей контактной цепи в целом показаны на рис. 11.6 пунктиром и присоединены соответственно к входу 1 и выходу 8. Соединение этих ячеек в группу для образования структуры всего устройства в целом и особенно видоизменения крайних ячеек предоставляется выполнить читателю.

### Пример 11.3.

Итеративное релейное устройство должно иметь проводимость между выводами, равную 1, когда все его возбужденные реле находятся в группах, каждая из которых содержит ровно три последовательных члена, и каждая группа отделена от любой другой по крайней мере одним невозбужденным реле. Если ни одно реле не возбуждено, то проводимость должна быть равна 0.

В этом примере число групп возбужденных реле не ограничивается, хотя должна быть по крайней мере одна группа с тремя возбужденными реле. Предположим теперь, что мы образовали первую группу из трех последовательных возбужденных реле с последующим за ней по крайней мере одним невозбужденным реле. Эта последовательность реле может быть представлена последовательностью символов  $\bar{0}111\bar{0}$ . Подпоследовательности, ведущие к ней, будут следующие:  $\bar{0}$ ,  $\bar{0}1$ ,  $\bar{0}11$ ,  $\bar{0}111$  и  $\bar{0}111\bar{0}$ .

Если, далее, в оставшейся части цепи возбуждается какое-либо другое реле, то мы могли бы записать это в виде последовательности символов  $\bar{0}111\bar{0}1$ . Возникает, однако, вопрос о необходимости этого шага, поскольку символическое описание последовательности где-то должно быть ограничено, хотя ограничение на число групп возбужденных реле, по существу, отсутствует.

Для ответа на этот вопрос следует сравнить формирование второй группы из трех реле с формированием первой группы, как это сделано в следующей таблице:

Формирование первой группы		Формирование второй группы	
$\bar{0}$	$(T=0)$		
$\bar{0}1$	$(T=0)$	$\bar{0}1110\bar{0}1$	$(T=0)$
$\bar{0}11$	$(T=0)$	$\bar{0}1110\bar{0}11$	$(T=0)$
$\bar{0}111$	$(T=1)$	$\bar{0}1110\bar{0}111$	$(T=1)$
$\bar{0}1110\bar{0}$	$(T=1)$	$\bar{0}1110\bar{0}1110\bar{0}$	$(T=1)$

Мы видим, что проводимость должна быть равна 0, когда группа содержит одно или два возбужденных реле, независимо от того, в какой это группе происходит. Она становится равной 1, когда возбуждается третье реле в последовательности. Таким образом, два набора описаний состояний на выводах одинаковы и пары подпоследовательностей, занимающих одну и ту же строку таблицы, могут рассматриваться как эквивалентные. Подпоследовательность  $\bar{0}1110\bar{0}$  является условно истинной последовательностью. Если дальше не встречается возбужденных реле, то проводимость цепи будет равна 1. Однако если возбуждено еще одно реле, то дальнейшие шаги, необходимые для получения проводимости, равной 1, в точности такие же, какие имели место, когда подпоследовательность была  $\bar{0}1$ . Можно поэтому установить, что для рассматриваемого примера подпоследовательность  $\bar{0}1110\bar{0}1$  эквивалентна подпоследовательности  $\bar{0}1$ . Или, в более общем виде, можно сказать, что после образования любой условно истинной последовательности возбуждение одного дополнительного реле является началом образования другой группы возбужденных реле и эквивалентно возврату к состоянию, представленному подпоследовательностью  $\bar{0}1$ .

Эти соображения отражены в структуре типовой ячейки, показанной на рис. 11.7. Если потенциал земли подается на вход 1, то срабатывание реле  $J$  передает его на выход 2. После этого для появления условно истинной последовательности необходимо срабатывание еще двух реле в следующих ячейках, после чего потенциал земли появляется на выходе 5. Несколько другой вариант структуры отличается способом включения контакта  $J$  между входом 5 и выходом 2 (см. пунктир на рис. 11.7).

Особое внимание следует уделить соединениям в крайних ячейках. Потенциал земли приложен к входу 1 левой крайней ячейки. Общий выход цепи соединяется с выходами 4 и 5 крайней правой ячейки. Это необходимо, ввиду того что крайняя правая ячейка может быть последней ячейкой с возбужденным реле, и тогда общий выход должен быть соединен с выходом 4 этой ячейки. Если реле крайней правой ячейки не возбуждено, то потенциал земли при правильной последовательности появится на ее выходе за номером 5.



Структура контактной цепи, составленная в виде цепочки последовательно соединенных типовых ячеек, показана на рис. 11.8. Полной является только ячейка, связанная с реле *E*.

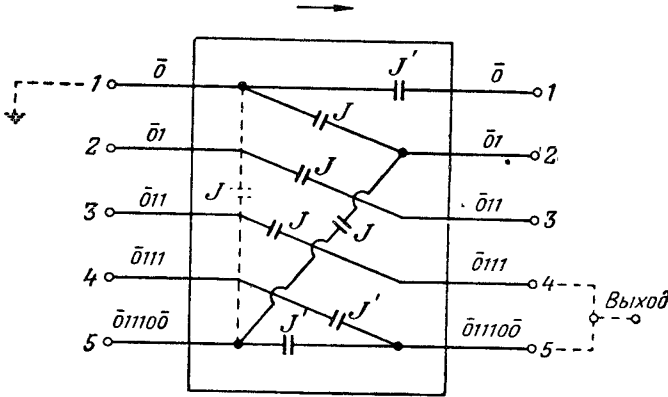


Рис. 11.7. Типовая ячейка для примера 11.3. Общий выход соединен с двумя выходами крайней правой ячейки

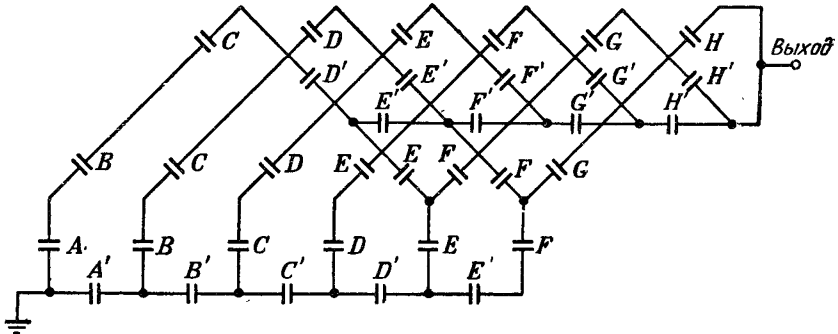


Рис. 11.8. Структура контактной цепи, построенной из типовых ячеек рис. 11.7.

### Пример 11.4.

Требуется построить и сравнить типовые ячейки итеративных структур, которые удовлетворяют следующим условиям:

а) проводимость цепи должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда общее число возбужденных реле является нечетным. Нуль должен рассматриваться как четное число;

б) проводимость цепи должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда каждая группа возбужденных последовательных реле содержит нечетное число членов. Проводимость равна 0, если ни одно реле не возбуждено.

При наличии условий а) имеется только два рода подпоследовательностей. В любой комбинации возбужденных и невозбужденных реле число возбужденных реле или четно (включая случай, когда ни одно реле не возбуждено), или нечетно. Отсюда типовая ячейка рис. 11.9 имеет только два входа и два выхода. Если реле  $J$  не возбуждено, то контакты  $J'$  соединяют входы ячейки с одноименными

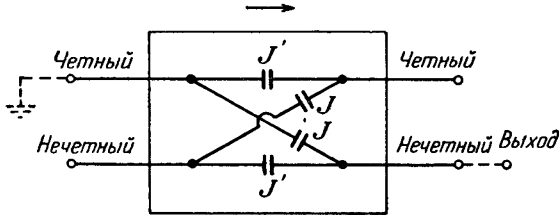


Рис. 11.9. Типовая ячейка для примера 11.4, условие а).

выходами. Если реле возбуждено, то «нечетный» вход соединяется с «четным» выходом и наоборот. Эти перекрестные соединения осуществляются с помощью контактов  $J$ .

Структура контактной цепи, построенная из этих типовых ячеек, не является, строго говоря, позиционной. Ту же самую структуру можно получить как симметрическую для случая реализации функции со всеми нечетными  $a$ -числами. Интересно рассмотреть, как в противоположность условиям а) задача чет — нечет трактуется в условиях б), являющихся позиционными.

Отметим прежде всего, что имеется много возможных последовательностей, в которых все группы содержат нечетное число возбужденных последовательных реле. Попытка описания этих последовательностей при помощи только одних символов  $0, \bar{0}, 1, \bar{1}$  была бы безнадежной. Выходом из положения является либо использование словесных описаний, либо введение новых символов. Применим второй метод, определив значение следующих символов:

$1_{нч}$  — наличие потенциала земли на входе или выходе с этим символом означает, что вплоть до этого входа или выхода требования  $T = 1$  были удовлетворены.

$1_ч$  — наличие потенциала земли на входе или выходе с этим символом означает, что за исключением смежной группы возбужденных реле, содержащей четное число членов, требования для  $T = 1$  были удовлетворены.

С помощью этих символов можно свести задачу к рассмотрению четырех следующих подпоследовательностей:  $\bar{0}, 1_{нч}, 1_ч$  и  $1_{нч}\bar{0}\bar{0}$ . Общий выход цепи рис. 11.10 взят от выходов типовой ячейки с символами  $1_{нч}$  и  $1_{нч}\bar{0}\bar{0}$ . Следует отметить, что в ячейке нет выхода с обозначением

$1_{ч}0\bar{0}$ . Если любая группа заканчивается четным числом включенных реле, то передача потенциала земли не должна иметь места. С другой стороны, если группа содержит нечетное число включенных реле, то выход  $1_{нч}0\bar{0}$  должен обеспечить передачу потенциала земли через любое число последующих ячеек с невозбужденным реле.

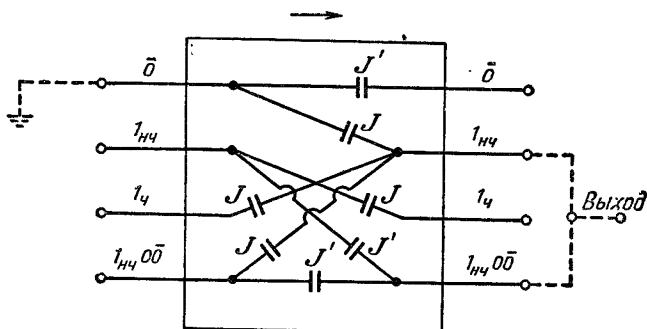


Рис. 11.10. Типовая ячейка для примера 11.4, условие б).

Этот выход ведет или к общему выходу цепи, или же через контакт  $J$  обратно к выходу  $1_{нч}$ , чтобы начать новую группу.

Иногда заданные условия для итеративного релейного устройства лучше всего реализуются с помощью инверсной структуры. Если при этом будет получена планарная структура, то ее геометрическая инверсия будет удовлетворять исходным условиям.

### Пример 11.5.

Контактная цепь с шестью реле должна иметь проводимость, равную 0, тогда и только тогда, когда имеется единственная группа возбужденных реле, содержащая в точности три члена.

Условия этой задачи являются инверсными по отношению к условиям примера 11.1. Для последнего типовая ячейка приведена на рис. 11.5, а структура, построенная из шести этих ячеек, на рис. 11.2. Геометрическая инверсия последней показана на рис. 11.11. Легко проверить, что проводимость между выводами в этой структуре равна 1 для всех комбинаций переменных, за исключением тех, которые содержат группу точно из трех последовательных возбужденных реле.

Можно осуществить сперва инверсию типовой ячейки, а затем уже построить структуру всей цепи в целом. На рис. 11.12 представлена геометрическая инверсия типовой ячейки рис. 11.5. С входным потенциалом земли соединен верхний узел ячейки, принадлежащий цепи контактов, проходящей поперек ячейки. Выход берется от аналогичного узла этой цепи внизу. Ячейка содержит внутренние

узлы, которые должны соединяться с внутренними узлами ячеек, расположенных слева и справа от данной. Узлы, помеченные буквами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , соединяются с ячейкой ( $J - 1$ ), а узлы с буквами  $d$ ,

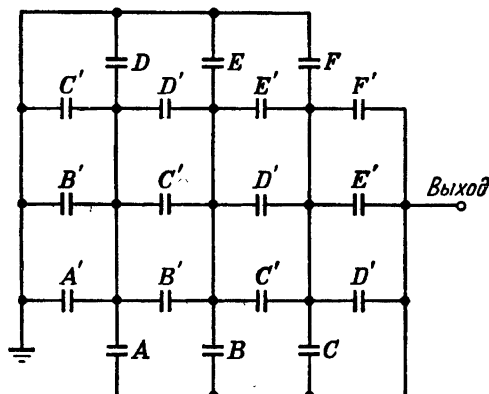


Рис. 11.11. Геометрическая инверсия контактной цепи рис. 11.2.

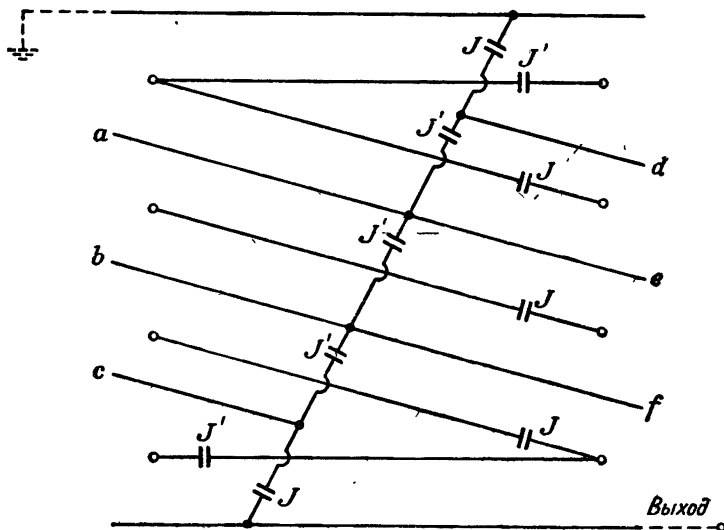


Рис. 11.12. Геометрическая инверсия типовой ячейки.

$e$  и  $f$  соединяются с ячейкой ( $J + 1$ ). Размещение контактов между внутренними узлами и между внутренними и внешними узлами проводится обычным порядком.

Многие итеративные ячейки и структуры являются непланарными, и их геометрическое инверсирование поэтому неосуществимо. Интересно убедиться, однако, в том, что некоторые ячейки, которые приводят к непланарным структурам, могут быть преобразованы в планарные. Пример этого приведен на рис. 11.13. В верхней части его показана ячейка  $J$  так, как она была синтезирована вначале, и показана также следующая ячейка  $K$ . Каждая ячейка имеет по две непланарных ветви, которые делают невозможным применение

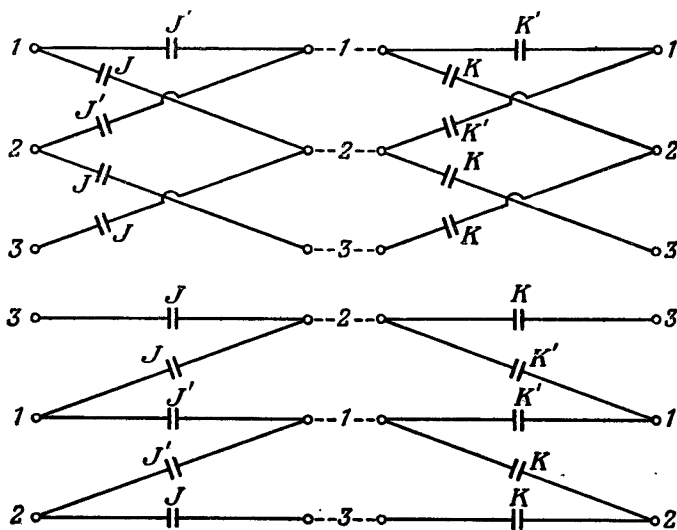


Рис. 11.13. Непланарные ячейки, преобразованные в пару планарных.

геометрического инверсирования. Однако в нижней части рисунка показаны те же две ячейки, у которых входные и выходные шины переставлены. Можно легко проверить, что если эти ячейки соединить попарно, как показано на рисунке штрихами, то контактная структура между одноименными шинами в нижней паре ячеек будет идентична таковой в верхней паре. В случае других типовых ячеек для перехода к планарным структурам может оказаться необходимым соединять по три и больше ячеек.

### § 11.4. Многоэлементные ячейки

Большинство итеративных структур синтезируется из типовых ячеек, содержащих контакты одного реле. Существует, однако, группа задач (определенная недостаточно хорошо, чтобы называться классом), для которых более экономичное решение получается, когда

типовая ячейка содержит контакты двух или большего числа соседних реле. Существование этого типа задач лучше всего может быть проиллюстрировано на нескольких примерах. На них можно обнаружить характерные черты этих задач и узнать, почему многоэлементные ячейки в этих случаях более экономичны.

### Пример 11.6.

Двухполюсная итеративная структура должна иметь проводимость между выводами, равную 1, тогда и только тогда, когда имеется одна-единственная последовательная группа из одного или большего числа возбужденных реле<sup>1</sup>. Эта задача легко решается

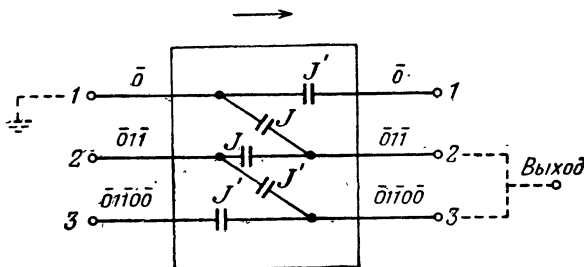


Рис. 11.14. Типовая ячейка, построенная на одном реле (к примеру 11.6).

с использованием типовой ячейки на одном реле, приведенной на рис. 11.14. Она содержит 5 контактов реле с 8 пружинами.

При синтезе типовой ячейки, содержащей контакты двух соседних реле, первый вопрос, который возникает, — это какие последовательности должны быть представлены на входах и выходах ячейки. На рис. 11.14 необходимые подпоследовательности обозначены символами  $\bar{0}$ ,  $\bar{0}\bar{1}\bar{1}$  и  $\bar{0}\bar{1}\bar{1}\bar{0}\bar{0}$ , имеющими соответственно следующие значения:

- а) вплоть до этой точки в цепи не возбуждено ни одно реле;
- б) образована одна последовательная группа возбужденных реле, включающая смежное реле;
- в) образована одна последовательная группа возбужденных реле, ограниченная одним смежным невозбужденным реле.

Эти три подпоследовательности описывают только те условия внутри цепи, которые при соответствующей работе реле вне типовой ячейки могут привести к проводимости, равной 1, для всей цепи в целом. Они представляют состояния цепи вплоть до типовой ячейки-

<sup>1</sup> Эта задача и ее анализ являются первым опубликованным примером более экономичной многоэлементной типовой ячейки. Он приведен в книге Keister W., Ritchie A. E., Washburn S. H., The design of switching circuits, D. Van Nostrand Co, New York, 1951.

ки, но исключая ее, если они описывают входы этой ячейки, и включая типовую ячейку, если они описывают ее выходы. Так как описания этих состояний не относятся ко всей цепи, то удобно считать их *неполными состояниями*. Конечно, если типовая ячейка занимает крайнее правое положение в цепи, описания ее выходов представляют состояния всей цепи в целом. С общим выходом соединяются при этом только те выходы ячейки, которые соответствуют действительно полным состояниям.

Существенная особенность неполных состояний заключается в том, что в результате действия типовой ячейки потенциал земли может всегда передаваться с входа, представляющего одно неполное состояние, на выход, представляющий другое неполное состояние. К неполным состояниям может быть приложено понятие «расстояния». Требуется действие только одного реле для изменения неполного состояния с  $\bar{0}$  на  $\bar{0}1$ . Однако для изменения состояния с  $\bar{0}$  на  $\bar{0}11$  требуется действие уже двух реле.

В дальнейшем эти идеи будут применены к задаче описания входов и выходов многоэлементной ячейки, и станет ясным, что, хотя расстояние между входным и выходным неполными состояниями может быть больше, когда с ячейкой связано более чем одно реле, эти состояния зависят только от требований задачи и не зависят от содержимого типовой ячейки. Поэтому можно описывать входы и выходы двухрелейной ячейки рассматриваемого примера теми же символами, какие были использованы для описания однорелейной ячейки рис. 11.14.

Если  $J$  и  $K$  — реле типовой ячейки, то состояния этих реле, необходимые для осуществления всех возможных переходов на входах и выходах, можно представить в виде табл. 11.1.

Таблица 11.1

Неполные состояния		Состояния реле		Контактные цепи
Вход	Выход	$J$	$K$	
$\bar{0}$	$\bar{0}$	0	0	$J'K'$
$\bar{0}$	$\bar{0}1\bar{1}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$K$
$\bar{0}$	$\bar{0}1\bar{1}0\bar{0}$	1	0	$JK'$
$\bar{0}1\bar{1}$	$\bar{0}1\bar{1}$	1	1	$JK$
$\bar{0}1\bar{1}$	$\bar{0}1\bar{1}0\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$K'$
$\bar{0}1\bar{1}0\bar{0}$	$\bar{0}1\bar{1}0\bar{0}$	0	0	$J'K'$

Пользуясь этой таблицей, можно определить структуру цепей между каждым входом и выходом в соответствии с требуемыми состояниями реле.

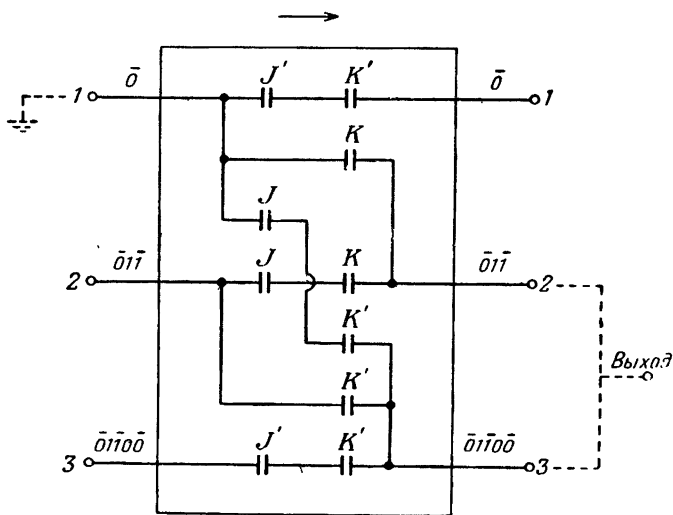


Рис. 11.15. Типовая ячейка, построенная на двух реле (к примеру 11.6), перед удалением избыточных контактов.

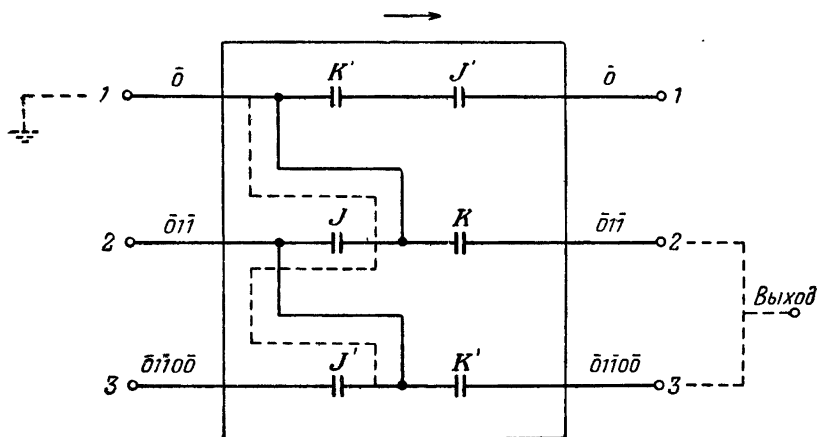


Рис. 11.16. Окончательная структура двухрелейной типовой ячейки (к примеру 11.6).



На рис. 11.15 показана типовая ячейка, обеспечивающая все цепи, перечисленные в табл. 11.1, представленные там отдельными наборами контактов. Легко заметить, что многие контакты являются лишними (избыточными). Рисунок 11.16 дает ту же ячейку после удаления избыточных контактов, разделительность выходов, однако, сохранена. При рассмотрении ее структуры следует обратить внимание на два обстоятельства, представляющие особый интерес. Во-первых, цепь  $JK'$  между входом 1 и выходом 3, показанная пунктиром, образуется целиком из контактов, используемых в других цепях. Во-вторых, при переходе к схеме рис. 11.16 были переставлены местами контакты  $J'$  и  $K'$  в цепи между входом 1 и выходом 1.

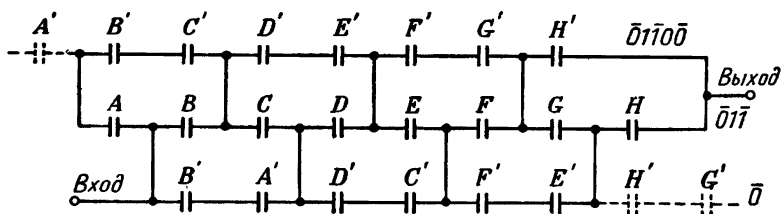


Рис. 11.17. Контактная цепь, построенная на типовых ячейках рис. 11.16.

Эта простая операция позволила применить в реле  $K$  переключающий контакт и сделать одинаковым распределение пружин на реле  $J$  и  $K$ . Вместо 8 пружин на реле, требующихся при использовании однорелейной типовой ячейки, ячейка, построенная на двух реле, требует только 5 пружин на каждом реле.

Пунктирные линии справа на рис. 11.16 указывают на то, что выход всей цепи в целом может быть взят или с выхода  $01\bar{1}$  или с выхода  $\bar{0}1\bar{1}0\bar{0}$  крайней правой ячейки. На рис. 11.17 четыре типовых ячейки соединены вместе для образования цепи на восемь переменных. Вход и выход этой цепи следует сравнить с пунктирными линиями на рис. 11.16 (заметим, что выход  $\bar{0}$  в схеме рис. 11.17 находится внизу, вместо того чтобы быть наверху, как на рис. 11.16). На рис. 11.17 видно, что некоторые контакты, которые имеются в типовой ячейке, не используются в левой и правой крайних ячейках. Такие контакты показаны на этом рисунке пунктирными линиями.

В примере 11.7 будет рассмотрена возможность получения рациональных решений с использованием более чем двух реле на ячейку.

### Пример 11.7.

Двухполюсная итеративная контактная цепь должна иметь проходимость, равную 1, если ни одно из ее реле не возбуждено или

если любая последовательная группа возбужденных реле состоит не более чем из трех реле.

В этой задаче дать точное описание подпоследовательностей, которые могут рассматриваться как неполные состояния, затруднительно. Описания, которые будут использованы, имеют смысл только в пределах контекста этой задачи.

Рисунок 11.18 содержит два варианта однорелейной типовой ячейки. В левой из них неполные состояния обозначены как  $\bar{0}$ ,  $\bar{0}1$ ,  $\bar{0}11$  и  $\bar{0}111$ . Эти последовательности символов описывают образо-

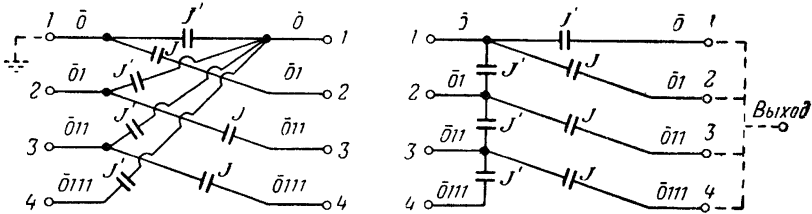


Рис. 11.18. Два варианта однорелейных типовых ячеек (к примеру 11.7).

вание в цепи первой группы возбужденных реле. Отметим, что с входов  $\bar{0}1$ ,  $\bar{0}11$  и  $\bar{0}111$  типовой ячейки контакты  $J'$  ведут к выходу  $\bar{0}$ . Выход всей цепи в целом может быть получен путем соединения вместе всех четырех выходов правой крайней типовой ячейки (см. пунктир в правой схеме рис. 11.18). Поэтому, после того как будет образована группа трех или меньшего числа возбужденных реле, следующее невозбужденное реле ограничивает ее и позволяет начать образование другой группы возбужденных реле.

Структура типовой ячейки правильно выполняет заданные условия, но описания неполных состояний в ней являются двусмысленными. После того как образование группы возбужденных реле допустимого размера будет закончено, потенциал земли на выходе 1 не представляет больше просто  $\bar{0}$ . Под ним подразумевается еще некоторая другая истинная последовательность, которая могла быть образована до этого. Можно ввести для этого случая новый символ, учитывающий состояние предыдущих ячеек, например  $V\bar{0}$ . Однако он не будет правильно описывать последовательность  $\bar{0}$ , которая может существовать в левой части цепи. Больше того, если символ  $V$  использовать на входе и выходе с номером 1, то он должен быть также использован и на выходах и входах с номерами 2, 3 и 4. Чтобы быть достаточно точным, нужно иметь символическую запись типа: « $\bar{0}$ , или  $V\bar{0}$ », « $\bar{0}1$  или  $V\bar{0}1$ » и т. д. Большого выигрыша при этом не получается. В действительности символическая запись, использованная в этом примере, указывает на то, что всякий раз, когда группа возбужденных реле допустимого размера оканчивает-

ся невозбужденным реле, неполное состояние цепи можно рассматривать по отношению к конечным условиям как идентичное неполному состоянию, при котором ни одно реле не возбуждено. Отметим, что в левой схеме рис. 11.18 все контакты расположены так, что осуществляются непосредственные соединения между шинами. В правой схеме соединения в точности те же, но структура ячейки выполнена с помощью соединения всех контактов  $J'$  последовательно. Следует также заметить, что в рассматриваемой задаче каждое из неполных состояний представляет условие, при котором проводимость цепи равна 1.

Рассмотрим теперь для этого же примера типовую ячейку, содержащую два соседних реле. Неполные состояния будут записываться так же, как и в однорелейной ячейке. Все возможные соединения между входами и выходами, а также требующиеся контактные цепи перечислены в табл. 11.2.

Таблица 11.2

Неполные состояния		Состояния реле		Контактные цепи
Вход	Выход	$J$	$K$	
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$		$J'K' + JK' = K'$
$\bar{0}$	$\bar{0}1$	0	1	$J'K$
$\bar{0}$	$\bar{0}11$	1	1	$JK$
$\bar{0}1$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$		$J'K' + JK' = K'$
$\bar{0}1$	$\bar{0}1$	0	1	$J'K$
$\bar{0}1$	$\bar{0}111$	1	1	$JK$
$\bar{0}11$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$		$J'K' + JK' = K'$
$\bar{0}11$	$\bar{0}1$	0	1	$J'K$
$\bar{0}111$	$\bar{0}$	0	0	$J'K'$
$\bar{0}111$	$\bar{0}1$	0	1	$J'K$

Отметим, что в табл. 11.2 не предусмотрены переходы от  $\bar{0}1$  к  $\bar{0}11$  или от  $\bar{0}11$  к  $\bar{0}111$ . Оба эти перехода требуют, чтобы к группе возбужденных реле до входа ячейки было добавлено еще одно возбужденное реле, однако в ячейке с двумя реле сделать это нельзя.

Структура типовой ячейки, удовлетворяющей условиям табл. 11.2, приведена на рис. 11.19. Алгебраическое упрощение мало что может дать в ней. Для предотвращения появления ложных цепей контактные цепи табл. 11.2 должны быть использованы полностью, за исключением цепи между входом и выходом с символом  $\bar{0}$ .

Рассмотрим теперь типовые ячейки с числом реле на ячейку, большим двух.

В табл. 11.3 даны соединения, требующиеся для типовой ячейки, содержащей три реле.

Таблица 11.3

Неполные состояния		Состояния реле			Контактные цепи
Вход	Выход	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$L'$
$\bar{0}$	$\bar{0}1$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$K'L$
$\bar{0}$	$\bar{0}11$	0	1	1	$J'KL$
$\bar{0}$	$\bar{0}111$	1	1	1	$JKL$
$\bar{0}1$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$L'$
$\bar{0}1$	$\bar{0}1$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$K'L$
$\bar{0}1$	$\bar{0}11$	0	1	1	$J'KL$
$\bar{0}11$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$(J' + K')L'$
$\bar{0}11$	$\bar{0}1$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$K'L$
$\bar{0}11$	$\bar{0}11$	0	1	1	$J'KL$
$\bar{0}111$	$\bar{0}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$J'L'$
$\bar{0}111$	$\bar{0}1$	0	0	1	$J'K'L$
$\bar{0}111$	$\bar{0}11$	0	1	1	$J'KL$

Структура соответствующей типовой ячейки приведена на рис. 11.20. На рис. 11.21 и 11.22 изображены структуры типовых ячеек, содержащих четыре и пять реле соответственно. Изменение числа контактов и контактных пружин в зависимости от числа реле в типовой ячейке приведено в табл. 11.4.

Цифры табл. 11.4 показывают, что среднее число контактов и среднее число пружин, приходящихся на одно реле, имеют минимум, когда типовая ячейка содержит четыре реле. В следующем параграфе будет показано, однако, что и эти результаты могут быть улучшены.

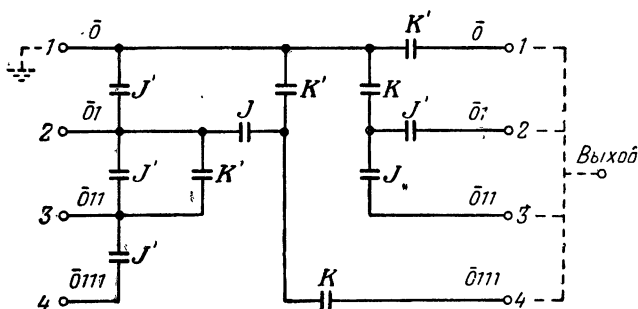


Рис. 11.19. Двухрелейная типовая ячейка (к примеру 11.7).

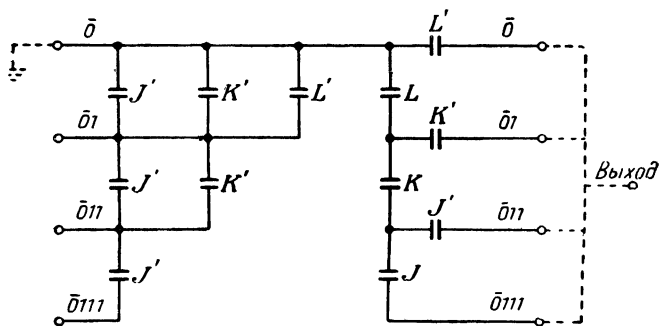


Рис. 11.20. Типовая ячейка, построенная на трех реле (к примеру 11.7).

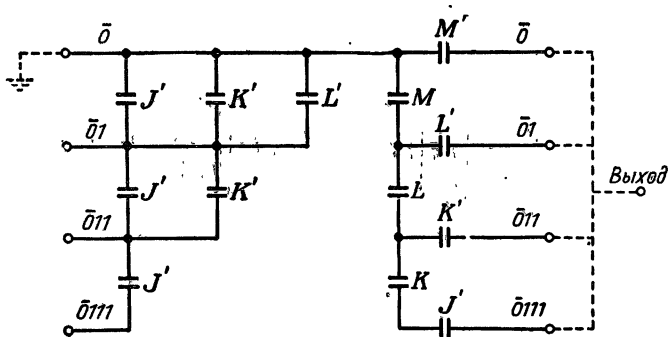


Рис. 11.21. Типовая ячейка, построенная на четырех реле (к примеру 11.7).

Таблица 11.4

Число реле на ячейку	Общее число контактов	Общее число пружин	Число контактов на реле <sup>1</sup>	Число пружин на реле <sup>1</sup>
1	7	11	7	11
2	11	18	5,5	9
3	12	21	4	7
4	13	23	3,25	5,75
5	17	31	3,4	6,2

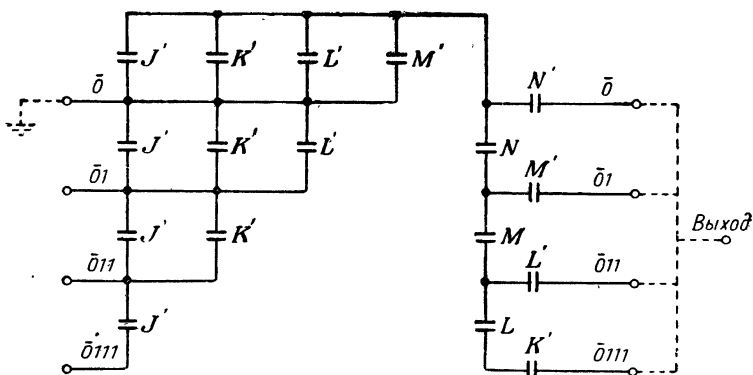
<sup>1</sup> Среднее число

Рис. 11.22. Типовая ячейка, построенная на пяти реле (к примеру 11.7).

Рассмотрение примеров 11.6 и 11.7 показывает, что у них есть одно общее свойство, позволяющее судить о причинах уменьшения числа контактов в многоэлементных ячейках по сравнению с одноэлементными. Таблицы контактных цепей для первых содержат не-

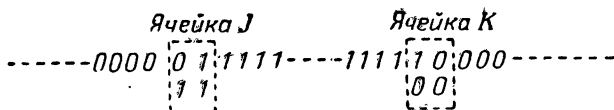


Рис. 11.23. Вариантные состояния в точках перехода.

которое число переходов, которые не зависят от состояния одной или большего числа переменных. Это и приводит к уменьшению числа контактов, хотя в некоторых случаях оно не может быть реализовано в связи с появлением ложных цепей.

На рис. 11.23 условия примера 11.6 приведены в виде последовательности символов бесконечной длины. Легко заметить, что при

образовании одной последовательной группы возбужденных реле внутри цепочки символов получаются, вообще говоря, две точки разрыва непрерывности следования одних и тех же символов. Эти разрывы могут иметь место внутри типовых ячеек, когда они включают более чем одно реле. Так, на рис. 11.23 переход символа 0 в 1 имеет место внутри ячейки  $J$ , а переход символа 1 в 0—внутри ячейки  $K$ . Реле ячейки  $J$  находятся в состоянии 01 (два реле на ячейку), но проводимость цепи была бы той же, если бы они были в состоянии 11 (или в состоянии 00). Отсюда следует, что при таком изменении неполного состояния нет необходимости иметь контакт левого реле ячейки. Аналогичная избыточность контактов имеет место и в ячейке  $K$ , где состояние 10 приводит к такой же проводимости, что и состояния 00 или 11.

### § 11.5. Типовые ячейки с неразделительными выходами

Все типовые ячейки итеративных цепей, которые мы рассматривали до сих пор, имели разделительные выходы. Состояния входов были в них поэтому взаимоисключающими. Этот тип ячеек является вообще наиболее употребительным, но есть задачи, для которых ячейки с неразделительными выходами дают экономию контактов, которую нельзя получить иным способом. В настоящее время нет еще достаточных исследований, позволяющих указать категории задач, для которых применение ячеек с неразделительными выходами имеет преимущества. Рассматриваемый ниже пример 11.8 относится к классу задач, в которых замыкание или размыкание цепи происходит при образовании по крайней мере одной последовательной группы реле, находящихся в предписанном состоянии.

#### Пример 11.8.

В примере 11.7 требовалось, чтобы проводимость цепи была равна 1, если ни одно реле не возбуждено или если каждая последовательная группа возбужденных реле содержит не более трех членов. Рассмотрим теперь инверсные условия, а именно потребуем, чтобы проводимость, равная 1, имела место тогда и только тогда, когда последовательная группа возбужденных реле содержит четыре или большее число членов. Геометрическая инверсия структуры, реализующей инверсные условия, будет являться, если она существует, структурой, которая удовлетворяет условиям примера 11.7.

Сформулированное выше инверсное условие требует, чтобы где-нибудь внутри итеративной цепи была последовательная группа, содержащая по крайней мере четыре возбужденных реле. Если это условие выполнено, проводимость цепи должна быть равна 1 независимо от наличия любой другой подпоследовательности. Это является примером абсолютно истинного неполного состояния, которое

мы обозначим через  $V_a$ . Ввиду того что группа четырех или большего числа возбужденных реле может начинаться в любой точке цепи, в каждой из них может потребоваться наличие потенциала земли вне зависимости от действия реле, расположенных слева от этой точки. Это означает, что в структуре устройства должна быть общая шина, соединенная с потенциалом земли и идущая вдоль всех ячеек.

Это обстоятельство учтено в структуре типовой ячейки рис. 11.24, а. В верхней части ее от ячейки к ячейке непрерывно идет шина  $G$ ,

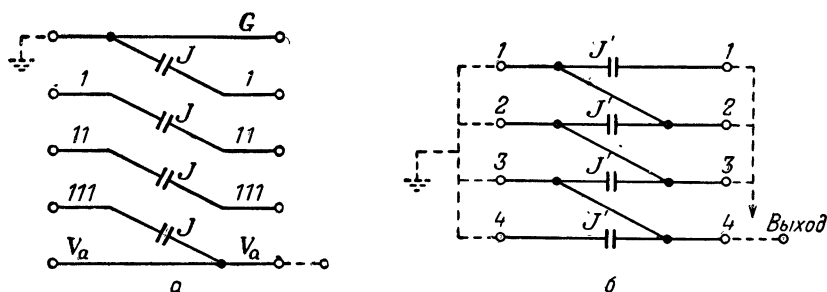


Рис. 11.24. Типовая ячейка  $b$  является геометрической инверсией ячейки  $a$ . Ячейка  $a$  удовлетворяет инверсным условиям задачи (к примеру 11.8).

соединенная с землей. Общая шина  $V_a$  в нижней части ячейки получает потенциал земли, если образована по крайней мере одна истинная последовательность. Никакие изменения цепи справа не могут в этом случае снять потенциал земли с этой шины. Контакты внутри типовой ячейки передают потенциал земли от любого активизированного входа к выходу, реализующему возбуждение одного дополнительного реле в последовательной группе. Отметим, что выходы 1, 11, 111 типовой ячейки являются разделительными между собой. Тем не менее появление потенциала земли возможно более чем на одном выходе.

Типовая ячейка рис. 11.24, а по условию задачи является частью контактной цепи, обеспечивающей проводимость, равную 1, когда возбуждены четыре или большее число реле. Геометрическая инверсия ее будет представлять собой типовую ячейку цепи, у которой проводимость равна 1, когда ни одно реле не возбуждено или когда каждая последовательная группа возбужденных реле содержит не более трех членов. Структура такой ячейки приведена на рис. 11.24, б. При использовании этой ячейки для образования итеративной цепи она выполняет ту же работу, что и ячейка рис. 11.18.

Входной потенциал земли в левой крайней ячейке подается на все четыре входа. Если первое реле не возбуждено, то потенциал земли появляется снова на всех четырех выходах ячейки. Если первое реле возбуждено, то потенциал земли снимается с выхода 1,



но остается на выходах 2, 3 и 4. В том и другом случае выходы ячейки являются неразделительными.

Пусть первое реле возбуждено. Его контакты подают потенциал земли на входы 2, 3 и 4 второй ячейки. Если второе реле не возбуждено, то потенциал земли опять появится на всех четырех выходах этой ячейки. Однако если второе реле возбуждено, то потенциал земли будет снят с выхода 2, выходы же 3 и 4 останутся заземленными.

Структура ячейки такова, что вообще, если потенциал земли присутствует на каком-либо одном или нескольких входах любой ячейки и соответствующее реле не возбуждено, то он восстанавливается на всех выходах. Если образуется последовательная группа возбужденных реле, то потенциал земли снимается с выхода 1 первой ячейки, с выходов 1 и 2 второй ячейки и с выходов 1, 2 и 3 третьей ячейки. Если реле следующей ячейки не возбуждено, то потенциал земли снова восстанавливается на всех ее выходах. Однако если возбуждается четвертое последовательное реле, то потенциал земли снимается со всех выходов этой контактной ячейки и проводимость всей цепи становится равной 0.

Из рис. 11.24 можно заметить, что в типовой ячейке, полученной с помощью геометрической инверсии, общий выход цепи должен быть взят со всех четырех выходов ячейки, как показано на рис. 11.24,б пунктиром. Однако, как было показано выше, при проводимости цепи, равной 1, потенциал земли будет всегда находиться на выходе 4. Поэтому общий выход цепи может быть присоединен только к выходу 4 крайней правой ячейки.

Неполные состояния неразделительной типовой ячейки могут быть описаны в виде следующей таблицы.

Входы или выходы, имеющие потенциал земли	Представляемые неполные состояния
1, 2, 3, 4	Ни одно реле не возбуждено или все последовательности возбужденных реле кончаются в пределах обусловленной группы.
2, 3, 4	Возбуждено одно реле из группы.
3, 4	Возбуждены два смежных реле.
4	Возбуждены три смежных реле.
Нет	По крайней мере одна последовательная группа возбужденных реле содержит более чем три члена.

Разделительная инверсная ячейка, из которой мы получили требуемую неразделительную типовую ячейку, может быть построена также с двумя или с большим числом реле. На рис. 11.25, 11.26, 11.27 и 11.28 левые ячейки (ячейки *a*) являются инверсными разделительными ячейками, выполняющими те же функции, что

и ячейка *a* рис. 11.24, но содержащие соответственно 2, 3, 4 и 5 реле. Правые ячейки (ячейки *б*) являются соответствующей неразделительной типовой ячейкой, построенной при помощи геометрической инверсии. Данные о числе контактов и контактных пружин для этих ячеек приведены в табл. 11.5.

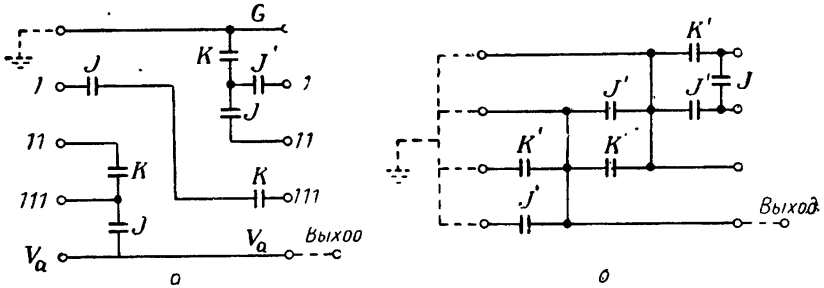


Рис. 11.25. Неразделительная типовая ячейка *б* построена на двух реле и получена из ячейки *a* с помощью геометрической инверсии.

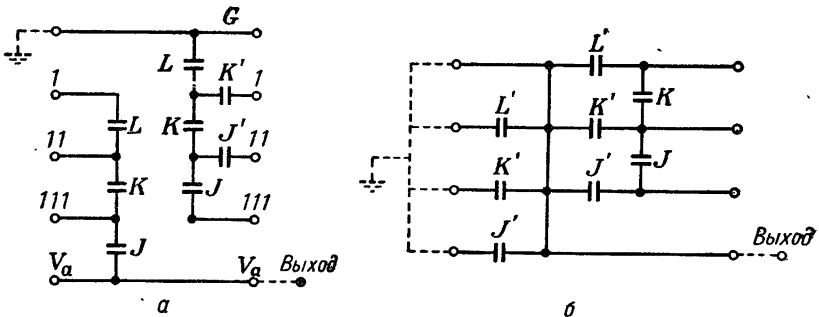


Рис. 11.26. Неразделительная типовая ячейка *б* является инверсией ячейки *a*.

Таблица 11.5

Число реле на ячейку	Общее число контактов	Общее число пружин	Число контактов на реле <sup>1</sup>	Число пружин на реле <sup>1</sup>
1	4	8	4	8
2	7	13	3,5	6,5
3	8	14	2,67	4,67
4	10	18	2,5	4,5
5	11	19	2,2	3,8

<sup>1</sup> Средняя величина.

Сравнение табл. 11.5 с табл. 11.4 показывает, что для этой частной задачи использование неразделительных ячеек намного экономичнее (по числу контактов и пружин), чем использование разделительных ячеек. Читатель может проверить, что если ячейка содержит 6 реле, то потребуются 19 контактов и 34 пружины. Отсюда следует, что минимум общего потребного количества контактов и пружин

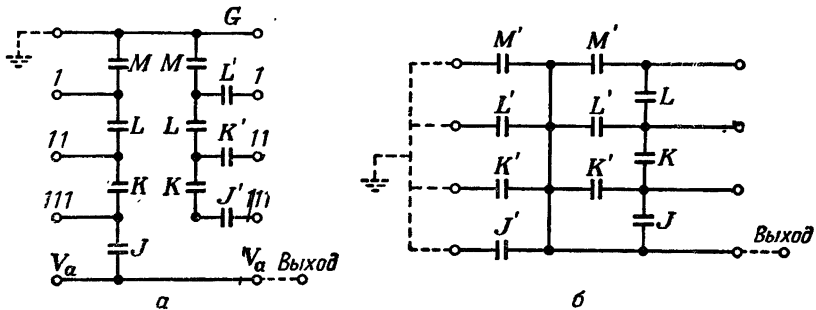


Рис. 11.27. Инвертированная типовая ячейка, построенная на четырех реле.

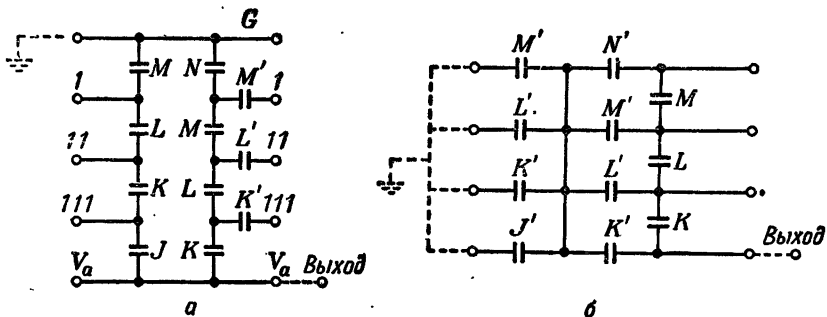


Рис. 11.28. Инвертированная типовая ячейка, построенная на пяти реле.

получается при использовании типовых ячеек с пятью реле в каждой.

Результаты, полученные в рассмотренном примере, вряд ли могут быть использованы для обобщений. Без проверки нельзя быть уверенным, что применение неразделительных ячеек даст хорошие результаты. Однако один из имевших место фактов может быть использован для некоторого обобщения. Если рассматривать присутствие или отсутствие потенциала земли на входах типовой ячейки в виде некоторого кода, который описывает неполное состояние цепи слева от ячейки, то в случае применения разделительных ячеек можно использовать только такой код, в котором зна-

чение 1 принимает только один знак. В неразделительных ячейках можно использовать коды, в которых значение, равное 1, принимает более чем один знак. Достижение более экономичной структуры типовой ячейки может быть таким образом получено с помощью увеличения эффективности входного кода. Несмотря на то что этот результат не является строгим, нет доказательства и того, что улучшение невозможно. В целом задача остается все же нерешенной.

### § 11.6. Синтез при помощи матричного метода<sup>1</sup>

Мы видели, что возбужденные и невозбужденные реле в итеративной цепи образуют двоичные последовательности. Связанная с ними структура релейного устройства должна быть выполнена так, чтобы проводимость была равна 1 для некоторых заданных последовательностей или классов последовательностей и равна 0, если указанные условия не удовлетворены. Когда последовательность задана для всех членов цепи, можно говорить о полном состоянии цепи. Но как было показано, полезно также оперировать с различными неполными состояниями, а именно с состояниями, характеризующими последовательности, относящиеся к части цепи слева от рассматриваемой типовой ячейки. Так как мы интересуемся только полными состояниями, для которых проводимость цепи равна 1, то в качестве входов типовой ячейки используются только те неполные состояния, которые изменением состояния реле в остальной части цепи могут быть преобразованы в истинные полные состояния.

В задачах, представляющих практический интерес, имеется число неполных и полных состояний, которые должны приниматься в расчет, ограничено. Кроме того, имеется лишь ограниченное число способов для изменения этих состояний при прохождении типовой ячейки. Эти изменения можно поэтому представить в виде некоторой относительно компактной матрицы. Ограничимся на первое время рассмотрением разделительных типовых ячеек.

Составим матрицу, в которой строки будут представлять собой неполные или истинные полные состояния. Эти состояния достаточно просто различать, присвоив им некоторые произвольные номера. Каждому номеру состояния должно быть сопоставлено его словесное или символическое описание.

Столбцы матрицы будут представлять собой состояния одного или нескольких реле, содержащихся в типовой ячейке (0 = не возбуждено, 1 = возбуждено). В столбце, обозначенном буквой Z, будем, кроме того, проставлять 0 или 1 для обозначения состояния выхода всей цепи в целом, соответствующего данной строке.

<sup>1</sup> Используется метод, развитый Хаффмэном и основанный на таблице переходов (см. его статью Huffman D. A., The synthesis of sequential switching circuits, *J. Franklin Institute*, 257 (1954), 161—190, 275—303).

Состояние входов (строка) и данное состояние реле типовой ячейки (столбец) определяют в пересечении клетку матрицы. Цифры, про- ставляемые в клетках, указывают для каждой из строк, на какой выход при передаче через типовую ячейку должен поступить потен- циал земли. В конце каждой строки заранее выбранная цифра опре- деляет активизацию общего выхода.

Приводимые ниже примеры помогут выяснить некоторые детали описанного метода.

### Пример 11.9.

Итеративная цепь должна иметь проводимость, равную 1, тогда и только тогда, когда ее возбужденные реле входят в две последова- тельные группы.

Единственное полное состояние, для которого проводимость должна быть равна 1, представлено последовательностью символов  $\overline{01100110}$ . Используя типовую ячейку с одним реле, мы можем раз- бить это истинное полное состояние на неполные состояния. Обо- значим полные и неполные состояния порядковыми номерами, как показано ниже.

Номер состояния	Символическая запись состояния
1	$\overline{0}$
2	$\overline{011}$
3	$\overline{01100}$
4	$\overline{0110011}$
5	$\overline{01100110}$

В приведенной ниже матрице типовой ячейки вхождения 1 в столбце общего выхода указывают на то, что состояния 4 и 5 явля- ются истинными полными состояниями.

Номер состояния	$J=0$		$J=1$		Выход Z
	1	2	1	2	
1	1	2	1	2	0
2	3	2	3	2	0
3	3	4	3	4	0
4	5	4	5	4	1
5	5	—	5	—	1

Рассмотрим некоторые вхождения матрицы подробнее. Во вто- рой строке в столбце  $J=0$  имеется вхождение 3. Это означает, что если потенциал земли появляется на входе 2, состояние которого есть  $\overline{011}$ , и реле  $J$  не возбуждено ( $J=0$ ), то потенциал земли дол- жен появиться на выходе 3, для которого состояние есть  $\overline{01100}$ .

Вхождение в том же столбце, но в следующей строке, указывает, что если потенциал земли имеется на входе с состоянием 3, то при передаче через типовую ячейку при невозбужденном реле  $J$  он должен попасть на выход с тем же состоянием.

На той же строке в следующем столбце мы видим, что если на входе имеется состояние 3 и реле  $J$  возбуждено ( $J = 1$ ), то выход должен представлять собой состояние 4. Это соответствует состоянию  $\bar{0}\bar{1}\bar{0}\bar{0}$  на входе, переходящему при возбуждении реле  $J$  в состояние  $\bar{0}\bar{1}\bar{1}\bar{0}\bar{0}\bar{1}$  на выходе.

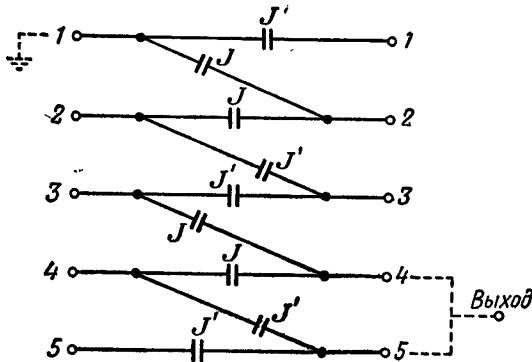


Рис. 11.29. Типовая ячейка, реализующая матрицу примера 11.9.

В пятой строке в столбце для  $J = 1$  вхождение в матрице отсутствует. Это объясняется тем, что при достижении состояния 5 любое срабатывание реле в последующих ячейках должно приводить к размыканию общей цепи. Поскольку при синтезе структуры типовой ячейки рассматриваются только условия, приводящие к замыканию цепи, соответствующее вхождение не должно помещаться в матрице.

Описанная матрица итеративной цепи представляет собой по существу структурную матрицу полных проводимостей типовой ячейки. Входы ячейки представлены номерами состояний. Вхождение в месте пересечения строки и столбца для  $J = 0$  означает, что вход, имеющий данный номер состояния, и выход, имеющий номер вхождения, соединяются друг с другом через контакт  $J'$ . При пересечении строки со столбцом  $J = 1$  соединение между соответствующим входом и выходом осуществляется через контакт  $J$ . Соединения, определяемые рассмотренной выше матрицей, показаны на рис. 11.29. Так, например, в матрице на месте пересечения строки 3 и столбца  $J = 1$  имеется вхождение с номером 4. На рис. 11.29 это вхождение описывает контакт  $J$ , соединяющий вход 3 с выходом 4. Контакт  $J'$ , который соединяет вход 4 с выходом 5, представлен

в матрице вхождением 5 в месте пересечения строки 4 и столбца  $J = 0$ .

В следующем примере будет рассмотрено применение матричного метода для построения структуры типовой ячейки с одним и двумя реле.

**Пример 11.10.**

Проводимость итеративной цепи должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда каждая последовательная группа возбужденных реле содержит нечетное число членов или когда ни одно реле не возбуждено.

Определяем условно истинное состояние в следующем виде: или ни одно реле не возбуждено, или все возбужденные реле содержатся в группах с нечетным числом членов, причем за последней группой следует по крайней мере одно невозбужденное реле. Обо-

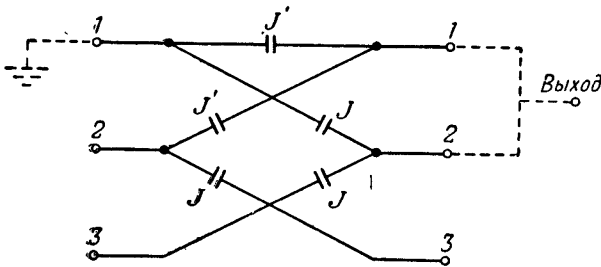


Рис. 11.30. Однорелейная типовая ячейка, реализующая матрицу примера 11.10.

значим символом  $V_c 1_{нч}$  состояние, в котором за условно истинной последовательностью следует нечетное число возбужденных реле, и символом  $V_c 1_ч$  состояние, в котором за условно истинной последовательностью следует четное число возбужденных реле. Пользуясь этими символами, можно сразу же составить приведенную ниже матрицу для однорелейной типовой ячейки. Заметим, что в матрице имеется пустое вхождение, если предыдущая группа кончается четным числом возбужденных реле, а проводимость цепи в связи с невозбужденным состоянием реле  $J$  должна стать равной 0. Структура типовой ячейки, реализующей эту матрицу, приведена на рис. 11.30.

	Номер состояния	$J = 0$	$J = 1$	$Z$
$V_c$	1	1	2	1
$V_c 1_{нч}$	2	1	3	1
$V_c 1_ч$	3	—	2	0

Если типовая ячейка содержит более чем одно реле, то число столбцов в матрице увеличивается так, чтобы они представляли все

возможные комбинации возбужденного и невозбужденного состояний реле ячейки. Ниже приведена матрица для условий той же самой задачи, но для типовой ячейки с двумя реле. Неполные состояния взяты в точности такими же, как и для однорелейной ячейки, и обозначены теми же номерами. Пустые вхождения опять относятся к случаю, когда работа ячейки приводит к проводимости цепи, равной 0.

Номер состояния		00	01	10	11	Z
		$J'K'$	$J'K$	$JK'$	$JK$	
$V_c$	1	1	2	1	3	1
$V_c 1_{вч}$	2	1	2	—	2	1
$V_c 1_ч$	3	—	—	1	3	0

Как следует из этой матрицы, между входом 1 и выходом 1 должна быть обеспечена цепь  $J'K' + JK' = K'$ . От входа 2 к выходу 2 должна быть цепь  $J'K + JK = K$ . Делая эти упрощения, получим структуру двухрелейной типовой ячейки в виде, представ-

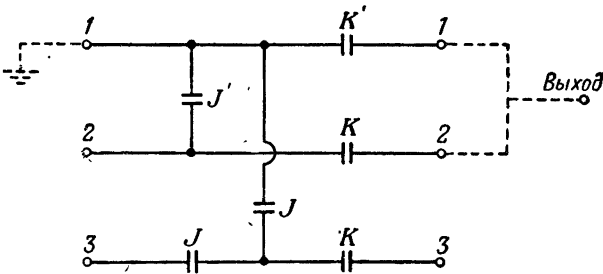


Рис. 11.31. Двухрелейная типовая ячейка, построенная при помощи матричного метода (к примеру 11.10).

ленным на рис. 11.31. В однорелейной ячейке рис. 11.30 нужно иметь 5 контактов (8 пружин) на реле. В двухрелейной ячейке число контактов сокращается до 3, а число пружин до 5,5 на реле.

Матричный метод может быть применен также и для синтеза неразделительных ячеек. Для иллюстрации этого используем условия задачи, с которой мы уже имели дело в примерах 11.7 и 11.8.

### Пример 11.11.

Построить неразделительную типовую ячейку на одном реле для цепи, в которой проводимость должна быть равна 1, если ни одно реле не возбуждено, или если каждая последовательная группа возбужденных реле содержит не более трех членов.



Будем использовать символ  $V_c$  для представления того факта, что или ни одно реле не возбуждено, или все группы ограничены тремя или меньшим числом возбужденных реле. Если за символом  $V_c$  следует 1, 11 или 111, то это указывает на величину следующей незаконченной группы возбужденных реле. Интересующие нас состояния занумеруем следующим образом:

1	$V_c$
2	$V_c 1$
3	$V_c 11$
4	$V_c 111$

Вместо того чтобы представлять каждое состояние подачей потенциала земли только на один вход, обозначим входы и выходы через  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$  и в матрице укажем для каждого состояния, какая комбинация их должна иметь потенциал земли. Вхождения в матрице будут опять представлять состояния, соответствующие условиям работы типовой ячейки.

Выводы, на которые подан потенциал земли	Номер состояния и его символическая запись		$J = 0$	$J = 1$	$Z$
$L_1 L_2 L_3 L_4$	1	$V_c$	1	2	1
$L_2 L_3 L_4$	2	$V_c 1$	1	3	1
$L_3 L_4$	3	$V_c 11$	1	4	1
$L_4$	4	$V_c 111$	1	—	1

Структура типовой ячейки получается, конечно, такой же, как на рис. 11.24,б. Отметим, что всякий раз, когда  $J = 0$ , цепь переходит к состоянию 1, что соответствует подаче на все четыре выхода потенциала земли. Введение контакта  $J'$  между каждым входом и выходом с одинаковыми номерами реализует это требование. Наличие диагональных соединений определяется требованиями переходов в столбце матрицы для  $J = 1$ . Если учитывать требования только одного этого столбца, то в эти диагональные соединения нужно было бы поместить контакты  $J$ . Однако если мы попытаемся удовлетворить условию, требующему, чтобы при наличии на входах любого из состояний 2, 3 и 4 и при  $J = 0$  потенциал земли был подан на все выходы, то окажется необходимым включение в диагональных ветвях параллельно с каждым из контактов  $J$  контакта  $J'$ , что будет эквивалентно прямому соединению.

### ЗАДАЧИ

11.1. Постройте итеративную структуру релейного устройства с девятью реле, для которой проводимость между выводами равна 1 тогда и только тогда, когда все возбужденные реле сгруппированы в пары смежных реле, причем

каждая пара отделена от следующей пары по крайней мере одним невозбужденным реле и имеется по крайней мере одна группа двух возбужденных реле.

11.2. Постройте итеративную структуру, условия работы которой являются инверсными по отношению к условиям задачи 11.1. Сравните типовую ячейку, удовлетворяющую этим условиям, с ячейкой, найденной в задаче 11.1. Как можно объяснить разницу в числе входов и выходов, требующихся в этих ячейках?

11.3. Постройте типовую ячейку и все неполные конечные ячейки для итеративной контактной цепи, у которой проводимость должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда возбуждены в точности два несмежных реле. Каждая ячейка должна содержать контакты одного реле.

11.4. Постройте типовую ячейку и все неполные конечные ячейки для итеративной контактной цепи, у которой проводимость должна быть равна 0 тогда и только тогда, когда возбуждены в точности два несмежных реле. Каждая ячейка должна содержать контакты одного реле.

11.5. Постройте типовую ячейку и все неполные конечные ячейки для итеративной контактной цепи, у которой проводимость должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда имеется группа реле, содержащая четное число последовательных возбужденных реле, кроме того, включающая последнее реле.

11.6. Постройте структуры типовой (с одним реле на ячейку) и конечных ячеек и укажите выходы в последних для итеративного решения следующих условий работы:  $T = 1$  тогда и только тогда, когда все группы возбужденных и невозбужденных реле содержат нечетное число членов.

В решении четко определите все кодовые символы для описания условий появления потенциала земли на различных входах и выходах типовой ячейки.

11.7. Итеративная цепь неопределенной длины должна иметь проводимость, равную 1, тогда и только тогда, когда существует одна последовательная группа из двух возбужденных реле или когда существует одна последовательная группа из трех возбужденных реле, или когда существуют обе эти группы.

Постройте для этих условий типовую ячейку с одним реле. Укажите, как присоединяются общий вход и выход цепи в конечных ячейках схемы. На схеме обозначьте последовательности символов, описывающие условия, при которых каждый вход и выход ячейки получает потенциал земли.

11.8. Итеративная контактная цепь должна иметь два выхода  $A$  и  $B$ . Проводимость цепи по отношению к выходу  $A$  должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда существует по крайней мере одна группа последовательно возбуждаемых реле, которая состоит из нечетного числа членов. Проводимость по отношению к выходу  $B$  должна удовлетворять условиям, инверсным по отношению к условиям для выхода  $A$ .

Постройте структуру типовой ячейки с одним реле, удовлетворяющую этим условиям. На схеме этой ячейки укажите, какой вывод или выводы следует заземлить, если типовая ячейка занимает крайнее левое положение в цепи, и какой вывод или выводы следует соединить с выходами  $A$  и  $B$ , если типовая ячейка занимает крайнее правое положение в цепи. Входы и выходы на схеме ячейки следует пометить символами, характеризующими условия, для которых каждый из них получает потенциал земли.

11.9. Постройте итеративную контактную цепь, которая реализует следующие требования:  $T = 1$  тогда и только тогда, когда при нечетном числе групп возбужденных реле каждая группа содержит нечетное число членов и при четном числе групп возбужденных реле каждая группа содержит четное число членов. Кроме того, при  $T = 1$  должно быть возбуждено по крайней мере одно реле.

11.10. Проводимость итеративной цепи с неопределенно большим числом реле должна быть равна 1 тогда и только тогда, когда а) возбуждено по крайней мере одно реле, б) положения возбужденных реле соответствуют одной из приведенных последовательностей символов:

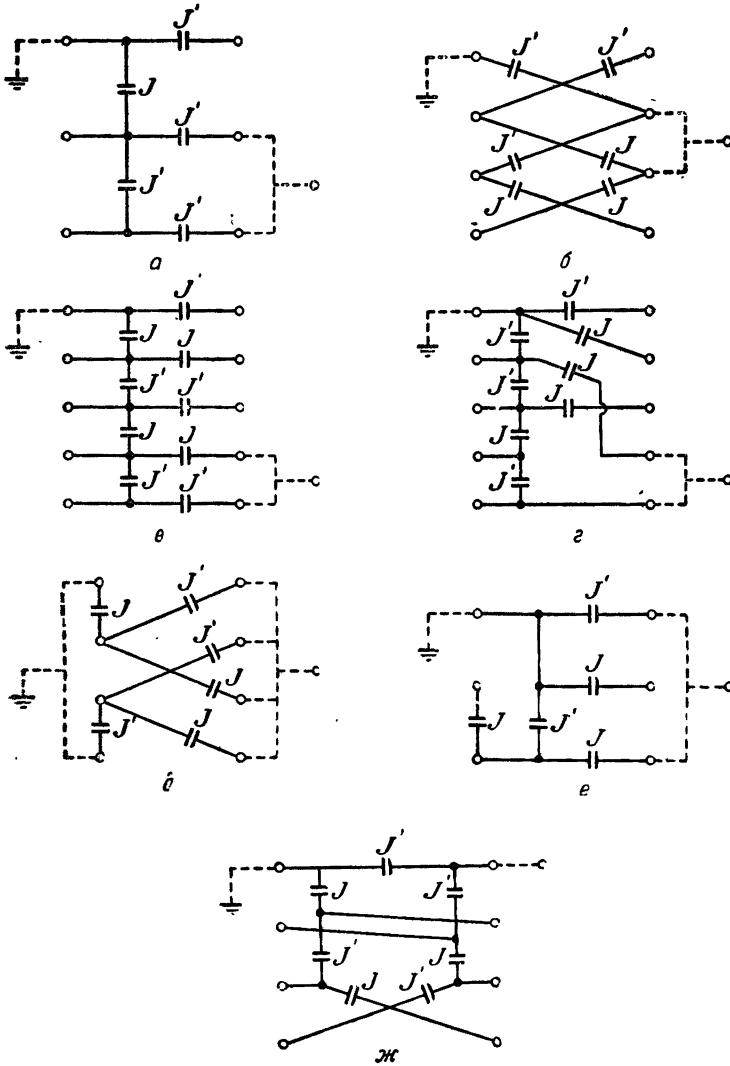


Рис. 11.32. Задача 11.11.

010  
 01010  
 0101010  
 010101010  
 и т. д.

Одно реле возбуждено.  
 Два реле возбуждены.  
 Три реле возбуждены.  
 Четыре реле возбуждены.

Такому распределению возбужденных реле может предшествовать или за ним следовать любое число невозбужденных реле.

Спроектируйте типовую ячейку с одним реле и укажите, как должны быть присоединены общие выводы цепи в крайних ячейках схемы. Входы ячейки должны быть обозначены символами так, чтобы были ясны условия появления потенциала земли на каждом входе.

11.11. Дайте словесное описание действия итеративной одноктактной цепи для каждой из типовых ячеек, показанных на рис. 11.32, принимая в расчет общие выводы в крайних ячейках схемы, показанные пунктирными линиями.

## Синтез структур многотактных релейных устройств

В предыдущих главах наше внимание было сконцентрировано на задаче синтеза наиболее экономичных схем одноконтурных релейных устройств. Характерной чертой работы этих устройств было то, что комбинация состояний входов в любой момент времени полностью определяла состояние выхода или выходов. Поэтому независимо от сложности структуры можно было всегда выразить алгебраически или каким-либо другим образом определенные функциональные соотношения между входами и выходами. Конечно, после изменения состояния входов проходит некоторый небольшой промежуток времени, пока устройство не изменит своего состояния. Однако этот промежуток времени можно было не учитывать с точки зрения обусловленного действия устройства.

В настоящей главе мы займемся изучением и в конечном результате синтезом многотактных релейных устройств<sup>1</sup>. В них состояние выходов зависит не только от входных условий, существующих в данный момент времени, но также и от того, какие входные условия были в предыдущие моменты времени. В соответствии с этим при формулировке условий работы релейных устройств мы не будем более ограничиваться жесткими пределами таблиц состояний.

При изучении итеративных устройств в гл. 11 мы рассмотрели концепцию последовательного действия релейных элементов в пространстве и ознакомились с методами синтеза достаточно сложных итеративных цепей как одноконтурных релейных устройств. Если распространить эту идею последовательного действия на последовательность во времени, то синтезом будет охвачена новая область релейных устройств, являющихся новыми как с точки зрения их свойств, так и в отношении условий их работы. Основная цель, которую мы перед собой поставим, будет заключаться

---

<sup>1</sup> Методы, рассматриваемые в этой главе, основаны на работе Хаффмана, впервые изложенной в докторской диссертации: Huffman D. A., The synthesis of sequential switching circuits, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1953, позднее опубликованной под тем же названием в *J. Franklin Institute*, 257, № 3, 4 (1954), 161—190, 275—303.

в том, чтобы свести общую задачу синтеза многотактных релейных устройств к задаче синтеза одноконтурных устройств. Отыскание наиболее экономичной одноконтурной структуры является в ряде случаев, как будет показано ниже, основной задачей синтеза структуры многотактного релейного устройства. Имеется, однако, и другая цель, которая заключается в том, чтобы при синтезе многотактных устройств получить различные варианты одноконтурных структур, удовлетворяющих всем заданным условиям.

В этой главе будут рассмотрены релейные устройства, построенные на контактных релейных элементах. Разработанные здесь идеи и методы будут использованы с небольшими изменениями в гл. 14 для синтеза релейных устройств, построенных на релейных элементах других типов.

### § 12.1. Общие свойства многотактных релейных устройств

При проектировании многотактных релейных устройств мы встретимся с задачами, решение которых потребует развития ряда новых методов. Необходимость в них, пожалуй, лучше всего может

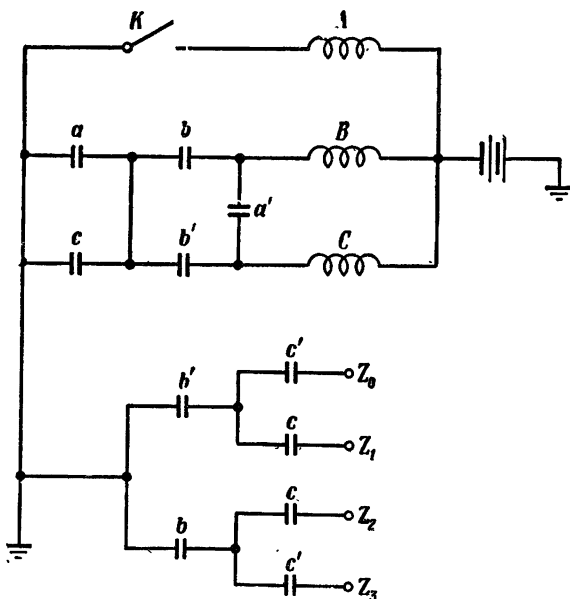


Рис. 12.1. Структура многотактного релейного устройства, подлежащая анализу.

быть обнаружена при рассмотрении особенностей действия некоторых элементарных устройств еще до того, как будут выяснены методы их построения.

Структура одного из очень простых многотактных устройств представлена на рис 12.1. Реле  $A$  включается непосредственно ключом  $K$ . В действительности применение реле  $A$  в этом случае является некоторой формальностью, так как его два контакта могли бы быть с тем же успехом смонтированы непосредственно на этом ключе. Два других реле  $B$  и  $C$  управляются с помощью цепей, содержащих контакты всех трех реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Для того чтобы различать катушки реле и их контакты, будем обозначать первые прописными буквами, а вторые — строчными буквами. Будем обозначать далее структурную формулу цепей, воздействующих на реле, и соответственно условия его возбуждения той же прописной буквой, которая используется для обозначения катушки реле. Пользуясь этими обозначениями, для условий возбуждения реле  $B$  и  $C$  можно написать следующие выражения:

$$B = (a + c)(a' + b),$$

$$C = (a + c)(a' + b').$$

На рис. 12.1 представлены выходные цепи, содержащие контакты реле  $B$  и  $C$  и имеющие четыре выхода:  $Z_0$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$ .

Как видно из написанных выше структурных формул для реле  $B$  и  $C$ , каждое из них управляется, помимо других, также и одним из своих собственных контактов. Значение этого факта будет нами рассмотрено более полно немного позднее. За исключением этого, на основе рассмотрения структурных формул мы не сможем, однако, получить достаточных сведений для оценки действия релейного устройства. Значительно больше сведений об этом даст нам рассмотрение шаг за шагом поведения устройства при воздействиях на него извне. В структуре рис. 12.1 единственный способ, при помощи которого можно осуществлять такие воздействия, — это изменение положения ключа  $K$ . Для простоты положим, что, когда ключ  $K$  замыкается, реле  $A$  немедленно срабатывает, а когда он размыкается, реле  $A$  немедленно отпускает.

Вначале положим, что ключ  $K$  разомкнут и все реле находятся в невозбужденном состоянии. Когда ключ  $K$  замыкается, реле  $A$  срабатывает и замыкает свой контакт  $a$ . Тогда через цепь  $ab'$  на обмотку реле  $C$  подается земля, что вызывает его срабатывание. При этом замыкается контакт  $c$  и шунтирует контакт  $a$ . После этого, пока ключ  $K$  остается замкнутым, никаких изменений в устройстве не происходит. Когда ключ  $K$  размыкается, реле  $A$  отпускает, и контакт  $a$ , через который было вначале возбуждено реле  $C$ , размыкается. Однако реле  $C$  остается возбужденным, потому что его собственный контакт  $c$  еще замкнут. При размыкании контакта  $a$  контакт  $a'$  замыкается, и через цепь  $cb'a'$  земля подается на обмотку реле  $B$ . Реле  $B$  срабатывает, при этом размыкается контакт  $b'$ , а контакт  $b$  замыкается. После этого подача потенциала земли

на обмотку реле  $B$  происходит по цепи  $cb$ , а на обмотку реле  $C$ —по цепи  $cba'$ . Это состояние, когда оба реле  $B$  и  $C$  возбуждены, сохраняется неопределенно долго, а именно пока ключ  $K$  будет оставаться разомкнутым. При вторичном замыкании ключа  $K$  реле  $A$ , срабатывая, замкнет контакт  $a$  и разомкнет контакт  $a'$ . Подача потенциала земли на обмотку реле  $B$  при этом сохраняется через цепь  $ab$ , но так как контакты  $a'$  и  $b'$  теперь оба разомкнуты, то цепь обмотки реле  $C$  оказывается разомкнутой и оно отпускает, размыкая свой контакт  $c$ . Наконец, если ключ  $K$  снова разомкнет цепь реле  $A$ , то его контакт  $a$  разомкнется, и так как контакт  $c$  уже разомкнут, то цепь обмоток обоих реле  $B$  и  $C$  будет разорвана и реле  $B$  отпустит. Отметим, что после этого схема возвратится к начальному состоянию, при котором ключ  $K$  разомкнут и все реле не возбуждены.

Смысл проведенного анализа можно оценить лучше всего с помощью таблицы состояний 12.1, в которой изменение состояний записано в последовательности, соответствующей рассмотренным выше этапам работы схемы.

Таблица 12.1

Момент времени	$K$	$A$	$B$	$C$	Замкнута цепь выхода
1	0	0	0	0	$Z_0$
2	1	1	0	0	$Z_0$
3	1	1	0	1	$Z_1$
4	0	0	0	1	$Z_1$
5	0	0	1	1	$Z_2$
6	1	1	1	1	$Z_2$
7	1	1	1	0	$Z_3$
8	0	0	1	0	$Z_3$

(Возвращение к этапу 1)

Следует обратить внимание на то, что в этой таблице имеется различие между моментами возбуждения и срабатывания реле  $B$  и  $C$ . Так, например, в момент времени 2 реле  $A$  находится в рабочем состоянии в связи с замыканием контактов ключа  $K$ . Это вызывает подачу потенциала земли на обмотку реле  $C$ . Однако в табл. 12.1 указано, что срабатывание реле  $C$  происходит в следующий момент времени, а именно в момент времени 3. То, что условия, существующие в момент времени 2, могут иметь весьма малую длительность, в то время как условия момента времени 3 могут сохраняться длительное время, особого значения не имеет. Существенным является то, что в многотактных устройствах мы должны считаться с фактом последовательного протекания событий во времени.

Таблица 12.1 имеет столбец, который указывает, цепи каких выходов получают потенциал земли в каждый данный момент времени. В моменты времени с четными номерами замыкание выходных



цепей мало по своей продолжительности, а в моменты времени с нечетными номерами оно может продолжаться неопределенно долго до следующего воздействия на ключ  $K$ . Если рассматривать только выходы с длительным замыканием цепей, то легко заметить, что, например, в моменты времени 1 и 5 контакты ключа  $K$  разомкнуты. Однако этому одинаковому его состоянию соответствует замыкание различных выходов, а именно для момента времени 1 замыкание выхода  $Z_0$ , а для момента времени 5 — выхода  $Z_2$ . Аналогично если мы рассмотрим моменты времени 3 и 7, когда контакты ключа  $K$  замкнуты, то найдем, что в одном случае будет замкнута цепь выхода  $Z_1$ , а в другом — цепь выхода  $Z_3$ . Единственным входом в схеме является ключ  $K$ . Таким образом, совершенно очевидно, что состояние выходов зависит не только от состояния входа (ключа  $K$ ). Такая зависимость выхода от чего-либо другого, кроме состояния входов, является одной из важнейших черт многотактных релейных устройств. Очевидно, что состояния реле  $B$  и  $C$  также не являются функцией только состояний входа. Будем рассматривать реле, подобные реле  $B$  и  $C$ , в качестве так называемых *вторичных* реле, состояние которых зависит не только от состояния входа или входов устройства, но также и от условий, существующих внутри структуры релейного устройства. Так, например, в момент времени 3, когда ключ  $K$  замкнут, возбуждено реле  $C$  и не возбуждено реле  $B$ . Однако в момент времени 7, когда ключ  $K$  также замкнут, наоборот, возбуждено реле  $B$  и не возбуждено реле  $C$ .

Как уже указывалось, некоторые из состояний табл. 12.1 имеют малую продолжительность, а другие продолжают существовать, пока положение ключа  $K$  остается неизменным. Состояния с малой длительностью представляют собой так называемые *неустойчивые* состояния, а состояния с большой длительностью — так называемые *устойчивые* состояния. Чередование устойчивых и неустойчивых состояний является следующим существенным свойством многотактных устройств, и одной из наиболее важных задач построения их является согласование этих состояний.

При работе устройства рис. 12.1 каждый раз, когда ключ замкнут или разомкнут, потенциал земли последовательно передается от  $Z_0$  к  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  и затем обратно к  $Z_0$ . Если мы назовем каждое замыкание или размыкание ключа событием, то выход устройства представляет счетчик, который считает эти события по модулю 4. Это можно было бы использовать по-другому, если в качестве выходов взять  $Z_1$  и  $Z_3$ , а ключ  $K$  заставить работать с равномерной «частотой». Тогда потенциал земли на том или другом из указанных выходов будет появляться при каждом втором замыкании ключа  $K$ , и все устройство в целом можно было бы поэтому использовать как делитель частоты.

Остановимся несколько подробнее на переходе от момента времени 4 к моменту времени 5. В момент времени 3 реле  $A$  и  $C$  нахо-

дились во включенном состоянии. В момент времени 4 реле  $A$  отпустило, и было установлено, что в результате этого потенциал земли был подан на обмотку реле  $B$  через цепь  $cb'a'$ . Затем, при переходе к моменту времени 5, было установлено, что реле  $B$  при своем срабатывании образует цепь  $cb$  для своей собственной обмотки и цепь  $cba'$  для обмотки реле  $C$ . Это верно в предположении, что контакты реле  $B$  имеют идеальную структуру, т. е. контакты  $b$  и  $b'$  замыкаются и размыкаются одновременно, что мы, вообще говоря, все время и допускали. При изучении одноконтных устройств можно было пренебречь отклонениями от идеального действия контактов, потому что условия замыкания цепей в них не рассматривались до тех пор, пока не было достигнуто установившееся состояние. Однако если в схеме рис. 12.1 переключающий контакт реле  $B$  не будет работать идеальным образом, то может случиться, что, когда реле  $B$  работает, контакт  $b'$  разомкнется раньше, чем контакт  $b$  замкнется. Если интервал времени между размыканием  $b'$  и замыканием  $b$  достаточно мал, то нарушений не произойдет. Однако всегда существует возможность того, что реле  $B$  имеет замедление на срабатывание и при размыкании контакта  $b'$  потеряет возбуждение на период времени достаточно большой, чтобы его якорь полностью отпустил. Еще более существенно то, что в течение этого периода может отпустить реле  $C$ . Если это случится, то контакт  $c$  разомкнется и оба реле  $B$  и  $C$  полностью отпустят. Отложим дальнейшее обсуждение этого вопроса до соответствующего места в этой главе. Первоначально допустим, что контакты ведут себя идеально, т. е. все замыкающие контакты замыкаются одновременно, все размыкающие контакты размыкаются одновременно, и интервал времени между размыканием и замыканием обеих цепей переключающего контакта равен нулю.

Таким образом, необходимо отметить, что синтез многотактных релейных устройств, как это очевидно из только что изложенного, требует учета большего числа факторов, чем простая реализация структурных формул цепей элементов.

Можно отметить еще некоторые особенности синтеза этих устройств, если рассмотреть структуру релейного устройства, показанную на рис. 12.2. Она содержит только реле  $B$  и  $C$  и их цепи управления и представляет собой некоторый вариант соответствующих цепей рис. 12.1. Проанализируем действие устройства в моменты времени, когда реле  $A$  срабатывает и отпускает. Если мы опять начнем с состояния, когда все реле отпущены, то первое, что делает реле  $A$  при срабатывании, — это подает потенциал земли к катушке реле  $C$  через контакт  $a$ . Земля подается также к левому концу катушки реле  $B$ , однако одновременно она через цепь  $ab'$  поступает к правому концу этой катушки; последняя оказывается в результате этого закороченной. Когда реле  $C$  работает, оно замкнет контакт  $c$  и подаст потенциал земли на левый конец своей обмотки непосред-

ственно через свой контакт  $c$ . Когда в дальнейшем реле  $A$  отпустит, то цепь, шунтирующая катушку реле  $B$ , разорвется, а земля будет подана на реле  $B$  через уже замкнутый контакт  $c$ . Таким образом, в работе реле  $B$  отсутствует возможность отказа, так как действие его не зависит от времени действия его собственного переключающего контакта. Когда реле  $A$  опять сработает, катушка реле  $C$  шунтируется. В результате реле  $C$  отпускает и размыкает контакт  $c$ . Наконец, когда реле  $A$  опять отпустит, потенциал земли с левого конца катушки реле  $B$  будет снят и оно также отпустит. Таким образом, работа реле  $B$  и  $C$  в структуре рис. 12.2 эквивалентна работе этих реле в схеме рис. 12.1, но действие структуры рис. 12.2 не зависит от времени переключения имеющихся в ней контактов.

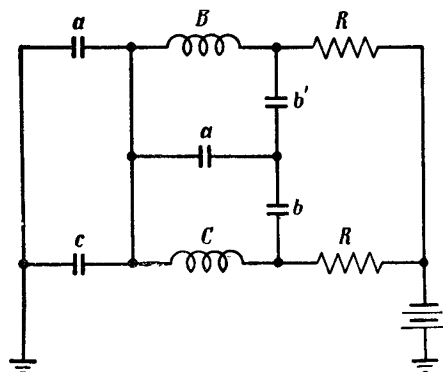


Рис. 12.2. Схема цепей реле  $B$  и  $C$ , эквивалентная схеме тех же цепей рис. 12.1.

На рис. 12.3 представлен один из методов графического изображения работы многотактных релейных устройств в виде так называемой *временной диаграммы*. Время делится на интервалы, соответствующие вертикальным линиям с номерами 1, 2, ..., 10. Если одно из реле  $A$ ,  $B$  или  $C$  возбуждено в течение одного из интервалов времени, то это указывается горизонтальной линией, проведенной через этот интервал на одном уровне с символом соответствующего реле. Если реле не возбуждено, то оставляется пустое место. Горизонтальные линии, размещенные внизу, указывают временные интервалы, в течение которых потенциал земли появляется на каждом из выходов. Номера моментов времени соответствуют таковым в табл. 12.1. В момент времени 1 реле  $A$ ,  $B$  и  $C$  не возбуждены. В момент времени 2 возбуждается реле  $A$ , и в момент времени 3 возбуждается реле  $C$ . Промежуток времени между моментами 1 и 2 может быть любой длины. Однако промежуток времени между моментами 2 и 3 от нас не зависит и определяется

временем, требующимся для возбуждения реле  $C$ . Во временной диаграмме не делается различий между величинами этих двух интервалов. Диаграмма отражает только *порядок*, в котором происходят события, без указания масштаба времени.

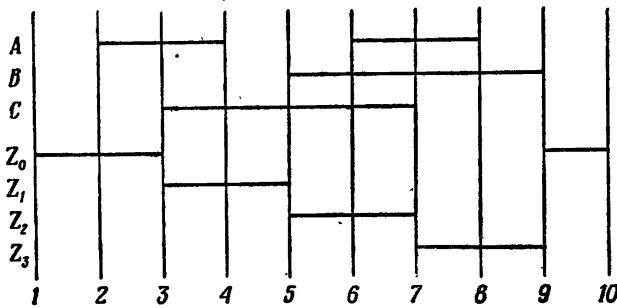


Рис. 12.3. Временная диаграмма структур рис. 12.1.

Можно синтезировать схему цепей, воздействующих на реле  $B$  и  $C$ , непосредственно используя диаграмму рис. 12.3. Например, то обстоятельство, что реле  $C$  возбуждается в момент времени 3, указывает, что условия, которые вызывают его возбуждение, должны существовать в интервале между моментами времени 2 и 3. Эти условия таковы, что реле  $A$  возбуждено, а реле  $B$  не возбуждено. Отсюда следует, что структурная формула для реле  $C$  должна иметь член  $ab'$ . Реле  $C$  отпускает в момент времени 7, и поэтому условия, при которых оно должно оставаться включенным, должны быть такими, какие существуют между моментами времени 3 и 6 включительно. Мы должны принимать во внимание также и то, что вместе с различными состояниями реле  $A$  и  $B$  в течение этого интервала все время включено само реле  $C$ . Полная структурная формула для реле  $C$  запишется в связи с этим следующим образом:

$$C = ab' + c(ab' + a'b' + a'b) = ab' + c(a' + b').$$

Можно легко проверить, что это выражение соответствует контактным цепям, воздействующим на обмотку реле  $C$  в схеме рис. 12.1. Нет сомнений в том, что при помощи правильно составленной временной диаграммы можно определить все структурные формулы для вторичных реле. Однако составить приемлемую временную диаграмму обычно можно только для достаточно простых условий работы устройства. Уже для умеренно сложной задачи трудно быть уверенным в том, что временная диаграмма учитывает все возможные последовательности. Если даже и это выполнено, то еще более трудно определить, насколько эффективно используются в них вторичные

реле. Эти трудности могут быть лучше всего выявлены с помощью рассмотрения в качестве примера некоторой весьма простой задачи и затем исследования того, к какому результату приводят небольшие изменения в заданных для нее условиях.

Пусть нужно построить релейное устройство с двумя входами  $X_1$  и  $X_2$  и одним выходом  $Z$  (рис. 12.4). Условия работы устройства таковы, что потенциал земли на выходе  $Z$  должен появляться, если оба входа  $X_1$  и  $X_2$  заземлены, причем только тогда, когда

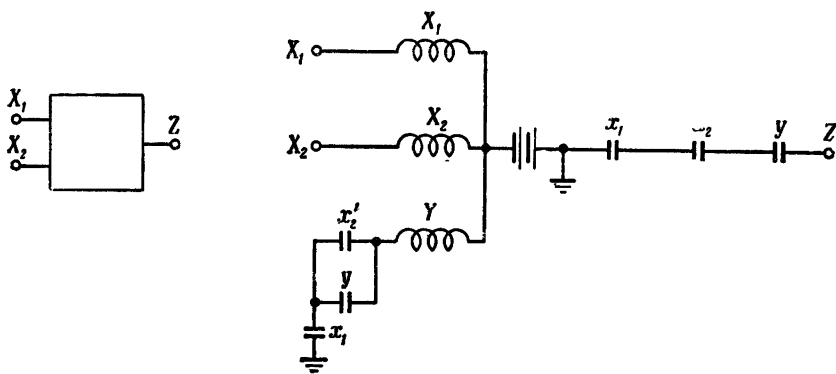


Рис. 12.4. Структура релейного устройства с использованием удерживающей цепи.

вход  $X_1$  заземляется раньше, чем вход  $X_2$ . Построение структуры релейного устройства, показанной на рис. 12.4, является несложным делом. Пусть при подаче потенциала земли на входы  $X_1$  или  $X_2$  срабатывают соответственно реле  $X_1$  или  $X_2$ . Пусть, кроме того, в структуре релейного устройства имеется вторичное реле  $Y$ , которое срабатывает по цепи  $x_1x_2$ , т. е. лишь тогда, когда вход  $X_1$  заземлен и вход  $X_2$  не заземлен, иначе говоря, лишь в том случае, когда потенциал земли подан на вход  $X_1$  раньше, чем на вход  $X_2$ . После срабатывания реле  $Y$  нужно, чтобы оно оставалось возбужденным и после подачи потенциала земли на вход  $X_2$ . Для этого параллельно контакту  $x_2$  включен контакт  $y$ . Такое использование контакта  $y$  образует так называемую «удерживающую» цепь. Иными словами, этот контакт позволяет реле  $Y$  «запоминать» тот факт, что вход  $X_1$  был заземлен раньше, чем вход  $X_2$ . Наконец, при подаче потенциала земли на вход  $X_2$  через цепь, образуемую контактами  $x_1x_2y$ , потенциал земли появляется на выходе  $Z$ . Эта выходная цепь обеспечивает замыкание выхода  $Z$  на землю, когда оба входа  $X_1$  и  $X_2$  заземлены, причем тогда, когда вход  $X_1$  заземляется раньше, чем вход  $X_2$ , что обеспечивается контактом  $y$ .

Рассмотрим теперь действие релейного устройства рис. 12.4 несколько подробнее, учитывая возможные последующие изменения состояний входов. Если после получения потенциала земли на выходе  $Z$  снять потенциал земли с входа  $X_1$ , то реле  $Y$  отпустит. Если потенциал земли опять приложить к входу  $X_1$ , реле  $Y$  не сможет сработать вследствие того, что оба контакта  $x_2$  и  $y$  теперь разомкнуты. Однако, если после подачи потенциала земли на выход  $Z$  снять землю с входа  $X_2$ , реле  $Y$  не отпустит. Если теперь землю опять подать на вход  $X_2$ , то возбуждение реле  $X_2$  снова обеспечит появление потенциала земли на выходе  $Z$ . Такое положение, когда удаление земли на одном из входов вызывает безвозвратное исчезновение потенциала земли с выхода  $Z$ , а подача и снятие земли с другого входа приводит к появлению и исчезновению земли на выходе  $Z$ , может не удовлетворить проектировщика. Изменим заданные условия ра-

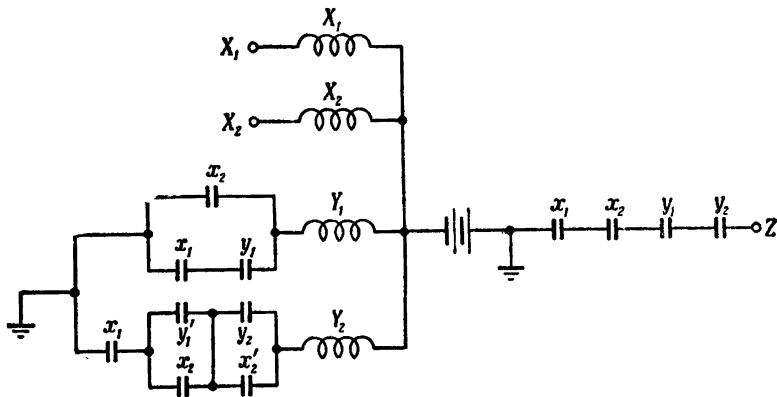


Рис. 12.5. Более сложная структура, требующаяся для измененных условий работы.

боты устройства и потребуем, чтобы в дополнение к первоначальным условиям удовлетворялось бы еще и требование, чтобы при снятии и последующем восстановлении потенциала земли на любом из входов земля на выходе  $Z$  отключалась и оставалась отключенной до тех пор, пока потенциал земли не будет снят с обоих входов и не будет снова подан на них в последовательности, заданной условиями работы устройства.

Это дополнительное требование не является очень трудным для реализации. Путем составления ряда вариантов временной диаграммы можно разработать структуру, которая будет работать в соответствии с измененными требованиями. Сомнительно, однако, чтобы эта попытка принесла какое-либо чувство уверенности в том, что

полученное решение оптимально. Конечно, не может быть также гарантий, что с помощью рассмотренного метода можно решать достаточно широкий класс задач по синтезу многотактных релейных устройств.

Довольно изящное решение поставленной задачи дано на рис. 12.5. Если вход  $X_1$  заземляется ранее входа  $X_2$ , то вначале срабатывает реле  $Y_2$  и затем реле  $Y_1$ . Эта последовательность приводит к появлению потенциала земли на выходе  $Z$ . Если вход  $X_2$  заземляется раньше входа  $X_1$ , то вначале срабатывает реле  $Y_1$  и предотвращает срабатывание реле  $Y_2$ . На выходе потенциал земли будет отсутствовать, так как контакт  $y_2$  в выходной цепи будет оставаться разомкнутым. Если реализована правильная последовательность работы реле и на выходе появляется потенциал земли, то при снятии земли с входа  $X_1$  отпустит реле  $Y_2$ . Если потенциал земли теперь опять приложить к входу  $X_1$ , то реле  $Y_2$  сработать не сможет и потенциал земли на выходе  $Z$  не восстановится. Если вместо удаления потенциала земли с входа  $X_1$  мы удалим потенциал земли с входа  $X_2$ , результат будет в точности тот же самый: реле  $Y_2$  отпустит и не сможет сработать, когда потенциал земли опять будет приложен к входу  $X_2$ . Отсюда следует, что после снятия потенциала земли с выхода релейного устройства его нельзя будет восстановить вновь иначе, как путем возвращения структуры к начальному состоянию, при котором оба входа  $X_1$  и  $X_2$  не заземлены, и последующей реализации предписанного порядка работы.

Проведенное выше рассмотрение было достаточно успешным с точки зрения анализа действия соответствующих многотактных устройств. Это был по существу словесный анализ, в котором объяснялись условия работы устройства при переходе от одного момента времени к другому по мере изменения состояний входов. Оказалось полезным составление табл. 12.1 и временной диаграммы (рис. 12.3), которые позволили определенным образом систематизировать описание работы устройства.

Рассмотрим теперь действие релейного устройства с несколько более сложной структурой, представленной на рис. 12.8. На этом рисунке показаны два воспринимающих реле  $X_1$  и  $X_2$  на входах, управляемые ключами  $K_1$  и  $K_2$  соответственно, и три вторичных реле  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Y_3$  с воздействующими на них контактными цепями. Выходные цепи на схеме рис. 12.8 не показаны, так как мы в дальнейшем сосредоточим внимание на рассмотрении действия вторичных реле в зависимости от воздействий на входах. Совершенно очевидно, что какой-либо процесс записи того, какие реле возбуждены, какие реле не возбуждены, какие контакты разомкнуты и какие контакты замкнуты, не даст нам достаточных сведений о поведении устройства в целом. Для этого должен быть развит более систематический метод. Рассмотрение такого метода будет проведено в следующем параграфе.

## § 12.2. Анализ, основанный на критерии устойчивости. Матрица переходов

Для решения задачи анализа и в конечном итоге синтеза многотактных релейных устройств необходимо определение понятий устойчивого или неустойчивого состояния вторичных реле. Все воспринимающие реле находятся под непосредственным воздействием входов и меняют свои состояния только при изменении состояния последних. Цепи управления вторичных реле могут содержать контакты, относящиеся как к воспринимающим реле, так и к вторичным реле. Таким образом, вторичные реле непосредственно влияют друг на друга, и характер этого влияния может быть достаточно сложным.

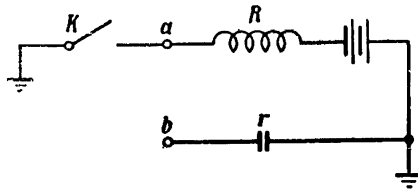


Рис. 12.6. Появление потенциала земли в точках  $a$  и  $b$  означает соответственно возбуждение и срабатывание реле  $R$ .

Основные положения, касающиеся устойчивости состояний, могут быть получены из рассмотрения схемы рис. 12.6. В этой схеме ключ  $K$  подает потенциал земли на входную клемму  $a$ , которую мы назовем *управляющим входом* реле  $R$ . Контакт  $r$  является замыкающим контактом реле  $R$ . Если клемма  $a$  заземлена, то реле  $R$  возбуждено; если клемма  $a$  не заземлена, реле  $R$  не возбуждено. Если выход  $b$  соединен с землей, то реле  $R$  находится в *рабочем состоянии* (замыкающий контакт  $r$  замкнут); если выход  $b$  не соединен с землей, реле  $R$  находится в нерабочем состоянии.

Если потенциал земли имеется одновременно на клемме  $a$  и выходе  $b$ , то реле  $R$  возбуждено и находится в рабочем состоянии. Если ни клемма  $a$ , ни выход  $b$  не имеют потенциала земли, то реле  $R$  не возбуждено и находится в нерабочем состоянии.

При каких условиях клемма  $a$  может быть заземлена, а выход  $b$  не заземлен или клемма  $a$  не заземлена, а выход  $b$  заземлен? Для ответа на этот вопрос мы должны учесть, что для срабатывания или для отпускания реле требуется некоторое конечное время. Если клемма  $a$  заземлена, а выход  $b$  не заземлен, то это значит, что реле возбуждено, но еще не успело сработать. В конце концов реле сработает, и как клемма  $a$ , так и выход  $b$  будут иметь потенциал земли. Подобно этому, если клемма  $a$  не заземлена, а выход  $b$  заземлен, то



реле находится в рабочем положении, но не возбуждено. После снятия возбуждения реле в конце концов должно возвратиться в нерабочее состояние.

Обобщая изложенное выше, можем сказать, что если значения переменных на клемме  $a$  и выходе  $b$  одни и те же (оба заземлены или не заземлены), то реле  $R$  находится в устойчивом состоянии. Его состояние возбуждения и рабочее состояние совпадают, поэтому для него нет причины изменять свое состояние. Если, однако, значения переменных на  $a$  и  $b$  различны, то реле находится в неустойчивом состоянии. Реле должно изменить свое рабочее состояние так, чтобы оно стало таким же, как состояние возбуждения.

Эти соображения настолько просты, что они могли бы показаться тривиальными. Но, применяя эти простые критерии устойчивости, можно сделать анализ более ясным, а синтез более систематическим.

Интересно приложить эти идеи к анализу структуры релейного устройства рис. 12.1. Первое, что нужно сделать, это определить алгебраически состояние возбуждения реле  $B$  и  $C$ . Выражения для этого даются просто структурными формулами цепей между точкой заземления и выводами обмоток реле  $B$  и  $C$ . Они могут быть записаны в виде

$$B = (a + c)(a' + b) = ab + a'c,$$

$$C = (a + c)(a' + b') = ab' + a'c.$$

Теперь представим эти выражения как функции от  $a, b, c$  при помощи матрицы рис. 12.7,  $a$ . Каждая клетка ее содержит две двоичные цифры, которые представляют условия возбуждения реле  $B$  и  $C$

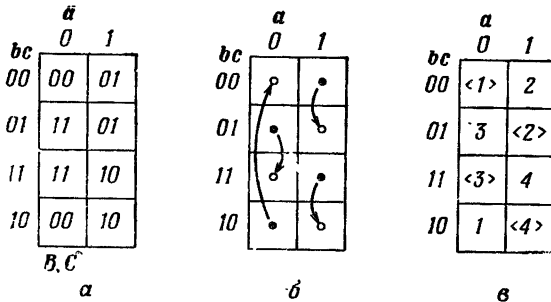


Рис. 12.7. Анализ устойчивости состояний устройства рис. 12.1.

соответственно. Мы полагаем, конечно, что 1 в соответствии с уже принятой символикой означает замкнутую цепь обмотки реле, а 0 — разомкнутую. Так, например, при  $a = b = c = 1$  значения структурных формул для  $B$  и  $C$  будут  $B = 1$  и  $C = 0$ . Это соответствует входу 10 в соответствующей клетке матрицы.

Матрица рис. 12.7, а содержит описание условий возбуждения реле  $B$  и  $C$  для всех комбинаций значений  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Слева у каждой строки матрицы проставлены двоичные переменные, характеризующие состояния замыкающих контактов  $b$  и  $c$ . Отсюда следует, что эти обозначения характеризуют собой включенные состояния реле  $B$  и  $C$ .

Если входжение в клетке матрицы совпадает с обозначением соответствующей строки, то состояние реле устойчиво и изменения состояния не произойдет. Так, в пересечении строки  $bc = 00$  и столбца  $a = 0$  имеется входжение  $00$ . Это означает, что цепи обоих реле разомкнуты (равны 0), а равенство  $bc = 00$  указывает на то, что ни одно реле не включено. Таким образом, реле находятся в устойчивом состоянии. В пересечении столбца  $a = 1$  и строки  $bc = 10$  цифра в клетке матрицы равна 10. Это должно означать, что реле  $B$  возбуждено и находится в рабочем состоянии, а реле  $C$  не возбуждено и не находится в рабочем состоянии. Это опять соответствует устойчивому состоянию этих двух реле.

Для столбца  $a = 0$  и строки  $bc = 01$  входжение матрицы равно 11. Это означает, что реле  $B$  возбуждено, но не находится в рабочем состоянии, а реле  $C$  возбуждено и находится в рабочем состоянии. Ввиду того что одно из двух вторичных реле имеет состояние возбуждения, отличающееся от состояния самого реле, соответствующая клетка матрицы представляет собой неустойчивое состояние вторичных реле. Реле  $B$  должно сработать, и, когда это произойдет, будет осуществлен переход от клетки 11 строки  $bc = 01$  к клетке 11 строки  $bc = 11$  в том же столбце  $a = 0$ . Этот переход соответствует срабатыванию реле  $B$  и переходу к устойчивому состоянию.

На рис. 12.7, б показан вариант матрицы с графическим изображением переходов. Вместо цифр, характеризующих условия возбуждения вторичных реле, в соответствующих клетках ее помещается кружок, если состояние на рис. 12.7, а является устойчивым, и точка, если соответствующее состояние является неустойчивым. От каждого неустойчивого состояния проводится линия со стрелкой, указывающей устойчивое состояние, к которому это неустойчивое состояние должно привести.

Другой способ записи устойчивых и неустойчивых состояний, которым мы будем широко пользоваться при синтезе схем, показан на рис. 12.7, в. Здесь состояния вторичных реле обозначены порядковыми номерами 1, 2, ...,  $n$ . Эти номера относятся только к устойчивым состояниям, и положения их в клетках матрицы обозначены номерами в ломаных скобках. Неустойчивые состояния обозначаются номерами без скобок, причем такими, которые соответствуют номерам тех устойчивых состояний, к которым устройство в конце концов приходит из данного неустойчивого состояния. Так, в пересечении столбца  $a = 0$  и строки  $bc = 01$  проставлен номер 3 без скобок. Это означает, что соответствующее состояние неустойчиво

и что устройство должно перейти к положению, которое описывается цифрой  $\langle 3 \rangle$ . Последняя находится в пересечении строки  $bc = 11$  и столбца  $a = 0$ , и переход от  $3$  к  $\langle 3 \rangle$  осуществляется при срабатывании реле  $B$ .

При помощи матрицы рис. 12.7, *в* можно хорошо проследить поведение многотактного релейного устройства. Начнем рассмотрение работы устройства в тот момент, когда на него только что подано питание и все реле находятся в нерабочем состоянии. Обозначим состояние вторичных реле в этот момент времени цифрой  $\langle 1 \rangle$  в верхней клетке столбца  $a = 0$ . Матрица построена таким образом, что перемещение в горизонтальном направлении соответствует изменению состояния воспринимающего реле  $A$ , а перемещение в вертикальном направлении — изменению состояния вторичных реле. После каждого изменения входов проходит достаточное время, чтобы закончились все необходимые изменения состояний вторичных реле. При начальном состоянии, представленном цифрой  $\langle 1 \rangle$ , срабатывание воспринимающего реле приводит к перемещению в горизонтальном направлении к столбцу  $a = 1$ . Здесь мы попадаем в клетку с цифрой 2 (без скобок), которая означает, что состояние вторичных реле неустойчиво. Через некоторое время сработает реле  $C$ , и, таким образом, будет осуществлен переход к цифре  $\langle 2 \rangle$ , представляющей устойчивое состояние. Если теперь возвратиться к  $a = 0$ , то состояние устройства представится цифрой 3. Это зовет срабатывание реле  $B$ , и устройство перейдет к устойчивому состоянию, характеризуемому цифрой  $\langle 3 \rangle$ . Если реле  $A$  опять сработает, то мы сдвинемся в горизонтальном направлении по строке к цифре 4 и затем вниз по столбцу к цифре  $\langle 4 \rangle$ . Наконец, когда реле  $A$  опять отпустит, то произойдет переход по горизонтали к цифре 1 и затем по вертикали к цифре  $\langle 1 \rangle$ , характеризующей исходное состояние устройства.

Всякий раз, когда произошло изменение состояния воспринимающих реле, необходимо подождать, пока вторичные реле не придут к новому устойчивому состоянию. В некоторых случаях нет необходимости в изменении состояния вторичных реле, но в общем случае мы должны быть подготовлены к тому, что через некоторый промежуток времени после изменения состояния воспринимающих реле произойдет изменение состояния вторичных реле. Отметим, что рассматриваемое устройство обладает следующим свойством: каждому переходу от неустойчивого состояния к устойчивому соответствует изменение состояния только одного вторичного реле. В некоторых устройствах для перехода от неустойчивого состояния к устойчивому требуется изменение состояния двух или большего числа вторичных реле. Этот вопрос мы исследуем более подробно ниже.

Удобство матричного метода для выявления устойчивых и неустойчивых состояний может лучше всего быть оценено, если использовать его для анализа более сложной структуры, представленной

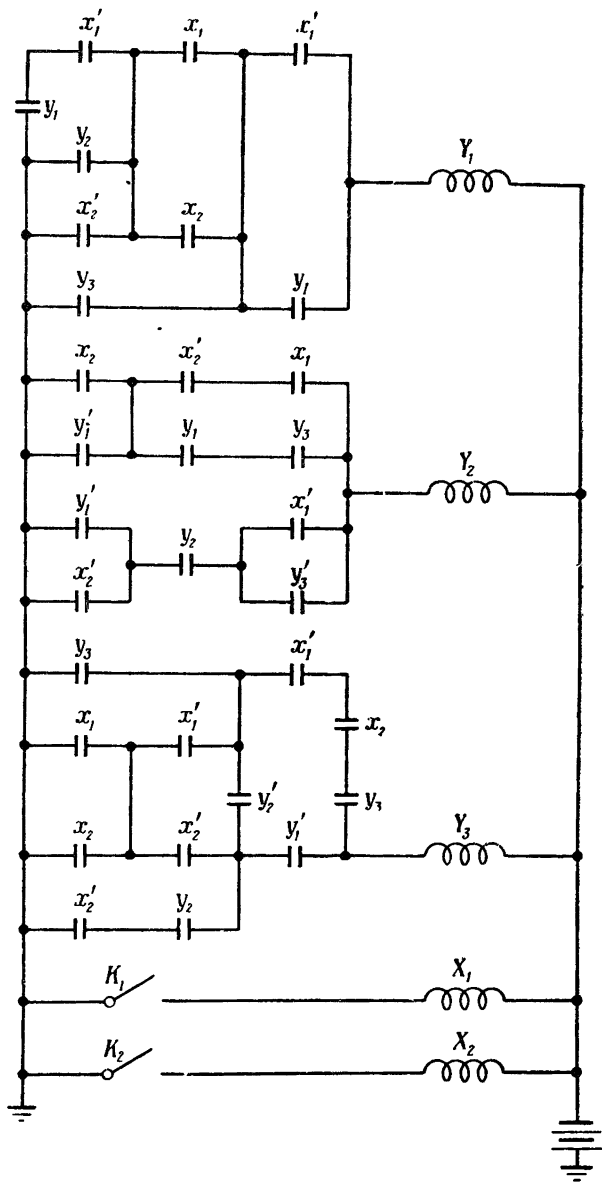


Рис. 12.8. Более сложная структура многоступенчатого устройства, действие которого нужно проанализировать.

на рис. 12.8. Начнем этот анализ с записи структурных формул контактных цепей, воздействующих на обмотки вторичных реле  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Y_3$ :

$$Y_1 = x_1' y_3 + x_1' x_2 y_2 + y_1 (y_3 + x_1 x_2' + x_1' x_2 + y_2 x_1 + x_2 y_2),$$

$$Y_2 = x_2 y_1 y_3 + x_1 x_2' y_1' + y_2 (x_1' y_1' + x_1' x_2' + y_1' y_3 + x_2' y_3'),$$

$$Y_3 = x_2' y_1' y_2 + x_1 x_2' y_1' + x_1' x_2 y_1' y_2' + y_3 (y_1' y_2' + x_1' x_2' y_1' + x_1' x_2).$$

Трехзначные числа в клетках матрицы рис. 12.9, *а* представляют условия возбуждения реле  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Y_3$  как функций переменных  $x_1, x_2$  (для столбцов) и переменных  $y_1, y_2, y_3$  (для строк). На рис. 12.9, *б* устойчивые состояния обозначены кружками, а неустойчивые состояния — точками.

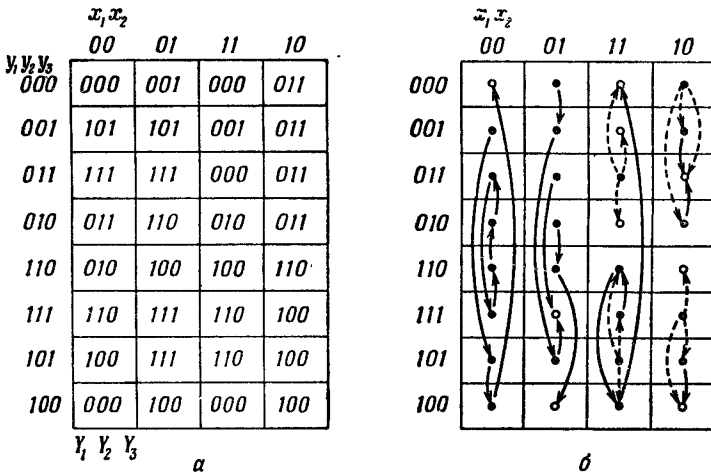


Рис. 12.9. Анализ устройства рис. 12.8.

В первом столбце между строками 001 и 101 проведена сплошная линия со стрелкой. Это указывает на то, что этот переход осуществляется при изменении одной вторичной переменной, в данном случае переменной  $y_1$ . Строка 101 также содержит точку, от которой сплошная линия указывает переход к строке 100 при изменении переменной  $y_3$ . В строке 100 содержится точка, что указывает на то, что это состояние опять неустойчиво. Сплошная линия показывает переход к строке 000 при изменении переменной  $y_1$ . Последнее изменение

приводит к устойчивому состоянию. Эти переходы должны быть проверены с помощью условий возбуждения, указанных на рис. 12.9, а.

В первом столбце имеется другая группа строк, а именно строки 011, 010, 110 и 111, представляющие неустойчивые состояния. Значения возбуждения для этих строк таковы, что переходы от одного состояния к другому образуют для вторичных реле замкнутый цикл. Реле  $Y_2$  остается в рабочем состоянии в течение всего цикла, а реле  $Y_1$  и  $Y_3$  за это время последовательно проходят все возможные комбинации состояний. Стоит только вторичным реле войти в этот цикл, и они будут находиться в нем неопределенно долго, до тех пор пока изменение состояния какой-либо из первичных переменных не выведет их из него. Это одна из тех неожиданностей, которые могут встретиться, когда построение структуры многотактных релейных устройств осуществляется методами, не дающими ясного представления об условиях устойчивости состояния вторичных реле.

Во втором столбце, для которого  $x_1x_2 = 01$ , имеются два устойчивых состояния. Устойчивое состояние в строке 111 достигается или одним переходом из строки 011, или несколькими последовательными переходами, каждый из которых является следствием изменения состояния одного вторичного реле в неустойчивых состояниях строк 000, 001 и 101. Устойчивое состояние в строке 100 подобным же образом достигается при переходе через неустойчивые состояния в строках 010 и 110. Не имеет значения, как осуществляется переход к этому второму столбцу: при изменении первичной переменной вторичные реле всегда достигнут без какой-либо неопределенности одного из конечных устойчивых состояний. Переход к устойчивым состояниям в этом столбце является довольно сложным, но он полностью приемлем, если эти устойчивые состояния не могут быть достигнуты более коротким путем.

В третьем и четвертом столбцах мы встречаемся с переходами, которые относятся к классу так называемых *состязаний*, т. е. переходов, дающих различные пути для достижения устойчивых состояний. Они обозначены в этих столбцах пунктирными линиями. Состязания имеют место тогда, когда переход из одной клетки матрицы в другую требует изменения состояния двух или большего числа вторичных реле одновременно. Рассмотрим состязание, показанное в верхней части столбца  $x_1x_2 = 11$ . Точка в строке 011 соответствует, согласно рис. 12.9, а, условиям возбуждения, равным 000. Значит, оба реле  $Y_2$  и  $Y_3$  должны отпустить. Заданное направление переходов должно вести к устойчивому состоянию в строке 000. Одна из пунктирных линий ведет от строки 011 непосредственно к строке 000, так как возможен случай, когда изменение обеих вторичных переменных произойдет одновременно. Однако если реле  $Y_2$  отпустит раньше реле  $Y_3$ , то будет иметь место переход, указанный пунктирной стрелкой, ведущей к строке 001. Если, наоборот, реле  $Y_3$  отпустит раньше реле  $Y_2$ , то переход приведет нас к строке

010, что опять показано пунктирной стрелкой. Если мы попадем на строку 001 или на строку 010, то вторичные реле придут к устойчивому состоянию и переходные процессы прекратятся, несмотря на то что условия возбуждения в строке 011 указывали на необходимость перехода к строке 000. Таким образом, в этом случае наличие состязания может привести к неправильной работе устройства. Будем называть такие случаи переходов *критическим состязанием*.

В нижней части столбца  $x_1x_2 = 11$  представлен другой тип состязания, начинающийся в строке 101. Условия возбуждения, указанные в строке 101, требуют, чтобы был осуществлен переход от этой строки к строке 110 с изменением состояния вторичных реле  $Y_2$  и  $Y_3$ . Одна из пунктирных стрелок, ведущая от строки 101, идет к строке 110, т. е. к-правильному состоянию. Однако другие пунктирные стрелки приводят к строке 111 или 100 в зависимости от того, какое из реле  $Y_2$  или  $Y_3$  изменит свое состояние первым. Заметим, что если будет достигнута строка 111, то дальнейший переход произойдет по сплошной стрелке к строке 110 и отсюда по другой сплошной стрелке к строке 100. Наконец, от строки 100 сплошная стрелка указывает переход к устойчивому состоянию в строке 000. Таким образом, при данном состязании процесс оканчивается всегда устойчивым состоянием в строке 000 независимо от того, какое из вторичных реле сработает первым. В этом случае отсутствует какая-либо неопределенность в достижении конечного состояния, и этот случай переходов является *некритическим состязанием*.

В четвертом столбце, для которого  $x_1x_2 = 10$ , имеется некритическое состязание в верхней части столбца и критическое—в нижней части столбца. При синтезе структуры многотактных релейных устройств некритические состязания будут часто использоваться для упрощения контактных и других цепей. Однако критические состязания во всех случаях должны быть исключены.

Рассматривая структуру рис. 12.8 в целом так, как она описана матрицей переходов рис. 12.9, можно заметить, что, за исключением воздействия, приводящего к циклическому процессу в первом столбце, любое изменение первичных переменных при горизонтальном смещении в пределах матрицы вызывает изменения состояний вторичных реле, которые в конце концов приводят их к устойчивому состоянию. Имеются, однако, два критических состязания, и работа устройства является не вполне определенной, так как зависит от относительной скорости действия вторичных реле. Поэтому структура рис. 12.8 является примером недостаточно хорошо спроектированной структуры многотактного релейного устройства.

### § 12.3. Таблица переходов

Структуры релейных устройств, представленные на рис. 12.4 и рис. 12.5, являются решениями такого типа многотактных задач,

при которых выход должен быть получен как реакция на заданную последовательность состояний входов. При задании последовательности, приведшей к структуре рис. 12.4, не были сформулированы некоторые условия, и полученная структура не выполняла точно того, что требовалось. После того как условия работы схемы были сформулированы более жестко, была получена структура, изображенная на рис. 12.5. Указанную неполноту в задании условий работы нельзя считать исключением. Рассмотрим поэтому метод описания действия многотактных релейных устройств, позволяющий достаточно наглядно выяснить вопросы, на которые нужно ответить, прежде чем приступить к окончательной формулировке условий работы устройства.

Как было указано ранее, требования, предъявляемые к устройству рис. 12.4, заключаются в том, что на выходе потенциал земли должен появляться тогда, когда заземлены оба входа  $X_1$  и  $X_2$ , и притом только в том случае, если вход  $X_1$  заземляется ранее входа  $X_2$ . Представим эти требования в форме таблицы, приведенной ниже.

$X_1X_2$		01	11	10	Z
$\langle 1 \rangle$	00			2	0
			3	$\langle 2 \rangle$	0
			$\langle 3 \rangle$		1

Устойчивое состояние  $\langle 1 \rangle$  помещено в этой таблице в первой строке столбца  $X_1X_2 = 00$ . В крайнем правом столбце таблицы для выхода  $Z$  мы ставим 0, так как для условий, представленных состоянием  $\langle 1 \rangle$ , значение выхода должно быть равно 0. Нам еще неизвестно, сколько вторичных реле может потребоваться в устройстве и какие комбинации состояний их будут использованы для каждого данного устойчивого состояния. Поэтому мы допускаем на первое время, что каждое устойчивое состояние занимает отдельную строку в таблице или, иначе говоря, каждая строка соответствует отдельному состоянию вторичных реле.

Следующее состояние в таблице предназначим для того, чтобы отразить реакцию устройства на заземление входа  $X_1$ . Это состояние должно быть отмечено поэтому в столбце 10. В той же строке, где находится состояние  $\langle 1 \rangle$ , в столбце 10 проставим номер 2. Это указывает на то, что изменение состояния первичных переменных приводит к неустойчивому состоянию вторичных реле. В следующей строке, непосредственно под цифрой 2 без скобок, мы ставим  $\langle 2 \rangle$ , чтобы отразить устойчивое состояние, которое принимают вторичные реле в ответ на первый шаг заданной последовательности. Справа в выходном столбце мы помещаем опять 0, с тем чтобы показать, что последовательность не завершена и выход еще не заземлен.



Следующий шаг в заданной последовательности — это заземление входа  $X_2$ . Мы переходим при этом вдоль второй строки к столбцу 11 и проставляем цифру 3 без скобок, чтобы показать, что в ответ на это изменение состояние вторичных реле опять становится неустойчивым. В том же столбце и непосредственно под цифрой 3 без скобок помещаем цифру  $\langle 3 \rangle$ . Это говорит о том, что заземление входа  $X_2$  привело к устойчивому состоянию. Ввиду того что состояние  $\langle 3 \rangle$  достигнуто в результате осуществления правильной последовательности изменений первичных переменных, в выходном столбце ставим 1, что указывает на появление потенциала земли на выходе устройства.

Составленная таблица показывает, как должно вести себя устройство при правильной последовательности состояний входов. Нужно, однако, определить также, каково должно быть поведение устройства, если изменение состояний на входах будет отличаться от того, которое задано. Предположим, например, что вход  $X_2$  заземляется раньше входа  $X_1$ . Дополнительные состояния, которые должны будут при этом принимать вторичные реле, показаны в нижеследующей таблице.

$X_1 X_2$						$Z$
00	01	11	10			
$\langle 1 \rangle$	4		2		0	
		3	$\langle 2 \rangle$		0	
		$\langle 3 \rangle$			1	
	$\langle 4 \rangle$	5			0	
		$\langle 5 \rangle$			0	

Если в нарушение заданной последовательности вначале потенциал земли подается на вход  $X_2$ , то значение выхода должно быть равно 0. Отразим это в таблице с помощью перехода от неустойчивого состояния 4 в столбце 01 к устойчивому состоянию  $\langle 4 \rangle$  в том же столбце. Если после этого потенциал земли подается на вход  $X_1$ , то в таблице отразим это с помощью перехода в столбце 11 через состояние 5 к устойчивому состоянию  $\langle 5 \rangle$ , с которым связано состояние выхода устройства, также равное 0. Этим предотвращается появление на выходе потенциала земли в случае неправильной последовательности.

До сих пор таблица переходов составлялась для правильной последовательности и затем принимались меры, чтобы никакая другая последовательность не могла дать потенциал земли на выходе. Трудность состоит в том, что неправильных последовательностей много больше, чем правильных. В задаче, такой простой, как рассмотренная, не очень трудно определить все неправильные последовательности, но в общем случае отыскание всех неправильных последовательностей становится весьма громоздким.

Более рациональный метод заключается в том, чтобы, основываясь на частично составленной таблице, содержащей только правильную последовательность, рассмотреть, как должно реагировать устройство на каждое изменение первичных переменных при переходе из любого из существующих устойчивых состояний. Каждый раз, когда в этом процессе достигается устойчивое состояние, последующее изменение должно соответствовать новому изменению первичных переменных.

Для многих задач вводится ограничивающее условие, чтобы при таких переходах изменялась только одна первичная переменная. Будем считать, что и рассматриваемая задача подчиняется этому условию. Например, отправляясь от состояния  $\langle 1 \rangle$ , можно допустить только два возможных изменения первичных переменных, а именно к столбцу 01 или к столбцу 10. Реакция устройства на эти изменения была обозначена при помощи записанных без скобок вхождений в тех столбцах, устойчивые состояния в которых должны были быть в конце концов достигнуты вследствие этих изменений. Отправляясь от состояния  $\langle 2 \rangle$  в столбце 10, мы можем перейти или к столбцу 11, или к столбцу 00. Соответствующее вхождение в столбце 11 уже отмечено, поэтому нужно лишь решить, что должно случиться, если первичные переменные возвратятся к комбинации 00. Для такого изменения кажется разумным перевести вторичные реле обратно к состоянию  $\langle 1 \rangle$ . Поэтому поставим в строке, содержащей состояние  $\langle 2 \rangle$ , в столбце 00 цифру 1 без скобок.

В составленной таблице не видно, что произойдет при изменении первичных переменных для устойчивого состояния  $\langle 3 \rangle$ . Ранее было принято считать нежелательным тот случай, когда при снятии потенциала земли на одном из входов этот потенциал на выходе также снимается, а затем опять восстанавливается при повторной подаче потенциала земли на тот же вход.

Следует поэтому определить переходы, которые предотвращают такое действие устройства. Если, как принято выше, ограничиться случаем изменения только одной переменной при каждом переходе, то от состояния  $\langle 3 \rangle$  можно перейти или к столбцу 01, или к столбцу 10. При снятии потенциала земли с входа  $X_1$  и переходе в связи с этим к столбцу 01 можно перевести вторичные реле к состоянию  $\langle 4 \rangle$ , поместив в этом столбце и в строке, содержащей состояние  $\langle 3 \rangle$ , цифру 4 без скобок. Это обеспечит при вторичном заземлении входа  $X_1$  переход вторичных реле к состоянию  $\langle 5 \rangle$ , для которого выход равен нулю. Более трудное положение возникает при снятии потенциала земли с входа  $X_2$ . В этом случае от состояния  $\langle 3 \rangle$  в столбце 11 мы переходим к столбцу 10, для которого единственным доступным устойчивым состоянием является состояние  $\langle 2 \rangle$ . Если поставить в этом месте цифру 2 без скобок, то при последующем вторичном заземлении входа  $X_2$  состояние вторичных реле возвратится к вхождению  $\langle 3 \rangle$ , благодаря чему земля опять появится

на выходе. Чтобы избежать этого, введем новое устойчивое состояние  $\langle 6 \rangle$  и поместим цифру 6 без скобок в третьей строке в столбце 10. Выход, соответствующий состоянию  $\langle 6 \rangle$ , сделаем равным 0.

Теперь определены все необходимые устойчивые состояния. Они показаны в таблице, приведенной ниже.

$X_1 X_2$						
00	01	11	10		Z	
$\langle 1 \rangle$	4	—	2		0	
1	—	3	$\langle 2 \rangle$		0	
—	4	$\langle 3 \rangle$	6		1	
1	$\langle 4 \rangle$	5	—		0	
—	4	$\langle 5 \rangle$	6		0	
1	—	5	$\langle 6 \rangle$		0	

В таблице проставлены также все устойчивые состояния, к которым стремятся вторичные реле при переходе от любого из устойчивых состояний  $\langle 4 \rangle$ ,  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ , связанном с изменением одной входной переменной. От состояний  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  при изменении одной первичной переменной можно попасть в столбец 00. Поставим в каждой из соответствующих строк цифру 1 без скобок, что вызовет переход вторичных реле к первоначальному состоянию  $\langle 1 \rangle$ . От тех же состояний  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  при изменении другой первичной переменной мы попадаем в столбец 11.

Вторичные реле переходят здесь к устойчивому состоянию  $\langle 5 \rangle$ , для которого выход равен 0. От устойчивого состояния  $\langle 5 \rangle$  можно попасть или в столбец 01, или в столбец 10. В первом случае поставим цифру 4 без скобок, в последнем случае — цифру 6. Все эти неустойчивые состояния должны обеспечить такую работу устройства, при которой в случае достижения состояния  $\langle 3 \rangle$  и выхода, равного 1, любое последующее изменение первичных переменных приводило бы к комбинации 00, прежде чем имела бы место последовательность, приводящая к выходу, равному 1. Прочеркнутые места оставлены там, где изменение первичных переменных невозможно<sup>1</sup>.

Таблица, которую мы только что составили, называется *первичной таблицей переходов*. Для этой таблицы характерно, что для каждого устойчивого состояния отведена отдельная строка и что состояние выхода устройства для любой строки связано с устойчивым состоянием только этой строки. Если каждая из шести строк таблицы представляет отдельное состояние вторичных реле, то потребуется по крайней мере три вторичных реле. Это значит, что из  $2^3 = 8$  возможных комбинаций будет использовано шесть. Наша цель — сократить путем преобразования таблицы число

<sup>1</sup> То есть требуется изменение более чем одной входной (первичной) переменной. — *Прим. ред.*

ее строк настолько, насколько это возможно. Здесь важно помнить, что при составлении первичной таблицы переходов, которая часто по форме бывает весьма громоздкой, мы сталкиваемся с необходимостью однозначного определения реакции устройства на любую последовательность входных сигналов, которую оно может получить. В этом отношении таблица переходов для многотактных устройств имеет такое же значение, какое таблица состояний имеет для одноктактных.

При образовании первичной таблицы переходов удобно для каждого устойчивого состояния выделить отдельную строку. Однако если связать указанным образом строки таблицы переходов с состояниями вторичных реле, то при реализации структуры релейного устройства понадобится излишне большое число вторичных реле, если только не удастся найти способ, который позволил бы сократить число строк. В связи с этим следует принять другое истолкование того, что означает записанное в скобках устойчивое состояние. Мы указывали ранее, что переход от записанного без скобок неустойчивого состояния к устойчивому в пределах данного столбца представляет изменение состояния вторичных реле. Однако если мы положим, что состояние, заключенное в скобки, представляет устойчивое *полное состояние* устройства, т. е. состояние, описываемое как первичными, так и вторичными переменными, то можно получить переход от одного устойчивого (полного) состояния к другому устойчивому (полному) состоянию только с помощью изменения первичных переменных, т. е. без изменения состояния вторичных реле. При этом, конечно, может оказаться, что в одной и той же строке будут находиться две цифры, заключенные в скобки. Это будет означать, что два устойчивых состояния различаются только состояниями первичных переменных.

Процесс совмещения строк в первичной таблице переходов будем называть *объединением*. Объединения могут быть выполнены в соответствии со следующими правилами:

1. Две строки могут быть объединены, если номера состояний в них в соответствующих столбцах одинаковы или если в одной из строк имеется прочеркнутое место.

2. Если объединяются одинаковые номера состояний в скобках и без них, то результирующее состояние должно быть в скобках. Если, например, имеются две строки

$$\begin{array}{cccc} \langle 3 \rangle & 5 & 6 & 8 \\ 3 & \langle 5 \rangle & 6 & \langle 8 \rangle, \end{array}$$

то в соответствии с этими правилами полученная после объединения строка будет иметь вид

$$\langle 3 \rangle \quad \langle 5 \rangle \quad 6 \quad \langle 8 \rangle.$$

Переход от состояния  $\langle 3 \rangle$  к состоянию  $\langle 5 \rangle$  или от состояния  $\langle 3 \rangle$  к состоянию  $\langle 8 \rangle$  в объединенной строке является следствием изменения только первичных переменных. Изменения состояния вторичных реле при этом не происходит. Переход от состояния  $\langle 8 \rangle$  к состоянию 6 вызывает переход к другой строке, содержащей устойчивое состояние  $\langle 6 \rangle$ , что уже требует изменения состояния вторичных реле.

Рассмотрим первые две строки первичной таблицы переходов, полученной для рассмотренной выше задачи. Эти строки имеют вид

$$\begin{array}{cccc} \langle 1 \rangle & 4 & - & 2 \\ & 1 & - & 3 \langle 2 \rangle . \end{array}$$

Объединение этих строк в соответствии с изложенными выше правилами дает новую строку

$$\langle 1 \rangle \quad 4 \quad 3 \quad \langle 2 \rangle .$$

Может показаться, что в этой объединенной строке имеется противоречие. В первой строке первичной таблицы переходов в столбце 11 было прочеркнутое место, указывающее на то, что изменение первичных переменных от состояния 00 к состоянию 11 невозможно. При объединении это место заполняется цифрой 3 без скобок, которая, по-видимому, означает, что, если сделан переход от столбца 00 к столбцу 11, система направляется к устойчивому состоянию  $\langle 3 \rangle$ . Это является одновременно и верным и неверным. Для объединенной строки одновременное изменение двух первичных переменных является по-прежнему невозможным. Состояние, заполняющее прочеркнутое место, указывает на то, что произойдет при переходе от столбца 00 к столбцу 11. Однако так как такой переход невозможен, то указанное в соответствующей строке состояние  $\langle 3 \rangle$  непосредственно не может быть достигнуто. Цифра 3 в столбце 11 объединенной строки указывает лишь на то, что произойдет, если изменение первичной переменной будет иметь место при переходе от столбца 10, где имеется состояние вторичных реле  $\langle 2 \rangle$ , к столбцу 11.

Выше был рассмотрен способ объединения двух строк первичной таблицы переходов. Таким же образом можно объединить и несколько пар строк. Однако простое объединение таких пар обычно не является лучшим решением. Во многих задачах имеется более чем один вариант возможных объединений, и эти варианты не всегда дают одинаково хорошие результаты. Рассмотрим один из способов перебора, с помощью которого можно выявить все возможные объединения с тем, чтобы потом выбрать из них наиболее рациональные. Для этой цели начертим диаграмму объединений, как показано на рис. 12.10. Последняя содержит точки, каждая из которых представляет строку первичной таблицы переходов, занумерованную в соответствии с номером содержащегося в ней устойчивого состояния. Рассмотрим

каждую пару строк в первичной таблице переходов и определим, могут ли они быть объединены в соответствии с приведенными выше правилами. Если какая-нибудь пара строк может быть объединена, то между соответствующими точками диаграммы проведем линию. Так, на рис. 12.10 показано, что строка 1 может быть объединена со строкой 2 или 4, но не может быть объединена со строкой 3. Строка 2 может быть объединена только со строкой 1. Строка 3 не объединяется ни с одной строкой. Строка 4 объединяется со строкой 5 или 6, а строка 5 объединяется со строкой 6. Диаграммой объединений нужно пользоваться с некоторой осторожностью. Например, строка 4 может быть объединена со строкой 1 или 6, но, ввиду того что строка 1 не объединяется со строкой 6, мы не можем объединить все эти три строки сразу. С другой стороны, строки 4, 5 и 6 могут быть объединены в одну строку, так как все пары, составленные из этих строк, могут объединяться.

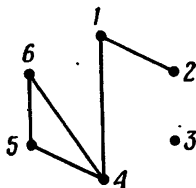


Рис. 12.10. Диаграмма объединений.

Один из возможных вариантов объединений для рассмотренной выше первичной таблицы переходов состоит из объединения строк 1 и 2, сохранения отдельной строки 3 и объединения строк 4, 5 и 6 в одну общую строку. Эти объединения приводят к вторичной таблице переходов, показанной ниже.

Один из возможных вариантов объединений для рассмотренной выше первичной таблицы переходов состоит из объединения строк 1 и 2, сохранения отдельной строки 3 и объединения строк 4, 5 и 6 в одну общую строку. Эти объединения приводят к вторичной таблице переходов, показанной ниже.

$X_1 X_2$					
	00	01	11	10	
$\langle 1 \rangle$		4	3		$\langle 2 \rangle$
—		4	$\langle 3 \rangle$		6
1		$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$		$\langle 6 \rangle$
—		—	—		—

Обратим внимание на то, что во вторичной таблице переходов отсутствует столбец выхода. В этой таблице состояния выхода по-прежнему связаны с устойчивыми состояниями, записанными в скобках, и установленные в первичной таблице переходов их соответствия остаются в силе, хотя построение структуры релейного устройства производится по вторичной таблице переходов.

В полученной таблице исходные шесть строк первичной таблицы переходов сокращаются до трех. Каждая из этих трех строк должна теперь быть представлена своим отдельным состоянием вторичных реле. Поэтому при реализации таблицы потребуются по крайней мере два вторичных реле, которые дают четыре возможные комбинации состояний. Одна из них не используется, в соответствии с чем четвертая строка таблицы заполнена черточками. При синтезе

структуры устройства эта строка может рассматриваться как неиспользуемое состояние и может быть употреблена для упрощения структуры.

Если проанализировать структуру, показанную на рис. 12.5, то легко обнаружить, что она получена по таблице переходов, которая отличается от только что рассмотренной. В ней сохранены строки 1, 2 и 3 первичной таблицы переходов, а четвертая строка образована путем объединения строк 4, 5 и 6 первичной таблицы. Построенная таким образом таблица переходов показана ниже<sup>1</sup>.

$x_1x_2$	01	11	10	
00				
$\langle 1 \rangle$	4	5	2	$a$
1	4	3	$\langle 2 \rangle$	$b$
1	4	$\langle 3 \rangle$	6	$c$
1	$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$	$\langle 6 \rangle$	$d$

Следует отметить, что те места в строках 1, 2 и 3, которые были в первичной таблице переходов прочеркнуты, теперь содержат цифры, характеризующие неустойчивые состояния. В частности, в строке 1 столбца 11 проставлена цифра 5 без скобок. Может показаться, что это сделано для того, чтобы при возникновении двойного перехода от состояния 00 к 11 обеспечить переход к устойчивому состоянию  $\langle 5 \rangle$ , для которого выход равен 0. Это было бы достаточно разумным, но в настоящем случае не эта причина является основной. На самом деле цифра 5 появилась вследствие того, что незаполненные места таблицы можно, как указывалось выше, рассматривать как неиспользуемые состояния, и эта цифра, введенная в таблицу в ее окончательном виде для упрощения структуры, в данном случае лишь случайно соответствует переходу к состоянию  $\langle 5 \rangle$ .

Как было отмечено при составлении первичной и вторичной таблиц переходов, мы не устанавливаем точного соответствия между строками таблицы и состояниями вторичных реле. Каждое записанное в скобках вхождение представляет полное состояние, и такое вхождение в одной и той же строке соответствует определенному состоянию вторичных реле<sup>2</sup>. Получив вторичную таблицу переходов,

<sup>1</sup> При рассмотрении таблиц переходов для обозначения входных переменных были использованы заглавные буквы. Следующий шаг синтеза будет заключаться в преобразовании вторичной таблицы переходов в таблицу состояний и затем в структурные формулы цепей, действующих на элементы релейного устройства. В последних буквы имеют смысл символов контактов, для которых выше были приняты обозначения в виде строчных букв. Вместо того чтобы делать это изменение, в последующем мы будем обозначать переменные малыми буквами сразу при составлении вторичных таблиц переходов, как это сделано в указанной выше таблице.

<sup>2</sup> Каждая строка во вторичной таблице переходов может иногда представляться более чем одним состоянием вторичных реле (см. гл. 13).

мы должны теперь вместо номеров состояний выбрать такие состояния вторичных реле, при которых все переходы между строками могли бы быть достигнуты или изменением в каждый данный момент времени состояния только одного вторичного реле, или изменениями состояний вторичных реле, соответствующими [некритическим состояниям].

Во вторичной таблице переходов, приведенной выше, строки обозначены буквами  $a, b, c, d$ , помещенными в таблице справа. Используем эти буквы в диаграмме переходов рис. 12.11, где каждая

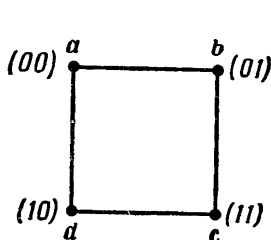


Рис. 12.11. Диаграмма переходов.

$y_1, y_2$		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
00	<1>	4	5	2	
01	1	4	3	<2>	
11	1	4	<3>	6	
10	1	<4>	<5>	<6>	

$a$

$y_1, y_2$		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
00	00	10	10	01	
01	00	10	11	01	
11	00	10	11	10	
10	00	10	10	10	

$b$

Рис. 12.12. Матрица переходов (слева), преобразованная в матрицу состояний вторичных реле (справа).]

из четырех строк представлена точкой. Линия, соединяющая две точки, означает, что имеет место единичный переход, т. е. состояния вторичных реле, характеризующиеся этими точками, отличаются друг от друга изменением состояния только одного вторичного реле. Так, переходы от цифры 5 без скобок к <5> и от цифры 3 без скобок к <3> в столбце 11 требуют соответственно единичных переходов  $a - d$  и  $b - c$ . В столбце 10 переход от цифры 2 без скобок к <2> требует единичного перехода  $a - b$ , а переход от цифры 6 без скобок к <6> соответствует единичному переходу  $c - d$ . Отметим, что нет необходимости стремиться к установлению единичных переходов для столбцов 00 и 01. Каждый из этих столбцов содержит только одну строку с устойчивым состоянием, и состояния, содержащиеся во всех других строках, будут всегда приводить только к одному этому устойчивому состоянию. Для этих столбцов любое из сосязаний является совершенно безопасным, так как любые варианты переходных процессов в конце концов приводят к одной и той же строке, содержащей устойчивое состояние.

Из диаграммы переходов рис. 12.11 мы видим, что разумным является следующий выбор вторичных состояний:  $a = 00$ ,  $b = 01$ ,  $c = 11$ ,  $d = 10$ . Этот выбор позволяет осуществить все необходимые переходы с помощью изменения состояния только одного вторичного реле.



Используем эти расшифрованные состояния для обозначения строк вторичной таблицы переходов, что позволит построить матрицу переходов, представленную на рис. 12.12, *a*.

Конечным результатом расшифровки состояний является получение матрицы состояний вторичных реле, которая одновременно характеризует и условия их возбуждения (матрица возбуждений). Для этого применяется процесс, обратный тому, который был использован выше при анализе действий многотактных релейных устройств. В матрице рис. 12.12, *б* проставляются вначале состояния вторичных реле для всех номеров, соответствующих устойчивым состояниям. Так как для этих состояний условия возбуждения должны совпадать с состоянием вторичных реле, то в матрице рис. 12.12, *a* места их находятся в соответствии со значениями переменных  $y_1$ ,  $y_2$  той строки, где размещается данное устойчивое состояние. Так, например, для состояний  $\langle 1 \rangle$  в матрице переходов следует проставить условия возбуждения 00, для состояния  $\langle 2 \rangle$  следует проставить 01, для состояния  $\langle 3 \rangle$ —11 и, наконец, для состояний  $\langle 4 \rangle$ ,  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ —10. После этого следует тщательно проверить, что эти состояния стоят на своих местах в матрице рис. 12.12, *б*. Далее нужно внести условия возбуждения для записанных без скобок состояний. Последние представляют неустойчивые состояния вторичных реле, которые должны приводить к состояниям с аналогичными номерами, записанными в скобках. Например, там, где в строке 00 столбца 11 стоит цифра 5 без скобок, следует проставить состояние, которое приводило бы к состоянию 10, соответствующему строке, в которой находится устойчивое состояние  $\langle 5 \rangle$ . Поэтому в строке 00 столбца 11 мы проставляем условие возбуждения, равное 10, которое обеспечит срабатывание реле  $Y_1$ , приводящее к состоянию  $\langle 5 \rangle$ . В строке 01 столбца 11 состояние 3 без скобок должно обеспечить переход к состоянию  $\langle 3 \rangle$  в строке 11. Следовательно, в клетке, занятой цифрой 3 без скобок, мы должны проставить условия возбуждения 11. Применяя дальше эту процедуру, можно обосновать все вхождения в столбце 10.

В каждом из столбцов 00 и 01 имеется всего одно устойчивое состояние. Так как в связи с этим состязания в этих столбцах являются не критическими, то при выборе переходов вторичных реле можно не бояться создания условий для состязаний. Состояния, представленные в этих столбцах на рис. 12.12, *б*, содержат состязания. Это, однако, не единственный вариант, при помощи которого может быть осуществлено действие вторичных реле в этих столбцах. Например, в столбце 01, вместо того чтобы во всех строках ставить условия возбуждения 10, можно было бы проставить в направлении от верхней строки к нижней соответственно условия возбуждения 10, 11, 10 и 10. Эти состояния исключают условия состязаний, так как переход от строки 01 к строке 10 должен проходить через последовательные состояния вторичных реле 01—11—10. Приведенный

вариант, а также все другие можно использовать в случае необходимости для удовлетворения специальных требований или же для минимизации цепей управления.

### § 12.4. Некоторые примеры синтеза

В предыдущем параграфе был рассмотрен в общих чертах метод синтеза структуры многотактных релейных устройств. В этом параграфе мы покажем, как этот метод применяется к некоторым типовым задачам. Сформулируем сначала порядок проведения синтеза.

1. По словесному описанию условий работы многотактного релейного устройства составляется первичная таблица переходов, которая включает перечень значений выходов, связанных с каждым устойчивым состоянием.

2. Далее производится проверка, в результате которой устанавливается, что составленная первичная таблица переходов правильно отражает действие устройства для всех возможных последовательностей входных воздействий. Удобнее всего это осуществлять путем задания для каждого устойчивого состояния условий, определяющих, как должно действовать устройство при каждом разрешенном изменении первичных переменных.

3. После этого строится диаграмма объединений и при помощи нее принимается решение, какие строки первичной таблицы переходов должны быть объединены для образования вторичной таблицы переходов.

4. Составляется вторичная таблица переходов.

5. Строится диаграмма переходов, и при помощи нее намечаются состояния вторичных реле, соответствующие устойчивым состояниям.

6. Составляются матрица переходов и матрица состояний вторичных реле (матрица возбуждений).

7. Составляется матрица состояний выходов. Отметим, что сопоставление состояний выходов с устойчивыми состояниями вторичных реле имеется в первичной таблице переходов.

8. В соответствии с полученными матрицами состояний вторичных реле и состояний выходов составляются структурные формулы цепей, воздействующих на элементы устройства, и строится структура его, подобно тому как это делается для одноконтурных релейных устройств.

В некоторых более сложных задачах, с которыми мы встретимся позднее, эта процедура будет несколько видоизменена, но есть много простых задач, к которым описанный порядок синтеза применим непосредственно. Отметим, что пункты 6 и 7 приводят задачу синтеза многотактных релейных устройств к задаче синтеза одноконтурных устройств. Методы, развитые в предыдущих главах, таким образом,

непосредственно приложимы для синтеза многотактных устройств; при этом используются или структурные формулы, найденные в пункте 8, или таблицы, составленные в пунктах 6 и 7.

В § 12.3 был рассмотрен тип задач, в которых определенная заданная последовательность входных воздействий ведет к появлению потенциала земли на выходе, в то время как все другие входные последовательности не приводят к этому. Более общие условия работы многотактных устройств состоят в том, что состояние выхода зависит не от определенной заданной последовательности воздействий на входах, а от некоторых определенных общих свойств этих последовательностей. Примеры, рассматриваемые ниже, принадлежат именно к этому типу задач. Начнем с рассмотрения весьма простого примера.

### Пример 12.1.

Многотактное релейное устройство, общая схема которого показана на рис. 12.13, должно работать таким образом, что если вход  $X_2 = 1$ , то выход  $Z$  совпадает с входом  $X_1$ , однако если  $X_2 = 0$ , то выход должен сохранять свое последнее значение, которое было до того момента, когда вход  $X_2$  сделался равным 0. В любой момент времени может измениться состояние не более чем одного входа.

Сразу же ясно, что нет какой-либо последовательности входных воздействий, приводящей к выходу, равному 1, более определенно, чем любая другая последовательность. Поэтому полезно определить

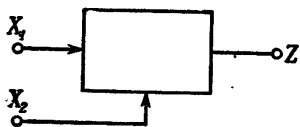


Рис. 12.13. Блок-схема релейного устройства примера 12.1.

$x, x_2$		$Z$			
$00$	$01$		$11$	$10$	
$\langle 1 \rangle$		$0$			
$\langle 2 \rangle$		$1$			
	$\langle 3 \rangle$	$0$			
			$\langle 4 \rangle$	$1$	
				$\langle 5 \rangle$	$0$
				$\langle 6 \rangle$	$1$

Рис. 12.14. Таблица устойчивых состояний (пример 12.1).

сначала для каждой комбинации входных переменных, какой выход или выходы могут быть связаны с такой комбинацией. За каждым возможным значением выхода следует затем закрепить в каждом столбце отдельное устойчивое состояние. Эта процедура иллюстрируется таблицей устойчивых состояний, данной на рис. 12.14.

В столбце 00 введены устойчивые состояния  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 2 \rangle$ , которым сопоставлены состояния выхода 0 и 1 соответственно. В этом столбце  $x_2 = 0$ , и выход должен, следовательно, представлять значение

$x_1, x_2$	00	01	11	10	Z
$\langle 1 \rangle$	3	-	5	0	0
$\langle 2 \rangle$	3	-	6	1	1
1	$\langle 3 \rangle$	4	-	0	0
-	3	$\langle 4 \rangle$	6	1	1
1	-	4	$\langle 5 \rangle$	0	0
2	-	4	$\langle 6 \rangle$	1	1

Рис. 12.15. Заполненная первичная таблица переходов (пример 12.1).

$x_1$ , которое существовало до того, как был достигнут этот столбец. При изменении состояния одного входа к столбцу 00 можно перейти от столбца 01 или от столбца 10. Если входы устройства имели первоначальное состояние, соответствующее столбцу 01, то начальное значение  $x_1$  равнялось 0. Поэтому после перехода к столбцу 00 выход должен быть равен 0. Если, однако, входы устройства были в состоянии, соответствующем столбцу 10, где  $x_1 = 1$ , то переход к столбцу 00 должен приводить к состоянию выхода, равному 1. Это и приводит к тому, что состояниям вторичных реле в столбце 00 должны быть сопоставлены два различных состояния выхода устройства.

В столбце 01 вход  $x_2 = 1$ , и выход должен поэтому принимать то же значение, что и вход  $x_1$ . Отсюда следует, что этот столбец содержит всего одно состояние  $\langle 3 \rangle$  с выходом, равным 0, соответственно состоянию входа  $x_1 = 0$ . По той же причине столбец 11 содержит одно устойчивое состояние  $\langle 4 \rangle$ , которое связано со значением входа  $x_1$ , равным 1. Так как  $x_2 = 1$ , то выход должен быть таким же, как  $x_1$ .

В столбце 10 вход  $x_2$  опять равен 0, и значение выхода должно соответствовать значению  $x_1$ , имевшему место в предыдущие моменты времени, т. е. при значении  $x_2 = 1$ . Если состояние в столбце 10 получено путем перехода от столбца 00 и если выход раньше был равен 0, то выход, связанный с  $\langle 5 \rangle$ , должен быть равен также 0. Если переход к столбцу 10 производится от столбца 11, то прежнее значение  $x_1$  равно 1 и, следовательно, выход, связанный с  $\langle 6 \rangle$ , должен быть равен 1.

Составление первичной таблицы переходов завершается постановкой неустойчивых состояний и черточек, соответствующих запрещенным переходам, как это показано на рис. 12.15. В столбцах 01 и 11 постановка неустойчивых состояний является простым делом, так как каждый из этих столбцов содержит единственное устойчивое состояние. Однако при постановке этих состояний в столбцах 00 и 10 нужно обратить внимание на то, чтобы каждый переход приводил к правильному устойчивому состоянию. Так, если мы от устойчивого состояния  $\langle 1 \rangle$  в столбце 00 переходим к столбцу 10, то, так как во время этого перехода  $x_2$  остается равным 0,

выход не должен изменяться. Ввиду этого должен быть осуществлен переход к устойчивому состоянию  $\langle 5 \rangle$ , для которого выход остается равным 0. Отправляясь от состояния  $\langle 2 \rangle$  в столбце 00, для которого выход равен 1, мы переходим к состоянию  $\langle 6 \rangle$  в столбце 10, для которого выход также равен 1. Когда состояние входов изменяется от 10 к 00, устойчивое состояние  $\langle 5 \rangle$  переходит в устойчивое состояние  $\langle 1 \rangle$  через неустойчивое состояние 1, а устойчивое состояние  $\langle 6 \rangle$  переходит в устойчивое состояние  $\langle 2 \rangle$  через неустойчивое состояние 2. При каждом из этих переходов состояние выхода остается неизменным. Переход от столбца 01 к столбцу 00 требует, чтобы выход остался равным 0, так как значение  $x_1$  равно 0 в обоих столбцах, а значение  $x_2$  меняется с 1 на 0. Состояние  $\langle 3 \rangle$  переходит поэтому в состояние  $\langle 1 \rangle$  через неустойчивое состояние 1. Аналогично

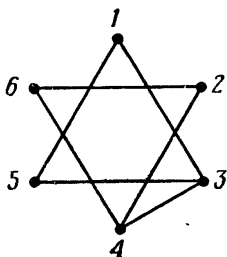


Рис. 12.16. Диаграмма объединений для таблицы переходов рис. 12.15.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$\langle 1 \rangle$	$\langle 3 \rangle$	4	$\langle 5 \rangle$		
$\langle 2 \rangle$	3	$\langle 4 \rangle$	$\langle 6 \rangle$		

Рис. 12.17. Вторичная таблица переходов (пример 12.1.)

этому, когда состояние входов изменяется от 11 к 10, исходным является устойчивое состояние  $\langle 4 \rangle$ , и оно переходит в устойчивое состояние  $\langle 6 \rangle$  через неустойчивое состояние 6, сохраняя при этом требуемое значение выхода равным 1.

Черточки проставлены в тех местах таблицы, которые требуют перехода, соответствующего изменению более чем одной первичной переменной. После простановки состояний и черточек все клетки первичной таблицы переходов будут заняты либо числами, либо сознательно проставленными черточками. Такой процесс заполнения первичной таблицы переходов обеспечивает проверку поведения релейного устройства при всех возможных последовательностях входных переменных. Для каждого из проставленных в таблице устойчивых состояний мы отвечаем на вопрос: «Что должно произойти в случае любого из допустимых изменений входных переменных?»

Диаграмма объединений для этой таблицы переходов приведена на рис. 12.16. Она состоит из двух треугольников, вершины которых соответствуют строкам 1, 3, 5 и 2, 4, 6. Каждые две строки,

взятые из этих групп, могут быть объединены, что говорит о возможности объединения в каждой из групп всех трех строк вместе. Окончательная таблица переходов, содержащая всего две строки, показана на рис. 12.17. Возможное объединение строк 3 и 4 не представляет каких-либо преимуществ и поэтому не используется.

Следующий шаг состоит в построении диаграммы переходов и выборе с ее помощью подходящих комбинаций состояний вторичных

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y$				
0	0	0	1	0
1	1	0	1	1
	$Y$			

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y$				
0	0	1	0	0
1	1	1	0	1
	$Y$			

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y$				
0	0	0	-	0
1	1	-	1	1
	$Z$			

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y$				
0	1	-	1	1
1	0	0	-	0
	$Z$			

Рис. 12.18. Матрицы состояний вторичных реле и выхода для двух вариантов распределений вторичных состояний (пример 12.1).

реле. Так как в рассматриваемом случае во вторичной таблице переходов имеется всего две строки, то понадобится только одно вторичное реле, которое мы обозначим через  $Y$ .

Выбор состояний для этого реле может быть осуществлен двумя способами. Матрицы, показанные на рис. 12.18 слева, получены из условия  $y = 0$  для верхней строки таблицы переходов рис. 12.17, а матрицы справа—из условия  $y = 0$  для нижней строки этой таблицы.

Матрицы в верхней части рис. 12.18 представляют собой два варианта матриц состояний вторичных реле. Матрицы в нижней части этого рисунка являются соответственно двумя вариантами матриц состояний выхода  $Z$ . Заметим, что каждая из этих матриц содержит шесть определенных вхождений, соответствующих состояниям выхода, связанным с шестью устойчивыми состояниями таблицы рис. 12.15. Остающиеся два вхождения в матрицах выхода содержат прочеркивания и могут быть употреблены как неиспользуемые состояния. Рассмотрим левую матрицу для  $Z$  на рис. 12.18. Прочеркивание в столбце 11 соответствует не заключенному в скобки вхождению 4 в матрице переходов рис. 12.17. Если в эту прочеркнутую клетку внести 0, то это будет означать, что выход примет значение, равное 1, только тогда, когда работает вторичное реле  $Y$ .

и осуществится переход к состоянию  $\langle 4 \rangle$ . Если желательно получить выход, равный 1, возможно скорее, то следует внести 1 в клетку матрицы выхода  $Z$ , соответствующую клетке матрицы переходов, занятой цифрой 4 без скобок. Подобные рассуждения применимы и при выборе вхождений 0 или 1 в прочеркнутой клетке столбца 01. Если вносится 1, то выход не перейдет к 0 до тех пор, пока не будет

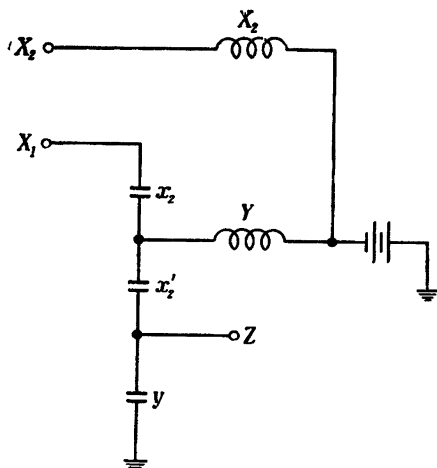


Рис. 12.19. Окончательная структура релейного устройства.

достигнуто состояние  $\langle 3 \rangle$ . Если внести 0, то это значение выхода будет достигнуто быстрее.

Установление значений выходных величин, соответствующих неустойчивым состояниям, может оказаться более сложной задачей, чем рассмотренная. Этот вопрос будет исследован позднее.

В рассматриваемом примере мы примем, что быстрота изменения состояния выхода, связанная с состояниями  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 4 \rangle$ , не имеет значения, и поэтому заполнение клеток матриц для  $Z$ , соответствующих неиспользуемым состояниям, будет осуществлено в соответствии с задачей получения более простой структуры устройства.

Запишем структурные формулы для реле  $Y$  и выхода  $Z$  для левых матриц рис. 12.18, а именно

$$Y = x_1 x_2 + x_2' y, \quad Z = y.$$

Для правых матриц будем соответственно иметь

$$Y = x_1' x_2 + x_2' y, \quad Z = y'.$$

Для реализации структурных формул, полученных из правых матриц, требуются контакты  $x_1'$ ,  $x_2$ ,  $x_2'$ ,  $y$  и  $y'$ . Для структурных же

формул, полученных для левых матриц, нужны контакты  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x'_2$  и  $y$ . Ввиду того что в последнем случае требуется только контакт  $x_1$ , структура релейного устройства может быть реализована без воспринимающего реле  $X_1$ . Эта структура приведена на рис. 12.19. Потенциал земли, соответствующий входу  $X_1$ , подается не через контакты  $x_1$  воспринимающего реле, а непосредственно. Неудобство, возникающее при присоединении выхода  $Z$  к цепям возбуждения

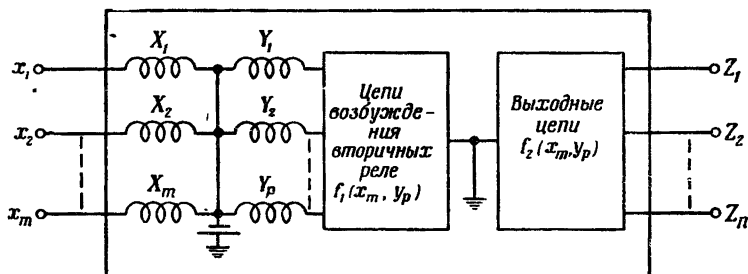


Рис. 12.20. Общая схема многотактного релейного устройства.

реле  $Y$ , состоит в том, что при  $x_2 = 0$  и  $y = 0$  выход через катушку вторичного реле  $Y$  подсоединяется к батарее. Выход  $Z$  устройства будет при этом находиться под напряжением батареи, что может быть недопустимо. Если это именно так, то для питания выхода нужно будет использовать отдельный контакт  $y$ .

Структура многотактных релейных устройств, анализ и синтез которых мы рассматривали выше, в общем виде может быть представлена так, как это изображено на рис. 12.20. Внешними узлами многотактного устройства являются входы  $X_1, X_2, \dots, X_m$  и выходы  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ . Входы непосредственно воздействуют на воспринимающие реле  $X_1, X_2, \dots, X_m$ . Неизвестное число вторичных реле  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  управляется с помощью цепей, которые содержат контакты как воспринимающих, так и вторичных реле. Цепи, образующие  $n$  выходов, содержат контакты так же как воспринимающих, так и вторичных реле. В некоторых случаях, как в рассмотренном примере, определенное число воспринимающих реле может быть исключено путем использования подачи на вход потенциала земли непосредственно. Однако в общем случае структура многотактного релейного устройства будет иметь вид, представленный на рис. 12.20. При синтезе этой структуры задаются только условия на входах и выходах, и поэтому центральной задачей является построение структуры контактных цепей возбуждения вторичных реле и контактных цепей выходов.



**Пример 12.2.**

Многотактное устройство имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и два соответствующих выхода  $Z_1$  и  $Z_2$ . Одновременно может изменяться только одна входная переменная, а потенциал земли может появляться только на одном выходе, а именно всякий раз, когда значение какой-либо входной переменной переходит от 0 к 1, на соответствующий выход подается потенциал земли, а с другого выхода снимается потенциал земли. Изменение значения любой входной переменной от 1 до 0 не вызывает каких-либо изменений на выходе.

Единственными разрешенными комбинациями значений выходных переменных являются комбинации 01 и 10. Можно легко показать, что любая из этих выходных комбинаций возможна при любой комбинации значений входных переменных и что каждый столбец первичной таблицы переходов должен поэтому содержать два устойчивых состояния. К столбцу 11 можно прийти от столбцов 01 или 10. Этим изменениям по условиям должны отвечать состояния выходов 10 и 01 соответственно. Поэтому столбец 11 должен содержать два устойчивых состояния.

	$x_1, x_2$				$Z$
	00	01	11	10	
<1>	3	-	8	01	
<2>	3	-	8	10	
1	<3>	6	-	01	
2	<4>	6	-	10	
-	3	<5>	7	01	
-	4	<6>	8	10	
1	-	5	<7>	01	
2	-	5	<8>	10	

Рис. 12.21. Первичная таблица переходов к примеру 12.2.

От любого из этих устойчивых состояний мы можем перейти к столбцу 01 или к столбцу 10. Так как при этом на выходе не должно быть изменений, то каждый из столбцов 01 и 10 должен содержать также два устойчивых состояния. Наконец, переходы от столбцов 01 и 10 к

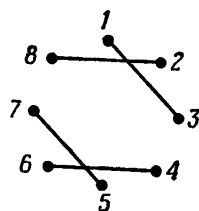


Рис. 12.22. Диаграмма объединений (пример 12.2).

столбцу 00 не должны вызывать каких-либо изменений на выходе. Поэтому для столбца 00 возможны обе выходные комбинации, т. е. он должен содержать также два устойчивых состояния.

Первичная таблица переходов с внесенными в нее устойчивыми состояниями, в соответствии с изложенными выше рассуждениями, приведена на рис. 12.21. Читателю предлагается проверить правиль-

ность заполнения в таблице неустойчивых состояний и прочеркнутых вхождений. При этом следует обращать особое внимание на то, чтобы неустойчивые состояния приводили к устойчивым состояниям, дающим значения выходных переменных, соответствующие заданным условиям работы устройства.

Из диаграммы объединений рис. 12.22 видно, что восемь строк первичной таблицы могут быть сведены к четырем; соответствующая таблица переходов дана на рис. 12.23 слева. На том же рисунке

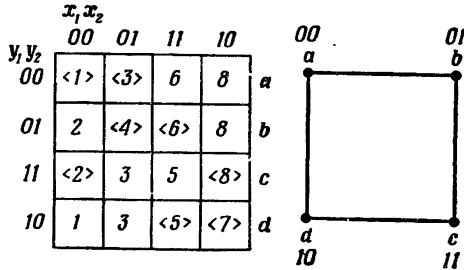


Рис. 12.23. Вторичная таблица переходов (слева) и диаграмма переходов с выбранными вторичными состояниями (справа) (пример 12.2).

справа приведена диаграмма переходов, показывающая изменения состояний вторичных реле при переходах от одной строки к другой с изменением только одной вторичной переменной.

Отметим прежде всего, что построение этой диаграммы полностью отвечает требованиям столбцов 00 и 11, поскольку в них имеются переходы только между строчками *a* и *b*, *c* и *d*. Нетрудно, однако, обнаружить, что она полностью удовлетворяет и требованиям столбцов 01 и 10 при условии осуществления единичных переходов. В столбце 01 состояние <3> в строке *a* может быть достигнуто непосредственным переходом от состояния 3 в строке *d* при изменении одной вторичной переменной. От состояния 3 в строке *c* можно перейти к состоянию <3> с помощью единичного перехода сначала к строке *d* и затем от строки *d* к строке *a*. Аналогичные переходы имеются и в столбце 10. Вторичные состояния, определенные с помощью диаграммы переходов, записаны в каждой строке матрицы переходов слева.

На рис. 12.24 показаны матрица возбуждения и матрица состояний выходов. Все вхождения в матрице возбуждения, определяемые устойчивыми состояниями таблицы переходов, соответствуют обозначениям строк, в которых они находятся. В столбцах 00 и 11 той же матрицы каждое из вхождений, соответствующих неустойчивым состояниям, характеризует условия возбуждения, которые приводят к условиям возбуждения для записанных в скобках вхождений

с теми же номерами. Однако в столбцах 01 и 10 только одно из неустойчивых состояний определяет те же условия возбуждения, что и соответствующее устойчивое состояние. Другое неустойчивое состояние при изменении одной переменной переходит к упомяну-

$y_1, y_2$	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
00	00	00	01	01
01	11	01	01	11
11	11	10	10	11
10	00	00	10	10

$Y_1, Y_2$

$y_1, y_2$	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
00	01	01	<u>01</u>	<u>01</u>
01	10	10	10	10
11	10	<u>10</u>	<u>10</u>	10
10	01	01	01	01

$Z_1, Z_2$

Рис. 12.24. Матрицы состояний вторичных реле и выходов для примера 12.2.

тому выше неустойчивому состоянию, от которого затем осуществляется переход к соответствующему устойчивому состоянию.

Составление выходной матрицы имеет в данном случае одну особенность. Как видно из первичной таблицы переходов рис. 12.21, все устойчивые состояния с нечетными номерами имеют состояние выходов, равное 01, а все устойчивые состояния с четными номерами—равное 10. Эти значения внесем в матрицу состояний выходов в первую очередь. Из вторичной таблицы переходов (рис. 12.23) видно, что некоторые переходы (от нечетного номера к нечетному номеру или от четного номера к четному номеру) не вызывают изменений состояний выходов. Это требует также определенных вхождений, которые записываются в матрице состояний выходов. Переходы для остальных неустойчивых состояний соответствуют изменениям состояний выходов. При заполнении соответствующих клеток матрицы можно либо сохранить на некоторое время то же самое состояние выходов, либо осуществить несколько раньше переход к новому состоянию выходов. В матрице рис. 12.24 соответствующие вхождения, характеризующие сделанный выбор, подчеркнуты. Легко заметить, что они приводят к упрощению структуры выходных цепей устройства.

Применяя рассмотренные в предыдущих главах методы синтеза одноконтурных устройств, получим структуру цепей вторичных реле и выходов, показанную на рис. 12.25. Структура устройства изображена на нем в соответствии с общей структурной схемой рис. 12.20. Однако из нее можно исключить реле  $X_1$ . Это видоизменение легко может быть выполнено читателем. Рекомендуется также проследить шаг за шагом, как действует устройство и как изменяется

состояние выходов, когда входные переменные изменяются в любой произвольной последовательности.

Одним из применений рассмотренных методов анализа и синтеза является упрощение уже существующих структур. Многие многотактные устройства вначале проектируются с учетом удовлетво-

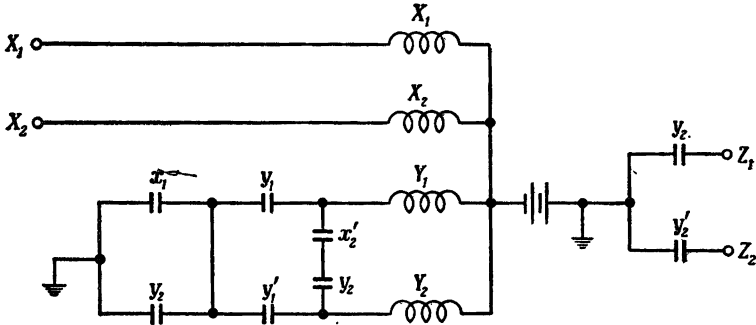


Рис. 12.25. Структура релейного устройства для примера 12.2.

ния какого-либо одного требования и затем усложняются введением новых реле и контактных цепей для удовлетворения дополнительных требований. Весьма вероятно, что таким образом спроектированные устройства могут иметь лишние реле и контакты. Следующий пример имеет целью показать, как метод комбинированного анализа и синтеза может быть использован для уменьшения сложности релейного устройства.

### Пример 12.3.

Структура рис. 12.26 используется в условиях, когда одновременное изменение обеих входных переменных не допускается. Требуется изменить структуру устройства так, чтобы при сохранении прежних условий для выходных цепей она была более экономичной.

Запишем вначале структурные формулы цепей вторичных реле и выходов:

$$Y_1 = x_1 x'_2 + x_1 y_2 + x'_2 y_1,$$

$$Y_2 = x'_1 x_2 + x'_1 y_1 + x_2 y_2,$$

$$Z_1 = x_1 y'_2 + x'_2 y_1,$$

$$Z_2 = x_2 y_2 + x'_1 y'_1.$$

Пользуясь полученными выражениями, составляем матрицы состояний вторичных реле и выходов (рис. 12.27). Первая из них

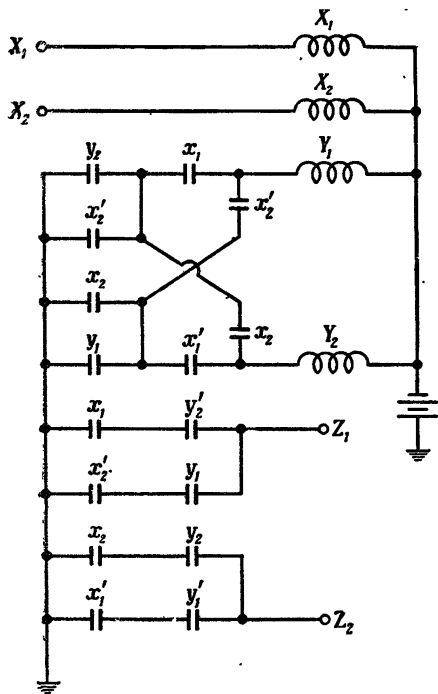


Рис. 12.26. Структура релейного устройства, подлежащая упрощению.

Рис. 12.27. Матрицы состояний вторичных реле и выходов для устройства рис. 12.26.

$y_1, y_2$		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
00	00	01	00	10	
01	00	01	11	10	
11	11	01	11	10	
10	11	01	00	10	

$Y_1, Y_2$

$y_1, y_2$		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
00	01	01	10	10	
01	01	01	01	00	
11	10	01	01	10	
10	10	00	10	10	

$Z_1, Z_2$

$y_1, y_2$	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
00	<1>	3	<2>	5
01	1	<3>	5	6
11	<4>	3	<5>	6
10	4	3	2	<6>

	$x_1, x_2$				$Z_1, Z_2$
	00	01	11	10	
<1>	3	-	6	01	
-	3	<2>	6	10	
1	<3>	5	-	01	
<4>	3	-	6	10	
-	3	<5>	6	01	
4	-	2	<6>	10	

Рис. 12.28. Матрица переходов (слева), сведенная к первичной таблице переходов (справа).

затем преобразуется в матрицу переходов, приведенную слева на рис. 12.28. Она имеет некоторые строки, содержащие более чем одно записанное в скобках вхождение; это свидетельствует о том,

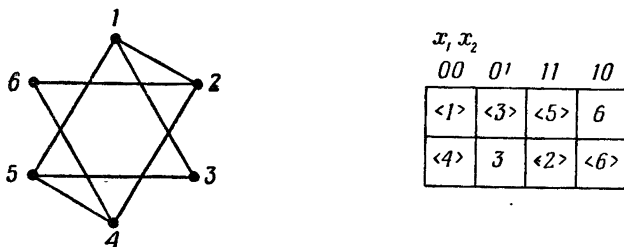


Рис. 12.29. Диаграмма объединений, указывающая, что таблица переходов может быть сведена к двум строкам.

что имели место объединения строк первичной матрицы. Следующий шаг состоит в «расчленении» матрицы переходов. Соответствующая первичная таблица переходов приведена справа на рис. 12.28. При ее получении следует вначале для каждого записанного в скобках

$x_1, x_2$				
$y$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	1	1

Y

$x_1, x_2$				
$y$	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0

Y

$x_1, x_2$				
$y$	00	01	11	10
0	01	01	01	01
1	10	10	10	10

$Z, Z_2$

$x_1, x_2$				
$y$	00	01	11	10
0	10	10	10	10
1	01	01	01	01

$Z, Z_2$

Рис. 12.30. Матрицы состояний вторичного реле и выходов для двух вариантов определений вторичных состояний.

вхождения выделить одну строку первичной таблицы переходов и проставить в столбце выходов соответствующие значения, заданные для записанных в скобках вхождений матрицы состояний выходов рис. 12.27. Затем в таблице делаются прочеркивания в местах, соответствующих двукратным изменениям входных переменных. Остальные вхождения заполняются номерами состояний без скобок, заданными в матрице переходов.

Теперь преобразуем первичную таблицу переходов в соответствии с обычной процедурой синтеза. Диаграмма объединений, приведенная на рис. 12.29, показывает, что объединением строк 1, 3, 5 и 2, 4, 6 первичной таблицы число их сокращается до двух. Полученная в результате этого вторичная таблица переходов показана справа на рис. 12.29. Матрицы состояний вторичного реле и выходов, соответствующие двум возможным вариантам определения состояний вторичных реле, приведены на рис. 12.30. Неиспользуемые состояния в матрице состояний выходов выбраны так, чтобы упростить структуру контактных цепей. На рис. 12.31 приведена соответствующая структура релейного устройства. Два реле из числа имеющихся в структуре рис. 12.26 исключены, а число контактов уменьшено с 16 (28 пружин) до 6 (10 пружин).

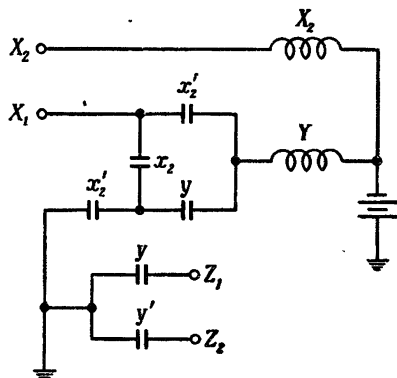


Рис. 12.31. Структура, эквивалентная структуре релейного устройства рис. 12. 26.

## § 12.5. Эквивалентные состояния

Как указывалось выше, при составлении первичной таблицы переходов для каждого входного состояния нужно определить число устойчивых состояний, которые требуются для представления всех возможных условий на выходе устройства. Чаще всего устойчивые состояния, принадлежащие данному столбцу, связаны с разными условиями на выходе, но бывают случаи, когда с одним и тем же условием на выходе связаны два устойчивых состояния, принадлежащих одному столбцу. Если таблица переходов составлена достаточно аккуратно, то эти состояния не представляют идентичных условий работы схемы, но возможно получение таблицы переходов, содержащей устойчивые состояния, которые дублируют друг друга. При проектировании структур сложных релейных устройств такие состояния могут легко встретиться, так как в тот момент, когда они появляются, еще не ясно, дублируют ли они друг друга. Они могут быть также результатом излишней предосторожности или ошибки. В схемах, рассчитанных другими методами, дублирующие, а значит, и лишние состояния могут появиться вследствие того, что очевидные признаки существования избыточности отсутствуют.

Независимо от того, как возникают эквивалентные состояния, они могут быть обнаружены при помощи определенного метода. Удаление эквивалентных состояний сразу же уменьшает число строк в первичной таблице переходов.

Рассмотрим вначале методику нахождения эквивалентных состояний на примере некоторой заданной структуры.

### Пример 12.4.

На рис. 12.32 приведена структура некоторого многотактного релейного устройства. Требуется составить матрицу возбуждения и матрицу выходов и по возможности упростить их. В работе уст-

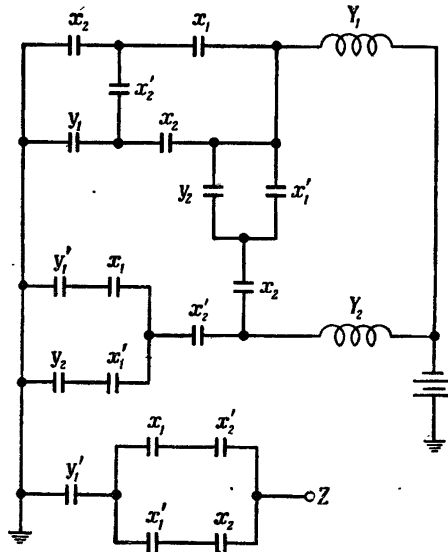


Рис. 12.32. Структура релейного устройства, анализируемая в примере 12.4.

ройства допускается одновременное изменение только одной входной переменной.

Структурные формулы вторичных реле и выхода имеют вид

$$Y_1 = x_1 x_2 + x_1 y_1 + x_2 y_1,$$

$$Y_2 = x_1 x_2' y_1' + x_1' x_2 y_1 + y_2 (x_1' x_2' + x_1 x_2 + x_2 y_1),$$

$$Z = y_1' (x_1 x_2' + x_1' x_2).$$



Соответствующие им матрицы состояний вторичных реле и выходов представлены на рис. 12.33. Матрица переходов приведена на рис. 12.34. Рассмотрение последней показывает, что каждая строка содержит два устойчивых состояния. При восстановлении первичной таблицы переходов слева на рис. 12.35 для каждого записанного в скобках вхождения выделена отдельная строка. Матрица

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	00	00	10	01
	01	01	00	11	01
	11	01	11	11	10
	10	00	11	10	10
		$y_1, y_2$			

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0
		,			

Рис. 12.33. Матрицы состояний вторичных реле и выходов (пример 12.4).

выходов использована для заполнения столбца  $Z$  первичной таблицы переходов. Нет нужды принимать в расчет те вхождения в матрице состояний выходов, которые связаны записанными без скобок вхождениями в таблице переходов, так как эти выходные значения в первичной таблице переходов не определяются и добавляются только для заполнения выходной матрицы. После внесения прочеркиваний, учитывающих неразрешенные изменения входных переменных, в первичной таблице проставляются записанные без скобок вхождения в соответствии с переходами, показанными в матрице переходов. Так, например, в матрице переходов рис. 12.34 первая строка содержит <1> и <3>. Это означает, что переход от состояния <1> при изменении входных переменных с 00 на 01 переводит устройство к состоянию <3> без какого-либо изменения состояний вторичных реле. Однако, когда мы возвратимся к первичной таблице переходов, записанные в скобках вхождения нужно расположить в отдельных строках. Поэтому мы должны добавить записанные без скобок вхождения, которые обеспечивают переходы от одних записанных в скобках вхождений к другим. Следовательно, в первичной таблице переходов на пересечении первой строки со столбцом 01 должно быть записанное без скобок вхождение 3,

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	<1>	<3>	6	7
	01	<2>	3	5	<7>
	11	2	<4>	<5>	8
	10	1	4	<6>	<8>

Рис. 12.34. Матрица переходов для релейного устройства рис. 12.32.

Рис. 12.35. Первичная таблица переходов для релейного устройства рис. 12.32. В скобках записаны вхождения, которые обеспечивают переходы от одних записанных в скобках вхождений к другим.

чтобы после изменения первичных переменных от 00 к 01 вторичные реле перешли к состоянию  $\langle 3 \rangle$ .

Отметим, что каждый столбец первичной таблицы переходов содержит два записанных в скобках вхождения. В столбце 01 этими вхождениями являются  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 4 \rangle$ . Состояния выхода, связанные с ними, равны соответственно 1 и 0. Так как значения выходов для

одной и той же входной комбинации различны, то эти вхождения должны представлять собой два

$x_1, x_2$					
00	01	11	10		Z
$\langle 1 \rangle$	3	-	7		0
$\langle 2 \rangle$	3	-	7		0
1	$\langle 3 \rangle$	6	-		1
2	$\langle 4 \rangle$	5	-		0
-	4	$\langle 5 \rangle$	8		0
-	4	$\langle 6 \rangle$	8		0
2	-	5	$\langle 7 \rangle$		1
1	-	6	$\langle 8 \rangle$		0

$x_1, x_2$					
00	01	11	10		Z
$\langle 1 \rangle$	3	-	7		0
1	$\langle 3 \rangle$	5	-		1
1	$\langle 4 \rangle$	5	-		0
-	4	$\langle 5 \rangle$	8		0
1	-	5	$\langle 7 \rangle$		1
1	-	5	$\langle 8 \rangle$		0

Рис. 12.35. Сокращенная первичная таблица переходов (справа), полученная из левой таблицы переходов путем удаления эквивалентных состояний.

совершенно различных состояния устройства. Аналогичное положение имеет место в столбце 10, где для вхождений  $\langle 7 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$  значения выходов равны соответственно 1 и 0.

В столбце 00 два записанных в скобках вхождения суть  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 2 \rangle$ . Выход в обоих случаях равен 0. Это не является обязательно неправильным, так как может случиться, что после ряда дальнейших изменений входных переменных состояния  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 2 \rangle$  приведут к устойчивым состояниям, для которых выходы различны. Исследуем этот вопрос непосредственно с помощью рассмотрения всех возможных последовательностей, начинающихся с вхождений  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 2 \rangle$ .

Если мы изменим состояния входов от 00 к 01, то независимо от того, с какого вхождения мы начали: с  $\langle 1 \rangle$  или с  $\langle 2 \rangle$ , мы придем к вхождению  $\langle 3 \rangle$ . Если мы изменим входы от 00 к 10, то, отправляясь от любого из указанных вхождений, мы достигнем вхождения  $\langle 7 \rangle$ . Так как эти изменения входов являются единственно возможными, то очевидно, что последовательность, начинающаяся с  $\langle 1 \rangle$ , с точки зрения чередований состояний на входах и выходах не отличается от последовательности, начинающейся с  $\langle 2 \rangle$ . Таким же образом

можно обнаружить, что и оба вхождения  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  в столбце 11 ведут к идентичным состояниям выхода при всех возможных изменениях первичных переменных.

Отсюда можно заключить, что состояния  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 2 \rangle$ , а также и состояния  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  являются эквивалентными друг другу и в каж-

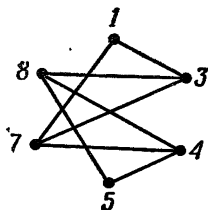


Рис. 12.36. Диаграмма объединений сокращенной первичной таблицы переходов.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$\langle 1 \rangle$	$\langle 3 \rangle$	5	$\langle 7 \rangle$		
7	$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$	$\langle 8 \rangle$		

Рис. 12.37. Вторичная таблица переходов (пример 12.4).

дой паре одно из них является в первичной таблице переходов лишним. Исключим в каждой паре вхождение с бóльшим номером, заменив вхождения  $\langle 2 \rangle$  и 2 вхождениями  $\langle 1 \rangle$  и 1, а вхождения  $\langle 6 \rangle$  и 6 вхождениями  $\langle 5 \rangle$  и 5. После этих изменений вторая строка в первичной таблице переходов становится одинаковой с первой и может быть исключена. Подобным образом исключается и шестая строка. Количество строк в таблице уменьшается до шести, и мы приходим к варианту первичной таблицы переходов, показанному справа на рис. 12.35.

Обратим внимание на разницу между этим новым процессом исключения строк и рассмотренным ранее процессом объединения их. Когда состояния эквивалентны, уменьшается общее число состояний и требуется меньше строк в *первичной таблице переходов*. Объединение уменьшает число строк во *вторичной таблице переходов*, но не уменьшает числа состояний. После объединения строк различие между состояниями достигается с помощью изменения первичных переменных, состояние же вторичных реле остается неизменным.

Продолжая рассмотрение примера, построим для сокращенной первичной таблицы переходов диаграмму объединений, показанную на рис. 12.36. Из нее очевидно, что могут быть объединены строки, содержащие устойчивые состояния (1, 3, 7), и строки, содержащие устойчивые состояния (4, 5, 8). В результате получаем двухстрочную вторичную таблицу переходов, показанную на рис. 12.37. Необходимо одно вторичное реле, и для его состояний возможны два определения, которые приводят к матрицам состояний вторичных реле и выхода, показанным слева и справа на рис. 12.38.

Случай, рассмотренный в этом примере, чрезвычайно прост. Эквивалентность двух пар состояний была установлена при помощи

элементарных рассуждений. В общем случае, однако, существование эквивалентных состояний совсем не является таким очевидным. Если таблица переходов содержит большую избыточность, то понадобится ряд шагов, чтобы сделать необходимую проверку. Прежде чем показывать это на примере, подытожим здесь условия, которые должны иметь место, чтобы два состояния можно было назвать эквивалентными.

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0	0	0	1	0	
1	0	1	1	1	
		$Y$			

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	
		$Y'$			

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0	0	1	0	1	
1	0	0	0	0	
		$Z$			

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0	0	0	0	0	
1	0	1	0	1	
		$Z$			

Рис. 12.38. Разные варианты матриц состояний вторичного реле и выхода, полученные из вторичной таблицы переходов.

Для первичной таблицы переходов два устойчивых состояния являются эквивалентными, если

- а) их входные состояния одни и те же,
- б) их выходные состояния одни и те же и если

в) любой последовательности входных состояний соответствует одна и та же последовательность выходных состояний независимо от того, какое устойчивое состояние использовано в качестве отправного.

Говоря другими словами, если два устойчивых состояния находятся в одном и том же столбце первичной таблицы переходов (одно и то же состояние входов) и связаны с одними и теми же состояниями выходов, то они могут рассматриваться как эквивалентные, если не существует входной последовательности, для которой выходная последовательность, получающаяся при отправлении из одного устойчивого состояния, отличается от выходной последовательности, получающейся при отправлении из другого устойчивого состояния.

### Пример 12.5.

Некоторая гипотетическая первичная таблица переходов приведена на рис. 12.39 слева. Ее нужно проверить на наличие эквивалентных состояний, и лишние состояния удалить.

В первом столбце имеется четыре устойчивых состояния, из которых три имеют один и тот же выход, равный 01. Проверим вначале, не являются ли эквивалентными состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ . При проверке удобно пользоваться диаграммой переходов рис. 12.40.

$x_1, x_2$					$x_1, x_2$				
00	01	11	10	$Z_1, Z_2$	00	01	11	10	$Z_1, Z_2$
$\langle 1 \rangle$	7	9	4	11	$\langle 1 \rangle$	7	9	4	11
$\langle 2 \rangle$	5	3	4	01	$\langle 2 \rangle$	5	3	4	01
1	7	$\langle 3 \rangle$	11	10	1	7	$\langle 3 \rangle$	4	10
2	-	3	$\langle 4 \rangle$	00	2	-	3	$\langle 4 \rangle$	00
6	$\langle 5 \rangle$	9	-	11	2	$\langle 5 \rangle$	9	-	11
$\langle 6 \rangle$	5	3	11	01	1	$\langle 7 \rangle$	14	-	10
7	$\langle 7 \rangle$	14	-	10	1	7	$\langle 9 \rangle$	13	01
$\langle 8 \rangle$	12	3	4	01	2	-	14	$\langle 13 \rangle$	11
1	7	$\langle 9 \rangle$	13	01	2	5	$\langle 14 \rangle$	4	00
1	7	$\langle 10 \rangle$	4	10					
8	-	10	$\langle 11 \rangle$	00					
6	$\langle 12 \rangle$	9	-	11					
8	-	14	$\langle 13 \rangle$	11					
2	12	$\langle 14 \rangle$	11	00					

Рис. 12.39. Таблица переходов и ее сокращенная форма после удаления эквивалентных состояний.

Начнем с устойчивых состояний  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ , указанных на рис. 12.40 слева. Принимая каждое из этих состояний за отправное, заметим, что изменение состояния входов от 00 к 11 приводит к одному и тому же состоянию  $\langle 3 \rangle$ , а изменение их от 00 к 01 — к одному и тому же состоянию  $\langle 5 \rangle$ . Эти переходы показаны на диаграмме пунктирными стрелками. Сплошные стрелки показывают переходы от состояния  $\langle 2 \rangle$  к состоянию  $\langle 4 \rangle$  и от состояния  $\langle 6 \rangle$  к состоянию  $\langle 11 \rangle$  при изменении входов от 00 и 10. Состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  будут, таким образом, эквивалентны, если эквивалентны состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$ .

Оба состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$  находятся в столбце 10, и оба связаны с выходом, равным 00. Проверая дальнейшие переходы, мы найдем, что состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$  ведут к состояниям  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  в столбце 11 и к состояниям  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$  в столбце 00. Отсюда следует, что состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$  будут эквивалентны, если эквивалентны попарно состояния  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  и состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$ .

Отложим на время рассмотрение вопроса об эквивалентности состояний  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  и определим, не эквивалентны ли состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$ , находящиеся в том же столбце 00, что и состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ , с которых мы начали. Оба они связаны с выходом, равным 01. Изменение состояний входов от 00 к 11 приводит от обоих этих состояний к одному и тому же состоянию  $\langle 3 \rangle$ , а изменение входов от 00 к 10 приводит в обоих случаях к одному и тому же состоянию  $\langle 4 \rangle$ . Эти переходы на рис. 12.40 показаны опять пунктирными линиями. Однако третье возможное изменение входов ведет от состояний  $\langle 2 \rangle$

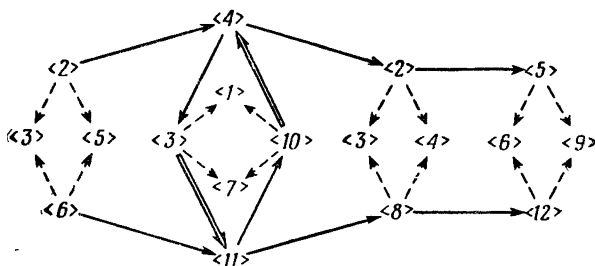


Рис. 12.40. Эквивалентные состояния в таблице переходов рис. 12.39.

и  $\langle 8 \rangle$  к состояниям  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$ . Необходимо поэтому определить, являются ли состояния  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$  эквивалентными.

Оба состояния  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$  находятся в столбце 01, оба связаны с выходом, равным 11. От обоих этих состояний одно разрешенное изменение состояния входов ведет к одному и тому же состоянию  $\langle 6 \rangle$ , а другое — к одному и тому же состоянию  $\langle 9 \rangle$ . Таким образом, состояния  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$  удовлетворяют условиям эквивалентности.

Так как состояния  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$  эквивалентны, то все изменения входов, начинающиеся от состояний  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$ , приводят к одинаковым последовательностям. Состояния  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$  поэтому также эквивалентны. Это в свою очередь удовлетворяет одному из условий эквивалентности состояний  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$ . Остается лишь определить, являются ли эквивалентными состояния  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$ .

Обращаясь к рис. 12.40, мы видим, что пунктирные линии ведут от состояний  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  к одним и тем же состояниям  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 7 \rangle$ , что частично удовлетворяет требованию эквивалентности. Кроме того, мы находим, что при изменении входов от 11 к 10 состояние  $\langle 3 \rangle$  приводит к состоянию  $\langle 11 \rangle$ , а состояние  $\langle 10 \rangle$  — к состоянию  $\langle 4 \rangle$ . Таким образом, состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$  эквивалентны, если состояния  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  эквивалентны, и, наоборот, состояния  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  эквивалентны, если состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 11 \rangle$  эквивалентны. Если теперь рассмотреть изменения состояний выходов при любых последовательностях, включающих эти состояния, то мы найдем, что поведение

устройства будет одним и тем же, если эти состояния не эквивалентны и если они эквивалентны. Таким образом, очевидно, что состояние  $\langle 3 \rangle$  эквивалентно состоянию  $\langle 10 \rangle$ , а состояние  $\langle 4 \rangle$  эквивалентно состоянию  $\langle 11 \rangle$ . Это удовлетворяет последнему условию для эквивалентности состояний  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ .

Удаление избыточности в таблице переходов заключается в замене номера одного члена эквивалентной пары на номер другого члена. В рассматриваемом случае оставим в каждой паре член с меньшим номером. В левой таблице переходов рис. 12.39 заменим поэтому повсюду номер 6 номером 2, номер 11 номером 4, номер 10 номером 3, номер 8 номером 2 и номер 12 номером 5. После осуществления такой замены некоторые из строк (в нашем случае пять) в точности будут дублировать другие строки и могут быть удалены. Окончательная таблица переходов показана справа на рис. 12.39. Эта таблица получается в первичной форме, при которой в каждой строке имеется всего одно записанное в скобках вхождение. Описанный процесс удаляет лишь лишние строки, но не объединяет какие-либо из них.

Заметим, что в рассмотренном примере процесс сравнения можно было бы начать с любой пары и получить те же результаты. Например, если бы начать его с вхождений  $\langle 5 \rangle$  и  $\langle 12 \rangle$  и проделать сравнения, указанные на рис. 12.40, в обратном порядке, то можно было бы ответить на все вопросы об эквивалентностях сразу, не откладывая получения ответов на большинство из них на конец рассуждений.

Если сокращенная первичная таблица переходов, которую мы получили путем удаления эквивалентных состояний, не зависит от порядка, в котором исключались лишние состояния, то такая таблица переходов является единственной. В таблице переходов рис. 12.39 для любой пары устойчивых состояний в любом столбце разрешенные изменения состояний входов являются идентичными. Эти изменения могут отличаться от столбца к столбцу номером или типом, но это не имеет значения, так как сравниваются только пары состояний, принадлежащих одному и тому же столбцу. Разрешенные изменения состояний входов фиксированы для любой данной отправной точки. При этих условиях безразлично, в каком порядке делаются сравнения между состояниями.

Рассмотрим, например, три состояния, представленные строками таблицы рис. 12.41. Независимо от того, в каком порядке мы сравниваем устойчивые состояния  $\langle a \rangle$ ,  $\langle b \rangle$  и  $\langle c \rangle$ , мы должны заключить, что все три состояния попарно эквивалентны, и поэтому любые

$x_1, x_2$					
00	01	11	10		z
$\langle a \rangle$	d	-	e		1
$\langle b \rangle$	d	-	e		1
$\langle c \rangle$	d	-	e		1

Рис. 12.41. Набор эквивалентных состояний, который приводит к единственному варианту сокращения.

два из них могут быть исключены как лишние. Здесь важно то, что для всех строк разрешенными переходами являются переходы от общего входного состояния 00 только к состояниям 01 или 10.

В противоположность этому на рис. 12.42 слева показана часть таблицы переходов, в которой два устойчивых состояния соответствуют одному и тому же состоянию входов и выходов, но первичные переходы для этих состояний не одни и те же. Изменение пер-

$x_1, x_2$		00	01	11	10	Z
$\langle a \rangle$	d	f	-	1		
$\langle b \rangle$	-	f	e	1		

$x_1, x_2$		00	01	11	10	Z
$\langle a \rangle$	d	f	e	1		

Рис. 12.42. Сокращение псевдоэквивалентных состояний.

вичных переменных от столбца 00 к столбцу 11 приводит от каждого устойчивого состояния к одному и тому же состоянию  $\langle f \rangle$ , но одна строка имеет прочеркнутое вхождение в столбце 01, а другая имеет прочеркивание в столбце 10. Эквивалентность такого типа Хаффман называет *псевдоэквивалентностью*. Пусть устойчивое состояние

$x_1, x_2$		00	01	11	10	Z
$\langle a \rangle$	d	f	-	1		
$\langle b \rangle$	-	f	e	1		
$\langle c \rangle$	g	-	e	1		

$x_1, x_2$		00	01	11	10	Z
$\langle a \rangle$	d	f	e	1		
$\langle c \rangle$	g	-	e	1		

$x_1, x_2$		00	01	11	10	Z
$\langle a \rangle$	d	f	-	1		
$\langle c \rangle$	g	f	e	1		

Рис. 12.43. Два возможных сокращения псевдоэквивалентных состояний.

$\langle a \rangle$  эквивалентно состоянию  $\langle b \rangle$ . Если мы заменим  $\langle b \rangle$  на  $\langle a \rangle$ , то строки могут быть *объединены*, как показано справа на рис. 12.42. Полученная в результате объединения одна строка описывает точно такое же действие устройства, как и две исходные строки. Однако здесь число строк уменьшено не путем удаления лишней строки, а путем процесса, при котором мы вначале определяем псевдоэквивалентность, а затем объединяем строки, содержащие эквивалентные устойчивые состояния.



Может показаться, что при построении таблицы переходов не было особого смысла представлять строки, которые сокращены подобным образом, в виде отдельных строк. Из рис. 12.43 можно увидеть, почему эти строки вначале могли быть представлены отдельно. В левой таблице рис. 12.43 переписаны строки, имеющиеся в таблице рис. 12.42, и к ним добавлена третья строка, в которой устойчивое состояние  $\langle c \rangle$  имеет те же входы и выходы, какие имеют состояния  $\langle a \rangle$  и  $\langle b \rangle$ . Мы видим, что псевдэквивалентность имеется между состояниями  $\langle a \rangle$  и  $\langle b \rangle$ , а также между состояниями  $\langle b \rangle$  и  $\langle c \rangle$ . В верхней правой таблице рис. 12.43 объединены строки  $\langle a \rangle$  и  $\langle b \rangle$  так же, как и прежде. Однако после этого третья строка уже не будет удовлетворять условиям эквивалентности. В нижней правой таблице объединены строки  $\langle b \rangle$  и  $\langle c \rangle$ , но при этом строка  $\langle a \rangle$ , очевидно, не сможет быть присоединена к ним. Само собой разумеется, что если при этом состояния  $d$  и  $g$  приводят к эквивалентным устойчивым состояниям, то число строк в обеих полученных таблицах сокращается до одной.

Рассмотренные примеры указывают на то, что если допустимые изменения состояний входов для данного столбца не одни и те же для каждого устойчивого вхождения, имеющегося в этом столбце, то сокращенная таблица переходов не обязательно будет единственной. Ее форма будет зависеть от порядка, в котором комбинируются эквивалентные состояния.

Ограничения в изменениях состояний входов могут возникнуть вследствие ограниченности свободы действия механизмов или людей, оказывающих воздействия на входы релейного устройства, или же в связи с тем, что эти воздействия подаются с выходов какого-либо другого многотактного релейного устройства.

### Пример 12.6.

Первичную таблицу переходов рис. 12.44 нужно сократить путем устранения эквивалентных состояний и последующего объединения строк.

В столбце 10 состояния  $\langle 7 \rangle$  и  $\langle 10 \rangle$  имеют различные выходы и поэтому не могут быть эквивалентными. В столбце 01 состояния  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 9 \rangle$  также имеют разные выходы и не могут быть эквивалентными. В столбце 11 состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 5 \rangle$  имеют одинаковые выходы, но они приводят к состояниям  $\langle 9 \rangle$  и  $\langle 3 \rangle$  соответственно. Так как эти состояния не эквивалентны друг другу, то состояния  $\langle 4 \rangle$  и  $\langle 5 \rangle$  также не могут быть эквивалентными.

В столбце 00 состояния  $\langle 1 \rangle$ ,  $\langle 2 \rangle$ ,  $\langle 6 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$  имеют одни и те же выходы. Сравнение их друг с другом показывает, что имеется псевдэквивалентность между  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ , между  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$  и между  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$ . Если мы вначале объединим  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 6 \rangle$ , то затем можно будет объединить  $\langle 2 \rangle$  и  $\langle 8 \rangle$ . В результате этих объединений получится

таблица переходов рис. 12.45, а. Однако если вначале объединить <2> и <6>, то дальнейшие объединения будут невозможны. Окончательная таблица переходов будет при этом иметь вид, представленный на рис. 12.45, б.

Диаграммы объединений, относящиеся к указанным таблицам, приведены на рис. 12.46, а и 12.46, б. Первая из них указывает, что строки первичной таблицы переходов в соответствии с нумерацией устойчивых состояний могут быть объединены в четыре группы (1), (2, 3, 10), (4, 7, 9) и

$x_1, x_2$		$Z_1, Z_2$			
00	01	11	10		
<1>	-	4	7	10	
<2>	3	5	-	10	
8	<3>	5	-	11	
-	9	<4>	7	01	
-	3	<5>	7	01	
<6>	3	-	7	10	
1	-	4	<7>	00	
<8>	-	5	10	10	
6	<9>	4	-	00	
2	-	5	<10>	11	

Рис. 12.44. Таблица переходов, подлежащая проверке на наличие избыточных состояний.

$x_1, x_2$		$Z_1, Z_2$			
00	01	11	10		
<1>	3	4	7	10	
<2>	3	5	10	10	
2	<3>	5	-	11	
-	9	<4>	7	01	
-	3	<5>	7	01	
1	-	4	<7>	00	
1	<9>	4	-	00	
2	-	5	<10>	01	

а

$x_1, x_2$		$Z_1, Z_2$			
00	01	11	10		
<1>	-	4	7	10	
<2>	3	5	7	10	
8	<3>	5	-	11	
-	9	<4>	7	01	
-	3	<5>	7	01	
1	-	4	<7>	00	
<8>	-	5	10	10	
2	<9>	4	-	00	
2	-	5	<10>	11	

б

Рис. 12.45. Два варианта первичных таблиц переходов, не содержащих избыточных состояний; получены из таблицы рис. 12.44.

(5). Диаграмма объединений рис. 12.46, б показывает, что при меньшем сокращении строк в связи с их эквивалентностью уменьшается и возможное число объединений строк в первичной таблице переходов. Как можно видеть из этой диаграммы объединений, возможны два варианта пятистрочных объединений, а именно один, содержащий группы строк (1, 4, 7), (2, 5), (3, 8), (9), (10), и другой, содержащий группы строк (1, 7), (2, 5), (3, 8), (4, 9), (10).

Первичная таблица переходов, не содержащая эквивалентных состояний, еще не обязательно приводит к единственной вторичной таблице переходов. Если в первичной таблице нет прочеркнутых вхождений, то любые две строки, которые объединяются, должны содержать идентичные номера, записанные в скобках или без скобок. Все объединения такого рода дают единственное решение. Если,

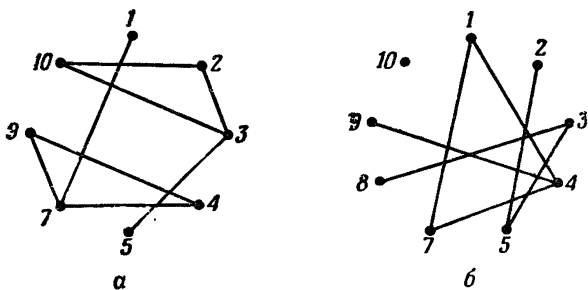


Рис. 12.46. Диаграммы объединений для таблиц переходов рис. 12.45.

$x_1, x_2$	00	01	11	10	$Z_1, Z_2$
<1>	4	—	6	01	01
<2>	7	—	8	10	10
—	7	<3>	6	01	01
1	<4>	5	—	00	00
—	4	<5>	8	10	10
1	—	3	<6>	00	00
2	<7>	3	—	11	11
2	—	5	<8>	11	11

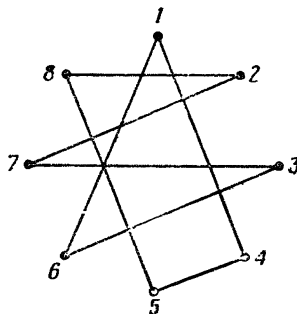


Рис. 12.47. Таблица переходов и ее диаграмма объединений.

$x_1, x_2$	00	01	11	10
<1>	<4>	5	6	
<2>	<7>	3	8	
1	7	<3>	<6>	
2	4	<5>	<8>	

$x_1, x_2$	00	01	11	10
<1>	4	3	<6>	
<2>	7	5	<8>	
2	<7>	<3>	6	
1	<4>	<5>	8	

Рис. 12.48. Две вторичные таблицы переходов, полученные из первичной таблицы переходов рис. 12.47.

однако, на изменения состояний входов наложены определенные ограничения, т. е. в таблице переходов имеются прочеркнутые вхождения, то может быть несколько вариантов вторичной таблицы переходов.

Рассмотрим, например, таблицу переходов и соответствующую диаграмму объединений, приведенные на рис. 12.47. Из диаграммы объединений видно, что можно объединить строки или в группы (1, 4), (5, 8), (2, 7), (3, 6), или в группы (1, 6), (3, 7), (2, 8), (4, 5). Вторичные таблицы переходов, соответствующие этим вариантам объединения строк, приведены на рис. 12.48 слева и справа.

### § 12.6. Матрица состояний выходов

Если матрица переходов многотактного устройства уже составлена, то размеры матрицы состояний выходов, а также некоторые ее вхождения становятся фиксированными. Это происходит потому, что столбцы и строки этой матрицы определяются теми же входными и вторичными переменными, что и столбцы и строки матрицы переходов, а состояния выходов, соответствующие записанным в скобках вхождениям матрицы переходов, заданы первичной таблицей переходов. Для окончательного построения матрицы выходов нужно лишь заполнить места, которые соответствуют записанным без скобок вхождениям матрицы переходов.

При заполнении матрицы выходов встречается ряд ограничений. Степень ограничений зависит как от заданных изменений состояний выходов, так и от некоторых дополнительных условий, которые оговариваются заранее.

Одно общее условие относится к построению структур выходных цепей почти во всех случаях. Оно заключается в том, что при переходе многотактного устройства от одного устойчивого состояния с данным выходом к другому устойчивому состоянию с другим выходом не должно появляться кратковременных неправильных состояний выходов. Например, если состояние выходов было 00 до изменения и стало 11 после изменения состояния, то при переходе не должны возникать даже на короткое время состояния выходов 01 или 10. Рассмотрим, например, изменение состояний выходов, представленное переходом  $\langle a \rangle \rightarrow b \rightarrow \langle b \rangle$ , где состояния  $\langle a \rangle$  и  $\langle b \rangle$  относятся к разным столбцам. Пусть выходы, связанные с  $\langle a \rangle$  и  $\langle b \rangle$ , равны 00 и 11 соответственно. Предположим, что структура выходных цепей может быть получена более простой, если состояние выходов, соответствующее записанному без скобок вхождению  $b$ , положить равным 01. При этом вместо выходной последовательности 00  $\rightarrow$  11 будет реализована последовательность 00  $\rightarrow$  01  $\rightarrow$  11. Это и есть те условия, которые вызывают появление кратковременного ложного состояния на выходе. Оно не является результатом разницы во временах срабатывания реле, а как бы «встроено» в струк-

туру выходных цепей. Это явление будет подробнее рассмотрено в § 12.7. Отметим, что ложные состояния имеют малую длительность и ими часто можно пренебречь. В некоторых случаях можно не принимать мер против появления кратковременных ложных состояний выходов в связи с условиями работы других цепей. Например, принятие таких мер не будет оправдано, если постоянная времени устройств, на которые воздействуют выходы, достаточно велика по сравнению с продолжительностью появления ложного состояния на выходе. Однако следует подчеркнуть, что никогда не существует какой-либо *необходимости* в допущении ложных состояний на выходе.

Обычно при заполнении клеток выходной матрицы, соответствующих неустойчивым вхождением в матрице переходов, допускается большая или меньшая свобода выбора. Этот выбор обычно делается на основе одного из следующих общих требований:

а) структура выходных цепей должна быть возможно более простой;

б) все изменения состояний выходов должны осуществляться как можно скорее;

в) все изменения состояний выходов должны осуществляться как можно позднее;

г) скорость появления каждого из состояний выходов задается отдельно;

д) для некоторых состояний выходов скорость появления их задается, а для всех остальных состояний она не имеет значения, и поэтому соответствующие вхождения в матрице выбираются из условий получения наиболее простой структуры.

Мы покажем, как удовлетворяются некоторые из этих требований, на приведенных ниже примерах. В основу всех примеров положена матрица переходов рис. 12.49. Различными будут лишь определения выходных состояний, соответствующих устойчивым вхождениям. Во всех примерах будет сделан упор на предотвращение появления кратковременных ложных состояний на выходах схемы.

		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	<1>	3	<5>	8
	01	2	<3>	5	<7>
	11	<2>	4	<6>	7
	10	1	<4>	6	<8>

Рис. 12.49. Матрица переходов, используемая для иллюстрации получения различных матриц состояний выходов.

### Пример 12.7.

На рис. 12.50,а показана не полностью заполненная матрица, содержащая состояния выходов, соответствующие записанным в скобках вхождениям матрицы рис. 12.49. Оставшиеся клетки нужно заполнить, не налагая каких-либо ограничений, за исклю-

чением того, что кратковременные ложные сигналы на выходе не должны появляться.

В первой строке матрицы переходов записанное без скобок вхождение 3 может быть достигнуто или от вхождения  $\langle 1 \rangle$ , или от вхождения  $\langle 5 \rangle$ . Переход от устойчивого состояния, представленного вхождением  $\langle 1 \rangle$ , к устойчивому состоянию, представленному вхождением  $\langle 3 \rangle$ , требует изменения состояния выходов от 00 к 10, что потребует изменения значения только переменной  $Z_1$ . При переходе от  $\langle 5 \rangle$  к  $\langle 3 \rangle$  состояние выходов изменяется от 11 к 10, что требует изменения значения переменной  $Z_2$ . Если выбрать состояние выходов, соответствующее записанному без скобок вхождению 3,

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	00		11	
	01		10		01
	11	00		11	
	10		01		10

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	00	10	11	10
	01	00	10	11	01
	11	00	01	11	01
	10	00	01	11	10

б

Рис. 12.50. Матрица состояний выходов, в которую нельзя ввести произвольные вхождения.

равным 00, то это было бы удобным для перехода от  $\langle 1 \rangle$  к  $\langle 3 \rangle$ , но давало бы ложное состояние выходов для перехода от  $\langle 5 \rangle$  к  $\langle 3 \rangle$ . Аналогично этому вхождение 11 будет удобным для перехода от  $\langle 5 \rangle$  к  $\langle 3 \rangle$ , но будет давать ложное состояние выходов при переходе от  $\langle 1 \rangle$  к  $\langle 3 \rangle$ . Единственное вхождение, при котором отсутствует ложное состояние, равно 10, и оно сделано в матрице рис. 12.50, б.

Рассмотрение остальных незаполненных клеток в матрице рис. 12.50, а показывает, что для избежания ложных состояний выходов нужно в любом месте внести значения выходов, соответствующие тому состоянию, к которому стремится система. Этот пример поэтому является таким, в котором нет абсолютно никакой свободы выбора. Отметим также, что в данном случае изменение состояния выходов осуществляется сразу же, как только изменяется состояние входов и не зависит от времени, требуемого для изменения состояния вторичных реле.

### Пример 12.8.

На рис. 12.51,а приведен несколько другой набор состояний выходов для устойчивых состояний матрицы рис. 12.49. Требуется заполнить матрицу выходов таким образом, чтобы структура выходных цепей была по возможности более простой.

Заметим, что для каждой строки состояния выходов, соответствующие устойчивым состояниям, одинаковы. Поэтому любое вхождение, которое удовлетворяет переходу от одного из этих состояний, удовлетворит переходу и от другого. На рис. 12.51,б проставлены вхождения, которые приводят к минимальной струк-

	$x, x_2$			
$y, y_2$	00	01	11	10
00	00		00	
01		10		10
11	00		00	
10		01		01

а

	$x, x_2$			
$y, y_2$	00	01	11	10
00	00	00	00	00
01	10	10	10	10
11	00	00	00	00
10	01	01	01	01

б

Рис. 12.51. Матрица состояний выходов, удовлетворяющая условиям получения наиболее простой структуры выходных цепей и наиболее позднего появления новых состояний выходов.

туре выходных цепей. Нетрудно заметить, что они удовлетворяют также условию получения для каждого перехода наиболее позднего появления нового состояния выходов.

**Пример 12.9.**

Для набора требуемых состояний выходов, приведенного на рис. 12.52,а, нужно сравнить структуры выходных цепей, из которых одна получена для условий наиболее быстрого появления

	$x, x_2$			
$y, y_2$	00	01	11	10
00	11		11	
01		10		10
11	00		00	
10		01		01

а

	$x, x_2$			
$y, y_2$	00	01	11	10
00	11	10	11	01
01	00	10	11	10
11	00	01	00	10
10	11	01	00	01

б

	$x, x_2$			
$y, y_2$	00	01	11	10
00	11	1-	11	-1
01	-0	10	1-	10
11	00	0-	00	-0
10	-1	01	0-	01

в

Рис. 12.52. Матрицы состояний выходов, показывающие, что разные задачи синтеза могут потребовать совершенно различных решений.

изменений состояний выходов, а другая—для условий, при которых неиспользуемые вхождения выбраны с целью упрощения структуры выходных цепей.

Изменения выходных состояний происходят наиболее быстро, когда в клетках матрицы выходов в тех местах, которые соответствуют записанным без скобок вхождением матрицы переходов, проставляются состояния выходов, соответствующие записанным в скобках вхождениям с теми же номерами. Результирующая матрица состояний выходов, составленная с учетом этих условий, приведена на рис. 12.52,б. Структурные формулы выходных цепей, полученные на основании этой матрицы, будут иметь вид

$$Z_1 = x_2 y'_1 + x'_1 x_2 y'_2 + x_1 x'_2 y_2,$$

$$Z_2 = x'_2 y'_2 + x_1 x_2 y'_1 + x'_1 x_2 y_1.$$

Матрица выходных состояний для условий, когда выбор выходных состояний для записанных без скобок вхождений ничем не ограничен, приведена на рис. 12.52, в. Рассмотрим для примера переход от состояния <1> или от состояния <5> к состоянию <3>. Состояние выходов для <1> и <5> равно 11, а для состояния <3> равно 10. Единственный выход, который претерпевает изменение, — это  $Z_2$ , и так как это изменение может произойти до или после изменения вторичных реле, то состояние выходов, соответствующее записанному без скобок вхождению 3, может быть равно как 11, так и 10, т. е. может быть принято равным 1. Аналогичные вхождения найдены и для всех других клеток, соответствующих записанным без скобок вхождениям матрицы переходов. Если, как это имеет место в рассмотренном примере, выбор состояний выходов произведен наиболее удачно, то структура выходных цепей получается наиболее простой. В частности, в рассматриваемом случае структурные формулы выходных цепей будут иметь вид  $Z_1 = y'_1$  и  $Z_2 = y'_2$ . Отметим, что выбор состояний выходов, сделанный для получения этих формул, таков, что изменение выходных состояний наступает наибольшим запаздыванием.

### Пример 12.10.

Состояния выходов, проставленные в матрице рис. 12.53,а, соответствуют устойчивым вхождениям матрицы рис. 12.49. Требуется заполнить матрицу состояний выходов так, чтобы могла быть реализована наиболее экономичная структура выходных цепей.

В заполненной матрице рис. 12.53,б во всех клетках, за исключением тех, которые отвечают записанным без скобок вхождениям 3 и 8 матрицы переходов рис. 12.49, необходимость предотвращения ложных состояний выходов заставляет проставлять полные вхождения, соответствующие устойчивым состояниям. Выход для записанного без скобок вхождения 3 содержит произвольное значение для  $Z_1$ . Интересным является двойной произвол для вы-



хода, отвечающего записанному без скобок вхождению 8. Это вхождение обеспечивает переход от вхождений <1> или <5>, обоим из которых соответствует выход, равный 00, к вхождению <8> с выхо-

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y_1, y_2$	00		00	
00	00		00	
01		10		01
11	00		01	
10		01		11
	а			

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	-0	00	--
00	00	-0	00	--
01	00	10	00	01
11	00	01	01	01
10	00	01	01	11
	б			

Рис. 12.53. Матрица состояний выходов, иллюстрирующая ограниченную свободу выбора состояний.

дом, равным 11. Указанное вхождение является произвольным лишь в том смысле, что оно может быть сделано равным или 00, или 11, но не может быть равным 01 или 10. Таким образом, имеет место ограниченный произвол.

### § 12.7. Состязания в контактных цепях

При рассмотрении работы устройства рис. 12.1 мы отметили, что при переходе от момента времени 4 к моменту времени 5 табл. 12.1 возможно появление ошибочного действия, если переключающий контакт реле  $B$  не является идеальным. В этом случае говорят, что имеет место состязание контактов. Структура релейного устройства рис. 12.2 дает те же условия работы выходов и вторичных реле, но свободна от состязаний контактов. Рассмотрим это обстоятельство более подробно, решив вначале вопрос, как обнаружить в данной структуре наличие состязаний контактов, а затем рассмотрев вопрос, как можно предотвратить или устранить их<sup>1</sup>.

Структурные формулы вторичных реле рис. 12.1 имеют вид

$$B = (a + c)(b + a'b') = ab + bc + a'b'c,$$

$$C = (a + c)(b' + a'b) = ab' + b'c + a'b'c.$$

После преобразования получим

$$B = ab + bc + a'c,$$

$$C = ab' + b'c + a'c.$$

<sup>1</sup> Huffman D. A.. The design and use of hazard-free switching networks, *J. Association for Computing Machinery*, 4, № 1 (1957), 47—62.

Для структуры рис. 12.2 будем иметь

$$B = (a + c)(ab') = (a + c)(a' + b) = ab + bc + a'c,$$

$$C = (a + c)(ab) = (a + c)(a' + b') = ab' + b'c + a'c.$$

Таким образом, структурные формулы в обоих случаях одинаковы. Единственная разница заключается в том, что для структуры рис. 12.1 они требуют алгебраического упрощения.

Дальнейшее сравнение структур рис. 12.1 и 12.2 будем проводить с помощью матриц конstituентов, представленных на рис. 12.54.

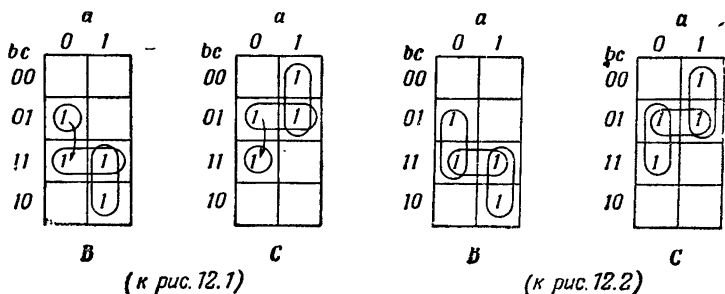


Рис. 12.54. Матрицы конstituентов, показывающие происхождение состояний контактов в структуре рис. 12.1.

Слева показаны матрицы для рис. 12.1, а справа — для рис. 12.2. Значения вхождений для соответствующих реле в обеих матрицах одинаковы. Однако имеется существенная разница в способах группировки вхождений для образования контактных цепей. Рассмотрим, например, условия возбуждения реле *B*. В крайней левой матрице при переходе от клетки 001 к клетке 011 осуществляется переход от подкуба, содержащего один член, к подкубу, содержащему два члена. В правой матрице для реле *B* тот же переход происходит *внутри* подкуба, содержащего два члена. Так как каждый подкуб представляет контактную цепь, то переход в левой матрице рис. 12.54 означает, что реле *B* вначале возбуждается по цепи  $a'b'c$  (клетка 001), а затем, после того как оно сработало, остается включенным по цепи  $bc$ . Во время этого перехода контакт реле *B* должен перейти от состояния  $b' = 1$  к состоянию  $b = 1$ . Основным допущением булевой алгебры является то, что этот процесс является совершенным, т. е. замыкающий контакт срабатывает точно в тот момент времени, когда размыкается размыкающий контакт. Если размыкающий контакт разомкнется на ощутимое время раньше того, как замкнется замыкающий контакт, то в рассматриваемом случае действие устройства будет неправильным.

Если теперь мы посмотрим на правую матрицу для реле *B*, то окажется, что рассматриваемый переход происходит внутри набора

$a'$ . Это означает, что возбуждение реле  $B$  происходит при условии  $a = 0, c = 1$ . Во время срабатывания реле  $B$  цепь его возбуждения не изменяется. Так как переход от состояния возбуждения к рабочему состоянию происходит независимо от действия каких-либо контактов реле  $B$ , то он не зависит и от совершенства или несовершенства работы контактов.

В цепях реле  $C$  также будут иметь место состязания контактов, если они построены на основе левой матрицы рис. 12.54. Состязания

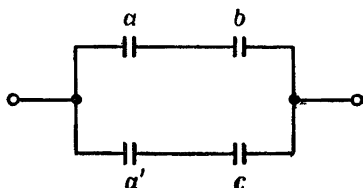


Рис. 12.55. Структура с наличием состязаний контактов в наборах цепей.

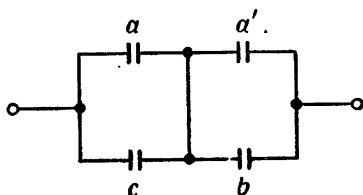


Рис. 12.56. Структура с наличием состязаний контактов в наборах сечений.

зания контактов будут отсутствовать при использовании правой матрицы.

Может показаться, что состязания контактов устраняются, если использовать переходные контакты реле  $B$ , и это действительно верно для рассматриваемого случая. Однако в других случаях применение таких контактов, устраняя один из источников состязаний, приводит к возникновению другого. Поэтому вопрос о состязании контактов должен быть подвергнут более глубокому рассмотрению.

Рассмотрим контактную цепь, показанную на рис. 12.55, для которой структурная формула имеет вид  $T = ab + a'c$ .

Если  $b = c = 1$ , то  $T$  должно быть равно 1 независимо от значения переменной  $a$ . Это требование удовлетворяется при устойчивом состоянии как для  $a = 1$ , так и для  $a = 0$ . Однако во время переходного процесса, когда в течение короткого промежутка времени оба контакта  $a$  и  $a'$  разомкнуты, структурная проводимость цепи сначала будет равна 1, затем станет равна 0 и, наконец, опять возвратится к 1. Это явление может быть устранено применением переключающего контакта с перекрытием (переходного контакта), при котором при переходе реле из одного состояния в другое на короткий промежуток времени будут замкнуты оба контакта, как  $a$ , так и  $a'$ .

Рассмотрим, однако, контактную цепь рис. 12.56, структурная формула которой  $T = (a + c)(a' + b)$ . Если  $b = c = 0$ , то  $T$  должно быть равно 0 независимо от значения  $a$ . Если, однако, будет использован переходный контакт, то во время перехода от  $a = 0$  к  $a = 1$  или наоборот будет период, когда оба контакта  $a$  и  $a'$

будут замкнуты. Это значит, что в течение времени, когда реле, несущее контакт *a*, срабатывает, структурная проводимость цепи будет вначале равна 0, затем станет равной 1 и, наконец, возвратится

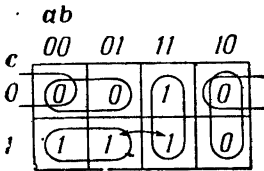


Рис. \*12.57. Матрица, иллюстрирующая наличие соствязаний контактов в наборах цепей.

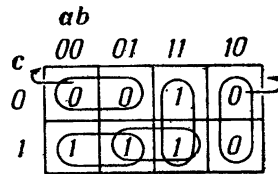


Рис. 12.58. Матрица, иллюстрирующая наличие соствязаний контактов в наборах сечений.

снова к значению 0. Чтобы избежать этого, нужно иметь уверенность в том, что переключающий контакт *не* отрегулирован на перекрытие.

Структурная формула цепи рис. 12.55 представлена в виде матрицы конstituентов на рис. 12.57.

В этой матрице отмечены все наборы цепей и сечений. Легко заметить, что для всех изменений пере-

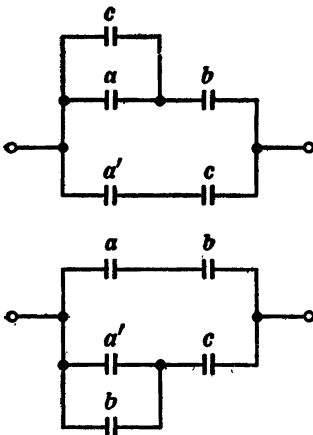


Рис. 12.59. Различные способы устранения соствязаний контактов в наборах цепей.

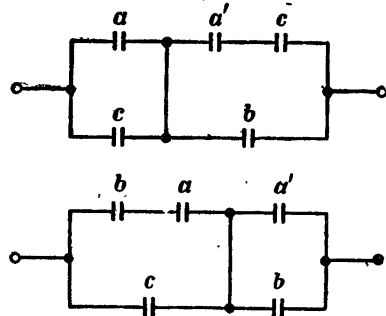


Рис. 12.60. Различные способы устранения соствязаний контактов в наборах сечений.

менных, связанных с сохранением значения структурной проводимости, равного 0, изменение происходит внутри набора, так что значение 0 сохраняется независимо от времени переброса каких-либо контактов. При  $b = c = 1$  и при изменении значения переменной *a* структурная проводимость цепи должна сохраняться

равной 1. Однако из матрицы рис. 12.57 видно, что это изменение начинается внутри одного набора и кончается внутри другого, и нет такого набора, который гарантировал бы, что проводимость останется равной 1 независимо от времени переброса контактов реле  $A$ .

На рис. 12.58 показана матрица, представляющая структурную формулу цепи рис. 12.56. Из этой матрицы видно, что для любого изменения переменных, при котором структурная проводимость цепи должна сохраняться равной 1, изменение происходит внутри набора цепи и изменение переменной не влияет на проводимость цепи. С другой стороны, когда  $b = c = 0$  и значение проводимости равно 0, изменение переменной  $a$  вызывает переход от набора  $(a + c)$  к набору  $(a' + b)$  и наоборот. Так как набор  $(b + c)$  отсутствует, то изменение проводимости цепи зависит в этом случае от работы контактов реле  $A$ .

На рис. 12.59 показаны два варианта структуры, в которых устранено состязание контактов, имевшееся в цепи рис. 12.55. Для обоих из них структурная формула цепи равна  $T = ab + a'c + bc$ . Наличие набора  $bc$  означает, что, когда  $b = c = 1$ , проводимость цепи равна 1 независимо от работы контактов реле  $A$ .

Аналогично на рис. 12.60 показаны два варианта структуры, в которых устранено состязание контактов, имевшееся в цепи рис. 12.56. Для обеих из них структурная формула цепи имеет вид  $T = (a + c) \cdot (a' + b) \cdot (b + c)$ . Наличие набора  $(b + c)$  гарантирует, что, когда  $b = c = 0$ , проводимость цепи будет равна 0 независимо от характера работы контактов реле  $A$ .

Матрица, изображенная на рис. 12.61, относится к любой из цепей, представленных на рис. 12.59 и рис. 12.60. Когда требуется, чтобы изменение любой переменной не нарушало проводимости цепи, равной 1, то такое изменение происходит внутри набора цепей, который гарантирует, что проводимость ее не будет зависеть от значения изменяющейся переменной. Аналогично, когда требуется, чтобы любое изменение переменной сохраняло проводимость цепи, равную 0, это изменение происходит внутри набора сечения, который также гарантирует независимость проводимости от значения изменяющейся переменной. Таким образом, в любом случае проводимость цепи не будет зависеть от значения изменяющейся переменной, и поэтому неправильного действия цепи вследствие несогласованной работы контактов во времени не может быть.

Состязания рассмотренного выше типа были названы Хаффманом состязаниями «статического» типа. Проводимость цепи сохраняет неизменное значение 0 или 1, хотя состязание контактов вызы-

		$ab$			
		$00$	$01$	$11$	$10$
$c$	$0$	0	0	1	0
	$1$	1	1	1	0

Рис. 12.61. Матрица с наборами цепей и сечений, устраняющими состязания контактов.

вает кратковременное изменение ее, когда одна из переменных меняет свое значение. В противоположность этому термин «динамическое» соствязание относится к случаю, когда проводимость цепи изменяется от 0 к 1 или наоборот, но это происходит не за один шаг. На рис. 12.62 приведен пример релейного устройства, взятый у Хаффмэна.

Устройство содержит реле  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Контакты  $d$  снабжены индексами, служащими только для целей описания; все эти контакты

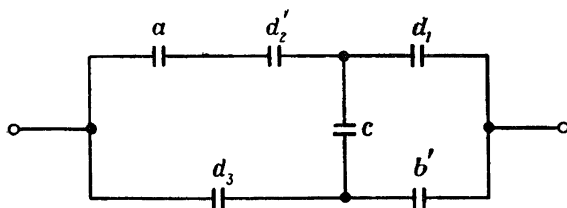


Рис. 12.62. Структура контактных цепей, в которой может быть динамическое соствязание контактов.

принадлежат одному и тому же реле  $D$ . В матрице рис. 12.63 отмечены все наборы цепей и сечений. Пунктирные стрелки указывают на переходы, в которых имеются статические соствязания контактов. Нас будет интересовать, однако, переход, отмеченный сплошной стрелкой.

Для этого перехода  $a = 1$ ,  $b = 0$  и  $c = 0$ . Пусть переменная  $d$  вначале имеет значение 0 и затем переходит к значению 1, как это показано стрелкой. В связи с тем, что  $c = 0$ , цепь рис. 12.62 будет представлять собой в этот момент две параллельные ветви. Так как одновременно  $a = 1$  и  $b = 0$ , то действие верхней ветви будет зависеть от последовательно соединенных контактов  $d'_2$  и  $d_1$ , а нижней ветви — от контакта  $d_3$ . Если при срабатывании реле  $D$  его контакты будут изменять свое состояние в порядке, указанном их индексами, то вначале проводимость цепи будет равна 0, затем, поскольку контакт  $d_1$  замыкается раньше, чем размыкается контакт  $d_2$ , она станет равной 1. После размыкания контакта  $d'_2$ , что произойдет прежде, чем  $d_3$  замкнется, проводимость цепи опять станет равной 0. Наконец, после замыкания  $d_3$  она окончательно придет к значению 1.

Отметим, что приведенный пример является, может быть, несколько искусственной иллюстрацией того, что может случиться вследствие динамического соствязания контактов.

При исключении статического соствязания динамическое соствязание контактов не обязательно исключается. Однако с практической точки зрения последнее влечет за собой меньше последствий. По-

этому, если приняты меры к устранению статического состязания, то такую структуру мы будем считать не имеющей состязания контактов вообще.

Если структура устройства будет построена подобно структуре рис. 12.59, причем в ней будут устранены состязания в наборах цепей, то одновременно она не будет содержать их и в наборах сечений. Если имеется структура устройства, подобная рис. 12.60, в которой устранены состязания в наборах сечений, то она не будет иметь их и в наборах цепей.

На рис. 12.64 изображена часть (две параллельные цепи) некоторой структуры, в других частях которой имеются наборы цепей, устраняющие состязания контактов. Поставим вопрос: «Является

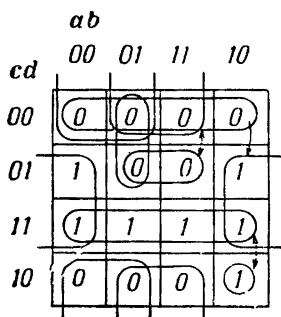


Рис. 12.63. Матрица, содержащая наборы цепей и наборы сечений для структуры рис. 12.62.

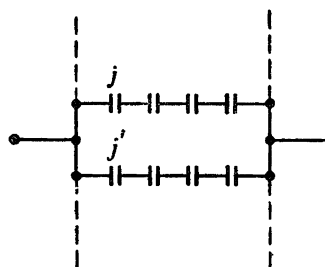


Рис. 12.64. Две контактные цепи структуры, свободной от состязаний контактов.

ли эта структура свободной также и от состязаний в наборах сечений?». Рассмотрим случай, когда какое-либо реле, скажем реле  $J$ , меняет свое состояние. На рис. 12.64 показаны две цепи: одна, содержащая контакт  $j$ , и другая, содержащая контакт  $j'$ . Ввиду того что структура в целом свободна от состязаний в наборах цепей, в ней для исключения неправильного действия устройства в момент переключения контактов реле  $J$  должна существовать цепь, которая равна единице в момент изменения состояния реле  $J$ . Эта цепь поддерживает в этот момент проводимость всей цепи на значении, также равном 1. Рассмотрим случай, когда реле  $J$  вначале находится в нерабочем состоянии и переходит затем в рабочее, а проводимость должна оставаться равной 0. До того как реле  $J$  сработает,  $j = 0$ . В цепи, содержащей  $j'$ , этот контакт замкнут. Если, однако,  $T = 0$ , то в этой цепи должен быть разомкнут некоторый другой контакт. После того как реле  $J$  сработает,  $j = 1$ , и в цепи, содержащей  $j$ , этот контакт замыкается. Однако, так как  $T = 0$ , то в этой цепи должен быть разомкнут некоторый другой контакт. Так как  $j$  является един-

ственной переменной, которая изменяет свое значение, то «другие» контакты в этих двух цепях образуют разомкнутый набор сечения, который равен 0 в течение этого изменения и сохраняет таким образом равенство  $T = 0$  независимым от изменения переменной  $j$ . Подобное рассуждение можно провести для любого другого переключающего контакта. Таким образом, если структура устройства спроектирована на базе наборов цепей и свободна от состязаний в них, то она должна быть также свободна от состязаний контактов и в своих наборах сечений. Аналогичным образом можно показать, что если структура устройства построена на базе наборов сечений и свободна от состязаний контактов в них, то она будет также свободна от последних и в своих наборах цепей.

Практически рассмотрение вопроса о статических состязаниях контактов ставит нас перед некоторой дилеммой. С точки зрения минимизации необходимо реализовать заданную структурную формулу в форме минимальной суммы или минимального произведений. Но, так как эти формы, по определению, содержат только абсолютно необходимое минимальное число наборов цепей и сечений, то, если строить структуру устройства на этом принципе, вероятно, всегда, будет получена такая структура, которая содержит статические состязания контактов. Решение этой дилеммы не обязательно требует коренного пересмотра структуры. Иногда необходимые дополнительные наборы цепей или сечений могут быть получены при помощи относительно небольшого числа дополнительных контактов. В других случаях при достаточно полном анализе действия устройства может оказаться возможным использовать переходные контакты, работающие с перекрытием. Наконец, в цепях возбуждения вторичных реле потенциальное состязание контактов, указываемое матрицей, в действительности может отсутствовать вследствие того, что оно возникает при переходе, который не имеет места при действии устройства. Всегда можно построить структуру, свободную от статических состязаний, и в связи с характером задачи для достижения этого часто может оказаться не обязательным принимать какие-либо крайние меры.

## ЗАДАЧИ

12.1. Многотактное устройство содержит воспринимающие реле  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  и вторичные реле  $Y_1$  и  $Y_2$ . Цепи, воздействующие на обмотки вторичных реле, показаны на рис. 12.65.

1. Составьте матрицу переходов и, используя ее, начертите диаграмму переходов.
2. Выясните, имеется ли в этой структуре состязание реле. При помощи диаграммы переходов рассмотрите возможный характер работы и в особенности вопрос о существовании критических состязаний.
3. Выясните, при каких условиях устройство имеет устойчивый цикл работы. Укажите последовательность работы реле в течение цикла.



12.2. Составьте таблицу переходов для структуры, показанной на рис. 12.66, и при помощи этой таблицы и матрицы состояний выходов дайте точное словесное описание условий работы выходов устройства.

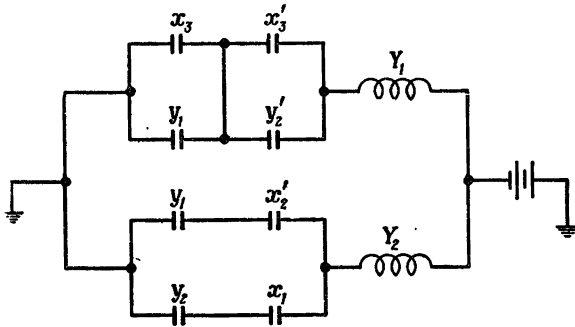


Рис. 12.65. Задача 12.1.

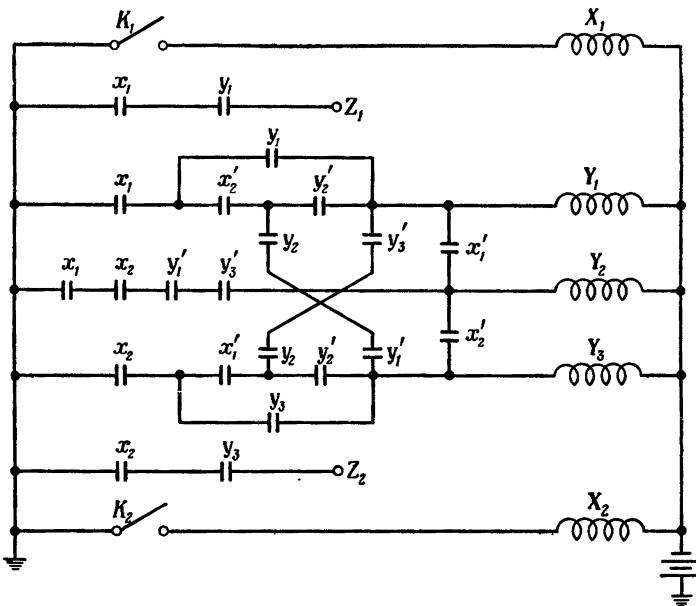


Рис. 12.66. Задача 12.2.

12.3. В первичной таблице переходов, приведенной на рис. 12.67, подчеркнутые места указывают значения выходов, которые могут быть выбраны произвольно.

1. Составьте другую первичную таблицу переходов, не содержащую эквивалентностей.
2. Является ли таблица, полученная в пункте 1, единственной?

В случае положительного ответа, объясните почему. В противном случае на основе этой таблицы постройте другую таблицу переходов (с соответствующими значениями выходов).

12.4. Многотактное устройство имеет два входа и два выхода. Все возможные последовательности на входе и отвечающие им последовательности на выходе приведены ниже.

- а) Входная последовательность: 00 → 10 → 11 → 01 → 00  
 Выходная последовательность: 00 00 10 00 00
- б) Входная последовательность: 00 → 01 → 11 → 10 → 00  
 Выходная последовательность: 00 00 01 00 00
- в) Входная последовательность: 00 → 10 → 00 → 01 → 00  
 Выходная последовательность: 00 00 00 00 00
- г) Входная последовательность: 00 → 01 → 00 → 10 → 00  
 Выходная последовательность: 00 00 00 00 00

Постройте структуру релейного устройства, которое удовлетворяло бы указанным выше требованиям. Структура должна использовать наименьшее возможное число вторичных реле и иметь по возможности простейшие контактные цепи для  $Y$  и  $Z$ .

$X_1 X_2$					$Z, Z_2$
00	01	11	10		
8	2	7	<1>		10
4	<2>	7	6		1-
8	2	<3>	1		0-
<4>	9	7	6		00
4	<5>	3	6		11
8	5	3	<6>		-0
8	5	<7>	1		-1
<8>	2	7	6		00
8	<9>	7	6		10

Рис. 12.67. Задача 12.3.

12.5. Требуется спроектировать релейное устройство, имеющее два входа ( $X_1$  и  $X_2$ ) и один выход  $Z$ . На входе допускается изменение одновременно только одной переменной.

Выход, после того как с него снят потенциал земли, может быть опять заземлен только тогда, когда с обоих входов потенциал земли снят и затем опять приложен в порядке  $X_1, X_2$ . С выхода, после того как на него подан потенциал земли, может быть опять снят потенциал земли лишь тогда, когда на оба входа подан потенциал земли и затем снят в следующем порядке:  $X_1, X_2$ .

1. Составьте первичную таблицу переходов с соответствующими значениями выходов. Первичная таблица переходов не должна иметь эквивалентностей.

2. Начертите диаграмму объединения и, используя ее, получите все вторичные таблицы переходов с минимальным числом строк.

3. Составьте матрицы  $Y$  и  $Z$  по лучшей из таблиц, найденных в пункте 2. Любые клетки матриц  $Y$  и  $Z$ , которые соответствуют не встречающимся общим состояниям реле, могут быть заполнены произвольно.

Клетки матрицы  $Z$ , которые соответствуют записанным без скобок входениям во вторичной таблице переходов, могут быть заполнены произвольно, если при этом не вырабатывается ложных состояний выходов.

4. Составьте минимизированные структурные формулы для цепей выхода и цепей управления каждого из вторичных реле.

12.6. Для релейного устройства, показанного на рис. 12.68, обе входные переменные никогда одновременно не изменяются. Структуру устройства нужно заново спроектировать таким образом, чтобы ее действие на выходе осталось прежним, но она была бы более экономичной. Каждый шаг при анализе и синтезе следует полностью объяснять.

12.7. В структуре релейного устройства, показанной на рис. 12.69, катушки воспринимающих реле исключены. Если состояние входов равно  $X_1 X_2 = 00$ , то одновременное изменение двух входных переменных не допускается.

Во всех же остальных случаях возможны любые изменения состояния входов. Преобразуйте структуру устройства так, чтобы сохранились те же условия работы устройства на выходе, но было достигнуто упрощение ее. Появление ложных состояний выхода не должно допускаться. Цепи выхода могут быть не изолированы от цепей управления вторичных реле.

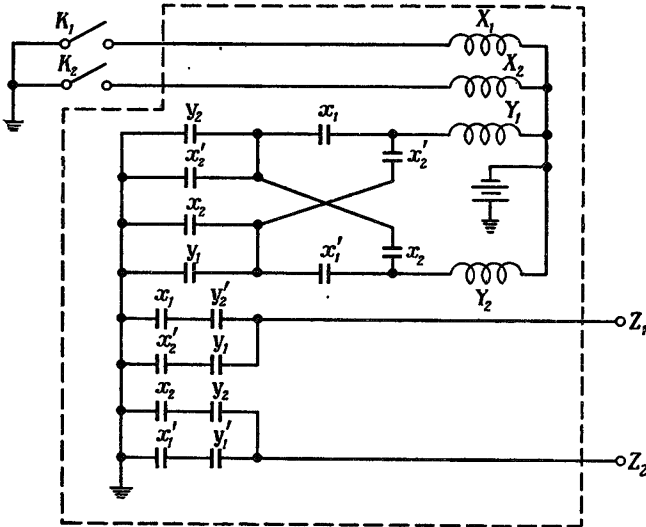


Рис. 12.68. Задача 12.6.

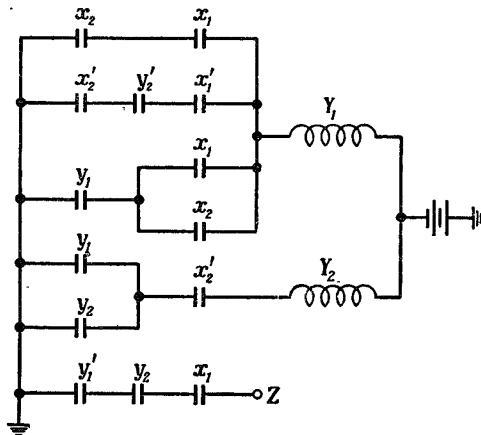


Рис. 12.69. Задача 12.7.

12.8. Действие многотактного релейного устройства с двумя входами и двумя выходами должно удовлетворять следующим условиям: при всех возможных допускаемых изменениях входов выход, получая потенциал земли,

должен указывать, какой вход или входы изменили свое состояние. С выхода снимается потенциал земли, если имеющий тот же индекс вход не изменяет состояния, в то время как состояние другого входа изменяется.

1. Постройте первичную таблицу переходов и сделайте все возможные объединения.
2. Произведите определение вторичных состояний для строк таблицы переходов.
3. Составьте матрицу состояний вторичных реле.

12.9. Многотактное релейное устройство с двумя входами и двумя выходами при условии одновременного изменения только одной входной переменной обладает следующими свойствами:

- (а) после любого изменения состояния входов состояние выходов всегда равно или начальному состоянию входов или конечному их состоянию;
- (б) если состояние входов представить в двоичной форме, то изменение их, увеличивающее величину десятичного эквивалента двоичного значения входов, должно вызывать состояние выходов, равное 00 или 11. Если величина десятичного эквивалента уменьшается, состояние выходов должно быть равно 01 или 10.

1. Составьте первичную таблицу переходов.
2. Начертите диаграмму объединений.

3. Определите, сколько таблиц переходов с минимальным числом строк можно получить с помощью диаграммы объединений.

12.10. Многотактное релейное устройство с двумя входами и одним выходом должно выполнять функции «накопителя».

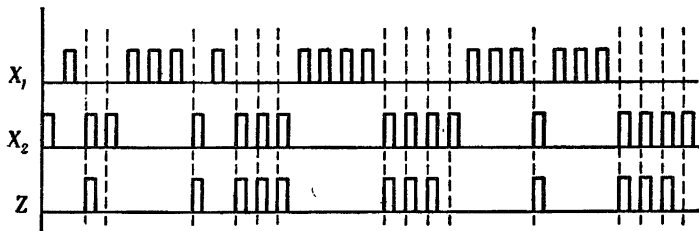


Рис. 12.70. Задача 12.10.

При  $X_2 = 0$  состояние  $X_1$  изменяется циклически в соответствии с последовательностью  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ . При  $X_1 = 0$  тот же цикл изменений состояний имеет место для  $X_2$ . Релейное устройство должно «запомнить» число циклов  $X_1$ , в то время когда  $X_2$  было равно нулю, и затем дать на выходе единицу для каждого цикла  $X_2$  ( $Z = 1$  в момент, когда  $X_2 = 1$ ) столько раз, сколько было циклов  $X_1$ . Устройство должно «запомнить» максимум три цикла  $X_1$  между циклами  $X_2$ . Если число накопленных циклов  $X_1$  более трех, то эта информация теряется. Накопленное в «памяти» устройства число циклов  $X_1$  не сбрасывается перед тем, как  $X_1$  снова начинает цикл изменений состояний.

На рис. 12.70 приведены последовательности состояний входов и выхода, иллюстрирующие нормальное действие устройства, и среди них два случая потери информации. Для построения устройства достаточно трех вторичных реле.

12.11. В структуре многотактного релейного устройства, показанной на рис. 12.71, используется вторичное реле с двумя обмотками.

Если не возбуждена ни одна из обмоток, то реле не срабатывает. Если реле находится в нерабочем состоянии, то возбуждение одной из его обмоток не приводит к срабатыванию реле. Возбуждение обеих обмоток вызывает срабаты-

вание реле. Если реле находится в рабочем состоянии, то оно будет находиться в нем, даже когда напряжение имеется только на одной из обмоток.

1. Составьте таблицу переходов, описывающую изменение состояний выходов устройства.
2. Переделайте структуру устройства, используя вторичные реле с одинарными обмотками, при сохранении тех же условий работы выхода.

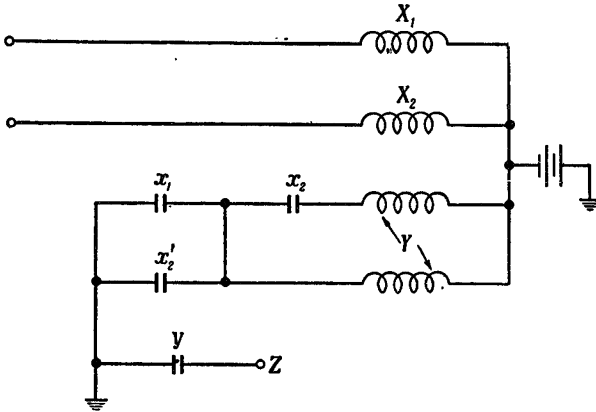


Рис. 12.71. Задача 12.11.

12.12. Управление многотактным релейным устройством осуществляется с помощью двух ключей  $K_1$  и  $K_2$ . Устройство имеет один выход  $Z$ . Каждый ключ, будучи нажатым, остается в таком положении в течение фиксированного интервала времени  $d$ . (Одновременные изменения двух входов отсутствуют.) Выход  $Z$  меняет состояние только тогда, когда нажат ключ  $K_1$  или ключ  $K_2$ . Когда ключ отпущен, изменений состояния выхода не происходит. Замыкание ключа  $K_1$  вызывает переход выхода  $Z$  к нулевому состоянию (или сохранение этого состояния). Замыкание ключа  $K_2$  вызывает переход выхода  $Z$  к единичному состоянию (или сохранение этого состояния). Типичные изменения входов и связанные с ними изменения на выходе показаны на рис. 12.72.

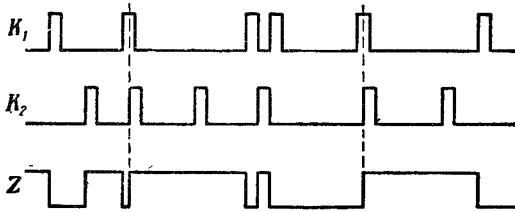


Рис. 12.72. Задача 12.12.

Постройте экономичную структуру релейного устройства, удовлетворяющую поставленным требованиям. Разделение цепей входов и выходов или цепей управления вторичных реле и выходов не является обязательным. (Для реализации устройства достаточно двух реле и девяти пружин контактов.)

12.13. Два одинаковых релейных устройства  $S_1$  и  $S_2$  соединены так, как показано на рис. 12.73. Каждый из входов  $X_1, X_2, Y_1$  и  $Y_2$  управляет воспринимающими реле. Контактные цепи внутри  $S_1$  и  $S_2$  вырабатывают функции

$$Z_1 = x_1 y_1' = Y_2 \text{ и } Z_2 = x_2 y_2' = Y_1.$$

Релейное устройство  $S_3$ , используя контакты реле из устройств  $S_1$  и  $S_2$ , вырабатывает функцию  $Z_0 = x_1 x_2 y_1' y_2$ .

Принимаем, что: (а) в одно и то же время может изменяться только одна из переменных  $X_1$  и  $X_2$  и (б) между моментами изменений входных переменных проходит достаточное время, чтобы состояние всего устройства в целом успело сделаться устойчивым.

1. Составьте матрицы состояний вторичных реле и состояний выхода.
2. Составьте таблицу переходов.
3. Постройте структуру устройства, удовлетворяющую тем же условиям работы, но содержащую минимальное число реле и пружин. Разделение цепей выхода от входов или от цепей управления вторичными реле не обязательно. (Для реализации устройства достаточно двух реле и пяти пружин.)

12.14. В приведенной на рис. 12.74 первичной таблице переходов определить, имеются ли в ней какие-либо эквивалентные состояния, и сократить в соответствии с этим строки таблицы. Завершить сокращение путем объединения строк. Определить, будет ли

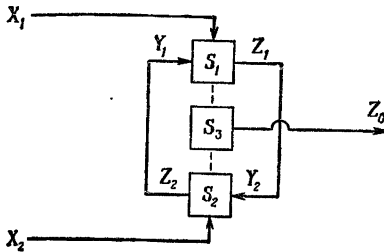


Рис. 12.73. Задача 12.13.

$x_1, x_2$		$Z_1, Z_2$		
00	01	11	10	
<1>	11	4	10	01
5	<2>		3	11
5	2	13	<3>	11
12	<4>	15		00
<5>		8		10
14	<6>		10	11
<7>	6	8	3	01
7	<8>	3		00
<9>	11	13	10	01
12	6	13	<10>	11
5	<11>		3	11
<12>	2	4	15	01
1	<13>	10		00
<14>		8		10
1	6	4	<15>	11

Рис. 12.74. Задача 12.14.

таблица с минимальным числом строк единственной. Если такая таблица не будет единственной, то определить, сколько существует таблиц с минимальным числом строк.

12.15. Многотактное релейное устройство с тремя входами и одним выходом должно работать следующим образом:  $Z=1$  всякий раз, когда  $X_2=X_3=1$  при условии, что  $X_1$  не принимало значения, равного 1, с момента времени, когда  $X_2$  и  $X_3$  одновременно были равны 1. На изменение входных переменных наложены следующие ограничения: не должно быть одновременных

изменений нескольких входных переменных и  $X_1$  не должно быть равно 1, если одна из переменных  $X_2$  и  $X_3$  или обе они равны 1.

1. Составьте первичную и вторичную таблицы переходов.
2. Составьте матрицы состояний для  $Y$  и  $Z$ .
3. Начертите контактные цепи, реализующие  $Y$  и  $Z$ . Эти цепи могут иметь состояния контактов. (Для реализации устройства достаточно 9 контактов и 16 пружин, однако есть решение с 8 контактами и 13 пружинами.)

**12.16.** Многотактное релейное устройство имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и один выход  $Z$ . В одно и то же время может изменяться только одна переменная на входах. Если возникло изменение состояния вторичных реле, то это изменение всегда заканчивается до того, как наступит новое изменение состояния входов.

Устройство должно работать следующим образом:

- а) всякий раз, когда за изменением  $X_1$  следует изменение  $X_2$ , выход на короткое время получает потенциал земли. Иначе говоря, после изменения состояния  $X_1$  выход делается равным 0, но при последующем изменении  $X_2$  выход становится равным 1 и затем снова становится равным 0;
- б) для всех других последовательностей входных переменных выход должен быть равным 0.

Продолжительность кратковременного сигнала на выходе определяется постоянными времени вторичных реле.

1. Составьте первичную таблицу переходов, показывающую, как получают требуемые изменения состояния выхода.
2. Составьте объединенную таблицу переходов и матрицы состояний вторичных реле и выхода.
3. Напишите структурные формулы цепей возбуждения вторичных реле и цепей выхода. (Для реализации структуры устройства достаточно двух вторичных реле.)

**12.17.** Для приведенных на рис. 12.75 матриц переходов и состояний выходов:

1. Постройте структуру выходных цепей, свободную от статических состояний контактов.
2. Составьте матрицу состояний вторичных реле.

	$x_1, x_2$			
$y_1, y_2$	00	01	11	10
00	<1>	7	5	<2>
01	1	-	5	<3>
11	6	<4>	<5>	3
10	<6>	<7>	5	2

Матрица переходов

	$x_1, x_2$			
$z_1, z_2$	00	01	11	10
00	10	10	00	00
01	10	10	10	10
11	01	01	11	11
10	01	00	00	00

$Z, Z_2$

Рис. 12.75. Задача 12.17.

**12.18.** Структуру многотактного релейного устройства, показанную на рис. 12.76 (с исключенными первичными реле), следует преобразовать так, чтобы было достигнуто наибольшее возможное сокращение числа вторичных реле и контактов.

Постройте минимальную структуру с теми же условиями работы, свободную от статических состояний контактов.

12.19. Многотактное релейное устройство, показанное на рис. 12.77, работает так, что в нем запрещены изменения входных переменных  $X_1$  и  $X_2$  типа  $00 \leftrightarrow 11$ , но разрешены изменения типа  $01 \leftrightarrow 10$ .

1. Преобразуйте приведенную структуру так, чтобы в ней при сохранении тех же условий работы было меньше реле и контактов.
2. Опишите действие выходов устройства с помощью словесных формулировок.

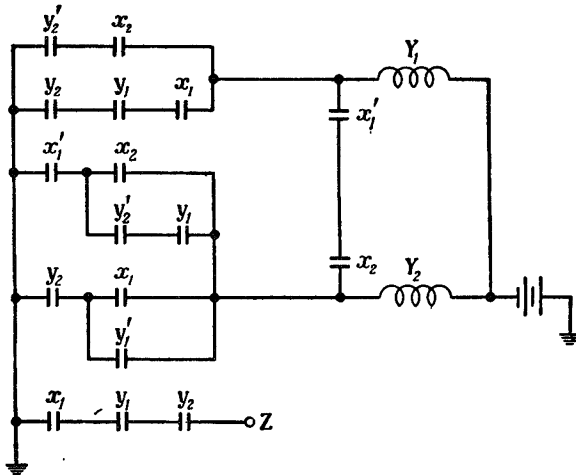


Рис. 12.76. Задача 12.18.

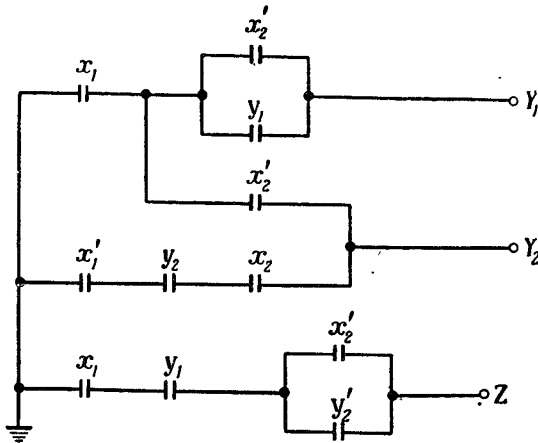


Рис. 12.77. Задача 12.19.

12.20. Изображенное на рис. 12.78 релейное устройство работает в условиях, когда изменения состояний входов типа  $01 \leftrightarrow 10$  запрещены, но изменения типа  $00 \leftrightarrow 11$  разрешены.



1. Преобразуйте структуру устройства так, чтобы она содержала меньше реле и контактов и обладала тем же действием. Преобразованная структура должна быть свободна от статических состязаний контактов.
  2. Дайте словесное описание действия устройства.
- 12.21. Произведите синтез структуры многотактного релейного устройства с двумя входами и одним выходом, свободного от состязаний контактов, у которого выход равен 1 в конце входной последовательности  $X_1 X_2 = 00 \rightarrow$

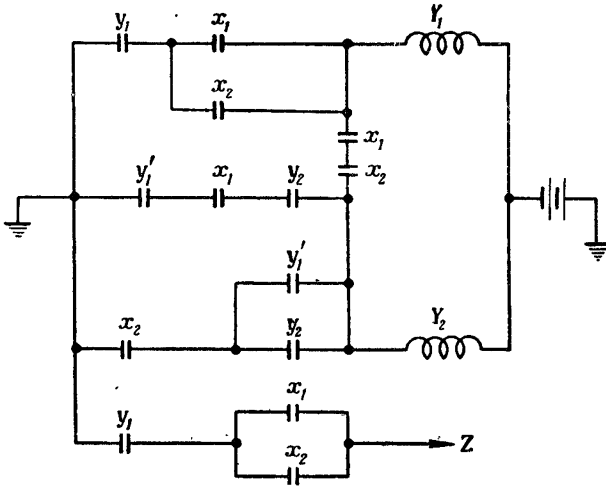


Рис. 12.78. Задача 12.20.

$\rightarrow 10 \rightarrow 11$  и сохраняет это значение для всех изменений на входах, пока не будет образована последовательность  $X_1 X_2 = 11 \rightarrow 10 \rightarrow 00$ , после чего выход должен стать равным 0. Всякий раз изменяется лишь одна входная переменная.

В матрице состояний вторичных реле и в матрице состояний выхода укажите переходы, которые могут привести к состязаниям контактов; покажите также избыточность, которую необходимо ввести, чтобы исключить состязания.

12.22. Многотактное релейное устройство с двумя входами и двумя выходами должно выдавать потенциал земли на выходе, соответствующем по индексу входу, состояние которого изменилось последним. Одновременно может изменять свое состояние только один вход. Единственно возможными состояниями выходов являются 10 и 01.

1. Составьте первичную таблицу переходов.
2. Получите вторичную таблицу переходов с минимальным числом строк. Установите, является ли это объединение единственным.
3. Составьте матрицу состояний вторичных реле и матрицу состояний выходов.
4. Напишите структурные формулы для цепей вторичных реле и цепей выходов, минимальные по форме и не содержащие состязаний контактов.

12.23. Вращающаяся ось несет коммутатор, состоящий из непроводящего и проводящего секторов с углом в  $180^\circ$  каждый. Проводящий сектор соединен

с землей. Коммутатор имеет две контактные щетки, сдвинутые одна относительно другой на угол в  $90^\circ$  и соединенные с входными шинами релейного устройства. Положение оси, показанное на рис. 12.79, дает входное состояние  $X_1 X_2 = 01$ .

Выход устройства соединен с индикаторной лампочкой, которая должна гореть, когда ось вращается по часовой стрелке (с точки зрения читателя, смотрящего на рисунок), и гаснуть, когда ось вращается против часовой стрелки. При изменении направления вращения оси информация на выходе должна измениться как можно быстрее (в пределах четверти оборота оси).

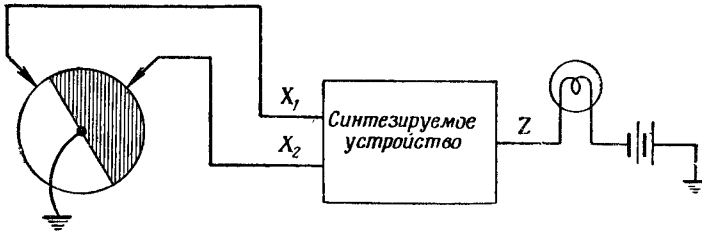


Рис. 12.79. Задача 12.23.

1. Составьте первичную и вторичную таблицу переходов, матрицу переходов, матрицы для  $Y$  и  $Z$  и структурные формулы минимизированных контактных цепей для  $Y$  и  $Z$ .
2. Постройте структуры контактных цепей для  $Y$  и  $Z$ , обратив особое внимание на исключение возможности появления ложных состояний на выходах, вызывающих кратковременные включения индикаторной лампы в моменты времени, когда она не должна гореть, и кратковременные ее выключения в моменты времени, когда она должна гореть.

## Методы определения состояний вторичных реле

В предыдущей главе при разработке основного метода синтеза многотактных релейных устройств главное внимание обращалось на составление таблицы переходов и ее приведение к более компактной форме с помощью определения эквивалентных состояний или объединения строк или с помощью того и другого вместе. Конечным результатом была запись матриц состояний внутренних элементов и выходов, которые сводили исходную задачу синтеза многотактных релейных устройств к задаче синтеза одноконтурных устройств.

Однако для того, чтобы этот последний шаг мог быть сделан, нужно было предварительно определить комбинации состояний вторичных реле, соответствующие каждой из строк вторичной таблицы переходов. Для этой цели использовалась диаграмма переходов, в удобной форме показывавшая пары строк, для которых состояния вторичных реле попарно различались изменениями состояний только одного из них. В рассмотренных выше примерах определение соответствующих комбинаций состояний было сравнительно простым, так как эти примеры были специально подобраны.

Рассмотрим более подробно как саму задачу определения комбинаций состояний вторичных реле, так и некоторые методы ее осуществления. В общем виде эти задачи могут быть подразделены на два класса. К первому из них относятся задачи, в которых определение состояний вторичных реле осуществляется безотносительно к сложности требований, налагаемых таблицей переходов. Второй класс задач охватывает такие задачи общего типа, в которых определение этих комбинаций должно удовлетворять определенным дополнительным требованиям таблицы переходов с данным числом строк.

## § 13.1. Матрицы с минимальным числом строк

Когда определяются  $S$  вторичных состояний для представления  $n$  строк таблицы переходов, то наименьшее число необходимых для этого вторичных реле равно  $S = S_0$ , где  $S_0$  — наименьшее решение неравенства  $2^S \geq n$ .

Если все требования вторичной таблицы переходов удовлетворяются с помощью комбинаций состояний, полученных при числе переменных, равном  $S_0$ , и если в матрице переходов не больше строк, чем в таблице переходов, то результирующая матрица переходов является матрицей с минимальным числом строк. Требования таблицы переходов удовлетворены, если каждый переход между строками выполняется с помощью изменения состояния только одного вторич-

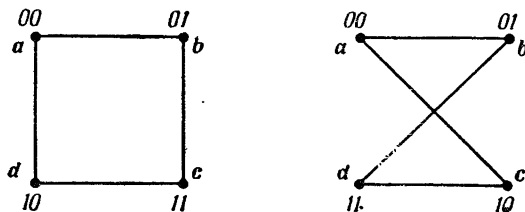


Рис. 13.1. Геометрическое представление соседних состояний вторичных реле для четырехстрочной таблицы переходов.

ного реле или такого изменения нескольких вторичных реле, которое не приводит к критическому состоянию.

Комбинации состояний, отличающиеся друг от друга изменением состояния только одного вторичного реле, будем называть

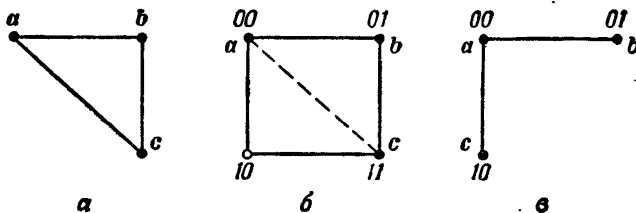


Рис. 13.2. Трехстрочная таблица переходов не требует более двух вторичных переменных.

соседними. Для геометрической интерпретации соседних состояний можно построить диаграммы переходов, как это сделано на рис. 13.1 для таблицы из четырех строк  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ . На этих диаграммах каждая строка представлена узлом, а линия, соединяющая узлы, изображает переход между строками. Задача правильного определения комбинаций состояний внутренних элементов состоит в том, чтобы каждая пара соединенных узлов представляла бы пару соседних состояний. Если это возможно, то диаграмма переходов для четырехстрочной таблицы переходов может

иметь одну из форм, показанных на рис. 13.1. Узлы в каждой из этих диаграмм помечены двоичными числами, характеризующими состояния вторичных реле, удовлетворяющие требованиям соседства.

Заметим, что если таблица переходов может быть сокращена до трех строк, то требования соседства *всегда* могут быть удовлетворены с помощью двух вторичных реле. Наихудший случай с точки зрения соседства показан на рис. 13.2, *а*, где требуются все возможные соединения между тремя парами строк. В этом случае дело обстоит так, что для трех строк не может быть сделано определение состояний вторичных реле, при котором все они были бы соседними. Если два состояния являются соседними, то двоичные числа, характеризующие эти состояния, должны содержать для одного из состояний четное число единиц, а для другого — нечетное число единиц (отсутствие единиц рассматривается как четное число). Если на рис. 13.2, *а* узел *b* представлен вторичным состоянием с четным числом единиц, то узел *b* должен содержать нечетное число единиц, а узел *c* — четное число единиц. Однако это требует, чтобы оба узла *a* и *c* одновременно содержали четное число единиц и были соседними. Правило чет—нечет поэтому нарушается, и для такой диаграммы подходящие вторичные состояния не могут быть определены. На диаграмме рис. 13.2, *б* непосредственное соединение между узлами *a* и *c* заменено соединением, проходящим через четвертый имеющийся в распоряжении узел. Это определение устраняет какую-либо необходимость иметь несмежный переход между узлами *a* и *c*. Такой переход был бы критическим, если бы он мог закончиться переходом к узлу *b*. При использовании четвертого узла не требуется увеличивать число вторичных реле, так как вторичное состояние, представляемое этим узлом, уже имеется.

Другой типичный случай, который может встретиться в таблице переходов из трех строк, иллюстрируется рис. 13.2, *в*. Здесь требуется всего два соединения между узлами, и они легко удовлетворяются определением состояний, подобным показанному на этом рисунке.

Выше было показано, что если таблица переходов содержит три строки, то всегда можно провести определение состояний вторичных реле, используя две переменные. Если таблица переходов содержит четыре строки и если переходы между строками удовлетворяют одной из диаграмм, показанных на рис. 13.1, то для удовлетворения требований соседних переходов также будет достаточно двух вторичных реле. Однако во многих случаях четырехстрочные таблицы переходов требуют дополнительных соединений между узлами (по сравнению с указанными на рис. 13.1), и тогда становится необходимым использовать более чем  $S_0$  вторичных реле. Эти случаи будут изучены в следующих двух параграфах этой главы.

Для трех вторичных реле соседние состояния могут быть представлены вершинами куба, которые соединены линиями, представ-

ляющими ребра, как показано на рис. 13.3, а. Другое представление можно получить с помощью матрицы, как показано на рис. 13.3, б. Координаты матрицы являются двоичными представлениями вторичных переменных. Всякая пара клеток матрицы, смежных по горизонтали или по вертикали, представляет собой соседние состояния вторичных реле. Все возможные соседства среди со-

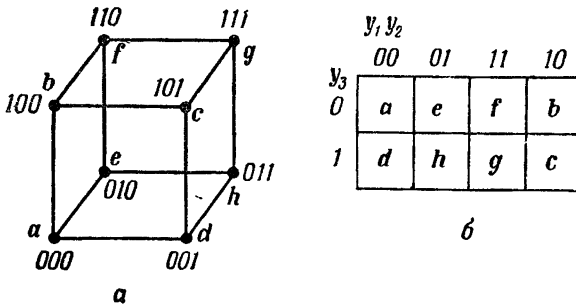


Рис. 13.3. Соседние состояния для трех переменных, представленные а — в виде вершин куба, б — в виде матрицы соседних состояний.

стояний вторичных реле легко обнаруживаются с помощью любого из этих представлений.

Рассмотренные выше геометрические способы представления соседних состояний используются при определении этих состояний только в качестве вспомогательного средства. При решении же этой задачи возникает ряд трудностей, заключающихся в нахождении соседних состояний при минимальном количестве потребных для этого строк таблицы переходов. Эти трудности, возникающие в случае наличия трех и четырех вторичных реле, иллюстрируются приводимыми ниже примерами.

### Пример 13.1.

Многотактное релейное устройство имеет два входа и один выход. Допускаются все изменения состояний входов. Для любой последовательности входных сигналов на выходе происходит поочередная подача потенциала земли и снятие его. Требуется составить матрицу состояний вторичных реле с минимальным числом строк.

Ввиду того что входные переменные могут изменяться как одновременно, так и не одновременно, то для любого входного состояния может быть получено любое значение выхода. Поэтому в каждом

столбце первичной таблицы переходов, построение которой выполнено на рис. 13.4, должно быть два устойчивых состояния.

В этой таблице нельзя сделать объединения строк и, так как пары записанных в скобках вхождений в каждом столбце связаны с разными выходными состояниями, в ней нет и эквивалентных состояний. Отсюда следует, что таблица переходов в том виде, в каком она приведена на рис. 13.4, не может быть сокращена. Необходимо, как минимум, три вторичных реле.

В диаграмме переходов рис. 13.5,а номера узлов соответствуют номерам записанных в скобках вхождений для каждой строки. Для каждого узла имеется в точности три перехода, причем соблюдается правило чет—нечет. Поэтому в этом примере нет необходимости представлять состояния вторичных реле в виде вершин куба, как это сделано на рис. 13.5,б. Такое представление, однако, часто является полезным для обозрения получающихся соседних состояний. Матрица рис. 13.6,а имеет те же определения состояний вторичных реле, что и на рис. 13.5, б, а матрица рис. 13.6,б дает несколько другой вариант их. Отметим,

$x, x_2$						
		00	01	11	10	Z
<1>		4	6	8	0	0
<2>		3	5	7	1	1
2	<3>	6	8	0		0
1	<4>	5	7	1		1
2	4	<5>	8	0		0
1	3	<6>	7	1		1
2	4	6	<7>	0		0
1	3	5	<8>	1		1

Рис. 13.4. Первичная таблица переходов для примера 13.1.

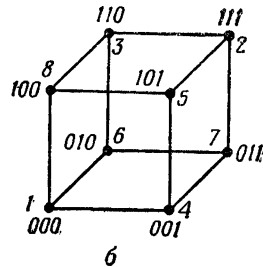
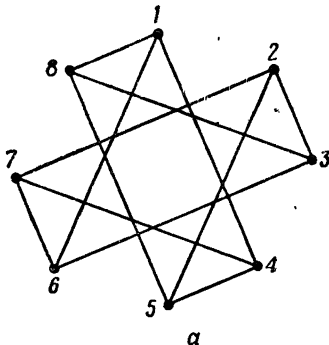


Рис. 13.5. а — диаграмма переходов для таблицы переходов рис. 13.4; б — определение состояний вторичных реле, представленными вершинами куба.

что матрица соседних состояний может быть получена или из диаграммы переходов, или же непосредственно из таблицы переходов.

При построении матрицы рис. 13.6, а первоначально в клетку, соответствующую  $y_1 y_2 y_3 = 000$ , было вписано вхождение, соответствующее строке с номером 1. Затем были вписаны вхождения для строк 4, 6 и 8, соседних со строкой 1. Строка 7 должна была

		$y_1, y_2$			
		00	01	11	10
$y_3$	0	1	6	3	8
	1	4	7	2	5

а

		$y_1, y_2$			
		00	01	11	10
$y_3$	0	4	7	6	1
	1	5	2	3	8

б

Рис. 13.6. Определение состояний вторичных реле с помощью матриц вторичных состояний.

быть вписана затем как соседняя со строками 4 и 6, строка 5 — как соседняя со строками 4 и 8 и строка 3 — как соседняя со строками 6 и 8. В оставшуюся клетку была вписана строка 2, соседняя со строками 3, 5 и 7.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2, y_3$	000	<1>	4	6	8
	001	1	<4>	5	7
	011	2	4	6	<7>
	010	1	3	<6>	7
	110	2	<3>	6	8
	111	<2>	3	5	7
	101	2	4	<5>	8
	100	1	3	5	<8>

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2, y_3$	000	000	001	010	100
	001	000	001	101	011
	011	111	001	010	011
	010	000	110	010	011
	110	111	110	010	100
	111	111	110	101	011
	101	111	001	101	100
	100	000	110	101	100

б

Рис. 13.7. Матрица переходов с минимальным числом строк и матрица состояний вторичных реле для примера 13.1.

Если в соответствии с найденными определениями состояний вторичных реле построить матрицу переходов, расположив строки ее так, чтобы эти состояния следовали в циклическом порядке, то по-



лучим матрицу рис. 13.7,а и из нее — матрицу состояний вторичных реле рис. 13.7,б.

С ростом числа строк в таблице переходов диаграмма переходов усложняется. Несмотря на относительную ее простоту, в рассмотренном примере она была полезной при заполнении матрицы соседних состояний. Следующий пример иллюстрирует использование диаграммы переходов при более сложной ситуации. Окончательное определение состояний вторичных реле можно сделать и непосредственно из таблицы переходов, но диаграмма переходов позволяет выявить определенные систематические свойства соседних состояний, имеющие в некоторых случаях важное значение.

### Пример 13.2.

Многотактное релейное устройство имеет два входа и два выхода. Одновременно может изменяться только одна входная переменная. Если последовательность входных комбинаций перенумеровать в возрастающем порядке, то для любой  $j$ -й входной комбинации выходная комбинация должна быть равна  $(j-2)$ -й входной ком-

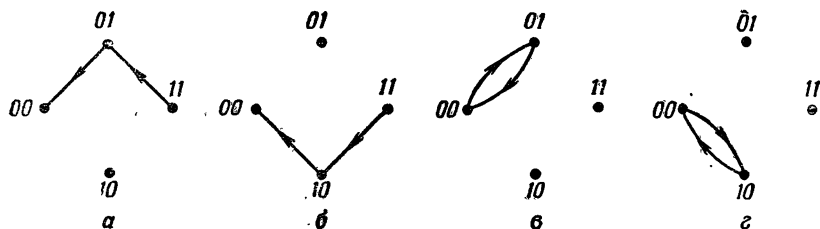


Рис. 13.8. Входные последовательности в примере 13.2.

бинации. Требуется составить матрицу переходов с минимальным числом строк.

Число устойчивых состояний, необходимых в каждом из столбцов таблицы переходов, можно определить путем рассмотрения диаграмм рис. 13.8, в которых учтено, что на входах устройства одновременно может изменяться только одна переменная. Диаграммы иллюстрируют четыре способа, при помощи которых может быть достигнуто данное входное состояние 00 с помощью двух последовательных изменений состояний входов, каждое из которых содержит изменение только одной переменной. Как показано на рис. 13.8, а и 13.8, б, начав с состояния входов  $X_1X_2 = 11$ , можно достигнуть состояния  $X_1X_2 = 00$  двумя способами, а именно: через  $X_1X_2 = 01$  или через  $X_1X_2 = 10$ . При каждом из этих переходов для  $X_1X_2 = 00$  конечное состояние выходов должно быть равно  $Z_1Z_2 = 11$ . На

рис. 13.8, в и 13.8, г показан переход от  $X_1X_2 = 00$  к  $X_1X_2 = 01$  или к  $X_1X_2 = 10$  соответственно и затем снова к  $X_1X_2 = 00$ . Для каждой из таких последовательностей, после того как состояние входов возвращается к  $X_1X_2 = 00$ , состояние выходов должно быть равно  $Z_1Z_2 = 00$ . В столбце 00 мы должны, однако, обеспечить два устойчивых состояния, которым соответствует выход, равный 11, и еще два устойчивых состояния с выходом, равным 00, так как,

начиная с любой из этих пар, следующее состояние выходов должно быть 01 или 10 в зависимости от того, какое состояние входов было непосредственно перед состоянием  $X_1X_2 = 00$ .

Аналогичные рассуждения могут быть повторены и применительно к

		$x_1 x_2$				$Z_1 Z_2$
		00	01	11	10	
<1>	5	-	15	00		
<2>	7	-	13	00		
<3>	5	-	15	11		
<4>	7	-	13	11		
1	<5>	11	-	01		
3	<6>	9	-	01		
1	<7>	11	-	10		
3	<8>	9	-	10		
-	6	<9>	16	11		
-	8	<10>	14	11		
-	6	<11>	16	00		
-	8	<12>	14	00		
2	-	12	<13>	10		
4	-	10	<14>	10		
2	-	12	<15>	01		
4	-	10	<16>	01		

Рис. 13.9. Первичная таблица переходов (пример 13.2).

		$x_1 x_2$				Строка
		00	01	11	10	
<1>	<5>	11	15	A		
<2>	7	12	<13>	B		
<3>	5	-	15	C		
<4>	7	-	13	D		
3	<6>	<9>	16	E		
1	<7>	11	-	F		
3	<8>	9	-	G		
4	8	<10>	<14>	H		
-	6	<11>	16	J		
-	8	<12>	14	K		
2	-	12	<15>	L		
4	-	10	<16>	M		

Рис. 13.10. Вторичная таблица переходов (пример 13.2).

другим входным состояниям. Поэтому в каждом столбце должны быть помещены четыре устойчивых состояния или в общей сложности

первичная таблица переходов должна иметь 16 строк, как это показано на рис. 13.9.

Не стоит тратить время на вычерчивание диаграммы объединений, так как рассмотрение первичной таблицы переходов показывает, что могут быть объединены только следующие пары строк: 1 и 5, 2 и 13, 6 и 9, 10 и 14. После выполнения этих объединений получим вторичную таблицу переходов, приведенную на рис. 13.10. Двенадцать строк этой таблицы обозначены буквами алфавита.

В диаграмме переходов рис. 13.11 имеются сплошные и пунктирные линии. Этими линиями различаются два типа переходов, которые

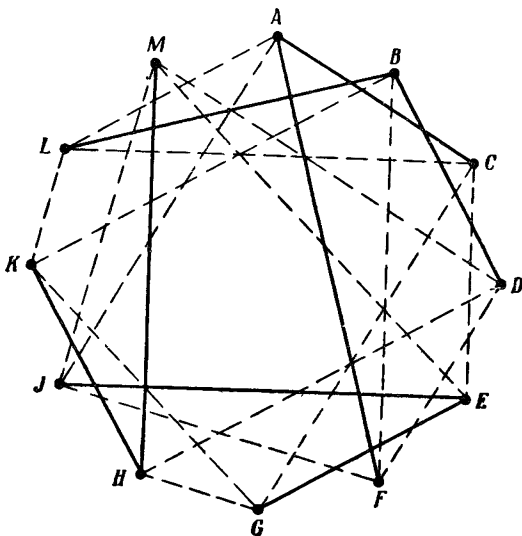


Рис. 13.11. Диаграмма переходов для примера 13.2.

Сплошными линиями обозначены переходы, для которых имеется один путь; пунктирными линиями — переходы, для которых существуют различные пути.

имеют место в этой диаграмме. Обратимся, например, к строке  $A$ , от которой осуществляются переходы к строке  $J$  (состояние 11) и к строке  $L$  (состояние 15). Заметим, что переход от строки  $A$  к вхождению  $\langle 11 \rangle$  в строке  $J$  может быть сделан или непосредственно, или через записанное без скобок вхождение 11 в строке  $F$ . Аналогично, переход от строки  $F$  к вхождению  $\langle 11 \rangle$  в строке  $J$  может быть сделан или непосредственно, или через строку  $A$ . Заранее неизвестно, какой из этих путей будет выбран при определении состояний, поскольку

возможен любой из них. Подобно этому, переход от строки  $A$  к вхождению  $\langle 15 \rangle$  в строке  $L$  может быть прямым или через строку  $C$ .

Для сравнения рассмотрим теперь переход от строки  $C$  к вхождению  $\langle 5 \rangle$  в строке  $A$ . Записанное без скобок вхождение  $5$  встречается в столбце только один раз, и поэтому этот переход будет прямым, если только не будут заполнены пустые места в строках  $L$  и  $M$  того же столбца для добавления другого пути. Пока не возникнет необходимость в этом, возможность таких дополнительных вхождений учитываться не будет.

Сплошные линии на рис. 13.11 представляют переходы, которые могут быть осуществлены только одним путем. Пунктирные линии представляют собой переходы, для которых имеются различные пути. Любое успешное определение состояний вторичных реле должно удовлетворять сплошным соединениям, и они поэтому должны быть рассмотрены в первую очередь.

Изучение диаграммы переходов показывает, что каждый узел соединен сплошной линией по крайней мере с одним другим узлом. Только узлы, представляющие строки  $A$ ,  $B$ ,  $E$  и  $H$ , имеют по два сплошных соединения с другими узлами. Эта группа сплошных соединений делится на четыре независимых группы, а именно:

Строка  $A$  должна быть соседней со строкой  $C$  и со строкой  $F$ .

Строка  $B$  должна быть соседней со строкой  $D$  и со строкой  $L$ .

Строка  $E$  должна быть соседней со строкой  $G$  и со строкой  $J$ .

Строка  $H$  должна быть соседней со строкой  $K$  и со строкой  $M$ .

Каждая из этих групп независима в том смысле, что между членами разных групп не существует сплошных соединений. Между этими группами имеется, однако, много соединений, выполненных пунктирными линиями. Рассмотрим их.

Начнем с рассмотрения узлов, представляющих строки  $A$ ,  $C$  и  $L$ . В диаграмме переходов имеется сплошная линия от  $A$  к  $C$  и имеются пунктирные линии от  $A$  к  $L$  и от  $C$  к  $L$ . Три узла соединены в форме треугольника, и поэтому правило чет—нечет нарушается. Поэтому при любом правильно сделанном определении состояний вторичных реле сплошное соединение должно быть сохранено, а одно из пунктирных соединений исключено. Обращаясь к вторичной таблице переходов на рис. 13.10, можно заметить, что сплошная линия указывает переход от строки  $C$  к вхождению  $\langle 5 \rangle$  в строке  $A$ . Пунктирные линии указывают, что от  $A$  и от  $C$  необходимо иметь возможность перейти к вхождению  $\langle 15 \rangle$  в строке  $L$ . Однако, поскольку между  $A$  и  $C$  уже обеспечивается прямой переход, непосредственно к строке  $L$  нужно обеспечить переход только от одной из этих строк. Переход от другой строки потребует тогда двух последовательных изменений состояния вторичных реле.

Подобное положение существует и для всех других пунктирных соединений диаграммы переходов рис. 13.11. Поэтому можно выразить требования, которые они налагают, в следующем виде.

Требование

(строка должна быть соседней с любой из перечисленных ниже строк, но не с обеими одновременно)

Строка

J	A	F
L	A	C
F	B	D
K	B	L
C	E	G
M	E	J
D	H	M
G	H	K

Для определения состояний вторичных реле используем матрицу соседних состояний с четырьмя переменными, учитывая тот факт, что соседние состояния в ней представлены клетками, смежными по горизонтали или по вертикали. Будем располагать состояния со

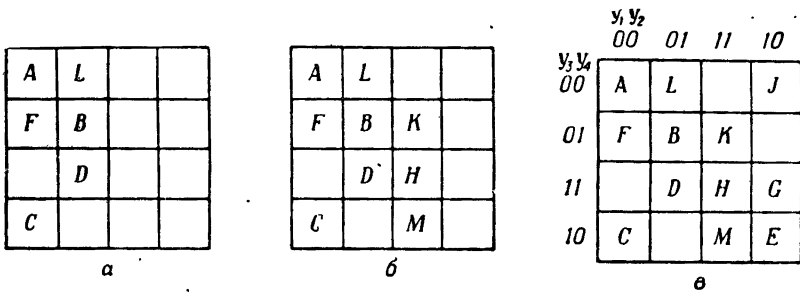


Рис. 13.12. Построение матрицы для определения состояний вторичных реле (пример 13.2).

сплошными соединениями в диаграмме переходов в соседних клетках матрицы по вертикали и попытаемся после этого выполнить требования переходов, показанных пунктирными линиями. На рис. 13.12, а в левом столбце матрицы помещены вхождения, которые обеспечивают требование, чтобы строка А была соседней со строкой F и со строкой С. Во втором столбце помещены вхождения, которые обеспечивают требование, чтобы строка В была соседней со строками D и L, как это указано сплошными соединениями в диаграмме переходов. Однако эти вхождения обеспечивают одновременно также и переходы между строками А и L и между строками В и F, показанные на диаграмме переходов пунктирными линиями. На рис. 13.12, б добавлен столбец, в котором проставлены вхождения, делающие строку H соседней со строками K и M (сплошные соединения в диаграмме переходов). Эти вхождения обеспечивают также требование пунктирных соединений между строка-

ми  $B$  и  $K$  и строками  $H$  и  $D$ . Наконец, в матрице рис. 13.12, в добавлена группа вхождений  $E$ ,  $G$  и  $J$ , в которой соблюдаются требуемые соседства по вертикали и по горизонтали. Читателю рекомендуется тщательно проверить образующиеся при этом связи.

$u, u_1, u_2, u_3$	$x, x_1$				
	00	01	11	10	
0000	<1>	<5>	11	15	A
0001	1	<7>	11	—	F
0011	—	—	—	—	
0010	<3>	5	—	15	C
0110	—	—	—	—	
0111	<4>	7	—	13	D
0101	<2>	7	12	<13>	B
0100	2	—	12	<15>	L
1100	—	—	—	—	
1101	—	8	<12>	14	K
1111	4	8	<10>	<14>	H
1110	4	—	10	<16>	M
1010	3	<6>	<9>	16	E
1011	3	<8>	9	—	G
1001	—	—	—	—	
1000	—	6	<11>	16	J

Рис. 13.13. Матрица переходов с минимальным числом строк (пример 13. 2).

Состояния вторичных реле, которые должны быть приспаны каждой строке таблицы переходов, могут быть определены непосредственно из заполненной матрицы. На рис. 13.13 приведена окончательная матрица переходов с минимальным числом строк. Заметим, что строки переставлены таким образом, чтобы состояния вторичных реле следовали в циклическом порядке.

Матрица переходов рис. 13.13 весьма удобна для эффективного синтеза структуры устройства. Например, в столбце 11 для перехода от вхождения 11 в строке 0001 к вхождению <11> в строке 1000 может быть разрешено соствязание, поскольку оно является некритическим. Можно легко найти ряд подобных возможностей<sup>1</sup>.

## § 13.2. Расширенные матрицы

В предыдущем параграфе мы рассматривали определение вторичных состояний к трехстрочной таблице переходов, для которой диаграмма переходов имеет треугольную форму рис. 13.2, а. Для решения задачи в диаграмме переходов был добавлен четвертый узел и соответственно этому четвертая строка в таблице переходов. Хотя эта процедура и увеличивает размеры окончательной матрицы

<sup>1</sup> Строки  $A$ ,  $B$ ,  $E$  и  $H$  таблицы переходов помещены в различных строках матрицы соседних состояний рис. 13.12, в, поскольку между ними не требуется соседства. Может быть дано, однако, другое определение состояний вторичных реле, в котором строки  $A$ ,  $B$ ,  $E$  и  $H$  таблицы переходов будут помещены в одной строке (или столбце) матрицы. Это, однако, приведет к определению состояний, в котором состязания будут критическими.

переходов, поскольку последняя будет содержать больше строк, чем вторичная таблица переходов, однако она не требует увеличения числа вторичных реле. Такое расширение матрицы переходов является важным средством для достижения рационального определения состояний вторичных реле. Однако более важными являются обстоятельства, в которых требуется увеличение числа последних. В случае если требуемые переходы между строками не могут быть получены с помощью минимального числа  $S_0$  вторичных реле, желательно достигнуть удовлетворительного решения задачи путем

возможно меньшего увеличения числа последних. Расширение матрицы не является общим решением таких задач, но в частных случаях его всегда следует

$x_1, x_2$	00	01	11	10	$Z_1 Z_2$
<1>	2	4	3	00	00
1	<2>	5	—	01	01
1	—	6	<3>	10	10
1	8	<4>	7	00	00
1	2	<5>	7	01	01
1	8	<6>	3	10	10
1	—	5	<7>	00	00
1	<8>	6	—	00	00

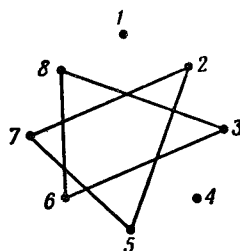


Рис. 13.14. Первичная таблица переходов и ее диаграмма объединений.

попытаться использовать перед тем, как принимать общее решение, которое может быть менее экономичным.

Чтобы исследовать эту задачу на частных примерах, рассмотрим многотактное релейное устройство, имеющее два входа и два выхода. Для состояния входов  $X_1 X_2 = 00$  выход должен быть равен  $Z_1 Z_2 = 00$ . В любой момент времени должен получать потенциал земли только один выход, и он должен указать на то, какой вход был заземлен первым. Если оба входа заземляются одновременно, то на выходе должно быть состояние  $Z_1 Z_2 = 00$ , и оно должно оставаться до тех пор, пока на одном из входов не произойдет снятие потенциала земли и подача его вновь. Состояние выходов должно тогда указывать, какой вход был при этом вновь заземлен. Для упрощения таблицы переходов будем считать, что допустимо одновременное изменение состояний двух входов сразу от 00 к 11 и обратно, но не допустимо изменение состояний входов от 01 к 10 или наоборот.

Первичная таблица переходов показана на рис. 13.14. Диаграмма объединений, изображенная на том же рисунке, показывает, что возможно объединение строк 2, 5 и 7 и строк 3, 6 и 8. Строки 1 и 4 не комбинируются ни с одной из других строк. Вторичная таблица переходов показана слева на рис. 13.15, а соответствующая диаграмма переходов — справа. Цифры, приведенные в этой диаграмме в круглых скобках, указывают столбцы таблицы переходов, которые соответствуют данному переходу. Диаграмма переходов содержит два треугольника: один — соединяющий строки  $a$ ,  $b$ ,  $d$ , и

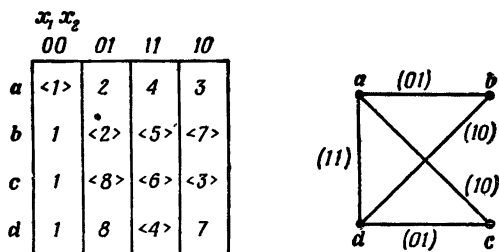


Рис. 13.15. Вторичная таблица переходов и ее диаграмма переходов.

другой — соединяющий строки  $a$ ,  $c$ ,  $d$ . Хотя для этого случая  $S_0=2$ , в нашем распоряжении нет неиспользуемого состояния вторичных реле, для которого можно было бы вписать дополнительный узел

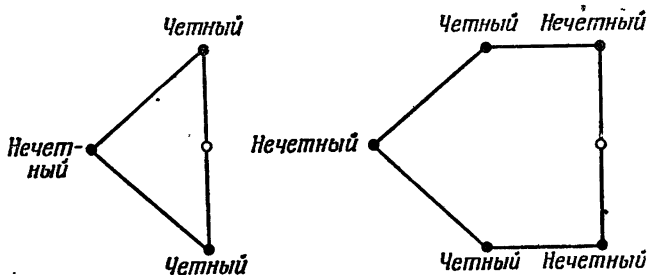


Рис. 13.16. Контуры переходов, не удовлетворяющие правилу чет—нечет без введения дополнительного узла (пустой кружок).

для разрыва треугольников перехода. Поэтому в рассматриваемом случае с помощью двух вторичных реле нельзя получить набора состояний, который удовлетворял бы требованиям таблицы переходов. Иногда можно удовлетворить этим требованиям с помощью



переходов, допускающих изменение более чем одного вторичного реле, но с устранением критических состояний путем введения замедлений на срабатывание или отпускание, что заранее определяет результаты состязаний и позволяет сделать их некритическими. Однако для рассматриваемой задачи даже это средство не может быть использовано, так как оно создало бы условия, при которых входы становятся неравноправными, и поэтому не будет удовлетворяться требование, заключающееся в том, что выход должен показать, какой вход заземляется первым.

Следует отметить, что затруднения, возникающие при попытке определения состояний вторичных реле без образования критических состязаний, не ограничиваются наличием треугольников в диаграмме переходов. Из рис. 13.16 можно видеть, что правило чет — нечет нарушается при любом контуре переходов, имеющем нечетное число сторон. Такие контуры могут образовываться внутри диаграммы и не обязательно будут находиться в ней в явном виде.

В обоих контурах на рис. 13.16 показаны кружки, которые указывают место, где должны

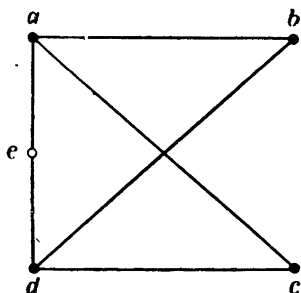


Рис. 13.17. Узел, введенный в точке  $e$ , разбивает оба треугольных контура рис. 13.15.

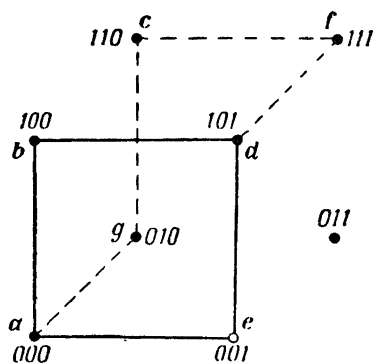


Рис. 13.18. Узел, введенный в точке  $e$ , требует наличия дополнительных узлов  $f$  и  $g$ .

быть добавлены дополнительные узлы, необходимые для соблюдения правила чет — нечет.

Попытаемся преодолеть трудности в определении состояний вторичных реле на рис. 13.15 путем добавления узла  $e$ , как это показано на рис. 13.17. Это, по-видимому, является разумным, так как этот узел разбивает оба контура, имеющие в первоначальной диаграмме треугольную форму. На рис. 13.18 представлен трехмерный куб, в котором удобно расставить фактические состояния вторичных реле. Начнем с того, что сделаем узел  $e$  соседним с обоими узлами  $a$  и  $d$  в соответствии с диаграммой рис. 13.17. Легко, однако, видеть,

что независимо от того, как мы это сделаем, можно иметь еще только один узел, соседний с обоими узлами  $a$  и  $d$ . Однако, согласно диаграмме переходов, соседними с узлами  $a$  и  $d$  должны быть одновременно оба узла  $b$  и  $c$ . Так как при данном размещении узла  $e$  можно удовлетворить только одному из этих требований, то на рис. 13.18 поместим узел  $b$  в соседстве с узлами  $a$  и  $d$ . Лучшее, что можно сделать с узлом  $c$ , — это поместить его на равных расстояниях от обо-

$y_1 y_2 y_3$	$x_1 x_2$ 00	01	11	10	
000	<1>	2	4	3	$a$
001			4		$e$
011					
010				3	$g$
110	1	<8>	<6>	<3>	$c$
111		8			$f$
101	1	8	<4>	7	$d$
100	1	<2>	<5>	<7>	$b$

Рис. 13.19. Расширенная матрица переходов, показывающая многократные изменения состояний вторичных реле.

их узлов  $a$  и  $d$ . Однако в этом случае каждый из переходов к узлу  $c$  требует двух изменений состояний вторичных реле. Таким образом, видно, что при попытке расширения диаграммы переходов рис. 13.15 путем добавления только одного узла необходимо в конечном счете добавление трех узлов. Выбранное расширение диаграммы переходов дает матрицу переходов, приведенную на рис. 13.19. Переходы, требующие изменения состояний двух вторичных реле, выполнены при помощи двух шагов, которые указаны на рис. 13.19 стрелками. Окончательная матрица состояний вторичных реле не показана. При ее составлении можно все незанятые места матрицы переходов рассматривать как неиспользуемые состояния. Последние обычно дают хорошие возможности для упрощения структуры устройства.

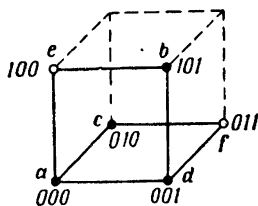
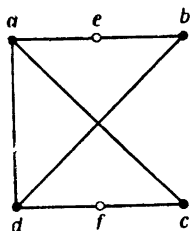


Рис. 13.20. Все переходы удовлетворяются добавлением двух узлов.

Если вместо того, чтобы пытаться нарушать треугольные контуры в диаграмме переходов добавлением одного общего узла, добавить два узла, как показано слева на рис. 13.20, то определение

вторичных состояний может быть сделано таким, как показано справа на рис. 13.20, где для удовлетворения всех требований использовано только шесть вершин куба. Матрица переходов, получающаяся при этом определении, дана на рис. 13.21, где переходы, требующие двух шагов, так же как и выше указаны стрелками.

Очевидно, что процедура расширения матрицы может быть проведена несколькими способами. Если мы должны добавить (по крайней мере) одну вторичную переменную, существенным является не то, сколько дополнительных узлов можно будет ввести в диаграмму переходов, а то, могут ли вообще быть удовлетворены соответствующие требования при использовании дополнительных узлов, оказавшихся после этого в нашем распоряжении. Если установлено, что все требования *могут* быть таким образом удовлетворены, то можно тогда исследовать вопрос о наиболее эффективном использовании полученных дополнительных состояний.

$y_1, y_2, y_3$	$x_1, x_2$				
	00	01	11	10	
000	<1>	2	4	3	a
001	1	8	<4>	7	d
011		8			f
010	1	<8>	<6>	<3>	c
110					
111					
101	1	<2>	<5>	<7>	b
100		2			e

Рис. 13.21. Матрица переходов, расширенная в соответствии с рис. 13.20.

Часто желательно использовать расширение матрицы так, чтобы окончательная структура устройства была по возможности более простой. Однако в задаче, которую мы рассматриваем, более важным является оп-

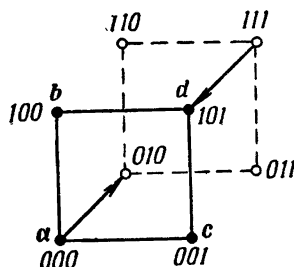


Рис. 13.22. Определение состояний вторичных реле, которое выравнивает времена переходов.

Некритическое состояние указано пунктирными линиями.

ределение состояний вторичных реле, которое наиболее эффективным образом удовлетворяло бы условиям работы релейного устройства.

В рассматриваемом примере выход релейного устройства по существу должен указывать «победителя» в состязании между двумя входами. Поэтому, если допустить, что время срабатывания и время

отпускания вторичных реле устройства одинаковы, то должна быть уверенность в том, что скорость работы устройства будет одинаковой независимо от того, какой вход заземляется первым. Ни одно из сделанных выше определений состояний не обладает таким свойством. При определении, показанном на рис. 13.18, устройство быстрее реагирует на заземление входа  $X_2$ , а при определении, показанном на рис. 13.20, реакция устройства является более быстрой, когда заземляется вход  $X_1$ .

$Y_1 Y_2 Y_3$	$x_1 x_2$				
	00	01	11	10	
000	<1>	2	4	3	<i>a</i>
001	1	<8>	<6>	<3>	<i>c</i>
011					
010					
110					
111					
101	1	8	<4>	7	<i>d</i>
100	1	<2>	<5>	<7>	<i>b</i>

Рис. 13.23. Матрица переходов для определения состояний вторичных реле, соответствующего рис. 13.22.

Следует обратить внимание на некритическое состязание.

или наоборот. Можно несколько уменьшить время, требуемое для перехода между *a* и *d*, путем использования некритического состязания, показанного на рис. 13.22 пунктиром. В этом случае сперва осуществляется переход от состояния 000 к состоянию 010 при изменении одной переменной. Затем осуществляется переход к состоянию 111, и для этого допускается состязание между элементами  $y_1$  и  $y_3$ . После этого строка *d* достигается с помощью перехода от состояния 111 к состоянию 101, при котором изменяется только одна переменная. Окончательная матрица переходов показана на рис. 13.23. Некритическое состязание в третьем столбце показано пунктирными стрелками. Стрелки, проведенные сплошными линиями, указывают переходы, которые выполняются с помощью изменения только одной переменной.

Можно уравнивать скорости работы устройства при помощи определения, показанного на рис. 13.22. Отметим прежде всего, что состояния, которые указывают, какой из входов  $X_1$  или  $X_2$  получает первым потенциал земли (или, иначе говоря, «выигрывает в состязании»), содержатся в строках *b* и *c*. Поэтому следует определить состояния вторичных реле так, чтобы, отправляясь от строки *a* или от строки *d*, достигать каждой из строк *b* и *c* в равное время. Для этого требуется, чтобы строки *b* и *c* были соседними с одной стороны со строкой *a*, а с другой—со строкой *d*, как это показано на рис. 13.22. При такой расстановке строки *a* и *d* будут отделены одна от другой четырьмя изменениями вторичных переменных. Однако это несущественно, так как состояния выходов не меняются при переходе от *a* к *d*

### § 13.3. Типовые определения состояний для четырехстрочных таблиц переходов

Рассмотрим более подробно различные способы определения состояний вторичных реле в четырехстрочной таблице, в которой требуется осуществить все возможные переходы между строками. Некоторые из принципов и методов, которые при этом будут рассмотрены, будут полезными для решения значительно более сложных задач, в которых отдельные пути решения сочетаются друг с другом вследствие большого числа заданных условий работы. Хотя рассмотренные выше методы важно уметь применять для решения отдельных задач, понимание характера более общих решений будет способствовать лучшему усвоению общей основной задачи. Будут установлены также некоторые границы, которые позволят для от-

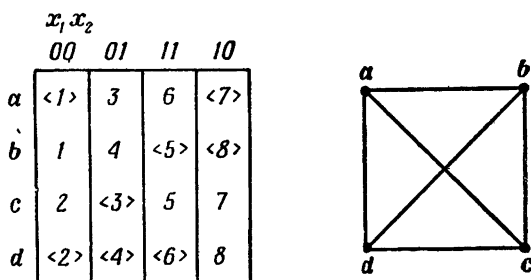


Рис. 13.24. Таблица переходов и диаграмма переходов, в которых требуется осуществить все возможные переходы между строками.

дельных задач указывать, смогут ли привести дополнительные исследования к лучшим результатам.

При разработке типовых определений состояний для четырехстрочной таблицы со всеми переходами используем в качестве очередного примера таблицу переходов и диаграмму переходов рис. 13.24. Для этой таблицы не заданы какие-либо условия на выходах и отсутствуют эквивалентные состояния. Из диаграммы переходов видно, что все строки должны быть соединены попарно. Это не может быть осуществлено с помощью двух вторичных реле. Исследуем поэтому способы, при помощи которых можно удовлетворить эти требования при наличии трех вторичных реле.

Диаграмма переходов, показанная на рис. 13.24, описывает наиболее полные требования, которые могут быть удовлетворены четырехстрочной таблицей переходов, но именно вследствие этого она содержит симметрию, заключающуюся в том, что переходы от любого одного узла не более сложны, чем те, которые требуются, если начать движение от любого другого узла. Любое решение, которое мы найдем для этой задачи, может быть непосредственно при-

ложено к любой четырехстрочной таблице. Мы будем называть определения состояний, которые удовлетворяют этим требованиям, *типовыми определениями*<sup>1</sup>. Для удобства ссылок рассматриваемые ниже типовые определения будут занумерованы. В конце будет приведено несколько дополнительных определений без подробного описания.

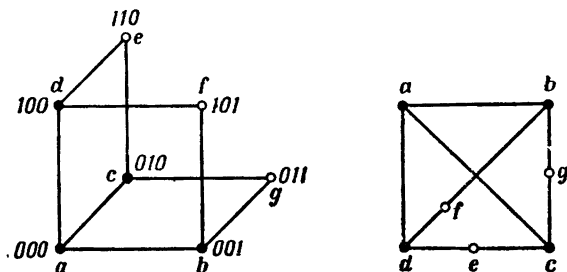


Рис. 13.25. Типовое определение состояний вторичных реле для четырехстрочной таблицы переходов (типичное определение № 1).

*Типовое определение состояний № 1.* На рис. 13.25 показан трехмерный куб с распределением состояний таблицы переходов рис. 13.24, при котором узел *a* является соседним с каждым из узлов *b*, *c* и *d*. Чтобы сделать возможными все переходы между любыми двумя из узлов *b*, *c* и *d*, добавляются еще три узла *e*, *f* и *g*. Соответствующее расширение диаграммы переходов показано справа на рис. 13.25. Матрица переходов, соответствующая этому определению состояний, дана на рис. 13.26. Каждый столбец матрицы содержит один переход, который требует срабатывания или отпускания только одного вторичного реле, и другой переход, который требует последовательного срабатывания или отпускания двух вторичных реле. Стрелки помещены в каждом столбце там, где требуется изменение двух реле. Они показывают последовательность, в которой эти изменения происходят. Читателю рекомендуется выполнить построение соответствующей матрицы состояний вторичных реле. Рассмотрение матрицы переходов показывает, что имеется относительно большое число неиспользуемых состояний, которые, если их перенести в матрицу состояний вторичных реле, дадут возможность получить относительно простую структуру релейного устройства.

<sup>1</sup> Рассмотренные здесь определения состояний являются общими по отношению к четырехстрочным таблицам переходов рассматриваемого типа. Таблица переходов рис. 13.24 представляет наиболее характерный образец таких таблиц. Некоторые типовые определения не могут быть, однако, использованы без видоизменения, если таблица переходов содержит циклические последовательности. Этот вопрос будет рассмотрен в следующем параграфе.

**Типовое определение состояний № 2.** Это определение описывается трехмерным кубом рис. 13.27. Узел *b* является соседним с узлами *a* и *c*, а узел *c* — соседним с узлами *b* и *d*. Переход между узлами *a* и *c* происходит через дополнительный узел *e*, а переход между узлами *b* и *d* осуществляется через дополнительный узел *f*. Оба эти перехода требуют двух изменений состояния

$y_1 y_2 y_3$	$x_1 x_2$	00	01	11	10	
000		<1>	3	6	<7>	<i>a</i>
001		1	4	<5>	<8>	<i>b</i>
011				5		<i>g</i>
010		2	<3>	5	7	<i>c</i>
110		2				<i>e</i>
111						
101			4		8	<i>f</i>
100		<2>	<4>	<6>	8	<i>d</i>

Рис. 13.26. Матрица переходов, использующая определение, соответствующее рис. 13. 25 (типичное определение № 1).

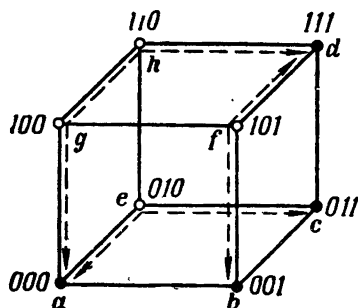


Рис. 13.27. Типовое определение состояний № 2.

вторичных реле. Наконец, переход между узлами *a* и *d* требует трех изменений состояния вторичных реле и происходит через дополнительные узлы *g* и *h*. Это определение состояний в особенности полезно в тех случаях, когда требуются широкие изменения во времени реакции релейного устройства, например для изменения времени задержки на выходе.

**Типовое определение состояний № 3.** Трехмерный куб, соответствующий этому определению состояний, показан на рис. 13.28. Он отличается тем, что в нем в широких пределах изменяется время реакции релейного устройства. Для переходов между узлами *a* и *b* или между узлами *c* и *d* требуется изменение состояния одного вторичного реле. Переходы между узлами *a* и *c* или между узлами *b* и *d* требуют изменения состояния двух вторичных реле. Наконец, переходы между узлами *a* и *d* или между узлами *b* и *c* требуют изменения состояния трех вторичных реле. Одной из характерных черт этого определения состояний является ограничение общности, которое будет обсуждено в следующем параграфе. Отметим, что для пере-

ходов между узлами  $a$  и  $d$ , с одной стороны, и узлами  $b$  и  $c$  — с другой, существуют по два возможных пути. В трехмерном кубе переходов рис. 13.28 выбраны непересекающиеся переходы, отмеченные пунк-

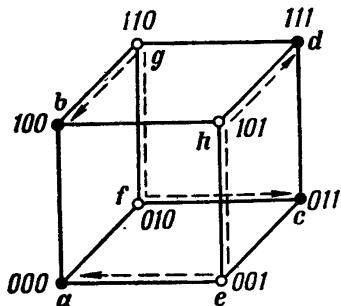


Рис. 13.28. Типовое определение состояний № 3.

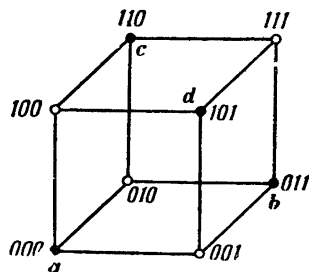


Рис. 13.29. Типовое определение состояний № 4.

$y_1 y_2 y_3$	$x_1 x_2$				
	00	01	11	10	
000	<1>	3	6	<7>	a
001					
011	1	4	<5>	<8>	b
010					
110	2	<3>	5	7	c
111					
101	<2>	<4>	<6>	8	d
100					

$y_1 y_2 y_3$	$x_1 x_2$				
	00	01	11	10	
000	000	110	101	000	
001	000	101	101	011	
011	000	101	011	011	
010	000	110	011	000	
110	101	110	011	000	
111	101	101	011	011	
101	101	101	101	011	
100	101	110	101	000	

Рис. 13.30. Матрица переходов и матрица состояний вторичных реле, основанные на типовом определении № 4.

тирными стрелками. Однако если попытаться добавить в этом кубе пути для переходов между узлами  $a$  и  $c$  или между узлами  $b$  и  $d$ , то окажется необходимым использовать некоторые ребра куба, принадлежащие путям, которые уже были выбраны. Это не связано с какими-либо трудностями, если противоречащие требования встре-



чаются в разных столбцах таблицы переходов, как это имеет место, например, в таблице переходов рис. 13.24.

*Типовое определение состояний № 4.* Это определение состояний описывается трехмерным кубом рис. 13.29. Оно основано на выборе четырех вершин куба, каждая пара которых расположена на противоположных концах диагоналей граней куба. Ни одно из состояний, соответствующих этим вершинам, не является соседним с другими. Если эти четыре выбранные вершины поставить в соответствие четырем строкам таблицы переходов рис. 13.24, то очевидно, что все переходы между строками будут требовать изменения состояния двух вторичных реле, и в этом отношении данное определение будет совершенно симметричным. Рассматриваемое определение интересно еще тем, что оно представляет собой первое определение, являющееся общим для любой четырехстрочной таблицы переходов<sup>1</sup>. Из рис. 13.29 или из матрицы переходов рис. 13.30,а можно видеть, что все переходы между строками содержат условия состязаний. Легко проверить, что все эти состязания допустимы, так как ни одно из них не является критическим. Матрица состояний, которая содержит все эти состязания, дана на рис. 13.30,б.

*Типовое определение состояний № 5.* Это определение, представленное в виде трехмерного куба на рис. 13.31, коренным образом отличается от описанных ранее тем, что все строки таблицы переходов определены парами противоположных по диагонали вершин. Так, например, строка *a* представлена вершиной 000 и одновременно вершиной 111.

Тот факт, что одной строке таблицы переходов соответствует два разных состояния вторичных реле, является частным случаем того общего положения, что любая одна строка таблицы переходов может быть в принципе представлена любым числом состояний вторичных реле. Из всех возможных состояний для представления данной строки всегда можно выбрать некоторое определенное число их, и этот выбор образует *набор состояний*, который мы назовем *строчным набором*. На рис. 13.31 из восьми имеющихся в распоряжении состояний вторичных реле выбраны четыре строчных набора, при-

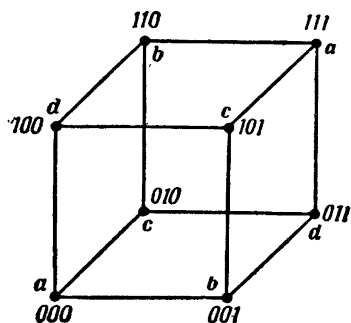


Рис. 13.31. Типовое определение состояний № 5.

<sup>1</sup> W e n g e r t R. E., Minimizing realization of sequential relay circuits, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1953.

чем каждый набор состоит из двух состояний и представляет одну строку.

С физической точки зрения нет разницы в том, какое из двух состояний некоторого строчного набора занято в данный момент времени при условии, что для каждого из состояний, входящих в строчной набор, состояние выходов является одинаковым и соответствует тому, которое задано для данной строки в исходной таблице переходов.

На рис. 13.32 заданы состояния строчного набора применительно к каждой строке. На рис. 13.33 эти состояния записаны в циклическом порядке с левой стороны строк, а каждое из устойчивых состояний таблицы переходов повторено дважды (внутри данного столбца) в соответствии с приписанными ему состояниями строчных наборов. Чтобы различать устойчивые состояния, отвечающие одному и тому же строчному набору, их обозначения

	$x_1, x_2$				
	00	01	11	10	
(000, 111)	<1>	3	6	<7>	a
(001, 110)	1	4	<5>	<8>	b
(010, 101)	2	<3>	5	7	c
(011, 100)	<2>	<4>	<6>	8	d

Рис. 13.32. Таблица переходов со строчными наборами, соответствующими типовому определению № 5.

	$x_1, x_2$			
	00	01	11	10
$y_1, y_2, y_3$				
000	<1 <sub>1</sub> >	3 <sub>1</sub>	6 <sub>2</sub>	<7 <sub>1</sub> >
001	1 <sub>1</sub>	4 <sub>1</sub>	<5 <sub>1</sub> >	<8 <sub>1</sub> >
011	<2 <sub>1</sub> >	<4 <sub>1</sub> >	<6 <sub>1</sub> >	8 <sub>1</sub>
010	2 <sub>1</sub>	<3 <sub>1</sub> >	5 <sub>2</sub>	7 <sub>1</sub>
110	1 <sub>2</sub>	4 <sub>2</sub>	<5 <sub>2</sub> >	<8 <sub>2</sub> >
111	<1 <sub>2</sub> >	3 <sub>2</sub>	6 <sub>1</sub>	<7 <sub>2</sub> >
101	2 <sub>2</sub>	<3 <sub>2</sub> >	5 <sub>1</sub>	7 <sub>2</sub>
100	<2 <sub>2</sub> >	<4 <sub>2</sub> >	<6 <sub>2</sub> >	8 <sub>2</sub>

Рис. 13.33. Матрица переходов, полученная из типового определения № 5.

снабжены индексами. Индексы помещены также у цифр, соответствующих неустойчивым состояниям, чтобы указать каждый переход к соседнему устойчивому состоянию.

Рис. 13.31 показывает, что для любой вершины в соседстве с ней всегда имеется один член каждого из других строчных наборов. Следовательно, все переходы между строчными наборами требуют изменения состояния только одного вторичного реле. Хотя отдельные строки во вторичной таблице переходов не обязательно являются соседними, каждая пара строчных наборов находится в соседстве с двумя точками.

Получение из матрицы переходов рис. 13.33 матрицы состояний выходов не вызывает особых затруднений. Записанное в скобках

устойчивое состояние с данным номером появляется в каждом столбце не один раз, а дважды. Выход для каждого места появления указанного номера состояния должен быть равен независимо от имеющегося у него индекса выходу, заданному для устойчивого состояния с соответствующим номером в первичной таблице переходов. После того как записаны значения выходов, соответствующие устойчивым состояниям, для каждого неустойчивого состояния должны быть приняты решения относительно числа тактов изменения выходных состояний.

*Типовое определение состояний № 6.* На рис. 13.34,а трехмерный куб переходов иллюстрирует другой способ выбора отдельных со-

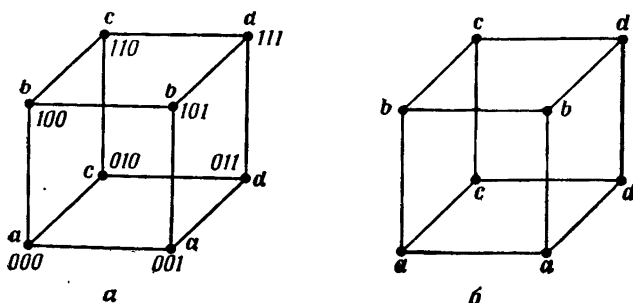


Рис. 13.34. Строчные наборы типового определения состояний № 6.

стояний вторичных реле для образования строчных наборов, представляющих четыре строки таблицы переходов. Сущность этого определения и характер работы элементов релейного устройства могут быть несколько лучше уяснены при помощи рис. 13.34,б. Жирные линии на этом рисунке показывают соединения вершин куба, представляющих члены одного и того же строчного набора, а тонкие линии указывают соседство между строчными наборами.

В противоположность определению № 5 в данном случае члены каждого строчного набора являются соседними. Переход от любого состояния к другому состоянию из того же строчного набора может быть сделан изменением значения одной переменной. Этот способ образования строчных наборов мы назовем *соединенным строчным набором*. Так же, как и в определении № 5, один из членов каждого строчного набора является соседним с членом каждого другого строчного набора.

Рассмотрим, например, переход от строки *b*, состояние 100, к строке *d*. Исходное состояние 100 не является соседним с каким-либо из состояний, содержащимся в строчном наборе *d*. Однако в матрице состояний мы можем осуществить переход (без изменения выхода)

к другому члену строчного набора  $b$ , а именно к состоянию 101; это состояние является соседним с состоянием 111, которое является членом строчного набора  $d$ . Так как переход сделан к строчному набору  $d$ , то теперь получен требуемый выход, и дальнейшее изменение состояния вторичных реле не нужно. При переходе от строки  $b$  к строке  $a$  перехода в пределах исходного строчного набора не требуется. Однако для перехода от строки  $b$  к любой из строк  $c$  или  $d$  для достижения состояния, являющегося соседним с одним из состояний строчного набора, к которому осуществляется переход, может вначале потребоваться переход в пределах строчного набора  $b$ . Когда имеется соединенный строчный набор, содержащий более чем

	$x_1, x_2$				
	00	01	11	10	
(000, 001)	<1>	3	6	<7>	$a$
(101, 100)	1	4	<5>	<8>	$b$
(010, 110)	2	<3>	5	7	$c$
(011, 111)	<2>	<4>	<6>	8	$d$

Рис. 13.35. Строчные наборы типового определения № 6, соответствующие таблице переходов рис. 13.24.

	$x_1, x_2$			
$y_1, y_2, y_3$	00	01	11	10
000	<1 <sub>1</sub> >	3 <sub>1</sub>	6 <sub>1</sub>	<7 <sub>1</sub> >
001	<1 <sub>2</sub> >	3 <sub>1</sub>	6 <sub>1</sub>	<7 <sub>2</sub> >
011	<2 <sub>1</sub> >	<4 <sub>1</sub> >	<6 <sub>1</sub> >	8 <sub>1</sub>
010	2 <sub>1</sub>	<3 <sub>1</sub> >	5 <sub>2</sub>	7 <sub>1</sub>
110	2 <sub>2</sub>	<3 <sub>2</sub> >	5 <sub>2</sub>	7 <sub>1</sub>
111	<2 <sub>2</sub> >	<4 <sub>2</sub> >	<6 <sub>2</sub> >	8 <sub>1</sub>
101	1 <sub>2</sub>	4 <sub>2</sub>	<5 <sub>1</sub> >	<8 <sub>1</sub> >
100	1 <sub>1</sub>	4 <sub>2</sub>	<5 <sub>2</sub> >	<8 <sub>2</sub> >

Рис. 13.36. Матрица переходов, полученная из типового определения № 6.

два члена, то, прежде чем будет сделан окончательный переход к назначенному строчному набору, почти всегда требуется, чтобы был сделан предварительный переход в пределах исходного строчного набора.

На рис. 13.35 приведена таблица переходов, в которой проставлены строчные наборы, изображенные на рис. 13.34; матрица переходов приведена на рис. 13.36. Стрелками указаны переходы, которые делаются в пределах строчных наборов до того, как осуществляется переход к назначенному новому состоянию. В первом столбце стрелки отсутствуют, так как все переходы в этом столбце являются переходом или от строчного набора  $a$  к строчному набору  $b$ , или от строчного набора  $c$  к строчному набору  $d$ . Для этих переходов не требуется перемещения в пределах исходного строчного набора. Выбор того или другого характера переходов может быть предостав-

лен проектировщику, и поэтому здесь есть определенная свобода при составлении матрицы состояний.

Есть и некоторые другие возможности видоизменения матрицы состояния. Заметим, например, что состояние  $\langle 3_2 \rangle$  во втором столбце является лишним в том смысле, что к нему нет перехода ни при каком нормальном изменении состояния входов или вторичных реле. Отсюда следует, что состояния, которые были записаны в клетках матрицы, принадлежащих этой строке, являются совершенно необязательными. Так как состояние  $\langle 3_2 \rangle$ , как было только что выяснено, не может быть достигнуто, то неустойчивые состояния  $2_2$  и  $7_1$  в той же строке также не могут быть достигнуты и являются лишними. Однако неустойчивое состояние  $5_2$  в той же строке не может рассматриваться как лишнее, так как оно требуется в качестве промежуточного состояния при переходе от строки 010 к строке 100.

Все остальные записанные в скобках устойчивые состояния матрицы переходов могут быть достигнуты либо при изменении состояния вторичных реле, либо с помощью изменения состояния входов, либо изменениями тех и других вместе. Все записанные в скобках состояния встречаются парами, соответственно соседним состояниям вторичных реле. Поэтому при составлении матрицы состояний вторичных реле одна вторичная переменная в каждой паре может иметь произвольное значение. Если применить это толкование к паре  $\langle 3_1 \rangle$  и  $\langle 3_2 \rangle$ , то тогда нельзя рассматривать состояние  $\langle 3_2 \rangle$  как лишнее в смысле, указанном ранее.

Если достигнуто назначенное состояние внутри строчного набора, то для получения заданного состояния выходов не требуется дальнейшего действия внутренних элементов. Цель введения дополнительных состояний, при которых одна вторичная переменная является общей для пары устойчивых состояний, заключается в том, чтобы сделать один член каждого строчного набора соответствующим действительно устойчивому состоянию, а другой член — неустойчивому состоянию. В этом случае после достижения назначенного состояния и получения определенного состояния выходов может понадобиться дополнительное действие внутренних элементов, которое может привести к несвоевременной «занятости» и некоторому замедлению в действии релейного устройства для отдельных последовательностей сигналов на входах. Перед введением дополнительных состояний эти факторы должны быть рассмотрены с точки зрения возможного уменьшения сложности структуры релейного устройства.

Приведенные выше примеры определения состояний иллюстрируют несколько более общие методы, при помощи которых комбинации состояний вторичных элементов могут быть сопоставлены с четырехстрочной таблицей переходов, в которой требуются все переходы между парами строк. Ряд дополнительных определений, основанных на идее строчных наборов, приведен на рис. 13.37. В некоторых

из них строчной набор состоит только из одного члена. Отметим также, что отдельные члены строчных наборов не обязательно должны быть соединены друг с другом, как это имеет место, например, в центре рис. 13.37, где строчной набор  $c$  содержит два несоседних состояния. Такой же случай имел место и в определении № 5, где все

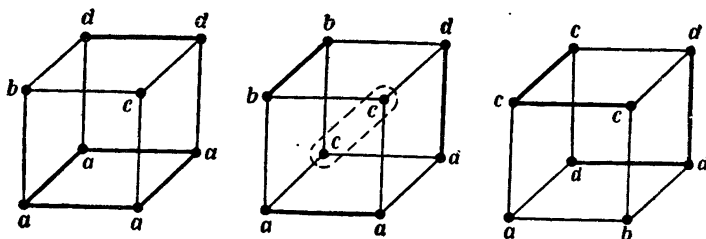


Рис. 13.37. Дополнительные определения состояний для четырёхстрочной таблицы переходов при помощи строчных наборов.

строчные наборы содержали по два несоседних члена. Для читателя будет полезно провести дальнейший, более подробный анализ свойств определений состояний, основанных на строчных наборах рис. 13.37, и рассмотреть их использование для построения структур релейных устройств.

### § 13.4. Циклические последовательности действия вторичных реле

Циклический характер изменения состояний вторичных реле в многотактных релейных устройствах может быть в ряде случаев нежелательным, подобно паразитным колебаниям в усилителе. В этом параграфе, однако, будут рассмотрены циклические последовательности, которые вводятся преднамеренно. Они могут быть полезными, например, для получения задержки во времени или для воспроизведения определенной серии выходных импульсов и т. д. Мы будем интересоваться в этом параграфе не столько специальными применениями циклических последовательностей внутренних элементов, сколько возможностью или невозможностью согласования выбранных определений состояний с требованиями, предъявляемыми циклической работой.

На рис. 13.38 представлены два типичных цикла работы вторичных реле. Таблица переходов имеет восемь строк, каждой из которых приписана комбинация состояний трех вторичных реле. В первых двух столбцах показаны циклы в виде диаграмм переходов. Столбец  $a$  содержит диаграмму непрерывной циклической последовательности. Занятые состояния показаны точками, а переходы

между ними — стрелками. Цикл может начинаться с любого состояния, представленного точкой, и продолжается неопределенно долго, пока не изменится состояние входов. В столбце *b* показан пример ограниченной циклической последовательности. Она может начинаться с любого из состояний, представленного точкой, но будет иметь наибольшую длину, если начинается с состояния 000. Цикл заканчивается, когда будет достигнуто устойчивое состояние 100, отмеченное кружком. Непрерывный цикл должен всегда включать

$y_1 y_2 y_3$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
000			$\langle 1 \rangle - 2$	$\langle 1 \rangle - 2$	001	001	
001			$\langle 2 \rangle - 3$	$\langle 2 \rangle - 3$	011	011	
011			$\langle 3 \rangle - 4$	$\langle 3 \rangle - 4$	111	111	
010							
110						$\langle 5 \rangle - 6$	100
111					$\langle 4 \rangle - 5$	$\langle 4 \rangle - 5$	101
101			$\langle 5 \rangle - 6$		100		
100			$\langle 6 \rangle - 1$	$\langle 6 \rangle$	000	100	

Рис. 13.38. Описания циклов состояний вторичных реле.

четное число состояний вторичных реле, а ограниченный цикл может включать как четное, так и нечетное число их.

Столбцы *c* и *d* содержат описания циклов соответственно столбцов *a* и *b* так, как они будут выглядеть в таблице переходов или в матрице переходов. В этих столбцах все записанные в скобках состояния, кроме одного, отличаются по своему смыслу от того, что было принято ранее. Рассмотрим, например, состояния в столбце *c*. Каждое состояние записано в виде номера в скобках, за которым следует номер без скобок. Состояние  $\langle 1 \rangle - 2$  означает, что вторичные реле находятся в состоянии  $\langle 1 \rangle$ , но должны немедленно перейти к состоянию  $\langle 2 \rangle$ . Последнее рассматривается затем как состояние, к которому осуществляется переход с первой строки. Состояние  $\langle 2 \rangle$  находится во второй строке, но за ним следует записанный без скобок номер 3, и это является указанием на то, что состояние вторичных реле должно измениться, перейдя к состоянию, обозначенному  $\langle 3 \rangle$ . Таким образом, обозначение, состоящее из номера в скобках, за которым следует номер без скобок, указывает, что предыдущий переход привел к состоянию, соответствующему номе-

ру, записанному в скобках, но это состояние должно немедленно перейти в состояние, обозначенное номером без скобок. Если проследить все переходы столбца  $c$ , то легко обнаружить, что вторичные реле последовательно проходят состояния 1, 2, 3, 4, 5 и 6

$x_1, x_2$	00	01	11	10
$\langle 1 \rangle$	3	6	$\langle 7 \rangle$	8
1	4	$\langle 5 \rangle$	$\langle 9 \rangle$	10
2	$\langle 3 \rangle$	5	$\langle 10 \rangle$	7
$\langle 2 \rangle$	$\langle 4 \rangle$	$\langle 6 \rangle$	$\langle 8 \rangle$	9

Рис. 13.39. Таблица переходов, содержащая цикл.

и затем возвращаются к состоянию 1, где цикл начинается снова. Это в точности совпадает с действием, показанным в виде диаграммы переходов в столбце  $a$ .

В столбце  $d$  обозначения состояний, содержащие два номера, имеют точно такой же смысл, как и в столбце  $c$ . Однако в последней строке столбца  $d$  имеется вхождение  $\langle 6 \rangle$ , обозначенное одной цифрой. Это вхождение имеет обычный смысл, который придается записанному в скобках номеру, т. е. представляет нормальное устойчивое состояние, и цикл на нем прекращается.

Столбцы  $e$  и  $f$  рис. 13.38 содержат вхождения, которые нужно проставить в матрице состояний для циклов, описанных в столбцах  $c$  и  $d$ . Рассмотрим некоторые типичные вхождения в столбце  $e$ . Первая строка этого столбца соответствует состоянию 000, а по данным столбца  $c$  схема должна перейти к состоянию  $\langle 2 \rangle$ . Это записанное в скобках вхождение находится во второй строке, для которой состояние вторичных реле равно 001. Поэтому в первой строке столбца  $e$  мы ставим 001, чтобы переход происходил ко второй строке. От второй строки переход должен быть осуществлен к третьей строке. Поэтому в столбце  $e$  во второй строке записано состояние 011. Состояние, записанное в столбце  $e$  в последней строке, равно 000, что соответствует переходу к состоянию, записанному в верхней строке, откуда цикл начинается сначала. В отличие от этого в столбце  $f$  состояние вторичных реле в нижней строке равно 100. Оно совпадает с состоянием в заголовке этой строки и поэтому является устойчивым в обычном смысле, в связи с чем цикл заканчивается.

Теперь рассмотрим таблицу переходов, показанную на рис. 13.39. Она совпадает с таблицей рис. 13.24, за исключением того, что в ней в столбце для  $X_1 X_2 = 10$  вместо прежних вхождений добавлены состояния, образующие цикл. Заметим, что если исключить из рассмотрения цикл в четвертом столбце, то оставшихся трех столбцов таблицы переходов достаточно, чтобы образовать диаграмму переходов, данную на рис. 13.24; таким образом, для удовлетворения всех возможных переходов между строками четырехстрочной таблицы нужны только три столбца из четырех, а четвертый столбец не налагает каких-либо новых условий. Мы вправе ожидать тогда, что определение состояний, являющееся действительно общим, бу-



дет применимо для удовлетворения требований таблицы переходов рис. 13.39.

Поскольку нами найдено, что набор типовых определений состояния, изученных в предыдущем параграфе, удовлетворяет первым трем столбцам таблицы, нужно только исследовать их применимость к четвертому столбцу, содержащему цикл. Используем вначале типовое определение № 3, приведенное на рис. 13.28. На рис.

<i>a</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>b</i>
000	001	011	010	110	111	101	100
001	101			100	110	111	?

Рис. 13.40. Типовое определение № 3 не удовлетворяет условиям существования цикла.

13.40 состояния, соответствующие строкам матрицы состояний, расположены по горизонтали. Рассмотрим переходы, которые требуются при прохождении через строки *a*, *d*, *b*, *c*, *a*, т. е. в последовательности, требуемой таблицей рис. 13.39. Согласно определению № 3, мы проходим от строки *a* к строке *d* через строки *e* и *h*. Значения состояний для этих переходов даны на рис. 13.40, а стрелки показывают шаги, которые требуются для перехода от строки *a* к строке *d*. Затем должен быть осуществлен переход от строки *d* к строке *b* через строку *g*. Значения состояний опять показаны вместе со стрелками, указывающими путь, однако для строки *b* поставлен знак вопроса. Эта строка соответствует состоянию 100. Следующей точкой в цикле является строка *c*, соответствующая состоянию 011. Переход между строками *b* и *c* требует изменения всех трех вторичных переменных. Поскольку, однако, имеется всего одна оставшаяся в распоряжении строка, т. е. *f*, то очевидно, что для перехода от *b* к *c* нельзя задать значения состояний, не создав при этом условий для состязаний. Таким образом, определение № 3 не удовлетворяет требованию, заданному в четвертом столбце таблицы рис. 13.39.

На рис. 13.41 та же задача решается с помощью типового определения № 4 в соответствии с рис. 13.29. Можно легко проверить, что в этом случае трудностей в удовлетворении требований цикла не возникает.

На рис. 13.42 графически показаны причины, приведшие в случае применения определения № 3 к неудачному результату, а в случае использования определения № 4 — к удачному. В обоих случаях цикл начинается с вершины куба, соответствующей строке *a*, а каждый последующий переход, связанный с изменением вторич-

ной переменной, показан сплошной линией со стрелкой, направленной к следующей вершине. Все неиспользованные ребра куба обозначены пунктирными линиями. Если обратиться к кубу, представляющему определение № 3, то станет очевидным, что для осуществления перехода от вершины *b* к вершине *c* вторичные реле в определенном месте окажутся в противоречивых условиях. На-

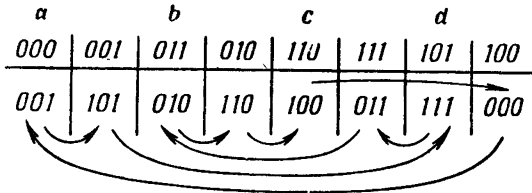


Рис. 13.41. Условия существования цикла удовлетворяются типовым определением № 4.

пример, было бы совсем легко осуществить переход от вершины *b* через вершину *d*, но по достижении этой вершины оказалось бы, что в ней уже имеется указание на переход к состоянию 110, а чтобы осуществить переход к вершине *c*, нужно было бы дать противоречащее указание, состоящее в переходе к состоянию 011. Эта труд-

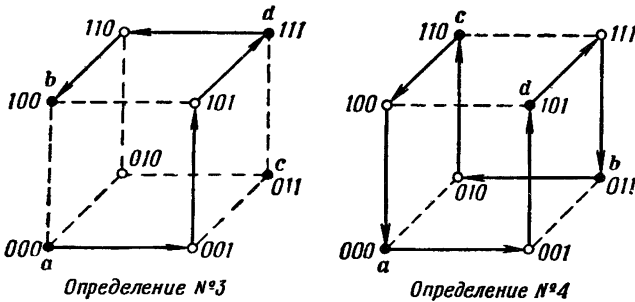


Рис. 13.42. Циклическая последовательность действия вторичных реле, представленная геометрически.

ность не встречается в определении № 4. Отметим, что путь переходов, показанный на рис. 13.42, представляет лишь один из двух способов реализации цикла при помощи определения № 4. Можно легко проверить, что определение № 4 удовлетворяет требованиям любого четырехстрочного цикла.

Ограничение общности определений в связи с наличием циклов не является очень серьезным. С помощью определения № 3 нельзя реализовать цикл, заданный последовательностью *a, d, b, c, a*, но

оно легко обеспечивает реализацию циклов, заданных последовательностями  $a, b, c, d, a$ , или  $a, b, d, c, a$ , или  $a, d, c, b, a$ . Перестановкой строк в таблице переходов всегда можно легко преобразовать последовательность  $a, d, b, c, a$  к виду, которому удовлетворит данное определение состояний. Эта перестановка не повлияет на применимость этого определения к другим трем строкам таблицы, не содержащим циклов.

### § 13.5. Определение строчных наборов для больших таблиц переходов

При большом числе строк в таблице переходов определение состояний вторичных реле при помощи диаграммы переходов или матрицы соседних состояний может стать весьма затруднительным. Тем не менее всегда первоначально следует сделать попытку удовлетворить требования таблицы переходов путем прямой процедуры определения состояний с использованием  $S_0$  вторичных реле и только в случае необходимости прибегать к введению дополнительных вторичных реле. Практические задачи, которые описываются словесными утверждениями, по-видимому, приводят к таблицам, которые не требуют всех возможных переходов между строками. Поэтому при осуществлении определений состояний вторичных реле разумно вначале иметь дело с простыми понятиями и методами. Если эти методы отказывают, то тогда можно обратиться к общим определениям, описанным в этом параграфе. Эти определения относятся к таблицам общих типов, в которых требуются все возможные переходы между строками. Они, конечно, удовлетворяют и требованиям практических задач, но не обязательно используют минимальное число вторичных реле.

Определения состояний общего типа, которые рассматриваются в этом параграфе, распространяют понятие строчного набора на неопределенно большое число вторичных реле<sup>1</sup>.

Вначале целесообразно рассмотреть некоторые из основных понятий, с которыми мы будем иметь дело в дальнейшем, и определить некоторые термины, которые будут использоваться.

Для заданного числа  $S$  вторичных переменных существует  $2^S$  состояний, которые мы можем описать алгебраически или при помощи двоичных чисел. Всякие два состояния являются соседними, если их обозначения отличаются значением только одной из переменных. Так, состояние, представленное выражением  $wxyz$ , является соседним с состоянием, представленным выражением  $wx'yz$ , или, используя двоичные обозначения, можно утверждать, что состояние 1111 будет соседним с состоянием 1011.

<sup>1</sup> Huffmаn D. A., A study of the memory requirements of sequential switching circuits, Technical report № 293, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, 1955.

Из  $2^S$  имеющихся в нашем распоряжении состояний вторичных реле можно выбрать группу, содержащую любое число состояний, вплоть до  $2^S$ . Назовем эту группу *набором*<sup>1</sup>. Хотя этот выбор может быть совершенно произвольным, наиболее интересны, конечно, те наборы, которые благодаря своим специальным свойствам могут быть использованы для удовлетворения требований определения состояний вторичных реле.

В § 13.3 при изучении типовых определений № 5 и № 6 было найдено, что каждой строке таблицы переходов можно сопоставить не

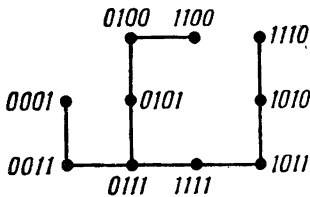


Рис. 13.43. Соединенный строчный набор состояний.

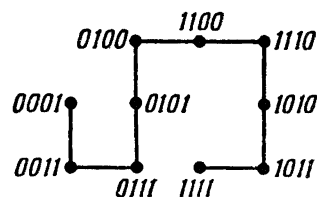


Рис. 13.44. Соединенная последовательность состояний.

одно состояние, а набор вторичных состояний. Последний был назван строчным набором. В типовом определении № 6 каждый строчный набор содержал два соседних состояния, и такие наборы были названы соединенными строчными наборами. Расширим теперь понятие соединенного строчного набора.

*Соединенный строчный набор* — это такой набор, в котором каждый член является соседним по крайней мере с одним другим членом этого набора. Так, например, набор, изображенный на рис. 13.43, является соединенным набором. Это можно усмотреть из того, что все узлы, входящие в этот набор, являются соседними, что показано на рис. 13.43 линиями, соединяющими их. (Отметим, что набор, содержащий всего один член, является также соединенным набором.) Тот же самый набор состояний вторичных реле изображен несколько по-другому на рис. 13.44, где соединение между соседними состояниями 0111 и 1111 удалено, а вместо него добавлено соединение между соседними состояниями 1100 и 1110. Этот набор является все еще соединенным набором, но он теперь обладает тем свойством, что, отправляясь от состояния 0001 (или 1111) и следуя по линиям, соединяющим узлы, можно пройти через все узлы, причем любые последующие пары состояний являются соседними. Последова-

<sup>1</sup> С математической точки зрения число состояний в наборе может меняться от нуля (пустой набор) до полного числа состояний (полный набор). Для определения состояний вторичных реле должно быть по крайней мере столько наборов, сколько имеется строк в таблице переходов, причем каждый набор строки должен содержать по крайней мере одно состояние.

тельность состояний, обладающую этим свойством, будем называть *соединенной последовательностью*. Можно легко проверить, что в соединенном наборе всегда можно образовать соединенную последовательность, используя, для того чтобы соединить любой член с любым другим членом, только состояния, входящие в набор. Так, например, на рис. 13.43 мы можем соединить состояния 0101 и 1010 соединенной последовательностью 0101, 0111, 1111, 1011 и 1010.

Длина соединенной последовательности равна числу изменений переменных, требующихся для прохождения всей последовательности. Расстояние между двумя состояниями в соединенном наборе равно длине кратчайшей соединенной последовательности, которая соединяет эти два состояния (с использованием состояний только из данного набора). Так, например, определяя расстояние между состояниями 0001 и 1111 и используя для этого соединенную последовательность, показанную на рис. 13.44, найдем, что расстояние между этими состояниями равно 9. Однако если использовать все

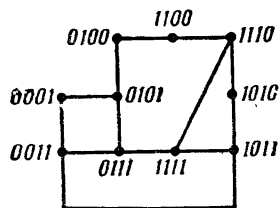


Рис. 13.45. Соединенный набор содержит ряд последовательностей.

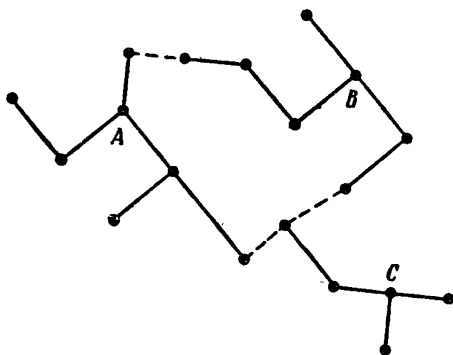


Рис. 13.46. Соседние соединенные наборы.

возможные соседства из набора, как показано на рис. 13.45, то можно обнаружить, что имеются три различные соединенные последовательности длиной 3, соединяющие эти два состояния.

Понятие соседства удобно расширить так, чтобы оно включало понятие соседних наборов. На рис. 13.46 сплошными линиями обозначены соединенные наборы *A*, *B* и *C*. Пунктирные линии показывают, что каждая пара этих наборов содержит члены, которые являются соседними, так что в точках, соединенных этими пунктирными линиями, можно перейти от одного набора к другому путем изменения состояния одной переменной. Наборы *A*, *B* и *C* являются поэтому *соседними соединенными наборами*.

Строчной набор был определен как такой набор состояний вторичных реле, который определяет отдельную строку в таблице переходов. В простых задачах строчные наборы могут содержать только

по одному члену, и строки таблицы можно тогда различать по отдельным состояниям вторичных реле. Однако если для представления строки определен набор состояний вторичных реле, содержащий более чем один член, то необходимо связать строку таблицы переходов с некоторым свойством устройства, которое относится ко всем состояниям вторичных реле, входящим в строчный набор. Для этой цели будем рассматривать строку как представляющую некоторое *внутреннее состояние* устройства.

Устройство может допускать столько внутренних состояний, сколько имеется строк в таблице переходов. Каждое отдельное внут-

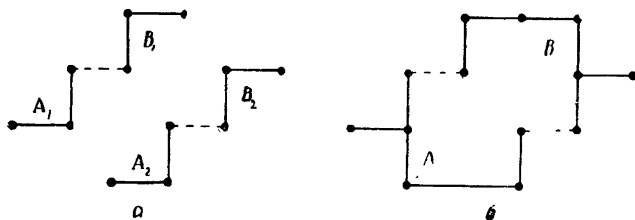


Рис. 13.47. Сцепленные наборы не обязательно должны быть соединенными наборами.

реннее состояние, скажем  $i$ -е состояние, можно определить  $i$ -м строчным набором  $R_i$ . Полезно или по крайней мере желательно, чтобы строчные наборы были соединенными наборами, однако в этом нет необходимости. В типовом определении № 6 § 13.3 строчные наборы были соединенными наборами, однако в типовом определении № 5 использовались строчные наборы, которые не были соединенными. Если строчной набор не является соединенным, то его можно расчленить на два или большее число поднаборов, которые будут соединенными, но никакие два из них при этом не будут соседними. Назовем такие наборы *строчными поднаборами* (отметим, что единственное состояние вторичных реле может также образовать строчной поднабор). На рис. 13.47, *a* строчной набор  $A$  состоит из поднаборов  $A_1$  и  $A_2$ , каждый из которых является соединенным, а строчной набор  $B$  состоит из соединенных поднаборов  $B_1$  и  $B_2$ .  $A_1$  не является соседним с  $A_2$ , а  $B_1$  не является соседним с  $B_2$ .

Независимо от того, являются или не являются строчные наборы, определяющие строки таблицы переходов, соединенными наборами, они должны быть *сцепленными строчными наборами* для того, чтобы удовлетворить требованиям произвольной таблицы переходов. Если два строчных набора  $R_i$  и  $R_j$  не являются соединенными наборами, то, чтобы они были сцепленными наборами, каждый поднабор из  $R_i$  должен быть соседним по крайней мере с одним поднабором из  $R_j$  и наоборот. Так, на рис. 13.47 строчные наборы  $A$

и  $B$  являются сцепленными в обоих случаях. На рис. 13.47, *a* соседними являются, как это показано пунктирными линиями, как поднаборы  $A_1$  и  $B_1$ , так и поднаборы  $A_2$  и  $B_2$ . На рис. 13.47, *б* оба строчных набора  $A$  и  $B$  являются как соединенными наборами, так и соседними, что показано пунктирными линиями. Будем говорить, что группа строчных наборов является *взаимосцепленной*, если каждая пара из этих строчных наборов является сцепленной.

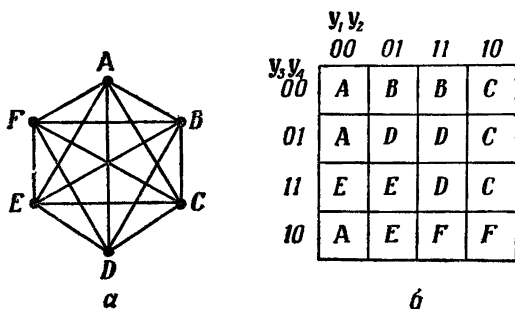


Рис. 13.48. Диаграмма переходов шестистрочной таблицы переходов и матрица взаимосцепленных строчных наборов, удовлетворяющих условиям переходов.

Если сцепленные строчные наборы используются для представления внутренних состояний релейного устройства и если в матрице состояний вторичных реле не допускаются состязания, то число изменений состояния вторичных реле, требуемое для осуществления изменения внутреннего состояния, никогда не превысит числа членов в наибольшем поднаборе строчного набора. Если число членов в наибольшем поднаборе равно  $M$ , то наибольшая длина соединенной последовательности будет равна  $M-1$ . Тогда для изменения внутреннего состояния потребуется еще одно изменение состояния вторичных реле, и наибольшее число требуемых изменений равно  $M-1+1 = M$ . Поэтому наибольший строчный поднабор определяет верхний предел числа изменений состояний вторичных реле, которые могут понадобиться для осуществления изменения внутреннего состояния.

Идея строчного набора может быть несколько лучше оценена с помощью рассмотрения диаграммы переходов рис. 13.48, *a* и определения состояний вторичных реле в виде строчных наборов, представленных матрицей соседних состояний рис. 13.48, *б*. Диаграмма переходов характеризует произвольную шестистрочную таблицу переходов, в которой должна быть предусмотрена возможность перехода от каждой строки к любой другой строке. Можно легко проверить, что наборы для шести строк, содержащиеся в этой матрице, являются соединенными наборами и взаимосцепленными строч-

ными наборами. На рис. 13.49 строчные наборы, образующие матрицу рис. 13.48, б, расположены так, чтобы показать, как они удовлетворяют требованиям диаграммы переходов рис. 13.48, а. Каждый строчный набор показан как набор узлов, соединенных сплошными линиями, а это указывает на то, что он является соединенным набором. Пунктирными линиями показаны единичные переходы между соседними строчными наборами, одинаковые с переходами в исходной диаграмме переходов. Рассмотренное определение состояний является не единственным для шестистрочной таблицы переходов. Однако сам факт существования по крайней мере одного определения для этого случая с четырьмя вторичными реле указывает на то, что требования шестистрочной таблицы переходов со всеми переходами между строками могут быть удовлетворены с этим минимальным количеством вторичных реле.

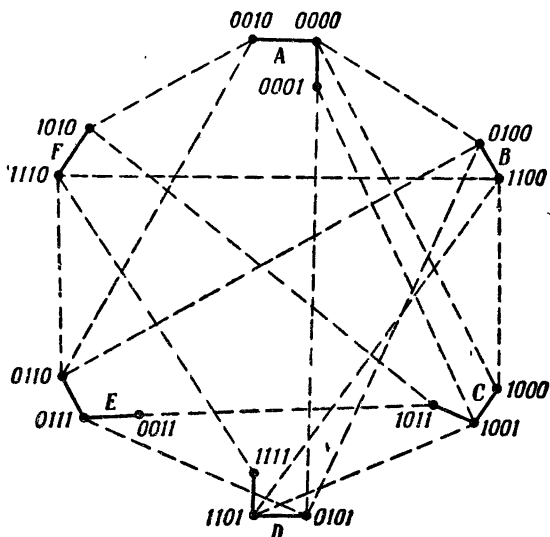


Рис. 13.49. Диаграмма переходов, показывающая соединения между взаимосцепленными строчными наборами.

Идеи, развитые выше для удовлетворения требований произвольной таблицы переходов, могут быть с пользой применены для решения многих практических задач. На рис. 13.50 показана, например, матрица, содержащая определение наборов состояний для восьмистрочной таблицы переходов. Все эти наборы являются соединенными, но не представляют взаимосцепленной совокупности наборов. Диаграмма переходов рис. 13.50, б показывает переходы, которые могут быть осуществлены в этом случае. Можно легко усмотреть, что многие переходы, которые потребовались бы произвольной



таблицей переходов, здесь отсутствуют. Однако многие практические задачи и не требуют всех переходов. Можно поэтому ожидать, что неполное сцепление строчных наборов окажется в ряде случаев ценным для проектирования конкретных релейных устройств.

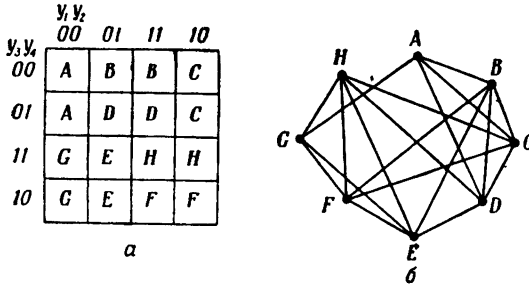


Рис. 13.50. Матрица соседних состояний для определения состояний с помощью строчных наборов и диаграмма переходов, которой она удовлетворяет.

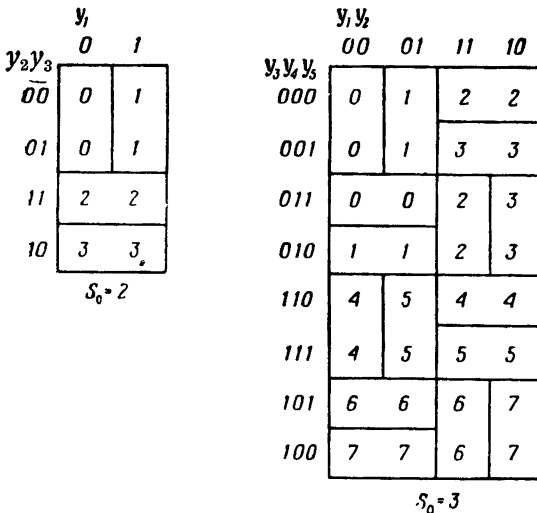


Рис. 13.51. Определение состояний с помощью взаимосцепленных строчных наборов для четырехстрочной и восьмистрочной таблиц переходов.

Хаффмэн<sup>1</sup> было проведено систематическое рассмотрение ряда определений состояний вторичных реле, основанных на понятии

<sup>1</sup> См. сноску на стр. 603.

строчного набора, расширенного для удовлетворения требований таблицы переходов любого размера. Одно из них, которое будет сейчас рассмотрено, удовлетворяет требованиям произвольной таблицы переходов и использует наименьшее число вторичных реле.

Допустим, что строки таблицы переходов занумерованы десятичными числами, начинающимися с нуля. Полная таблица переходов будет иметь в точности  $2^{S_0}$  строк, а три четверти таблицы переходов для данного значения  $S_0$  — в точности  $0,75 (2^{S_0})$  строк. Как показал Хаффмэн, требования полной таблицы переходов могут быть всегда удовлетворены с помощью  $2S_0 - 1$  вторичных реле, а трех четвертей таблицы — с помощью  $2S_0 - 2$  вторичных реле.

Слева на рис. 13.51 дано определение состояний вторичных реле для четырех строк таблицы переходов с помощью трех вторичных реле. В нем можно узнать типовое определение № 6 из § 13.3. В изображенной на нем матрице некоторые из границ клеток удалены, чтобы яснее выделить наборы состояний. Строчные наборы являются соединенными и взаимосцепленными. На рис. 13.51 справа показано определение состояний, в котором с помощью пяти вторичных реле удовлетворяются все требования восьмистрочной таблицы переходов. Строчные наборы содержат в этом случае в два раза больше членов, но они опять являются соединенными и взаимосцепленными. Рассмотрение матрицы показывает, что характер чередования вертикальных и горизонтальных групп номеров строк такой же, как и для четырехстрочной таблицы.

При расширении матрицы для удовлетворения требованиям 16-строчной таблицы переходов, показанном на рис. 13.52, число членов в каждом строчном наборе приходится удваивать. Каждая горизонтальная и каждая вертикальная группа вхождений содержит четыре номера строк вместо двух. Однако характер чередования вертикальных и горизонтальных групп сохраняется. Если необходимо распространить это определение на таблицу переходов с 32 строками, то число членов в каждом строчном наборе и число вхождений в каждой вертикальной и горизонтальной группе опять должно быть удвоено.

Когда таблица переходов содержит только  $0,75 (2^{S_0})$  строк, определение состояний вторичных реле становится более экономичным. Это иллюстрируется рис. 13.53. Слева на этом рисунке показана матрица определения состояний для шестистрочной таблицы переходов, для которой  $S_0 = 3$ . Левая половина этой матрицы идентична матрице рис. 13.51, для которой  $S_0 = 2$ . Правая половина матрицы содержит взаимосцепления для двух дополнительных строчных наборов. Матрица, приведенная справа на рис. 13.53, содержит определение состояний вторичных реле для таблицы переходов с двенадцатью строками ( $S_0 = 4$ ). Левая половина этой матрицы идентична матрице рис. 13.51, для которой  $S_0 = 3$ , а правая половина использована для взаимосцепления еще четырех строчных наборов.

Для расширения матрицы важно понять характер чередования вертикальных и горизонтальных групп вхождений, что лучше всего сделать с помощью изучения рассмотренных выше матриц.

$y_4 y_3 y_2 y_1$	$y_1 y_2 y_3$							
	000	001	011	010	110	111	101	100
0000	0	1	2	3	4	4	4	4
0001	0	1	2	3	5	5	5	5
0011	0	1	2	3	6	6	6	6
0010	0	1	2	3	7	7	7	7
0110	0	0	0	0	4	5	6	7
0111	1	1	1	1	4	5	6	7
0101	2	2	2	2	4	5	6	7
0100	3	3	3	3	4	5	6	7
1100	8	9	10	11	8	8	8	8
1101	8	9	10	11	9	9	9	9
1111	8	9	10	11	10	10	10	10
1110	8	9	10	11	11	11	11	11
1010	12	12	12	12	12	13	14	15
1011	13	13	13	13	12	13	14	15
1001	14	14	14	14	12	13	14	15
1000	15	15	15	15	12	13	14	15

Рис. 13.52. Определение состояний для 16-строчной таблицы переходов с помощью взаимосцепленных строчных наборов.

Максимальные числа строк таблицы переходов, которая может быть построена с данным числом вторичных реле, приведены в табл. 13.1. Отметим, что для каждой данной таблицы переходов обязательно требуется указанное в табл. 13.1 число вторичных реле, но если окажется, что для нее требуется большее число, чем приведен-

Таблица 13.1

Число вторичных реле

Число строк в таблице переходов

1	2
2	3
3	4
4	6
5	8
6	12
7	16
8	24
9	32
$2S_0 - 2$	$0,75(2^{S_0})$
$2S_0 - 1$	$2^{S_0}$

ное в таблице, то это будет означать, что может быть достигнуто более экономичное определение состояний.

		$Y_1 Y_2$			
		00	01	11	10
$Y_3 Y_4$	00	0	1	4	4
	01	0	1	5	5
	11	2	2	4	5
	10	3	3	4	5

$S_0 = 3$

		$Y_1 Y_2 Y_3$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
$Y_4 Y_5 Y_6$	000	0	1	2	2	8	9	8	8
	001	0	1	3	3	8	9	9	9
	011	0	0	2	3	10	10	10	11
	010	1	1	2	3	11	11	10	11
	110	4	5	4	4	8	9	10	10
	111	4	5	5	5	8	9	11	11
	101	6	6	6	7	8	8	10	11
	100	7	7	6	7	9	9	10	11

$S_0 = 4$

Рис. 13.53. Определения состояний для «трех четвертей» таблиц переходов с помощью взаимосцепленных строчных наборов.

Некоторым недостатком приведенных определений взаимосцепленных строчных наборов является затрата определенного времени, необходимого для осуществления переходов при изменении вторичных переменных. Предположим, например, что только что осуществлен переход от строчного набора 3 к строчному набору 11.

Состояние вторичных реле будет характеризоваться тогда числом 0101100 (см. рис. 13.52). Если после этого нужно будет перейти к строчному набору 7, то для этого придется пройти через все состояния строчного набора 11 до тех пор, пока не будет достигнуто состояние 1001110, являющееся соседним со строчным набором 7. Этот переход потребует восьми изменений состояния вторичных реле.

В типовом определении № 5 § 13.3 все переходы осуществлялись с помощью изменения состояния только одного вторичного реле. К сожалению, если попытаться распространить

	$Y_1$	
	0	1
$Y_2 Y_3$		
00	0	1
01	3	2
11	1	0
10	2	3

Рис. 13.54. Матрица соседних состояний, соответствующая типовому определению № 5 ( $S_0 = 2$ ).

	$Y_1 Y_2 Y_3$							
	000	001	011	010	110	111	101	100
$Y_4 Y_5 Y_6 Y_7$								
0000	0	3	1	2	3	0	2	1
0001	7	4	6	5	4	7	5	6
0011	1	2	0	3	2	1	3	0
0010	6	5	7	4	5	6	4	7
0110	3	0	2	1	0	3	1	2
0111	4	7	5	6	7	4	6	5
0101	2	1	3	0	1	2	0	3
0100	5	6	4	7	6	5	7	4
1100	1	2	0	3	2	1	3	0
1101	6	5	7	4	5	6	4	7
1111	0	3	1	2	3	0	2	1
1110	7	4	6	5	4	7	5	6
1010	2	1	3	0	1	2	0	3
1011	5	6	4	7	6	5	7	4
1001	3	0	2	1	0	3	1	2
1000	4	7	5	6	7	4	6	5

Рис. 13.55. Определение состояний вторичных реле, обеспечивающее минимальное время переходов ( $S_0 = 3$ ).

это определение на таблицу переходов с большим числом строк, то число необходимых вторичных реле будет очень быстро возрастать.

На рис. 13.54 приведена матрица строчных наборов для определения № 5. Каждый строчной набор содержит два поднабора, и каждый поднабор содержит один член. Для восьмистрочной табли-

цы переходов соответствующая матрица приведена на рис. 13.55. Строчные наборы этого определения опять являются несоединенными. Каждое вхождение представляет собой один из шестнадцати поднаборов, содержащихся в каждом строчном наборе.

Есть интересная связь этого определения с кодом Хэмминга, рассмотренным в § 10.5, хотя к определению состояний вторичных реле свойства обнаружения или исправления искажений не имеют отношения. Десятичные номера, заполняющие матрицу рис. 13.55, соответствуют номерам позиций, найденным путем применения проверок на равнозначность типа 4-5-6-7, 2-3-6-7 и 1-3-5-7 к двоичным числам, представляющим вторичные состояния. Так, для вторичного состояния  $y_1y_2y_3y_4y_5y_6y_7 = 1110100$  эти проверки на равнозначность дают номер позиции 101, или десятичное число 5, которое является вхождением матрицы, соответствующим этому вторичному состоянию.

Можно проверить, что каждое вхождение матрицы является соседним с одним поднабором каждого из других строчных наборов, так что любой переход может быть выполнен с помощью изменения одного вторичного реле. С точки зрения числа вторичных реле, необходимых для физической реализации структуры релейного устройства, цена получения высокой скорости перехода довольно велика. Число вторичных реле, которое требуется при определении этого типа, равно  $2^S - 1$ . При возрастании  $S_0$  требуемое число вторичных реле приближается к числу строк в таблице переходов.

### § 13.6. Обратная связь и задержка

Многотактные релейные устройства рассматривались нами до сих пор как построенные в соответствии с общей схемой рис. 12.20. Воспринимающие реле управляются непосредственно входами, а вторичные реле и выходы, каждая в отдельности, находятся под воздействием своих контактных цепей. Для структур устройств, построенных на контактах реле, нет необходимости видоизменять эту схему, однако многотактные устройства, построенные на электронных элементах или на элементах, использующих явления в твердом теле, желательно представлять в виде общей схемы, приведенной на рис. 13.56. Условия работы выходов при этом не меняются. Изменяется лишь трактовка того, как устройство выполняет свои функции.

В этой трактовке предполагается, что устройство обладает двумя следующими основными свойствами. Во-первых, оно имеет некоторый функциональный преобразователь — однотоковое устройство, имеющее в качестве своих входов воспринимающие реле  $X$  и контакты вторичных реле  $y$ . Первые в совокупности представляют состояния входов, а вторые — состояния вторичных реле в *данный* момент времени. Все вместе эти переменные описывают

общее состояние устройства также в данный момент времени. Выходами функционального преобразователя являются общие выходы устройства  $Z$  и катушки вторичных реле  $Y$ . Если рассматривать последние как переменные, входящие в структурные формулы, то они будут являться некоторыми функциями возбуждения  $Y$ . Со-

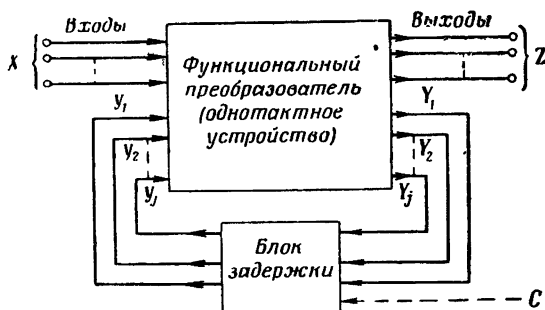


Рис. 13.56. Схематическое представление действия вторичных реле с помощью понятий обратной связи и блока задержки.

стояние контактов  $y$  в конце концов должно сделаться таким же, как и состояние  $Y$ . Поэтому тогда, когда их состояния отличаются друг от друга, можно рассматривать  $Y$  как переменные, описывающие состояние вторичных переменных в *следующий* момент времени.

Вторым основным свойством схемы рис. 13.56 является наличие так называемого блока задержки, для которого входами являются переменные  $Y$ , а выходами — переменные  $y$ . Всякий раз, когда система находится в устойчивом состоянии, состояние выходов блока задержки равно состоянию его входов. Если изменение состояния входов устройства требует изменения состояния вторичных реле, то функциональный преобразователь выдает на своих выходах значения  $Y$ , описывающие состояние вторичных реле в следующий момент времени. Через промежуток, равный времени задержки, значение переменных  $y$  изменяется, приходя в соответствие со значениями переменных  $Y$ . Если полученное в результате общее состояние устойчиво, дальнейших изменений переменных  $Y$  происходить не будет. Если же общее состояние неустойчиво, переменные  $Y$  будут изменяться до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое состояние.

В релейных устройствах, которые мы изучали, требуемая задержка во времени является просто временем срабатывания или отпущения реле. Величина задержки зависит от того, какие элементы устройства срабатывают при переходе от одного состояния к другому. Они являются независимо действующими или *асинхрон-*

ными. Скорость их работы целиком определяется внутренними свойствами устройства. Блок задержки может иметь, однако, вход, изображенный на рис. 13.56 пунктирной стрелкой и обозначенный буквой  $C$ ; назовем этот вход *синхронизирующим*. Его функцией является фиксирование моментов времени, в которые выход блока задержки может изменяться. Так, например, на рис. 13.57 изменение

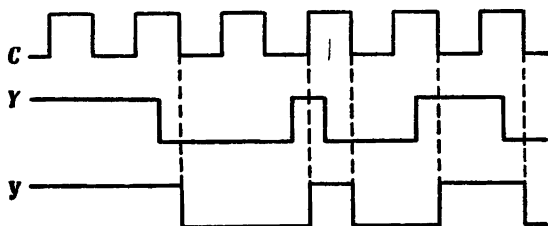


Рис. 13.57. Временные задержки в синхронном устройстве.

состояния  $y$  следует за изменением состояния  $Y$ , но происходит в моменты времени, определяемые очередным изменением  $C$ . Блок задержки является, таким образом, некоторым спусковым устройством. Релейное устройство, работающее таким образом, называется *синхронным*.

Описанное представление действия многотактного релейного устройства будет широко использоваться в следующих двух главах. В этой же главе закончим изучение многотактных релейных устройств рассмотрением некоторых «универсальных» решений, которые могли бы быть получены на основе общей схемы рис. 13.56.

При синтезе многотактного релейного устройства, как было указано выше, сначала составляется первичная таблица переходов, которая затем приводится к минимальной форме путем исключения эквивалентностей и объединения строк. Следующий шаг заключается в том, чтобы определить наборы состояний вторичных реле так, чтобы ни один из переходов не являлся критическим состязанием. Если допустить наличие блока задержки, как это изображено на рис. 13.56, то, как указывалось выше, функциональный преобразователь можно рассматривать как одноктактное релейное устройство. В связи с этим при его построении можно пренебречь появлением критических состязаний и упростить определение состояний вторичных реле, базируя их на числе переменных, равном  $S_0$ . Такое решение задачи зависит от того, можно ли построить блок задержки так, чтобы он мог воспринимать любое изменение входных переменных  $Y$  и через определенное время задержки менять выход  $y$  в соответствии с изменениями на входах. Отметим, что при этом переход  $y$



от одного состояния к другому должен происходить так, чтобы не появлялось никаких промежуточных состояний.

Построим функциональный преобразователь и блок задержки в соответствии с общей схемой рис. 13.56 для реализации таблицы переходов рис. 13.24, которая была использована выше в качестве одного из примеров. Для построения одноконтурной части устройства определим вначале двоичный код, представляющий строки таблицы,

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$Q_1, Q_2$	00	<1>	3	6	<7>
	01	1	4	<5>	<8>
	11	2	<3>	5	7
	10	<2>	<4>	<6>	8

Рис. 13.58. Таблица переходов со строками, описанными произвольным двоичным кодом.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$Q_1, Q_2$	00	00	11	10	00
	01	00	10	01	01
	11	10	11	01	00
	10	10	10	10	01

Рис. 13.59. Матрица состояний функционального преобразователя (одноконтурного типа) для  $P_1P_2$ .

как это показано на рис. 13.58. Двоичные числа в начале строк обозначают внутренние состояния устройства. Они не определяют вторичных переменных и поэтому обозначим их  $Q_1Q_2$ . На входах функционального преобразователя рис. 13.56  $Q_1$  и  $Q_2$  заменяют переменные  $y$ . Практически  $Q_1Q_2$  описывают существующее в данный момент внутреннее состояние устройства с помощью указания на то, какая строка в настоящий момент занята. Входное состояние  $X_1X_2$  и существующее в настоящий момент внутреннее состояние  $Q_1Q_2$  вместе определяют, каким должно быть следующее внутреннее состояние, т. е. указывают строку таблицы переходов, которую предстоит занять. Поскольку это полностью соответствует условиям работы одноконтурного релейного устройства, то двоичный код для распознавания строк таблицы переходов может быть всегда записан с использованием не более  $S_0$  знаков.

Состояние выходов одноконтурной части (исключая общие выходы устройства  $Z$ ) должно описывать следующую строку, т. е. строку, которая должна быть занята после окончания перехода. Назовем это выходом  $P_1P_2$ , заменяя этими символами переменные  $Y$  рис. 13.56. В матрице рис. 13.59  $P_1$  и  $P_2$  представлены как функции  $X_1, X_2, Q_1$  и  $Q_2$ . Вхождения, которые соответствуют по расположению записанным в скобках вхождениям таблицы переходов, равны значениям  $Q_1Q_2$  тех строк, в которых они размещаются. Таким обра-

зом, там, где вхождение таблицы переходов приведено в скобках, значение  $P_1P_2$  строки, к которой осуществляется переход, равно значению  $Q_1Q_2$  строки, которая в данный момент занята. В клетку матрицы, соответствующую записанному без скобок вхождению таблицы

$P_1P_2$						$Q_1Q_2$
00	01	11	10			
<1>	2	3	4		00	
1	<2>	3	4		01	
1	2	<3>	4		11	
1	2	3	<4>		10	

Рис. 13.60. Таблица переходов для блока задержки.

переходов, вносится значение  $Q_1Q_2$  той строки, которая содержит соответствующее записанное в скобках вхождение. Так, в первой строке во втором столбце таблицы переходов (рис. 13.58) имеется вхождение 3. Поэтому в соответствующую клетку матрицы  $P_1P_2$  нужно вписать вхождение 11, для того чтобы выразить тот факт, что следующее внутреннее состояние будет представлено строкой 11, которая содержит вхождение <3>. Из матрицы рис. 13.59 видно, что  $P_1$  и  $P_2$  могут быть непосредственно записаны в виде алгебраических функций от  $X_1, X_2, Q_1$  и  $Q_2$ .

Таким образом, матрица рис. 13.59 определяет однотактное релейное устройство, которое для каждого данного состояния входов и данной строки обеспечивает указание строки, к которой должен быть направлен переход. Чтобы осуществить обратную связь, необходимо теперь построить блок задержки, который при указании (с помощью со-

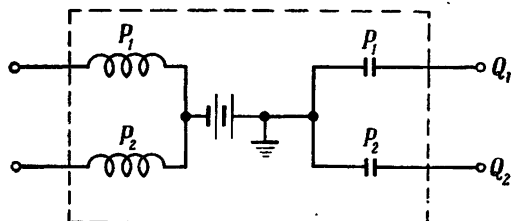


Рис. 13.61. Блок задержки, построенный согласно таблице переходов рис. 13.60.

стояния входов) определенной строки, к которой осуществляется переход, обеспечивал бы на своих выходах ту же информацию, но с задержкой во времени. При этом на входе блока задержки должно быть допущено любое изменение входных переменных, а на выходе через время задержки то же изменение должно повториться без каких-либо промежуточных состояний.

Если попытаться рассмотреть эти требования как простую многотактную задачу, то соответствующая таблица переходов будет иметь вид, представленный на рис. 13.60. Однако она сводится всего к одной строке, из которой непосредственно можно записать  $Q_1 = P_1$

и  $Q_2 = P_2$ . Соответствующая структура блока задержки изображена на рис. 13.61. Требуемая задержка получается за счет времени срабатывания и отпускания реле  $P_1$  и  $P_2$ . Это дает целиком удовлетворительные результаты при условии изменения только одной из переменных  $P$ . Однако если переменные  $P_1$  и  $P_2$  изменяются одновременно, то между соответствующими реле возникают условия состязаний, и, если время срабатывания этих реле не одинаково, то появляющаяся в результате последовательность значений  $Q_1Q_2$  будет давать на входах функционального преобразователя ложную информацию.

Структуру блока задержки можно рассматривать как такую, в которой задержка во времени обеспечивается действием некоторых вторичных реле, причем любое изменение на выходе происходит в ответ на изменение состояния одного вторичного реле. Чтобы это сделать, нужно образовать совокупность взаимосцепленных строчных наборов и связать все члены данного строчного набора с одним и тем же состоянием выходов. Тогда в ответ на изменение состояния входов сперва будет происходить переход внутри строчного набора без изменения выхода до тех пор, пока не будет достигнута точка, соседняя со строчным набором, к которому осуществляется переход. Изменение состояния выходов блока задержки будет осуществлено при этом при изменении одной вторичной переменной.

Попытаемся выполнить это, используя взаимосцепленные строчные наборы, в соответствии с определением для  $S_0 = 2$  на рис. 13.51. В матрице переходов рис. 13.62 столбцы соответствуют значениям  $P_1P_2$ . В пределах каждого столбца строки, являющиеся членами некоторого строчного набора, обозначаются записанными в скобках входениями. Выходы, связанные с этими входениями, одинаковы и равны значению  $P_1P_2$  для данного столбца. Так, например, в столбце 00 имеются входения <1> и <2> в строках, являющихся членами соединенного набора (000, 001). Выходы, заданные для обеих строк, будут равны  $Q_1Q_2 = 00 = P_1P_2$ .

Если построить теперь матрицу состояний выходов, рассчитанную на получение максимальной задержки, то выход, связанный с каждой строкой, будет постоянным и равным выходу для записанного в скобках входения этой строки. Поэтому он не будет зави-

У, У <sub>2</sub>	P <sub>1</sub> P <sub>2</sub>				Q <sub>1</sub> Q <sub>2</sub>
	00	01	11	10	
000	<1>	3	5	8	00
001	<2>	3	5	7	00
011	2	<3>	5	7	01
010	1	3	<5>	8	11
110	1	4	<6>	8	11
111	2	<4>	6	7	01
101	2	4	6	<7>	10
100	1	4	6	<8>	10

Рис. 13.62. Выходы  $Q_1Q_2$  постоянны в пределах каждого строчного набора.

сеть от значений  $P_1P_2$ . Руководствуясь матрицей рис. 13.62, можно непосредственно написать

$$Q_1 = y_2 y_3 + y_1 y_2' (+ y_1 y_3'),$$

$$Q_2 = y_2.$$

Выражение для  $Q_1$  содержит член в скобках, который прибавлен только для того, чтобы избежать статического состязания контактов.

		$a_1 a_2$			
		00	01	11	10
$c$	$b_1 b_2$				
0	00	0	1	2	3
0	01	0	1	2	3
0	11	0	1	2	3
0	10	0	1	2	3
1	10	0	0	0	0
1	11	1	1	1	1
1	01	2	2	2	2
1	00	3	3	3	3

Рис. 13.63. Определение состояний вторичных реле для четырехстрочной таблицы переходов с использованием ( $2S_0 + 1$ ) вторичных реле.

строчной набор является соединенным. Он состоит наполовину из состояний, соответствующих столбцам, и наполовину из состояний, соответствующих строкам. Верхняя половина таблицы рис. 13.63 содержит все половины строчных наборов, соответствующие столбцам, а нижняя часть — все половины, соответствующие строкам.

Используется только тип переходов, показанный на рис. 13.64, хотя некоторые изменения состояний вторичных реле можно осуществить и без переходов из верхней части таблицы к нижней или

При таком построении существует, однако, задержка во времени, так как состояние  $Q_1Q_2$  не зависит от  $P_1P_2$  и изменение его происходит в результате изменения состояния вторичных реле.

Обычным способом можно составить матрицу состояний вторичных реле, соблюдая определенную осторожность в отношении многократных переходов, указанных на рис. 13.62 стрелками, с тем, чтобы избежать ложных выходных сигналов. Эта матрица вместе с выражениями для  $Q_1Q_2$  дает сведения, необходимые для построения «универсального» блока задержки, с помощью которого в соответствии с общей схемой рис. 13.56 можно реализовать любую четырехстрочную таблицу переходов, проектируя только отдельный связанный с ней функциональный преобразователь.

Другой вариант «универсальной» структуры устройства основан на определении состояний взаимосцепленных строчных наборов, данном на рис. 13.63<sup>1</sup>. Для четырехстрочной таблицы переходов требуется пять вторичных реле или, в общем случае,  $2S_0 + 1$  реле. Каждый

<sup>1</sup> См. сноску на стр. 603.

наоборот. Так, например, на рис. 13.64, *а* переход начинается в половине набора, соответствующей столбцам, и с помощью изменения переменных  $b$ , для которых разрешаются состязания, идет к точке, соседней со следующим строчным набором, после чего переход к последнему осуществляется с помощью изменения одной переменной  $c$ . На рис. 13.64, *б* показан переход, который сначала осуществляется с помощью изменения переменных  $a$ , также при допустимости состязаний, а затем при достижении точки, соседней со следующим набором, заканчивается изменением переменной  $c$ . В пределах половин

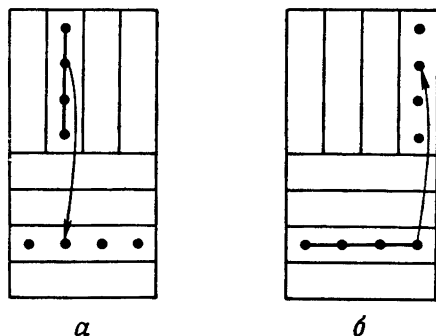


Рис. 13.64. Каждый переход начинается как некритическое состязание и заканчивается изменением одной переменной.

наборов, соответствующих столбцам или строкам, ни одно из состязаний не является критическим. Последний шаг перехода всегда требует изменений только одной переменной. Поскольку каждый переход, допускающий состязание, требует по существу только времени срабатывания (отпускания) одного реле, являющегося наиболее медленно действующим элементом, то полный переход требует времени срабатывания (отпускания) максимум двух реле.

Общая структура вторичных реле блока задержки показана на рис. 13.65. Входы  $P_1P_2$  соединены как с верхней, так и с нижней частями структуры. Ключи  $T_a$  и  $T_b$  соответствуют цепям, коммутируемым с помощью переменной  $c$ , причем сплошные линии соответствуют соединениям при  $c = 1$ . В этом случае входы  $P_1$  и  $P_2$  соединены с  $B_1$  и  $B_2$  и допускается, что для срабатывания (отпускания) этих вторичных реле имеется достаточное время. Отметим, что в этом случае выходы  $Q_1Q_2$  не связаны с  $b_1b_2$ , так как ключ  $T_0$  находится в положении, соответствующем  $c = 1$ .

Выходы  $a_1$  и  $a_2$  вторичных реле  $A_1A_2$  через ключ  $T_0$  соединены с выходами  $Q_1Q_2$  схемы. Переменные  $a_1a_2$  через обратные связи

и ключ  $T_a$  поддерживают прежнее состояние  $A_1A_2$ . Это состояние является, безусловно, устойчивым, так как значения возбуждения этих реле соответствуют их состояниям. Допустим на время, что они фиксируют предшествующие значения  $P_1P_2$ , являющиеся настоящими значениями  $Q_1Q_2$ .

Предположим теперь, что  $P_1P_2$  переходят к следующему predetermined состоянию. Вторичные реле  $B_1$  и  $B_2$ , переходя к со-

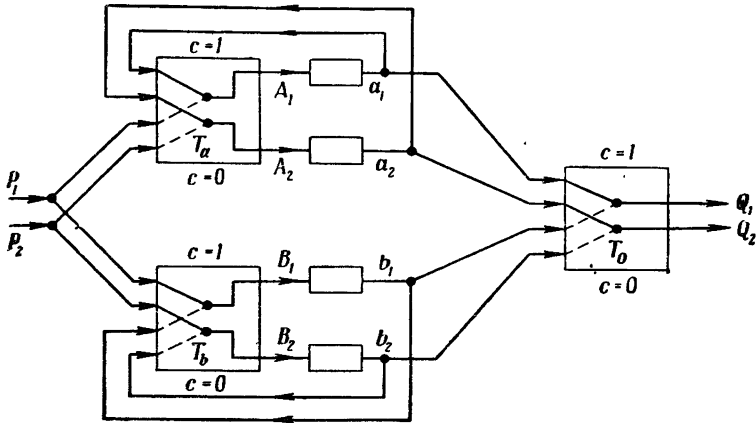


Рис. 13.65. Блок задержки с двойной памятью.

стояниям, отвечающим новым значениям  $P_1$  и  $P_2$ , могут находиться в режиме состязаний, не вырабатывая ложных выходных сигналов, так как они отсоединены от выходов  $Q_1$  и  $Q_2$ . Если, после того как  $b_1$  и  $b_2$  примут состояние, соответствующее  $P_1P_2$ , переменная  $c$  перейдет к состоянию  $c = 0$ , то все ключи  $T$  одновременно изменят свои положения. На выходы  $Q_1Q_2$  будут поданы значения  $b_1b_2$ , а обратная связь к  $B_1B_2$  будет поддерживать состояние последних устойчивым. Одновременно входы  $P_1P_2$  соединятся с  $A_1A_2$  и любое последующее изменение на входах будет восприниматься верхней частью устройства. Таким образом, в описанной структуре вторичные реле  $A$  и  $B$  представляют собой два отдельных блока памяти. Один из них запоминает последнее состояние входов и подает значение этого состояния на выходы. Другой в этот момент времени подготовлен к приему следующего состояния входов и к подаче значения этого состояния на выходы в тот момент времени, когда вторичная переменная  $c$  изменит свое значение.

Очевидно, что переменная  $c$  может являться внешним синхронизирующим сигналом. В этом случае релейное устройство будет *синхронным*, и время задержки будет определяться изменением синхронизирующей переменной.

Однако режим работы устройства может быть и асинхронным. В этом случае время задержки будет определяться временами срабатывания и отпускания вторичных реле. Один способ осуществления этого режима работы заключается в следующем. Определим вначале функцию

$$D_1 = P_1 Q_1' + P_1' Q_1 + P_2 Q_2' + P_2' Q_2.$$

Эта функция принимает значение 1, когда

$$P_1 \neq Q_1 \text{ или } P_2 \neq Q_2.$$

Определим затем функцию

$$D_2 = (a_1 P_1 + a_1' P_1') (a_2 P_2 + a_2' P_2') c' + (b_1 P_1 + b_1' P_1') (b_2 P_2 + b_2' P_2') c.$$

Эта функция равна 1, когда  $c = 0$  и значения  $P_1 P_2$  те же, что и  $a_1 a_2$ , или когда  $c = 1$  и значения  $P_1 P_2$  те же, что и  $b_1 b_2$ .

		$D_3$		
		0	1	$c$
$y_1 y_2$	00	<1>	2	0
	01	3	<2>	1
	11	<3>	4	1
	10	1	<4>	0

		$D_3$	
		0	1
$y_1 y_2$	00	00	01
	01	11	01
	11	11	10
	10	00	10

		$D_3$	
		0	1
$y_1 y_2$	00	0	0
	01	1	1
	11	1	1
	10	0	0

Рис. 13.66. Матрицы переходов и состояний для реле  $C$ .

Когда  $D_1 = 1$ , то это свидетельствует о том, что требуется новое предопределенное состояние  $P_1 P_2$ . Когда  $D_2 = 1$ , это означает, что одна из подсоединенных к входам  $P_1 P_2$  частей устройства зафиксировала значение входов и готова передать новое зафиксированное состояние к выходам  $Q_1 Q_2$ .

Определив теперь функцию  $D_3 = D_1 D_2$ , легко видим, что переменная  $c$  должна *изменять* свое значение, когда  $D_3 = 1$ . Сейчас же после этого  $D_3$  опять становится равной 0, так как  $D_1$  и  $D_2$  становятся равными 0. Поэтому вторичное устройство  $C$  должно опять прийти в устойчивое состояние. Работа этого устройства является, таким образом, многотактной. Матрица переходов и матрицы состояний внутренних реле и выходов для него

представлены на рис. 13.66. На основании их можно написать следующие структурные формулы:

$$Y_1 = D_3' y_2 + D_3 y_1 = (D_3 + y_2)(D_3' + y_1),$$

$$Y_2 = D_3' y_2 + D_3 y_1' = (D_3 + y_2)(D_3' + y_1'),$$

$$C = y_2.$$

Они могут быть реализованы с помощью структуры, показанной на рис. 12.2. Из выражения для  $C$  следует, что реле  $Y_2$  может служить для непосредственного воспроизведения переменной  $C$  и поэтому добавлять специальное реле  $C$  не нужно. В структуре рис. 12.2 переменная  $a$  должна быть заменена на  $D_3$ . Читателю рекомендуется проверить, какое реле на рис. 12.2 соответствует реле  $Y_1$  и какое—реле  $Y_2$ .

### ЗАДАЧИ

13.1. Покажите путем построения матрицы состояний вторичных реле, какое минимальное число последних требуется в устройстве, условия работы которого заданы в таблице переходов рис. 13.67. Дайте краткое и точное словесное описание условий работы этого устройства.

$x_1, x_2$				Z
00	01	11	10	
<1>	5		7	0
<2>	6		7	0
<3>	6		7	1
2	<4>	10		0
3	<5>	10		0
3	<6>	10		1
1		11	<7>	0
1		12	<8>	0
1		12	<9>	1
	4	<10>	8	0
	4	<11>	9	0
	4	<12>	9	1

Рис. 13.67. Задача 13.1.

$x_1, x_2$				Z
00	01	11	10	
<1>	4	5	11	0
12	<2>	5	6	0
7	4	10	<3>	1
1	<4>	5	11	0
9	2	<5>	3	0
7	2	5	<6>	1
<7>	4	10	11	0
12	<8>	5	11	0
<9>	8	5	3	1
1	8	<10>	3	0
7	8	5	<11>	1
<12>	4	10	6	0

Рис. 13.68. Задача 13.2.



13.2. Таблица переходов рис. 13.68 содержит условия работы некоторого многотактного релейного устройства. Определите наименьшее число вторичных реле, требующихся для синтеза его структуры, и выполните для этого следующие операции:

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	<5>	8	10
2	5	<6>	9
<3>	5	6	<10>
<2>	4	<8>	10
3	<4>	7	9
1	4	<7>	<9>

а

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	<5>	8	10
2	5	<7>	9
<3>	6	8	<9>
<2>	4	<8>	10
3	<4>	7	9
1	<6>	7	<10>

б

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	2	5	4
<7>	<2>	3	<10>
1	8	<3>	4
7	<8>	5	<4>
1	<9>	<5>	6
<11>	8	3	<6>

в

Рис. 13.69. Задача 13.3.

1. Сократите до минимума число записанных в скобках вхождений в первичной таблице переходов, выявив все эквивалентные состояния.
2. Минимизируйте число строк в таблице переходов при помощи процедуры объединения строк.
3. Определите состояния вторичных реле.
4. Составьте матрицу состояний вторичных реле.

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	2	5	4
<7>	<2>	3	<10>
1	8	<3>	4
7	<8>	5	<4>
1	<9>	<5>	6
<11>	8	3	<6>

а

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	4	<7>	12
<2>	5	7	<10>
<3>	4	9	11
2	<4>	8	<11>
3	<5>	<8>	<12>
1	<6>	<9>	10

б

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	4	5	<7>
1	<3>	6	7
2	3	<5>	7
<2>	<4>	<6>	7

в

Рис. 13.70. Задача 13.4.

13.3. а) Дайте определения состояний вторичных реле, удовлетворяющих требованиям каждой из приведенных на рис. 13.69 объединенных таблиц переходов.

- б) Составьте матрицу состояний вторичных реле, отвечающую каждому из определений состояний.

13.4. Для каждой из приведенных на рис. 13.70 вторичных таблиц переходов осуществите определение состояний вторичных реле с наименьшим возможным числом последних при условии, что состязания, если таковые возникнут, будут некритическими.

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	4	<7>	11
<2>	6	<8>	10
<3>	6	7	<10>
2	<4>	9	10
1	<5>	9	10
3	<6>	7	11
2	6	<9>	11
1	5	7	<11>

а

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	5	9	<10>
3	<4>	8	<11>
1	<5>	9	<12>
<2>	6	8	<13>
<3>	6	8	10
1	4	<8>	12
3	<6>	<9>	11

б

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	4	<7>	10
1	<5>	<8>	11
2	<6>	8	<10>
<2>	<4>	9	<11>
3	6	<9>	10
<3>	5	7	<12>

в

Рис. 13.71. Задача 13.5.

13.5. Осуществите определение состояний вторичных реле для каждой из приведенных на рис. 13.71 таблиц переходов. Используйте при этом наименьшее возможное число вторичных реле.

13.6. Для приведенной на рис. 13.72 четырехстрочной таблицы переходов осуществите определение состояний вторичных реле, обеспечивающее требуемые переходы от неустойчивых состояний к устойчивым, а также циклические переходы для состояния входов  $X_1 X_2 = 11$ .

$x_1, x_2$			
00	01	11	10
<1>	5	<7> - 8	<6>
<2>	3	<8> - 9	6
1	<3>	<10> - 7	4
2	<5>	<9> - 10	<4>

Рис. 13.72. Задача 13.6.

13.7. Осуществите определение состояний вторичных реле для приведенных на рис. 13.73 таблиц переходов, используя наименьшее возможное число реле. Состязания могут быть допущены, если они являются некритическими. Укажите каждое из состязаний, которое было допущено.

13.8. Осуществите определение состояний вторичных реле для каждой из приведенных на рис. 13.74 таблиц переходов, используя возможно меньшее число вторичных реле.

13.9. Реле А, В и С должны работать в соответствии с приведенным ниже в таблице циклом (0 — реле не сработало, 1 — реле сработало).

А	В	С	1	1	1
0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0

$x_1 x_2$	00	01	11	10
<1>	6	2	10	
3	5	<4>	9	
8	6	<7>	<9>	
<3>	<5>	4	10	
1	<6>	<2>	9	
<8>	5	7	9	
3	6	2	<10>	

а

$x_1 x_2$	00	01	11	10
<3> - 6	<7> - 9	11	<13>	
<4> - 5	<8>	11	13	
<2> - 1	10	<12>	14	
<6> - 4	<9> - 8	12	<14>	
<1> - 3	10	<11>	13	
<5> - 2	<10>	12	14	

б

Рис. 13.73. Задача 13.7.

$x_1 x_2$	00	01	11	10
<1> - 3	<9>	<11>	<16>	
<2>	9	12	<17>	
<3> - 5	10	<13>	<18>	
<4> - 7	<10>	13	<19>	
<5> - 6	10	<14>	<20>	
<6> - 4	9	<12>	<21>	
<7> - 1	9	<15>	<22>	
<8>	10	11	<23>	

а

$x_1 x_2$	00	01	11	10
<1> - 3	<7> - 11	<12>	<15>	
<2> - 4	10	12	15	
<3> - 5	<8> - 7	<13>	<16>	
<4> - 6	<9> - 8	14	15	
<5> - 2	<10>	13	16	
<6> - 1	<11> - 9	<14>	16	

б

Рис. 13.74. Задача 13.8.

Действие устройства начинается при замыкании контакта ключа  $K$ . Реле  $A$ ,  $B$  и  $C$  находятся при этом в нерабочем состоянии, как это указано в таблице. Цикл работы вторичных реле заканчивается также при этом состоянии реле  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Независимо от того, нажат ли ключ  $K$  бесконечно долго или только на время, достаточное для начала цикла, реле должны воспроизвести последовательность только один раз и затем перейти в нерабочее состояние. Каждое повторение последовательности должно требовать отдельного замыкания контакта ключа  $K$ .

Постройте структуру устройства, удовлетворяющего этим требованиям и содержащего минимальное число реле и контактов.

13.10. Транспортная система может давать на вход релейного устройства любую из четырех указанных ниже последовательностей. Каждая последовательность требует различной ответной реакции на выходе. Входные последовательности и соответствующие им выходные последовательности приведены ниже.

- (а) Входная последовательность: 00 → 10 → 11 → 01 → 00  
Выходная последовательность: 0000 0000 1000 0000 0000
- (б) Входная последовательность: 00 → 01 → 11 → 10 → 00  
Выходная последовательность: 0000 0000 0100 0000 0000
- (в) Входная последовательность: 00 → 10 → 00 → 01 → 00  
Выходная последовательность: 0000 0000 0010 0000 0000
- (г) Входная последовательность: 00 → 01 → 00 → 10 → 00  
Выходная последовательность: 0000 0000 0001 0000 0000

1. Постройте структуру релейного устройства, удовлетворяющего этим требованиям, используя расширение матрицы соседних состояний для определения состояний вторичных реле.
2. Повторите построение, используя типовое определение состояний № 6 (§ 13.3).

13.11. Многотактное релейное устройство имеет два входа и один выход. Разрешены все возможные изменения на входах. После каждого из изменений одной переменной с выхода должен быть снят потенциал земли, а после каждого изменения двух переменных потенциал земли на выходе должен появиться снова.

1. Составьте диаграмму переходов с минимальным числом строк.
2. Найдите набор вторичных состояний, удовлетворяющий диаграмме переходов.
3. Составьте матрицу переходов и матрицы состояний вторичных реле и состояний выходов.
4. Постройте структуру цепей вторичных реле и выходных цепей.

13.12. Многотактное релейное устройство имеет два входа и один выход. Для любой случайной последовательности входных состояний, содержащей одновременные изменения только одной входной переменной, состояние выхода должно оставаться неизменным, но выход должен изменять свое состояние всякий раз, когда обе входные переменные изменяются одновременно.

1. Составьте таблицу переходов с указанием значений выходов.
2. Найдите варианты определений состояний вторичных реле, удовлетворяющих требованиям таблицы переходов.
3. Составьте матрицу состояний вторичных реле.
4. Составьте матрицу состояний выходов для лучшего варианта.

13.13. Многотактное релейное устройство имеет два входа и один выход. Начиная с момента подачи питания, когда  $X_1 = X_2 = 0$ , выход должен быть равен 0 и оставаться равным 0 при любой последовательности входных сигналов, при которой  $X_1$  и  $X_2$  меняются поочередно, причем за каждым изменением  $X_1$  следует такое же изменение  $X_2$ . Если такой порядок не соблюдается, то выход должен стать равным 1 и оставаться равным этому значению до тех пор, пока питание устройства не будет отключено.

1. Постройте первичную и вторичную таблицы переходов.
2. Дайте определение состояний вторичных реле, удовлетворяющее таблице переходов.
3. Постройте матрицы для  $Y$  и  $Z$ .
4. Напишите структурные формулы для  $Y$  и  $Z$ .

13.14. В § 13.6. был описан «универсальный» блок задержки, использующий определение состояний для  $S_0 = 2$ , данное на рис. 13.51. В этом блоке допускается любое изменение состояний на входах  $P_1P_2$ , причем через время задержки состояние выходов  $Q_1Q_2$  должно стать таким же, как состояние вхо-

$Y_1 Y_2 Y_3$	$P_1 P_2$				$Q_1 Q_2$
	00	01	11	10	
000	<1>				
001	<2>				
010			<3>		
011	<4>				
100	<5>				
101				<6>	
110			<7>		
111				<8>	

а

$Y_1 Y_2 Y_3$	$P_1 P_2$				$Q_1 Q_2$
	00	01	11	10	
000	<1>				
001	<2>				
010				<3>	
011				<4>	
100	<5>				
101	<6>				
110			<7>		
111				<8>	

б

Рис. 13.75. Задача 13.14.

дов. Все изменения на выходе не должны сопровождаться появлением кратковременных ложных сигналов.

В показанных на рис. 13.75 частично заполненных таблицах переходов определение состояний сделано с помощью двух различных взаимосцепленных строчных наборов, как указано записанными в скобках вхождениями.

Для каждой таблицы переходов нужно:

- 1) полностью заполнить первичную таблицу переходов и столбец, соответствующий состояниям выходов;
- 2) составить матрицу состояний вторичных реле;
- 3) написать минимизированные структурные формулы цепей выходов  $Q_1$  и  $Q_2$ .

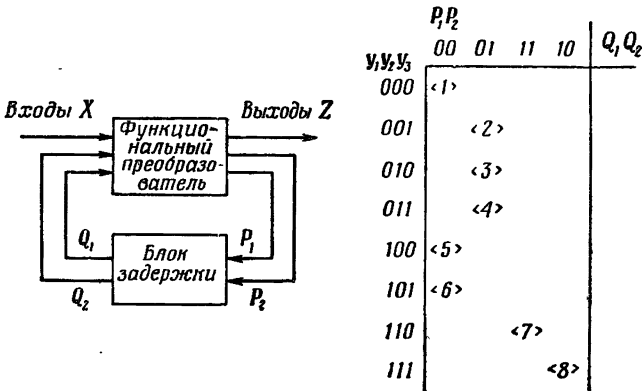


Рис. 13.76. Задача 13.15.

13.15. Структура многотактного релейного устройства должна быть построена с использованием блока задержки, согласно схеме, указанной на рис. 13.76 слева.

Блок задержки имеет два входа и два выхода. Один из вариантов взаимосцепленных строчных наборов приводит к частично заполненной таблице переходов, показанной на рис. 13.76 справа.

Получите:

- 1) заполненную таблицу переходов, включая столбец состояний выходов;
- 2) геометрическое представление определений состояний с помощью строчных наборов;
- 3) матрицу состояний вторичных реле;
- 4) минимизированные структурные формулы для выходных цепей  $Q_1$  и  $Q_2$ .

13.16. В другом многотактном релейном устройстве, построенном по такой же общей схеме (рис. 13.76), взаимосцепленные строчные наборы для блока задержки состоят из наборов (000), (100), (010, 110) и (001, 011, 111, 101).

Выполните требования задачи 13.15, используя указанное определение состояний вторичных реле.

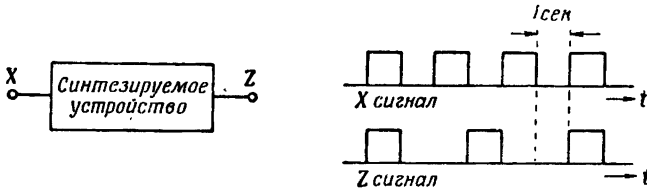


Рис. 13.77. Задача 13.17.

13.17. Синхронизирующее устройство (не показанное на рис. 13.77) подает потенциал земли на вход  $X$  релейного устройства в течение одной секунды, а затем на одну секунду снимает этот потенциал. Данный цикл повторяется затем непрерывно.

На выходе устройства  $Z$  потенциал земли должен появляться на одну секунду и затем сниматься на две секунды. Этот цикл затем повторяется непрерывно до тех пор, пока поступают воздействия на вход устройства.

Требуется построить релейное устройство, которое преобразует сигналы на входе  $X$  в сигналы на выходе  $Z$ . Контактные цепи выхода  $Z$  должны быть отделены от цепей управления вторичных реле, и все цепи должны содержать минимальное число контактов.

13.18. Проведите синтез релейного устройства задачи 13.17, поставив дополнительное требование отсутствия статических состязаний контактов во всех контактных цепях. Определите, можно ли упростить структуру цепей, не содержащих состязаний контактов, путем применения комбинированного воздействия на катушки реле с помощью последовательных и параллельных цепей.

## Г Л А В А 14

### Многотактные релейные устройства на электронных элементах и на элементах, использующих явления в твердом теле

В гл. 9 были рассмотрены методы синтеза одноктактных релейных устройств, построенных на различных электронных элементах и на элементах, использующих явления в твердом теле. Все переменные в этих устройствах характеризовали собой уровни напряжения (или тока). В гл. 12 при изучении методов синтеза многотактных релейных устройств был сделан упор на приведение задачи синтеза их к задаче синтеза одноктактных устройств. Наконец, в гл. 13 было введено понятие обратной связи с задержкой. Это понятие окажется весьма полезным при рассмотрении устройств, изучаемых в настоящей главе, синтез которых имеет некоторые особенности. Начальные этапы в процедуре синтеза при этом не меняются, но конечный этап — построение одноктактной структуры — основывается целиком на идеях обратной связи и задержки.

#### § 14.1. Электронные вторичные устройства

Основной метод синтеза многотактных релейных устройств сохранил шаг, при котором сокращенная таблица переходов преобразовывалась в матрицу переходов путем подходящего определения состояний вторичных реле. Каждой строке сокращенной таблицы переходов ставилось в соответствие одно из состояний последних, причем в наиболее простых задачах каждое внутреннее состояние устройства было представлено определенным состоянием одного или нескольких вторичных реле. В более сложных задачах одна строка таблицы переходов характеризовалась более чем одним состоянием реле, как это имело место в определениях состояний при помощи строчных наборов. В любом случае на основе матриц переходов можно было написать структурные формулы цепей, воздействующих на вторичные реле.

Для контактных устройств действие вторичного реле можно представить так, как показано на рис. 14.1. На вход 1 подается потенциал земли, характеризующий значение  $Y=1$ . Когда реле срабатывает, в ответ на это возбуждение на выходе 2 появляется потенци-

ал земли, указывающий, что  $y = 1$ . Если потенциал земли с входа 1 будет снят, то реле отпустит и тогда на выходе 3 появится потенциал земли, указывающий, что  $y' = 1$ . Учитывается, что подача возбуждения  $Y = 1$  не приводит к немедленному замыканию контакта  $y$ , а снятие возбуждения не приводит к немедленному замыканию контакта  $y'$ . Различается достаточно ясно состояние

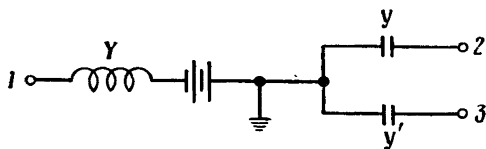


Рис. 14.1. Контактное реле как вторичное устройство.

возбуждения и состояние срабатывания. Когда эти состояния совпадают, говорят, что устройство устойчиво; когда эти состояния различны по значению — устройство неустойчиво. Важной характеристикой реле как вторичного устройства является время задержки между изменением состояния возбуждения и соответствующим изменением состояния срабатывания.

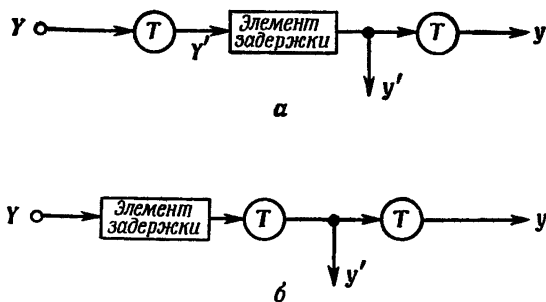


Рис. 14.2. Триод как вторичное устройство.

Один из подходов к решению задачи синтеза электронных многотактных устройств, в которых переменные представлены уровнями напряжения, заключается в построении электронных вторичных релейных элементов, по характеристикам подобных контактным реле. Это не решает полностью задачи синтеза релейных электронных устройств, но является весьма полезным в качестве первого шага. Например, на рис. 14.2, а к сетке первого триода приложено возбуждение  $Y$ . Выход  $Y'$  через элемент задержки подается на другой триод. Выход элемента задержки можно рассматривать при этом как состояние  $y'$ , а выход второго триода — как состояние  $y$ . Такое электронное устройство во всех отношениях, за исключением величины



времени задержки, будет эквивалентно релейному устройству рис. 14.1.

Необязательно элемент задержки помещать между триодами, как на рис. 14.2, *а*. Этот элемент часто располагается так, как указано на рис. 14.2, *б*. Такой случай обычно имеет место тогда, когда задержка реализуется в цепи сетки триода путем использования паразитной входной емкости или при помощи дополнительных элементов, специально включенных в цепь сетки. В некотором отношении выход элемента задержки, расположенного таким образом, можно рассматривать как состояние *y*, но это будет не совсем правильно. В следующем параграфе мы увидим, что для реализации рабочих состояний необходимо удовлетворение некоторых важных требований к усилению сигналов.

В следующем ниже примере 14.1 будет повторен синтез релейного устройства, которое уже было рассмотрено в § 12.1 (рис. 12.4). Этот случай достаточно прост, и мы сможем на нем проследить преобразование сигналов и увидеть, как удовлетворяются различные требования при использовании бесконтактных элементов.

### Пример 14.1.

Электронное многотактное релейное устройство должно иметь два входа  $X_1$  и  $X_2$  и один выход  $Z$ , причем все они должны быть представлены уровнями напряжений.

Выходной уровень напряжения должен быть высоким ( $Z = 1$ ), когда оба входных уровня высокие ( $X_1 = X_2 = 1$ ), но только в том случае, если уровень  $X_1$  становится высоким прежде, чем уровень  $X_2$ . Всякий раз может изменяться уровень только одного входа, и все интервалы времени между изменениями входных состояний должны быть достаточно велики, чтобы в течение этих интервалов могли закончиться любые изменения вторичных состояний.

Первичная таблица переходов, удовлетворяющая этим требованиям, дана на рис. 14.3. Отметим, что она обеспечивает на выходе высокий уровень напряжения только тогда, когда за комбинацией  $X_1X_2 = 10$  следует комбинация  $X_1X_2 = 11$ . Однако эта таблица не накладывает ограничений на то, каким образом достигается входное состояние  $\bar{X}_1X_2 = 10$ .

Возможны два объединения строк первичной таблицы переходов, приводящие к минимальному числу их. Одно из них с определением

		$x_1, x_2$				$Z$
		00	01	11	10	
$\langle 1 \rangle$	4	—	2	0		
	1	—	3	$\langle 2 \rangle$	0	
—	4	$\langle 3 \rangle$	2	1		
1	$\langle 4 \rangle$	5	—	0		
—	4	$\langle 5 \rangle$	2	0		

Рис. 14.3. Первичная таблица переходов (пример 14.1).

состояний вторичных элементов дано в виде матрицы переходов рис. 14.4, а. Соответствующая матрица состояний вторичных эле-

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	<1>	4	<3>	<2>
	1	1	<4>	<5>	2

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0

б

Рис. 14.4. а—матрица переходов; б—матрица состояний вторичных элементов. Обе матрицы получены из таблицы переходов рис. 14.3.

ментов показана на рис. 14.4, б. На основе матрицы состояний вторичных элементов можно написать

$$Y = x'_1 x_2 + x_2 y.$$

Заметим, однако, что

$$Z' = x'_1 + x'_2 + y,$$

благодаря чему

$$x_2 Z' = x'_1 x_2 + x_2 y = Y.$$

Эти соотношения приводят к структуре устройства, представленной на рис. 14.5. Звено умножения  $M_1$  образует произведение

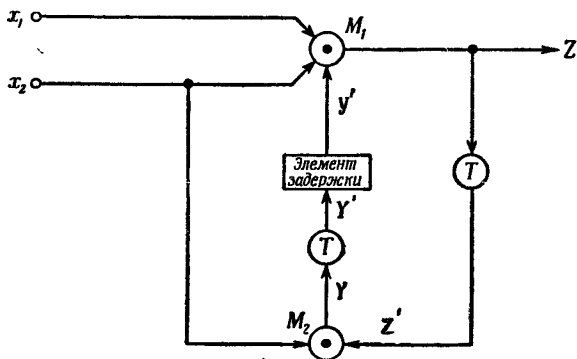


Рис. 14.5. Реализация устройства, описанного матрицей переходов рис. 14.4, на электронных элементах.

$Z = x_1 x_2 y'$ , а звено умножения  $M_2$  — произведение  $Y = x_2 Z'$ . Один триод используется для образования инверсии  $Z'$  и другой триод — для образования инверсии  $Y'$ . Переменная  $y'$  получается тогда при прохождении сигнала от  $Y'$  через элемент задержки.

Отправляясь от выхода звена умножения  $M_1$ , можно через триод, звено умножения  $M_2$ , второй триод и элемент задержки прийти обратно к одному из входов звена умножения  $M_1$ . Эта цепь образует петлю обратной связи, содержащую задержку и имеющую усиление (благодаря двум триодам). В следующем параграфе будет показано, что петля обратной связи в многотактном устройстве всегда должна иметь усиление. В § 14.4 будет рассмотрено более подробно, как временная задержка влияет на работу многотактных устройств. Для рассмотренного примера можно легко видеть, что если время задержки в петле обратной связи достаточно велико по сравнению с временами задержек других цепей, то устройство будет работать в соответствии с матрицей переходов и матрицей состояний выхода.

Рассмотрим работу устройства при подаче на вход последовательности  $X_1X_2 = 00 \rightarrow 10 \rightarrow 11$ . При  $X_1X_2 = 00$  выход звена умножения  $M_1$  равен 0 и, значит,  $Z=0$ . Несмотря на то, что  $Z' = 1$ , выход звена умножения  $M_2$  равен 0, так как  $X_2 = 0$ . Поэтому  $Y = 0$ ,  $Y' = 1$  и  $y' = 1$ . Имеет место устойчивое состояние, при котором  $Y = 0$  и  $y = 0$ . При подаче следующего члена последовательности  $X_1X_2 = 10$  изменяется только вход  $X_1$ . Так как  $X_2$  остается равным 0, выходы обоих звеньев  $M_1$  и  $M_2$  остаются равными 0 и изменения вторичного состояния не происходит. Это соответствует переходу от вхождения  $\langle 1 \rangle$  к вхождению  $\langle 2 \rangle$  (рис. 14.4, а). Общее состояние устройства остается устойчивым.

Теперь рассмотрим переход  $X_1X_2 = 10 \rightarrow 11$ . Непосредственно перед этим переходом два входа звена  $M_1$ , а именно  $X_1$  и  $y'$ , были равны 1, а  $y$  звена  $M_2$  был равен единице вход  $Z'$ . Следовательно, в обоих звеньях  $M_1$  и  $M_2$  состояние выходов изменяется от 0 к 1 при условии, что при изменении  $X_2$  от 0 к 1 нет одновременных изменений на другом входе. Однако выход звена  $M_1$  соединен с входом звена  $M_2$  через триод. Поэтому, когда выход звена  $M_1$  изменяется от 0 к 1, вход  $Z'$  звена  $M_2$  должен измениться от 1 к 0, а выход звена  $M_2$  должен остаться равным 0. Такое действие звена  $M_2$  происходит тогда, когда изменение  $X_2$  поступает на вход  $M_2$  в тот же момент времени, когда изменяется  $Z'$  или позднее. Однако, если изменение  $X_2$  воздействует на звено  $M_2$  до того, как  $Z'$  станет равным 0, на выходе  $Y$  звена  $M_2$  вместо сохранения значения 0 будет реализована последовательность  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ . Если в оставшейся части петли обратной связи нет временной задержки, то тогда переменная  $y'$  может кратковременно стать равной 0 и этим самым вызвать кратковременное изменение на выходе устройства. Рассмотренный случай является примером статических состязаний, возникающих в электронных релейных устройствах. Состязания контактов в релейно-контактных устройствах были рассмотрены в § 12.7. Появление состязаний в данном случае физически объясняется тем, что изменение  $X_2$  воздействует на звено  $M_2$  как непосредственно, так и через цепь обратной связи. Если периоды времени прохождения этих двух сигналов

различны, могут появиться кратковременные изменения выходного сигнала звена  $M_2$ , несмотря на то что переход от вхождения  $\langle 2 \rangle$  к вхождению  $\langle 3 \rangle$  в матрице переходов рис. 14.4, *a* не содержит изменения состояния вторичных элементов.

Если величина временной задержки петли обратной связи достаточно велика, то вторичное состояние устройства не будет изменяться при кратковременном изменении сигнала на выходе звена  $M_2$ .

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0		0	1	0	0
1		0	1	1	0

*a*

		$x_1, x_2$			
$y$		00	01	11	10
0		0	1	0	0
1		0	1	1	0

*b*

Рис. 14.6. Наборы высокого и низкого напряжений структурных формул примера 14.1: *a* — в первоначальном виде, *b* — в виде, реализованном на рис. 14.5.

Продолжительность изменения его равна *разности* времен задержек двух каналов, через которые изменение  $X_2$  достигает входов звена  $M_2$ . Поэтому в случае, когда время задержки петли обратной связи превышает указанную разницу времен, элемент задержки действует подобно фильтру низких частот и переменная  $y'$  изменяться не будет.

Причину возникновения статического состязания в рассматриваемом примере можно выяснить с помощью матриц конституентов рис. 14.6. Запишем для  $Y$  структурную формулу  $Y = x_1'x_2 + x_2y$ . Члены этого выражения будут представлять собой наборы высокого напряжения (см. § 9.2), указанные на рис. 14.6, *a*. Если вынести  $x_2$  за скобки и записать структурную формулу в виде  $Y = x_2(x_1' + y)$ , то выражение в скобках будет представлять собой один из наборов низкого напряжения, указанных на рис. 14.6, *a*. Однако структура рис. 14.5 построена на основе структурной формулы

$$Y = x_2 Z' = x_2 (x_1' + x_2' + y) = x_1' x_2 + x_2 y.$$

Наборы высокого напряжения являются здесь теми же, что были заданы первоначально. Однако наборы низкого напряжения  $x_2$  и  $(x_1' + x_2' + y)$ , показанные на рис. 14.6, *b*, являются другими. Переход, помеченный стрелкой, происходит *вне* набора низкого напряжения и поэтому существует возможность того, что на короткий промежуток времени, когда  $x_2$  изменяется от 0 к 1, эта структурная формула примет значение 1, вместо того чтобы сохранять все время значение, равное 0. Выше было уже показано, что это действительно.

имеет место, если изменение  $x_2$  передается по одному пути быстрее, чем по другому. Это явление служит электронным аналогом состязаний контактов, имеющих место в контактных структурах, когда замыкающий и размыкающий контакты изменяют свое состояние не в один и тот же момент времени.

Так же, как и в контактных структурах, всегда имеется возможность так построить одноконтурную часть устройства, чтобы статических состязаний не возникало. Если во время изменения какой-либо одной входной переменной значение структурной формулы

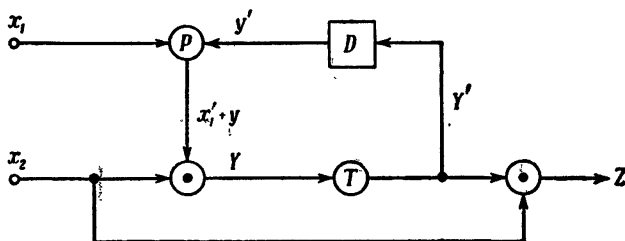


Рис. 14.7. Структура, в которой имеются наборы низкого и высокого напряжений в соответствии с рис. 14.6, а.

должно оставаться равным 1, то состояния устройства до и после изменения должны оставаться в пределах по крайней мере одного набора высокого напряжения. Если во время изменения одной входной переменной значение структурной формулы должно оставаться равным 0, то состояния устройства до и после изменения на выходе должны оставаться в пределах по крайней мере одного набора низкого напряжения.

В структуре рис. 14.7 переменная  $Y$  является выходом звена умножения, имеющего в качестве входов  $x_2$  и  $(x'_1 + y)$ . Последние в точности соответствуют наборам низкого напряжения рис. 14.6, а. Если  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 1$  или  $x_2 = 1$  и  $y = 1$ , то  $Y = 1$ . Наборы  $x'_1 x_2$  и  $x_2 y$  являются по определению наборами высокого напряжения, и они в точности соответствуют этим наборам рис. 14.6, а. Структура рис. 14.7 не имеет поэтому статических состязаний. Читатель может легко проверить, что, какими бы ни были времена задержки в петле обратной связи (представленной блоком с буквой  $D$ ), статические состязания в структуре не возникают. В частности, даже тогда, когда задержка  $D$  сведена к нулю, устройство будет вести себя согласно таблице переходов, без появления кратковременных ложных сигналов возбуждения или выхода. Это не является общим правилом и верно только для отдельных частных случаев. В § 14.4 будет показано, что можно заранее указать, когда нужна задержка в петле обратной связи и когда она не нужна.

Интересно рассмотреть природу петли обратной связи несколько по-другому. На рис. 13.56 было показано, что многотактное релейное устройство можно представить в виде одноктактной его части, вырабатывающей на своих выходах в дополнение к общим выходам устройства также и значения структурных формул вторичных релейных элементов. Эти значения после соответствующей задержки во

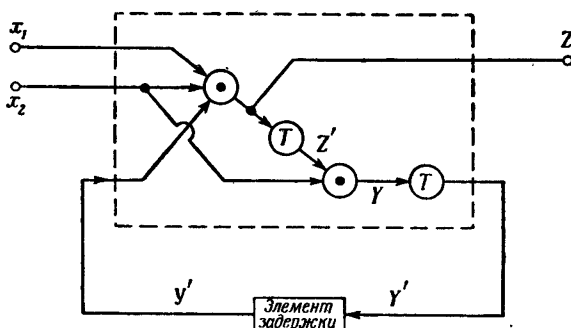


Рис. 14.8. Структура рис. 14.5 с выделенным каналом обратной связи и задержкой.

времени подавались на входы одноктактной части устройства. В рассматриваемом примере имеется всего один вторичный релейный элемент и поэтому всего одна петля обратной связи. На рис. 14.8 структура рис. 14.5 перечерчена так, что одноктактная часть устройства выделена (она обведена пунктирными линиями), а сигнал обратной связи проходит через элемент задержки, который нарисован также отдельно.

## § 14.2. Физические требования

В примере 14.1 мы получили структурную формулу вторичного релейного элемента в виде  $Y = x_1 x_2 + x_2 y$ . Соответствующая структура в символическом представлении с исключенным выходом приведена на рис. 14.9. Можно проверить, что в ней нет статических соединений. Рассмотрим часть структуры, обведенную пунктирной линией, в особенности для случая реализации ее с использованием вентильных элементов, как это показано на рис. 14.10.

Рассмотрим, как ведет себя устройство рис. 14.10, когда  $x_1 = x_2 = 1$ . Для этих значений  $Y = (0 \cdot 1) + (1 \cdot y) = y$ . Это уравнение имеет решения  $Y = y = 0$  и  $Y = y = 1$ . Поэтому для этих условий на входе имеются два внутренних устойчивых состояния, которые соответствуют вхождением  $\langle 3 \rangle$  и  $\langle 5 \rangle$  матрицы переходов рис. 14.4.

Пусть на рис. 14.10 значение 1 представлено уровнем напряжения, равным 50 в, а значение 0 представлено напряжением, равным 0. Числовые значения напряжений, возбуждающих логические

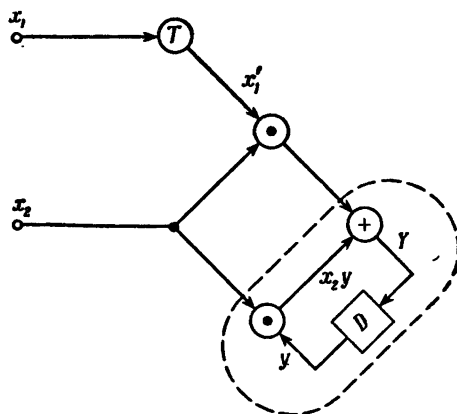


Рис. 14.9. Структура примера 14.1, реализованная с использованием типовых логических звеньев (выход не показан).

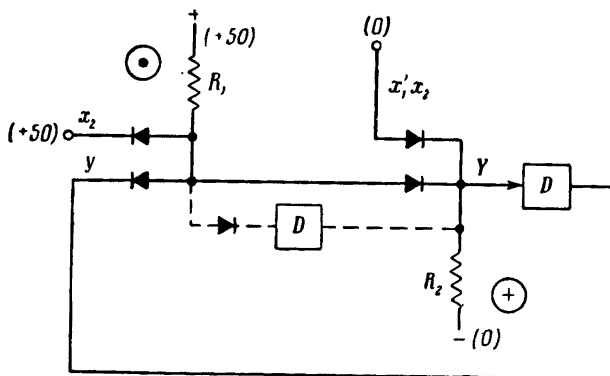


Рис. 14.10. Часть структуры рис. 14.9, реализованная на диодных логических звеньях.

звенья, а также значения напряжений на входах, отвечающие условию  $x_1 = x_2 = 1$ , проставлены в соответствующих местах схемы в скобках. Требуется определить, какие уровни напряжения представляют  $Y$  и  $y$ .

Рассмотрим вначале, какими должны быть относительные значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ . Так как звено сложения является

нагрузкой для звена умножения, необходимо сделать  $R_2 \gg R_1$ . Тогда уровни  $Y$  и  $y$  будут высокими и соотношение  $Y=y=1$  будет выполнено. Но ввиду наличия обратной связи звено умножения является для элемента сложения также нагрузкой, а это обстоятельство требует, чтобы  $R_1 \gg R_2$ . При этом условия уровни  $Y$  и  $y$  будут низкими и  $Y=y=0$ . Очевидно, что эти требования противоречивы. Чтобы разрешить это противоречие, сделаем  $R_1 = R_2$ , тогда каждая из переменных  $Y$  и  $y$  представляется уровнем напряжения в 25 в.

Структура рис. 14.10 составлена целиком из пассивных элементов, и нет оснований рассчитывать на то, что она для данных усло-

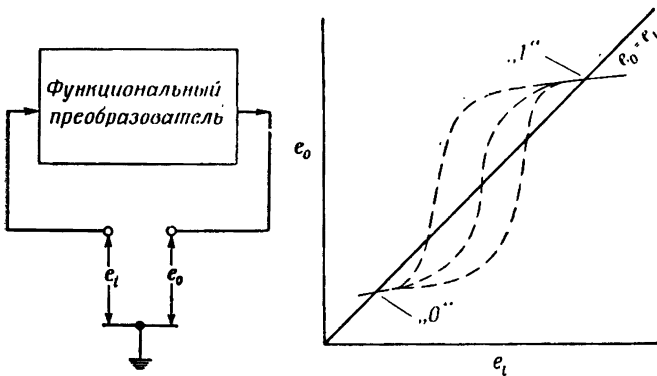


Рис. 14.11. Два состояния равновесия возможны лишь при наличии усиления в петле обратной связи.

вий на входе может иметь более чем одно положение равновесия. Последнее целиком определяется относительными величинами  $R_1$  и  $R_2$ . Указанная на схеме рис. 14.10 цепь обратной связи не имеет при этом никакого значения. Действие устройства не изменится, если мы удалим цепь обратной связи и включим вместо нее цепь, показанную на рис. 14.10 пунктирной линией. Если исключить в этой цепи элемент задержки, то оставшаяся пунктирная цепь будет идентична соединению, которое уже имеется в структуре и представляет собой  $x_2y$ .

Чтобы иметь два состояния равновесия, в каждой петле обратной связи нужно осуществить усиление сигналов. На рис. 14.11 слева показан функциональный преобразователь многотактного устройства с выделенной одной петлей обратной связи. Другие входы и выходы его не указаны. Если эту петлю обратной связи разорвать, как показано на рисунке, то можно измерить напряжения на входе  $e_1$  и выходе  $e_0$  и построить зависимость  $e_0$  от  $e_1$  для разомкнутой цепи. Выясним теперь, какие требования нужно предъявить к этой



зависимости, чтобы имели место два состояния равновесия при замыкании петли, когда  $e_0 = e_i$ <sup>1</sup>.

На рис. 14.11 справа нарисована сплошная линия под углом 45° к осям, которая представляет зависимость  $e_0 = e_i$  при замкнутой петле обратной связи. На этой линии выделены две точки, соответствующие уровням напряжения, которые представляют 0 и 1. Через каждую из этих точек тонкой сплошной линией проведены небольшие отрезки кривой, характеризующей зависимость  $e_0$  от  $e_i$  при разомкнутой петле обратной связи. В каждой из точек пересечения наклон кривой должен быть меньше наклона прямой для замкнутой петли, для того чтобы состояние в этой точке было устойчивым. Можно легко проверить, что любое случайное смещение от какой-либо из этих точек равновесия вызовет появление напряжения разбаланса, которое через цепь обратной связи скомпенсирует это смещение.

Два участка кривой для разомкнутой связи при любой физической реализации должны соединяться между собой, т. е. должна существовать часть кривой, соединяющая правую часть участка, проходящего через точку, соответствующую состоянию 0, с левой частью участка, проходящего через точку, соответствующую состоянию 1. Пунктирные линии на рис. 14.11 справа иллюстрируют различные возможные варианты таких кривых при допуске разбросе. Независимо от того, какая из этих кривых будет выбрана, она будет всегда содержать участок, где наклон больше единицы. Другими словами, характеристика разомкнутой цепи усиления должна быть такой же, как у усилителя с коэффициентом усиления, большим единицы. Более того, в точке, где эта кривая пересекает прямолинейную характеристику структуры с замкнутой обратной связью, наклон ее больше наклона последней, и поэтому соответствующее состояние устройства при замкнутой петле обратной связи не может быть устойчивым в этой точке. Напряжение будет всегда изменяться до тех пор, пока не будет достигнута одна из точек, соответствующая 0 или 1.

Эти соображения относятся к любой петле обратной связи, имеющейся в структуре многотактного устройства. Это не означает, что в каждой петле обратной связи должен быть отдельный усилитель. В ряде случаев один усилитель может обслуживать более чем одну петлю. Однако каждая петля обратной связи, будучи разомкнутой, должна обязательно иметь характеристику с усилением. В релейно-контактных многотактных устройствах вопрос об усилении не рассматривался, так как каждое контактное реле с помощью своих кон-

<sup>1</sup> Рассмотрение этого вопроса в сокращенном виде заимствовано из формального доказательства, данного Ангером (U n g e r S. H. , A study of asynchronous logical feedback networks, Doctoral dissertation, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, June 1957).

тактов может управлять величиной энергии, значительно большей, чем требуется для управления его обмоткой, и, следовательно, каждое контактное реле является усилителем.

Важной характеристикой электромагнитного контактного реле является наличие задержки между моментом подачи возбуждения и моментом, когда реле срабатывает. Это внутреннее свойство реле обеспечивает отсутствие состязаний типа, который будет рассмотрен в § 14.4. В противоположность этому электронные устройства характеризуются высоким быстродействием. Одним из следствий этого является то, что паразитные задержки во времени вследствие особенностей структуры могут потребовать введения компенсирующих задержек.

Существует ряд условий, соблюдение которых при решении задачи о введении задержек гарантирует правильную работу многотактного устройства при условии, что будут удовлетворены некоторые другие требования<sup>1</sup>. Эти требования следующие:

а. При построении структуры устройства по методу рис. 13.56 одноктактный функциональный преобразователь не должен иметь статических состязаний.

б. Только одна входная переменная может изменяться в каждый данный момент времени.

в. Определения состояний вторичных элементов не должны допускать критических состязаний.

В одноктактном функциональном преобразователе всегда имеется разброс в значениях времени задержек между изменениями на входе и изменениями на выходе. Пусть  $D$  будет наибольшая такая задержка, а  $d$  — наименьшая. Ангер показал, что если три перечисленных выше условия соблюдены и если каждая петля обратной связи содержит задержку, по крайней мере равную  $D - d$ , то устройство всегда будет работать в соответствии с матрицей переходов и матрицей выходов.

Пусть устройство вначале было в устойчивом состоянии, и пусть изменится одна входная переменная. Если это изменение на входе не вызывает изменения состояния выхода для одного из вторичных релейных элементов, то неправильной работы устройства быть не может. Если, однако, один из таких выходов изменяет свое состояние, то между изменением на входе и изменением состояния этого выхода должна быть задержка, равная по крайней мере  $d$ . В цепи обратной связи должна быть при этом дополнительная задержка, равная по крайней мере  $D - d$ . Если это соблюдено, то после первоначального изменения на входе пройдет время, равное по крайней мере  $D - d + d = D$ , прежде чем изменение состояния вторичных элементов сможет вызвать новое изменение на входе функционального преобразователя. Так как  $D$  является максимальной возможной

<sup>1</sup> См. сноску на стр. 641.

задержкой в функциональном преобразователе, то минимальная задержка  $D - d$  в каждой цепи обратной связи обеспечивает такую работу функционального преобразователя, когда он успевает полностью обрабатывать изменение входной переменной до поступления на его вход нового сигнала, вызванного изменением вторичной переменной. Если какое-либо одно изменение первичного состояния вызывает серию последовательных изменений состояний вторичных элементов, то каждое изменение состояния последних в этом случае находит функциональный преобразователь готовым к обработке этого изменения.

Это в точности соответствует работе релейного многотактного устройства, в котором удовлетворены указанные выше три основных условия. Всякое реле срабатывает с задержкой во времени, во много раз превосходящей требуемую минимальную задержку. С точки зрения быстродействия устройства это, конечно, в высшей степени консервативное решение. Однако в отношении уменьшения времени срабатывания контактных реле трудно что-либо сделать. В электронных релейных устройствах задача обычно сводится к тому, чтобы ввести в схему нужную задержку в нужном месте. Дальше мы увидим, что иногда задержка не требуется, за исключением, может быть, необходимости сглаживания. Однако в любом многотактном устройстве, одноконтурная часть которого свободна от статических состязаний, в котором нет критических состязаний вторичных элементов и на входах которого одновременно может изменяться только одна переменная, введения в каждую цепь обратной связи задержки, равной  $D - d$ , достаточно, чтобы обеспечить работу устройства в соответствии с таблицей переходов.

### § 14.3. Анализ структур электронных многотактных релейных устройств

Основные этапы анализа многотактных устройств, использующих контактные реле, были уже рассмотрены выше. Для электронных многотактных устройств процедура анализа остается почти в точности той же самой. Однако есть некоторые отличия, которые достаточно важны, чтобы на них остановиться.

Рассмотрим случай простой структуры, представленный на рис. 14.12. Она имеет одну петлю обратной связи, и предполагается, что использованные релейные элементы обеспечивают в ней необходимое усиление. Вопрос, который сразу возникает, состоит в следующем: можно ли выделить здесь какой-либо вторичный релейный элемент? Ни одно из логических звеньев в этой структуре не управляется полностью первичными переменными. Каждое из них имеет в качестве одного из входов первичную переменную, и оба входят в состав петли обратной связи. Таким образом, в этой структуре нет ничего, что соответствовало бы достаточно ясно воспринимаю-

щим релейным элементам или вторичным релейным элементам. В электронных устройствах не всегда имеется возможность распределить отдельные его элементы по назначению, как это можно было сделать в контактных релейных устройствах.

Структура устройства в первоначально нарисованном виде может не иметь характерных элементов задержки, указанных на рисунке. Если в петле обратной связи имеется явный элемент задержки, то вход этого элемента можно рассматривать как цепь возбуждения,

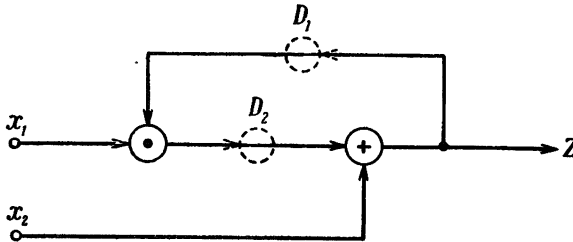


Рис. 14.12. Петля обратной связи с двумя гипотетическими задержками.

а выход — как исполнительную цепь. Если в структуре устройства элементы задержки не указаны, то можно для целей анализа искусственно ввести гипотетические задержки. Однако здесь может возникнуть дилемма, которая иллюстрируется рис. 14.12. В изображенной на нем петле обратной связи структуры существуют два места, где можно включить гипотетические задержки. Поэтому важно исследовать влияние места расположения задержки на работу устройства.

Если включить гипотетическую задержку там, где имеется кружок  $D_1$ , и рассматривать вход ее как цепь возбуждения  $Y$ , а выход — как цепь  $y$ , то структурные формулы, характеризующие работу устройства, будут иметь вид

$$Y = x_2 + x_1 y \text{ и } Z = Y.$$

Если задержку поместить там, где находится кружок  $D_2$ , то эти формулы примут вид

$$Y = x_1(x_2 + y) \text{ и } Z = x_2 + y.$$

В верхней части рис. 14.13, а приведена матрица состояний вторичного элемента и выхода, соответствующая случаю, когда задержка включена на месте  $D_1$ . (Цифры, характеризующие состояние выхода, заключены в скобки.) В нижней части рисунка приведена матрица переходов. Соответствующие матрицы для случая, когда задержка включена на месте  $D_2$ , приведены на рис. 14.13, б.

Легко заметить, что эти матрицы по виду совершенно различны. Однако если изменения входных переменных ограничены так, что одновременно может изменяться лишь одна переменная, то действие устройств, описанное обеими матрицами, будет одним и тем же, за исключением небольшой разницы в изменениях состояний выходов. Следовательно, если изменения входных переменных ограничены

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	0(0)	1(1)	1(1)	0(0)
	1	0(0)	1(1)	1(1)	1(1)

$Y(Z)$

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	<1>	3	4	<2>
	1	1	<3>	<4>	<5>

$\alpha$

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	0(0)	0(1)	1(1)	0(0)
	1	0(1)	0(1)	1(1)	1(1)

$Y(Z)$

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	<1>	<2>	4	<3>
	1	1	2	<4>	<5>

$\beta$

Рис. 14.13. Матрицы состояний вторичного элемента и выхода и матрицы переходов, соответствующие двум местоположениям элемента задержки на рис. 14.12.

указанным образом, то для включения задержки можно выбрать любое из обозначенных на рис. 14.12 мест.

Однако если обе входные переменные могут изменяться одновременно, то местоположение элемента задержки может повлиять на действие устройства. Предположим, что построены два варианта структуры рис. 14.12, отличающиеся только расположением элемента задержки. Начнем рассмотрение их, когда они находятся в состоянии, соответствующем вхождению <1>, для которого выход равен 0. Пусть на входах устройства имеет место переход  $x_1 x_2 = 00 \rightarrow 01$ . Устройство, описываемое матрицей рис. 14.13,  $\alpha$ , перейдет при этом к вхождению <3>, для которого выход равен 1, а устройство, описываемое матрицей рис. 14.13,  $\beta$ , перейдет к вхождению <2>, для которого выход тоже равен 1. Пусть теперь имеет место изменение состояний входов  $x_1 x_2 = 01 \rightarrow 10$ . Первое устройство перейдет от вхождения <3> к вхождению <5>, и выход останется равным 1. Второе устройство перейдет от вхождения <2> к вхождению <3>, и значение выхода изменится с 1 на 0. Таким образом, в случае, когда разрешены все возможные изменения входных переменных, поведение обоих устройств не идентично.

Это ведет к неопределенности, которая может быть устранена только при наличии несколько большей информации о структуре

устройства. На основании изучения только логических связей структуры нельзя выяснить полностью условия его работы. Для этого надо знать величины или по крайней мере отношения величин всех временных задержек в устройстве. При этом, когда задержки вводятся в петли обратной связи, чтобы обеспечить работу вторичных релейных элементов, то предполагается, что они преобладают над всеми другими задержками, имеющимися в структуре устройства<sup>1</sup>.

### Пример 14.2.

Требуется провести анализ структуры электронного релейного устройства рис. 14.14 путем составления матриц состояний вто-

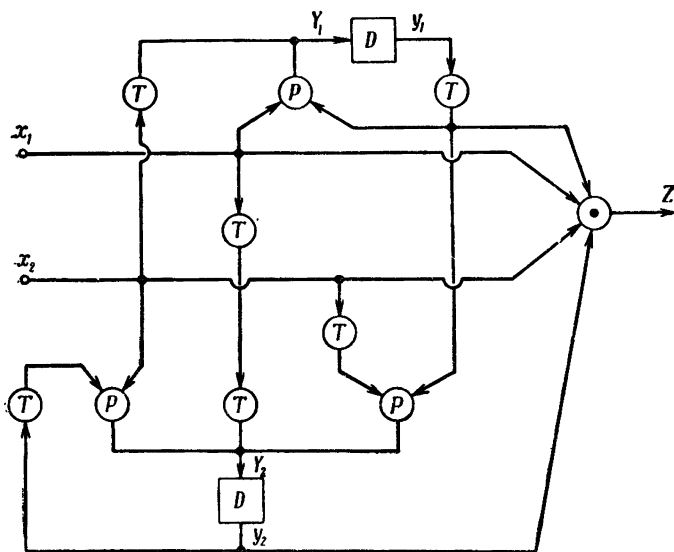


Рис. 14.14. Структура электронного релейного устройства, подлежащая анализу.

ричных элементов и состояний выхода, а также матрицы переходов. Основное время задержки в структуре вносится указанными на ри-

<sup>1</sup> Предполагается, что задержка является чистой временной задержкой, которая сдвигает сигнал во времени, не искажая его формы. Однако при инженерном расчете реальных устройств следует учитывать тот факт, что элементы, используемые для получения задержки, изменяют также и форму сигнала. В устройствах, работающих с уровнями напряжений, это не вызывает каких-либо затруднений, если только искажения не достигают таких величин, что теряется различие между значениями напряжений, соответствующими «высокому» и «низкому» уровням. Выше было показано также, что наличие некоторого фильтрующего действия элемента задержки устраняет влияние кратковременных ложных сигналов при наличии статических состязаний.

сунке элементами задержки. Для каждого момента времени допускается изменение только одной входной переменной.

В структуре имеется две петли обратной связи. Входы и выходы элементов задержки, включенных в этих петлях, обозначены символами вторичных релейных элементов  $Y_1$ ,  $Y_2$  и их исполнительных цепей  $y_1$  и  $y_2$ . Соответствующие структурные формулы запишутся следующим образом:

$$Y_1 = x_2'(x_1' + y_1),$$

$$Y_2 = x_1(x_2' + y_2)(x_2 + y_1),$$

$$Z = x_1 x_2 y_1' y_2.$$

Матрица состояния вторичных элементов приведена на рис. 14.15, а, а матрица переходов — на рис. 14.15, б. Матрица выхода не нужна, так как выход равен 1 только для состояния, пред-

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	10	00	00	00
	01	10	00	01	00
	11	10	00	01	11
	10	10	00	00	11

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	6	<1>	<2>	<3>
	01	6	1	<4>	3
	11	6	1	4	<5>
	10	<6>	1	2	5

б

Рис. 14.15. Матрица состояний вторичных элементов и матрица переходов, полученные из анализа структуры рис. 14.14.

ставленного вхождением <4>. Однако если желательно получать высокий уровень напряжения на выходе как можно раньше, то нужно положить  $Z = 1$  и для состояния, представленного вхождением 4 без скобок. Если это сделать, то  $Z = x_1 x_2 y_2$ .

Действие этого устройства таково, что на выходе высокое напряжение появляется тогда и только тогда, когда состояния входов изменяются в следующей последовательности:  $x_1 x_2 = 00 \rightarrow 10 \rightarrow 11$ . После этого любое изменение состояния входов вызывает появление на выходе низкого напряжения, и последнее сохраняется до тех пор, пока на входах не будет снова повторена предписанная последовательность состояний. Описанное устройство является, таким образом, электронным эквивалентом релейного устройства рис. 12.5.

#### § 14.4. Состязания в цепях электронных многотактных устройств

При изучении одноктактных электронных устройств было выяснено, что статические состязания могут быть устранены, если в структуре устройства представлены все наборы высокого и низкого напряжений, которые необходимы для того, чтобы всякий раз, когда требуется, чтобы состояние выходов при изменении одного из входов оставалось постоянным, это изменение происходило внутри набора высокого напряжения или набора низкого напряжения. В примере 14.1 был проведен синтез структуры рис. 14.5, и было найдено, что в ней есть статическое состязание, так как один из наборов низкого напряжения, требующийся для предотвращения состязания, отсутствует. Путем введения достаточной по величине задержки и в связи с этим сглаживающего действия на выходе вторичной переменной влияние состязания было устранено. Лучшее решение было получено в варианте структуры устройства, представленной на рис. 14.7, в которой состязание было устранено путем введения всех требуемых наборов высокого и низкого напряжений. В этой структуре необходимость в элементе задержки вообще отпала. Этот элемент, показанный на рисунке, введен формально, чтобы указать места в структуре устройства, где включены элементы, аналогичные вторичным реле, и где нужно при синтезе устройства учитывать условия их возбуждения и реакции на возбуждение.

Всегда можно так построить структуру устройства, что статические состязания будут устранены. Однако быстродействие электронных устройств делает их чувствительными к другого рода состязаниям, которые Ангер называет *существенными состязаниями*<sup>1</sup>. Этот тип состязаний лучше всего может быть объяснен на основе подробного рассмотрения матрицы переходов. Важно, чтобы этот вид состязаний был выявлен и принят во внимание при синтезе структуры устройства, так как он может привести не к кратковременной ошибке, а к полному несоответствию работы устройства заданной матрице переходов.

Положим, что а) всякий раз может изменяться лишь одна входная переменная, б) определения состояний вторичных элементов не содержат условий для критических состязаний, в) одноктактная часть устройства свободна от статических состязаний. В устройстве, структура которого будет рассматриваться, исключим выходные цепи, полагая, что состояния выходов получаются правильными, если устройство работает в соответствии с заданной матрицей переходов.

Действие устройства описывается матрицей переходов рис. 14.16, а. Прочеркнутые входения в ней указывают на то, что соответствующие состояния входов не могут быть получены при переходе

<sup>1</sup> См. сноску на стр. 641.



от устойчивых состояний с помощью изменения состояния одного входа. При составлении матрицы состояний вторичных элементов рис. 14.16, б эти пустые места соответствуют клеткам, в которых состояния вторичных элементов могут быть выбраны произвольными,

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	<1>	2	-	3
	01	1	<2>	4	<3>
	11	-	5	<4>	3
	10	1	<5>	<6>	3

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	00	01	11	01
	01	00	01	11	01
	11	00	10	11	01
	10	00	10	10	00

б

Рис. 14.16. Матрица переходов и матрица состояний вторичных элементов релейного устройства, подлежащего синтезу.

и они в действительности выбраны так, чтобы упростить структуру однотактной части устройства. Структурные формулы, содержащие все наборы высокого и низкого напряжений, требующиеся для устранения статических состязаний, будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= x_1 x_2 + x_2 y_1 = x_2 (x_1 + y_1), \\
 Y_2 &= x_1 y'_1 + x_2 y'_1 + x_1 y_2 = \\
 &= (x_1 + x_2) (y'_1 + y_2) (x_1 + y'_1).
 \end{aligned}$$

Структура электронного релейного устройства, реализующая эти формулы, приведена на рис. 14.17. Элементы задержки  $D_1$  и  $D_2$  связаны соответственно с  $Y_1$  и  $Y_2$ . Блок, показанный пунктиром, представляет возможный элемент задержки в линии, обеспечивающей подачу  $x'_1$  к нижним пентодам. Однако на первое время положим, что этот элемент отсутствует.

Рассмотрим теперь случай, когда устройство находится в состоянии, представленном входением <2>, а входное состояние изменяется от 01 к 11. Состояние вторичных элементов вначале равно  $y_1 y_2 = 01$ . До изменения состояния входов напряжение в точке  $Y_1$  и значение самой переменной  $Y_1$  будет низким, так как напряжения в точках  $x'_2$  и  $y'_1$  и значения этих переменных на входах верхнего пентода высокие. В нижней группе ламп низкое напряжение в точке  $x'_2$  поддерживает выход одного пентода высоким, а низкое напряжение в точке  $y_1$  поддерживает выходы двух других пентодов высокими.

При изменении значения переменной  $x_1$  от 0 к 1 значение переменной  $x'_1$  изменяется от 1 к 0 и верхний пентод запирается. Так

как верхний триод уже заперт ( $x'_2 = 0$ ), то напряжение в точке  $Y_1$  становится высоким. В нижней группе ламп при изменении значения  $x'_1$  от 1 к 0 по крайней мере один вход к каждому пентоду остается низким. Поэтому все пентоды остаются запертыми, а напряжение в точке  $Y_2$  — высоким, несмотря на то что изменение значения  $Y_1$  приводит к повышению напряжения в точке  $y_1$ . Таким образом, изменение состояния входов от 01 к 11 приводит к изменению значе-

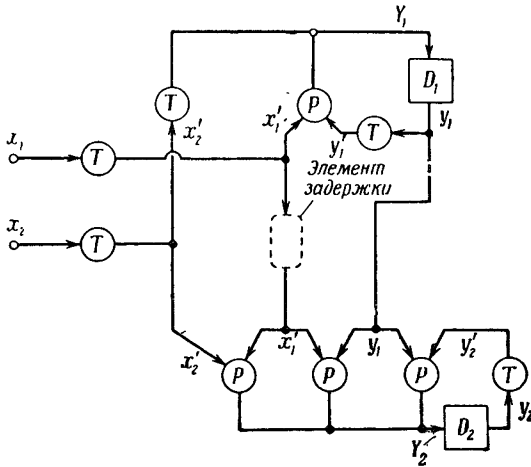


Рис. 14.17. Релейное устройство, иллюстрирующее возможность возникновения существенного со-  
стызания.

ний вторичных переменных от 01 к 11 и устройство переходит к состоянию, представленному входением  $\langle 4 \rangle$ , как это и требуется матрицей переходов.

Теперь допустим, что на месте блока, показанного пунктиром, включен элемент задержки с большим временем задержки (большим, чем время задержки элемента  $D_1$ ). Это приведет к тому, что изменение значения переменной  $x'_1$  от 1 к 0 будет передано верхнему пентоду несколько раньше, чем нижним пентодам. Если изменение значения  $y_1$  от 0 к 1 будет подано на нижние пентоды раньше, чем изменение  $x'_1$ , то средний пентод нижней группы будет иметь высокое напряжение на обеих входных сетках. Он начнет проводить ток, благодаря чему  $Y_2$  примет значение, равное 0. Это в свою очередь вызовет повышение напряжения в точке  $y'_2$  и вместе с высоким напряжением в точке  $y_1$  обеспечит открытие правого пентода нижней группы. Когда, наконец, изменение значения  $x'_1$  достигнет ламп нижней группы, состояние  $Y_1$  и  $Y_2$  будет равно 10 вместо 11. Следовательно,

вместо перехода от состояния  $\langle 2 \rangle$  к состоянию  $\langle 4 \rangle$  будет иметь место переход от состояния  $\langle 2 \rangle$  к состоянию  $\langle 6 \rangle$ , т. е. существенное искажение работы устройства.

Это искажение возникает из-за разницы во временах задержки при передаче изменения значения первичной переменной. Об этом изменении сообщается одному из вторичных функциональных преобразователей. Второй преобразователь получает об этом сведения только тогда, когда первый отработает это сообщение полностью. Конечно, это рассмотрение недостаточно совершенно, но оно оправдывается тем, что в данном случае рассматриваются электронные устройства, в которых распределенные задержки могут давать большее время, чем времена задержки вторичных элементов. Эти затруднения не возникают в релейно-контактных устройствах, где времена срабатывания вторичных реле велики по сравнению с возможными задержками в передаче изменений первичных переменных.

Рассмотрим теперь последовательность событий при помощи матрицы переходов рис. 14.16, а. Начнем с состояния устройства, представленного входением  $\langle 2 \rangle$ , и изменим значение входной переменной  $x_1$  с 0 на 1. В соответствии с матрицей переходов это изменение приведет устройство к состоянию, представленному входением  $\langle 4 \rangle$ . Однако это изменение входного состояния в данный момент времени распознается только частью функционального преобразователя, содержащей  $Y_1$ . Задержка в передаче изменения значения  $x_1$  лишает этой информации часть функционального преобразователя, содержащую  $Y_2$ . Поэтому, когда значение  $Y_1$  изменяется от 0 к 1, что вызывает изменение  $y_1$  также от 0 к 1, эта часть функционального преобразователя одновременно с состоянием вторичной системы  $y_1 y_2 = 11$  на своих других входах воспринимает значение первичных переменных  $x_1 x_2 = 01$ . Другими словами, эта часть функционального преобразователя действует так, как если бы общее состояние было представлено входением 5. При изменении значения  $Y_2$  от 1 к 0 она перейдет к состоянию, представленному входением  $\langle 5 \rangle$ , и вторичное состояние будет, таким образом, соответствовать значению  $y_1 y_2 = 10$ . Когда изменение состояния входа устройства, наконец, достигнет этой части функционального преобразователя, правильная работа устройства уже будет нарушена, и оно, вместо того чтобы перейти к состоянию, представленному входением  $\langle 4 \rangle$ , перейдет к состоянию, представленному входением  $\langle 6 \rangle$ .

Ангер установил правило, которое позволяет обнаружить наличие существенного состязания непосредственно из матрицы переходов. Он определяет его как «существование такого состояния  $S_0$  и такой входной переменной  $x$ , при которых три последовательных изменения этой переменной приводят устройство, находившееся вначале в состоянии  $S_0$ , к состоянию, отличному от того, к которому оно приходит после первого изменения переменной  $x$ ».

Если мы обратимся к рис. 14.16, а, то увидим, что такое положение

ние существует для состояния  $\langle 2 \rangle$  и изменения входной переменной  $x_1$ . Если мы примем состояние  $\langle 2 \rangle$  за исходное и изменим  $x_1$  три раза, то увидим, что первое изменение приведет устройство к состоянию  $\langle 4 \rangle$ , второе изменение — к состоянию  $\langle 5 \rangle$  и третье изменение — к состоянию  $\langle 6 \rangle$ . После первого изменения система будет находиться в состоянии  $\langle 4 \rangle$ , а после третьего изменения — в состоянии  $\langle 6 \rangle$ ,

$\langle 2 \rangle$	4
5	$\langle 4 \rangle$
$\langle 5 \rangle$	$\langle 6 \rangle$

*a*

$\langle 2 \rangle$	4
5	$\langle 4 \rangle$
$\langle 5 \rangle$	4

*б*

$\langle 2 \rangle$	4
$\langle 5 \rangle$	$\langle 4 \rangle$
-	-

*в*

Рис. 14.18. Видоизменения матрицы переходов рис. 14.16, *a*, в которых устранено существенное состояние.

и, согласно правилу Ангера, в этом случае имеет место существенное состояние. Часть матрицы переходов рис. 14.16, *a*, включающая это состояние, приведена отдельно

1	$\langle a \rangle$	$\langle b \rangle$
---	---------------------	---------------------

5	$\langle a \rangle$	$b$
	$c$	$\langle b \rangle$
	$\langle c \rangle$	$\langle d \rangle$

2	$\langle a \rangle$	$b$
	$a$	$\langle b \rangle$

6	$\langle a \rangle$	$b$
	$c$	$\langle b \rangle$
	$\langle c \rangle$	$d$
	-	$\langle d \rangle$

3	$\langle a \rangle$	$b$
	$\langle c \rangle$	$\langle b \rangle$

4	$\langle a \rangle$	$b$
	$c$	$\langle b \rangle$
	$\langle c \rangle$	$-b$

Рис. 14.19. Матрицы переходов для трех последовательных изменений одной входной переменной.

на рис. 14.18, *a*. Указаны только два столбца, связанные с изменениями первичной переменной, и три строки, связанные с изменениями вторичных переменных. На рис. 14.18, *б* и 14.18, *в* показаны некоторые возможные варианты матрицы, в которых существенное состояние устранено. На рис. 14.18, *б* первое изменение входных переменных переводит устройство из состояния  $\langle 2 \rangle$  в состояние  $\langle 4 \rangle$ , второе изменение — в состояние  $\langle 5 \rangle$  и третье изменение — обратно в состояние  $\langle 4 \rangle$ . Подобная последовательность переходов имеет место и на рис. 14.18, *в*. Так как в обоих этих случаях состояние, достигаемое после третьего изменения входной переменной, одинаково с тем, которое достигается после первого изменения, существенное состояние отсутствует.

На рис. 14.19 представлена группа матриц, содержащая для рассматриваемого случая все возможные реакции вторичной системы на три последовательных изменения одной входной переменной.

Первые четыре матрицы не содержат существенных состязаний, а каждая из оставшихся содержит их. Интересно отметить, что таблицы переходов, составленные для двоичных счетчиков, работающих на уровнях напряжения, неизменно содержат переходы, подобные матрице 6 рис. 14.19.

Таким образом, как это видно из рис. 14.18, незначительное видоизменение таблицы переходов может устранить существенные состязания. Однако при синтезе реальных устройств часто не представляется возможным сделать такие видоизменения. Поэтому следует рассмотреть вопрос о том, как нужно рассчитать устройство, чтобы существенные состязания не приносили вреда. При рассмотрении работы устройства рис. 14.17 можно было заметить, что существенные состязания имеют место тогда, когда за изменением первичной переменной следует изменение вторичной переменной, причем передача изменения вторичной переменной происходит быстрее, чем передача изменения первичной переменной, вызывающего его. Для устранения существенных состязаний нужно задержать изменение вторичной переменной, которая может измениться первой, с тем чтобы начальное изменение первичной переменной успело достигнуть всех элементов устройства, на которое оно должно воздействовать. В устройстве рис. 14.17 задержка элемента  $D_1$  должна быть поэтому больше любой распределенной задержки в той части функционального преобразователя, которая соединяет вход  $x_1$  с нижней группой пентодов.

### § 14.5. Некоторые примеры синтеза

В примере 12.1 был проведен синтез структуры фиксирующего устройства с использованием контактных реле. Представляет инте-

		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	<1>	<3>	4	<5>
	1	<2>	3	<4>	<6>

		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
$y$	0	0	0	1	0
	1	1	0	1	1

Рис. 14.20. Матрица переходов и матрица состояний вторичных элементов фиксирующего релейного устройства.

рес провести синтез того же устройства, используя электронные элементы. На рис. 14.20 приведены матрица переходов и матрица состояний вторичных элементов. Согласно первичной таблице переходов, выход равен 1 для состояний <2>, <4> и <6>. Поэтому можно написать:  $Z = Y$  или  $Z = y$  в зависимости от значений состояний,

принятых для неустойчивых состояний. Для вторичных элементов будем иметь

$$Y = x_1 x_2 + x_2' y (+ x_1 y) = (x_1 + x_2') (x_2 + y) \cdot (x_1 + y).$$

В первом выражении член  $(x_1 y)$  введен для устранения статического состязания при переходе от состояния  $\langle 4 \rangle$  к состоянию  $\langle 6 \rangle$  и наоборот. Во втором выражении член  $(x_1 + y)$  введен для устранения статического состязания при переходе между состояниями  $\langle 1 \rangle$  и  $\langle 3 \rangle$ .

Ни одна из двухстрочных матриц рис. 14.19 не содержит существенных состязаний. Поэтому этот вопрос нет нужды рассматри-

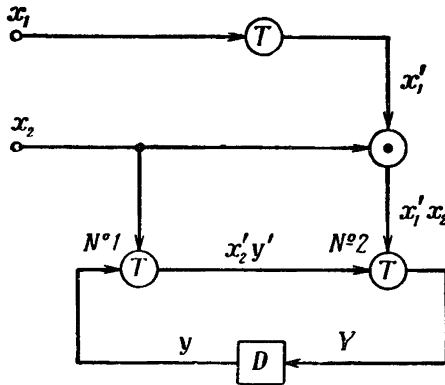


Рис. 14.21. Реализация фиксирующего релейного устройства на электронных элементах.

вать, когда устройство, подлежащее синтезу, описывается матрицей переходов с двумя строками.

Если принять меры к устранению влияния появления кратковременных ложных значений  $Y$  с помощью сглаживания и задержки, то структурная формула вида  $Y = (x_1 + x_2') (x_2 + y)$  может быть реализована так, как показано на рис. 14.21. Отметим, что первичная переменная  $x_2$  воздействует на выход  $Y$  двойного триода № 2 по двум путям: с одной стороны, через  $x_2'y'$  и, с другой—через  $x_1'x_2$ . Рассмотрим устройство в состоянии  $\langle 1 \rangle$ , когда  $x_1 = x_2 = y = 0$ . Значения входов двойного триода № 2 равны  $x_2'y' = 1$  и  $x_1'x_2 = 0$ . Один триод проводит, и поэтому  $Y = 0$ . Пусть теперь состояние входов изменяется от 00 к 01 в соответствии с переходом от состояния  $\langle 1 \rangle$  к состоянию  $\langle 3 \rangle$ . На входах двойного триода № 2 происходят изменения:  $x_2'y' = 1 \rightarrow 0$  и  $x_1'x_2 = 0 \rightarrow 1$ . Триод, который раньше проводил, запирается, а триод, который раньше был заперт, начи-

нает проводить. Следовательно, после изменения на входе переменная  $Y$  на выходе двойного триода опять будет равна 0, но если значение  $x'_2 y'$  изменится от 1 к 0 до того, как значение  $x'_1 x_2$  изменилось от 0 к 1, оба триода будут на короткое время заперты, и переменная  $Y$  на короткое время примет значение 1.

Можно, конечно, избежать получения этого кратковременного ложного значения  $Y$  путем добавления в структурную формулу для

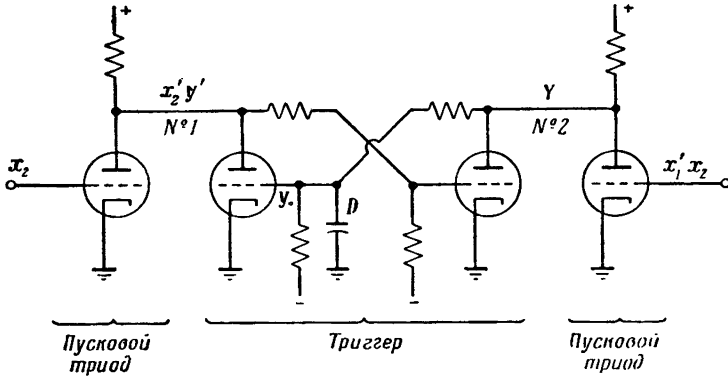


Рис. 14.22. Часть структуры рис. 14.21, показывающая схему соединений физических элементов.

этой переменной набора низкого напряжения ( $x_1 + y$ ). Так как  $x_1 = y = 0$  в течение всего перехода, то присутствие этого члена будет обеспечивать сохранение равенства  $Y = 0$  при изменении  $x_2$ . Однако в рассматриваемом случае более экономичным, вероятно, является введение элемента задержки, который сглаживал бы кратковременные повышения напряжения в точке  $Y$ . Вероятно, было бы достаточно небольшой емкости, шунтирующей вход  $y$  двойного триода № 1.

Перерисуем теперь часть схемы рис. 14.21, содержащую два двойных триода с их входными и выходными цепями, с использованием физических элементов вместо логических символов. Это сделано на рис. 14.22. Можно видеть, что два триода образуют известную схему триггера, а два других триода играют роль пусковых.

Хотя конечным результатом синтеза в этом случае является хорошо известная и широко применяемая схема, однако характер работы ее отличается от обычно принятого. Чаще всего такие схемы работают так, что одно анодное напряжение является инверсией другого. В полученной схеме анодное напряжение левой лампы представляет член  $x'_2 y'$ , а анодное напряжение правой лампы — переменную  $Y = (x_1 + x'_2)(x_2 + y)$ . Эти выражения, конечно, не являются инверсными по отношению друг к другу, и можно легко

проверить, что в состоянии, представленном в матрице переходов вхождением  $\langle 3 \rangle$ , когда  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,  $y = 0$ , оба анодных напряжения являются низкими. В этом состоянии обе пусковые лампы проводят, а оба триода триггера заперты.

Триггер, имеющий два устойчивых состояния, является основным релейным элементом, нашедшим широкое применение в техни-

		$x_1, x_2$				$Z_1, Z_2$
		00	01	11	10	
$\langle 1 \rangle$	3	-	4	01		
	$\langle 2 \rangle$	3	-	4	10	
1	$\langle 3 \rangle$	-	-	01		
2	-	-	$\langle 4 \rangle$	10		

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
y	0	$\langle 1 \rangle$	$\langle 3 \rangle$	-	4
	1	$\langle 2 \rangle$	3	-	$\langle 4 \rangle$

а

Рис. 14.23. Первичная таблица переходов и матрица переходов для двухвходового триггера.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
y	0	0	0	-	1
	1	1	0	-	1

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
y	0	01	01	-	
	1	10		-	10

б

Рис. 14.24. Матрица состояний вторичных элементов и частично заполненная матрица состояний выходов для триггерной ячейки.

ке электронных релейных устройств. В рассмотренном выше случае нет нужды предусматривать введение в структуру устройства релейных элементов с двумя устойчивыми состояниями, так как обратная связь, необходимая в многотактных устройствах, приводит именно к такой схеме, если она требуется. Однако при синтезе многотактных устройств с импульсными входами мы будем непосредственно применять спусковые схемы, обычно называемые триггерами, поскольку они по своей работе относятся к устройствам с двумя устойчивыми состояниями.

Представляет интерес провести синтез триггерной ячейки.

Простая схема двухвходового триггера имеет два входа  $x_1$  и  $x_2$  и два выхода  $Z_1$  и  $Z_2$ . Состояние выходов равно или 01 или 10. При повышении уровня напряжения на каком-либо одном из входов и понижении на другом уровень напряжения на выходе с номером, соответствующим первому входу, должен стать высоким или остаться



высоким. Когда уровни напряжений обоих входов низкие, то уровень напряжения одного из выходов остается высоким соответственно входу, уровень напряжения которого был высоким в последний раз. На входах не допускается состояние 11. Переходы состояний входов  $01 \rightleftharpoons 10$  также не допускаются.

Первичная таблица переходов, которая удовлетворяет этим требованиям, дана на рис. 14.23, а. После объединения число ее строк сокращается до двух. На основе этой двухстрочной таблицы составлена матрица переходов рис. 14.23, б. В матрице возбуждения рис. 14.24 имеются два прочеркнутых вхождения. Мы можем поэтому записать четыре различных варианта структурных формул в зависимости от того, какие значения выбраны для заполнения прочеркнутых клеток. Наиболее интересными из них являются

$$Y = x_2'(x_1 + y) \quad (\text{в обе прочеркнутые клетки внесен } 0),$$

$$Y = x_1 + x_2' y \quad (\text{в обе прочеркнутые клетки внесена } 1).$$

Для  $Z_1$  и  $Z_2$  возможны также различные варианты, как это видно из частично заполненной матрицы состояний выходов рис. 14.24.

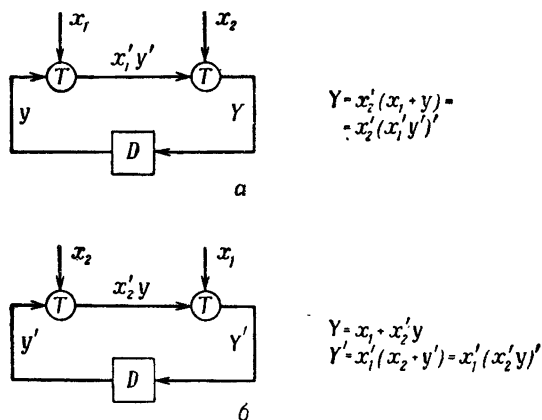


Рис. 14.25. Структуры триггерных ячеек, соответствующие двум вариантам структурных формул.

В дополнение к значениям выхода, соответствующим прочеркнутым клеткам, должны быть заданы также значения выхода, соответствующие неустойчивым состояниям. При этом всегда должно учитываться ограничение, заключающееся в том, что  $Z_1$  и  $Z_2$  должны быть инверсны по отношению друг к другу. Отложим окончательное заполнение этой матрицы до тех пор, пока оставшаяся часть синтеза не будет завершена. Заметим, однако, что  $Z_1 = Y$  и  $Z_2 = Y'$  или

$Z_1 = y$  и  $Z_2 = y'$ . Эти соотношения указывают на один из возможных вариантов заполнения матрицы выходов.

На рис. 14.25, а показана структура триггерной ячейки, построенная в соответствии со структурной формулой  $Y = x_2 (x_1 + y)$ . Инверсия структурной формулы  $Y = x_1 + x_2 y$  будет иметь вид  $Y' = x_1' (x_2 + y')$ . Соответствующая структура приведена на рис.

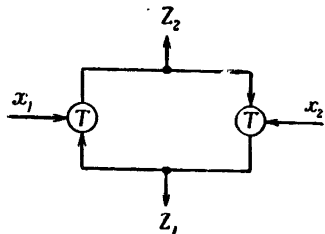


Рис. 14.26. Символическая схема триггерной ячейки без элементов задержки.

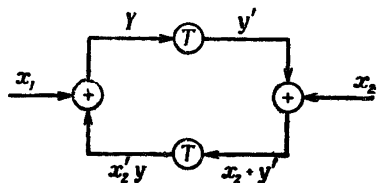


Рис. 14.27. Триггерная ячейка с логическими звеньями сложения на входах.

14.25, б. Так как обе структурные формулы свободны от статических состязаний, то элементы задержки в них не нужны. Если указанные на рис. 14.25 элементы задержки удалить, то обе структуры станут

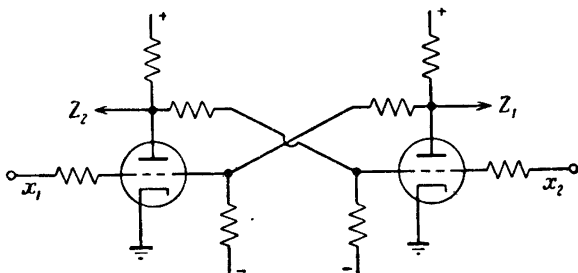


Рис. 14.28. Электрическая схема, полученная из логической структуры рис. 14.27.

одинаковыми. Их симметрия хорошо видна из символической схемы рис. 14.26.

Если исключить символы переменных и сглаживающую емкость, то структура, представленная символически на рис. 14.26, будет аналогична структуре, показанной на рис. 14.22. Можно упростить ее, если некоторые операции выполнять на пассивных элементах. Запишем структурную формулу  $Y$  в виде  $Y = x_1 + x_2 y = x_1 + (x_2 + y)'$ . Если теперь использовать звенья сложения и триоды, то эта формула может быть реализована так, как показано на

рис. 14.27. Все ветви помечены символами переменных, но очевидно, что структура симметрична и выбор точки, представляющей  $Y$ , является произвольным.

На рис. 14.28 дана соответствующая электрическая схема, в которой сложение выполнено на сопротивлениях. В этой схеме можно распознать знакомую форму триггерной ячейки без пусковых ламп. Выходы берутся с анодов (делители напряжений в выходных цепях не показаны).

Следующий пример иллюстрирует синтез релейного устройства, который интересен тем, что получаются два резко отличающихся решения.

### Пример 14.3.

Требуется синтезировать структуру электронного многотактного релейного устройства, имеющего один выход и два входа. Одновременно может изменяться состояние только одного входа. Вся-

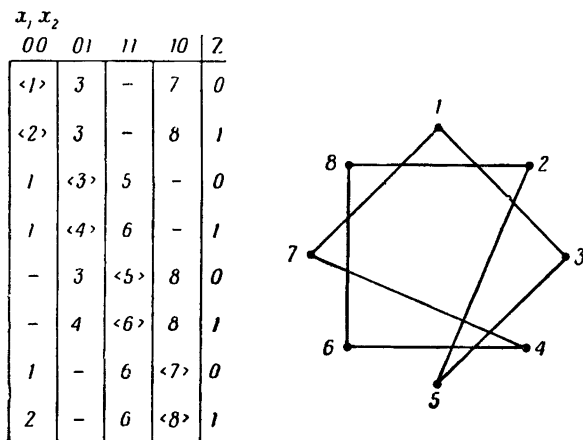


Рис. 14.29. Первичная таблица переходов и диаграмма объединений к примеру 14.3.

кий раз, когда  $x_2$  *изменяется*, и только в эти моменты времени, выход должен принимать значение  $x_1$  и сохранять его до тех пор, пока  $x_2$  снова не изменится.

Первичная таблица переходов и диаграмма объединений даны на рис. 14.29. Отметим, что диаграмма объединений представляет собой замкнутый контур, соединяющий все восемь узлов. Имеются поэтому два варианта объединения с минимальным числом строк: а) (1, 3), (5, 2), (8, 6), (4, 7) и б) (1, 7), (4, 6), (8, 2), (5, 3). После

объединения получим матрицы переходов рис. 14.30, а и 14.30, б соответственно. Отметим, что матрица рис. 14.30, б может быть реализована без состязаний при любом определении состояний вторичных элементов, основанном на использовании двух вторичных переменных.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	$\langle 1 \rangle^0$	$\langle 3 \rangle^0$	$5^0$	$7^0$
	01	$\langle 2 \rangle^1$	$3^0$	$\langle 5 \rangle^0$	$8^1$
	11	$2^1$	$4^1$	$\langle 6 \rangle^1$	$\langle 8 \rangle^1$
	10	$1^0$	$\langle 4 \rangle^1$	$6^1$	$\langle 7 \rangle^0$

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	$\langle 1 \rangle^0$	$3^0$	$6^\Phi$	$\langle 7 \rangle^0$
	01	$1^\Phi$	$\langle 4 \rangle^1$	$\langle 6 \rangle^1$	$8^1$
	11	$\langle 2 \rangle^1$	$3^\Phi$	$6^1$	$\langle 8 \rangle^1$
	10	$1^0$	$\langle 3 \rangle^0$	$\langle 5 \rangle^0$	$8^\Phi$

б

Рис. 14.30. Две матрицы переходов, полученные из двух вариантов вторичных таблиц переходов с минимальным числом строк.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	00	00	01	10
	01	01	00	01	11
	11	01	10	11	11
	10	00	10	11	10

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	00	10	01	00
	01	00	01	01	11
	11	11	10	01	11
	10	00	10	10	11

б

Рис. 14.31. Матрицы состояний вторичных элементов, полученные из матриц переходов рис. 14.30.

В верхнем правом углу каждой клетки матриц даны значения выхода. В матрице рис. 14.30, а после внесения значений выхода, связанных с устойчивыми состояниями, все значения выхода для неустойчивых состояний заполнены, чтобы получить переходы, для которых изменения на выходе отсутствуют. В матрице рис. 14.30, б значения выходов для половины неустойчивых состояний могут быть выбраны произвольно. Один из выбранных наборов приводит к равенству  $Z = y_2$ .

Заметим, что в каждой из этих матриц отсутствуют существенные состязания. Поэтому при реализации соответствующих структурных формул в окончательной структуре элементы задержки могут быть опущены.

Матрицы состояний вторичных элементов представлены на рис. 14.31.

Для матрицы рис. 14.31, а структурные формулы, свободные от соединений, будут иметь вид

$$Y_1 = x_1 x'_2 + x_2 y_1 + x_1 y_1 = (x_1 + x_2)(x_1 + y_1)(x'_2 + y_1),$$

$$Y_2 = x_1 x_2 + x'_2 y'_2 + x_1 y_2 = (x_1 + x'_2)(x_1 + y_2)(x_2 + y_2),$$

а структурная формула выходных цепей, согласно рис. 14.30, а, запишется в виде

$$Z = x_2 y_1 + x'_2 y_2 + y_1 y_2 = (x_2 + y_2)(x'_2 + y_1)(y_1 + y_2).$$

В то время как структурная формула выходной цепи, полученная из матрицы рис. 14.30, б, как было указано выше, элементарно проста, структурные формулы цепей вторичных элементов для этой матрицы получаются гораздо более сложными, чем приведенные выше. Поэтому для дальнейшего синтеза используем матрицы рис. 14.30, а и рис. 14.31, а.

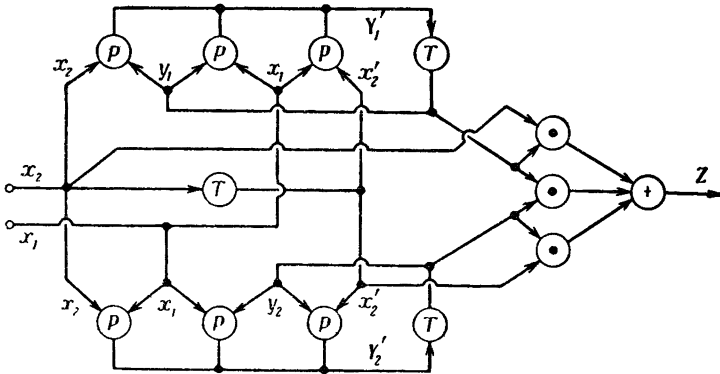


Рис. 14.32. Структура электронного релейного устройства, полученная в результате синтеза в примере 14.3.

При построении структуры устройства удобно использовать инверсии написанных выше структурных формул для  $Y$ :

$$Y'_1 = (x'_1 + x_2)(x'_2 + y_1)(x_1 + y'_1),$$

$$Y'_2 = (x'_1 + x'_2)(x_2 + y'_2)(x'_1 + y'_2).$$

Они реализуются в виде структуры, показанной на рис. 14.32. Так как использованы электронные элементы, то в обеих петлях обратной связи имеется требуемое усиление. Выходная цепь реализуется

при помощи логических звеньев, и для них могут быть использованы диоды.

Важно обратить внимание на то, что две части этой структуры, соответствующие двум структурным формулам, работают независимо друг от друга.

Из структурных формул для  $Y$  видно, что каждая из них является функцией входных переменных и собственного выхода и не содержит в качестве переменной выход другого вторичного элемента. Функцией, содержащей в качестве переменных оба эти выхода, является только структурная формула выходной цепи. Это тот случай, когда совершенно ясно, что существенное состязание физически невозможно. Когда нет функциональной зависимости между вторичными элементами, то, если речь идет о работе вторичных элементов, становится несущественным, имеется ли задержка в прохождении сигнала от изменения первичной переменной.

#### § 14.6. Другие релейные элементы, используемые в многотактных релейных устройствах

Независимо от природы и характеристик релейных элементов, используемых в многотактных устройствах, применяющих в качестве переменных уровни напряжения или тока, необходимо построить структуру одноктактной части устройства, реализующую заданные структурные формулы для цепей внутренних элементов и цепей выходов. Затем вводятся обратные связи с задержками или без них, которые обеспечивают подачу воздействий от вторичных элементов на входы одноктактной части. Наконец, необходимо удостовериться, имеет ли каждая петля обратной связи усиление, обеспечиваемое или элементами одноктактной части, или специально введенными усилителями.

Полупроводниковые диоды нашли чрезвычайно широкое применение в релейных устройствах. Если помнить о необходимости усиления в петле обратной связи, то можно смело применять диоды при реализации одноктактной части структуры. Диоды включаются в тех структурах, в которых усиление петли обратной связи обеспечивается электронными лампами, транзисторами или магнитными усилителями. Комбинированное использование транзисторов и магнитных усилителей становится особенно эффективным. Эти устройства целиком статичны, их потребление энергии мало, а физические размеры незначительны.

В предыдущих главах было уже рассмотрено применение транзисторов в одноктактных релейных устройствах. Так как они дают усиление, то не представляет труда использовать их при построении многотактных устройств в соответствии с методами, рассмотренными в этой главе.

Интересно рассмотреть использование в релейных устройствах криотронов<sup>1</sup> — новых элементов, которые особенно перспективны для создания чрезвычайно компактных релейных устройств<sup>2</sup>. Действие этих элементов основано на явлении сверхпроводимости, свойственном многим металлам и сплавам. Металл, обладающий сверхпроводимостью, при обычной комнатной температуре имеет конечное электрическое сопротивление, которое может быть мало, но не равно нулю. При определенной весьма малой температуре сопротивление металла падает до нуля. Тантал, например, становится сверхпроводимым при температуре 4,4°К. При несколько более низкой температуре (4,2°К для тантала) можно управлять сверхпроводимостью при помощи слабого магнитного поля (50—100 эрстед). Если магнитного поля нет, сопротивление металла равно нулю. При постепенном возрастании напряженности магнитного поля достигается критическая величина, за пределами которой металлу возвращается его нормальное сопротивление. Следует подчеркнуть, что сопротивление материала не уменьшается до малой величины; когда температура достигнет критической точки, оно просто становится равным нулю при отсутствии магнитного поля.

Низкая температура достигается путем погружения релейного устройства в жидкий гелий. При выполнении всех управляющих обмоток и соединений из сверхпроводящего материала и погружении релейного устройства в жидкий гелий сопротивление соединений между релейными элементами становится равным нулю, благодаря чему общее потребление энергии становится весьма малым.

Как указывает Бак, криотрон представляет собой кусок танталовой проволоки длиной в 25,4 мм и диаметром в 0,23 мм, на которую намотана в один слой проволока из ниобия диаметром 0,08 мм. Центральная проволока из тантала является исполнительной цепью элемента, а проволока, намотанная на нее, — управляющей обмоткой. При нормальной комнатной температуре сопротивление танталовой проволоки равно приблизительно 0,01 ом. В связи с малым сопротивлением цепей релейного устройства, собранных из криотронов, источник питания является источником тока. Если вход устройства питается от источника постоянного тока, то действие устройства осуществляется путем создания цепей с нулевым сопротивлением для структурной проводимости, равной 1, и инверсных цепей, включенных параллельно источнику тока, для структурной проводимости, равной 0. Для обнаружения присутствия тока в той или иной

<sup>1</sup> В и с к D. A., The cryotron — a superconductive computer component, *Proc. I. R. E.*, 44, № 4 (1956), 482—493.

<sup>2</sup> Книга С. Колдуэлла была опубликована в 1958 г. За истекшее время, кроме криотронов, появился ряд других релейных элементов, основанных как на явлении сверхпроводимости, так и на других свойствах, которые приводят к таким же малым размерам релейных устройств, что и криотроны. — *Прим. ред.*

цепи криотронов можно использовать контрольный криотрон с соответствующей выходной измерительной схемой.

Релейные свойства криотрона могут быть рассмотрены с помощью структуры рис. 14.33. Управляющие обмотки двух криотронов  $A$  и  $A'$  соединены с ключом  $S$  так, что в каждом из положений ключа ток течет только через одну из этих обмоток. Сопротивление  $R$  ограничивает величину управляющего тока. Исполнительные цепи криотронов включены параллельно и питаются от источника постоянного тока  $I_g$ . Ток криотрона  $A'$  проходит через управляющую

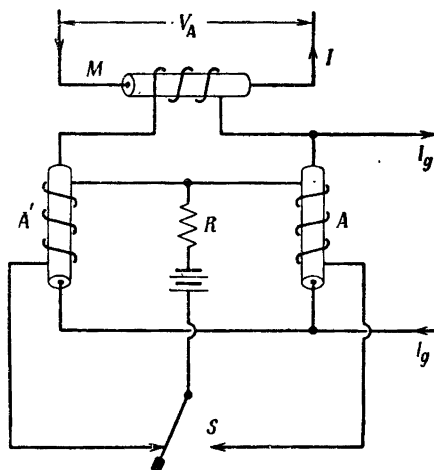


Рис. 14.33. Криотрон как инвертор.

обмотку контрольного криотрона  $M$ . Ток  $I$  в исполнительной цепи контрольного криотрона создается другим источником постоянного тока.

Если управляющая обмотка криотрона  $A'$  возбуждена, то сопротивление его исполнительной цепи не равно нулю, а сопротивление исполнительной цепи криотрона  $A$  равно нулю. Следовательно, весь ток  $I_g$  проходит через исполнительную цепь криотрона  $A$ , а через исполнительную цепь криотрона  $A'$  ток не проходит. Поэтому ток в управляющей обмотке криотрона  $M$  равен нулю, и его исполнительная цепь имеет нулевое сопротивление. Напряжение  $V_A$  на выходе криотрона  $M$  равно нулю, так как ток проходит через нулевое сопротивление.

Если возбуждена управляющая обмотка криотрона  $A$ , то ток  $I_g$  проходит через исполнительную цепь криотрона  $A'$ , а также через управляющую обмотку криотрона  $M$ . При наличии возбуждения в управляющей обмотке криотрона  $M$  сопротивление его исполнительной цепи становится конечным, и выходное напряжение  $V_A$  возрастает.



В релейных устройствах, построенных на криотронах, переменные представлены уровнями тока. Последний равен или полному току источника тока, или нулю. Эти уровни тока представляют соответственно 1 и 0. Каждый криотрон является инвертором по отношению к переменной, представленной током в его управляющей обмотке. Если входная переменная  $A$  равна 1, то ток в исполнительной цепи равен 0, и наоборот. Поэтому можно написать  $T = A'$ . Итак, отдельно взятый криотрон ведет себя подобно реле с одним размыкающим контактом.

Легко проверить, что в структуре рис. 14.33 выход контрольного криотрона  $M$  представляет собой значение переменной  $A$ . Необходимость использования обоих криотронов  $A$  и  $A'$  вытекает из того факта, что хотя отношение сопротивления исполнительной

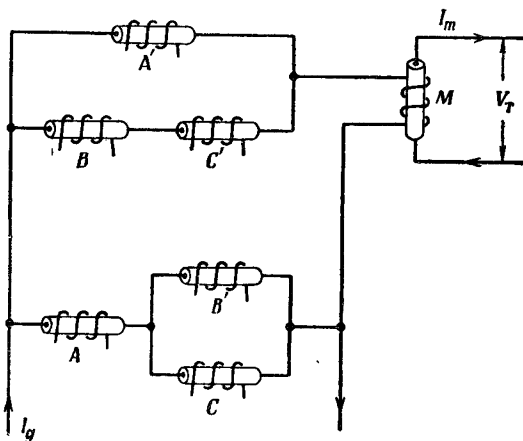


Рис. 14.34. Однотактное релейное устройство на криотронах.

цепи в нормальном состоянии к ее сопротивлению в состоянии сверхпроводимости равно бесконечности, разность этих сопротивлений мала. Если попытаться обнаружить и использовать это изменение в сопротивлении для представления двоичных величин, то результат будет мало удовлетворительным; но когда два параллельно включенных сопротивления питаются от источника постоянного тока, то отношение токов в них обратно пропорционально отношению их сопротивлений. Параллельное соединение двух цепей, инверсных друг к другу, является, таким образом, хорошим средством для представления двоичных величин с помощью отношения сопротивлений вместо их разности. Следует отметить, что работа криотрона не зависит от направления тока в исполнительной цепи или в управляющей обмотке. Поэтому использование криотрона не ограничивается только параллельно-последовательными структурами.

На рис. 14.34 показана структура однотактного релейного устройства, в которой выходное напряжение  $V_T$  контрольного криотрона  $M$  реализует функцию  $T = A + B'C$ . В верхней части имеется цепь для управления контрольным криотроном. Исполнительные цепи криотронов соединены в ней так, как будто они являются контактами, т. е. последовательное соединение представляет умножение, а параллельное соединение — сложение. Однако управляющие обмотки криотронов возбуждаются инверсиями переменных. Это такой же вид структуры, который пришлось бы использовать, если бы в нали-

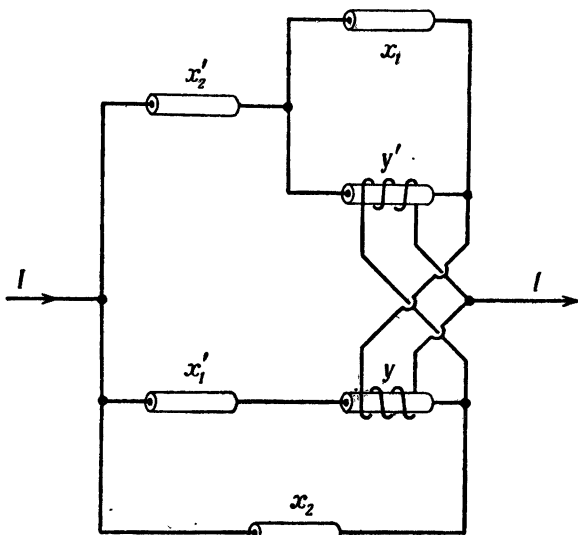


Рис. 14.35. Обратная связь в многотактном релейном устройстве на криотронах.

чии имелись реле только с размыкающими контактами. Для получения в управляющей обмотке контрольного криотрона тока, равного нулю, служит нижняя часть схемы, в которой наличие тока определяется выражением  $T' = A'(B + C)$ .

Бак показал, что криотрон может давать усиление как по току, так и по мощности. В релейных устройствах на криотронах обратная связь, необходимая в многотактных устройствах, должна быть обратной связью по току. Поэтому требование наличия усиления в ней удовлетворяется. Так как все соединения между криотронами, включая и соединения в цепи обратной связи, обладают сверхпроводимостью и так как все управляющие обмотки также обладают сверхпроводимостью, то ток обратной связи может быть использован более чем для одной управляющей обмотки.

Время задержки в работе криотрона в основном определяется постоянной времени управляющей цепи. Если многотактные устройства, использующие криотроны, построены так, как строились бы релейные устройства, использующие только размыкающие контакты, и если приняты все необходимые меры для устранения статических состояний контактов и состояний вторичных элементов, то нормальные задержки в управляющих цепях криотронов обеспечат правильную последовательность работы устройства.

Одна из простых многотактных структур, имеющих обратные связи, представлена на рис. 14.35. Она соответствует условиям примера 14.1, для которого структурные формулы имеют вид

$$Y = x_2 (x'_1 + y),$$

$$Y' = x_2 + x_1 y'.$$

На рисунке не показаны управляющие обмотки криотронов, на которые воздействуют первичные переменные. Ток, проходящий в верхней цепи, характеризует состояние  $Y = 1$ . Этот ток подается обратно на управляющую обмотку криотрона  $y$  в нижней цепи. Ток, проходящий через нижнюю цепь, характеризует состояние  $Y' = 1$ , и этот ток подается обратно на управляющую обмотку криотрона  $y'$  в верхней цепи. Другие концы управляющих обмоток криотронов  $y$  и  $y'$  соединены вместе и образуют общую цепь тока. Для завершения синтеза необходимо, конечно, построить соответствующую структуру входных и выходных цепей, но это потребует решения только одноконтурной задачи.

Может показаться, что работа всего релейного устройства в жидком гелии нереальна. Однако производство и хранение жидкого гелия стало в последнее время сравнительно несложным и недорогим делом. Для иллюстрации практической осуществимости криотронных устройств Бак подсчитал, что для большой вычислительной машины, построенной целиком на криотронах, потребуется объем приблизительно  $0,03 \text{ м}^3$ , а затрата энергии составит всего только около половины ватта. Количество жидкого гелия, необходимого для заполнения резервуара, и потери гелия в результате нагрева поэтому весьма малы.

### ЗАДАЧИ

14.1. На рис. 14.36 показаны два электронных многотактных релейных устройства. Каждое из них имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и один выход  $Z$ .

1. Для каждого устройства найдите выходную последовательность, если последовательность входных состояний  $X_1$  и  $X_2$  имеет вид 00, 10, 11, 01, 11, 10, 00, 01, 00 и начальное состояние  $X_1 = X_2 = Z = 0$ .
2. Дайте словесное описание результирующего действия каждого устройства.

14.2. Установлено, что релейное устройство на вакуумных лампах удовлетворяет заданным требованиям, если структурная формула цепей его вторичного элемента равна  $Y = x'_1 (y + x_2)$ , а структурная формула цепей выхода равна  $Z = x'_1 x'_2 y'$ .

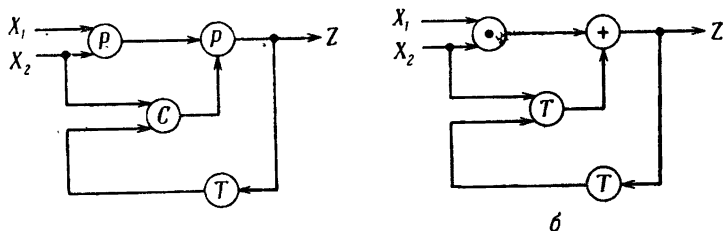


Рис. 14.36. Задача 14.1.

Приняв показанную на рис. 14.37 триодную цепь в качестве вторичной, постройте одну из физических реализаций устройства (используя в однокатной части вакуумные лампы).

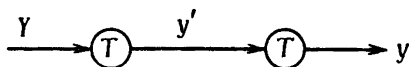


Рис. 14.37. Задача 14.2.

В окончательной структуре следует удалить все лампы, которые не являются необходимыми. Для напряжений всех входов и выходов каждой лампы дайте их алгебраические выражения и покажите, в каком месте следует включить задержку, чтобы была обеспечена правильная работа устройства.

$x_1 x_2$	$Z_1 Z_2$
00 01 11 10	00
- 3 <1> 2	01
6 - 1 <2>	10
7 <3> 1 -	10
7 - 1 <4>	01
6 <5> 1 -	01
<6> 5 - 2	10
<7> 3 - 4	10

Рис. 14.38. Задача 14.3.

14.3. Проведите синтез релейного устройства на электронных лампах и выпрямителях, удовлетворяющего условиям, заданным в приводимой на рис. 14.38 таблице переходов. В полученной структуре нужно показать алгебраическую природу всех напряжений и точное расположение всех задержек.

Напряжения  $X_1$  и  $X_2$  (но не их инверсии) получаются от источников напряжения с малым внутренним сопротивлением. В полученной структуре должно использоваться по возможности меньшее число сеток.

14.4. Электронное фиксирующее устройство, показанное на рис. 14.39, обладает тем свойством, что выход  $Z$  становится равным входу  $X_1$ , когда вход  $X_2$  переходит с низкого уровня напряжения на высокий уровень. Во все остальные моменты времени выход  $Z$  сохраняет тот уровень напряжения, который он имел тогда, когда вход  $X_2$  в последний раз имел переход с низкого уровня напряжения на высокий. Вход  $X_1$  не может изменяться, когда вход  $X_2$  изменяется только что указанным образом.

1. Составьте первичную таблицу переходов.

2. Составьте два или большее число вариантов вторичных таблиц переходов с минимальным числом строк.
3. Постройте по крайней мере четыре варианта возможных структур, используя в качестве инверторов только триоды и пентоды, а в качестве звеньев сложения и умножения — диоды.
4. Нарисуйте полные электрические схемы (включая сопротивления нагрузок диодов и ламп) того варианта, который оказался самым простым.

14.5. Проведите синтез электронного многотактного устройства с двумя входами и одним выходом. Значение выхода становится равным 1 в конце последовательности смены состояний входов  $X_1X_2 = 00, 01, 11$  и сохраняет

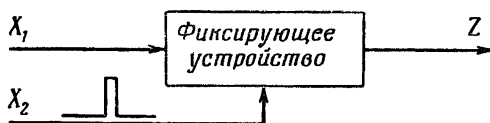


Рис. 14.39. Задача 14.4.

это значение при всех изменениях на входах до тех пор, пока не образуется последовательность  $X_1X_2 = 11, 01, 00$ , после чего значение выхода должно стать равным 0. Одновременно может изменяться только одна входная переменная. Реализуйте отдельно структурные формулы каждого вторичного элемента с возможно меньшим числом сеток. Укажите возможные статические состояния.

14.6. Проведите синтез электронного устройства со связями на постоянном токе, имеющего два входа и один выход. Устройство должно работать следующим образом: уровень напряжения на его выходе должен быть высоким тогда и только тогда, когда уровни напряжения обоих входов высоки, причем в предшествующем состоянии они были низкими.

Получите минимальную реализацию устройства, используя триоды и выпрямители. Особенное внимание нужно обратить на минимизацию числа триодов (достаточно двух триодов и семи диодов). Укажите места, где должны быть включены элементы задержки.

14.7. Многотактное электронное релейное устройство имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$ , характеризующиеся уровнями напряжений, и один выход  $Z$ . Одновременно может изменяться состояние только одного входа. Состояние выхода должно указывать, какая из входных переменных *изменилась* последней. А именно, всякий раз, когда *изменяется*  $X_1$ , выход  $Z$  становится *или остается равным 0*, и всякий раз, когда *изменяется*  $X_2$ , выход  $Z$  становится *или остается равным 1*.

1. Составьте первичную таблицу переходов и сократите в ней до минимума число строк.
2. Проведите определение состояний вторичных переменных и составьте матрицы состояний вторичных элементов и состояний выхода.
3. Проведите синтез структуры на электронных элементах. В полученной структуре отметьте все переменные, включая и выходную. Допустите, что в распоряжении имеются как входные напряжения, так и их инверсии. В этих условиях при синтезе минимизируйте число сеток ламп, исключая те, которые используются для получения инверсий входных переменных. В качестве логических звеньев следует использовать только триоды и пентоды. Покажите, что решение не содержит статических состояний.

14.8. Приведенная на рис. 14.40 структура представляет собой электронное устройство со связями на постоянном токе, в котором входы и выходы представлены уровнями напряжений. Требуется рассмотреть эффект включения

в петле обратной связи элементов задержки, представленных блоками  $A$  и  $B$ , предполагая, что в структуре устройства нет других задержек, кроме указанных.

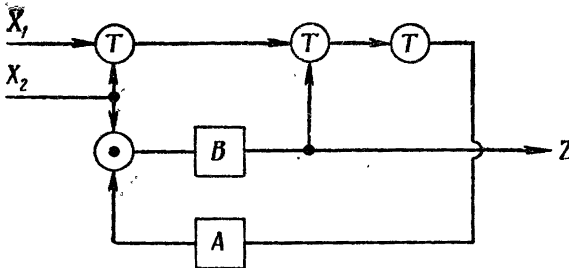


Рис. 14.40. Задача 14.8.

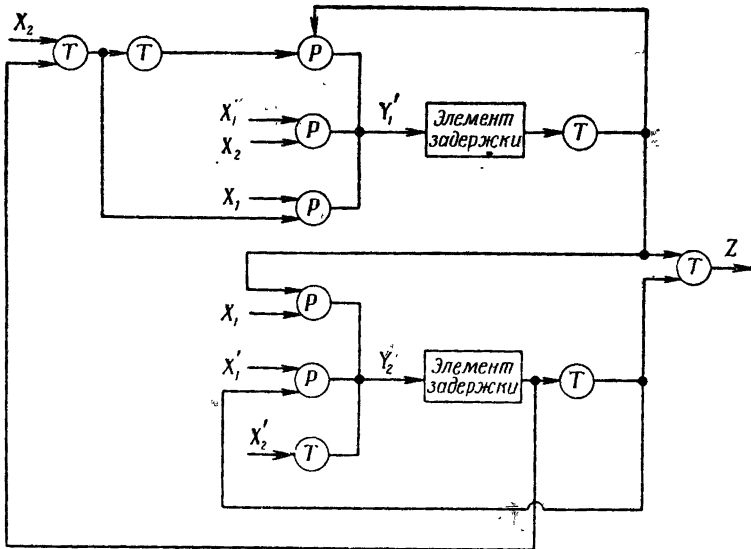


Рис. 14.41. Задача 14.9.

1. Составьте таблицу переходов и матрицу состояний выхода  $Z$  для случая, когда есть задержка  $A$ , но нет задержки  $B$ .
2. Выполните то же самое для случая, когда есть задержка  $B$ , но нет задержки  $A$ . Что представляют собой условия устойчивого состояния в этом устройстве?
3. Составьте таблицу переходов и матрицу состояний выхода  $Z$  для случая, когда включены обе задержки  $A$  и  $B$ . Сравните результаты с полученными в пунктах 1 и 2.
4. Преобразуйте структуру для условий п. 1 к экономичной форме, используя только диодные логические звенья и минимальное число триодов с анодными нагрузками (достаточно двух сеток и шести диодов).

14.9. Упростите приведенную на рис. 14.41 многотактную структуру, произведя ее синтез с использованием только триодов и пентодов.

14.10. Упростите электронное многотактное устройство, структура которого показана на рис. 14.42. Одновременные изменения обеих входных пере-

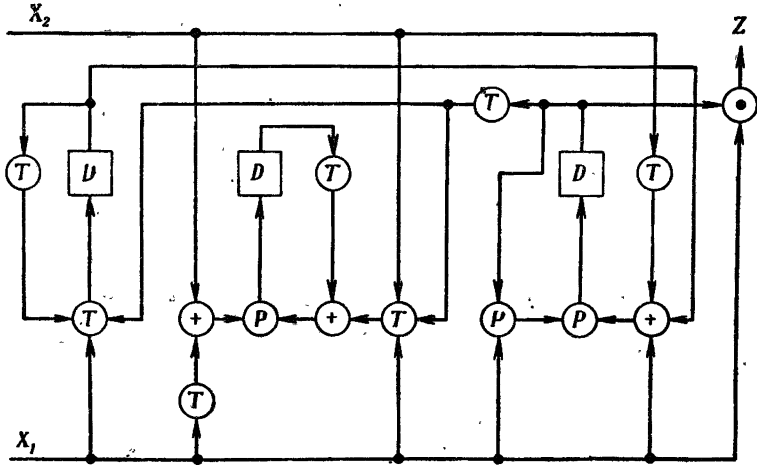


Рис. 14.42. Задача 14.10.

менных невозможны. В момент, когда включается питание, первичные переменные  $X_1$  и  $X_2$  и вторичная переменная  $u$  равны 0. В окончательной структуре не должно быть статических соизязаний.

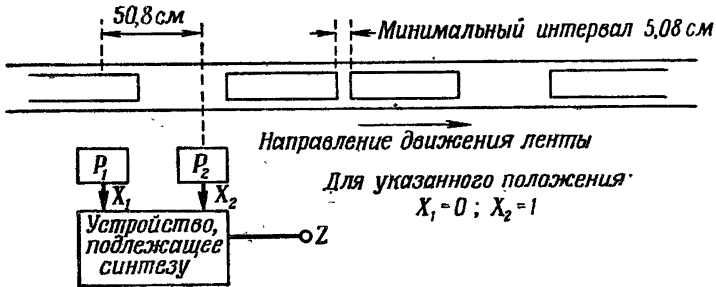


Рис. 14.43. Задача 14.11.

14.11. Выходным продуктом одной фабрики являются непрозрачные предметы цилиндрической формы, которые могут быть двух типов, различаемых внешним размером. Предметы одного типа имеют длину, равную 50,3 см, предметы другого типа — длину, равную 51,3 см. Вследствие ошибки некоторые «длинные» предметы попали в бункер, где должны быть только «короткие» предметы. Чтобы рассортировать эти предметы, было принято решение загружать их на быстро перемещающуюся ленту конвейера. При этом, как показано на рис. 14.43, каждый предмет пересекает два узких луча света, рас-

стояние между которыми равно 50,8 см. Лучи света могут освещать два фотоэлемента  $P_1$  и  $P_2$ . Когда фотоэлемент не освещен, его выходное напряжение мало, а когда освещен — велико. Известно также, что минимальный интервал между предметами 5,08 см.

Нужно спроектировать электронное релейное устройство, на входы которого подаются напряжения от фотоэлементов. (Предполагается, что всякий раз может изменяться только одно входное напряжение.) Напряжение на выходе устройства должно быть высоким тогда и только тогда, когда оба световых луча прерываются одним и тем же *длинным* предметом. При реализации устройства должны использоваться только вакуумные лампы, а выходное напряжение должно сниматься с анодной нагрузки триода или с катодного повторителя. При изображении структуры устройства следует проставить алгебраические выражения каждого из напряжений и обозначить местоположение каждого элемента временной задержки.

14.12. Постройте электронное многотактное релейное устройство, удовлетворяющее требованиям задачи 12.10. Выберите наиболее эффективное сочетание триодов, пентодов и диодов, чтобы получить минимальную структуру. Если есть состязания, то определите, какие требуются изменения структуры, чтобы их не было.

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	<1>	2	<5>	7
	01	3	<2>	5	<7>
	11	<3>	<4>	<6>	8
	10	1	-	6	<8>

а

		$x_1, x_2$			
		00	01	11	10
$y_1, y_2$	00	<1>	2	5	<8>
	01	6	<2>	3	-
	11	<6>	4	<3>	7
	10	1	<4>	<5>	<7>

б

Рис. 14.44. Задача 14.13.

14.13. Для приведенных на рис. 14.44 таблиц переходов на входе может одновременно изменяться лишь одна переменная. Перечислите все существенные состязания в каждой таблице переходов. Опишите каждое из них путем указания вхождения, которое представляет начальное состояние, и входной переменной, при изменении которой состязание происходит.



## Многотактные импульсные релейные устройства

Огромные успехи в построении и применении быстродействующих цифровых вычислительных машин являются красноречивым свидетельством возможностей импульсной техники. В настоящей главе понятия и методы, развитые выше для многотактных устройств, в которых переменные были представлены уровнями напряжения, будут распространены на синтез импульсных релейных устройств.

Существует много разновидностей таких устройств, и в них используются элементы самой различной природы. В этой главе будут рассмотрены некоторые общие методы, применимые к любой импульсной системе.

### § 15.1. Таблицы переходов для устройств с импульсными входами

Полезно начать с рассмотрения одной частной задачи, а именно с примера построения структуры устройства, изображенного на рис. 15.1. Условия работы этого устройства следующие:

1. Все входы и выход импульсные.

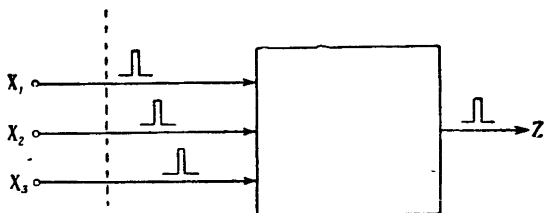


Рис. 15.1. Схема устройства, структуру которого требуется построить.

2. Предполагается, что форма входных импульсов и их длительность соответствуют тем элементам и их соединениям между собой, которые будут использованы при реализации устройства.

3. Существует некоторый минимальный интервал между поступлением последовательных импульсов, который назовем *разрешающим* интервалом.

4. Импульс на выходе должен генерироваться в том и только в том случае, когда импульсы на входах поступают в порядке, указанном на рис. 15.1, т. е. в последовательности  $X_1, X_2, X_3$ . Для того чтобы получить повторный импульс на выходе, эта последовательность должна повториться.

5. Импульс на выходе должен появляться одновременно с входным импульсом  $X_3$ , однако во всех других случаях никакие два импульса не могут иметь места одновременно.

$X_1 X_2 X_3$				Z
000 100 010 001				
<1>	2	7	8	0
3	<2>	-	-	0
<3>	2	4	8	0
5	-	<4>	-	0
<5>	2	7	6	0
1	-	-	<6>	1
1	-	<7>	-	0
1	-	-	<8>	0

Рис. 15.2. Таблица переходов, полученная в результате рассмотрения импульсов как изменений уровней напряжения.

нужны лишь столбцы, соответствующие состояниям входов 000, 100, 010 и 001.

В этом сокращенном варианте таблицы имеется много пустых клеток. Из этого следует большая свобода в выборе членов структурных формул для вторичных переменных. Это происходит благодаря тому, что для записанных в скобках состояний во всех столбцах, кроме 000, единственный возможный переход — это возврат в столбец 000. Если пользоваться этой формой таблицы переходов для синтеза импульсных схем, то отсутствующие столбцы могли бы быть

Условия 1, 4 и 5 в этом перечне относятся к условиям логического синтеза. Условия 2 и 3 определяют технические требования. Один из способов представления импульса заключается в том, что рассматривают его состоящим из двух изменений уровня напряжения или тока. Если принять эту точку зрения, то можно построить таблицу переходов (см. рис. 15.2), аналогичную тем, которые строились выше. Поскольку требование 5 обуславливает поступление одновременно только одного входного импульса, в данной таблице переходов содержится меньшее число столбцов, чем обычно. Изменение состояний входов всегда начинается со столбца 000. Затем происходит изменение одного входа, скажем 010 (при изменении  $X_2$ ). После этого состояние входов вновь возвращается к столбцу 000 и остается таковым до дальнейших изменений входов. При этом нет необходимости строить столбцы в таблице переходов для всех возможных комбинаций  $X_1, X_2, X_3$ . Как следует из рис. 15.2,

также использованы для записи произвольно выбранных значений членов структурных формул.

Предположим, что  $X_1, X_2, X_3$  являются импульсами весьма малой длительности по сравнению с минимальным интервалом между ними. Например, длительность импульса может составлять одну миллисекунду, а интервал между импульсами — одну секунду. Тогда при рассмотрении таблицы переходов становится очевидным,

что большую часть времени устройство будет находиться в одном из состояний, представленных вхождениями  $\langle 1 \rangle, \langle 3 \rangle$  или  $\langle 5 \rangle$ , которые находятся в столбце, представляющем состояние входов 000. Другие записанные в скобках вхождения изображают состояния, в которых устройство будет находиться лишь очень малое время. При переходе из состояния  $\langle 5 \rangle$  в состояние  $\langle 1 \rangle$  через состояние  $\langle 6 \rangle$  уровень напряжения на выходе на очень короткий промежуток времени поднимается, и таким образом образуется выходной импульс. Высокий уровень напряжения на выходе связан с состоянием  $\langle 6 \rangle$ , но если бы было нужно построить матрицу состояний выхода, то следовало бы приписать значение 1 также и состоянию, представленному цифрой 6 без скобок (исследование показывает, что это вхождение остается и во вторичной таблице переходов после объединения строк).

Если использовать вторичные элементы, которые изменяют состояние (в смысле, который будет определен далее) при импульсном воздействии на входе, то можно рассматривать состояние устройства в виде комбинаций состояний этих элементов. При этом не будет никаких воспринимающих элементов, и состояние вторичных элементов будет полностью определять общее состояние устройства.

Полезно рассмотреть реакцию устройства на входные импульсы с помощью диаграммы переходов рис. 15.3. В этой диаграмме состояния устройства представлены узлами, а переходы из одного состояния в другое — соединяющими их линиями. Каждая линия обозначена парой символов, указывающих, на каком входе меняется состояние при данном переходе и какой при этом получается выход. Символ  $Z_0$  обозначает состояние  $Z = 0$ , а символ  $Z_1$  — состояние  $Z = 1$ . Узлы  $S_1$  и  $S_3$  соединяет линия, обозначенная  $X_2, Z_0$ . Это означает, что данный переход вызывается импульсом на входе  $X_2$ , а на выходе при этом не возникает импульса. Если затем следует импульс  $X_3$ , то устройство переходит в состояние, представленное узлом  $S_3$ .

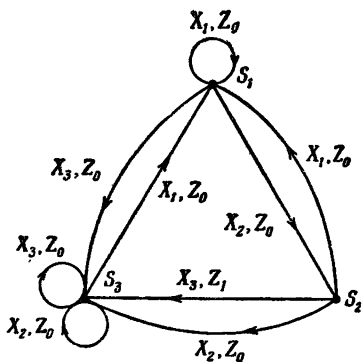


Рис. 15.3. Диаграмма переходов для синтезируемого устройства.

Линия, указывающая этот переход, обозначена символами  $X_3, Z_3$ ; следовательно, с этим переходом связан импульс на выходе.

При построении такого рода диаграмм не обязательно знать заранее, сколько потребуется узлов. В качестве исходной точки выберем нижний левый узел  $S_3$  и будем считать, что если устройство находится в этом состоянии и поступил импульс  $X_1$ , то осуществляется первая часть последовательности, необходимой для получения выхода. Из этого узла одна из линий переходов ведет к узлу  $S_1$ . Эта линия обозначена символами  $X_1, Z_0$ , показывающими, что переход вызван импульсом  $X_1$  и что при этом не возникает выходного импульса. Когда устройство находилось в состоянии, представленном узлом  $S_3$ , мог поступить также импульс  $X_2$  или  $X_3$ . Независимо от того, каково установившееся состояние устройства, всегда необходимо определить его реакцию на любое допустимое входное воздействие. При осуществлении последовательности, вызывающей импульс на выходе, состояние  $S_3$  было принято нами за исходное. Если пришел импульс  $X_2$  или  $X_3$ , нужно, чтобы устройство оставалось в этом состоянии, для того чтобы при дальнейшем поступлении импульса  $X_1$ , который начинает заданную входную последовательность, устройство могло перейти в состояние  $S_1$ . Поэтому нарисуем две замкнутые петли у узла  $S_3$ , показывающие, что при поступлении импульсов  $X_2$  или  $X_3$  устройство остается в состоянии  $S_3$  и при этом на выходе нет никаких воздействий.

В состоянии  $S_1$  устройство приходит из состояния  $S_3$ , реагируя на импульс  $X_1$ . Если устройство находится в состоянии  $S_1$  и пришел снова импульс  $X_1$ , то устройство должно оставаться в том же состоянии, так как любой импульс  $X_1$  может служить началом заданной последовательности. Если, однако, поступил импульс  $X_3$ , то устройство должно вернуться в состояние  $S_3$ , чтобы подготовиться к приему нового импульса  $X_1$ . Это условие отмечено соединительной линией  $X_3, Z_0$ .

Если импульс  $X_2$  поступил, когда устройство находилось в состоянии  $S_1$ , то он является вторым импульсом заданной последовательности. Поэтому устройство переходит в состояние  $S_2$ , и при этом имеет место выход  $Z_0$ .

В состоянии  $S_2$  мы вновь должны рассмотреть реакцию устройства на все возможные входные воздействия. Естественно, что при поступлении импульса  $X_3$  мы отмечаем переход вновь в состояние  $S_3$ . Этот переход связан с появлением импульса на выходе, так как им завершается заданная последовательность. Возвращение в состояние  $S_3$  совершенно ясно, так как устройство при этом подготавливается для приема импульса  $X_1$  и тем самым к приему новой заданной последовательности. Если импульс  $X_1$  поступил, когда устройство находилось в состоянии  $S_2$ , то это представляет собой нарушение заданной последовательности, и переход  $X_1, Z_0$  должен вернуть устройство в состояние  $S_1$ . Такое действие устройства в точ-

ности соответствует его назначению, так как любой из импульсов  $X_1$  может служить началом заданной последовательности.

Приход импульса  $X_2$  в тот момент, когда устройство находится в состоянии  $S_2$ , означает нарушение заданной последовательности. Поэтому переход  $X_2, Z_0$  должен возвращать устройство в состояние  $S_3$ , чтобы оно подготовилось к приему новой правильной последовательности.

Диаграмма переходов не является существенно необходимой при синтезе импульсного устройства, однако она представляет собой полезное средство для наглядного представления о работе его. Кроме того, она дает возможность убедиться в том, что рассмотрены все возможные переходы. Информация, содержащаяся в диаграмме переходов, может быть резюмирована в несколько измененной таблице переходов, представленной на рис. 15.4.

Над каждым столбцом таблицы переходов проставлено обозначение соответствующего входного импульса, а каждая строка представляет установившееся состояние устройства. Нумерация строк совершенно произвольна. Каждое вхождение в таблице показывает состояние, в которое приходит устройство, и соответствующее значение выходного сигнала. Как видно из таблицы переходов, при подаче входного импульса  $X_1$  устройство всегда приходит в состояние  $S_1$ . Поэтому можно было бы отождествить это состояние устройства с тем, в котором оно находилось в начальный момент, и принять это состояние за начальное. Если при поступлении импульса  $X_2$  устройство находилось в состоянии  $S_1$ , то оно переходит в состояние  $S_2$ , не образуя выходного сигнала. Следовательно,  $S_2$  представляет то состояние, в которое устройство приходит после поступления на его вход первых двух импульсов заданной последовательности. Если при подаче импульса  $X_3$  устройство находилось в состоянии  $S_2$ , то оно переходит в состояние  $S_3$ , образуя выходной сигнал. В состоянии  $S_3$  устройство приходит после подачи любого импульса  $X_3$  и любого импульса  $X_2$ ; это утверждение не касается лишь того импульса  $X_2$ , который поступает в момент, когда устройство находится в состоянии  $S_1$ . Таким образом, устройство приходит в состояние  $S_3$  либо при завершении данной последовательности, либо после прихода любых импульсов  $X_2$  или  $X_3$ , которые не являются частью заданной последовательности. Для реализации заданных условий работы требуются только три вторичных состояния. Как по таблице, так и по диаграмме переходов нетрудно установить, что выход-

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$Y_1, Y_2$
$S_1$	$S_1, Z_0$	$S_2, Z_0$	$S_3, Z_0$	00
$S_2$	$S_1, Z_0$	$S_3, Z_0$	$S_3, Z_1$	01
$S_3$	$S_1, Z_0$	$S_3, Z_0$	$S_3, Z_0$	11
	—	—	—	10

Рис. 15.4. Модифицированная таблица переходов, содержащая такую же информацию, как и диаграмма переходов.

ной импульс связан только с переходами от одного установившегося состояния к другому, а не с самими состояниями.

Теперь представим себе, что состояния  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  отождествляются с состояниями некоторых вторичных элементов. «Приписывание» вторичным состояниям комбинаций состояний этих элементов является произвольным, и можно начать эту процедуру с частного определения состояний, показанного справа в таблице рис. 15.4.

$y_1, y_2$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1. 00	00	01	11
2. 01	01	10	10'
3. 11	11	00	00
10	(10)	(01)	(01)

$\tau_1 \tau_2$

Рис. 15.5. Матрица переходов, соответствующая таблице переходов рис. 15.4.

(рис. 15.5) этому соответствует элемент 10, показывающий, что при переходе вторичных элементов из состояния 01 в 11 изменяется переменная  $y_1$ , а переменная  $y_2$  остается неизменной.

Построим теперь матрицу, каждое вхождение которой будет показывать, какой вторичный элемент (или элементы) должны изменить свое состояние после поступления входного импульса, соответствующего данному столбцу. При составлении матрицы будем пользоваться единицей, если состояние вторичного элемента изменяется, и нулем — в противоположном случае. Например, в приведенной таблице переходов (см. рис. 15.4) вхождение на пересечении второй строки и второго столбца показывает, что данное воздействие приводит устройство в состояние  $S_3$ . Для этого требуется, чтобы вторичные элементы перешли из состояния 01 в состояние 11. В матрице переходов

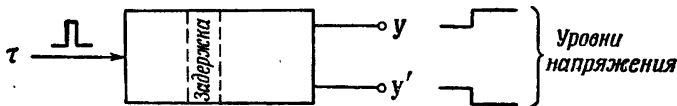


Рис. 15.6. Один из типов триггерной ячейки. Состояния его выходов меняются с каждым входным импульсом.

Рассмотрим схему некоторого вторичного элемента устройства, изображенную на рис. 15.6. На его вход  $\tau$  подаются импульсы, а его выходные сигналы  $u$  и  $u'$  представляют собой взаимно инверсные уровни напряжения. Напряжение на выходе меняется с некоторым запаздыванием по отношению к моменту поступления входного импульса. При этом значения переменных на выходах меняются после поступления каждого входного импульса.

Переменные, соответствующие входам, и  $\tau$ -переменные, обеспечивающие передачу информации вторичным элементам, все представляются импульсами. Допустим, что 1 обозначает наличие

импульса, а 0—его отсутствие. Принятая нами ранее символика для инверсных уровней напряжения на выходах вторичных элементов сохраняется.

Рассмотрим два таких вторичных элемента, входящих в структуру устройства с обратной связью (рис. 15.7). В изображенной на этом рисунке одноконтурной части устройства уровни напряжений

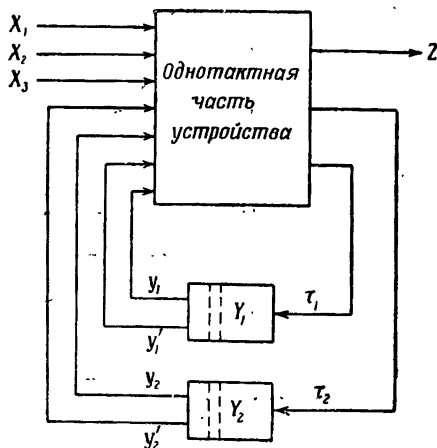


Рис. 15.7. Структура устройства с обратной связью, использующей  $\tau$ -триггеры.

на выходах управляют логическими звеньями, которые либо разрешают, либо запрещают поступление импульсов со входов  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  к выходам  $Z$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ . Реагируя на импульсы, поступающие с выходов  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , соответствующие вторичные элементы меняют свое состояние, и через некоторое время, равное их собственному запаздыванию, изменением состояния своих выходов переключают запертые и открытые логические звенья.

Матрица, изображенная на рис. 15.5, описывает изменения состояния вторичных элементов, реагирующих на соответствующие первичные входные импульсы. Поэтому она описывает условия возбуждения  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  этих элементов. Перейдем теперь к записи структурных формул. Если, например, рассмотрим столбец  $X_1$ , то значение  $\tau_1$  в нем равно 1 при вторичных состояниях 11 и 10 (элемент 10 матрицы, заключенный в круглые скобки, представляет безразличное состояние). Отсюда следует, что импульс  $\tau_1$  должен иметь место, если есть импульс  $X_1$  и  $y_1 = 1$ . Поэтому один из членов в выражении для  $\tau_1$  должен иметь вид  $X_1 y_1$ . Аналогичным образом получают и остальные члены в выражениях для  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $Z$ :

$$\tau_1 = X_1 y_1 + X_2 y_1' y_2 + X_3 y_1'$$

$$\tau_2 = X_1 y_2 + X_2 y_2' + X_3 y_2'$$

$$Z = X_3 y_1' y_2$$

Структура устройства, реализующего эти функции, изображена на рис. 15.8. Можно заметить, что на каждое элементарное логическое

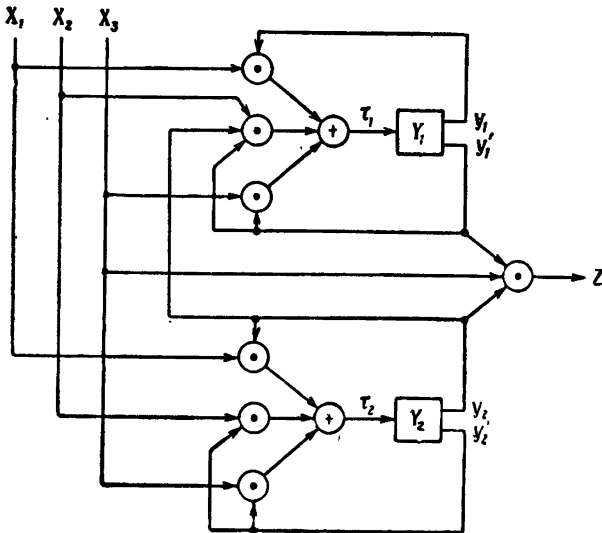


Рис. 15.8. Структура устройства, построенная на основании матрицы переходов рис. -15.5.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	
$y_1 y_2$				
00	1-0	2-0	3-0	1
01	1-0	3-0	3-1	2
10	1-0	3-0	3-0	3
11	-	-	-	

а

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$y_1 y_2$			
00	00	01	10
01	01	11	11 <sup>1</sup>
10	10	00	00
11	(11)	(10)	(01) <sup>1</sup>

б

Рис. 15.9. а — упрощенная форма матрицы переходов; б — матрица состояний вторичных элементов, полученная после внесения изменений в определение состояний вторичных элементов.

звено умножения поступают, с одной стороны, уровни напряжения с выхода вторичных элементов и, с другой — импульсы с входов



устройства. Если какое-либо одно из звеньев умножения воспринимает высокий уровень напряжения (или тока) и в этот момент времени подается входной импульс, то соответствующий импульс  $\tau$ , образуемый логическим звеном сложения, поступает на вход вторичного элемента.

Определение состояний, данное в таблице переходов рис. 15.4, приводит к несколько более сложной структуре устройства, чем это необходимо. Другой вариант определения дан на рис. 15.9, *а*. Справа у каждой строки помещено произвольное число, которое отождествляется с состоянием вторичных элементов. Вхождения в каждом столбце описывают реакцию устройства на соответствующий входной импульс. Каждое из этих вхождений состоит из двух цифр, первая из которых обозначает состояние, в которое приходит устройство, а вторая — состояние выхода, соответствующее указанному переходу. В отличие от таблицы переходов, показанной на рис. 15.4, здесь в качестве символов используются не буквы  $S$  и  $Z$ , а их индексы.

Если сравнить матрицы переходов рис. 15.9, *а* и рис. 15.4, то легко обнаружить, что они отличаются тем, что вместо состояния вторичных элементов, равного 11, в третьей строке второй матрицы записано состояние 10. На рис. 15.9, *б* приведена матрица, описывающая как выходные сигналы, так и условия возбуждения вторичных элементов. Выбранные произвольные состояния, как и ранее, заключены в круглые скобки. Выходной импульс обозначается единицей в верхнем правом углу соответствующей клетки матрицы. Следует отметить, что для вторичного состояния  $y_1 y_2 = 11$  двоичное число, соответствующее выходу, равному 1, выбрано произвольно. На основании этой матрицы можно записать структурные формулы:

$$\tau_1 = X_1 y_1 + X_2 y_2 + X_3 y_1',$$

$$\tau_2 = X_1 y_2 + X_2 y_1' + X_3 y_2,$$

$$Z = X_3 y_2.$$

Структура устройства, реализующая их, представлена на рис. 15.10. В ней имеется только 18 входов элементарных логических звеньев вместо 22 в структуре рис. 15.8. Количеством входов элементарных звеньев пользуются в качестве грубой оценки сложности структуры, так как обычно оно соответствует числу сеток или диодов в действительной структуре устройства. Нетрудно заметить, что даже небольшое изменение в определении вторичных состояний может существенно образом изменить сложность импульсного устройства.

В обеих таблицах переходов (рис. 15.5 и 15.9) имеет место одновременное изменение состояния двух вторичных элементов. Должна быть уверенность в том, что это изменение не вызывает критических состязаний. Рассмотрим на рис. 15.9, *б* вхождение на пересечении третьего столбца и второй строки. Можно видеть, что импульс

$X_3$  вызывает здесь появление выходного сигнала и изменение состояния обоих вторичных элементов. Хотя одновременное срабатывание вторичных элементов и создает условия состязания, последние не обязательно должны привести к неправильному функционированию схемы. Соответствующая временная диаграмма представлена

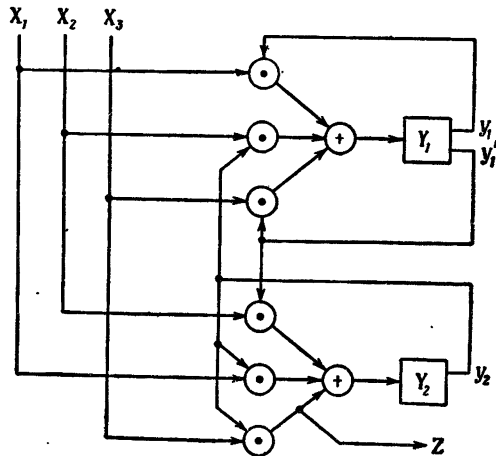


Рис. 15.10. Вариант структуры рис. 15.8 с меньшим числом входов элементарных логических звеньев, полученным в связи с использованием другого варианта определения состояний вторичных элементов.

на рис. 15.11. Из нее можно видеть, что в начальный момент времени импульсы  $Z$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  синхронизированы с входным сигналом  $X_3$ . Во вторичных элементах должно быть предусмотрено достаточное запаздывание, чтобы быть уверенным в соответствующем действии этих импульсов. Исполнительные органы вторичного элемента выдают импульс *после* того, как все условия подачи импульсов на его входе будут выполнены в предыдущий момент времени. Отметим, что не обязательно, чтобы время задержки обоих вторичных элементов было одинаковым. По временной диаграмме можно видеть, что  $y_1$  меняется с 0 на 1 прежде, чем  $y_2$  изменится с 1 на 0. В течение короткого периода вторичное состояние элементов  $y_1$ ,  $y_2$  равно 11. Однако в этот момент никакие другие элементы устройства не меняют своего состояния; поэтому состояние 11 не нарушает работы устройства. Хотя время запаздывания вторичных элементов не обязательно должно быть одинаковым, следующий входной импульс не должен поступать, прежде чем вторичный элемент с большим временем срабатывания не достигнет предусмотренного состояния. Запаздывание вторичных элементов накладывает определенные ограни-

чения на величину минимального интервала между входными импульсами, которая выше была названа разрешающим интервалом. Если входные импульсы поступают через интервалы, меньшие разрешающего, то у вторичных элементов не будет достаточно времени, чтобы прореагировать на них, и устройство будет работать неправильно. Более подробно эта задача будет рассмотрена в § 15.4.

### § 15.2. Вторичные элементы

Рассмотренный нами в предыдущем параграфе пример показал необходимость иметь некоторые вторичные элементы, которые реагировали бы на импульсы, поступивший на входы, изменением своего состояния. От этого устройства требуется, чтобы оно оставалось в этом состоянии до тех пор, пока с помощью нового импульса не будет дана команда об изменении его состояния. Этим требованиям удовлетворяют вторичные элементы, известные под названием триггеров или триггерных ячеек. Синтез структуры одного из типов триггерной ячейки уже был осуществлен в § 14.5.

Состояние триггера определяется уровнями напряжения на двух его выходах. Эти уровни инверсны, и величины их меняются местами при изменении состояния триггера. Уровни на выходе триггера можно использовать в качестве выходных сигналов или входных импульсов для элементарных логических звеньев, которые управляют передачей и преобразованием информации.

Весьма важно соблюдать определенное соотношение между длительностью импульса и временем срабатывания триггера (см. рис. 15.11). Если триггер меняет свое состояние после того, как импульс, вызвавший это изменение, окончился, то можно пользоваться обратной связью, не налагая при этом ограничений на условия его возбуждения. Если время срабатывания триггера меньше длительности импульса, то нужно предусмотреть такие меры, которые не допустили бы вхождения переменной, описывающей состояние выходов триггера, в выражение для условий его возбуждения.

Выше был использован тип триггерной ячейки, которую можно назвать  $\tau$ -триггер (одноходовая триггерная ячейка). Он имеет один вход и должен менять свое состояние после получения каждого отдельного импульса на входе. При записи условий его возбуждения необходимо указывать входной импульс всякий раз, когда матрица

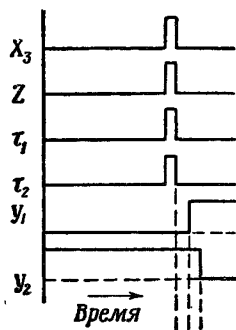


Рис. 15.11. Диаграмма, показывающая, что условия состязаний в импульсных устройствах не обязательно приводят к неправильному их действию.

переходов требует изменения вторичной переменной, представляющей выход триггера.

Другим типом триггерной ячейки, по-видимому наиболее широко используемым, является двухвходовый триггер. Общая схема его представлена на рис. 15.12. Входной импульс подается каждый раз только на один из двух входов  $Y_\alpha$  и  $Y_\beta$ . Два выхода  $y_\alpha$  и  $y_\beta$  представляют собой инверсные уровни напряжения. Эти уровни можно использовать для образования выходных сигналов устройства или же в качестве входных сигналов логических звеньев, управляющих прохождением импульсов в устройстве. Условия работы двухвходового триггера таковы: после получения импульса на каж-

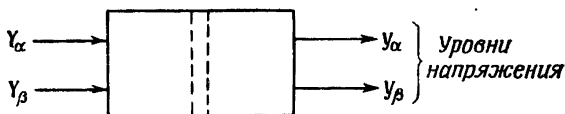


Рис. 15.12. Символы, обозначающие входы и выходы двухвходового триггера.

дом из входов уровень на соответствующем выходе повышается или остается высоким. Таким образом,  $y_\alpha = 1$  после того, как  $Y_\alpha = 1$ , и  $y_\beta = 1$  после того, как  $Y_\beta = 1$ .

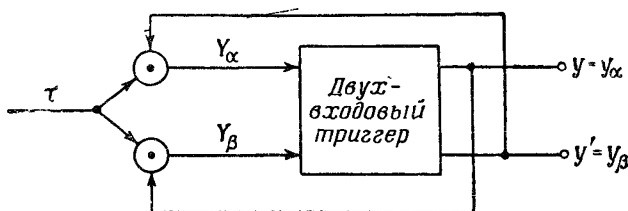
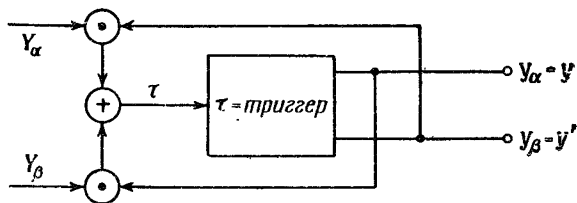
Состояние двухвходового триггера удобно описывать величиной уровня напряжения на выходе  $y_\alpha$ . Определять  $y_\beta$  нет надобности, так как  $y_\beta = (y_\alpha)'$ . Однако в отношении входов необходимо определять условия возбуждения как  $Y_\alpha$ , так и  $Y_\beta$ . Весьма важным свойством описываемого типа триггера является следующее. Если нужно, чтобы триггер менял свое состояние при поступлении импульса на вход устройства, то имеется возможность либо блокировать этот импульс на входе триггера, либо направить его на тот вход, который перед этим был уже возбужден. Как мы увидим в § 15.3, это свойство приводит к большому числу безразличных состояний в матрицах состояний вторичных элементов. Пользуясь  $y_\alpha$  для описания состояний триггера и их изменений (если последние имеют место), можно составить таблицу условий возбуждения его (табл. 15.1).

Из этой таблицы видно, что необходимо определять условия возбуждения как  $Y_\alpha$ , так и  $Y_\beta$ . При переходе  $0 \rightarrow 0$  безразлично, подается импульс на вход  $Y_\beta$  или не подается. Однако необходимо быть уверенным, что этот импульс блокируется на входе  $Y_\alpha$ . В следующей строке таблицы варианты отсутствуют, так как импульс должен поступить только на вход  $Y_\alpha$ , в то время как на входе  $Y_\beta$  он должен отсутствовать.

Таблица 15.1

Условия возбуждения двухвходового триггера		Входные импульсы	
Требуемый выход		$Y_\alpha$	$Y_\beta$
$y_\alpha$			
$0 \rightarrow 0$		0	$\Phi$
$0 \rightarrow 1$		1	0
$1 \rightarrow 0$		0	1
$1 \rightarrow 1$		$\Phi$	0

Интересно отметить, что, включая соответствующие элементарные логические звенья, можно преобразовывать один тип триггера в другой. В структуре, представленной на рис. 15.13, выходы двухвходового триггера управляют логическими звеньями умножения.

Рис. 15.13. Преобразование двухвходового триггера в  $\tau$ -триггер.Рис.15.14. Преобразование  $\tau$ -триггера в двухвходовый триггер.

В результате этого триггер меняет свое состояние, реагируя на каждый входной импульс. По реализуемым на выходе условиям работы такое релейное устройство ведет себя точно так же, как  $\tau$ -триггер. С другой стороны, если (как показано на рис. 15.14) импульсы от двух источников пропустить через элементарные логические звенья на вход  $\tau$ -триггера, то получится новая схема, действующая как двухвходовый триггер.

В импульсных устройствах получили также распространение два других типа триггерных ячеек. Первая из них, изображенная в виде блок-схемы на рис. 15.15, объединяет свойства  $\tau$ -триггера и двухвходового триггера. При подаче импульса на вход  $Y_\alpha$  или  $Y_\beta$  это

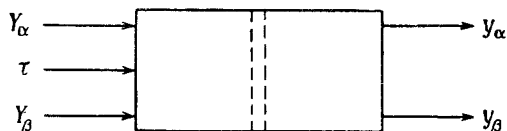


Рис. 15.15. Триггер с тремя входами.

устройство функционирует как двухвходовый триггер. Если импульс поступает на вход  $\tau$ , то триггерная ячейка меняет свое состояние как  $\tau$ -триггер. В табл. 15.2 приведено описание условий работы этого триггера.

Таблица 15.2

Условия возбуждения трехвходового триггера

Требуемый выход	Входные импульсы		
	$Y_\alpha$	$\tau$	$Y_\beta$
$0 \rightarrow 0$	0	0	$\Phi$
$0 \rightarrow 1$	$\begin{bmatrix} \Phi \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \Phi \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$1 \rightarrow 0$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \Phi \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \Phi \\ 1 \end{bmatrix}$
$1 \rightarrow 1$	$\Phi$	0	0

Из этой таблицы видно, что имеется много безразличных состояний входов и их можно использовать для управления трехвходовым триггером. Для изменения состояния триггера имеются четыре безразличных состояния. Если же требуется, чтобы триггер оставался в своем прежнем состоянии, то можно использовать два безразличных состояния входов. Важно при этом блокировать воздействие импульсов обеспечением 0 на соответствующем входе.

Блок-схема другого типа триггерной ячейки выглядит совершенно так же, как для двухвходового триггера. По отношению к импульсам, поступающим на какой-либо из входов, работа этого триггера аналогична действию двухвходового триггера. Однако при подаче импульсов одновременно на оба входа  $Y_\alpha$  и  $Y_\beta$  это устройство функционирует как  $\tau$ -триггер. Соответствующие условия работы приведены в табл. 15.3.

Из этой таблицы нетрудно видеть, что каждое значение реализуемой функции можно получить, выбирая одну из двух комбинаций

Таблица 15.3

Условия возбуждения комбинированного двухвходового триггера

Требуемый выход	Входные импульсы	
	$Y_\alpha$	$Y_\beta$
$0 \rightarrow 0$	0	$\Phi$
$0 \rightarrow 1$	1	$\Phi$
$1 \rightarrow 0$	$\Phi$	1
$1 \rightarrow 1$	$\Phi$	0

состояний входов. Отметим, кроме того, что существуют только две комбинации состояний входов, которые требуют блокировки поступающего на входы импульса.

### § 15.3. Синтез многотактных релейных устройств, использующих триггерные ячейки

Первым шагом при построении такого рода устройств должно быть составление таблицы переходов, аналогичной рассмотренной нами в § 15.1. Затем строкам таблицы переходов приписываются состояния вторичных элементов, и, наконец, составляется матрица состояний вторичных элементов. Последняя обеспечивает реализацию условий возбуждения, описанных в таблице переходов. По этой матрице, а также по матрице состояний выходов непосредственно составляются структурные формулы для вторичных элементов и выходов.

Изображенная на рис. 15.7 общая структура устройств с обратной связью может служить типовой для устройств, которые используют  $\tau$ -триггеры. Читатель может подставить вместо указанных вторичных элементов двухвходовые триггеры, предварительно позаботившись о том, чтобы для всех них были обеспечены соответствующие воздействия на входах  $Y_\alpha$  и  $Y_\beta$ .

Осуществляя определение вторичных состояний, будем предполагать, что длительность входных импульсов мала по сравнению с временем срабатывания вторичных элементов и что интервалы между импульсами достаточны для того, чтобы все вторичные элементы успели сработать до прихода следующего импульса. При этих условиях определение вторичных состояний может быть совершенно произвольным. Можно испытывать все возможные определения, чтобы проверить, нельзя ли упростить структуру устройства. В следующем параграфе мы рассмотрим, как нужно обращаться со структурами, в которых столь благоприятные условия не соблюдаются. В приведенных ниже примерах мы опустим этап синтеза, рассматривавшийся в § 15.1 и заключающийся в составлении таблицы переходов в виде следующих друг за другом состояний, управляемых импульсами. Вместо этого будем пользоваться непосредственно дру-

гим видом таблиц переходов, показанным на рис. 15.4 и рис. 15.9. В качестве первого этапа синтеза желательно построить диаграмму переходов, аналогичную диаграмме рис. 15.3, для того чтобы более четко представить себе работу устройства. Во всех таблицах и диаграммах переходов указываются только устойчивые состояния вторичных элементов. Переходы из одного устойчивого состояния в другое вызываются импульсами малой длительности. Выходными сигналами могут быть импульсы, связанные с этими переходами, или уровни, связанные с устойчивыми состояниями, или и те и другие вместе.

### Пример 15.1.

Устройство имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и один выход  $Z$ . Переменные  $X_1$ ,  $X_2$  и  $Z$  представляют собой импульсы. Значение 0 соответствует отсутствию импульса, а значение 1 — его наличию. Входные импульсы в каждый момент времени могут поступать только на один

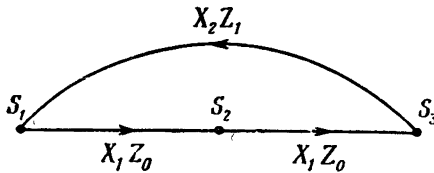


Рис. 15.16. Частичная диаграмма переходов (пример 15.1).

вход. Интервалы между входными импульсами больше, чем разрешающий интервал.

Требуется построить структуру устройства, в котором выходной импульс совпадал бы с любым импульсом  $X_2$ , поступающим после двух последовательных импульсов  $X_1$ . Требуется реализовать эту структуру, пользуясь либо  $\tau$ -триггерами, либо двухвходовыми триггерами.

Прежде всего следует определить состояния вторичных элементов устройства. Из рис. 15.16 следует, что в диаграмме переходов должно быть по крайней мере три состояния. Если последовательность состоит из импульсов  $X_2-X_1-X_1-X_2-X_1-X_1-X_2$  и если эта последовательность все время повторяется, то устройство будет осуществлять переходы, указанные стрелками. Подпоследовательность  $X_2-X_1-X_1-X_2$  должна вызывать сигнал на выходе. Для того чтобы начать считать импульсы  $X_1$ , на вход устройства предварительно должен поступить импульс  $X_2$  (имеется ли в это время импульс на выходе, не имеет значения). Если затем поступят ровно два импульса  $X_1$ , за которыми последует  $X_2$ , то на выходе должен возникнуть импульс.



Диаграмма переходов рис. 15.16 должна естественно входить как часть во всякую правильно построенную диаграмму для рассматриваемых условий. В полной диаграмме переходов, кроме этих условий, должны быть отражены для каждого узла условия действия устройства при поступлении импульсов, не соответствующих заданной последовательности.

Для узла  $S_1$  была указана реакция устройства на импульс  $X_1$ . Нужно поэтому решить, как будет действовать устройство, если в этом состоянии поступит импульс  $X_2$ . Поскольку любой импульс

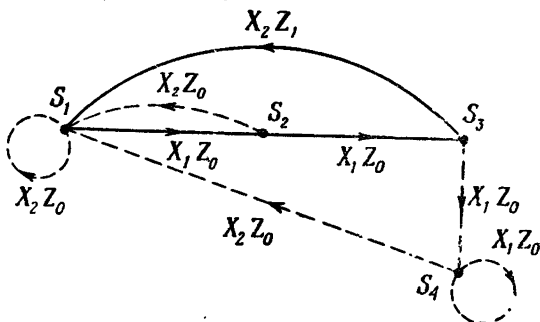


Рис. 15.17. Полная диаграмма переходов (пример 15.1).

$X_2$  может быть началом последовательности  $X_2-X_1-X_1-X_2$ , то нет причины, в силу которой устройство переходило бы из  $S_1$  в какое-либо другое состояние. Поэтому на рис. 15.17 реакция устройства на импульс на входе  $X_2$  изображена в виде петли, выходящей из  $S_1$  и возвращающейся в это же состояние.

Для узла  $S_2$  мы также должны решить, как будет действовать устройство, если поступил импульс  $X_2$ . Предыдущие рассуждения указывают на то, что любой импульс  $X_2$  может привести к началу генерирования правильной выходной последовательности. Поэтому на рис. 15.17 для импульса  $X_2$  показан переход из  $S_2$  в  $S_1$  при значении выхода, равном нулю.

На рис. 15.16 было показано, что импульс  $X_2$  переводит устройство из состояния  $S_3$  в состояние  $S_1$  и что этот переход связан с возникновением импульса на выходе. Однако не было еще показано, что происходит, если устройство находится в состоянии  $S_3$  и получает импульс  $X_1$ . Очевидно, что в этом случае нельзя привести устройство в состояние  $S_1$  или  $S_2$ , так как в противном случае состояние  $S_3$  могло бы вновь наступить после получения дополнительного импульса  $X_1$ ; тогда оказалось бы возможным получить выходной сигнал при поступлении импульса  $X_2$ , следующего за серией, состоящей более чем из двух импульсов  $X_1$ . Поступление импульса  $X_1$  в момент, когда устройство находится в состоянии  $S_3$ , должно поэтому переводить его в новое состояние  $S_4$ .

Для завершения составления диаграммы переходов отметим, что устройство остается в состоянии  $S_4$  при поступлении импульсов  $X_1$  и возвращается в состояние  $S_1$  только при получении импульса  $X_2$ . Для всех описанных выше переходов, кроме одного, выходной сигнал равен 0. Он становится равным 1 только для импульса  $X_2$ , возвращающего устройство из состояния  $S_3$  в состояние  $S_1$ .

Диаграмма переходов дает наглядное представление о всех возможных последовательностях импульсов и определяет реакцию устройства на эти возмущения. Из нее можно видеть, что импульс  $X_2$  очищает память устройства от любого поступившего ранее импульса  $X_1$ . В состояние  $S_1$  можно прийти только с помощью импульсов  $X_2$ , и всякий импульс  $X_2$  возвращает схему в это состояние. Поэтому можно построить таблицу переходов, строго придерживаясь

$Y_1 Y_2$	$X_1$	$X_2$	
00	2-0	1-0	1
01	3-0	1-0	2
11	4-0	1-1	3
10	4-0	1-0	4

Рис. 15.18 Матрица переходов (пример 15.1).

$Y_1 Y_2$	$X_1$	$X_2$
00	01	00
01	10	01
11	01	11'
10	00	10

$\tau_1 \tau_2$

$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$	$X_1$	$X_2$
00	0Ф, 10	0Ф, 0Ф
01	10, Ф0	0Ф, 01
11	Ф0, 01	01, 01'
10	Ф0, 0Ф	01, 0Ф

$Y_{1\alpha} Y_{1\beta}, Y_{2\alpha} Y_{2\beta}$

Рис. 15.19. Матрицы состояния для  $\tau$ -триггеров и двухвходовых триггеров.

полученного выше числа состояний и руководствуясь следующей характеристикой каждого из них.

- Состояние 1 — после прихода последнего импульса  $X_2$  импульсы  $X_1$  не поступали.
- Состояние 2 — после поступления последнего импульса  $X_2$  был один импульс  $X_1$ .
- Состояние 3 — после поступления последнего импульса  $X_2$  было подряд два импульса  $X_1$ .
- Состояние 4 — после последнего импульса  $X_2$  поступило подряд больше двух импульсов  $X_1$ .

Исходя из этих утверждений, можно сразу же составить матрицу переходов рис. 15.18. Номера состояний указаны справа у каждой строки. Вхождения матрицы под каждым символом импульса отражают состояние, в которое приходит устройство после получения импульса, и значение выдаваемого при этом на выходе сигнала. В столбце  $X_1$  каждое состояние, в которое приходит устройство, пронумеровано числами в возрастающем порядке. Переход в этом столбце осуществляется до тех пор, пока не будет достигнуто состояние 4,

из которого дальнейшие переходы не происходят. В столбце  $X_2$  все импульсы возвращают устройство в состояние 1, а переход от состояния 3 связан с выдачей выходного сигнала.

Произвольное определение вторичных состояний указано слева, рядом с таблицей переходов. Оно используется для составления матриц состояния для двух типов триггеров (рис. 15.19). Типичным примером для пояснения построения  $\tau_1\tau_2$ -матрицы может служить входение для состояния 2 в столбце  $X_1$ . В матрице переходов состояние 3—это то состояние, в которое устройство в конце концов должно прийти. Состоянию 2 соответствует состояние исполнительных органов вторичных элементов  $y_1y_2=01$ , а состоянию 3— $y_1y_2=11$ . Из этого следует, что при переходе в это состояние  $y_1$  должно измениться, а  $y_2$  нет. Поэтому соответствующее входение в  $\tau_1\tau_2$ -матрице равно 10.

Матрица на рис. 15.19 справа показывает условия возбуждения входов  $Y_\alpha$  и  $Y_\beta$  для двухвходовых триггеров. Следует помнить, что соответствующие входения матрицы показывают не изменение состояний; они описывают действительные значения сигналов на выходах вторичных устройств, т. е. тех сигналов, которые должны иметь место, когда устройство приходит в данное состояние. Целесообразно при этом использовать безразличные вторичные состояния, указанные в табл. 15.1. Так, например, при переходе из состояния 2 в состояние 3 требуется, чтобы вторичные устройства изменили свое состояние следующим образом:  $y_{1\alpha}y_{2\alpha}=01 \rightarrow 11$ . Для изменения  $y_{1\alpha}$  от 0 к 1 необходимо, чтобы имело место соотношение  $Y_{1\alpha}Y_{1\beta}=10$ . Поскольку  $y_{2\alpha}$  не меняется, мы могли бы записать в матрице в этом месте  $Y_{2\alpha}Y_{2\beta}=00$ . Однако из табл. 15.1 следует, что повторение импульса на входе  $Y_{2\alpha}$  не приводит к изменению состояния триггера. Поэтому в матрицу можно записать входение  $Y_{2\alpha}Y_{2\beta}=\Phi 0$  и допустить в этом месте повторение импульса на входе  $Y_{2\alpha}$ , если это может привести к упрощению структуры устройства. Таким образом, во второй строке столбца  $X_1$  матрицы можно записать входения 10,  $\Phi 0$ . Из  $\tau_1\tau_2$ -матрицы получим следующие структурные формулы:

$$\tau_1 = X_1 y_1' y_2 + X_2 y_1,$$

$$\tau_2 = X_1 y_1' y_2' + X_1 y_1 y_2 + X_2 y_2,$$

$$Z = X_2 y_1 y_2.$$

Для двухвходовых триггеров из матрицы  $Y_{1\alpha}Y_{1\beta}$ ,  $Y_{2\alpha}Y_{2\beta}$  получим соответственно

$$Y_{1\alpha} = X_1 y_{2\alpha},$$

$$Y_{1\beta} = X_2,$$

$$\begin{aligned}
 Y_{2\alpha} &= X_1 y_{1\beta}, \\
 Y_{2\beta} &= X_1 y_{1\alpha} + X_2, \\
 Z &= X_2 y_{1\alpha} y_{2\alpha}.
 \end{aligned}$$

Структурные формулы для двухвходовых триггеров достаточно простые. Однако для  $\tau$ -триггеров они получились сравнительно сложными. На рис. 15.20 сделано несколько другое определение

$y_1 y_2$	$X_1$	$X_2$	
00	11	00	1
11	01	11	2
10	11	10	3
01	00	01	4

$\tau_1 \tau_2$

Рис. 15.20. Матрица, показывающая, что, изменяя определения состояний вторичных элементов, можно упростить структурные формулы их цепей.

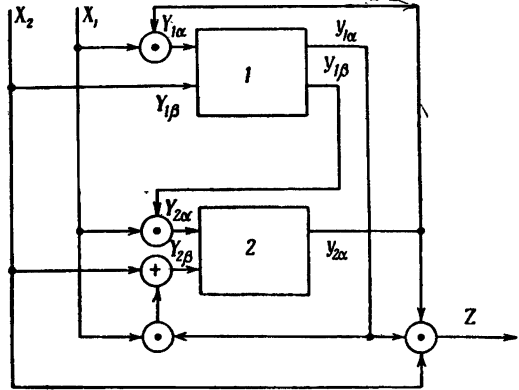


Рис. 15.21. Реализация структуры устройства с использованием двухвходовых триггеров.

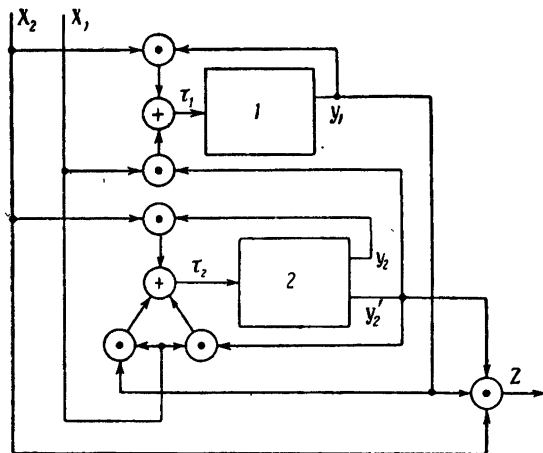
вторичных переменных и дано новое заполнение матрицы. Из этой матрицы получаются следующие структурные формулы:

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= X_1 y_2' + X_2 y_1, \\
 \tau_2 &= X_1 y_1 + X_1 y_2' + X_2 y_2, \\
 Z &= X_2 y_1 y_2'.
 \end{aligned}$$

Структура устройства с использованием двухвходовых триггеров показана на рис. 15.21. Аналогичная структура с использованием  $\tau$ -триггеров, реализующая условия матрицы рис. 15.20, изображена на рис. 15.22. Читателю будет полезно рассмотреть действие этих устройств, когда на их входы подается последовательность импульсов, начиная с  $X_2$ , и проследить за прохождением каждого импульса. При реализации структурных формул чаще всего пользуются логическим звеном умножения. На рис. 15.23 показано, как прохождение импульса через это логическое звено управляется уровнем напряжения на выходе триггера.

**Пример 15.2.**

На рис. 15.24 изображена общая схема релейного устройства с двумя импульсными входами  $X$  и  $C$  и одним импульсным выходом  $Z$ .



Вход  $C$  является синхронизирующим и, как видно из рис. 15.24, импульсы на него поступают через равные промежутки времени. Импульсы  $X$  возникают в промежутке между двумя последовательными

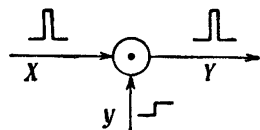


Рис. 15.22. Реализация структуры устройства (пример 15.1) с использованием  $\tau$ -триггеров.

Рис. 15.23. Логическое звено умножения в импульсных цепях.

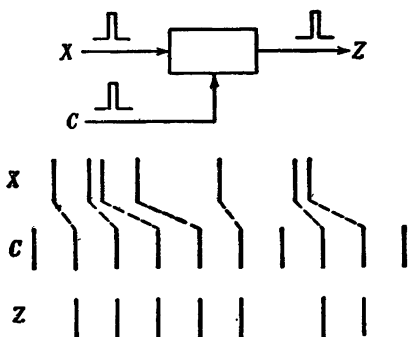


Рис. 15.24. Схема устройства, структуру которого требуется синтезировать в примере 15.2.

импульсами  $C$ , и за один интервал между ними может поступить либо один, либо два импульса  $X$ . Интервал между синхронизирующими импульсами всегда больше разрешающего интервала.

Требуется, чтобы выходной сигнал возникал после прихода каждого импульса  $X$  и совпадал во времени со следующим синхронизирующим импульсом. Если в промежутке между синхронизирующими импульсами поступит несколько импульсов  $X$ , то устройство должно запомнить количество поступивших импульсов и прореагировать на каждый из них при поступлении очередного синхронизирующего импульса. Устройство должно запоминать не более трех импульсов  $X$ . Последовательность импульсов  $X$  и получаю-

$y_{1\alpha} y_{2\alpha}$	$X$	$C$	
00	1 - 0	0 - 0	0
01	2 - 0	0 - 1	1
11	3 - 0	1 - 1	2
10	3 - 0	2 - 1	3

Рис. 15.25. Матрица переходов с вторичными состояниями для двухходовых триггеров.

$y_{1\alpha} y_{2\alpha}$	$X$	$C$
00	0Ф, 10	0Ф, 0Ф
01	10, Ф0	0Ф, 01'
11	Ф0, 01	01, Ф0'
10	Ф0, 0Ф	Ф0, 10'

$y_{1\alpha} y_{1\beta} \cdot y_{2\alpha} y_{2\beta}$

Рис. 15.26. Матрица состояний вторичных элементов для двухходовых триггеров.

щиеся в результате выходные сигналы показаны на рис. 15.24. Пунктир проведен к синхронизирующему импульсу, при поступлении которого считывается соответствующий импульс  $X$ . Структуру устройства следует построить, используя двухходовые триггеры.

Для этого построения диаграмма переходов не нужна. Без нее можно установить, что устройство должно иметь состояния, которые представляли бы следующие события: а) устройство не запомнило ни одного импульса  $X$ ; б) устройство запомнило один импульс  $X$ ; в) устройство запомнило два импульса  $X$ ; г) устройство запомнило три импульса  $X$ . Если обозначить эти состояния через 0, 1, 2 и 3, то получим матрицу переходов, представленную на рис. 15.25. Определение состояний вторичных элементов дано также на этом рисунке. На рис. 15.26 представлена матрица состояний вторичных элементов. Структурные формулы будут иметь вид

$$Y_{1\alpha} = X y_{2\alpha},$$

$$Y_{1\beta} = C y_{2\alpha},$$

$$Y_{2\alpha} = X y_{1\beta} + C y_{1\alpha},$$

$$Y_{2\beta} = X y_{1\alpha} + C y_{1\beta},$$

$$Z = C (y_{1\alpha} + y_{2\alpha}).$$

Соответствующая структура релейного устройства изображена на рис. 15.27.

Иногда бывает желательно сократить число элементарных логических звеньев. Это можно сделать путем введения лишних триггеров. Заменяем в матрице переходов рис. 15.25 две вторичные

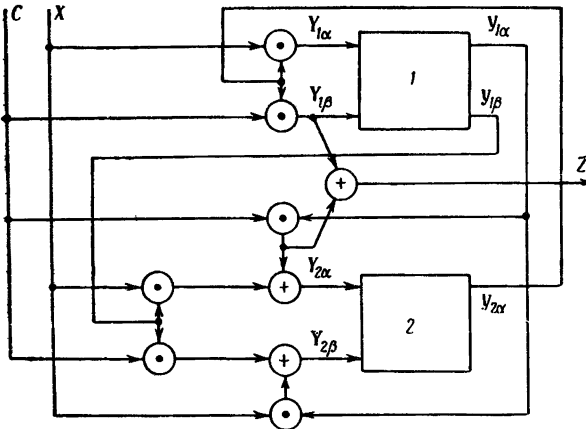


Рис. 15.27. Структура устройства для условий примера 15.2.

	X	C
$Y_{1\alpha} Y_{1\beta} Y_{2\alpha} Y_{2\beta}$ 000	0Ф, 0Ф, 10	0Ф, 0Ф, 0Ф
001	0Ф, 10, Ф0	0Ф, 0Ф, 01
011	10, Ф0, Ф0	0Ф, 10, Ф0
111	Ф0, Ф0, Ф0	01, Ф0, Ф0

$Y_{1\alpha} Y_{1\beta} \cdot Y_{2\alpha} Y_{2\beta} \cdot Y_{3\alpha} Y_{3\beta}$

Рис. 15.28. Матрица состояний с одним лишним триггером.

переменные тремя, записав сверху вниз состояния 000, 001, 011, 111 и одновременно переписав матрицу состояний вторичных элементов в виде, показанном на рис. 15.28. Теперь в ней имеются не только безразличные вхождения, которые в явном виде представлены в матрице состояний вторичных элементов, но и четыре дополнительных неиспользуемых состояния, так как из восьми возможных состояний трех вторичных переменных в матрице записаны только четыре.

Определим, например, структурную формулу для  $Y_{1\alpha}$ . Все вхождения в столбце  $C$  суть нули, поэтому нужно учесть только импульс  $X$ . Импульс возбуждения на входе  $Y_{1\alpha}$  требуется, если вторичное состояние равно 011 и на вход поступил импульс  $X$ . Состояние входа безразлично, если входной импульс  $X$  поступает, когда вторичное состояние представляет собой 111. Если исходить только из этих соображений и выбрать в качестве безразличного состояния 1, то будем иметь  $Y_{1\alpha} = Xy_{2\alpha}y_{3\alpha}$ .

Однако среди неиспользуемых имеются состояния 010 и 110. Следовательно, можно приписать входу  $Y_{1\alpha}$  значение 1 также и при

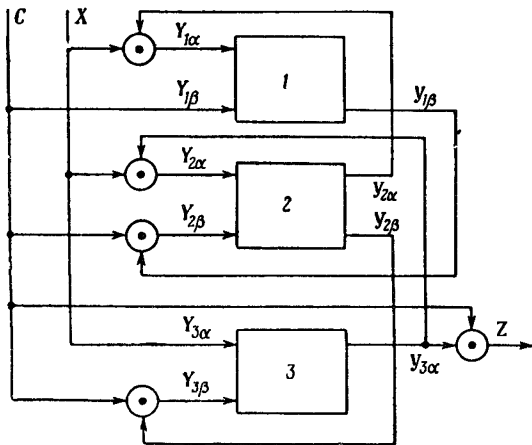


Рис. 15.29. Вариант структуры устройства рис. 15.24, показывающий, что введение лишнего триггера позволяет сократить число элементарных логических звеньев.

этих состояниях. Если сгруппировать все вторичные состояния, для которых входной импульс  $X$  должен или может привести к возникновению импульса  $Y_{1\alpha}$ , то получим структурную формулу цепей, воздействующих на вход  $Y_{1\alpha}$ , в виде  $Y_{1\alpha} = Xy_{2\alpha}$ .

Если учесть таким же образом неиспользуемые состояния и для всех остальных элементов устройства, то получим следующий набор структурных формул:

$$\begin{aligned} Y_{1\alpha} &= Xy_{2\alpha}, & Y_{2\alpha} &= Xy_{3\alpha}, & Y_{3\alpha} &= X, \\ Y_{1\beta} &= C, & Y_{2\beta} &= Cy_{1\beta}, & Y_{3\beta} &= Cy_{2\beta}, \\ & & Z &= Cy_{3\alpha}. \end{aligned}$$

Соответствующая структура релейного устройства приведена на рис. 15.29. В ней всего пять логических звеньев в отличие от структуры рис. 15.27, в которой содержится девять звеньев.



Построение таблицы переходов иногда требует известного искусства. В следующем примере будут рассмотрены два варианта таблиц переходов и представлены обоснования для их построения. Будет показано, что для доказательства того, что одна из них неверна, требуется специальное испытание.

**Пример 15.3.**

Устройство с двумя входами  $X_1, X_2$  и двумя выходами  $Z_1, Z_2$  получает одновременно импульсы только на один вход. Выходные импульсы возникают в каждый момент времени только на одном выходе, причем эти импульсы совпадают с входными импульсами.

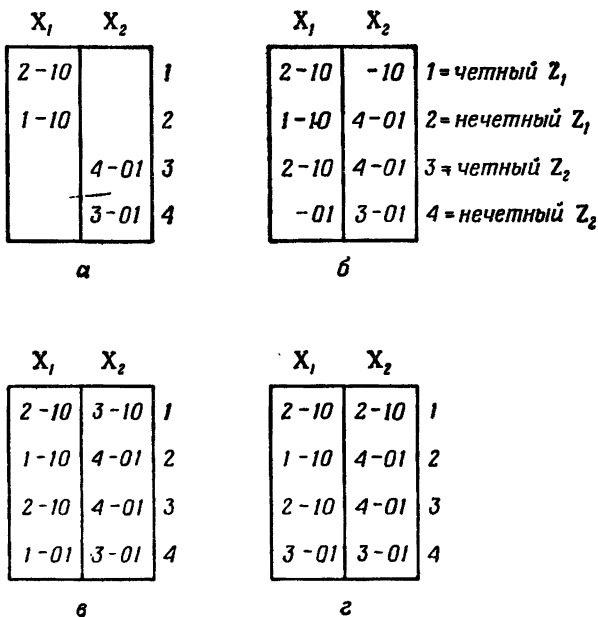


Рис. 15.30. Построение таблицы переходов для условий, приведенных в примере 15.3.

Устройство должно генерировать один выходной импульс на каждый поступивший входной импульс. Последовательная серия импульсов  $X_1$  приводит к возникновению аналогичной серии импульсов  $Z_1$ . То же самое относится к импульсам  $X_2$  и  $Z_2$ . Однако если начинается генерирование какой-либо последовательности импульсов  $Z_1$ , то в ней должно быть нечетное количество импульсов;

если начинается генерирование какой-либо группы импульсов  $Z_2$ , то в этой последовательности должно содержаться четное число импульсов. (0 считается четным числом.)  $Z_1$  и  $Z_2$  никогда не должны появляться одновременно.

Этим условиям нетрудно поставить в соответствие состояния вторичных элементов. Последние должны указывать, на каком из выходов был последний импульс и был ли он четным или нечетным. На рис. 15.30 обозначение «четный  $Z_1$ » в отношении состояния 1 означает, что после самого последнего выходного импульса имела место последовательная серия импульсов  $Z_1$  с четным числом членов. Остальные обозначения состояний аналогичны.

Заполнение таблицы переходов начинается так, как показано на рис. 15.30, а. Если входные воздействия представляют собой серию следующих друг за другом импульсов  $X_1$ , то устройство переходит из состояния 2 в 1 и наоборот, причем каждый переход сопровождается выходным сигналом  $Z_1 Z_2 = 10$ . Если входное воздействие состоит из последовательности импульсов  $X_2$ , то устройство занимает поочередно состояния 3 и 4 и каждый переход приводит к выходному сигналу  $Z_1 Z_2 = 01$ .

На рис. 15.30, б строка 3 в столбце  $X_1$  и строка 2 в столбце  $X_2$  дополнены недостающими вхождениями. В любой момент времени, если последовательность импульсов  $X_2$  сопровождалась четным числом импульсов  $Z_2$ , появление импульса на входе  $X_1$  должно вызывать немедленное возникновение выходного импульса  $Z_1$ . В соответствии с этим в третьей строке в столбце  $X_1$  должно быть помещено вхождение, указывающее на переход устройства в состояние 2, предвещающее нечетное число импульсов  $Z_1$ . Выходной сигнал будет при этом равен 10. Последовательность импульсов  $Z_1$  может быть завершена таким же образом, если число импульсов нечетное. Поэтому во второй строке столбца  $X_2$  должно быть помещено вхождение, указывающее на перевод устройства в состояние 4, предвещающее нечетное число импульсов в последовательности  $Z_2$  и требующее выходного сигнала 01.

Остается определить вхождения четвертой строки в столбце  $X_1$  и первой строки в столбце  $X_2$ . Если устройство находится в состоянии 4, то в группе  $Z_2$  содержится нечетное число импульсов. Независимо от того, который из входов будет возбужден следующим, на выходе должен возникнуть импульс  $Z_2$ , так как эта последовательность не может быть завершена до тех пор, пока число импульсов не будет четным. Поэтому на рис. 15.30, б в таблицу переходов записано вхождение 01, но состояние, в которое должно прийти устройство, не определено. Аналогично, когда устройство находится в состоянии 1, то последовательность  $Z_1$  содержит четное число импульсов, а так как это число для завершения последовательности должно быть нечетным, то в таблице записано вхождение 10, несмотря на то что поступил импульс на вход  $X_2$ .

Рассмотрим теперь, что представляет собой не определенное еще нами состояние, соответствующее строке 4 в столбце  $X_1$ . Импульс  $X_1$  в этом состоянии приводит к образованию импульса на выходе  $Z_2$ , делая тем самым группу  $Z_2$  четной. Но так как этот импульс не привел к генерированию импульса  $Z_1$ , то последовательность  $Z_1$  может считаться также четной (0 считается четным числом). Поэтому указанное состояние можно определить как состояние 1 ( $Z_1$  четное) или состояние 3 ( $Z_2$  четное). Рассуждая аналогичным образом, мы можем осуществить перевод устройства или в состояние 3 ( $Z_2$  четное), или в состояние 2 ( $Z_1$  нечетное) для первой строки столбца  $X_2$ , где входной импульс  $X_2$  приводит к образованию выходного импульса  $Z_1$ . Эти два набора вхождений таблицы переходов представлены соответственно на рис. 15.30, *в* и 15.30, *г*.

Для большинства возможных входных последовательностей обе таблицы переходов дают одинаковые выходные последовательности. Однако, если имеется входная последовательность  $X_1-X_2-X_1-X_2-X_1-X_2$  и т. д., т. е. импульсы поступают поочередно на оба входа, то устройство работает несколько иначе. Если оно действует в соответствии с таблицей рис. 15.30, *в*, то при указанной последовательности на входах будет генерироваться выходная последовательность  $Z_1-Z_1-Z_2-Z_2-Z_1-Z_1-Z_2-Z_2$  и т. д. Она содержит группы из четного числа импульсов  $Z_1$  и, следовательно, является неправильной. Если устройство действует в соответствии с таблицей переходов рис. 15.30, *г*, то при указанной последовательности на входах возможно генерирование двух выходных последовательностей, причем обе они будут правильными. Если устройство находится в состоянии 2 и на его вход первым из очередных импульсов подается  $X_1$ , то на выходе получится непрерывная последовательность импульсов  $Z_1$ . Если же в начальный момент устройство находится в состоянии 3 и первым на вход поступает  $X_2$ , то на выходе будет генерироваться непрерывная последовательность импульсов  $Z_2$ . В первом случае каждый импульс  $X_1$  поступает, когда в группе  $Z_1$  уже имеется нечетное число импульсов. Поэтому этот импульс переводит устройство в состояние « $Z_1$  четное». Следующий затем импульс  $X_2$  должен поэтому привести к образованию на выходе еще одного импульса  $Z_1$ , чтобы сделать это число нечетным. Далее этот цикл продолжается. Непрерывная последовательность импульсов  $Z_2$  во втором примере получается благодаря тому, что импульс  $X_2$  всегда делает группу импульсов  $Z_2$  нечетной, а следующий импульс  $X_1$  должен превратить ее в четную группу.

Основываясь на таблице переходов рис. 15.30, *г*, можно составить матрицы состояния вторичных элементов и состояния выходов, приведенные на рис. 15.31. Из них получаем следующие структурные формулы:

$$\begin{aligned} Y_{1\alpha} &= X_2 y_{2\alpha}, \\ Y_{1\beta} &= X_1 y_{2\alpha}, \end{aligned}$$

$$Y_{2\alpha} = X_1 y_{2\beta} + X_2 y_{2\beta},$$

$$Y_{2\beta} = X_1 y_{1\beta} y_{2\alpha} + X_2 y_{2\alpha},$$

$$Z_1 = X_1 (y_{1\beta} + y_{2\alpha}) + X_2 y_{1\beta} y_{2\beta},$$

$$Z_2 = X_1 y_{1\alpha} y_{2\beta} + X_2 (y_{1\alpha} + y_{2\alpha}).$$

Читателю предлагается построить структуру устройства для этого примера. Заметим, что выражение для цепей  $Y_{1\alpha}$  входит в выражение для  $Y_{2\beta}$  и вновь появляется в виде отдельного члена в выражении для  $Z_2$ . Поэтому его можно реализовать один раз и пользоваться им

	$X_1$	$X_2$	
$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$			
00	0Ф, 10	0Ф, 10	1
01	0Ф, 01	10, 01	2
11	01, Ф0	Ф0, 01	3
10	Ф0, 10	Ф0, 10	4
	$Y_{1\alpha} Y_{1\beta}$	$Y_{2\alpha} Y_{2\beta}$	

	$X_1$	$X_2$
$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$		
00	10	10
01	10	01
11	10	01
10	01	01
	$Z_1$	$Z_2$

Рис. 15.31. Матрица состояний вторичных элементов и матрица состояний выходов для примера 15.3.

всегда, когда в этом возникает необходимость. При построении структуры не следует применять большого числа каскадов диодных логических звеньев. Естественно, что, прежде чем построить структуру устройства, следует просмотреть неиспользуемые и безразличные состояния. Это позволит выяснить, является ли определение состояний, представленное на рис. 15.31, достаточно экономичным с точки зрения простоты структуры, или же лучшие результаты может дать какое-либо другое определение.

#### § 15.4. Неправильное действие импульсных устройств, связанное с импульсами недостаточной амплитуды<sup>1</sup>

Вобщем говоря, в определении состояний вторичных элементов в импульсных устройствах имеется, как указывалось выше, значительная свобода. Однако она не является неограниченной. В настоящем параграфе будет рассмотрено одно важное ограничение, которое следует учитывать при определении вторичных состояний.

<sup>1</sup> В подлиннике применен термин «half-pulse hazard», что в буквальном переводе означает «полуимпульсные нарушения».

Рассмотрим случай, изображенный на рис. 15.32. В тот момент, когда вторичные элементы находятся в состоянии 00, на вход  $X_1$  подается импульс. Вторичные элементы реагируют на него, меняя свое состояние на  $y_1 y_2 = 01$ . Через некоторое время поступает импульс на вход  $X_2$ , вторичные элементы переходят в состояние 10. Реакция вторичных элементов не является мгновенной. Поэтому из-

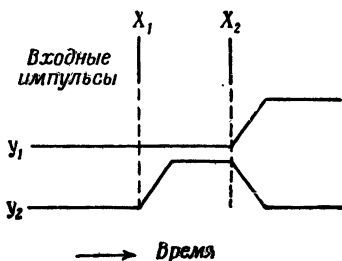


Рис. 15.32. Изменение состояний вторичных элементов при получении входного импульса  $X_2$ .

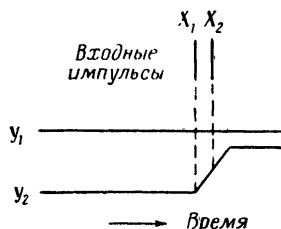


Рис. 15.33. Случай, когда интервал между входными импульсами меньше, чем время срабатывания вторичного элемента.

менение их состояний занимает некоторый конечный промежуток времени после прекращения импульсов на их входах.

Рассмотрим теперь случай, представленный на рис. 15.33. Два входных импульса разделены здесь очень небольшим интервалом, и импульс  $X_2$  поступает в тот момент, когда вторичный элемент  $y_2$ , реагируя на импульс  $X_1$ , не перешел еще в другое состояние. В этих условиях амплитуда импульса на выходе, являющегося реакцией на входной импульс  $X_2$ , может сильно уменьшиться. Такой уменьшенный сигнал называют *полуимпульсом*.

Как это следует из рис. 15.32, импульс на входе  $X_2$  служит сигналом для изменения состояния обоих вторичных элементов. Если из-за слишком малого интервала между входными импульсами  $X_2$  и  $X_1$  ( $X_2$  следует за  $X_1$ ) на входы двух триггеров одновременно поступят полуимпульсы, то может иметь место один из следующих трех случаев.

1. Если амплитуда входного сигнала превысит определенную пороговую величину, то оба триггера перейдут в новое состояние, и действие устройства будет правильным.

2. Если амплитуда сигнала будет ниже определенной пороговой величины, то ни один из триггеров не перейдет в новое состояние. Устройство будет вести себя так, как будто входного импульса вообще не поступало. Иногда это может быть допустимым, но обычно

полная потеря входного сигнала представляет собой серьезное нарушение работы устройства.

3. При промежуточных значениях амплитуды входного сигнала один из триггеров может сработать, а другой нет. Обычно это совершенно неприемлемо.

Во всех случаях, когда из-за слишком малого интервала между входными импульсами возможно возникновение полуимпульсов, нужно обеспечить такое определение вторичных состояний, чтобы этот полуимпульсный сигнал приводил к изменению состояния только одного вторичного элемента. Кроме того, при построении структуры устройства нужно предусмотреть такие меры, чтобы, в случае если полуимпульсы будут ниже пороговой величины, не было потери информации, необходимой для нормальной работы устройства.

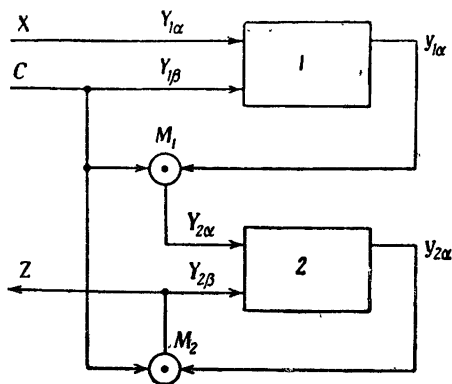


Рис. 15.34. Одна из возможных структур синхронизатора импульсов.

Проиллюстрируем эти замечания примером синтеза так называемого синхронизатора импульсов.

Устройство имеет два входа и один выход. На вход  $C$  поступают синхронизирующие импульсы постоянной частоты. На вход  $X$  импульсы поступают нерегулярно (по отношению к синхронизирующим импульсам). Выходной импульс  $Z$  должен возникать после каждого из входных импульсов, но только в момент поступления второго после этого по счету синхронизирующего импульса. Частота последних поэтому выбирается такой, что следующие друг за другом импульсы  $X$  будут всегда разделены по крайней мере тремя синхронизирующими импульсами  $C$ .

Если какой-либо из импульсов  $X$  опередит синхронизирующий импульс и интервал между ними будет меньше, чем время срабатывания вторичных элементов, то допустимо считать, что этот импульс поступил *после* синхронизирующего, а не до него. Это означает, что

можно задержать выходной сигнал, вызываемый импульсом  $X$ , но нельзя потерять его.

Представленная на рис. 15.34 структура устройства построена при определенных допущениях и не является достаточно хорошей. Рассмотрим, в какой степени она удовлетворяет поставленным выше условиям. Вначале рассмотрим ее действие, когда интервал между случайным импульсом  $X$  и импульсом  $C$  достаточно велик, и допустим, что оба триггера после последнего по времени импульса  $X$  находятся в состоянии 0 в результате воздействия по крайней мере трех синхронизирующих импульсов. Первый поступивший после этого импульс  $X$  переводит первый триггер в состояние 1. Это происходит потому, что данный импульс направляется непосредственно на вход  $Y_{1\alpha}$ . Следующий за ним синхронизирующий импульс направляется непосредственно на вход  $Y_{1\beta}$  первого триггера и через логическое звено  $M_1$  на вход  $Y_{2\alpha}$  второго триггера. Звено  $M_1$  пропускает через себя этот синхронизирующий импульс, так как в этот момент на выходе триггера  $y_{1\alpha}$  имеется высокий уровень напряжения. Реагируя на этот импульс, оба триггера срабатывают, причем первый из них переходит в состояние 0, а второй — в состояние 1. После этого высокий уровень напряжения появится на  $y_{2\alpha}$ . Поэтому после появления второго синхронизирующего импульса он пройдет через логическое звено  $M_2$  и образует импульс на выходе  $Z$ , а также подаст импульс на вход  $Y_{2\beta}$  второго триггера, возвращая его таким образом в состояние 0. Теперь оба триггера находятся вновь в состоянии 0, и схема подготовлена к приему нового импульса  $X$ .

Однако в структуре этого устройства есть два недостатка. Если случится, что импульс  $X$  и синхронизирующий импульс поступят на вход его одновременно, то тогда оба входа первого триггера будут возбуждены. Но даже если бы была уверенность в том, что импульсы  $X$  и  $C$  никогда не могут поступить одновременно, все же для устойчивой работы устройства остается еще одно серьезное препятствие. Если импульс  $X$  придет раньше синхронизирующего импульса и интервал между ними будет очень мал, то синхронизирующий импульс с полной амплитудой может привести к срабатыванию первого триггера и его возвращению в состояние 0. В то же время этот импульс может поступить на вход звена  $M_1$ , когда уровень напряжения на выходе  $y_{1\alpha}$  лишь частично достиг значения 1. Таким образом на вход  $Y_{2\alpha}$  может прийти полуимпульс, недостаточный для перевода триггера в состояние 1. В этом случае воздействие, которое должен оказать импульс  $X$ , будет полностью потеряно, и работа устройства не будет соответствовать заданным условиям.

Для анализа структуры устройства выпишем структурные формулы:

$$\begin{aligned} Y_{1\alpha} &= X, & Y_{1\beta} &= C, \\ Y_{2\alpha} &= Cy_{1\alpha}, & Y_{2\beta} &= Cy_{2\beta} = Z. \end{aligned}$$

В соответствии с ними построена матрица состояния вторичных элементов на рис. 15.35. Для того чтобы составить матрицу переходов

$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$	X	C
00	10, 00	01, 00
01	10, 00	01, 01'
11	10, 00	01, 11'
10	10, 00	01, 10

$Y_{1\alpha} Y_{1\beta} \cdot Y_{2\alpha} Y_{2\beta}$

$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$	X	C	
00	4-0	1-0	1 Не поступило ни одного импульса X
01	-	1-1	2 Считывание и восстановление
11	-	-	3
10	-	2-0	4 Поступил один импульс X

Рис. 15.35. Матрица состояния вторичных элементов для структуры устройства рис. 15.34.

Рис. 15.36. Матрица переходов для структуры устройства рис. 15.34.

дов, приведенную на рис. 15.36, отметим прежде всего, что в результате поступления последовательности синхронизирующих импульсов устройство всегда переводится в состояние 00. На рис. 15.36 это отмечено состоянием, при котором на вход не поступают импульсы X. Отметим далее, что (как это следует из матрицы рис. 15.35) после получения импульса X устройство переходит в состояние 4. Поскольку после каждого импульса X должно быть по крайней мере три синхронизирующих импульса, то устройство всегда будет возвращаться в состояние 1 до поступления нового импульса X. Следовательно, единственное хождение в столбце X матрицы переходов должно указывать переход из состояния 1 в состояние 4 и отсутствие при этом выходного сигнала. Остальные вхождения этого столбца должны быть незаполненными, так как ни в одно из этих состояний устройство не может перейти при поступлении импульса X.

Если устройство находится в состоянии 4, то это значит, что поступил импульс X, и первый синхронизирующий импульс подготовил устройство к генерированию выходного импульса при поступлении второго синхронизирующего импульса. Из матрицы состояний вторичных элементов видно, что при подаче первого синхронизирующего импульса устройство переходит из состояния 4 в состояние 2. При этом выходной импульс не генерируется. Условия возбуждения в состоянии 2 возвращают устройство в состояние 1 при приходе второго синхронизирующего импульса. С этим последним переходом связано появление выходного сигнала. Условия возбуждения, представленные элементом третьей строки столбца C, не вызы-



вают действия устройства, так как оно никогда не может находиться в состоянии 3. В соответствии с этим в матрице переходов вхождение в третьей строке столбца *C* прочеркнуто.

Теперь из матрицы переходов видно, что неправильное функционирование устройства, связанное с полуимпульсом, происходит потому, что для перехода устройства из состояния 4 в состояние 2 после

	<i>X</i>	<i>C</i>	
$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$			
00	2-0	1-0	1
01	-	3-0	2
11	-	1-1	3
10	-	-	4

	<i>X</i>	<i>C</i>
$Y_{1\alpha} Y_{2\alpha}$		
00	0Ф, 10	0Ф, 0Ф
01	-	10, Ф0
11	-	01, 01
10	-	-

$Y_{1\alpha} Y_{1\beta}, Y_{2\alpha} Y_{2\beta}$

Рис. 15.37. Матрицы переходов и состояний вторичных элементов, исключаяющие неправильное действие устройства из-за появления полуимпульса.

импульса *X* необходим синхронизирующий импульс, который влечет за собой одновременное изменение состояния двух вторичных элементов (10 → 01), чего следует, как говорилось выше, избегать.

Посмотрим теперь, как получить другую структуру устройства, исключив указанное нежелательное явление. На рис. 15.37 представлена новая матрица переходов. Устройство первоначально находится в состоянии 1. Получение импульса *X* вызывает переход его в состояние 2, причем выходной импульс не возникает. Затем следующий за *X* первый синхронизирующий импульс переводит устройство в состояние 3, также при отсутствии сигнала на выходе. При таком определении состояний вторичных элементов соблюдается условие, чтобы этот критический переход происходил при изменении только одной вторичной переменной, а именно 01 → 11. Следующий синхронизирующий импульс возвращает устройство в состояние 1; при этом генерируется выходной сигнал. Этот переход требует изменения обоих вторичных переменных. Однако он связан со *вторым* синхронизирующим импульсом, следующим за *X*. Неправильное же действие устройства, возникающее из-за появления полуимпульса, может быть лишь при *первом* синхронизирующем импульсе.

В матрице состояний вторичных элементов, представленной также на рис. 15.37, многие вхождения могут иметь произвольные значения. Безразличные состояния входов триггера (табл. 15.1)

указаны здесь в обычном порядке. Черточками в столбце  $X$  отмечены состояния, при которых на входе устройства не могут иметь места импульсы  $X$ . Следовательно, эти черточки обозначают неиспользуемые состояния. Черточки в нижней строке столбца  $C$  также можно рассматривать как неиспользуемые состояния, так как устройство во-

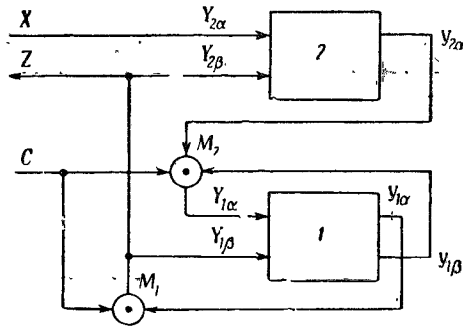


Рис. 15.38. Второй вариант структуры синхронизатора импульсов.

обще никогда не может быть в этом состоянии. Указанные обязательные и условные состояния приводят к следующим структурным формулам:

$$\begin{aligned} Y_{1\alpha} &= C y_{1\beta} y_{2\alpha}, \\ Y_{1\beta} &= Y_{2\beta} = Z = C y_{1\alpha}, \\ Y_{2\alpha} &= X. \end{aligned}$$

Соответствующая структура устройства показана на рис.15.38. Для более удобного расположения схемных элементов (с точки зрения изображения характера связей между ними) второй триггер показан наверху, а первый вниз.

Пусть в начальный момент оба триггера находятся в состоянии 0. Устройство работает в этом случае следующим образом. Когда поступает импульс  $X$ , он переводит второй триггер в состояние 1 и тем самым повышает уровень напряжения на входе  $y_{2\alpha}$  логического звена  $M_2$ . Первый синхронизирующий импульс, следующий за  $X$ , поэтому проходит через звено  $M_2$  и переводит первый триггер в состояние 1. После этого перехода становится высоким уровень напряжения на входе  $y_{1\alpha}$  звена  $M_1$ , так что следующий синхронизирующий импульс проходит через  $M_1$  и возвращает оба триггера в состояние 0, причем одновременно на выходе устройства появляется сигнал.

Предположим, что интервал между импульсом  $X$  и первым синхронизирующим импульсом столь мал, что уровень напряжения  $y_{2\alpha}$  на входе  $M_2$  не успел достаточно возрасти. Поэтому неизвестно, будет ли первый триггер в результате получения этого импульса переведен в состояние 1 или нет. Если этого не произойдет, то второй синхронизирующий импульс «обнаружит», что уровень напряжения  $y_{2\alpha}$  на входе звена  $M_2$  высокий, и этот синхронизирующий импульс уже непременно пройдет через  $M_2$ . Новый синхронизирующий импульс (третий) завершает цикл работы устройства, восстановив нулевое состояние обоих триггеров и вызвав выходной сигнал. На самом деле устройство ведет себя таким образом, как будто импульс  $X$  следовал за первым синхронизирующим импульсом, а не предшествовал ему. Выход получается со сдвигом на один интервал между синхронизирующими импульсами, но не теряется.

В только что рассмотренной структуре есть довольно любопытная избыточность. Вход  $y_{1\beta}$  логического звена  $M_2$  не нужен, поскольку он не оказывает никакого влияния на действие устройства за весь цикл его работы. Для воздействия от синхронизирующего импульса на логическое звено  $M_2$  достаточно иметь у последнего вход  $y_{2\alpha}$ . Однако в структурную формулу для  $Y_{1\alpha}$  входит также и  $y_{1\beta}$ . Этот член был бы необходим в том виде, в каком он записан, если бы импульс  $X$  мог вызвать переход не в состояние 2, а в какое-нибудь другое состояние. Алгебраические преобразования не указывают, что этот член лишний, однако из физических соображений ясно, что можно без какого-либо ущерба удалить вход  $y_{1\beta}$  элемента  $M_2$ .

### § 15.5. Устройства на магнитных элементах

Методы построения структур импульсных одноктактных релейных устройств на магнитных сердечниках были рассмотрены в § 9.7. Для рассмотрения методов синтеза многотактных релейных устройств с использованием этих элементов воспользуемся общей схемой с обратными связями (рис. 15.39). Функциональный преобразователь здесь, как и ранее, представляет собой одноктактную часть устройства. Он генерирует выходные импульсы, а также сигналы, возбуждающие вторичные элементы в момент времени, когда на вход последних поступает импульс сдвига  $A_1$  с фазой 1. Для синтеза одноктактной части релейного устройства в дальнейшем будет использован метод комбинирования выходов (рис. 9.58).

Магнитные сердечники в качестве вторичных элементов обладают свойством оставаться в одном из двух состояний неопределенно долго, до тех пор пока они не будут переведены в другое состояние. Входные импульсы для вторичных элементов считываются при получении импульса сдвига с фазой 1. Их выходные импульсы считываются при получении импульса сдвига  $A_2$  с фазой 2. В момент поступления импульса  $A_2$  приходят также входные импульсы на сер-

дечники функционального преобразователя, и устройство оказывается подготовленным к следующему циклу работы.

Импульсы сдвига  $A_1$  и  $A_2$  являются источниками энергии и обеспечивают мощность, достаточную для срабатывания элементов. Таким образом легко удовлетворяется условие необходимости усиления в цепи обратной связи.

Условимся, что импульс сдвига переводит сердечник в состояние 0. Если входной импульс переключает сердечник в состояние 1,

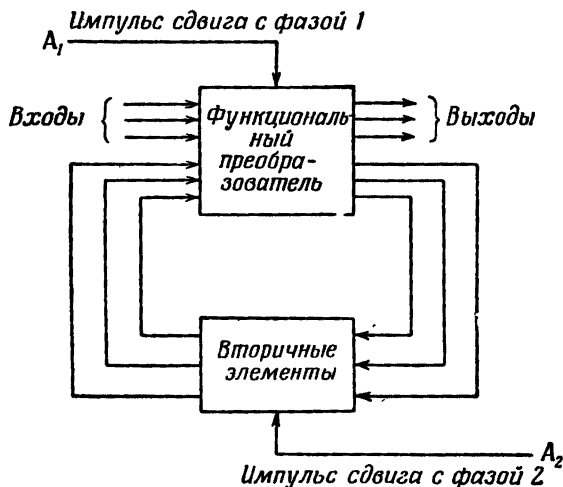


Рис. 15.39. Общая схема устройства с обратными связями, построенного на магнитных сердечниках с прямоугольной петлей гистерезиса.

то следующий импульс сдвига (или считывающий импульс) восстанавливает сердечник в состояние 0. При использовании символов с зеркальным отображением будем считать, что сердечник находится в состоянии 0, если линия магнитного потока после отражения направлена вниз.

Хотя использование магнитных элементов с прямоугольной петлей гистерезиса (гистерезисных элементов) в качестве вторичных элементов достаточно просто, при этом возникает ряд задач, которые ранее не встречались. Заметим, что действие гистерезисного элемента подобно действию двухвходового триггера. Однако значение его выхода скрыто до тех пор, пока не будет подан импульс сдвига, считывающий информацию, запасенную в этом элементе. При этом импульсе восстанавливаются все сердечники, и записанная в них информация исчезает. Следовательно, если необходимо, чтобы состояние вторичных элементов при воздействии считывающих импульсов оставалось неизменным, нужно предусмотреть

реть в структурных формулах такие члены, которые восстанавливали бы это состояние. В самом деле, если на входы устройства ничего не подавать, то состояние вторичных элементов будет непрерывно циркулировать по замкнутой цепочке «функциональный преобразователь — вторичные элементы» благодаря импульсам  $A_2$  (см. рис. 15.39).

Построение многотактных импульсных релейных устройств на гистерезисных элементах имеет свои особенности, которые будут продемонстрированы на примере синтеза одного устройства. Последнее аналогично устройству примера 15.2 и имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и один выход. Входной импульс (если он возникает) поступает всегда одновременно с импульсом сдвига  $A_2$ , причем в каждый момент времени может быть возбужден только один вход. Не обязательно, чтобы входной импульс возникал при каждом импульсе  $A_2$ . Выходной импульс генерируется при воздействии каждого импульса  $X_1$ , но лишь при условии, что за  $X_1$  поступает  $X_2$ . Если в промежутке между импульсами  $X_2$  поступит несколько импульсов  $X_1$ , то устройство должно зафиксировать это и генерировать соответствующее число выходных импульсов при получении ближайшего импульса  $X_2$ . При этом устройство не должно запоминать более трех импульсов  $X_1$ .

Поскольку входные импульсы не поступают непрерывно, таблица переходов должна быть составлена таким образом, чтобы была предусмотрена возможность записи вторичных состояний и в тех случаях, когда ни на один из входов не поступают импульсы. Вхождения в столбцах  $X_1$  и  $X_2$  матрицы рис. 15.40 показывают действие устройства при наличии входных сигналов. В столбце, соответствующем случаю  $X_1X_2 = 00$  ( $X_1X_2 = 11$ ), записаны вхождения, обеспечивающие условия, при которых импульсы возбуждения предотвращают какое-либо изменение состояния устройства, если на входы не поступают импульсы. На рис. 15.41 изображена объединенная матрица состояний вторичных элементов и состояний выхода, соответствующая матрице переходов рис. 15.40.

При выписывании структурных формул для вторичных элементов и для выхода следует иметь в виду ограничения, рассмотренные в § 9.7, а именно то, что ток импульса сдвига никогда не должен разветвляться по двум или более цепям. Это ограничение требует, чтобы при реализации структуры одноконтурной части устройства с одним выходом структурные формулы записывались таким образом, чтобы все члены были дизъюнктивными. В рассматриваемом случае нужно реализовать три различные структурные формулы, не допуская такого положения, при котором бы ток импульса сдвига разветвлялся. В столбце  $X_2$  рис. 15.41 вхождение в четвертой строке равно 11-1. Оно указывает, что на всех трех выходах должны возникнуть импульсы. Если построить цепи для трех выходов на одном наборе

сердечников, то потребуется разветвление тока импульса сдвига на три различные цепочки.

В том случае, когда выходы, на которых должны появляться одновременно импульсы, используются для приведения в действие других сердечников, может быть применена методика, предложенная Розенфельдом<sup>1</sup>. Для трех выходов  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Z$  существует семь комбинаций состояний, содержащих одну или несколько единиц. Шесть из них входят в матрицу рис. 15.41. Запишем структурные формулы для реализации каждого из этих состояний отдельно. Поскольку в каждый момент времени на выходе может реализоваться

$y_1 y_2$	$x'_1 x'_2$	$x_1$	$x_2$	
00	0-0	1-0	0-0	0
01	1-0	2-0	0-1	1
11	2-0	3-0	1-1	2
10	3-0	3-0	2-1	3

Рис. 15.40. Матрица переходов с отдельным столбцом для исключения возможности изменения состояний устройства при отсутствии входных импульсов.

$y_1 y_2$	$x'_1 x'_2$	$x_1$	$x_2$
00	00-0	01-0	00-0
01	01-0	11-0	00-1
11	11-0	10-0	01-1
10	10-0	10-0	11-1

$y_1, y_2 - z$

Рис. 15.41. Матрица состояний вторичных элементов и состояний выхода, полученная из матрицы переходов рис. 15.40.

только одна из этих комбинаций, то все выражения для цепей выходов будут дизъюнктивны. Следовательно, их можно реализовать, не требуя при этом разветвления тока сдвигающего импульса по нескольким цепочкам.

В приведенной ниже таблице в качестве индекса в обозначении члена структурной формулы используется десятичный эквивалент двоичного числа, соответствующего данному состоянию выходов.

$y_1$	$y_2$	$Z$	Член структурной формулы выхода
0	0	1	$f_1 = X_2 y_1' y_2$
0	1	0	$f_2 = X_1' X_2' y_1' y_2 + X_1 y_1' y_2'$
0	1	1	$f_3 = X_2 y_1 y_2$
1	0	0	$f_4 = X_1' X_2' y_1 y_2' + X_1 y_1$
1	1	0	$f_5 = X_1' X_2' y_1 y_2 + X_1 y_1' y_2'$
1	1	1	$f_7 = X_2 y_1 y_2'$

<sup>1</sup> См. [18] списка литературы к гл. 9.

Исходные структурные формулы для неразделительных выходов будут теперь иметь вид

$$Y_1 = f_4 + f_6 + f_7,$$

$$Y_2 = f_2 + f_3 + f_6 + f_7,$$

$$Z := f_1 + f_3 + f_7.$$

В структуре рис. 15.42, построенной на гистерезисных элементах, члены  $f_1, \dots, f_7$  использованы в качестве входных переменных для сердечников, реализующих выходные цепи  $Y_1, Y_2$  и  $Z$ . В каждый данный момент времени сдвигающий импульс поступает только на одну входную цепь и проходит через обмотки всех сердечников, которые должны быть подготовлены к приему этой конкретной комбинации выходов.

Если в момент поступления импульса сдвига  $A_2$  значения  $y_1, y_2$  должны быть переданы снова на вход функционального преобразователя, то здесь имеет место другой случай разветвленного выхода. Этот случай возникает, когда нужно передать состояние  $y_1 y_2 = 11$ . Для того чтобы генерировать одновременно эти два выходных импульса, необходимо распределение тока импульса  $A_2$  между этими двумя цепочками.

Следовательно, необходимо снова прибегнуть к генерированию отдельных состояний выходов, соответствующих  $y_1 y_2 = 01, 10$  и  $11$ , с помощью структуры, реализующей члены  $f_1 = y_1 y_2, f_2 = y_1 \bar{y}_2$  и  $f_3 = \bar{y}_1 y_2$ . Эти члены затем комбинируются для образования структурных формул для  $y_1$  и  $y_2$  функционального преобразователя с помощью структуры, аналогичной структуре рис. 15.42.

Необходимость реализации разветвленных выходов в виде наборов выходных состояний представляет собой существенный недостаток применения гистерезисных элементов для реализации многотактных релейных устройств. Для каждого выходного состояния при этом необходима отдельная одноконтурная структура для реализации соответствующей логической зависимости. Эта структура строится по одному из способов, описанных в § 9.7. Если бы их можно было выполнить на одном наборе сердечников, то это было бы приемлемым. Однако это трудно осуществить в связи с еще одним ограничением. Последнее заключается в том, что каждый сердечник

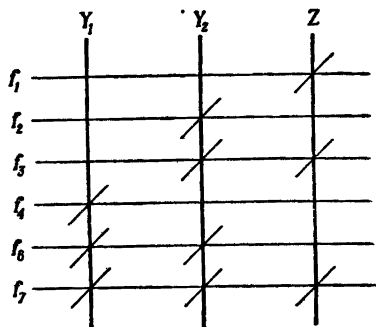


Рис. 15.42. Структура, выполняющая объединение дизъюнктивных выходных комбинаций для образования выходного сигнала.

должен нести обмотки, дающие положительную э. д. с., не более чем для одного выхода. Рассмотрим, например, часть структуры на магнитных элементах, изображенную на рис. 15.43. Эта структура реализует функции  $XU'$  и  $XU$ . Если  $X = 1$ , а  $U = 0$ , то ток импульса сдвига будет протекать к выходу  $XU'$  по верхней цепи. По нижней цепи ток в этот момент не будет протекать, так как э. д. с. в обмотке  $U$  направлена противоположно э. д. с. в обмотке  $X$ . Однако если обозначить число витков в обмотке сдвига через  $N_a$ , в обмотке  $X$  —

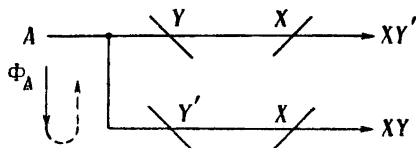


Рис. 15.43. Схема, иллюстрирующая ограничения, накладываемые на синтез структуры выходных цепей гистерезисных элементов.

через  $N_f$ , а ток в обмотке сдвига через  $I$ , то полные магнитодвижущие силы, действующие на сердечник  $X$  и сердечник  $U'$ , будут равны соответственно  $(N_a - N_f) I$  и  $N_a I$ . Так как на сердечник  $U'$  действует большая магнитодвижущая сила, то он будет быстрее изменять свое состояние. Поэтому в момент времени, когда сердечник  $U'$  закончит свой переход в новое состояние, сердечник  $X$  еще не закончит его, и в его обмотке все еще будет существовать наведенная

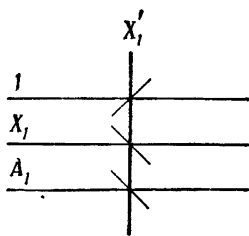


Рис. 15.44. Расположение обмоток на сердечнике, реализующем инверсию входной переменной.

э. д. с. Поэтому в течение этого «остатка» времени ток импульса сдвига распределится между двумя путями. Это разветвление тока может привести к неправильному действию устройства: сердечник, который является нагрузкой и управляется по верхней цепи, может не полностью переключиться в новое состояние; с другой стороны, появление паразитного тока в нижней цепи может частично перемагнитить сердечник, управляемый этой цепью. Поэтому подобные явления при построении структур устройств на гистерезисных элементах должны быть устранены.

При построении функционального преобразователя, реализующего указанные выше члены  $f_1, \dots, f_7$ , необходимо установить несколько магнитных сердечников, воспроизводящих инверсию одной или нескольких входных переменных  $X_1, X_2, y_1$  и  $y_2$ . Входная обмотка ( $X_1$ ), а также считывающая и восстанавливающая обмотки,



обеспечивающие инверсирование входного сигнала, показаны на рис. 15.44. Единичный импульс перемагничивает сердечник в состояние 1, если  $X_1 = 0$ . Импульс сдвига  $A_1$  возвращает после этого магнитный элемент в состояние 0, и на выходе наводится э. д. с.  $X'_1 = 1$ . Если  $X_1 = 1$ , то импульс на входе нейтрализует единичный импульс и сердечник не перемагничивается. В момент получения импульса сдвига сердечник будет находиться в состоянии 0, и на его выходе будет выдана информация, соответствующая  $X'_1 = 0$ . Отметим, что если нельзя обеспечить, чтобы единичный импульс совпадал с импульсом  $X_1$ , то должны быть предусмотрены меры, чтобы единичный импульс приходил первым.

Для синтеза одноконтурной части рассматриваемого устройства воспользуемся, как уже указывалось выше, методом комбинирования выходов, описанным в § 9.7. Этот метод обладает тем достоин-

	$X_1$	$X'_1$	$X_2$	$X'_2$	$Y_1$	$Y'_1$	$Y_2$	$Y'_2$
$\xi_1$			⊗			×	×	
$\xi_2$		×		×		⊗	×	
$\xi_3$	×					⊗		×
$\xi_4$		⊗		×	×			×
$\xi_5$	⊗				×			
$\xi_6$		×		×	×		⊗	
$\xi_7$	×					×	⊗	
$\xi_8$			×		×			⊗

Рис. 15.45. Матрица для выбора направления обмоток гистерезисных элементов в устройстве с несколькими выходами.

ством, что изменение интервала между входными импульсами не приводит к каким-либо нарушениям при условии, что входные сигналы поступают до прихода импульса сдвига  $A_1$  и не опережают единичного импульса, если речь идет о магнитных элементах, реализующих инверсию входной переменной.

Столбцы матрицы, изображенной на рис. 15.45, отражают состояния, реализуемые каждым сердечником. В каждой строке помещены крестики, показывающие те переменные, которые входят в каждый член-произведение. Горизонтальные линии отделяют друг от друга различные члены выходных состояний. Крестиками в кружках отмечены сердечники, несущие обмотки с положительной э. д. с.

Требуется так разместить эти обведенные кружком крестики в различных столбцах, чтобы никакие две выходные комбинации не зависели бы от одной и той же такой обмотки. Можно, однако, использовать общую обмотку с положительной э. д. с. для различных членов одного и того же выходного состояния. Таким образом, можно использовать  $y'_1$  в обеих цепях для  $f_2$ , а  $y_2$  — в обеих цепях для  $f_6$ . В одном из возможных вариантов  $y_1$  мог бы быть использован в обеих цепях  $f_4$ . Однако для этого потребовался бы еще один сердечник для какой-нибудь переменной, входящей либо в  $f_1$ , ли-

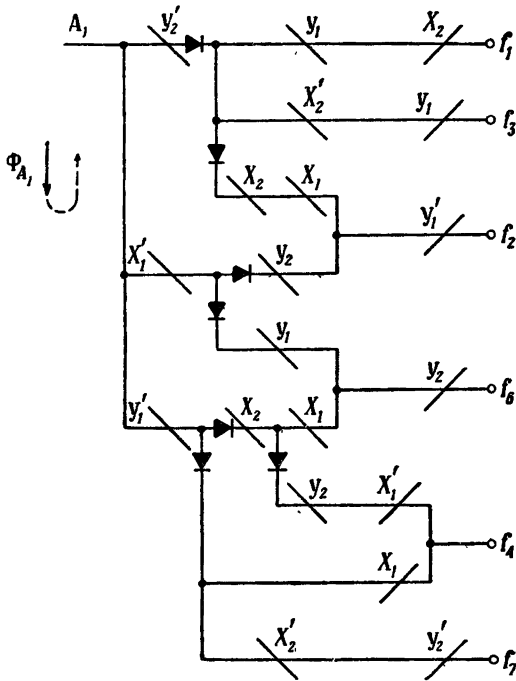


Рис. 15.46. Структура цепей выходов  $f_i$ , служащих входами для структуры рис. 15.42.

бо в  $f_3$ , поскольку только в одном из этих членов можно было использовать обмотку с положительной э. д. с. на сердечнике  $X_2$ . Следовательно, членам выражения  $f_4$  приписываются обмотки с положительной э. д. с. для  $X_1$  и  $X'_1$ , а такая же обмотка на  $y_1$  используется для получения члена  $f_3$ . Все крестики без кружков нужно переместить в столбцы, соответствующие инверсным значениям переменных. Таким образом, можно будет непосредственно указать, на каких магнитных сердечниках необходимы обмотки с обратной э. д. с. Эти перемещения опущены в матрице рис. 15.45, чтобы не перегру-

жать ее чрезмерными подробностями. Необходимость в них принята во внимание при построении структуры устройства, изображенной на рис. 15.46 и содержащей символы сердечников с зеркальным отображением. Стрелка слева указывает, что импульс сдвига  $A_1$  намагничивает все сердечники «вниз», т. е. переводит их в состояние, соответствующее нулю.

Для завершения синтеза устройства нужно построить еще одну структуру с разветвленными выходами для того, чтобы реализовать дизъюнктивные выходные состояния  $Y'_1 Y_2$ ,  $Y_1 Y'_2$  и  $Y_1 Y_2$ , необходимые для перемагничивания сердечников  $y_1$ ,  $y'_1$ ,  $y_2$  и  $y'_2$ . Поскольку имеются три выходные комбинации, то для обеспечения обмоток с положительной э. д. с. для каждого выхода в отдельности требуется три сердечника. Как видно из рис. 15.42, сердечник  $Y_1$  несет три входные обмотки, а сердечник  $Y_2$  имеет четыре входные обмотки. Если добавить к этой структуре сердечник  $Y'_1$ , осуществляющий инверсирование (см. рис. 15.44), то понадобится меньшее число таких обмоток. Требуемый для этого сердечника единичный импульс должен поступить до прихода импульсов  $f_4$ ,  $f_6$  и  $f_7$ . Он перемагничивает сердечник  $Y'_1$  вверх. Обмотки, в которые поступают импульсы  $f_4$ ,  $f_6$  и  $f_7$ , имеют такое направление, что перемагничивают сердечник в противоположном направлении (т. е. вниз). Читателю рекомендуется рассмотреть детали такого построения структуры с помощью инверсирования в соответствии с общей схемой рис. 15.39.

Если бы удалось исключить необходимость в циркуляции информации, связанной с изменением состояний вторичных элементов, в те периоды, когда на входах импульсы отсутствуют, то можно было бы достигнуть некоторого упрощения структуры устройства. Если после каждого входного импульса поступает только один импульс  $A_1$  и один импульс  $A_2$ , то свое новое состояние устройство будет запоминать. Это состояние будет храниться в сердечниках  $y$  до поступления следующего входного импульса. Тогда можно было бы исключить из матриц рис. 15.40 и 15.41 столбец  $X'_1 X'_2$  и соответствующие этому столбцу члены структурных формул.

Рассмотрим структуру, представленную на рис. 15.47. Предположим, что сердечники 1 и 2 находятся первоначально в состоянии 0. Импульс  $A_1$  не может восстановить сердечник 1. Поэтому в обмотке  $F_1$  не наведется соответствующая э. д. с. и импульс  $A_1$  пройдет через диод  $d_1$ . Аналогично, в сердечнике 2 обмотка  $F_2$  заперта для импульса  $A_2$ , и последний пройдет через диод  $d_2$ . Сердечник 1 перемагничивается при поступлении импульса в обмотку  $X_1$  или  $X_2$ . После этого поступление импульса  $A_1$  в обмотку сдвига этого сердечника вызовет перемагничивание его в обратном направлении и появление положительной э. д. с. в обмотке  $R_1$ , что в свою очередь откроет путь для протекания тока сдвигающего импульса в цепи обмоток

$F_1$  и  $S_2$  и вызовет перемагничивание сердечника 2. Ток в этих обмотках и одновременно на выходе  $A_1$  будет протекать все время, пока имеется сдвигающий импульс  $A_1$ . Поскольку сердечник 2 теперь под-

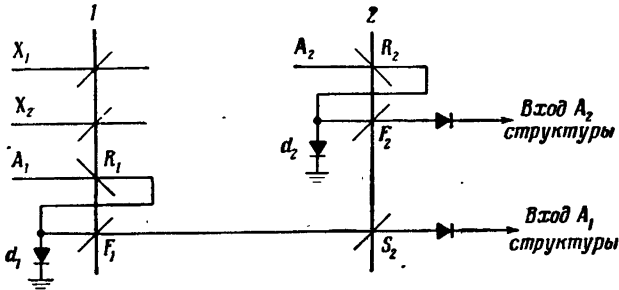


Рис. 15.47. Структура цепей элементов для управления импульсами сдвига.

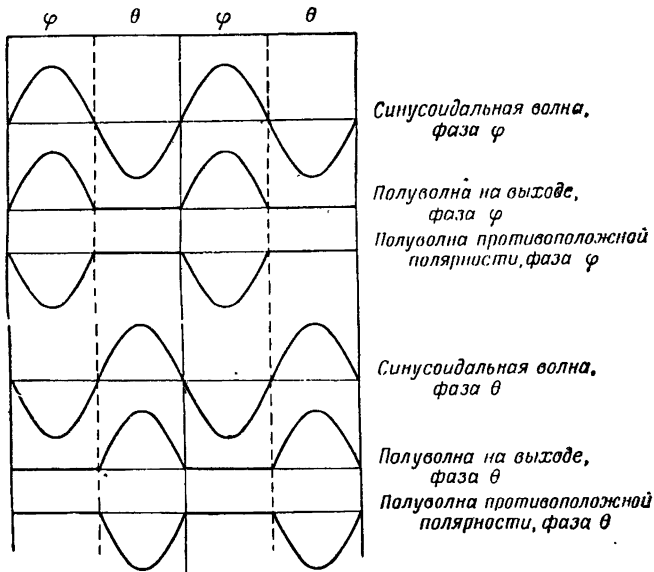


Рис. 15.48. Фазовые соотношения в устройствах с магнитными усилителями Рамея.

готовлен к приему информации, сдвигающий импульс  $A_2$  при прохождении через обмотку  $R_2$  восстановит нулевое состояние этого сердечника. При этом благодаря наведенной в обмотке  $F_2$  положи-

тельной э. д. с. он пройдет через эту обмотку, причем ток в ней и на выходе  $A_2$  будет поддерживаться в течение всего времени наличия импульса  $A_2$ . Каждый импульс сдвига в этом процессе переводит соответствующий магнитный элемент в первоначальное нулевое состояние. Следовательно, новые импульсы сдвига не будут поступать на вход устройства до тех пор, пока на его входах  $X_1$  и  $X_2$  снова не появятся импульсы. Эти последние породят новую серию импульсов сдвига и т. д.

При построении многотактных устройств на сердечниках типа магнитных усилителей, таких, например, как усилители Рамея (см. § 9.7), можно рассматривать входы и выходы как уровни напряжения. Однако поскольку каждый сердечник осуществляет задержку входного сигнала на полупериод, то приходится учитывать относительные фазовые сдвиги. Фазовые соотношения для этого случая представлены на рис. 15.48. Напряжения срабатывания и возврата являются напряжениями переменного тока, имеющими противоположные фазы. Если выход какого-нибудь усилителя служит входом в другое устройство, содержащее усилитель, то напряжение возврата второго усилителя должно совпадать по фазе с полуволной переменного тока на его входе. Аналогично, напряжение, подаваемое на вход усилителя, должно иметь такую же фазу, что и напряжение питания переменного тока входной обмотки.

Поскольку логическое звено сложения строится в этом случае только на вентилях, то любой сигнал, проходя через него, не меняет фазы. Однако логические звенья умножения и инверсии содержат сердечники, и в каждом из них происходит сдвиг фазы на половину периода.

На рис. 15.49 изображены символы, широко используемые для представления структур на магнитных усилителях. Запоминающее устройство, изображенное в виде блок-схемы на рис. 15.49, построено в соответствии со структурой рис. 15.50. В нем содержатся два логических звена сложения  $A_1$  и  $A_2$  и два логических звена инверсии  $C_1$  и  $C_2$ . Звенья инверсии работают в противоположных фазах, с тем чтобы их функционирование было согласовано с двумя входными фазами. Выходные сигналы звеньев инверсии объединяются и образуют общий выход устройства. Сигнал с общего выхода подается вновь на входы каждого логического звена сложения. Предположим, что входной сигнал  $\varphi$  высокий, а  $\theta$  низкий. Тогда уровень напряжения  $\theta$  на выходе звена  $C_1$  низкий, а уровень  $\varphi$  на выходе звена  $C_2$  высокий. Таким образом, общий выходной сигнал состоит из полуволны постоянного тока с фазой  $\varphi$ . Этот сигнал поступает на вход звена  $A_1$  и удерживает устройство в этом состоянии при снятии внешнего воздействия. Если высокое напряжение подается на вход  $A_2$  с фазой  $\theta$ , то общий выход будет представлять собой полуволну постоянного тока с фазой  $\theta$ . Как и в предыдущем случае, обратная связь делает это состояние устройства устойчивым. Если

высокий уровень напряжения подается на оба входа, то выходной сигнал будет равным 0 в обеих фазах, так как на выходе реализуется инверсия каждого входного сигнала. Если оба входных сигнала име-

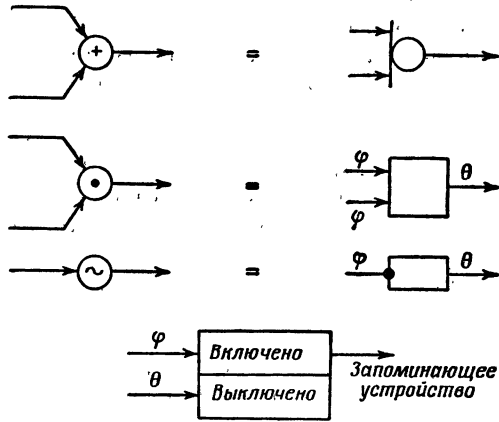


Рис. 15.49. Символы, используемые при описании структур устройств с магнитными усилителями.

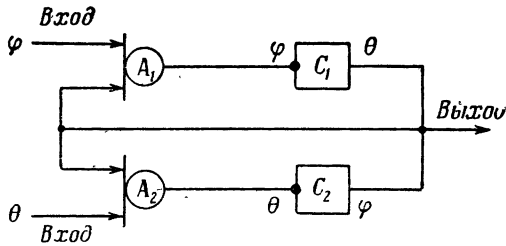


Рис. 15.50. Структура запоминающего устройства.

ли высокий уровень напряжения и оба они одновременно снимаются, то указать определенно, каким будет следующий выходной сигнал, невозможно. Это происходит потому, что характер выходного сигнала в этом случае будет зависеть от того, которое из двух звеньев инверсии первым сможет восстановить высокий уровень напряжения. Условия возбуждения, при которых уровни напряжения обоих входных сигналов являются высокими, могут быть полезными в том случае, если не допускается изменение 11→00 состояния входов, так как если вход изменяется с 11 на 10 или 01, то выходной сигнал, конечно, полностью определяется состоянием входа.

Рассмотренное запоминающее устройство может использоваться при построении многотактных устройств аналогично двухходовому триггеру. Однако при синтезе их можно также воспользоваться методом введения временной задержки в цепочке обратной связи. Сущест­ вим, например, синтез релейного устройства, подобного тому, которое было рассмотрено в примере 12.1. Из матриц состояний вторичных элементов и состояний выхода (см. рис. 12.18 слева) можно написать

$$Y = (X_1 + X_2')(X_1 + y)(X_2 + y),$$

$$Z = Y \text{ или } y.$$

На рис. 15.51 изображена структура, реализующая эти функции с помощью магнитных усилителей<sup>1</sup>. Заметим, что, после того как получен сигнал  $Y$ , необходима задержка на полпериода для того, что-

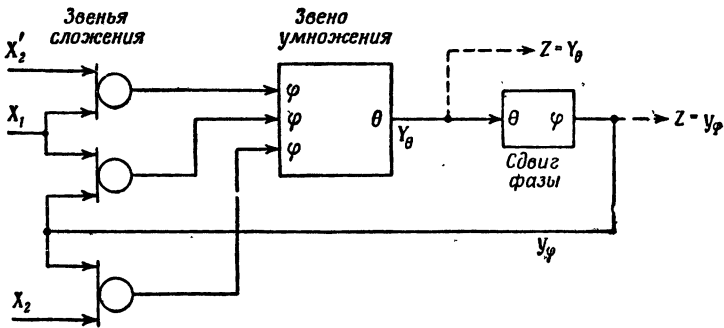


Рис. 15.51. Синтез структуры устройства примера 12.1 с помощью непосредственной обратной связи с задержкой.

бы фаза сигнала  $y$  совпадала с фазой входного импульса логического звена умножения.

При использовании в качестве вторичных элементов запоминающих устройств рис. 15.50 их условия работы определяются так же, как и для различных типов триггеров. В табл. 15.4 приведены рабочие и безразличные состояния, которые должны быть обеспечены на входах устройства при всех возможных изменениях состояния его выхода. На рис. 15.52 повторена таблица переходов, разработанная для устройства примера 12.1. Для заполнения матрицы состояния вторичных элементов использована табл. 15.4. Учитывая существующие безразличные состояния, получим структурные формулы цепей входов запоминающего устройства и выхода в виде

<sup>1</sup> Cynthia H. P. Hsiao, Sequential switching circuits built with magnetic amplifiers, Master's thesis, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, February 1958.

$$Y_{\varphi} = X_1 X_2,$$

$$Y_{\theta} = X_1' X_2,$$

$$Z = y_{\varphi}.$$

Соответствующая структура показана на рис. 15.53. Характерно, что в ней в явном виде нет обратной связи, но это лишь следствие характера используемых символов. На самом деле обратная связь имеется внутри запоминающего устройства.

		$X_1 X_2$			
		00	01	11	10
$Y_{\varphi}$	0	<1>	<3>	4	<5>
	1	<2>	3	<4>	<6>

		$X_1 X_2$			
		00	01	11	10
$Y_{\theta}$	0	0Ф	0Ф	10	0Ф
	1	Ф0	01	Ф0	Ф0

$Y_{\varphi} Y_{\theta}$

Рис. 15.52. Матрица состояния вторичных элементов для случая использования запоминающих устройств на магнитных сердечниках.

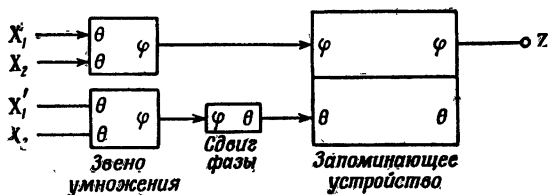


Рис. 15.53. Структура устройства, построенная на основе матрицы состояния вторичных элементов рис. 15.52.

Если на обоих входах запоминающего устройства можно допустить наличие высокого уровня напряжения, то в отношении выбора состояний входов можно допустить несколько большую свободу, чем в табл. 15.4. Для получения изменения состояний выхода  $y_{\varphi} = 0 \rightarrow 0$  можно подать на входы воздействия  $Y_{\varphi} Y_{\theta} = 00, 01$  или  $11$ , а для изменения  $y_{\varphi} = 1 \rightarrow 0$  — входные воздействия  $01$  или  $11$ . В синтезируемом устройстве состояния входов никогда не изменяются одновременно. Поэтому здесь допустимо использование состояний с наличием высокого уровня напряжения на обоих входах запоминающего устройства. Получившиеся в результате этого дополнительные безразличные состояния не дают возможности существенно улучшить матрицу состояния вторичных элементов рис. 15.52. Однако



Таблица 15.4

Условия работы запоминающего устройства на магнитных усилителях

Требуемый выход	Входные импульсы	
$y_\varphi$	$Y_\varphi$	$Y_\theta$
$0 \rightarrow 0$	0	$\Phi$
$0 \rightarrow 1$	1	0
$1 \rightarrow 0$	0	1
$1 \rightarrow 1$	$\Phi$	0

если определение значений  $y_\varphi$  поменять местами, то появится возможность использовать дополнительные безразличные состояния и записать структурные формулы в виде

$$Y_\varphi = X_2,$$

$$Y_\theta = X_1 X_2,$$

$$Z = y'_\varphi.$$

Реализация их приводит к структуре, показанной на рис. 15.54. Заметим, что для этой структуры требуется логическое звено, которое одновременно инверсирует переменную и сдвигает фазу.

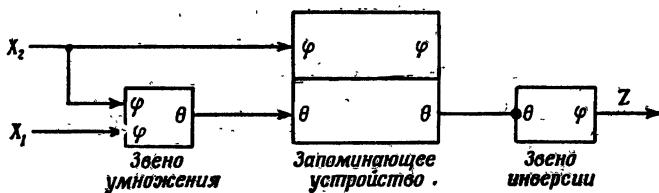


Рис. 15.54. Упрощенная структура устройства рис. 15.53, полученная в результате использования дополнительных безразличных состояний.

В структуре рис. 15.53 был использован элемент, который сдвигает фазу, но не инверсирует входного сигнала. Следует иметь в виду, что сам по себе сдвиг фазы во времени не осуществляет инверсию; для того чтобы инверсировать сигнал, нужно изменить его значение на обратное.

В этом параграфе были рассмотрены сравнительно простые примеры синтеза релейных устройств на магнитных сердечниках. Эти примеры, однако, иллюстрируют достаточную широту и общность основных положений теории релейных устройств для логического синтеза их структуры с различными типами релейных элементов.

Можно ожидать, что методика, аналогичная рассмотренной, окажется приемлемой и для любых новых релейных элементов с двумя устойчивыми состояниями.

## ЗАДАЧИ

15.1. Постройте структуру релейного устройства, реализующую такие же условия работы, как у триггера с тремя входами (см. табл. 15.2), используя в одном случае в качестве основного элемента  $\tau$ -триггер, а в другой — двухвходовый триггер.

15.2. В условиях предыдущей задачи триггер с тремя входами замените двухвходовым триггером, работа которого описывается табл. 15.3.

15.3. Для каждого из описанных ниже многотактных импульсных устройств постройте диаграмму переходов и таблицу переходов. Определите состояния вторичных элементов и напишите структурные формулы цепей для  $\tau$ -триггеров и двухвходовых триггеров.

Интервал между входными импульсами больше или равен разрешающему интервалу.

1. Выходной импульс многотактного устройства с двумя входами и одним выходом совпадает со вторым импульсом  $X_2$ , который поступает вслед за импульсом  $X_1$ . В промежутке между двумя следующими друг за другом импульсами  $X_2$  приходит не более одного импульса  $X_1$ .
2. Выходной импульс  $Z_1$  многотактного устройства с тремя входами и двумя выходами совпадает с каждым импульсом  $X_2$ , которому непосредственно предшествует импульс  $X_1$ . Схема генерирует выходной импульс  $Z_2$ , реагируя на все те импульсы  $X_2$ , которые следуют непрерывно за импульсом  $X_3$ .
3. Многотактное устройство с двумя импульсными входами и одним выходом выдает выходной сигнал, равный 1, реагируя на входной импульс  $X_1$ . При поступлении следующего импульса  $X_1$  выход переходит в состояние 0, если в промежутке между двумя импульсами  $X_1$  не поступил импульс  $X_2$ . В последнем случае выход может вернуться к состоянию 0 только при поступлении следующего импульса  $X_2$ . Подача только одного импульса  $X_2$  не должна приводить к возникновению сигнала на выходе.

15.4. Многотактное импульсное устройство имеет два входа и один выход. На один из входов поступают синхронизирующие импульсы, а на другой — импульсы  $X$ . Последние приходят нерегулярно, но никогда не совпадают по времени с поступлением синхронизирующего импульса. Выходной сигнал образуется при получении каждого синхронизирующего импульса, следующего за двумя импульсами  $X$ , которые устройство должно фиксировать.

Постройте структуру с минимальным числом элементов, используя двухвходовые триггеры.

15.5. На три входа многотактного релейного устройства поступают отдельные импульсы  $X_1, X_2, X_3$ , которые всегда разделены интервалом, большим или равным разрешающему. На единственном выходе устройства импульс должен возникать при каждом входном импульсе, который завершает одну из последовательностей  $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3$ , или  $X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow X_1$ , или  $X_3 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2$ .

1. Составьте таблицу переходов, включая и состояния выхода, которая удовлетворяла бы данным условиям.
2. Определите состояния вторичных элементов таким образом, чтобы выход управлялся одним триггером.
3. Постройте соответствующую матрицу состояний вторичных элементов для реализации структуры устройства на  $\tau$ -триггерах.
4. Напишите структурную формулу для цепей триггера, управляющего выходом.

15.6. Многотактное импульсное релейное устройство имеет два импульсных входа  $X$  и  $C$  и один выход, на котором должен меняться уровень напря-

жения. На вход  $C$  поступают синхронизирующие импульсы постоянной частоты. Импульсы  $X$  поступают всегда между синхронизирующими импульсами в момент, равный половине интервала между ними.

Уровень напряжения  $Z$  на выходе должен становиться высоким в момент поступления синхронизирующего импульса, который следует за вторым импульсом в последовательности, состоящей по крайней мере из двух последовательных импульсов  $X$ . Этот уровень должен становиться низким в момент поступления второго синхронизирующего импульса после последнего импульса  $X$  в последовательности. На рис. 15.55 показаны типичные условия появ-

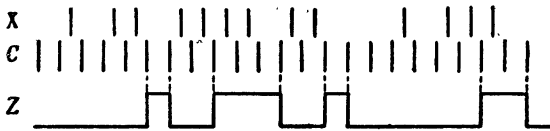


Рис. 15.55. Задача 15.6.

ления сигнала на выходе в зависимости от последовательности импульсов на входе.

1. Составьте таблицу переходов и по ней постройте матрицы состояния вторичных элементов и состояния выхода для структуры, в которой используются  $\tau$ -триггеры.
2. Постройте структуру устройства.

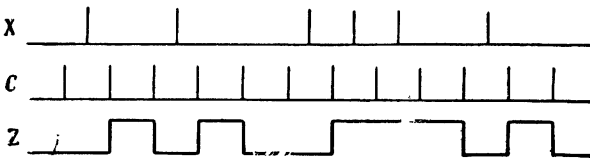


Рис. 15.56. Задача 15.7.

15.7. Требуется построить электронное многотактное релейное устройство, в котором в качестве вторичных элементов используются двухвходовые триггеры. Устройство имеет два импульсных входа  $X$  и  $C$ , на которые импульсы никогда не поступают одновременно. Импульс  $C$  поступает периодически, как показано на рис. 15.56. Одиночные импульсы  $X$  могут возникать (если они вообще возникают) только в промежутке между двумя синхронизирующими импульсами  $C$  в момент, равный половине интервала между ними. Уровень напряжения на единственном выходе  $Z$  должен быть высоким в интервале между двумя последовательными импульсами  $C$  в том и только в том случае, если в предыдущем интервале содержался импульс  $X$ .

1. Постройте таблицу переходов с минимальным числом строк и состояниями выходов, соответствующими заданным условиям.
2. Составьте полную матрицу состояний вторичных элементов, показывающую, в каких случаях входные воздействия для триггера можно выбирать произвольно.
3. Постройте структуру с минимальным числом элементов с использованием только двухвходовых триггеров и диодных логических звеньев.

15.8. Постройте ячейку счетчика импульсов по модулю четыре. Как показано на рис. 15.57, ячейка имеет один импульсный вход  $X$  и один импульсный выход  $Z$ . В ней имеется также четыре неимпульсных выхода «0», «1», «2», «3», причем в каждый данный момент времени уровень напряжения может быть высоким только на одном из этих выходов. Каждый входной импульс должен «переводить» высокий уровень напряжения с выхода «0» на «1», с «1» на «2», с «2» на «3» и с «3» вновь на «0». По мере продвижений этого уровня уровень напряжения, который до этого был высоким, становится низким.

Всякий раз при переходе с «3» на «0» возникает *импульс* на выходе  $Z$ , синхронный с импульсом  $X$ , вызвавшим этот переход. (Этот импульс  $Z$  представляет собой перенос в следующий, более высокий разряд счетчика.)

1. Составьте таблицу переходов, указав все состояния *выходов*.
2. Напишите структурные формулы цепей вторичных элементов и выходов для случая использования двухвходовых триггеров.
3. Постройте структуру устройства, соответствующую заданным условиям.

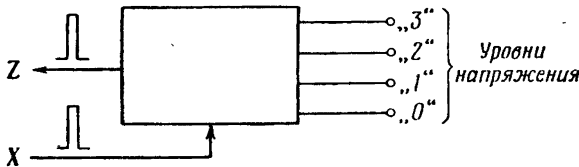


Рис. 15.57. Задача 15.8.

15.9. Электронное устройство имеет три входа и один выход. Входные импульсы  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  разделяются интервалом, превышающим разрешающий интервал устройства. Выход представляется уровнем напряжения, который может быть высоким ( $Z = 1$ ) или низким ( $Z = 0$ ).

Выход должен стать равным 0 или оставаться равным 0 для каждого импульса  $X_3$ , который следует непосредственно за  $X_1$ .

Выход должен стать равным 1 или оставаться равным 1 для каждого импульса  $X_3$ , который следует непосредственно за  $X_2$ .

Выход должен *меняться* для каждого импульса  $X_1$ , следующего непосредственно за импульсом  $X_2$ .

Для всякой другой последовательности входных импульсов выход должен оставаться неизменным.

1. Постройте таблицу переходов, отражающую все переходы и состояния выхода.
2. Пользуясь  $\tau$ -триггерами, определите состояния вторичных элементов таким образом, чтобы выходной сигнал получался от одного триггера.
3. Напишите структурные формулы для  $\tau$ -триггеров и выхода.

15.10. Решите задачу 15.9, используя вместо  $\tau$ -триггеров двухвходовые триггеры.

15.11. Многотактное импульсное релейное устройство имеет два входа  $X_1$  и  $X_2$  и два выхода  $Z_1$  и  $Z_2$ . Все входные импульсы поступают через равные промежутки времени. Одновременно может поступать импульс только на вход  $X_1$  или  $X_2$ , но не на оба сразу.

Если на какой-нибудь вход поступают подряд два или большее число импульсов, то на соответствующем выходе появится такое же число следующих друг за другом импульсов. Выходные импульсы (если они появляются) должны быть синхронными по отношению к входным импульсам.

Заметим, что установившееся состояние этого устройства *всегда* характеризуется тем, что на его вход уже поступил по крайней мере один импульс.

1. Постройте таблицу переходов, описывающую работу устройства в установившемся состоянии. Под последним подразумевается такое состояние, которое исключает случай «никакой импульс не поступил». Отрадите в таблице переходов состояния выходов и опишите, что представляет собой каждое состояние.
2. Проведите синтез структуры устройства, используя двухвходовые триггеры.

**15.12.** Устройство с двумя входами и двумя выходами получает входные импульсы, которые никогда не поступают одновременно на оба входа. В каждый момент времени выходные импульсы возникают только на одном выходе и совпадают с входными импульсами.

Последовательность импульсов  $X_1$  должна привести к генерированию аналогичной последовательности импульсов  $Z_2$ . Последовательность импульсов  $X_2$  должна привести к образованию последовательности импульсов  $Z_1$ . Однако если начинается генерирование последовательности импульсов  $Z_1$ , то в этой последовательности, когда она закончится, должно быть четное число импульсов, а в любой последовательности импульсов  $Z_2$  должно содержаться нечетное число импульсов. (0 рассматривается, как четное число.) Импульсы  $Z_1$  и  $Z_2$  никогда не должны возникать одновременно, но в ответ на каждый входной импульс на выходе должен быть или  $Z_1$ , или  $Z_2$ .

1. Постройте таблицу переходов, включающую состояния выходов и удовлетворяющую заданным условиям.
2. Напишите структурные формулы для вторичных устройств (для двухвходового триггера).
3. Напишите структурные формулы для цепей выходов.
4. Постройте структуру устройства.

## П Р И Л О Ж Е Н И Е 1

### Двоичные числа

Любое число  $N$  можно представить в виде

$$N = a_0 r^0 + a_1 r^1 + a_2 r^2 + \dots + a_n r^n,$$

где  $r$  — база, или основание системы счисления и  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  — коэффициенты, принимающие значения от 0 до  $r - 1$ .

Десятичное число, например 1629, записано, по существу, в сокращенном виде, так как в действительности его можно представить так:

$$1629 = 9 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3.$$

В десятичной системе мы пользуемся только цифрами от 0 до 9. Если взять за основание системы счисления  $r < 10$ , то нужны будут только уже известные цифры от 0 до  $r - 1$ . Если взять  $r > 10$ , то придется придумать новые цифры, для того чтобы представлять 10, 11, 12, ...,  $r - 1$ .

Способы перевода числа из одной системы счисления в любую другую рассматриваются в многочисленных книгах по алгебре. Рассмотрим здесь только десятичные эквиваленты двоичных чисел и двоичные эквиваленты десятичных чисел.

Число, записанное в двоичной системе счисления, имеет вид

$$\begin{aligned} N_2 &= a_0 2^0 + a_1 2^1 + a_2 2^2 + a_3 2^3 + \dots + a_n 2^n = \\ &= a_0 + a_1 (2) + a_2 (4) + a_3 (8) + \dots + a_n (2^n). \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  могут принимать только значения 0 и 1, так как  $(r - 1) = 2 - 1 = 1$ .

Если разделить  $N_2$  на основание 2, то каждый показатель степени двойки понижается на единицу, а в остатке получится  $a_0$ . Если  $N_2$  разделить на 2 и остаток  $a_0$  отбросить, а частное вновь разделить на 2, то мы получим остаток  $a_1$ . Продолжая этот процесс отбрасывания предыдущего остатка и деления частного на 2, мы получим последовательность остатков, являющихся коэффициентами  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ . Если эти коэффициенты расположить в порядке

$$a_n \dots a_2 a_1 a_0.$$

то получим двоичное число в его обычном виде со старшим разрядом, записанным слева.

Таким образом, можно преобразовать десятичное число 1629 в двоичный эквивалент следующими последовательными делениями:

	Остаток
$1629/2 = 814 \div$	1
$814/2 = 407 \div$	0
$407/2 = 203 \div$	1
$203/2 = 101 \div$	1
$101/2 = 50 \div$	1
$50/2 = 25 \div$	0
$25/2 = 12 \div$	1
$12/2 = 6 \div$	0
$6/2 = 3 \div$	0
$3/2 = 1 \div$	1
$1/2 = 0 \div$	1

Если столбец с остатками прочитать снизу вверх и расположить в обычном виде горизонтально, то получим число 11001011101, являющееся двоичным эквивалентом числа 1629.

Иногда более эффективным является другой прием. Он заключается в вычитании степеней двойки из десятичного числа. При этом начинают с наиболее высокой из возможных степеней и продолжают вычитать степени в порядке убывания. Если какую-нибудь степень 2 можно вычесть, то в этом случае в соответствующий разряд двоичного эквивалента вносится цифра 1. Если степень 2 нельзя вычесть, ставится цифра 0. Пользуясь этим способом, найдем, например, двоичный эквивалент десятичного числа 101.

1 0 1	можно вычесть	$64 = 2^6$
<u>-6 4</u>		
3 7	можно вычесть	$32 = 2^5$
<u>-3 2</u>		
5	можно вычесть	$4 = 2^2$
<u>-4</u>		
1	можно вычесть	$1 = 2^0$
<u>-1</u>		
0		

Заметим, что мы не могли вычесть  $2^4$ ,  $2^3$  и  $2^1$ . Поэтому двоичный эквивалент десятичного числа 101 имеет вид 1100101.

Перевод двоичного числа в его десятичный эквивалент осуществляется просто сложением степеней двойки, соответствующих цифровым разрядам, содержащим 1 в двоичном представлении. Так, например, десятичный эквивалент двоичного числа 1100101 запишется следующим образом:  $64 + 32 + 4 + 1 = 101$ .

В приложении 5 дана таблица перевода десятичных чисел от 0 до 127 в двоичные.

## Сумма по модулю два

В этой книге операции, в которых используется сумма по модулю два или циклическая сумма, не рассматриваются. Однако в литературе по теории релейных устройств содержатся в ряде случаев ссылки на такие операции. Приведенные ниже постулаты и теоремы дадут читателю возможность связать операцию «сумма по модулю два» над двоичными переменными с действиями в алгебре релейных цепей<sup>1</sup>.

Сумма по модулю два выражается символом  $\oplus$ .

### Постулаты.

- (1)  $0 \oplus 0 = 0$ ,
- (2)  $1 \oplus 1 = 0$ ,
- (3)  $0 \oplus 1 = 1 \oplus 0 = 1$ .

### Теоремы.

- (4)  $X \oplus 0 = X$ ,
- (4')  $X \oplus 1 = X'$ ,
- (5)  $X \oplus X = 0$ ,
- (5')  $X \oplus X' = 1$ ;
- (6)  $X \oplus X \oplus \dots \oplus X = 0$ , если число членов четное,
- (6')  $X \oplus X \oplus \dots \oplus X = X$ , если число членов нечетное;
- (7)  $X \oplus Y = Y \oplus X$ ;
- (8)  $(X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus (Y \oplus Z) = X \oplus Y \oplus Z$ ;

<sup>1</sup> Из «Notes for a Seminar on switching circuits» Хаффмана (Huffman D. A.). Доложено в Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1955.



$$(9) \quad X \oplus Y = Z \text{ влечет за собой } \begin{cases} X \oplus Z = Y, \\ Y \oplus Z = X, \\ X \oplus Y \oplus Z = 0, \end{cases}$$

$$(10) \quad XY \oplus XZ = X(Y \oplus Z),$$

$$\text{но } (X + Y) \oplus (X + Z) \neq X + (Y \oplus Z),$$

$$(X \oplus Y) + (X \oplus Z) \neq X \oplus (Y + Z),$$

$$(X \oplus Y) \cdot (X \oplus Z) \neq X \cdot (Y \oplus Z);$$

$$(11) \quad X \oplus Y = XY' + X'Y = (X + Y)(X' + Y').$$

## П Р И Л О Ж Е Н И Е 3

### Число функций $n$ переменных

Любую функцию  $n$  двоичных переменных можно образовать, выбирая члены совершенной нормальной дизъюнктивной формы из  $N = 2^n$  комбинаций  $n$  переменных. Если построенная таким образом функция должна содержать  $M$  членов, то число возможных вариантов выбора определяется формулой

$$C_N^M = \frac{N!}{M!(N-M)!}.$$

По этой формуле находят число сочетаний из  $N$  элементов по  $M$ . Вычисляя  $C_N^M$  для  $M$ , пробегающих все значения от нуля до  $N$ , получим коэффициенты разложения биннома степени  $N$ .

Ниже приведена таблица этих коэффициентов для  $n = 2, 3$  и 4 или  $N = 4, 8$  и 16. Для любого  $n$  сумма этих коэффициентов представляет собой число всех возможных функций. Эта сумма равна  $2^{2^n}$

*Таблица биномиальных коэффициентов*

		$M$								
$n$	$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	1	4	6	4	1				
3	8	1	8	28	56	70	56	28	8	1
4	16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870

		$M$							
$n$	$N$	9	10	11	12	13	14	15	16
2	4								
3	8								
4	16	11440	8008	4368	1820	560	120	16	1

## Классы функций трех переменных

Если в функции  $A'C + BC'$  сделать подстановку  $A = C'$  и  $A' = C$ , то мы получим функцию  $AB + A'C$ . В перечне 256 функций трех переменных эти две функции будут числиться как различные. Однако они связаны друг с другом подстановкой переменных.

Систематическое изучение этих преобразований<sup>1</sup> показывает, что существуют только 22 различные функции трех переменных, включая  $f = 0$  и  $f = 1$ . В приведенной ниже таблице приведено по одному представителю от различных классов функций и указано число членов в соответствующей стандартной сумме.

Класс	Функции трех переменных	Число членов в стандартной сумме
1.	0	0
2.	$ABC$	1
3.	$ABC + A'B'C' = (A + B')(B + C')(A' + C)$	2
4.	$ABC + AB'C' = A(BC + B'C')$	2
5.	$ABC + ABC' = AB$	2
6.	$S_2(A, B, C)$	3
7.	$AB'C' + BC$	3
8.	$A(B + C)$	3
9.	$A$	4
10.	$S_{2,3}(A, B, C)$	4
11.	$AB + A'C$	4
12.	$A'BC + A(B' + C')$	4
13.	$S_{0,2}(A, B, C)$	4
14.	$BC + B'C'$	4
15.	$A + BC$	5
16.	$(A + B' + C')(B + C)$	5
17.	$S_{0,1,3}(A, B, C)$	5
18.	$A + B$	6
19.	$(A + B + C)(A + B' + C')$	6
20.	$(A + B + C)(A' + B' + C') = AB' + BC' + A'C$	6
21.	$A + B + C$	7
22.	1	8

<sup>1</sup> См. [9] списка литературы к гл. 3. В цитируемой работе имеется приложение с исчерпывающей классификацией функций четырех переменных.

П Р И Л О Ж Е Н И Е 5

Таблица перевода десятичных чисел в двоичные

Деся- тичное число	Двоичное число	Индекс	Деся- тичное число	Двоичное число	Индекс
0	0	0	31	11111	5
1	1	1	32	100000	1
2	10	1	33	100001	2
3	11	2	34	100010	2
4	100	1	35	100011	3
5	101	2	36	100100	2
6	110	2	37	100101	3
7	111	3	38	100110	3
8	1000	1	39	100111	4
9	1001	2	40	101000	2
10	1010	2	41	101001	3
11	1011	3	42	101010	3
12	1100	2	43	101011	4
13	1101	3	44	101100	3
14	1110	3	45	101101	4
15	1111	4	46	101110	4
16	10000	1	47	101111	5
17	10001	2	48	110000	2
18	10010	2	49	110001	3
19	10011	3	50	110010	3
20	10100	2	51	110011	4
21	10101	3	52	110100	3
22	10110	3	53	110101	4
23	10111	4	54	110110	4
24	11000	2	55	110111	5
25	11001	3	56	111000	3
26	11010	3	57	111001	4
27	11011	4	58	111010	4
28	11100	3	59	111011	5
29	11101	4	60	111100	4
30	11110	4	61	111101	5

Деся- тичное число	Двоичное число	Индекс	Деся- тичное число	Двоичное число	Индекс
62	111110	5	95	1011111	6
63	111111	6	96	1100000	2
64	1000000	1	97	1100001	3
65	1000001	2	98	1100010	3
66	1000010	2	99	1100011	4
67	1000011	3	100	1100100	3
68	1000100	2	101	1100101	4
69	1000101	3	102	1100110	4
70	1000110	3	103	1100111	5
71	1000111	4	104	1101000	3
72	1001000	2	105	1101001	4
73	1001001	3	106	1101010	4
74	1001010	3	107	1101011	5
75	1001011	4	108	1101100	4
76	1001100	3	109	1101101	5
77	1001101	4	110	1101110	5
78	1001110	4	111	1101111	6
79	1001111	5	112	1110000	3
80	1010000	2	113	1110001	4
81	1010001	3	114	1110010	4
82	1010010	3	115	1110011	5
83	1010011	4	116	1110100	4
84	1010100	3	117	1110101	5
85	1010101	4	118	1110110	5
86	1010110	4	119	1110111	6
87	1010111	5	120	1111000	4
88	1011000	3	121	1111001	5
89	1011001	4	122	1111010	5
90	1011010	4	123	1111011	6
91	1011011	5	124	1111100	5
92	1011100	4	125	1111101	6
93	1011101	5	126	1111110	6
94	1011110	5	127	1111111	7

## Оглавление

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Из предисловия автора . . . . .	9
<b>Глава 1. Свойства и применения релейных устройств . . . . .</b>	<b>15</b>
§ 1.1. Системы управления . . . . .	15
§ 1.2. Применения релейных устройств . . . . .	17
§ 1.3. Основные понятия . . . . .	19
§ 1.4. Информация и логические устройства . . . . .	21
§ 1.5. Цели синтеза . . . . .	23
<b>Глава 2. Релейные элементы и их характеристики . . . . .</b>	<b>26</b>
§ 2.1. Типы релейных элементов . . . . .	26
§ 2.2. Контактные элементы . . . . .	27
§ 2.3. Электромагнитные реле . . . . .	29
§ 2.4. Устройство контактных пружин . . . . .	32
§ 2.5. Специальные типы реле . . . . .	35
§ 2.6. Символы реле и схематическое представление контактных цепей . . . . .	42
§ 2.7. Быстродействующие релейные элементы . . . . .	47
<b>Глава 3. Алгебра релейных цепей . . . . .</b>	<b>48</b>
§ 3.1. Переменные величины в релейных цепях и их интерпретация . . . . .	48
§ 3.2. Постулаты алгебры релейных цепей . . . . .	50
§ 3.3. Теоремы для одной переменной . . . . .	52
§ 3.4. Теоремы для двух и трех переменных . . . . .	54
§ 3.5. Теоремы для $n$ переменных . . . . .	56
§ 3.6. Алгебраическое выражение основных схемных соединений . . . . .	60
§ 3.7. Последовательно-параллельные соединения . . . . .	64
§ 3.8. Двойственность в последовательно-параллельных структурах . . . . .	67
§ 3.9. Физическая интерпретация алгебраических теорем . . . . .	70
Литература . . . . .	77
Задачи . . . . .	78
<b>Глава 4. Последовательно-параллельные контактные цепи . . . . .</b>	<b>81</b>
§ 4.1. Анализ последовательно-параллельных контактных структур . . . . .	81
§ 4.2. Словесное описание структурных формул . . . . .	84
§ 4.3. Таблица состояний . . . . .	87
§ 4.4. Составление таблицы состояний . . . . .	90

§ 4.5. Синтез последовательно-параллельных контактных структур по таблице состояний . . . . .	91
§ 4.6. Стандартные формы релейной функции проводимости . . . . .	94
§ 4.7. Неполная таблица состояний . . . . .	99
§ 4.8. Алгебраическое упрощение релейных функций . . . . .	101
§ 4.9. Наборы цепей и сечений . . . . .	105
§ 4.10. Инверсные структуры . . . . .	110
§ 4.11. Преобразование контактных структур с помощью переключающих контактов . . . . .	115
Задачи . . . . .	127
<b>Глава 5. Методы минимизации . . . . .</b>	<b>134</b>
§ 5.1. Число релейных функций . . . . .	134
§ 5.2. Описание функций с помощью чисел . . . . .	137
§ 5.3. Графическое представление релейных функций . . . . .	140
§ 5.4. Применение матрицы Карно . . . . .	148
§ 5.5. Релейные функции пяти и большего числа переменных . . . . .	159
§ 5.6. Алгебраическое определение минимальных сумм . . . . .	173
§ 5.7. Испытание остатков . . . . .	176
§ 5.8. Преобразования, использующие десятичные символы . . . . .	180
§ 5.9. Задачи, возникающие при вынесении за скобки . . . . .	188
Задачи . . . . .	190
<b>Глава 6. Многополюсные контактные структуры . . . . .</b>	<b>193</b>
§ 6.1. Контактные релейные устройства с несколькими выходами . . . . .	193
§ 6.2. Алгебраические методы синтеза . . . . .	195
§ 6.3. Трехполюсные структуры с инверсными выходами . . . . .	203
§ 6.4. Синтез многополюсных структур методом predeterminedной формы . . . . .	207
§ 6.5. Соотношения звезда — треугольник в трехполюсных структурах . . . . .	219
§ 6.6. Цели управления релейными элементами . . . . .	221
§ 6.7. Свойства структур типа контактного дерева . . . . .	231
§ 6.8. Распределение контактных пружин в структурах типа контактного дерева . . . . .	242
Задачи . . . . .	247
<b>Глава 7. Симметрические релейные функции . . . . .</b>	<b>257</b>
§ 7.1. Основная контактная структура для симметрических функций . . . . .	257
§ 7.2. Преобразования основной симметрической структуры . . . . .	263
§ 7.3. Инверсные симметрические структуры . . . . .	272
§ 7.4. Алгебраические свойства симметрических функций . . . . .	276
§ 7.5. Распознавание симметрических функций . . . . .	281
§ 7.6. Симметрические структуры в системах питания постоянным током . . . . .	291
Задачи . . . . .	294
<b>Глава 8. Синтез непоследовательно-параллельных контактных структур . . . . .</b>	<b>297</b>
§ 8.1. Метод разделительного контактного дерева . . . . .	298
§ 8.2. Метод поглощения . . . . .	311
§ 8.3. Синтез непоследовательно-параллельных структур с помощью булевых матриц . . . . .	317

§ 8.4. Метод накопления ценей . . . . .	326
§ 8.5. Особые случаи . . . . .	338
Задачи . . . . .	341
<b>Глава 9. Применение в одноконтных релейных устройствах электронных элементов и элементов, использующих явления в твердом теле . . . . .</b>	<b>345</b>
§ 9.1. Логические звенья, применяемые при синтезе структур релейных устройств . . . . .	345
§ 9.2. Анализ структур, составленных из логических звеньев . . . . .	351
§ 9.3. Логические звенья на вентильных элементах и сопротивлениях . . . . .	357
§ 9.4. Логические звенья на вакуумных лампах и транзисторах . . . . .	363
§ 9.5. Применение скобочных форм при синтезе структур на электронных элементах . . . . .	378
§ 9.6. Структуры со многими выходами . . . . .	384
§ 9.7. Ферромагнитные релейные устройства . . . . .	395
Литература . . . . .	418
Задачи . . . . .	419
<b>Глава 10. Структурные свойства кодов . . . . .</b>	<b>422</b>
§ 10.1. Десятично-двоичные коды . . . . .	423
§ 10.2. Циклические коды . . . . .	426
§ 10.3. Преобразование кодов . . . . .	431
§ 10.4. Обнаружение искажений . . . . .	439
§ 10.5. Обнаружение и исправление искажений . . . . .	442
Задачи . . . . .	447
<b>Глава 11. Итеративные цепи . . . . .</b>	<b>451</b>
§ 11.1. Свойства итеративных структур . . . . .	452
§ 11.2. Запись условий работы типовой ячейки . . . . .	457
§ 11.3. Синтез структуры типовой ячейки . . . . .	459
§ 11.4. Многоэлементные ячейки . . . . .	469
§ 11.5. Типовые ячейки с неразделительными выходами . . . . .	479
§ 11.6. Синтез при помощи матричного метода . . . . .	484
Задачи . . . . .	489
<b>Глава 12. Синтез структур многотактных релейных устройств . . . . .</b>	<b>493</b>
§ 12.1. Общие свойства многотактных релейных устройств . . . . .	494
§ 12.2. Анализ, основанный на критерии устойчивости. Матрица переходов . . . . .	504
§ 12.3. Таблица переходов . . . . .	511
§ 12.4. Некоторые примеры синтеза . . . . .	522
§ 12.5. Эквивалентные состояния . . . . .	535
§ 12.6. Матрица состояний выходов . . . . .	548
§ 12.7. Состязания в контактных цепях . . . . .	553
Задачи . . . . .	560
<b>Глава 13. Методы определения состояний вторичных реле . . . . .</b>	<b>571</b>
§ 13.1. Матрицы с минимальным числом строк . . . . .	571
§ 13.2. Расширенные матрицы . . . . .	582
§ 13.3. Типовые определения состояний для четырехстрочных таблиц переходов . . . . .	589
§ 13.4. Циклические последовательности действия вторичных реле . . . . .	598



§ 13.5. Определение строчных наборов для больших таблиц переходов . . . . .	603
§ 13.6. Обратная связь и задержка . . . . .	614
Задачи . . . . .	624
<b>Глава 14. Многотактные релейные устройства на электронных элементах и на элементах, использующих явления в твердом теле</b>	<b>631</b>
§ 14.1. Электронные вторичные устройства . . . . .	631
§ 14.2. Физические требования . . . . .	638
§ 14.3. Анализ структур электронных многотактных релейных устройств . . . . .	643
§ 14.4. Состязания в цепях электронных многотактных устройств . . . . .	648
§ 14.5. Некоторые примеры синтеза . . . . .	653
§ 14.6. Другие релейные элементы, используемые в многотактных релейных устройствах . . . . .	662
Задачи . . . . .	667
<b>Глава 15. Многотактные импульсные релейные устройства</b> . . . . .	<b>673</b>
§ 15.1. Таблицы переходов для устройств с импульсными входами	673
§ 15.2. Вторичные элементы . . . . .	683
§ 15.3. Синтез многотактных релейных устройств, использующих триггерные ячейки . . . . .	687
§ 15.4. Неправильное действие импульсных устройств, связанное с импульсами недостаточной амплитуды . . . . .	700
§ 15.5. Устройства на магнитных элементах . . . . .	707
Задачи . . . . .	722
<b>Приложение 1. Двоичные числа</b> . . . . .	<b>726</b>
<b>Приложение 2. Сумма по модулю два</b> . . . . .	<b>728</b>
<b>Приложение 3. Число функций <math>n</math> переменных</b> . . . . .	<b>730</b>
<b>Приложение 4. Классы функций трех переменных</b> . . . . .	<b>731</b>
<b>Приложение 5. Таблица перевода десятичных чисел в двоичные</b>	<b>732</b>

*Колдуэлл*

ЛОГИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕЛЕЙНЫХ УСТРОЙСТВ

Редактор *Л. А. Плинер*

Технический редактор *В. А. Доценко*

Корректор *Т. С. Бухтина*

Сдано в производство 27/IX 1961 г.

Подписано к печати 17/IX 1962 г.

Бумага 60×90<sup>1/8</sup>, бум. л. 23,1,

46,2 печ. л.

Уч.-изд. л. 43. Изд. № 1/5174

Цена 3 р. 21 к. Зак. 1845

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва, 1-й Рижский пер., 2.

1-я типография Трансжелдориздата МПС.

Москва, В. Переславская, 46.

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

***выпускает в свет следующие книги:***

Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О., НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ, Санта Моника, 1958, *перевод с английского*, 15 изд. л.

Американский математик Р. Беллман известен советскому читателю по переводу двух его книг («Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений», ИЛ, 1954; «Динамическое программирование», ИЛ, 1960). Данная работа, написанная им совместно с его сотрудниками, посвящена различным математическим методам, используемым в теории процессов управления.

Авторы последовательно описывают многообразные математические средства решения общей задачи об оптимальном управлении некоторой системой. Для решения этой задачи используется теория дифференциальных, разностных и функциональных уравнений, классические и современные методы вариационного исчисления, теория линейных пространств, теория динамического программирования и теория игр.

Книга представляет интерес для научных работников и инженеров, имеющих дело с задачами оптимального управления в технике, экономике и т. д., а также для математиков различных специальностей.

Моисил Г., АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ, Бухарест, 1959, *перевод с румынского*, 35 изд. л.

Книга содержит методы анализа и синтеза релейных устройств. При этом используется аппарат теории полей Галуа. Дается классификация схем этих устройств. Методы анализа и синтеза основаны на составлении рекуррентных уравнений для последовательности состояний устройства.

Предлагаемые методы применимы к синтезу схем из контактных (двухпозиционных и многопозиционных) и бесконтактных элементов. Методы, излагаемые в книге, разработаны автором и его учениками в Румынии.

Книга предназначена для математиков и инженеров, занимающихся разработкой релейных устройств. Она может быть использована как учебное пособие при подготовке студентов соответствующих специальностей.

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

***выпускает в свет следующие книги:***

Ке м е н и Дж. Г., С н е л л Дж. Л., Т о м п с о н Дж. Л. ВВЕДЕНИЕ В КОНЕЧНУЮ МАТЕМАТИКУ, Энглвуд Клиффс, 1957, перевод с английского, 26 изд. л.

В связи с широким развитием «машинной математики» все большее значение приобретают вопросы математики, не связанной с понятием предельного перехода. В книге дается элементарное введение в эту область, доступное студентам младших курсов как математических, так и технических или гуманитарных специальностей. В ней излагаются некоторые вопросы математической логики, «дискретной» теории вероятностей, матричного исчисления, теории игр, математической экономики и др. Изложение сопровождается большим числом примеров и задач.

Книга написана очень живо и увлекательно и с успехом может быть использована лицами различных специальностей, желающими ознакомиться с этим важным разделом современной математики. Немало новых и интересных постановок задач, нового освещения известных и малоизвестных вопросов найдут в ней и специалисты-математики.

Р и о р д а н Дж., ВВЕДЕНИЕ В КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ, Нью-Йорк, 1958, перевод с английского, 16 изд. л.

В связи с развитием кибернетики все острее ощущается необходимость использования в теории кодирования, в теории автоматов и т. д. методов комбинаторики. Несмотря на всю их важность, эти методы не излагались до сих пор на русском языке (если не считать нескольких учебников).

Книга Дж. Риордана написана с учетом практических потребностей, о которых говорилось выше. Она начинается с описания той части теории перестановок и сочетаний, которая обычно излагается в элементарной алгебре. Далее автор рассматривает методы комбинаторики как классические, так и новые, полученные в последние годы.

Книга представляет интерес для инженеров, работающих в различных областях техники, математиков, занимающихся прикладными вопросами, а также для студентов и аспирантов вузов и университетов.

## В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### *готовятся к печати следующие книги:*

Шеннон К., СТАТЬИ ПО ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ, *перевод с английского*, 22 изд. л.

Имя Клода Эльвуда Шеннона, выдающегося математика и инженера, члена Национальной академии наук США, достаточно широко известно в Советском Союзе. В настоящий сборник вошли почти все статьи проф. Шеннона, опубликованные в различных журналах в 1938—1961 гг. Многие из этих работ положили начало областям исследований в общей теории связи и электротехнике, таким, как теория структурного анализа и синтеза релейных устройств, теория вероятностных схем, теория кодирования и т. д.

Сборник представляет интерес для специалистов в области автоматического управления, теории связи, радиотехники, теории надежности и в смежных областях; он будет полезен также для математиков и логиков, интересующихся прикладными вопросами.

Гейл Д., ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, Нью-Йорк, 1960, *перевод с английского*, 22 изд. л.

Книга посвящена широкому кругу исследований в области математической экономики. Она содержит богатый материал не только по линейным экономическим моделям, но и по линейному программированию и теории антагонистических игр. В ней изложены основные понятия математической экономики и важнейшие методы, применяемые в ней.

В то же время книга представляет собой руководство не по экономике, а по прикладной математике, рассчитанное как на начальное, так и на более углубленное изучение предмета. Автор ее — один из виднейших американских специалистов по линейному программированию, теории игр и теории экономических моделей. Актуальность книги, насыщенность ее материалов, хороший и живой стиль изложения несомненно привлекут к ней читателей математиков и нематематиков, интересующихся вопросами математической экономики.



312k.