

М. Ю. ЗАЙЧИК

**СБОРНИК ЗАДАЧ
И УПРАЖНЕНИЙ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**



М. Ю. ЗАЙЧИК

СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Издание второе, переработанное

Д о п у щ е н о

*Министерством высшего и среднего
образования в качестве учебного
пособия для энергетических
и электротехнических техникумов*

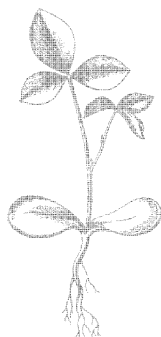


ИЗДАТЕЛЬСТВО «Э Н Е Р Г И Я»

МОСКВА

1964

ЛЕНИНГРАД



Сборник задач и упражнений составлен в соответствии с программой по теоретической электротехнике для электротехнических специальностей техникумов.

Каждый раздел содержит типовые задачи с решениями, в которых разъясняются применяемые законы и формулы. Ко всем решенным задачам приводятся дополнительные вопросы с ответами. Эти вопросы-ответы дополняют теоретический материал задач, показывают различные методы их решения и разъясняют физическую сущность явлений, понимание которых обычно затрудняет учащихся. В конце каждого раздела приводятся задачи для самостоятельного решения.

Задачник рассчитан на все виды обучения, включая самостоятельное (заочное) обучение.

Зайчик Моисей Юрьевич

Сборник задач и упражнений по теоретической электротехнике (учебное пособие), издание второе, переработанное, М.—Л., издательство «Энергия», 1964, 448 с. с черт.

Бланк заказов 33/64, № 26.

Редактор **Б. Я. Жуховицкий**

Техн. редактор **Н. А. Бульдяев**

Сдано в набор 16/IX 1961 г.

Подписано к печати 16/XI 1961 г.

Т-17020 Бумага 81×108¹/₃₂

Печ. л. 22,96

Уч.-изд. л. 24,32

Тираж 27 000 экз.

Цена 95 коп.

Заказ 1547

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати.
Шлюзовая наб., 10.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Овладеть курсом Теоретических основ электротехники можно только при систематическом решении задач и примеров. Однако опыт как очной, так и заочной систем обучения показывает, что именно применение теории к решению практических задач вызывает большие трудности у учащихся.

Предлагаемый сборник имеет целью помочь учащемуся в овладении методами решения электротехнических задач и привить ему интерес к этому виду обучения. В этих целях весь учебный материал (в соответствии с программой) разъясняется с помощью типовых подробно решенных задач и дополнительных вопросов с ответами, составленных к каждой типовой задаче. Дополнительные вопросы-ответы расширяют понимание теории, дают иные приемы решения задач, показывают возможное применение на практике отдельных теоретических положений. В конце каждой главы приводятся задачи для самостоятельного решения.

Наличие в сборнике дополнительных вопросов-ответов позволяет преподавателю лучше приспособить задачи к конкретной специальности обучения. Так, например, задача по расчету поля цилиндрического конденсатора для учащихся электрокабельных специальностей может быть рассмотрена или рекомендована (для заочников) со всеми дополнительными вопросами, а для других электротехнических специальностей без них. Такая возможность имеется по всем разделам программы.

Во втором издании сборника введено много новых задач и дополнительных вопросов на основе реальной (практической) тематики, взятой частично из электромеханики, но главным образом из электроники и электроавтоматики. Кроме того, впервые введены задачи и вопро-

сы-ответы, связанные с поисками неисправностей, надежностью устройств, их регулировкой и другими видами практической деятельности.

В сборник не включены задачи на длинные линии, имеющиеся в программе курса теоретической электротехники электроэнергетических специальностей, что объясняется желанием ускорить переиздание и сохранением прежнего объема книги (двух частей). Это упущение автор предполагает в дальнейшем устранить.

Автор выражает глубокую благодарность профессору, доктору техн. наук П. А. Ионкину и инженеру Г. И. Ким за ряд полезных замечаний, а также доценту, канд. техн. наук Б. Я. Жуховицкому за большую работу по редактированию книги.

Письма и отзывы автор просит направлять по адресу: Москва, Ж-114, Шлюзовая набережная, 10, издательство «Энергия».

Автор

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Глава первая. Электрическое поле	9
1-1. Электрическое поле точечного заряда	9
1-2. Электрическое поле нескольких точечных зарядов	19
1-3. Однородное электрическое поле	26
1-4. Задачи для самостоятельного решения	33
1-5. Ответы к задачам гл. 1	35
Глава вторая. Неразветвленные цепи постоянного тока	36
2-1. Цепь с одним источником энергии и постоянными величинами сопротивлений внешней цепи	36
2-2. Цепь с одним источником энергии и переменным сопротивлением внешнего участка	43
2-3. Цепь с несколькими э. д. с. Источники энергии в режимах «генератора» и «потребителя»	49
2-4. Потенциалы точек электрической цепи. Потенциальная диаграмма	54
2-5. Электрическая цепь, удовлетворяющая заданной потенциальной диаграмме	62
2-6. Задачи для самостоятельного решения	64
2-7. Ответы к задачам гл. 2	71
Глава третья. Разветвленные цепи постоянного тока с одним источником энергии	73
3-1. Цепь с двумя узлами. Полный расчет цепи	73
3-2. Цепь с несколькими узлами. Составление схемы и расчет ее параметров	81
3-3. Цепь с несколькими узлами. Расчет цепи с учетом потери напряжения в проводах	90
3-4. Расчет цепи с применением метода преобразования	97
3-5. Задачи для самостоятельного решения	103
3-6. Ответы к задачам гл. 3	113
Глава четвертая. Разветвленные цепи постоянного тока с несколькими источниками энергии, включенные в разные ветви	115
4-1. Метод наложения токов	115
4-2. Метод уравнений Кирхгофа	121
4-3. Метод контурных токов	125

4-4. Метод двух узлов	129
4-5. Метод эквивалентного генератора	134
4-6. Задачи для самостоятельного решения	137
4-7. Ответы к задачам гл. 4	143
Глава пятая. Четырехполюсники	144
5-1. Расчет четырехполюсника при заданных параметрах его схемы	144
5-2. Расчет четырехполюсника по данным опытов холостого хода и короткого замыкания	149
5-3. Задачи для самостоятельного решения	152
5-4. Ответы к задачам гл. 5	153
Глава шестая. Нелинейные электрические цепи постоянного тока	153
6-1. Последовательное соединение нелинейных элементов	153
6-2. Последовательное соединение линейных и нелинейных элементов	158
6-3. Параллельное соединение линейных и нелинейных элементов	162
6-4. Последовательно-параллельное (смешанное) соединение линейных и нелинейных элементов	164
6-5. Задачи для самостоятельного решения	165
6-6. Ответы к задачам гл. 6	167
Глава седьмая. Электромагнетизм. Магнитное поле проводов с токами	168
7-1. Проводник с током в однородном магнитном поле	168
7-2. Магнитное поле прямого провода с током	175
7-3. Магнитное поле нескольких проводов с токами	181
7-4. Магнитное поле катушки с током	187
7-5. Задачи для самостоятельного решения	192
7-6. Ответы к задачам гл. 7	195
Глава восьмая. Магнитная цепь	196
8-1. Неразветвленная магнитная цепь	196
8-2. Разветвленная симметричная магнитная цепь	203
8-3. Разветвленная несимметричная магнитная цепь	206
8-4. Задачи для самостоятельного решения	209
8-5. Ответы к задачам гл. 8	210
Глава девятая. Электромагнитная индукция	211
9-1. Электродвижущая сила электромагнитной индукции в проводе	211
9-2. Электродвижущая сила электромагнитной индукции в контуре (катушке)	216
9-3. Индуктивность катушек	221
9-4. Индуктивность линии	225
9-5. Переходный режим в цепи, обладающей сопротивлением и индуктивностью. Расчет тока и э. д. с. самоиндукции	226
9-6. Взаимная индуктивность. Электродвижущая сила взаимной индукции	235
9-7. Задачи для самостоятельного решения	239
9-8. Ответы к задачам гл. 9	243

Глава десятая. Электрическая емкость	244
10-1. Расчет общей емкости соединения конденсаторов . . .	244
10-2. Распределение напряжений и зарядов в цепи конденсаторов	246
10-3. Плоский конденсатор	250
10-4. Цилиндрический конденсатор	253
10-5. Зарядка и разрядка конденсатора в цепи с сопротивлением	256
10-6. Задачи для самостоятельного решения	261
10-7. Ответы к задачам гл. 10	264

Глава одиннадцатая. Неразветвленная цепь переменного тока	265
11-1. Изображение синусоидальных величин. Векторная и волновая диаграммы	265
11-2. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью	272
11-3. Цепь, состоящая из активного сопротивления и катушки индуктивности	281
11-4. Цепь с двумя катушками индуктивности	286
11-5. Цепь с активным сопротивлением и емкостью	291
11-6. Цепь, содержащая r , L и C . Режим резонанса напряжений	297
11-7. Цепь, содержащая несколько активных и реактивных элементов	303
11-8. Определение параметров цепи по заданной векторной (топографической) диаграмме	309
11-9. Расчет параметров цепи по заданному фазовому сдвигу	311
11-10. Цепь с переменными реактивными сопротивлениями	315
11-11. Задачи для самостоятельного решения	325
11-12. Ответы к задачам гл. 11	334

Глава двенадцатая. Разветвленная цепь переменного тока	339
12-1. Применение векторной диаграммы для расчета разветвленной цепи	339
12-2. Расчет цепи методом проводимостей	346
12-3. Режим резонанса токов	349
12-4. Улучшение коэффициента мощности	358
12-5. Цепь с переменным сопротивлением ветви	363
12-6. Задачи для самостоятельного решения	368
12-7. Ответы к задачам гл. 12	377

Глава тринадцатая. Применение комплексных чисел (символического метода) к расчету цепей переменного тока	380
13-1. Комплексные токи, напряжения и сопротивления . . .	380
13-2. Неразветвленная цепь	384
13-3. Разветвленная цепь, содержащая только параллельные ветви	387
13-4. Разветвленная цепь с параллельными и последовательными участками	390
13-5. Сложная цепь	392

13-6. Задачи для самостоятельного решения	394
13-7. Ответы к задачам гл. 13	399
Глава четырнадцатая. Трехфазный ток	400
14-1. Четырехпроводная цепь	400
14-2. Трехпроводная цепь с приемником, соединенным звездой	407
14-3. Трехпроводная цепь с приемником, соединенным треугольником	413
14-4. Трехфазная цепь с различными соединениями приемников	419
14-5. Задачи для самостоятельного решения	422
14-6. Ответы к задачам гл. 14	425
Глава пятнадцатая. Несинусоидальные токи	426
15-1. Гармонические составляющие периодических кривых .	426
15-2. Электрические цепи с несинусоидальным источником энергии	429
15-3. Гармоники в цепях трехфазного тока	434
15-4. Задачи для самостоятельного решения	436
15-5. Ответы к задачам гл. 15	437
Глава шестнадцатая. Цепи переменного тока со сталью	438
16-1. Расчет тока в катушке со стальным сердечником . .	438
16-2. Задачи для самостоятельного решения	444
16-3. Ответы к задачам гл. 16	446

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

1-1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА

Условие задачи

Металлический шарик радиусом $R_{\text{ш}}=2$ см заряжен положительным зарядом $Q=2 \cdot 10^{-8}$ к (кулон) и помещен в сосуд больших размеров.

Вначале в сосуде был создан вакуум (откачан воздух), а затем его заполнили минеральным маслом с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,15$.

Требуется вычислить напряженность поля $\mathcal{E}$ и потенциал до и после заполнения сосуда маслом в точках A , B и B , удаленных от центра шарика (точки M) на расстояние R , равное 20, 40 и 60 см, а также силу, с которой поле действует на пробный точечный заряд $q=2 \cdot 10^{-10}$ к, помещаемый поочередно в указанных точках.

Решение задачи

1. Вычисление напряженности поля. В рассматриваемом случае линейные размеры заряженного шарика весьма малы по сравнению с расстоянием от него до точек A , B и B (действительно, ближайшая точка A расположена на расстоянии $R_A=20$ см $=10R_{\text{ш}}$). Поэтому шарик можно считать точечным зарядом и определить напряженность поля в заданных точках по формуле

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{4\pi R^2}, \quad (1-1)$$

где в системе измерений СИ $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ к/в} \cdot \text{м}$, называется электрической постоянной и характеризует электрические свойства вакуума.

По формуле (1-1) напряженность поля в точке А

$$\mathcal{E}_A = \frac{36\pi}{10^{-9}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-8}}{4\pi (0,2)^2} = 4500 \text{ в/м} = 4,5 \text{ кв/м},$$

так как 1 000 вольт = 1 киловольту (1 кВ).

Для точки В все величины в формуле (1-1) остаются такими же, как и для точки А, кроме расстояния $R_B = 2R_A$, поэтому

$$\mathcal{E}_B = \frac{\mathcal{E}_A}{4} = \frac{4,5}{4} = 1,125 \text{ кв/м}.$$

Соответственно для точки В

$$\mathcal{E}_B = \frac{\mathcal{E}_A}{9} = \frac{4,5}{9} = 0,5 \text{ кв/м}.$$

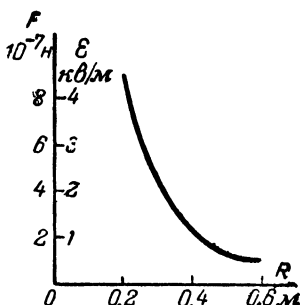


Рис. 1-1. График зависимостей напряженности поля и силы, действующей на пробный заряд, от расстояния.

График зависимости напряженности поля от расстояния построен на рис. 1-1.

2. Определение силы поля, действующей на внесенный заряд. Электрическое поле положительного заряда Q выталкивает положительный точечный заряд q , помещенный в точке А (рис. 1-2,а), с силой $F_1 = \mathcal{E}_A q = 4500 \cdot 2 \cdot 10^{-10} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ к} \cdot \text{в/м} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ н}$ (в принятой системе единиц СИ сила измеряется в ньютонах, при этом $1 \text{ н} = 0,102 \text{ кг}$).

Помещая заряд q в точки В и В (рис. 1-2,а), найдем действующие на него силы поля

$$F_2 = \mathcal{E}_B q = 1125 \cdot 2 \cdot 10^{-10} = 2,25 \cdot 10^{-7} \text{ н};$$

$$F_3 = \mathcal{E}_B q = 500 \cdot 2 \cdot 10^{-10} = 10^{-7} \text{ н}.$$

Так как сила, действующая на заряд q в различных точках поля (А, В и В), пропорциональна величине напряженности поля в этих точках ($\mathcal{E}_A$, $\mathcal{E}_B$, $\mathcal{E}_B$), то график зависимости $\mathcal{E}(R)$ (рис. 1-1) в другом масштабе выражает зависимость силы от расстояния $F(R)$.

3. Картина поля точечного заряда. Напряженность поля—вектор, направление которого совпадает с направлением вектора силы, действующей на положительный точечный заряд в данной точке поля. Поэтому

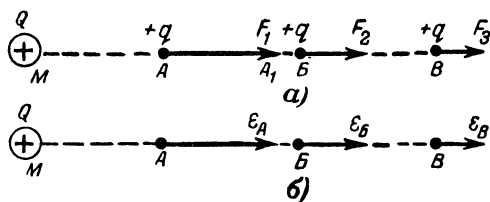


Рис. 1-2.

a — векторы сил, действующих на заряд в различных точках поля; b — векторы напряженности поля в этих точках.

векторы сил F_1 , F_2 и F_3 (рис. 1-2,а) и напряженности поля E_A , E_B и E_B (рис. 1-2,б) совпадают по направлению.

Построенные векторы напряженности поля располагаются на одной прямой $МАВВ$, которая, таким образом, является одной из линий вектора напряженности или силовых линий поля. При построении других линий (рис. 1-3) учтена сферическая симметрия поля заряженного шарика. Совокупность линий вектора напряженности (рис. 1-3) образует картину поля рассматриваемого заряда.

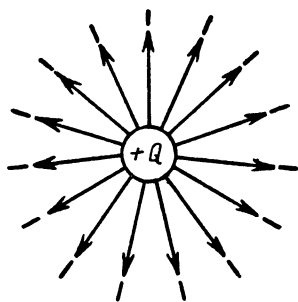


Рис. 1-3. Картина поля (на плоскости) точечного положительного заряда.

Как же часто надо проводить линии напряженности? Для любой шаровой поверхности с центром в точке M , описанной вокруг шарика или точечного заряда Q , поток вектора напряженности

$$N = \oint S_{\text{ш}} = E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

и не зависит от R , т. е. остается постоянным (теорема Остроградского и Гаусса). Поэтому можно вычислить

поток для любой шаровой поверхности. Например, для шаровой поверхности радиуса R_B

$$N = \mathcal{E}_B \cdot 4\pi R_B^2 = 500 \cdot 4\pi (0,6)^2 = 2\,250 \text{ в} \cdot \text{м}.$$

Можно договориться изображать определенный поток заданным числом линий, например, поток $150 \text{ в} \cdot \text{м}$ одной линией. Тогда весь поток N надо изобразить $\frac{2\,250}{150} = 15$

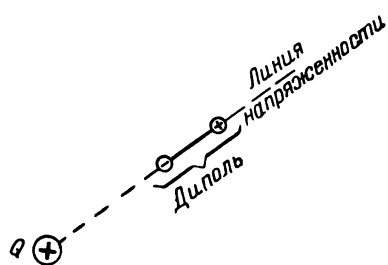


Рис. 1-4. Расположение диполя в электрическом поле.

линиями (рис. 1-3).

Итак, густота линий напряженности характеризует величину потока вектора напряженности и для заданной шаровой поверхности — величину напряженности в любой точке поля.

4. Определение

напряженности поля в диэлектрике.

Под действием сил электрического поля заряда Q в молекулах диэлектрика (окружающего заряд) смещаются элементарные заряженные частицы. При этом отрицательные частицы молекул диэлектрика приблизятся к положительному заряду Q .

В результате каждую молекулу диэлектрика можно рассматривать как систему двух разноименных зарядов, расположенных по линии напряженности на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1-4). Такую систему двух смещенных зарядов называют диполем, а электрическую «деформацию» молекул — поляризацией.

Рассматривая схему расположения диполей небольшого участка диэлектрика (рис. 1-5), можно установить, что у границы шарика с зарядом $+Q$ в тонком слое диэлектрика, ограниченном поверхностью S_1 , диполи создают отрицательный связанный заряд $(-Q')$. Это название не случайно: элементарные электрические частицы с зарядом $-Q'$ не могут свободно перемещаться,

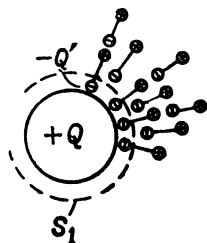


Рис. 1-5. Образование связанного заряда в диэлектрике.

будучи связанными в диполях. За пределами слоя (рис. 1-5) заряды диполей компенсируются рядом расположенными зарядами другого знака и их электрическое действие можно не учитывать.

Таким образом, в любой точке диэлектрика, окружающего шарик с зарядом Q (рис. 1-5), электрическое поле создается зарядом $+Q$ и связанным зарядом $(-Q')$.

Учитывая, что заряды $+Q$ и $-Q'$ противоположны по знаку, получаем напряженность поля в диэлектрике $\mathcal{E} = \frac{Q - Q'}{\epsilon_0 4\pi R^2}$, которая меньше напряженности поля в вакууме, где отсутствуют заряд $-Q'$. Величина заряда $-Q'$ неизвестна.

Поэтому уменьшение напряженности поля в диэлектрике по сравнению с вакуумом учитывается иначе, при помощи электрической характеристики диэлектрика ϵ , называемой диэлектрической проницаемостью, которая для большинства диэлектриков определена опытным путем.

Так, для минерального масла по условию задачи $\epsilon = 2,15$ и напряженность поля

$$\mathcal{E}'_A = \frac{\mathcal{E}_A}{\epsilon} = \frac{4,5}{2,15} = 2,1 \text{ кВ/м};$$

$$\mathcal{E}'_B = \frac{\mathcal{E}_B}{\epsilon} = \frac{1125}{2,15} = 535 \text{ В/м};$$

$$\mathcal{E}'_B = \frac{\mathcal{E}_B}{\epsilon} = \frac{500}{2,15} = 233 \text{ В/м}.$$

Очевидно, что в диэлектрике напряженность поля

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon \cdot 4\pi R^2} = \frac{Q}{\epsilon_a \cdot 4\pi R^2}, \quad (1-2)$$

где $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$ называется абсолютной диэлектрической проницаемостью среды (материала, диэлектрика).

Полученные результаты позволяют сделать два важных вывода:

1) Диэлектрическая проницаемость ϵ (величина отвлеченная) характеризует относительное уменьшение напряженности поля в данной среде по сравнению с вакуумом; для любого диэлектрика $\epsilon > 1$.

2) Абсолютная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$ зависит как от электрических свойств диэлектрика, так и от применяемой в расчетах системы единиц.

5. Определение потенциалов и напряжений. Построение линий равного потенциала.

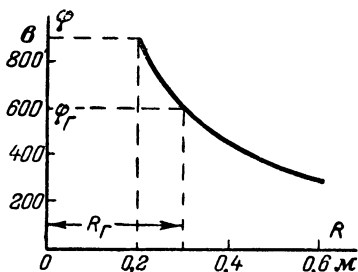


Рис. 1-6. График зависимости потенциала от расстояния.

Потенциал относится к числу таких величин, которые зависят от выбора точки отсчета, т. е. точки с нулевым значением. К этим величинам относятся, например, температура (как известно, имеется несколько температурных шкал с разными нулевыми точками).

Для упрощения расчетов будем считать поле заряда Q безграничным и примем равным нулю потенциал бесконечно удаленной точки. При таком условии для любой точки поля заряда Q потенциал

$$\varphi = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0 \cdot 4\pi R}. \quad (1-3)$$

Формула (1-3) отличается от ранее рассмотренной (1-2) для напряженности поля только степенью величины R , поэтому

$$\varphi = \mathcal{E}R. \quad (1-4)$$

Применив последнее выражение, вычислим потенциалы точек A , B и B в вакууме:

$$\varphi_A = \mathcal{E}_A R_A = 4\,500 \cdot 0,2 = 900 \text{ в};$$

$$\varphi_B = \mathcal{E}_B R_B = 1\,125 \cdot 0,4 = 450 \text{ в};$$

$$\varphi_B = \mathcal{E}_B R_B = 500 \cdot 0,6 = 300 \text{ в}.$$

График зависимости потенциала от расстояния построен на рис. 1-6.

В ряде случаев полезно найти точки, потенциалы которых отличаются на одинаковую величину. Поэтому

найдем несколько точек с потенциалами, отличающимися, например, на 300 в.

Мы уже знаем, что потенциалы точек B и A : $\varphi_B = 300$ в, $\varphi_A = 900$ в. Дополнительно найдем точки Γ и D , для которых $\varphi_\Gamma = 600$ в и $\varphi_D = 1200$ в. Величине $\varphi_\Gamma = 600$ в по графику (рис. 1-6) соответствует расстояние

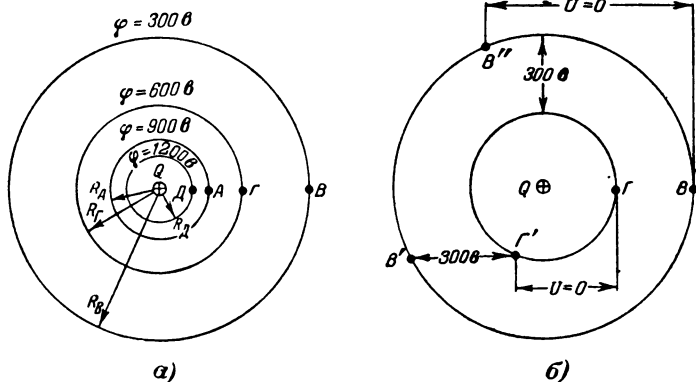


Рис. 1-7.

a — равнопотенциальные линии; $б$ — напряжения между точками в электрическом поле точечного заряда.

$R_\Gamma = 30$ см. Величине $\varphi_D = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot 4\pi R_D}$ соответствует $R_D = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot 4\pi \varphi_D}$, откуда $R_D = 15$ см.

Учитывая сферическую симметрию поля заряженного шарика и точечного заряда, можно построить шаровые равнопотенциальные поверхности с радиусами R_B , R_Γ , R_A и R_D , следы которых на плоскости (рис. 1-7, a) представляют собой равнопотенциальные линии. Потенциалы этих линий отличаются на заданные 300 в.

Имея потенциалы различных точек поля, можно определить напряжение между ними как разность потенциалов. Так, между любыми точками равнопотенциальных линий $\varphi = 600$ в и $\varphi = 300$ в (рис. 1-7, $б$) напряжение имеет одно и то же значение $600 - 300 = 300$ в. Между любыми точками одной и той же равнопотенциальной линии напряжение равно нулю.

Напряжение между точкой D (рис. 1-7, a) и бесконечно удаленной точкой $U_{D\infty} = \varphi_D - \varphi_\infty = 1\,200 - 0 = 1\,200$ в. Если же принять для равнопотенциальной линии, проходящей через точку Γ , потенциал $\varphi_\Gamma = 0$, то получим $\varphi_A = = 300$ в, $\varphi_D = 600$ в, $\varphi_B = -300$ в и $\varphi_\infty = -600$ в, а напряжения между всеми точками поля остаются прежними. Поэтому, вычисляя напряжения, можно выбрать равным нулю потенциал любой точки поля; практически обычно выбирают потенциал равным нулю для точки, находящейся на поверхности земли.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как повлияет изменение знака заряда Q на значение $\mathcal{E}$ и φ ? Абсолютные значения напряженности поля, зависящие от абсолютного значения заряда Q , останутся прежними, направления векторов напряженности и в частности $\mathcal{E}_A$, $\mathcal{E}_B$ и $\mathcal{E}_V$ изменятся на противополож-

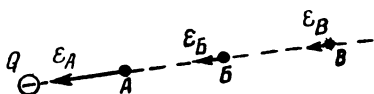


Рис. 1-8. Векторы напряженности поля отрицательного заряда $-Q$.

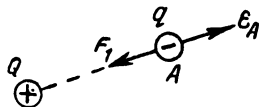


Рис. 1-9. Сила, действующая на отрицательный пробный заряд.

ные (рис. 1-8), так как в этом случае пробный положительный заряд, помещенный в точки A , B или V , будет притягиваться к заряду $(-Q)$. Потенциалы всех точек станут отрицательными (если по-прежнему выбрать равным нулю потенциал бесконечно удаленной точки).

2. Могут ли иметь различные направления напряженность поля и сила, действующая на заряд.

Если, например, в точку A (рис. 1-9) внести пробный отрицательный заряд $-q$, то возникающая сила поля F_1 и напряженность поля $\mathcal{E}_A$ будут направлены в противоположные стороны. Этого и следовало ожидать, так как направление вектора $\mathcal{E}_A$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

3. Как отличаются масштабы одинаковых по длине векторов силы и напряжен-

ности поля (рис. 1-2)? На рис. 1-2 векторы напряженности поля и силы изображены в соответствующих точках одинаковыми по длине, но их масштабы различны. Действительно, по рис. 1-2 находим, что масштаб вектора силы

$$M_F = \frac{F_1}{AA_1} = \frac{9 \cdot 10^{-7}}{15} = 0,6 \cdot 10^{-7} \text{ н/мм},$$

а масштаб вектора напряженности

$$M_E = \frac{4500}{15} = 300 \text{ в/м} \cdot \text{мм}.$$

4. Как в общем случае взаимосвязаны приращение потенциала с напряженностью поля и расстоянием между двумя точками поля? Для двух точек поля с потенциалами φ_1 и φ_2 и соответственно с напряженностями $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ изменение потенциала $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E}_1 R_1 - \mathcal{E}_2 R_2$. Обозначая $R_1 - R_2 = \Delta R$ и принимая это расстояние весьма малым, можно считать напряженность поля неизменной в пределах интервала ΔR , т. е. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$. В таком случае $\Delta\varphi = \mathcal{E} \Delta R$.

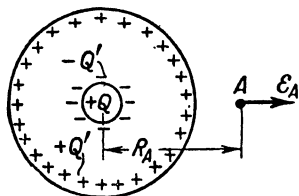


Рис. 1-10. Связанный заряд в диэлектрике конечных размеров.

5. Влияет ли диэлектрик конечных размеров в виде шара на электрическое поле металлического шарика или точечного заряда Q за пределами диэлектрика? В диэлектрике конечных размеров содержится равное количество связанных отрицательных и положительных зарядов, образующих диполи. Если граница диэлектрика совпадает с поверхностью равного потенциала металлического шарика (рис. 1-10), то диэлектрик не влияет на электрическое поле за пределами диэлектрика. Если заряд Q находится не в центре или диэлектрик имеет другую форму, то нарушается симметрия расположения диполей. Граница диэлектрика уже не совпадает с поверхностью равного потенциала. В этом случае, несмотря на равное число отрицательных и положительных связанных зарядов, электрическое поле за пределами диэлектрика изменится.

6. Чему равен поток вектора напряженности через замкнутую поверхность S (рис. 1-11)? В рассматриваемую шаровую поверхность S входит поток вектора напряженности N , изображенный пятью линиями напряженности. Из рассмотрения рис. 1-11 очевидно, что такой же по величине поток выходит из поверхности S . Поэтому суммарный поток, пересекающий поверхность S , равен нулю.

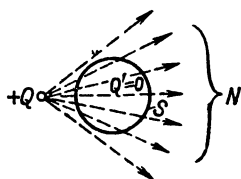


Рис. 1-11. Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность.

Через любую другую замкнутую поверхность (не только шаровую) поток вектора напряженности также равен нулю, если внутри поверхности нет зарядов (это непосредственно следует из теоремы Остроградского и Гаусса).

7. Чему равна напряженность поля в точке M , где находится точечный заряд $+Q(R=0)$? Если исходить из формулы $\mathcal{E} = \frac{Q}{\epsilon_a \cdot 4\pi R^2}$, то окажется $\mathcal{E} =$

$=\infty$ при $R=0$, что имеет только чисто теоретический смысл.

Дело в том, что у рассматриваемого металлического шарика заряды размещаются на поверхности, как бы мал ни был его радиус. Поэтому для любой поверхности S внутри металлического шарика (рис. 1-12) зарядов нет и поток вектора напряженности $N=0$ (см. предыдущий вопрос). В данном случае поток может быть равен нулю только при $\mathcal{E}=0$.

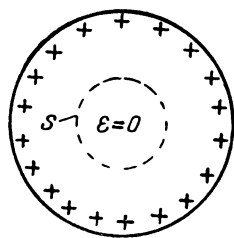


Рис. 1-12. Поле внутри металлического шарика.

Здесь можно сделать вывод, что *внутри заряженного металлического тела напряженность поля равна нулю.*

8. Как вычислить напряженность поля на поверхности металлического заряженного шара? Для заряженного шара вследствие его симметрии и равномерного распределения заряда на поверхности можно воспользоваться формулой напряженности поля точечного заряда. Для шара радиуса $R_{ш}$ и заряда Q напря-

женность поля на его поверхности $\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_{\text{ш}}^2}$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость окружающей шар среды.

Заменив радиус шара расстоянием от его центра до точки поля вне шара, по этой формуле можно найти напряженность поля в любой точке вне шара.

1-2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ НЕСКОЛЬКИХ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

Условие задачи

Два точечных заряда $+Q_M = 2 \cdot 10^{-9}$ к и $-Q_H = -2 \cdot 10^{-9}$ к (рис. 1-13) помещены в минеральное масло ($\epsilon = 2,2$).

Вычислить напряженности поля и потенциалы в симметрично расположенных относительно оси $O-O_1$ точках

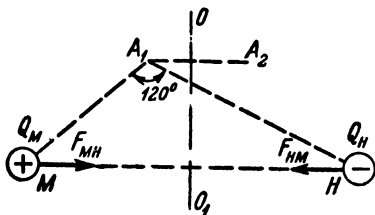


Рис. 1-13. К условию задачи 1-2.

A_1 и A_2 , а также силу взаимодействия зарядов $+Q_M$ и $-Q_H$, если $MA_1 = 10$ см, $HA_1 = 15$ см, $\angle MA_1H = 120^\circ$ и линия $O-O_1$ является перпендикуляром, восстановленным из середины отрезка MH .

Решение задачи

1. Применение метода наложения к вычислению напряженности поля в точках A_1 и A_2 . По методу наложения напряженность поля в какой-либо точке определяется как геометрическая (векторная) сумма напряженностей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Это означает, что в нашем случае, например, для точки A_1 нужно вначале найти напряженность поля, создаваемую только зарядом

$+Q_M$ (при отсутствии $-Q_H$), а затем, наоборот, только зарядом $-Q_H$ (при отсутствии $+Q_M$).

Действуя таким образом, получим:

напряженность поля заряда $+Q_M$ в точке A_1

$$\mathcal{E}_{1M} = \frac{Q_M}{4\pi (MA_1)^2 \varepsilon \varepsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 36\pi}{4\pi (0,1)^2 2 \cdot 10^{-9}} = 820 \text{ в/м}$$

и изображается вектором $\mathcal{E}_{1M}$ (рис. 1-14,а), направленным от точки M , так как Q_M — положительный заряд;

напряженность поля заряда $-Q_H$ в точке A_1

$$\mathcal{E}_{1H} = \frac{Q_H}{4\pi (HA_1)^2 \varepsilon \varepsilon_0} = \mathcal{E}_{1M} \left(\frac{MA_1}{HA_1} \right)^2 = 820 \left(\frac{0,1}{0,15} \right)^2 = 355 \text{ в/м},$$

изображается вектором $\mathcal{E}_{1H}$ (рис. 1-14,а), направленным к точке H , так как Q_H — отрицательный заряд.

Для двух зарядов $+Q_M$ и $-Q_H$ напряженность поля в точке A_1 определяется результирующим вектором $\mathcal{E}_{1A}$, построенным как диагональ параллелограмма со сторонами $\mathcal{E}_{1M}$ и $\mathcal{E}_{1H}$.

Применяя теорему косинусов к треугольнику A_1KL (рис. 1-14,а), получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{1A} &= \sqrt{\mathcal{E}_{1M}^2 + \mathcal{E}_{1H}^2 + 2\mathcal{E}_{1M}\mathcal{E}_{1H}\cos 60^\circ} = \\ &= \sqrt{820^2 + 355^2 + 2 \cdot 820 \cdot 355 \cdot 0,5} = 1\,040 \text{ в/м}. \end{aligned}$$

Поскольку вычисления по теореме косинусов сравнительно громоздки, иногда проще воспользоваться графическим методом. Действительно, учитывая, что векторы $\mathcal{E}_{1M}$ и $\mathcal{E}_{1H}$ (рис. 1-14) построены в масштабе $M_{\mathcal{E}} = 33 \text{ в/м} \cdot \text{мм}$, имеем

$$\mathcal{E}_{1A} = (A_1L) M_{\mathcal{E}} \approx 34,5 \cdot 33 = 1\,040 \text{ в/м}.$$

Рассмотренным методом можно вычислить напряженность поля в любой точке и в том числе в точке A_2 (рис. 1-13). Но в данном случае нет необходимости повторять все вычисления. Учитывая симметрию расположения точек A_1 и A_2 и равенство зарядов по абсолютной

величине, сразу запишем, что $\mathcal{E}_{2H} = \mathcal{E}_{1M} = 820$ в/м и $\mathcal{E}_{2M} = \mathcal{E}_{1H} = 355$ в/м (рис. 1-14,б). При этом оказывается, что напряженности поля в точках A_1 и A_2 численно равны ($\mathcal{E}_{1A} = \mathcal{E}_{2A}$), но имеют различные направления.

Итак, чтобы судить о векторе напряженности поля, нужно знать не только его величину, но и направление.

2. Изображение поля зарядов $+Q_M$ и $-Q_H$. Прежде всего выясним, как воспользоваться векторами $\mathcal{E}_{1A}$ и $\mathcal{E}_{2A}$ для построения линии напряженности?

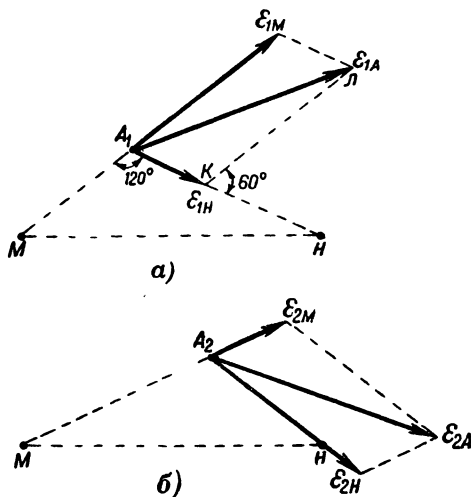


Рис. 1-14. Построение результирующего вектора напряженности поля двух зарядов в точках A_1 и A_2 .

Участок линии напряженности A_1AA_2 (рис. 1-15) строим так, чтобы векторы $\mathcal{E}_{1A}$ и $\mathcal{E}_{2A}$, перенесенные сюда с рис. 1-14 в уменьшенном масштабе, совпадали в точках A_1 и A_2 с направлением касательных к рассматриваемой кривой.

Показанный на рис. 1-15 вектор $\mathcal{E}_A$ не был найден, но легко убедиться в правильности его направления, учитывая, что точка A равноудалена от одинаковых по величине зарядов Q_M и Q_H .

Выяснить дальнейший ход линии напряженности III (рис. 1-15) нетрудно. Так как вблизи зарядов $+Q_M$

и $-Q_H$ можно учитывать только поле собственного заряда, пренебрегая влиянием другого, то касательная к линии III в точке M совпадает с направлением вектора $\mathcal{E}'_M$, т. е. с линией напряженности поля одиночного точечного заряда $+Q_M$. По той же причине касательная к линии III в точке H совпадает с направлением вектора $\mathcal{E}'_H$, т. е. с линией напряженности заряда $-Q_H$.

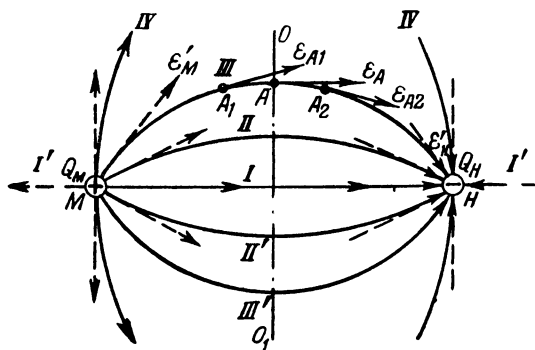


Рис. 1-15. Линии напряженности электрического поля двух разноименных точечных зарядов.

На рис. 1-15 показан примерный ход еще двух линий II и IV (начальный участок). Линии II' и III' построены симметрично линиям II и III относительно оси MH .

Интересно рассмотреть линии напряженности I и I' , совпадающие с прямой MH . Во всех точках линии I векторы напряженности поля от зарядов $+Q_M$ и $-Q_H$ совпадают по направлению, а в точках линии I' имеют встречное направление.

3. Применение метода наложения к вычислению потенциалов. Потенциал любой точки электрического поля нескольких зарядов равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в данной точке каждым зарядом в отдельности.

Как понимать алгебраическую сумму потенциалов?

Это означает, что при суммировании потенциалов, создаваемых разноименными зарядами, надо учитывать алгебраические знаки потенциалов. Так, в нашем случае в точке A_1 положительный заряд $+Q_M$ создает потенциал $\varphi_{1M} =$

$= \mathcal{E}_{1M}(MA_1) = 820 \cdot 0,1 = 82$ в, а отрицательный заряд $-Q_H$ — потенциал $\varphi_{1H} = -\mathcal{E}_{1H}(HA_1) = -355 \cdot 0,15 = -53,25$ в. Для совместного поля двух зарядов получим потенциал

$$\varphi_{A_1} = \varphi_{1M} + \varphi_{1H} = 82 - 53,25 = 28,75 \text{ в.}$$

Учитывая симметрию точек A_1 и A_2 , находим, что в точке A_2 заряд $+Q_M$ создает потенциал $\varphi_{2M} = -\varphi_{1H} =$

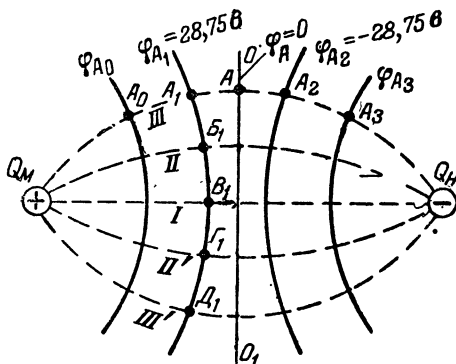


Рис. 1-16. Равнопотенциальные линии поля двух разноименных точечных зарядов.

$= 53,25$ в, а заряд $-Q_H$ — потенциал $\varphi_{2H} = -\varphi_{1M} = -82$ в.

При совместном действии двух зарядов получим в точке A_2 потенциал

$$\varphi_{A_2} = \varphi_{2M} + \varphi_{2H} = 53,25 - 82 = -28,75 \text{ в.}$$

4. Построение линий равного потенциала. В любой точке поля линия равного потенциала перпендикулярна к линии напряженности. Поэтому линия с найденным выше потенциалом $\varphi_{A_1} = 28,75$ в (рис. 1-16) должна пересечь под прямым углом линии напряженности III , II , I , II' в точках A_1 , B_1 , B_2 , Γ_1 и D_1 . Аналогично построена равнопотенциальная линия $\varphi_{A_2} = -28,75$ в. Последняя симметрична линии с потенциалом φ_{A_1} относительно оси OO_1 , все точки которой имеют потенциал, равный нулю.

Рассмотренным методом на рис. 1-16 построены еще две равнопотенциальные линии (φ_{A0} и φ_{A3}).

5. Вычисление силы взаимодействия зарядов. Прежде всего по теореме косинусов определим из треугольника MA_1H (рис. 1-13) расстояние между зарядами:

$$\begin{aligned} MH &= \sqrt{(MA_1)^2 + (HA_1)^2 + 2(MA_1) \cdot (HA_1) \cos 60^\circ} = \\ &= \sqrt{10^2 + 15^2 + 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 0,5} = 21,7 \text{ см.} \end{aligned}$$

Затем вычислим по закону Кулона силу взаимодействия зарядов:

$$F = \frac{Q_M Q_H}{4\pi\epsilon_0 (MH)^2} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \cdot 36\pi}{4\pi \cdot 2,2 \cdot 10^{-9} (0,217)^2} = 3,48 \cdot 10^{-7} \text{ н.}$$

Такая по величине сила, действующая на заряд $+Q_M$ (рис. 1-13), обозначена F_{MH} , что означает: сила действует на заряд $+Q_M$, но вызвана зарядом $-Q_H$. Соответственно сила, действующая на заряд $-Q_H$, обозначена F_{HM} . Очевидно, что $F_{MH} = F_{HM} = F$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Имеют ли «начало» и «конец» линии напряженности? Линиям напряженности поля условно дают направление. Считают, что линии напряженности начинаются у положительных зарядов и заканчиваются у отрицательных. Для поля одиночного положительного заряда (рис. 1-3) «концы» линий находятся в бесконечности. У одиночного отрицательного заряда «начала» линий находятся в бесконечности.

Итак, линии напряженности в отличие, например, от линий равного потенциала имеют начало и конец, т. е. они не замкнуты.

2. Какую работу нужно совершить, чтобы удалить заряд за пределы поля? Для удаления заряда $+Q_M$ за пределы поля придется преодолеть силу электрического поля (взаимного притяжения зарядов).

Требуемое перемещение можно рассматривать как удаление одного заряда ($+Q_M$) из электрического поля, созда-

ваемого другим зарядом ($-Q_H$). При этом силами поля совершается работа $A = \varphi_M \cdot Q_M$, где $\varphi_M = \frac{-Q_H}{4\pi\epsilon_0(MH)}$ — потенциал в точке M , созданный зарядом Q_H .

При наших данных $\varphi_M = -37,7$ в и $A = -7,55 \cdot 10^{-8}$ дж. Знак минус у величины работы A означает, что при удалении заряда $+Q_M$ надо совершить работу против сил поля заряда $-Q_H$ (1 дж — работа силы в 1 н на пути в 1 м).

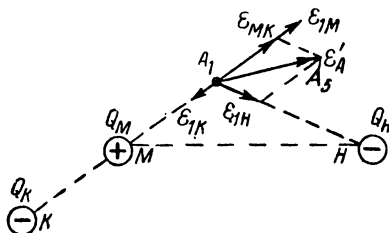


Рис. 1-17. Напряженность поля трех точечных зарядов.

3. Можно ли применить метод наложения при любом числе точечных зарядов? Метод наложения не ограничивает числа зарядов. Так, например, если поместить третий заряд $-Q_K = -2 \cdot 10^{-9}$ в точку K (рис. 1-17) на продолжении прямой A_1M , то для определения напряженности $\mathcal{E}_A$ нужно сложить три вектора: уже найденные векторы $\mathcal{E}_{1M}$ и $\mathcal{E}_{1H}$, а также вектор напряженности $\mathcal{E}_{1K}$ поля заряда $-Q_K$. На рис. 1-17 принято $A_1M = MK$, поэтому

$$\mathcal{E}_{1K} = \frac{\mathcal{E}_{1M}}{4}.$$

Порядок сложения векторов не имеет значения, но удобнее вначале сложить векторы $\mathcal{E}_{1K}$ и $\mathcal{E}_{1M}$, направленные по одной прямой, и к их сумме — вектору $\mathcal{E}_{MK}$ — добавить вектор $\mathcal{E}_{1H}$.

Учитывая, что все векторы напряженности построены в масштабе $M_{\mathcal{E}} = 60$ в/м·мм, можно вычислить графически напряженность поля $\mathcal{E}_A = M_{\mathcal{E}}(A_1A_5) = 60 \cdot 14 = 840$ в/мм = 840 кв/м.

Как известно, потенциал поля точечного заряда изменяется обратно пропорционально расстоянию, поэтому при

$A_1K = 2MK$ получаем $\varphi_{1K} = -\frac{1}{2} \varphi_{1M} = -\frac{1}{2} \cdot 82 = -41$ в.

Созданный тремя зарядами в точке A_1 потенциал

$$\begin{aligned} \varphi'_{A_1} &= \varphi_{1M} + \varphi_{1H} + \varphi_{1K} = \varphi_{A_1} + \varphi_{1K} = 28,75 - 41 = \\ &= -12,25 \text{ в.} \end{aligned}$$

4. Как применяют метод наложения для определения сил взаимодействия нескольких

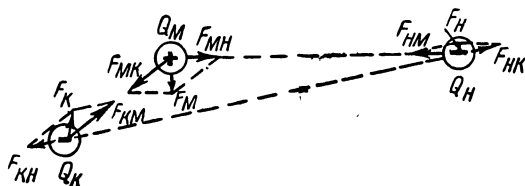


Рис. 1-18. Сила взаимодействия трех точечных зарядов.

точечных зарядов? В задаче было показано определение силы взаимодействия $F_{MH} = F_{HM}$ между зарядами Q_M и Q_H .

Аналогичным образом можно вычислить для зарядов $+Q_M$ и $-Q_K$ силу взаимодействия $F_{KM} = F_{MK}$ (рис. 1-18) и для зарядов $-Q_K$ и $-Q_H$ силу взаимодействия $F_{KH} = F_{HK}$.

Результирующие силы F_M , F_H и F_K (рис. 1-18) могут быть вычислены либо по теореме косинусов, либо графически.

1-3. ОДНОРОДНОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Условие задачи

К двум плоским металлическим параллельным пластинам A и B (рис. 1-19) при замкнутом рубильнике P подвели напряжение $U_{AB} = 600$ в от источника энергии. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм, площадь каждой из них $S = 4,25 \times 4,25$ см². Вычислить напряженность поля на поверхности пластин, заряд каждой из них и построить график изменения потенциала в пространстве между пластинами, если оно заполнено воздухом.

Решение задачи

1. Электрическое поле каждой пластины в отдельности. При замкнутом рубильнике P (рис. 1-19) на пластине A , присоединенной к положительному зажиму источника, накапливается заряд $+Q_A$, а на пластине B , присоединенной к отрицательному зажиму источника, — заряд $-Q_B$, причем $Q_A = Q_B = Q$.

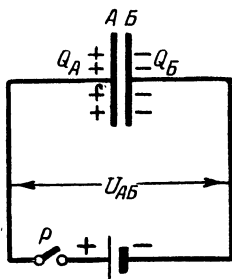


Рис. 1-19. Схема зарядки пластин.

Когда процесс зарядки закончится, перемещения зарядов вдоль поверхности пластин не происходит.

О чем это говорит?

О том, что все точки, например, пластины A (рис. 1-20) имеют одинаковый потенциал. При разных потенциалах точек положительные заряды перемещались бы по проводящей металлической пластине от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом.

Все точки любого проводника, если в нем отсутствует движение зарядов, имеют один и тот же потенциал. Поэтому на рис. 1-20 линии вектора напряженности поля направлены перпендикулярно к равнопотенциальной пластине A .

Напряженность поля заряда Q_A на поверхности пластины A

$$\mathcal{E}_A = Q_A / 2S\epsilon_0\epsilon.$$

Здесь не учитываются искажения поля у краев пластины.

Перейдем к рассмотрению электрического поля пластины B (рис. 1-21). Так как пластины B и A различаются только знаками зарядов, то численно напряженность поля $\mathcal{E}_B$ заряда Q_B у поверхности пластины B равна $\mathcal{E}_A$, но вектор $\mathcal{E}_B$ направлен противоположно вектору $\mathcal{E}_A$.

Такие же напряженности поля $\mathcal{E}_A$ и $\mathcal{E}_B$ (рис. 1-20 и 1-21) получаются не только на поверхностях каждой пластины, но и вблизи их (на расстояниях малых по сравнению с размерами пластины). Если учесть, что

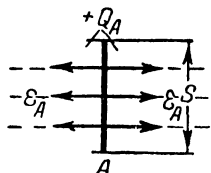


Рис. 1-20. Электрическое поле положительно заряженной плоской пластины.

длина каждой пластины равна 4,25 см, то, например, на расстоянии 0,2 см и менее справа и слева от пластины А или В электрическое поле можно считать *однородным*,

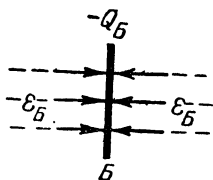


Рис. 1-21. Электрическое поле отрицательно заряженной плоской пластины.

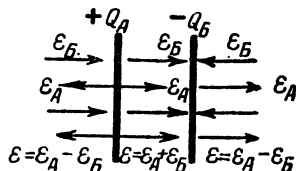


Рис. 1-22. Сложение напряженностей поля двух плоских разноименно заряженных пластин.

т. е. одинаковым по величине и направлению вектора напряженности в каждой точке (края пластины еще практически не сказываются).

2. Электрическое поле двух пластин. В предыдущей задаче при изучении поля двух точечных зарядов применялся метод наложения. Естественно, что и в данном случае при двух заряженных телах (двух пластинах) можно воспользоваться этим же методом.

Действительно, совмещая рис. 1-20 и 1-21, получаем картину поля двух пластин (рис. 1-22). Из рисунка ясно, что:

во-первых, во внешнем пространстве (слева от пластины А и справа от пластины В) векторы $\mathcal{E}_A$ и $\mathcal{E}_B$ направлены навстречу друг другу и потому в любой точке напряженность поля $\mathcal{E} = \mathcal{E}_A - \mathcal{E}_B = 0$, т. е. электрическое поле отсутствует (пренебрегая искажением поля у краев пластин).

Во-вторых, во внутреннем пространстве (между пластинами А и В) векторы $\mathcal{E}_A$ и $\mathcal{E}_B$ совпадают по направлению и напряженность поля:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_A + \mathcal{E}_B = 2\mathcal{E}_A = 2\mathcal{E}_B = 2 \frac{Q}{2S\epsilon\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon\epsilon_0}. \quad (1.5)$$

Очевидно, что электрическое поле между пластинами однородно, т. е. векторы напряженности во всех точках поля параллельны (рис. 1-23) и равны по величине.

3. Вычисление напряженности поля и зарядов пластин. Напряженность однородного поля между пластинами и подведенное к ним напряжение U_{AB} связаны простой зависимостью $U_{AB} = \mathcal{E}d$, где d — расстояние между пластинами.

В нашем случае

$$\mathcal{E} = \frac{U_{AB}}{d} = \frac{600}{0,002} = 3 \cdot 10^5 \text{ в/м} = 300 \text{ кВ/м}.$$

По формуле (1-5) найдем заряд каждой пластины:

$$Q = \mathcal{E} \cdot S \epsilon_0 = 3 \cdot 10^5 \cdot 4,25 \cdot 4,25 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \frac{10^{-9}}{36\pi} = 4,8 \cdot 10^{-9} \text{ к}.$$

4. Изменение потенциала в пространстве между пластинами. Как было показано (§ 1-1, до-

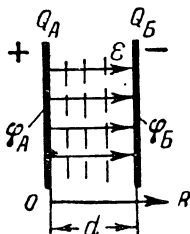


Рис. 1-23. Линии напряженности и равнопотенциальные поверхности однородного поля двух плоских пластин.

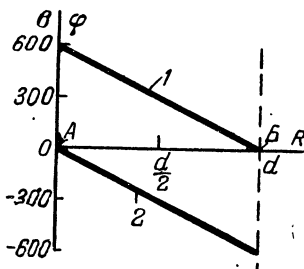


Рис. 1-24. Изменение потенциала в пространстве между пластинами.

полнительный вопрос 4), вдоль участка ΔR линии напряженности $\Delta\varphi = \mathcal{E}\Delta R$, если можно считать величину $\mathcal{E}$ постоянной в пределах рассматриваемого участка.

В данной задаче напряженность поля $\mathcal{E}$ имеет одно и то же значение во всех точках поля (рис. 1-23), т. е. в пределах от $R=0$ до $R=d$. Поэтому выражение $\Delta\varphi = \mathcal{E}\Delta R$ справедливо при любом расстоянии между двумя точками линии напряженности (конечно, только между пластинами).

Учитывая, что точка нулевого потенциала может быть выбрана произвольно, примем потенциал одной из точек

пластины B , а значит, и всей металлической пластины $\varphi_B = 0$. Тогда $\Delta\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \varphi_A = \mathcal{E}R_{AB} = \mathcal{E}d = 600$ в и $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 600$ в, чего и следовало ожидать. График зависимости $\varphi(R)$ изображается прямой 1 (рис. 1-24). Если выбрать $\varphi_A = 0$, то $\Delta\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = -\varphi_B = \mathcal{E}d = 600$ в и $\varphi_B = -600$ в (прямая 2 на рис. 1-24). Точно так же $\varphi_B = \varphi_A - U_{AB} = -600$ в.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Исчезнет ли электрическое поле между пластинами при размыкании рубильника P (рис. 1-19). Если считать среду, окружающую пластины (в нашем случае — воздух), абсолютным изолятором, то заряды на пластинах и напряженность поля между ними сохранят прежние значения. В этих условиях источник энергии необходим только для первоначальной зарядки пластин A и B .

В действительности всякий диэлектрик обладает некоторой проводимостью. Поэтому заряды Q_A и Q_B будут пусть медленно, но постепенно нейтрализовать друг друга, а электрическое поле уменьшаться.

2. Каков запас прочности диэлектрика? Воздух «пробивается» (теряет свойства изолятора, становясь проводником) при напряженности поля $\mathcal{E}_{пр} = 3$ кВ/мм = 3000 в/мм, а в рассматриваемой задаче $\mathcal{E} = 300$ в/мм.

Таким образом, запас прочности

$$k = \frac{\mathcal{E}_{пр}}{\mathcal{E}} = \frac{3000}{300} = 10.$$

3. Как повлияет на характеристики электрического поля уменьшение в 2 раза расстояния между пластинами? Отвечая на этот вопрос, нужно четко различать два возможных случая.

Если расстояние уменьшается при подключенном источнике (рубильник P замкнут), то напряжение U_{AB} между пластинами остается неизменным. В таком случае напряженность поля $\mathcal{E} = U_{AB}/d$ и заряд $Q = \mathcal{E}S\epsilon_0$ изменяются обратно пропорционально расстоянию d и при заданных условиях возрастут в 2 раза.

Если расстояние уменьшается при отключенном источ-

нике (рубильник P разомкнут), то остаются неизменными заряды пластин. В этом случае напряженность поля $\mathcal{E} = \frac{Q}{S\epsilon\epsilon_0}$ не изменяется, а напряжение между пластинами $U_{AB} = \mathcal{E}d$ уменьшается пропорционально d , т. е. в нашем случае уменьшится в 2 раза.

Уменьшение напряжения при отключенном источнике становится понятным, если учесть, что сближение разноименно заряженных пластин A и B возможно под действием сил электрического поля. Энергия поля при сближении пластин убывает, преобразуясь в энергию другого вида. Так, например, она может перейти в механическую энергию того устройства, которое сдерживает сближение пластин. Разность потенциалов пластин или напряжение пропорционально энергии и уменьшается вместе с уменьшением энергии поля.

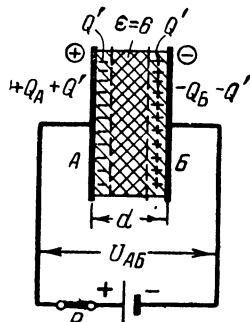


Рис. 1-25. Образование связанного заряда на границах диэлектрика и пластин (A и B).

4. Как повлияет на величину напряженности поля заполнение пространства между пластинами диэлектриком с $\epsilon=6$? Отвечая на этот вопрос, нужно опять рассмотреть два возможных случая.

При замкнутом рубильнике P (рис. 1-25) напряженность поля между пластинами $\mathcal{E} = U_{AB}/d$ остается постоянной, так как неизменны U_{AB} и d , а заряд пластин $Q = \mathcal{E}S\epsilon\epsilon_0$ возрастает в $\epsilon=6$ раз.

На рис. 1-25 дополнительный заряд, положительный для пластины A и отрицательный для пластины B , обозначен через Q' . Этот дополнительный заряд численно равен связанному заряду Q' в пограничных слоях диэлектрика, примыкающих к пластинам A и B . Суммарный заряд пластины и прилегающей границы диэлектрика $(+Q_A + Q' - Q')$ или $-Q_B - Q' + Q')$ остается прежним $(+Q_A$ или $-Q_B)$, что и обеспечивает то же значение напряженности поля.

При разомкнутом рубильнике P остается постоянной величина заряда на пластинах, а значит, напряженность поля уменьшается в 6 раз.

5. Как повлияет проводник K (рис. 1-26), помещенный между пластинами, на характеристики поля ($\mathcal{E}$ и φ)?

Результирующая напряженность поля внутри проводника должна равняться нулю:

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_k - \mathcal{E} = 0,$$

где $\mathcal{E}$ — напряженность поля зарядов на пластинах,

$\mathcal{E}_k$ — напряженность поля зарядов, индуцированных на проводнике.

Поэтому внутри проводника (на участке d_1 , рис. 1-26) происходит разрыв линий напряженности; пространство, занятое полем, уменьшается на величину объема проводника.

Для участка l_1 (рис. 1-26) разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_K = \mathcal{E}l_1$, а для участка l_2 разность потенциалов $\varphi_K - \varphi_B = \mathcal{E}l_2$.

Складывая левые и правые части уравнений, получаем:

$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}(l_1 + l_2)$$

или

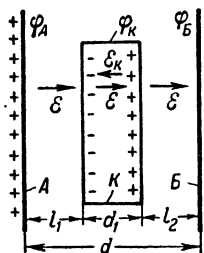
$$\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}(d - d_1).$$

Итак, введение в пространство между пластинами проводника K равносильно сближению пластин на величину d_1 ; поэтому полностью применимы

выводы, полученные в дополнительном вопросе 3 к этой задаче.

Каким образом защищают приборы от воздействия электрического поля? Если работу какого-либо прибора может нарушить внешнее электрическое поле, то его помещают в металлическую коробку (экран). Внутри экрана напряженность поля равна нулю.

Рис. 1-26. Проводник в однородном поле.



Экраны часто выполняют не сплошными, а сетчатыми. Так, например, защищая помещение от проникновения внутрь электрического поля атмосферы, возникающего, например, при грозовых разрядах, в стены закладывают металлическую сетку.

1.4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 1-1

1. На расстоянии 20 мм от точечного заряда, находящегося в вакууме, напряженность поля равна 3 кВ/см. Определить величину заряда.

2. Точечный заряд Q создает в воздухе на расстоянии R напряженность поля $\mathcal{E}$. Определить, какой величины заряд создаст эту же напряженность поля $\mathcal{E}$ на том же расстоянии R в дистиллированной воде ($\epsilon = 80$).

3. На расстоянии $R = 0,5$ м от точечного заряда потенциал равен 6 кВ.

Определить напряженность поля и потенциал в точках, расположенных на расстояниях $2R$, $3R$ и $4R$ от заряда. Построить графики изменения напряженности поля и потенциала.

4. Для предыдущей задачи построить в масштабе картину поля, изображая ее линиями напряженности. Построение выполнить, предполагая, что заряд находится в воздухе ($\epsilon = 1$).

5. Пробный точечный заряд $q = 5 \cdot 10^{-7}$ К внесен в точку A электрического поля другого точечного заряда $Q = -10^{-6}$ К, находящегося в масле. Определить величину и направление напряженности поля $\mathcal{E}$ в точке A и силы F , действующей на пробный заряд, если расстояние от заряда до точки A составляет 40 см.

6. Изменятся ли $\mathcal{E}$ и F в условиях предыдущей задачи, если изменить знак пробного заряда?

7. Принимая для точечного заряда $Q = 2 \cdot 10^{-9}$ К потенциал бесконечно удаленной точки равным нулю, вычислить радиусы всех равнопотенциальных поверхностей от 45 В до 0 через каждые 9 В и построить эти поверхности.

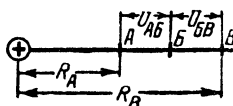
8. Принимая в условиях предыдущей задачи равным нулю потенциал точки, отстоящей на 2 м от заряда, вычислить новые значения потенциалов построенных равнопотенциальных поверхностей.

9. В электрическом поле точечного заряда между точками A и B , удаленными от заряда соответственно на расстояния 30 и 60 см, напряжение $U_{AB} = 75$ В.

Определить величину заряда, если заряд находится в воздухе.

10. Определить, в каком отношении делит точка B (рис. 1-27) отрезок AB линии напряженности точечного заряда, если напряже-

Рис. 1-27. К задаче 10.



ния участков $U_{AB} = U_{BB}$, а точки A и B удалены от заряда на расстояния R_A и R_B .

11. Металлический шар радиуса $R_{\text{ш}} = 42,5$ см находится в воздухе и имеет заряд $Q = 10$ мкК (микрокулонов) $= 10 \cdot 10^{-6}$ К.

Вычислить напряженность поля и потенциал на расстояниях (от центра шара) $R=0$; $R=R_{ш}$; $R=2R_{ш}$; $R=4R_{ш}$. По полученным данным построить графики зависимостей $\mathcal{E}(R)$ и $\varphi(R)$.

Задачи к § 1-2

12. Два точечных положительных заряда Q_1 и Q_2 находятся в воздухе на расстоянии 10 мм друг от друга. Сила их взаимодействия $F=0,72 \cdot 10^{-3}$ н.

Определить величины зарядов и построить векторы силы, действующей на каждый из них, если $Q_2=2Q_1$.

13. В условиях предыдущей задачи определить величину и направление напряженности поля каждого заряда (в отдельности) в точке расположения другого заряда.

14. Вычислить напряженность поля и потенциал в точке, расположенной в центре между точечными зарядами $Q_1=0,5 \cdot 10^{-6}$ к и $Q_2=10^{-6}$ к, если расстояние между зарядами равно 40 см и они находятся в минеральном масле ($\epsilon=2,2$).

15. Напряженность поля двух точечных зарядов Q_1 и Q_2 в точке А (рис. 1-28) оказалась равной нулю. Определить отношение Q_1/Q_2 , если $R_2/R_1=3$.

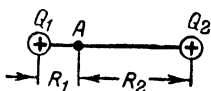


Рис. 1-28. К задаче 15.

16. Три точечных заряда $Q_1=Q_3=-10^{-7}$ к и $Q_2=5 \cdot 10^{-8}$ к находятся в вакууме и расположены на одной прямой. Заряд Q_2 размещен посередине на равных расстояниях 0,1 м от зарядов Q_1 и Q_3 .

Определить силу, действующую на каждый заряд.

17. В условиях предыдущей задачи определить графически напряженность поля на расстоянии 0,1 м от заряда Q_2 в точке, находящейся на перпендикуляре к линии, соединяющей заряды, который восстановлен в точке расположения заряда Q_2 .

18. Два металлических шара с радиусами 15 и 10 см находятся в воздухе и имеют одинаковые положительные заряды. Вычислить заряд шара, если напряжение между шарами составляет 5,1 кв. Принять, что на поверхности каждого шара электрическое поле создается только собственным зарядом.

Задачи к § 1-3

19. Напряжение между плоскими пластинами 240 в; расстояние между ними 3 мм, площадь каждой 12 см².

Вычислить заряд каждой пластины, если пластины находятся в вакууме.

20. Какое напряжение нужно подвести к плоским пластинам, чтобы заряд каждой из них составлял $15,3 \cdot 10^{-9}$ к?

Пространство между пластинами заполнено слюдой ($\epsilon=6$), толщина которой 2 мм. Площадь каждой пластины 18 см².

21. Парафинированная бумага, имеющая пробивную напряженность $\mathcal{E}_{пр}=15$ кв/мм, заполняет пространство между металлическими плоскими пластинами. Расстояние между пластинами 0,15 мм.

Вычислить максимально допустимое напряжение, которое можно подвести к пластинам при запасе прочности 2,25.

22. К плоским пластинам приложено напряжение $U=1000$ в (рис. 1-29). Между пластинами перемещается по прямоугольному контуру $ABBA$ заряд $q=2 \cdot 10^{-9}$ к.

Вычислить силу, действующую на заряд, и работу по его пере-

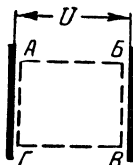


Рис. 1-29. К задаче 22.

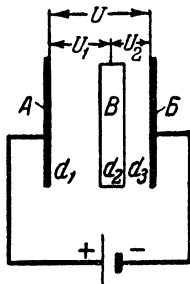


Рис. 1-30. К задаче 23.

мещению на каждом из четырех прямолинейных отрезков контура, а также суммарную работу по всему контуру, если расстояние между пластинами 2 мм.

23. В пространство между плоскими пластинами ввели металлический лист B (рис. 1-30).

Вычислить напряженность поля, потенциалы пластин A и B (приняв потенциал пластины B равным нулю), а также напряжения U_1 и U_2 , если $d_1=2$ мм, $d_2=d_3=1$ мм и напряжение между пластинами A и B равно 240 в.

24. После зарядки пластин (рис. 1-19) отключили источник энергии и изменили расстояние между пластинами от 0,5 до 1 мм. Вычислить напряжение между пластинами до и после изменения расстояния, если напряженность поля конденсатора 320 в/мм.

1-5. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 1

1. $1,33 \cdot 10^{-8}$ к.

2. 80 Q.

3.

$R, \text{ м}$	0,5	1,0	1,5	2,0
$\mathcal{E}, \text{ кв/м}$	12,0	3,0	1,33	0,75
$\varphi, \text{ кв}$	6,0	3,0	2,0	1,5

4. Поток вектора напряженности 37,68 кв · м.

5. $\mathcal{E} = 256$ кв/м, $F = 0,128$ н, $\mathcal{E}$ и F направлены к заряду Q .

6. Изменится только направление силы и вектора напряженности.

7. 0,4 м; 0,5 м; 0,67 м; 1,0 м; 2,0 м.

8. Все потенциалы уменьшатся на 9 в.

9. $5 \cdot 10^{-9} \text{ К.}$

10. $AB : BB = R_A : R_B.$

11.

$R, \text{ м}$	0	0,425	0,85	1,70
$\mathcal{E}, \text{ КВ/м}$	0	500	125	31,25
$\varphi, \text{ КВ}$	212,5	212,5	106,25	53,125

12. $Q_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ К.}$

13. 360 В/мм; 180 В/мм.

14. $0,5 \cdot 10^5 \text{ В/м}; 3 \cdot 10^4 \text{ В.}$

15. $Q_2 : Q_1 = 9.$

16. $22,5 \cdot 10^{-4} \text{ н}; 0; 22,5 \cdot 10^{-4} \text{ н.}$

17. 18 КВ/м.

18. $1,7 \cdot 10^{-7} \text{ К.}$

19. $85 \cdot 10^{-11} \text{ К.}$

20. 320 В.

21. 1 000 В.

22. В любом месте сила $F = 10^{-3} \text{ н.}$ Работа на участках AG и BB равна нулю, на участке AB : $+2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$ и на участке BG : $-2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$ Суммарная работа равна нулю.

23. $\mathcal{E} = 80 \text{ В/мм}, \varphi_A = 160 \text{ В}, \varphi_B = -80 \text{ В}, U_1 = 160 \text{ В}, U_2 = 80 \text{ В.}$

24. 160 В; 320 В.

ГЛАВА ВТОРАЯ

НЕРАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2-1. ЦЕПЬ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ И ПОСТОЯННЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ СОПРОТИВЛЕНИЙ ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ

Условие задачи

В цепи, схема которой показана на рис. 2-1, э. д. с. аккумуляторной батареи $E = 37,5 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $r_0 = 0,6 \text{ Ом}$. Сопротивления потребителей: $r_1 = 2,4 \text{ Ом}$, $r_2 = 4,8 \text{ Ом}$ и $r_3 = 7,2 \text{ Ом}$.

Вычислить ток в цепи, напряжения на зажимах аккумуляторной батареи и потребителей, а также мощность источника энергии, его к. п. д. и мощности всех потребителей.

Решение задачи

1. Элементы электрической цепи. Рассматриваемая электрическая цепь содержит два вида устройств: во-первых, источник энергии — аккумулятор (активный элемент), и, во-вторых, потребители энергии — сопротивления r_1 ; r_2 ; r_3 (пассивные элементы). Кроме того, в цепь включено вспомогательное устройство (рубильник).

2. Участки электрической цепи. Рассматриваемая цепь содержит два принципиально различных участка: внутренний — источник энергии и внешний — вся остальная цепь, т. е. потребители. Однако деление на участки в отличие от деления на элементы может быть выполнено несколькими способами.

Выражение «участок» (без добавления «внутренний» или «внешний») пригодно для обозначения любой части цепи. Так, например, сопротивление r_1 образует участок $БВ$ (рис. 2-1), сопротивления r_2 и r_3 совместно — участок $ГК$ и т. д.

3. Образование неразветвленной цепи. Рассматриваемая цепь образует один электрический контур $АБВГДЖКЛА$ (рис. 2-1), т. е. она неразветвленная. Это значит, что, обходя цепь, например, по направлению движения часовой стрелки из какой-либо точки $Г$, можно вернуться к ней только по одному пути.

4. Прохождение тока. Ток во всякой электрической цепи и в любом ее участке характеризуется как величиной, так и направлением.

В неразветвленной цепи (рис. 2-1) существует и один путь для тока; от зажима «+» источника по направлению движения часовой стрелки. На этом пути ток не изменяется; поэтому он обозначен одинаково (I) на всех участках цепи.

Очевидно, что расчет рассматриваемой цепи целесообразно начать с величины тока — общей для всех участков цепи.

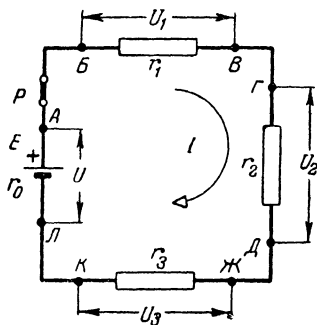


Рис. 2-1. Неразветвленная цепь с одним источником энергии и несколькими потребителями.

5. Вычисление тока. Ток в неразветвленной цепи можно вычислить по закону Ома:

$$I = \frac{E}{r_0 + r},$$

где r — сопротивление внешнего участка цепи.

Таким образом, задача сводится к определению сопротивления r , которое в нашем случае образуется тремя последовательно соединенными потребителями, поэтому $r = r_1 + r_2 + r_3 = 2,4 + 4,8 + 7,2 = 14,4 \text{ ом}$.

Сопротивление $r = 14,4 \text{ ом}$ можно включить в цепь вместо сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 (рис. 2-2) и получить одинаковую для схем (рис. 2-1 и 2-2) величину тока $I =$

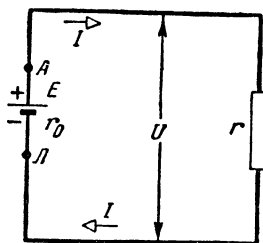


Рис. 2-2. Неразветвленная цепь с одним сопротивлением во внешнем участке.

$$= \frac{E}{r_0 + r} = \frac{37,5}{0,6 + 14,4} = 2,5 \text{ а.}$$

Равенство токов дает право пользоваться эквивалентными замещениями сопротивлений.

6. Вычисление напряжения на зажимах источника энергии. Это напряжение можно определить из той же формулы

$$I = \frac{E}{r_0 + r} \text{ или } Ir = E - Ir_0.$$

Рассмотрим каждую часть полученного равенства. Его левая часть $Ir = U = 2,5 \cdot 14,4 = 36 \text{ в}$ равна напряжению на сопротивлении r (рис. 2-2) и одновременно напряжению на зажимах A и $Л$ источника энергии. Эта же величина определяется правой частью равенства, т. е. разностью э. д. с. E и падения напряжения $Ir_0 = U_0$:

$$E - Ir_0 = 37,5 - 2,5 \cdot 0,6 = 36 \text{ в} = U.$$

Итак, напряжение на зажимах источника энергии можно выразить либо разностью э. д. с. и внутреннего падения напряжения, либо произведением тока в цепи на общее сопротивление внешнего участка.

7. Вычисление напряжений на зажимах отдельных сопротивлений. Напряжения или падения напряжения на зажимах отдельных сопротив-

лений (r_1 ; r_2 ; r_3) определяются также по закону Ома

$$U_1 = Ir_1 = 2,5 \cdot 2,4 = 6,0 \text{ в};$$

$$U_2 = Ir_2 = 2,5 \cdot 4,8 = 12,0 \text{ в};$$

$$U_3 = Ir_3 = 2,5 \cdot 7,2 = 18,0 \text{ в}.$$

Их сумма $U_1 + U_2 + U_3 = 6 + 12 + 18 = 36 \text{ в}$, т. е.

$$U_1 + U_2 + U_3 = U.$$

8. Вычисление мощности и к. п. д. Составление баланса мощностей. Источник энергии развивает мощность

$$P_{\text{и}} = EI = 37,5 \cdot 2,5 = 93,75 \text{ вт};$$

часть этой мощности

$$P_0 = U_0 I = 1,5 \cdot 2,5 = 3,75 \text{ вт}$$

затрачивается внутри источника; следовательно, последний отдает во внешнюю цепь мощность $P = P_{\text{и}} - P_0 = 93,75 - 3,75 = 90 \text{ вт}$, которая является полезной мощностью, так как используется потребителями.

Эта же мощность определяется выражением $P = UI = 36 \cdot 2,5 = 90 \text{ вт}$.

Зная мощности P и $P_{\text{и}}$, определим к. п. д. источника энергии: $\eta = \frac{P}{P_{\text{и}}} = \frac{90}{93,75} = 0,96$ или $\eta = 96\%$.

Отдаваемая источником мощность P распределяется в сопротивлениях r_1 ; r_2 и r_3 ; $P_1 = U_1 I = 6 \cdot 2,5 = 15,0 \text{ вт}$, или эта же мощность $P_1 = I^2 r = 6,25 \cdot 2,4 = 15,0 \text{ вт}$; аналогично $P_2 = I^2 r_2 = 6,25 \cdot 4,8 = 30 \text{ вт}$ и $P_3 = I^2 r_3 = 6,25 \cdot 7,2 = 45 \text{ вт}$.

Из закона сохранения энергии следует, что мощность источника равна сумме мощностей потребителей, т. е. имеет место баланс мощностей. Действительно: $P = 90 \text{ вт}$ и

$$P_1 + P_2 + P_3 = 15 + 30 + 45 = 90 \text{ вт}.$$

Условием баланса мощностей можно пользоваться при расчетах электрических цепей для проверки правильности выполненных расчетов. Поэтому полезно составлять баланс мощностей даже в тех случаях, когда по условию задачи его можно и не составлять.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Почему при расчетах не учитывались сопротивления соединительных проводов? Сопротивления соединительных проводов в этой задаче приняты настолько малыми, что ими можно пренебречь. Таких случаев на практике очень много. Так, в электрических цепях с короткими соединительными проводами (монтажные провода в приборах и аппаратах) сопротивления последних часто составляют сотые, тысячные и даже десятитысячные доли сопротивлений потребителей; для практических расчетов ими вполне можно пренебречь.

Иначе обстоит дело в цепях с длинными проводами (электрические сети, осветительная проводка и т. п.). Сопротивления таких проводов могут составлять заметную долю сопротивлений потребителей. В этом случае сопротивления проводов нужно учитывать.

2. Как изменятся напряжения на зажимах источника энергии и потребителей, если ввести последовательно в цепь (рис. 2-1) добавочное сопротивление r_4 ? Ток в цепи $I = \frac{E}{r_0 + r} =$
$$= \frac{E}{r_0 + r_1 + r_2 + r_3 + r_4}$$
 уменьшится. Соответственно умень-

шатся и падения напряжений на всех сопротивлениях, но напряжение на зажимах источника $U = E_s - Ir_0$ возрастет.

3. Как измерить ток и напряжения? Для измерения тока источника или потребителя последовательно с ним включают амперметр. В нашем случае (рис. 2-3,а) амперметр можно включить в любой участок цепи, так как цепь неразветвленная.

Для измерения напряжения между двумя какими-либо точками цепи к ним присоединяют вольтметр. На схеме (рис. 2-3,а) вольтметры присоединены к зажимам источника энергии и всех сопротивлений, так как напряжения на этих участках различны.

4. Что покажут приборы (рис. 2-3,а) при обрыве сопротивления r_2 (в режиме холостого хода)? Если, например, отсоединится сопротивление r_2 от зажима Г (рис. 2-3,б), то цепь окажется разомкнутой и во всех участках цепи тока не будет. Сопротивления вольтметров примем весьма большими

по сравнению с сопротивлениями r_1 , r_2 и r_3 , что на практике обычно обеспечивается; при этом можно пренебречь током через вольтметр V_2 (рис. 2-3,б). Таким образом амперметр покажет нуль. Соответственно напряжения $U_1 = Ir_1 = 0 \cdot r_1 = 0$, $U_3 = 0 \cdot r_3 = 0$.

А что покажут вольтметры V и V_2 ?

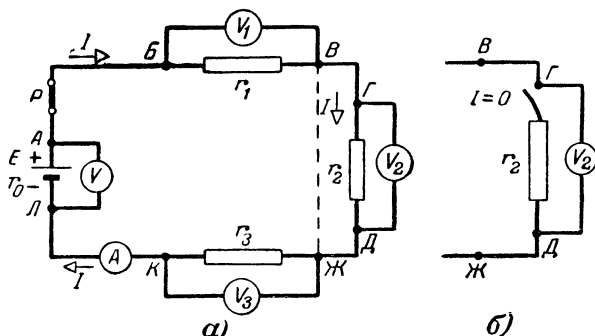


Рис. 2-3.

а — схема включения амперметров и вольтметров; б — обрыв в участке с сопротивлением.

Первый из них показывает напряжение на зажимах источника. При отсутствии тока $U = E - Ir_0 = E - 0 \cdot r_0 = E$, т. е. этот вольтметр измерит э. д. с. источника.

Второй вольтметр (V_2) показывает напряжение на разомкнутом участке, сопротивление которого $r_{ГД} = \infty$. По закону Ома $U_2 = Ir_{ГД} = 0 \cdot \infty$ (неопределенность), т. е. это выражение не дает ответа на вопрос. Поэтому воспользуемся рассмотренным выше свойством последовательного соединения: $U_1 + U_2 + U_3 = U$. Из равенства следует, что $U_2 = U - U_1 - U_3 = U - 0 - 0 = U$, т. е. вольтметр V_2 также показывает напряжение на зажимах источника, равное в данном случае э. д. с.

В этом же можно убедиться иначе. При отсутствии падений напряжений на участках $БВ$ и $КЖ$ (рис. 2-3,а) равны потенциалы $\varphi_Б = \varphi_Г$ и $\varphi_К = \varphi_Д$, а разность потенциалов $\varphi_Б - \varphi_К = \varphi_Г - \varphi_Д$ или $U = U_2$.

5. Как изменятся показания приборов (рис. 2-3,а) при замыкании зажимов $В$ и $Ж$ (в режиме короткого замыкания участ-

ка)? Этот режим может возникнуть либо при непосредственном замыкании зажимов *В* и *Ж* (рис. 2-4), либо при соединении этих зажимов проводником (пунктир на рис. 2-3,а), сопротивление которого очень мало (близко к нулю).

В результате замыкания в схеме образовались два контура (рис. 2-4): один содержит источник энергии и ток в этом контуре

$$I' = \frac{E}{r_0 + r} = \frac{E}{r_0 + r_1 + r_3} = \frac{37,5}{0,6 + 2,4 + 7,2} = 3,68 \text{ а} > I = 2,5 \text{ а},$$

второй не имеет источника энергии и, следовательно, $I''=0$. Поэтому показания вольтметров V_1 и V_3 возра-

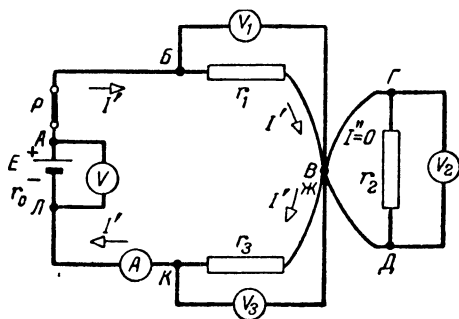


Рис. 2-4. Короткое замыкание участка цепи с сопротивлением r_2 .

стут; напряжение на замкнутом («закороченном») участке U_2 будет равно нулю, напряжение на зажимах источника $U = E - I'r_0$ уменьшится.

6. Какова надежность работы цепи (рис. 2-3), если сопротивления r_1 , r_2 , r_3 типа ПЭ (проволочные эмалированные) рассчитаны на мощность 50 вт и их номинальные величины имеют допуск $\pm 10\%$? Если все сопротивления окажутся с наименьшими возможными значениями (допуск -10%), то с точки зрения надежности установится наиболее неблагоприятный режим в цепи.

Действительно, при этом эквивалентное сопротивление цепи $r=0,9$ ($r_1+r_2+r_3$) = 12,96 ом имеет наименьшую величину из всех возможных, а ток

$$I = \frac{E}{r_0 + r} = \frac{37,5}{0,6 + 12,96} = 2,76 \text{ а}$$

и мощность в самом большом по величине сопротивлении r_3

$$P_3 = I^2 r_3 = (2,76)^2 \cdot 7,2 = 55 \text{ вт} > 50 \text{ вт}.$$

Оказывается, в сопротивлении r_3 превышен предел допустимой мощности и оно может перегореть.

7. Как сделать надежность работы всех сопротивлений цепи (рис. 2-3) одинаковой? Поскольку ток в рассматриваемой цепи имеет одно и то же значение для всех участков, то требуемое условие обеспечивается, если допустимые мощности сопротивлений пропорциональны величинам сопротивлений.

8. Где практически применяются последовательные соединения? Любая электрическая цепь с одним источником энергии представляет собой последовательное соединение источника и внешнего участка цепи. В этом смысле последовательные соединения очень распространены.

Однако потребители, образующие внешний участок цепи, редко соединяются между собой последовательно. Серьезным недостатком такого соединения потребителей является нарушение работы всех потребителей при повреждении одного из них (как это было показано для случая обрыва сопротивления r_2). Поэтому последовательное соединение потребителей применяется главным образом в тех случаях, когда напряжение источника энергии превышает номинальное (рабочее) напряжение потребителей, например, при соединении ламп в вагонах трамвая.

2-2. ЦЕПЬ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ И ПЕРЕМЕННЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ ВНЕШНЕГО УЧАСТКА

Условие задачи

Генератор постоянного тока с э. д. с. $E=230$ в и внутренним сопротивлением $r_0=0,2$ ом питает электрической энергией производственный объект, на котором установ-

лены электрические двигатели и нагревательные печи. Число работающих потребителей энергии различно в разные часы и смены. При таких условиях ток в цепи генератора изменяется в широких пределах.

Составить схему замещения цепи, определить крайние режимы нагрузки генератора, построить зависимости тока, мощности источника и приемника и к. п. д. генератора от отношения сопротивления внешнего участка цепи к внутреннему (r/r_0).

Решение задачи

1. Составление электрической схемы. Для сравнения и расчета электрических цепей составляют схемы замещения, т. е. такие электрические схемы, на которых все реальные потребители заменены их эквивалентными сопротивлениями.

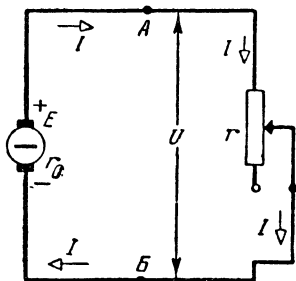


Рис. 2-5. Цепь с переменным сопротивлением, величина которого зависит от положения ползунка реостата.

К числу таких схем относится, например, схема, приведенная в предыдущей задаче (рис. 2-1), где сопротивления r_1 ; r_2 ; r_3 могут рассматриваться как эквиваленты каких-то потребителей (электрических ламп, печей и др.).

Однако в этой задаче (в отличие от предыдущей) изменяется режим работы потребителей и ток в цепи источника энергии. Как составить схему замещения в таком случае?

Реальный объект можно заменить на схеме переменным сопротивлением r (рис. 2-5), обеспечивающим изменение тока I в цепи в тех же пределах, как и в реальных условиях.

Будет ли такая замена эквивалентной?

Сопротивление считают эквивалентным, если оно потребляет столько же энергии, сколько и заменяемое им устройство (конечно, в равное время). Поскольку энергия в единицу времени (1 сек) численно равна мощности, то эквивалентное сопротивление имеет такую же мощность, как и заменяемый потребитель.

При заданных э. д. с. E и внутреннем сопротивлении

генератора r_0 напряжение на зажимах A и B (рис. 2-5) $U = E - Ir_0$ зависит только от величины тока. Поэтому достаточно установить переменным сопротивлением r (рис. 2-5) значение тока, соответствующее реальным условиям, чтобы получить величины напряжения U и мощности $P = UI$ одинаковыми для эквивалентной схемы и для производственного объекта.

Полученная схема (рис. 2-5), так же как и приведенная на рис. 2-1, неразветвленная, с одним источником энергии. Расчет цепи может быть выполнен на основании закона Ома и рассмотренных свойств последовательного соединения.

Итак, методика расчета цепи зависит от вида ее электрической схемы, с составлением которой и следует начинать решение задачи.

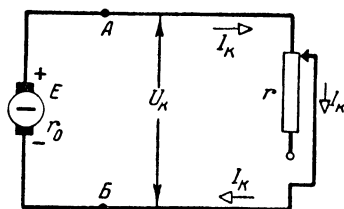


Рис. 2-6. Положение ползунка реостата в режиме короткого замыкания.

2. Режимы цепи при переменной нагрузке. В цепи с изменяющимся в широких пределах сопротивлением внешнего участка можно установить два крайних режима: холостой ход, когда $r = \infty$ (цепь разомкнута) и ток $I = 0$, напряжение $U = E$; короткое замыкание при $r = 0$ (рис. 2-6), возникающее в большинстве случаев при авариях, например, при случайном замыкании зажимов A и B .

В режиме короткого замыкания ток в цепи

$$I_k = \frac{E}{r_0}$$

и мощность, развиваемая источником, $P_{и.к} = EI_k$ достигают максимальных значений.

Так, при заданных параметрах цепи $I_k = \frac{230}{0,2} = 1150$ а, $P_{и.к} = 230 \cdot 1150 = 26,45$ кВт. Напряжение на зажимах цепи $U_k = I_k r_0 = 0$ и мощность потребителя $P_k = U_k I_k = 0$. Поэтому вся мощность источника $P_{и.к}$ рассеивается в его внутреннем сопротивлении и соединительных проводах. В результате провода могут перегреться или выйдет из строя генератор.

Оба режима, очевидно, являются крайними случаями нагрузки источника. Поэтому для практических целей интересно исследовать промежуточные режимы цепи, зависящие от соотношения сопротивлений r/r_0 . Рассмотрим эти режимы для отношений r/r_0 , изменяющихся в пределах от 0 до 10, что соответствует в наших условиях

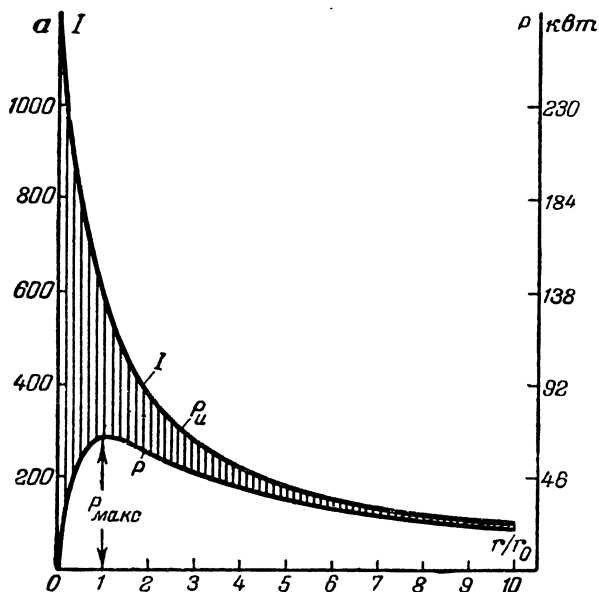


Рис. 2-7. Графики изменения тока и мощности в зависимости от отношения сопротивления внешней цепи r к внутреннему сопротивлению источника r_0 .

(при $r_0=0,2$ ом) изменению переменного сопротивления r от 0 до 2 ом.

3. Определение зависимости $I=f(r/r_0)$. В рассматриваемой цепи ток

$$I = \frac{E}{r + r_0} = \frac{E}{r_0} \frac{1}{(r/r_0) + 1} = \frac{230}{0,2(r/r_0) + 1} = 1,15 \frac{10^3}{1 + (r/r_0)}.$$

По этому уравнению на рис. 2-7 построен график тока по точкам, вычисленным для нескольких значений r/r_0 или r (табл. 2-1).

Определение зависимости $P_n=f(r/r_0)$. Поскольку мощность, развиваемая источником, пропорцио-

Таблица 2-1

r/r_0	0	0,5	1	2	3	5	10
$r, \text{ ом}$	0	0,1	0,2	0,4	0,6	1,0	2,0
$I, \text{ а}$	1 150	766	575	383	287,5	191,5	104,5

нальна току $P_{\text{н}} = EI = 230I$, то построенная кривая тока в другом масштабе по оси ординат изображает график мощности. Масштаб мощности показан на рис. 2-7 справа (ось P).

Итак, в рассматриваемых условиях мощность источника и ток в цепи изменяются по одному и тому же закону.

5. Определение зависимости $P = f(r/r_0)$. Имея в табл. 2-1 величины тока I и сопротивления r , вычисляем мощность потребителя $P = I^2 r$ (табл. 2-2) и по полученным значениям строим график P (рис. 2-7).

Таблица 2-2

r/r_0	0	0,5	1	2	3	5	10
$P, \text{ квт}$	0	58,7	66,12	58,7	49,5	36,7	21,9

Оказывается, что режим наибольшей мощности $P_{\text{макс}}$ во внешней цепи (рис. 2-7) получается при $r = r_0$ (более строго это положение доказано в дополнительном вопросе 4 к этой задаче).

6. Определение к. п. д.

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{н}}} = \frac{I^2 r}{I^2 (r + r_0)} = \frac{r}{(r + r_0)} = \frac{1}{1 + \frac{r_0}{r}}.$$

Вычислим к. п. д. для характерных режимов:

$$\text{при } r = 0 \quad \eta = \frac{0}{0 + r_0} = 0;$$

$$\text{при } r = r_0 \quad \eta = \frac{r_0}{r_0 + r_0} = 0,5 \text{ или } 50\%;$$

$$\text{при } r = \infty \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{r_0}{\infty}} = 1 \text{ или } 100\%.$$

Из полученных результатов следуют два вывода. Во-первых, с увеличением отношения r/r_0 возрастает к. п. д., который достигает максимального значения (100%) теоретически в режиме холостого хода. При этом, однако, никакой полезной работы не производится, так как и мощность потребителя, и мощность источника равны нулю.

Во-вторых, при $r=r_0$ к. п. д. составляет только 50%, поэтому, хотя источник отдает во внешнюю цепь наибольшую мощность, такая же мощность теряется во внутреннем сопротивлении.

Дополнительные вопросы к задаче

1. В каких случаях выбирают режим максимальной мощности и в каких режим максимальной к. п. д.? Для цепей малой мощности (например, менее 10 Вт), где некоторая потеря энергии не существенна, часто выбирают $r=(1\div 3)r_0$, обеспечивая режим, близкий к максимальной мощности в сопротивлении потребителя r . При этом к. п. д. равен 50—75%.

Для цепей средней и большой мощности нельзя допустить низкий к. п. д. и большую потерю энергии. В таких цепях выбирают $r=(10\text{—}20)r_0$ и более, обеспечивая высокий к. п. д. (более 95%), хотя при этом отдаваемая потребителю мощность в несколько раз меньше максимальной.

2. Может ли источник работать в режиме $r_0 \gg r$? В задаче рассматривался типичный генератор, широко применяемый в энергетике и промышленности, у которого $r_0 \ll r$, а поэтому напряжение на его зажимах в практических режимах работы почти не зависит от величины тока. Такой источник называют источником напряжения.

В некоторых областях техники (электронике, радиотехнике, приборостроении) применяются источники с большими внутренними сопротивлениями. Цепи с этими источниками нередко работают в режиме, при котором $r_0 \gg r$ и ток

$$I = \frac{E}{r_0 + r} \approx \frac{E}{r_0}$$

практически не зависят от величины сопротивления внешнего участка r . Такие источники называют источниками тока.

Очевидно, что в источниках напряжения изменение режима цепи при переменном r удобно фиксировать по показаниям амперметра, а в источниках тока по показаниям вольтметра, так как в первом случае ток, а во втором случае напряжение изменяются в широких пределах.

3. Что означают отрезки между кривыми $P_{\text{и}}$ и P на рис. 2-7? Очевидно, что эти отрезки или разности ординат кривых P и $P_{\text{и}}$ выражают мощность потерь на внутреннем сопротивлении источника. С увеличением отношения r/r_0 длина отрезков и соответственно мощность потерь уменьшается, что еще раз подтверждает рост к. п. д. с увеличением сопротивления r .

4. Как аналитически найти условие получения наибольшей мощности во внешней цепи? В нашем случае значение $P_{\text{макс}}$ (рис. 2-7) можно определить, если составить уравнение зависимости $P(r)$ и приравнять нулю первую производную этой зависимости $dP/dr=0$:

$$P = I^2 r = \left(\frac{E}{r + r_0} \right)^2 r = E^2 \frac{r}{(r + r_0)^2},$$

$$\frac{dP}{dr} = E^2 \frac{(r + r_0)^2 - r \cdot 2(r + r_0)}{(r + r_0)^4} = E^2 \frac{r_0 - r}{(r + r_0)^3} = 0,$$

откуда $r_0 - r = 0$, или $r = r_0$.

2-3. ЦЕПЬ С НЕСКОЛЬКИМИ Э. Д. С. ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ В РЕЖИМАХ «ГЕНЕРАТОРА» И «ПОТРЕБИТЕЛЯ»

Условие задачи

Автомобильная (стартерная) аккумуляторная батарея бст-80 [6 элементов, емкость 80 ампер-часов ($a \cdot ч$)] с внутренним сопротивлением $r_{02} = 0,008 \text{ ом}$ и э. д. с. $E_2 = 10,55 \text{ в}$ (в разряженном состоянии) заряжается от генератора постоянного тока с внутренним сопротивлением $r_{01} = 0,15 \text{ ом}$ и напряжением $U_1 = 36 \text{ в}$ при токе в цепи $I = 8 \text{ а}$ (рис. 2-8).

Определить режимы источников энергии и сопротивление реостата r в начале и в конце зарядки аккумуляторной батареи, если при окончании зарядки э. д. с. одного элемента батареи $E_{02} = 2,7 \text{ в}$. Для проверки решения задачи составить баланс мощностей.

Решение задачи

1. Применение метода наложения к вычислению тока. Этот метод широко распространен в электротехнике и уже дважды применялся (§ 1-2 и

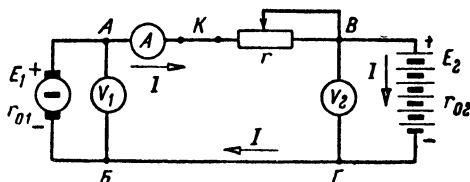


Рис. 2-8. Схема зарядки аккумуляторной батареи.

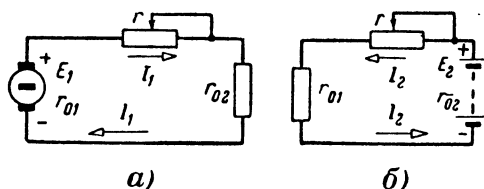


Рис. 2-9. Схема цепи по рис. 2-8 после исключения э. д. с. E_2 (рис. 2-9,а) или E_1 (рис. 2-9,б).

1-4), чтобы свести новую более сложную задачу к более простой и ранее изученной.

По методу наложения ток в цепи можно определить как алгебраическую сумму токов, созданных каждым источником в отдельности.

Как это сделать?

Оставим вначале в схеме только одну э. д. с., например E_1 (рис. 2-9,а) и найдем создаваемый ею ток

$$I_1 = \frac{E_1}{\Sigma r},$$

где Σr — сумма сопротивлений цепи, т. е. в нашем случае $\Sigma r = r_{01} + r + r_{02}$. Затем оставим в схеме только вторую э. д. с. E_2 (рис. 2-9,б) и определим ток $I_2 = \frac{E_2}{\Sigma r}$.

Токи I_1 и I_2 (рис. 2-9,а,б) иногда называются частичными токами, так как они составляют части тока I (рис. 2-8), создаваемого одновременным действием двух

э. д. с. Поскольку частичные токи I_1 и I_2 направлены навстречу друг другу, то фактический ток в заданной цепи

$$I = I_1 - I_2 = \frac{E_1 - E_2}{\Sigma r}.$$

Итак, в неразветвленной цепи с несколькими источниками ток равен отношению алгебраической суммы э. д. с. к полному сопротивлению цепи.

2. Режимы источников. Если э. д. с. источника имеет одинаковое направление с током (в нашем случае э. д. с. E_1), то такой источник называют согласно включенным, или работающим «в режиме генератора». Напряжение на зажимах такого источника (рис. 2-8, между точками A и B) $U_1 = E_1 - Ir_{01}$, откуда в наших условиях $E_1 = U_1 + Ir_{01} = 36 + 8 \cdot 0,15 = 37,2$ в.

Если э. д. с. источника направлена противоположно току (в нашем случае э. д. с. E_2), то такой источник называется встречно включенным. Этот источник уменьшает ток в цепи (фактический ток I меньше частичного тока I_1) и находится «в режиме приемника энергии». Напряжение на зажимах такого источника (рис. 2-8, между точками B и Γ) $U_2 = E_2 + Ir_{02}$. Для заданной аккумуляторной батареи в начале зарядки напряжение $U_{2, \text{нач}} = 10,55 + 8 \cdot 0,008 = 10,61$ в, а в конце зарядки напряжение $U_{2, \text{кон}} = E_{02n} + Ir_{02} = 2,7 \cdot 6 + 8 \cdot 0,008 = 16,26$ в.

Итак, у источника в режиме генератора напряжение на зажимах меньше э. д. с., а в режиме приемника — больше э. д. с. на величину внутреннего падения напряжения.

3. Вычисление сопротивления реостата. Как выше было показано, ток в цепи $I = \frac{E_1 - E_2}{\Sigma r}$, откуда $\Sigma r = \frac{E_1 - E_2}{I}$. В начале зарядки необходимо сопротивление

$$\Sigma r = \frac{37,2 - 10,55}{8} = 3,33 \text{ ом},$$

или

$$r = \Sigma r - (r_{01} + r_{02}) = 3,33 - 0,158 = 3,17 \text{ ом}.$$

Аналогично в конце зарядки

$$\Sigma r = \frac{37,2 - 16,26}{8} = 2,62 \text{ ом},$$

или

$$r = \Sigma r - (r_{01} + r_{02}) = 2,62 - 0,158 = 2,46 \text{ ом.}$$

Таким образом, для поддержания постоянства тока в цепи рис. 2-8 (к такому режиму обычно стремятся при зарядке аккумуляторных батарей) необходимо в процессе зарядки изменять величину сопротивления r реостата от 3,17 ом до 2,46 ом.

4. Составление баланса мощностей. Мощность, отдаваемая генератором, например, в начале зарядки $P_1 = U_1 \cdot I = 36 \cdot 8 = 288 \text{ вт}$, равна мощности всех потребителей в этом же режиме

$$\Sigma P = P_r + P_2 = I^2 r + U_2 I = 8^2 \cdot 3,17 + 10,61 \cdot 8 = 288 \text{ вт.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как изменятся (увеличатся или уменьшатся) показания вольтметров V_1 и V_2 при размыкании ключа K (рис. 2-8)? В этом случае тока в цепи не будет, оба источника окажутся в режиме холостого хода и вольтметры V_1 и V_2 соответственно покажут величины э. д. с. E_1 и E_2 . Поскольку первый источник работает в режиме генератора ($E_1 > U_1$), а второй в режиме приемника ($E_2 < U_2$), то показания первого вольтметра возрастут, а второго уменьшатся.

2. Каким эквивалентным потребителем можно заменить аккумуляторную батарею? Поскольку аккумуляторная батарея работает в режиме приемника, то ее можно заменить эквивалентным сопротивлением

$$r_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{U_2 I}{I^2} = \frac{U_2}{I},$$

или в начале зарядки

$$r_{2, \text{нач}} = \frac{U_{2, \text{нач}}}{I} = \frac{10,61}{8} = 1,33 \text{ ом.}$$

Эти 1,33 ом не внутреннее сопротивление (электролита) аккумулятора, а эквивалентное сопротивление, заменяющее аккумулятор как потребитель энергии. Очевидно, что $r_{2, \text{нач}}$ является эквивалентным сопротивлением для определенного режима работы аккумуляторной батареи, а именно: для начала зарядки.

3. Возможен ли в рассматриваемой цепи (рис. 2-8) режим генератора для аккумуляторной батареи? Если уменьшить э. д. с. E_1 генератора постоянного тока так, чтобы выполнялось неравенство $E_1 < E_2$, то ток I (рис. 2-8) изменит направление на обратное и аккумуляторная батарея перейдет в режим разрядки (режим генератора). При этом генератор перейдет в режим двигателя (режим потребителя).

4. Как определить ток в неразветвленной цепи при большом числе источников энергии (рис. 2-10)?

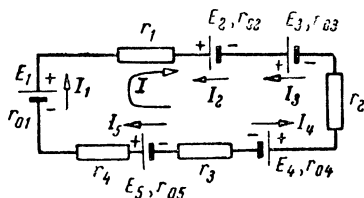


Рис. 2-10. Направления частичных токов в схеме с несколькими э. д. с.

Для этого надо определить сумму э. д. с., действующих в одном направлении (по направлению движения часовой стрелки) $E_1 + E_5$ и создающих частичные токи I_1 и I_5 одного направления. Затем определить сумму э. д. с., действующих в обратном направлении $E_2 + E_3 + E_4$ и создающих частичные токи I_2 , I_3 и I_4 .

Если окажется $E_1 + E_5 > E_2 + E_3 + E_4$, то направление фактического тока I в цепи будет совпадать с направлением суммарной э. д. с. $E_1 + E_5$ (такой случай выбран на рис. 2-10). При обратном соотношении суммарной э. д. с. ток будет иметь обратное направление.

Поскольку каждый частичный ток ($I_1 + I_5$ на рис. 2-10) равен отношению соответствующей э. д. с. к полному сопротивлению цепи, то фактический ток в цепи (рис. 2-10)

$$I = \frac{(E_1 + E_5) - (E_2 + E_3 + E_4)}{\Sigma r}.$$

5. Могут ли несколько источников энергии, включенных в одну цепь, работать в режимах генератора и приемника? В цепи (рис. 2-10) при условии $E_1 + E_5 > E_2 + E_3 + E_4$ два источника (E_1 и E_5) работают в режиме генератора и остальные три источника — в режиме приемника.

6. Почему для зарядки аккумуляторов желательно выбрать источник с внутренним сопротивлением во много раз большим эквивалентного сопротивления аккумулятора? Если внутреннее сопротивление генератора во много раз больше сопротивления присоединенной к нему внешней цепи (в данном случае эквивалентного сопротивления заряжающегося аккумулятора), то генератор работает в режиме источника тока (§ 2-2, дополнительный вопрос 2). Такой режим обеспечивает постоянство тока в цепи (не нужно его регулировать) в процессе зарядки аккумулятора.

Для зарядки аккумуляторов часто применяют выпрямители (преобразуют переменный ток в постоянный), у которых сравнительно большое внутреннее сопротивление. Эти устройства удобны еще и тем, что питаются от сети переменного тока, которая имеется практически повсеместно.

2-4. ПОТЕНЦИАЛЫ ТОЧЕК ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГРАММА

Условие задачи

В электрической цепи (рис. 2-11) $E_1=9$ в, $E_2=E_3=3$ в, $E_4=15$ в, $r_1=28$ ом, $r_2=7,5$ ом, $r_3=20$ ом, $r_{01}=$

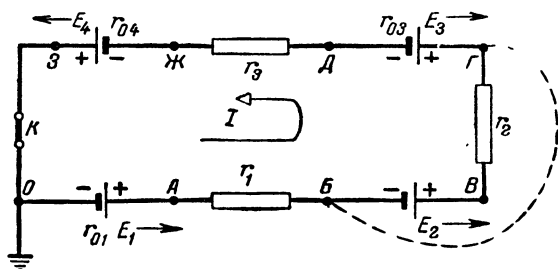


Рис. 2-11. Неразветвленная цепь с несколькими источниками энергии.

$=r_{04}=2$ ом и $r_{03}=0,5$ ом. Внутренним сопротивлением второго источника можно пренебречь.

Вычислить потенциалы всех точек, обозначенных на схеме, напряжение между точками Б и Д, построить потенциальную диаграмму.

Решение задачи

1. Вычисление тока. В неразветвленной цепи с несколькими э. д. с., как было показано (§ 2-3), ток равен отношению алгебраической суммы всех э. д. с. к сумме всех сопротивлений цепи. В рассматриваемой схеме три э. д. с. (E_1 , E_2 и E_4) действуют в одном направлении (против направления движения часовой стрелки) и их сумма $E' = E_1 + E_2 + E_4 = 9 + 3 + 15 = 27$ в. Оставшаяся э. д. с. E_3 (рис. 2-11) действует по направлению движения часовой стрелки, т. е. навстречу суммарной э. д. с. E' . Поскольку $E' > E_3$, то ток

$$I = \frac{E' - E_3}{\Sigma r} = \frac{27 - 3}{2 + 28 + 7,5 + 0,5 + 20 + 2} = 0,4 \text{ а}$$

совпадает с направлением э. д. с. E' , т. е. направлен навстречу движению часовой стрелки (рис. 2-11).

2. Вычисление потенциалов точек электрической цепи. При расчете электрических цепей, как правило, удобно считать, что в цепи есть точка с потенциалом, равным нулю, например, точка O на рис. 2-11. Такую точку иногда присоединяют к заземляющему установочному проводу или к корпусу прибора и обозначают, как показано на рис. 2-11. Тогда потенциал точки A равен напряжению между точками A и O или разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_0 = U_{AO} = E_1 - Ir_{01} = 9 - 0,4 \cdot 2 = 8,2$ в (источник с э. д. с. E_1 работает в режиме генератора).

Итак, потенциал какой-либо точки (A) цепи равен напряжению U_{AO} между этой точкой (A) и другой (O), для которой потенциал принят равным нулю.

Поэтому для определения потенциалов других точек цепи (B , V и т. д.) нужно вычислить напряжения между этими точками и точкой O и принять их в качестве потенциалов (φ_B ; φ_V и т. д.) этих точек. Такой путь хотя и бесспорно правильный, но довольно длинный.

Проще для определения, например, потенциала φ_B воспользоваться уже вычисленным потенциалом $\varphi_A = 8,2$ в и известным напряжением на зажимах участка AB . Действительно, потенциал точки B меньше потенциала точки A на величину падения напряжения в сопротивлении r_1 :

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = Ir_1,$$

так как ток в сопротивлении направлен от точки большего потенциала к точке меньшего потенциала. Отсюда $\varphi_B = \varphi_A - U_{AB} = \varphi_A - Ir_1 = 8,2 - 0,4 \cdot 28 = -3$ в.

Зная потенциал $\varphi_B = -3$ в, вычислим теперь потенциал следующей точки φ_B . Так как источник с э. д. с. E_2 не имеет внутреннего сопротивления, то потенциал его зажима «плюс» всегда (при любом токе) больше потенциала зажима «минус» на величину э. д. с. E_2 или равного ему напряжения $U_{BB} = 3$ в. Поэтому $\varphi_B = \varphi_B + U_{BB} = -3 + 3 = 0$.

Для участка $B\Gamma$

$$\varphi_B - \varphi_\Gamma = U_{B\Gamma} = Ir_2$$

или

$$\varphi_\Gamma = \varphi_B - Ir_2 = 0 - 0,4 \cdot 7,5 = -3$$
 в.

На участке ΓD потенциал точки D меньше потенциала точки Γ по двум причинам: из-за падения напряжения на внутреннем сопротивлении (движемся по направлению тока) и из-за того, что точка D является зажимом «минус» источника, а точка Γ — зажимом «плюс»:

$$\varphi_D = \varphi_\Gamma - Ir_{03} - E_3 = -3 - 0,4 \cdot 0,5 - 3 = -6,2$$
 в.

Для участка $DЖ$

$$\varphi_D - \varphi_Ж = U_{ДЖ} = Ir_3 = 0,4 \cdot 20 = 8$$
 в,

откуда

$$\varphi_Ж = \varphi_D - 8 = -6,2 - 8 = -14,2$$
 в.

На участке $ЖЗ$ при переходе от точки $Ж$ к точке O потенциал возрастает на величину э. д. с. E_4 , так как мы переходим от зажима «минус» к зажиму «плюс» источника, и убывает на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении Ir_{04} , так как мы движемся по направлению тока:

$$\varphi_3 = \varphi_O = \varphi_Ж + E_4 - Ir_{04} = -14,2 + 15 - 0,4 \cdot 2 = 0.$$

Потенциал точки O вычислен с целью проверки.

Если бы мы обходили цепь в обратном направлении, т. е. двигались против направления тока в цепи, то на

всех внешних и внутренних сопротивлениях потенциалы увеличивались бы на величину падения напряжения.

3. Построение потенциальной диаграммы. По полученным значениям потенциалов различных точек цепи построим потенциальную диаграмму (рис. 2-12).

По оси x или r откладываются величины сопротивлений всех участков (r_{01} ; r_1 ; r_2 ; r_{03} ; r_3 и r_{04}). Они располо-

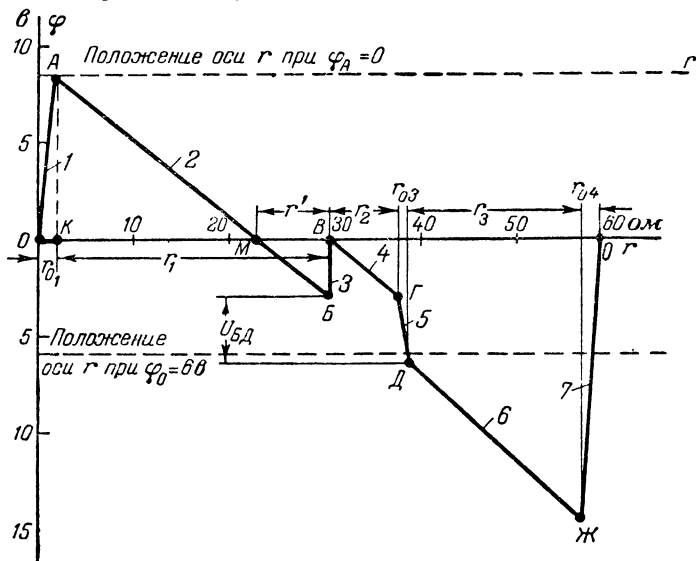


Рис. 2-12. Потенциальная диаграмма цепи по рис. 2-11 при обходе ее против направления движения часовой стрелки.

жены одно за другим в той же последовательности, как и в рассмотренной цепи (рис. 2-11). Участок цепи BB (рис. 2-11), сопротивление которого $r_{02}=0$, изображается на оси r (рис. 2-12) точкой. Так как ось r представляет собой как бы «линейную развертку» сопротивлений замкнутого контура, то в начале и в конце на оси r оказывается одна и та же точка O .

По оси y или φ отложены величины потенциалов точек с учетом их знака: положительные потенциалы вверх, а отрицательные вниз от оси r .

Рассмотрим построение диаграммы для нескольких участков цепи. Так, например, для участка OA были по-

лучены потенциалы крайних точек $\varphi_0=0$ и $\varphi_A=8,2$ в. Это означает, что на участке AO (рис. 2-11) потенциал возрастает от 0 до 8,2 в, что изображено линией 1 на рис. 2-12.

Аналогичным образом на участке AB (рис. 2-11) потенциал, изменяющийся от $\varphi_A=8,2$ в до $\varphi_B=-3$ в, изображается прямой 2 на рис. 2-12.

На участке BB , где $r_{02}=0$, линия потенциала 3 параллельна оси φ . Так же построены отрезки 4, 5, 6 и 7, изображающие изменение потенциала на остальных участках цепи.

Рассматривая рис. 2-12, можно сделать следующие выводы:

а) потенциальная диаграмма неразветвленной цепи (замкнутого контура) имеет вид замкнутой фигуры (включая и отрезок оси φ или горизонтальную прямую, соединяющую одну и ту же точку O , которая на диаграмме изображена дважды);

б) на участках с сопротивлениями происходит плавное изменение потенциала, изображаемое (в неразветвленной цепи) параллельными линиями (рис. 2-12, отрезки 2, 4, 6), так как напряжения (разности потенциалов) на последовательно соединенных сопротивлениях прямо пропорциональны величинам сопротивлений (ток один и тот же);

в) на участках с источниками происходит быстрое изменение потенциала и линии потенциала имеют большую крутизну; когда внутреннее сопротивление не учитывается, линия потенциала параллельна оси φ .

4. Вычисление напряжения $U_{БД}$. Имея потенциальную диаграмму или величины потенциалов точек цепи, легко определить напряжение между заданными точками. Так, например, $U_{БД}=\varphi_B-\varphi_D=-3-(-6,2)=-3,2$ в. Это же напряжение можно определить графически, как показано на диаграмме (рис. 2-12).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как повлияет на вид потенциальной диаграммы выбор другой точки с нулевым потенциалом? Разности потенциалов (напряжения) на участках цепи не изменятся, так как определяются только величинами э. д. с., сопротивлений и тока

(не зависят от выбора точки нулевого потенциала). Действительно, если принять $\varphi_A=0$ (рис. 2-11), что равносильно перемещению оси r в точку A (рис. 2-12, пунктир), то потенциалы всех точек уменьшатся на $\varphi_A=8,2$ в, а разности потенциалов останутся прежними. Итак, вы-

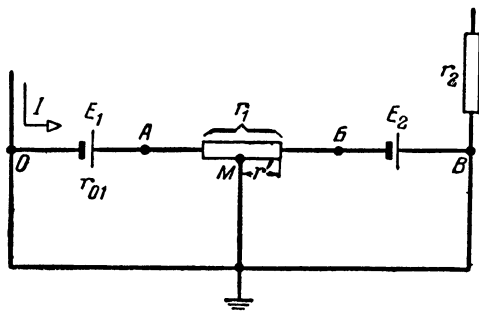


Рис. 2-13. Заземление нескольких точек с нулевым потенциалом.

бор другой точки нулевого потенциала приводит к перемещению оси r .

2. Можно ли выбрать потенциал, равный нулю (заземлить), одновременно у нескольких точек цепи? В общем случае потенциал только одной точки можно выбрать любым, в частности, равным нулю (заземлить).

В нашем случае можно заземлить, не нарушая режима цепи, еще две точки: B и M (рис. 2-13), так как потенциалы этих точек равны нулю (рис. 2-12), т. е. между ними отсутствует напряжение, а следовательно, и не будет тока в проводах, соединяющих точки B , M и O .

3. Как в рассматриваемой цепи найти точку M (рис. 2-13)? Из подобия треугольников AKM и BVM (рис. 2-12) следует, что

$$\frac{r_1 - r'}{r'} = \frac{\varphi_A}{|\varphi_B|} = \frac{8,2}{3},$$

откуда $11,2r' = 3r_1$. Подставляя значение $r_1 = 28$ ом, получаем, что $r' = 7,5$ ом, т. е. точка M удалена от правого зажима B сопротивления r_1 на расстояние, соответствующее сопротивлению $7,5$ ом.

4. Какие еще точки рассматриваемой цепи можно соединить, не нарушая режима цепи? Если точки с одинаковыми потенциалами, например $\varphi_B = \varphi_\Gamma = -3$ в, соединить проводником (рис. 2-11, пункт), то никаких изменений в режиме работы цепи не произойдет, так как в проводнике $БГ$ тока не будет.

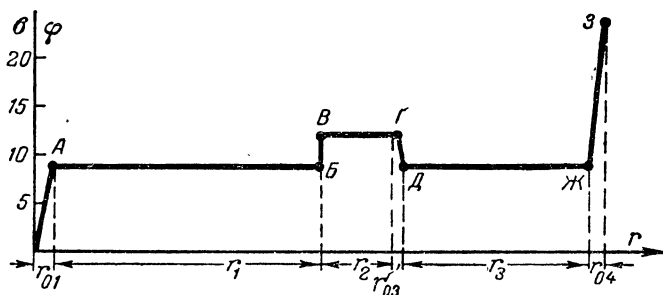


Рис. 2-14. Потенциальная диаграмма разомкнутой цепи.

5. Какой вид примет потенциальная диаграмма при разомкнутом ключе K ? При разомкнутом ключе K (рис. 2-11) ток $I=0$. Принимая по-прежнему $\varphi_O=0$, получаем $\varphi_A = \varphi_O + E_1 - Ir_{01} = E_1 = 9$ в, далее: $\varphi_B = \varphi_A - U_{AB} = \varphi_A - Ir_1 = 9 - 0 \cdot r_1 = 9$ в, $\varphi_B = \varphi_B + E_2 = 9 + 3 = 12$ в, $\varphi_\Gamma = \varphi_B - U_{БГ} = 12$ в, $\varphi_\Gamma = \varphi_\Gamma - E_3 - Ir_{03} = 12 - 3 = 9$ в, $\varphi_\text{Ж} = \varphi_\Gamma = 9$ в, $\varphi_\text{З} = \varphi_\text{Ж} + E_4 - Ir_{04} = 9 + 15 = 24$ в.

По этим данным построена потенциальная диаграмма (рис. 2-14), из которой видно, что изменение потенциала в разомкнутой цепи происходит только там, где включены источники.

6. Как вычислить потенциалы точек незамкнутого участка цепи $ОП$, включенного между точкой O и заземляющим проводом (рис. 2-15)? Если к точке O рассматриваемой цепи присоединены последовательно соединенные сопротивление $r_4 = 10$ ом и источник без внутреннего сопротивления с э. д. с. $E_5 = 6$ в (рис. 2-15), то, принимая $\varphi_\text{Д} = 0$ и учитывая, что в участке $ОП$ тока нет, получаем $\varphi_\text{Н} = E_5 = 6$ в и $\varphi_O = \varphi_\text{Н} = 6$ в.

При расчете потенциалов замкнутого контура $ОАВВГДЖЗО$ следует считать $\varphi_0 = 6$ в вместо нуля. В остальном порядок расчета ничем не отличается от рассмотренного в задаче. Потенциалы всех точек увеличатся на 6 в и на рис. 2-12 ось r опустится.

7. Изменится ли потенциальная диаграмма при другом направлении обхода контура? Примем в нашей задаче направление обхода контура по часовой стрелке, сохранив $\varphi_0 = 0$.

Очевидно, что величины потенциалов всех точек цепи останутся прежними. Однако участки цепи будут располагаться в обратном порядке: вначале r_{04} , затем r_3 , r_{02} и т. д. Поэтому диаграм-



Рис. 2-15. Схема замкнутой цепи, к которой присоединен незамкнутый участок ОП.

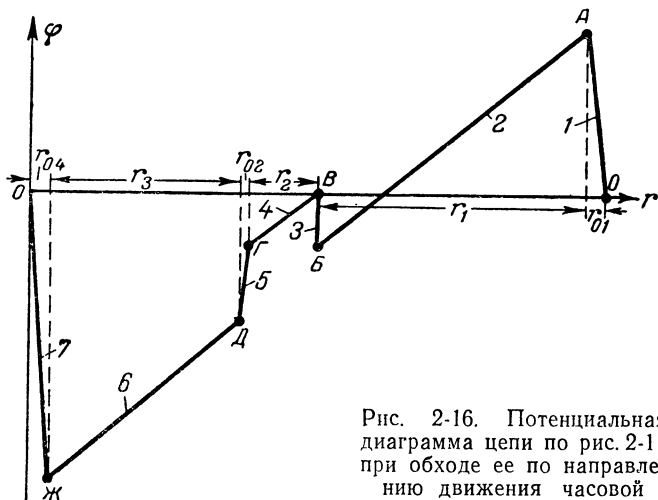


Рис. 2-16. Потенциальная диаграмма цепи по рис. 2-11 при обходе ее по направлению движения часовой стрелки.

ма для этого случая (рис. 2-16) представляет собой зеркальное отображение диаграммы рис. 2-12 относительно оси φ .

2-5. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩАЯ ЗАДАННОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГРАММЕ

Условие задачи

В электротехнической практике часто встречаются устройства, в которых требуется обеспечить изменение потенциалов в определенных пределах или по заданному закону. К числу таких устройств относится, например, широко распространенный (в телевизорах, радиоаппаратуре и др.) «амплитудный ограничитель», назначение которого состоит в том, чтобы обеспечить на выходе (зажимы B и $Г$, рис. 2-17,а) напряжение $U_{\text{вых}}$, ограниченное заданными предельными («пороговыми») значениями (U_1 и U_2 на рис. 2-17,в).

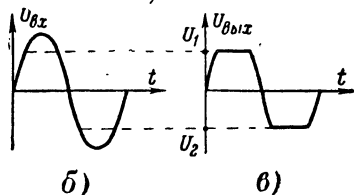


Рис. 2-17.

а — схема амплитудного ограничителя; б — форма сигнала на входе; в — форма сигнала на выходе.

На вход ограничителя (зажимы A и B , рис. 2-17,а) подводится напряжение любой формы и, в частности, синусоидальной (рис. 2-17,б).

В одном из типов ограничителей для регулировки пороговых напряжений U_1 и U_2 (рис. 2-17,в) необходимо изменять потенциал катода K (рис. 2-18) одного из диодов в пределах от 0 до 5 в и потенциал анода A (рис. 2-18) другого диода от 0 до —5 в. В качестве точки нулевого потенциала принимается металлический корпус прибора.

Требуется составить неразветвленную электрическую цепь, которая обеспечит питание анода и катода диодов такого ограничителя.

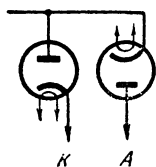


Рис. 2-18. Участок схемы амплитудного ограничителя.

Решение задачи

Для составления схемы цепи нужно иметь потенциальную диаграмму. С ее построения и начнем.

На одном электроде (точка K , рис. 2-18) потенциал должен изменяться в области положительных значений

(от 0 до 5 в), а на другом электроде (точка А, рис. 2-18) в области отрицательных значений (от 0 до — 5 в) относительно корпуса прибора. Поэтому, принимая потенциал общей точки (корпус прибора) равным нулю (точка О на рис. 2-19), получим участки ОБ и ОВ диаграммы.

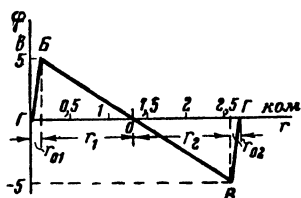


Рис. 2-19. Потенциальная диаграмма по условию задачи § 2-5.

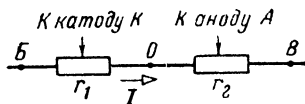


Рис. 2-20. Участок цепи, обеспечивающий изменение (на ползунках реостатов) величин потенциала.

Эти участки располагаются на одной прямой линии, так как по условию задачи питание обеспечивается неразветвленной цепью. Эта цепь изображена на рис. 2-20. Изменение (регулирование) потенциалов катода и анода проще всего сделать при помощи переменных сопротивлений с отводами-ползунками (рис. 2-20).

В цепь питания катода и анода (рис. 2-20) надо еще включить источники энергии с э. д. с. E и внутренним сопротивлением r_0 , которые обеспечат заданную разность потенциалов $\varphi_Б - \varphi_В = 5 - (-5) = 10$ в между крайними точками цепи питания. В результате имеем электрическую цепь (рис. 2-21), обеспечивающую заданное распределение потенциалов (рис. 2-19).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как вычислить параметры цепи (рис. 2-21)? Для этого нужны еще дополнительные данные, кроме указанных в условии задачи. Так, для рассматриваемой схемы ограничителя важно, чтобы сопротивления r_1 и r_2 (рис. 2-21) не превышали внутренние сопротивления диодов, равные, например, по 500 ом.

Принимая $r_1 = r_2 = 500$ ом и учитывая, что падение напряжения на каждом из сопротивлений r_1 и r_2 составляет 5 в, определим ток в цепи $I = \frac{5}{500} = 0,01$ а = 10 ма.

Напряжения на зажимах каждого источника, как это ясно из потенциальной диаграммы (рис. 2-19), равно 5 в.

Для определения э. д. с. источников нужно еще знать (кроме тока и напряжений) внутренние сопротивления r_{01} и r_{02} . Пусть, например, $r_{01}=r_{02}=100$ ом. При этих дан-

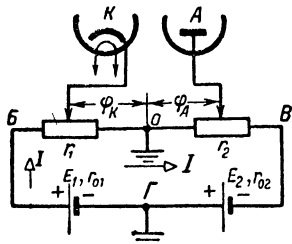


Рис. 2-21. Электрическая цепь, обеспечивающая регулировку потенциалов (ϕ_A и ϕ_K) в соответствии с потенциальной диаграммой (рис. 2-19).

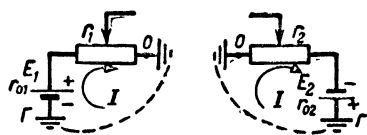


Рис. 2-22. К дополнительному вопросу 2, § 2-5.

ных э. д. с. $E_1=E_2=U+Ir_0=5+0,01 \cdot 100=6$ в.

2. Как используют «заземленные» точки при монтаже прибора? В нашем случае точки O и Γ (рис. 2-21), как равнопотенциальные (рис. 2-19) можно заземлить (§ 2-4, дополнительный вопрос 2) и упростить монтаж прибора, используя его металлический корпус вместо некоторых соединительных проводов. Например, зажимы «+» источника E_2 и «—» источника E_1 , а также соответствующие зажимы сопротивлений r_1 и r_2 можно присоединить к металлическому корпусу (рис. 2-22) и исключить два соединительных провода.

3. Как проходит ток в цепи (рис. 2-21)? В представленном варианте (рис. 2-21) очевидно, что цепь состоит из двух контуров, в каждом из которых проходит один и тот же ток I . Точки O и Γ каждого контура замыкаются металлическим корпусом прибора, по которому проходит ток. Очевидно, что оба контура независимы и одна цепь (рис. 2-21) может быть заменена двумя самостоятельными цепями (рис. 2-22).

2-6. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 2-1

25. Источник с э. д. с. $E=60$ в и внутренним сопротивлением $r_0=0,2$ ом включен последовательно с четырьмя сопротивлениями: $r_1=1$ ом; $r_2=r_3=4$ ом и $r_4=0,8$ ом.

Составить электрическую схему и определить ток в цепи, падения напряжения на всех сопротивлениях, напряжение на зажимах источника, а также мощности, развиваемую и отдаваемую источником, и мощности всех потребителей.

26. В электрической цепи (рис. 2-23) определить r_x , если $E=12$ в; $r_1=1,6$ ом; $r_2=1,8$ ом, а ток в цепи $I=3$ а. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

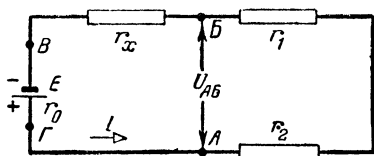


Рис. 2-23. К задаче 26.

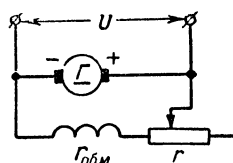


Рис. 2-24. К задаче 27.

27. Определить наибольшее и наименьшее значения переменного сопротивления r (рис. 2-24), при помощи которого регулируется ток от 1 до 1,8 а в обмотке возбуждения генератора, если сопротивление обмотки 50 ом и напряжение на зажимах $U=110$ в.

28. Одна из n электрических лампочек (рис. 2-25) перегорела и все лампочки погасли. Лампы имеют баллоны из матового стекла, сквозь которые нити лампочек не видны. Как обнаружить перегоревшую лампу при помощи вольтметра?

29. Как отыскать перегоревшую лампочку предыдущей задачи при условии, что нет электроизмерительных приборов?

30. Определить величины трех последовательно соединенных сопротивлений — r_1 , r_2 и r_3 , если напряжение на зажимах цепи $U=120$ в, мощность, выделяемая в первом сопротивлении, $P_1=48$ вт и $r_1:r_2:r_3=2:3:5$.

31. Выбрать допустимые мощности для трех последовательно соединенных сопротивлений (10 ом, 15 ом и 20 ом), обеспечив 1,5-кратный запас надежности, если напряжение на зажимах первого сопротивления 2,5 в.

32. Определить напряжение U_{BB} на зажимах сопротивления r_x (рис. 2-23) и величину сопротивления r_x , если $E=50,4$ в; $U_{AB}=24$ в и $r_0=2$ ом, а ток в цепи $I=1,2$ а.

33. В электрической цепи (рис. 2-26) $U=120$ в, $U_{AB}=75$ в, $r_1=9$ ом и $r_2=r_3$. Определить падения напряжения U_1 , U_2 и U_3 , а также сопротивление r_2 .

34. При разомкнутом ключе K (рис. 2-27) амперметр показывает 5 а, а при замкнутом 50 а (ток короткого замыкания). Определить отношение внутреннего сопротивления источника r_0 к сопротивлению нагрузки r_n .

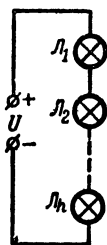


Рис. 2-25. К задаче 28.

35. В электрической цепи (рис. 2-28) при замкнутом ключе K вольтметр показывает 18 в, а при разомкнутом 56 в. Определить внутреннее сопротивление источника, если $r_1=54 \text{ ом}$, $r_2=18 \text{ ом}$, $r_3=36 \text{ ом}$.

36. В электрической цепи (рис. 2-29, а) $U_{AB}=28 \text{ в}$. После переноса источника из участка $BГ$ в участок $ДЖ$ (рис 2-29,б) ока-

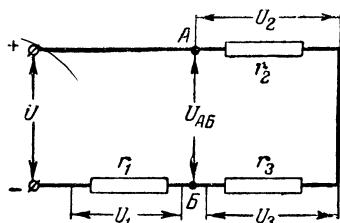


Рис. 2-26. К задаче 33.

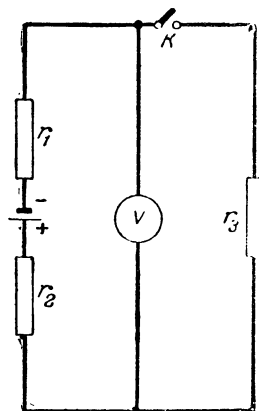


Рис. 2-28. К задаче 35.

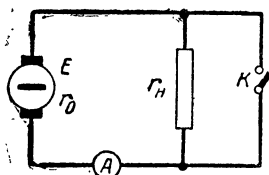


Рис. 2-27. К задаче 34.

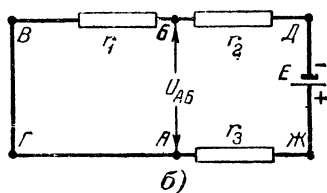
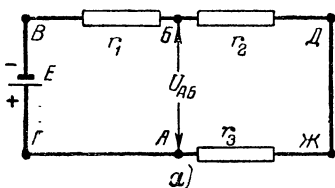


Рис. 2-29. К задаче 36.

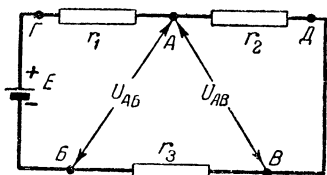


Рис. 2-30. К задаче 37.

залось, что напряжение $U_{AB}=8 \text{ в}$. Определить э. д. с. источника, считая его внутреннее сопротивление равным нулю.

37. Определить ток в цепи и э. д. с. E (рис. 2-30), если $U_{AB}=36 \text{ в}$, $r_1=6 \text{ ом}$, $r_2=12 \text{ ом}$, а после переноса источника из участка $ГБ$ в участок $ДВ$ напряжение $U_{AB}=24 \text{ в}$. Принять $r_0=0$.

Задачи к § 2-2

38. В лаборатории электротехники на общем щите, от которого подводится электроэнергия ко всем рабочим столам, установлены амперметр, измеряющий общий ток всей цепи, и вольтметр, измеряющий напряжение на зажимах цепи. По мере включения питания на рабочих столах учащимися амперметр показывал: 1,5 а; 4 а; 6 а; 7,5 а; 10 а; 12 а. Показания вольтметра изменялись незначительно и можно принять $U=120$ в.

Вычислить эквивалентное сопротивление r всех потребителей лаборатории для указанных значений тока, составить схему замещения цепи, построить графики зависимостей тока и мощности всех потребителей от эквивалентного сопротивления внешней цепи. Полученные графики сравнить с показанными на рис. 2-7 и объяснить, в каких режимах (по отношениям r/r_0) находится рассматриваемая цепь.

39. Для передачи на расстояние показаний манометра (дистанционное измерение давления) применяется реостатный датчик в виде обычного реостата, у которого перемещение подвижного контакта изменяет введенное в цепь сопротивление (рис. 2-31). На

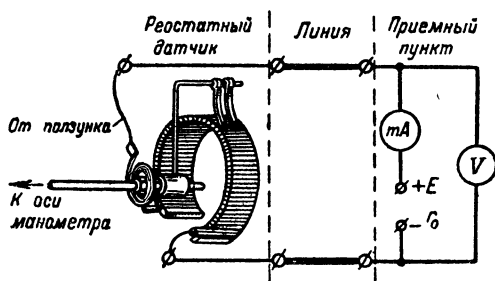


Рис. 2-31. К задаче 39.

приемном пункте фиксируют показания миллиамперметра. В рассматриваемом датчике изменение сопротивления на один градус поворота ползунка составляет 0,625 ом. Стрелка манометра перемещается от 64° до 190° относительно нуля шкалы (нулевые положения ползунка датчика и стрелки манометра совпадают).

Построить графики зависимостей тока в цепи I , мощностей источника $P_{\text{и}}$ и внешней цепи P , к. п. д. η от сопротивления внешней цепи, если э. д. с. источника энергии $E=60$ в и внутреннее сопротивление $r_0=200$ ом. Сопротивлением проводов линии пренебречь.

Полученные графики сравнить с показанными на рис. 2-7 и объяснить, в каких режимах (по отношениям r/r_0) работает рассматриваемая цепь.

40. При дистанционных измерениях давления при помощи схемы рис. 2-31 использовался реостатный датчик, описанный в предыдущей задаче. На приемном пункте (рис. 2-31) показания фиксировались по вольтметру. Э. д. с. источника $E=180$ в. Определить внутреннее сопротивление источника энергии, при котором показав

ния вольтметра воспроизводят показания манометра с точностью до 5% в пределах угла поворота оси датчика от 30° до 160° (шкала манометра равномерная). Вычислить перекрытие (отношение предельных значений) для угла поворота оси датчика и для показаний вольтметра.

41. Генератор с э. д. с. $E=220$ в по двухпроводной линии питает электрической энергией сеть освещения рабочего поселка. В течение суток ток в линии изменяется в пределах 20—200 а. Сопротивление проводов линии равно 0,1 ом. Составить схему замещения цепи и вычислить эквивалентное сопротивление потребителя r для значений тока 20, 50, 100 и 200 а. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

42. Для предыдущей задачи вычислить напряжение U и мощность P потребителя при указанных значениях тока, построить графики зависимостей этих величин от тока.

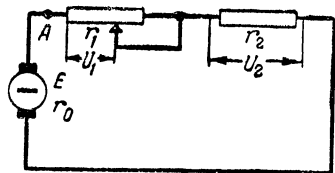


Рис. 2-32. К задаче 44.

43. В условиях задачи 41 построить графики зависимости тока I и мощности потребителя P от отношения сопротивления потребителя r к сопротивлению линии $r_{л}$, т. е. $I=f(r/r_{л})$ и $P=f(r/r_{л})$.

44. Для плавной регулировки напряжения в электрическую цепь цепи равен 50%. Определить э. д. с. источника, питающего эту цепь, стата и его ползунком (U_1) изменяется в пределах от 0 до 15 в. Если реостат выведен (ползунок находится в положении А), напряжение $U_2=20$ в. Определить r_1 и r_2 при $E=24$ в и $r_0=100$ ом.

45. Номинальное напряжение потребителя, сопротивление которого $r=10$ ом и мощность $P=1$ кВт, получается при последовательном включении с ним гасящего сопротивления r_1 . При этом к. п. д. цепи равен 50%. Определить э. д. с. источника, питающего эту цепь, если его внутренним сопротивлением можно пренебречь.

46. Как следует изменить сопротивление r_1 в цепи предыдущей задачи, чтобы к. п. д. достиг 80%.

Задачи к § 2-3, 2-4

47. Аккумуляторная батарея из 60 элементов емкостью 360 а·ч заряжается в течение 8 ч от генератора постоянного тока напряжением 220 в.

Определить ток зарядки и пределы изменения сопротивления реостата, обеспечивающего постоянство тока зарядки, если э. д. с. каждого элемента в начале зарядки равна 1,8 в, а в конце 2,7 в.

Внутренним сопротивлением аккумуляторов пренебречь.

48. К выпрямителю с внутренним сопротивлением 4 ом, напряжением на зажимах $U=60$ в (при токе 5 а) при-

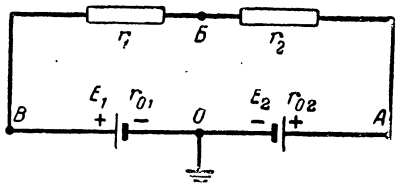


Рис. 2-33. К задаче 49.

соединена через реостат аккумуляторная батарея. Ток в начале и в конце зарядки равен соответственно 5 а и 2 а, а сопротивление реостата — 4,8 ом и 9,0 ом.

Вычислить напряжение на зажимах аккумуляторной батареи и составить баланс мощностей для режимов начала и конца зарядки.

49. В электрической цепи (рис. 2-33) определить ток и напряжения на участках, а также мощности источников и потребителей; со-

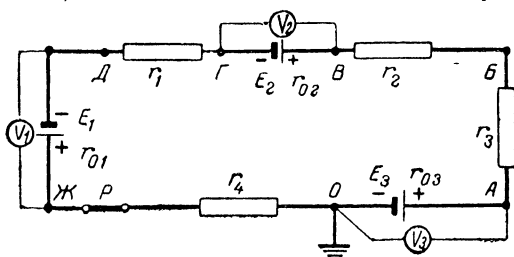


Рис. 2-34. К задаче 52.

ставить баланс мощностей. Дано: $E_1=48$ в; $E_2=24$ в; $r_1=10$ ом; $r_2=28$ ом; $r_{01}=r_{02}=1$ ом.

Определить режим работы источников.

50. В условиях предыдущей задачи определить э. д. с. и внутреннее сопротивление одного (эквивалентного) источника питания, который обеспечит такой же ток в цепи.

51. Построить потенциальную диаграмму для цепи, рассмотренной в задаче 49.

52. Как изменятся (увеличатся или уменьшатся) показания вольтметров (рис. 2-34) при размыкании рубильника P , если $E_1=24$ в, $E_2=60$ в, $E_3=12$ в.

53. В схеме по рис. 2-34 вычислить потенциалы всех обозначенных точек и построить потенциальные диаграммы для двух случаев обхода контура (по направлению движения часовой стрелки и в обратном направлении), если $E_1=-E_2=12$ в, $E_3=30$ в, $r_1=r_2=9$ ом, $r_{01}=2$ ом, $r_{02}=r_{03}=0$, $r_3=r_4=20$ ом, рубильник P замкнут (как показано на схеме).

54. Вычислить потенциалы всех обозначенных на схеме точек и построить потенциальную диаграмму для цепи, рассмотренной в предыдущей задаче, при разомкнутом рубильнике P .

55. Для цепи (рис. 2-35) построить потенциальную диаграмму, если $E_1=E_3=90$ в, $E_2=120$ в, $r_1=r_2=r_5=15$ ом, $r_3=r_4=7,5$ ом, $r_{01}=r_{02}=1,25$ ом, $r_{03}=0$.

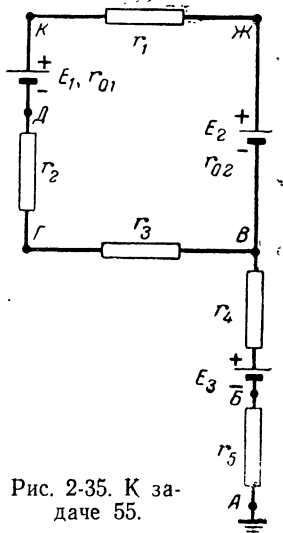


Рис. 2-35. К задаче 55.

Определить напряжения $U_{ЖГ}$ (между точками Ж и Г) и $U_{КБ}$ (между точками К и Б) и показать их отрезками на потенциальной диаграмме.

56. Для цепи (рис. 2-36) дано: $E_1=12$ в; $E_2=30$ в; $r_1=120$ ом; $r_2=60$ ом; $r_{01}=r_{02}=0$.

Вычислить сопротивление участка ОМ реостата r_1 и потенциал точки О, если напряжение между точками О и Н равно 22 в. Указать полярность зажимов А и Б вольтметра.

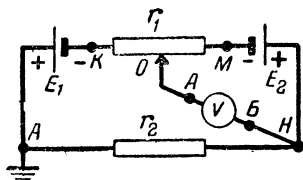


Рис. 2-36. К задаче 56.

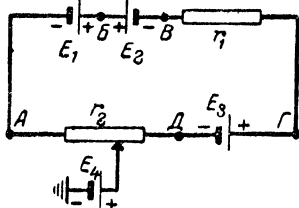


Рис. 2-38. К задаче 58.

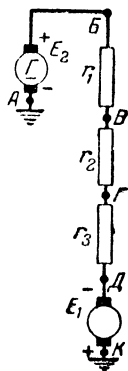


Рис. 2-37. К задаче 57.

57. Найти еще одну точку (третью) в цепи (рис. 2-37), которую можно заземлить, не изменив потенциалы всех точек цепи. Вычислить сопротивление участка цепи между найденной точкой и точкой Г, если $E_1=180$ в; $E_2=135$ в; $r_3=2$ ком; $r_1=r_2=500$ ом.

58. Влияет ли положение ползунка реостата r_2 (рис. 2-38) на величины потенциалов всех точек цепи, если $E_1=12$ в; $E_2=4$ в; $E_3=8$ в.

Задачи к § 2-5

59. По потенциальной диаграмме, приведенной на рис. 2-39, составить схему неразветвленной электрической цепи.

60. Неразветвленная цепь имеет потенциальную диаграмму, приведенную на рис. 2-40. Составить схему электрической цепи, вы-

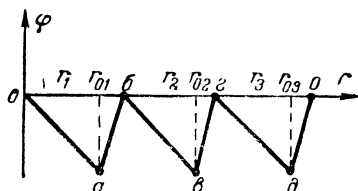


Рис. 2-39. К задаче 59.

числить э. д. с. источников энергии и значения всех сопротивлений.

61. Участок электрической цепи имеет потенциальную диаграмму, приведенную на рис. 2-41. Составить электрическую схему участка цепи.

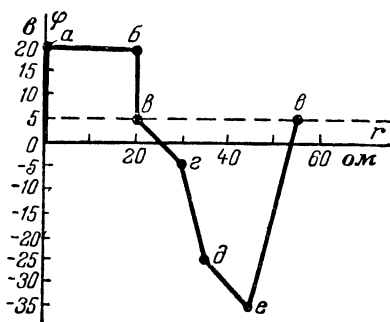


Рис. 2-40. К задаче 60.

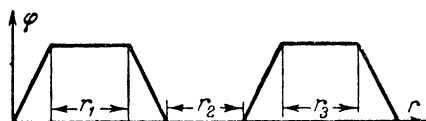


Рис. 2-41. К задаче 61.

2-7. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 2

25. 6 а; 1,2 в; 6 в; 24 в; 24 в; 4,8 в; 58,8 в; 360 вт; 352,8 вт; 36 вт; 144 вт; 144 вт; 28,8 вт.

26. 0,6 ом.

27. 60 ом; 11,2 ом.

28. На зажимах перегоревшей лампы вольтметр покажет напряжение U , а на остальных нуль.

29. Замыкать проводником поочередно каждую лампочку до загорания всех остальных.

30. 12 ом; 18 ом; 30 ом.

31. 0,94 вт (1 вт); 1,4 (1,5 вт); 1,87 вт (2,0 вт).

32. 24 в; 20 ом.

33. 45 в; 37,5 в; 37,5 в; 7,5 ом.

34. $r_0 : r_H = 1 : 9$.

35. 4 ом.

36. 36 в.

37. 48 в, 2 а.

38.

r , ом	80	30	20	16	12	10
P , вт	180	480	720	900	1 200	1 440

Режимы $r \gg r_0$, так как при $U \approx \text{пост.}$ величине надо считать $r_0 \approx 0$.
39.

α , град	64	95	130	160	190
r , ом	40	59,4	81,3	100	119
I , а	0,250	0,236	0,2135	0,2	0,188
P , вт	2,5	2,3	3,7	4	4,2
$P_{\text{н}}$, вт	15	14,2	12,8	12	11,3
η , %	16,7	23,2	28,9	33,3	35,7

Режимы $r < r_0$.

40. 1500 ом; $\frac{\alpha_{\text{макс}}}{\alpha_{\text{мин}}} = 5,33$;

$\frac{U_{\text{макс}}}{U_{\text{мин}}} = \frac{11,2}{2,22} = 5,05$.

41.

I , а	20	50	100	150	200
r , ом	10,9	4,3	2,1	1,37	1,0

42.

I , а	20	50	100	150	200
U , в	218	215	210	205	200
P , квт	4,36	10,75	21,0	30,75	40,0

43. Использовать два предыдущих ответа.

44. 1000 ом; 500 ом.

45. 200 в.

46. Уменьшить на 7,5 ом.

47. 45 а; 2,45 ом — 1,29 ом.

48. 36 в; 54 в; 400=180+220 (вт); 160=108+52 (вт).

49. 0,6 а; 24,6 в; 16,8 в; 6 в; 47,4 в; 14,76 вт; 10,08 вт; 3,6 вт; 28,8 вт; E_1 — источник; E_2 — потребитель.

50. 24 в; 2 ом.

51. $\varphi_A = 24,6$ в; $\varphi_B = 47,4$ в; $\varphi_{\text{Б}} = 41,4$ в.

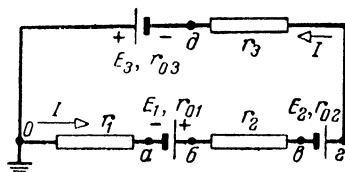
52. U_2 увеличится, U_1 и U_3 уменьшатся.

53. $\varphi_A = 30$ в; $\varphi_B = 20$ в; $\varphi_{\text{В}} = 15,5$ в; $\varphi_{\text{Г}} = 3,5$ в; $\varphi_{\text{Д}} = -1,0$ в; $\varphi_{\text{Ж}} = 10$ в.

54. $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_{\text{В}} = 30$ в; $\varphi_{\text{Г}} = \varphi_{\text{Д}} = 18$ в; $\varphi_{\text{Ж}} = 30$ в.

55. $\varphi_B = 0$; $\varphi_B = 90$ в; $\varphi_I = 96$ в; $\varphi_D = 107$ в; $\varphi_K = 198$ в; $\varphi_{JK} = 209$ в; 113 в; 198 в,
 56. 80 ом; $\varphi_0 = -16$ в.
 57. На сопротивлении r_3 ; 240 ом.
 58. Не влияет.
 59. См. рис. 2-42.

Рис. 2-42. Ответ к задаче 59.



60. См. рис. 2-43.

61. См. рис. 2-44.

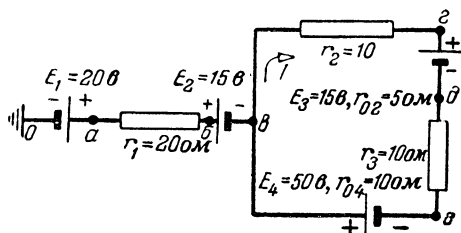


Рис. 2-43. Ответ к задаче 60.

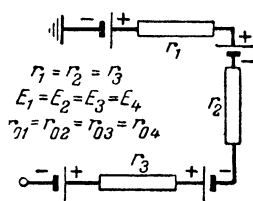


Рис. 2-44. Ответ к задаче 61.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

3-1. ЦЕПЬ С ДВУМЯ УЗЛАМИ. ПОЛНЫЙ РАСЧЕТ ЦЕПИ

Условие задачи

В цепи (рис. 3-1) известны: $E = 120$ в; $r_0 = 2$ ом; $r_1 = 6$ ом; $r_2 = 12$ ом; $r_3 = 100$ ом; $r_4 = 150$ ом.

Вычислить токи во всех участках цепи, напряжения на зажимах потребителей и источника, а также мощность источника и мощности всех потребителей.

Решение задачи

1. Токи цепи. Во всех участках неразветвленной части цепи, образуемой источником и двумя последовательно соединенными сопротивлениями r_1 и r_2 , ток имеет одно значение $I_{1,2}$ (рис. 3-1). Этот ток разветвляется в узловой точке A на два тока: I_3 и I_4 . Последние сум-

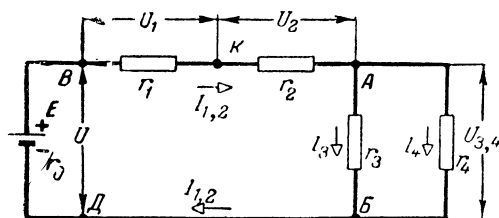


Рис. 3-1. Разветвленная цепь с двумя узлами.

мируются в узловой точке B и образуют вновь общий ток $I_{1,2}$.

Очевидно, по первому правилу (закону) Кирхгофа $I_{1,2} = I_3 + I_4$, что справедливо как для узла A , так и для узла B .

2. Распределение напряжений. Имеется ли аналогия в распределении напряжений и токов? Оказывается, нет. Действительно, в неразветвленной части цепи, где проходит один и тот же ток $I_{1,2}$, можно обнаружить несколько напряжений: U — на зажимах источника, питающего цепь, U_1 и U_2 — падения напряжения на сопротивлениях r_1 и r_2 .

В разветвленной части цепи сопротивления r_3 и r_4 , как параллельно соединенные, находятся под одним и тем же напряжением $U_{3,4}$, хотя токи в них разные I_3 и I_4 .

Напряжение $U_{3,4} = U_{AB}$ часто называют узловым, поскольку оно действует между двумя узлами (в нашем случае A и B).

3. Вычисление общего сопротивления цепи — упрощение схемы. Заменяя отдельные участки схемы с последовательными и параллельными соединениями сопротивлений их общими сопротивлениями, удастся упростить или, как говорят, «свернуть» схему.

К чему мы должны стремиться, упрощая схему? Наша цель — *получить простую неразветвленную цепь, расчет которой уже известен.*

Для этого заменим сопротивления r_3 и r_4 их общим сопротивлением

$$r_{3,4} = \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60 \text{ ом.}$$

После такой замены (рис. 3-2) получается простая неразветвленная цепь.

4. Вычисление токов и напряжений. В какой последовательности ведется вычисление токов?

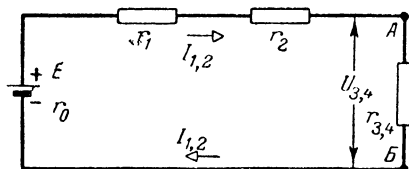


Рис. 3-2. Упрощенная схема цепи.

Прежде всего определяем ток в упрощенной схеме (рис. 3-2)

$$I_{1,2} = \frac{E}{r_0 + r_1 + r_2 + r_{3,4}} = \frac{120}{2 + 6 + 12 + 60} = 1,5 \text{ а,}$$

а затем переходим к исходной схеме (рис. 3-1), для которой, как было показано,

$$I_3 + I_4 = I_{1,2} \text{ или } I_3 + I_4 = 1,5 \text{ а.} \quad (3-1)$$

С другой стороны, в параллельных ветвях токи обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей или

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{r_4}{r_3} = \frac{150}{100} = 1,5,$$

откуда

$$I_3 = 1,5 I_4. \quad (3-2)$$

Заменив в уравнении (3-1) ток I_3 его значением из (3-2), получим $1,5 I_4 + I_4 = 1,5$ или $I_4 = \frac{1,5}{2,5} = 0,6 \text{ а,}$ а $I_3 = 1,5 \cdot I_4 = 1,5 \cdot 0,6 = 0,9 \text{ а.}$

Определим падения напряжений на всех участках (рис. 3-1):

$$U_1 = I_{1,2} r_1 = 1,5 \cdot 6 = 9 \text{ в}; U_2 = I_{1,2} r_2 = 1,5 \cdot 12 = 18 \text{ в};$$

внутреннее падение напряжения

$$U_0 = I_{1,2} r_0 = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ в}.$$

Напряжение на зажимах источника $U = E - U_0 = 120 - 3 = 117 \text{ в}$.

Итак, расчет токов и напряжений проводим путем постепенного перехода от упрощенной схемы к заданной.

Как проверить, правильно ли сделаны вычисления токов и напряжений?

Для этого можно воспользоваться законами Кирхгофа.

Полученные значения токов удовлетворяют требованиям первого закона Кирхгофа, так как $I_3 + I_4 = 0,6 + 0,9 = 1,5 \text{ а} = I_{1,2}$. Сделаем проверку по второму закону Кирхгофа, согласно которому в замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма э. д. с. (ΣE) равна алгебраической сумме падений напряжений на всех сопротивлениях ($\Sigma I r = \Sigma U$).

В нашем случае сумма э. д. с. равна $E = 120 \text{ в}$, поскольку в цепи действует только один источник. Сумма падений напряжений $U_0 + U_1 + U_2 + U_{3,4} = 3 + 9 + 18 + 90 = 120 \text{ в}$. Итак, действительно $\Sigma E = \Sigma U$.

5. Вычисление мощности. Мощность, развиваемая источником $P_{\text{и}} = E \cdot I_{1,2} = 120 \cdot 1,5 = 180 \text{ вт}$. Потеря мощности во внутреннем сопротивлении $P_0 = (I_{1,2})^2 r_0 = (1,5)^2 \cdot 2 = 4,5 \text{ вт}$. Следовательно, источник отдает во внешнюю цепь мощность $P = P_{\text{и}} - P_0 = 180 - 4,5 = 175,5 \text{ вт}$. Можно иначе вычислить эту мощность: $P = U I_{1,2} = 117 \cdot 1,5 = 175,5 \text{ вт}$. С другой стороны,

$$P = (I_{1,2})^2 r_1 + (I_{1,2})^2 r_2 + (I_{1,2})^2 r_{3,4} = (I_{1,2})^2 (r_1 + r_2 + r_{3,4}) = (1,5)^2 (6 + 12 + 60) = 175,5 \text{ вт}.$$

Как проверить, правильно ли сделан расчет цепи?

Для этого следует составить баланс мощностей. Действительно, мощность, отдаваемая источником, $P_{\text{и}} - P_0 = 175,5 \text{ вт}$ и мощность потребителей $P = 175,5 \text{ вт}$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определяется напряжение между узлами разветвленного участка цепи? Ответ на этот вопрос рассмотрим на примере расчета узлового напряжения $U_{3,4}$. В упрощенной схеме (рис. 3-2) $U_{3,4} = I_{1,2} r_{3,4} = 1,5 \cdot 60 = 90$ в и в исходной схеме (рис. 3-1)

$$U_{3,4} = I_3 r_3 = 0,9 \cdot 100 = 90 \text{ в} \text{ или } U_{3,4} = I_4 r_4 = 0,6 \cdot 150 = 90 \text{ в}.$$

Итак, напряжение между узлами разветвленного участка определяется либо как произведение тока ветви на сопротивление ветви, либо как произведение общего тока цепи на общее сопротивление разветвленного участка.

2. Как определить напряжение $U_{3,4}$ при помощи второго закона Кирхгофа? Прежде всего вспомним правило знаков при составлении уравнений по второму закону Кирхгофа. Э. д. с. записывается со знаком плюс, если выбранное направление обхода контура совпадает с ее направлением. Падение напряжения на сопротивлении записывается со знаком плюс, если направление тока в рассматриваемом сопротивлении совпадает с направлением обхода контура.

В соответствии с этими правилами для контура ВКАБДВ при его обходе по направлению движения часовой стрелки имеем:

$$E = I_{1,2}(r_0 + r_1 + r_2 + r_{3,4}) = U_0 + U_1 + U_2 + U_{3,4}.$$

Обходя этот же контур в обратном направлении (против направления движения часовой стрелки), получаем:

$$-E = -U_0 - U_1 - U_2 - U_{3,4}.$$

Оба уравнения тождественны. Из полученного уравнения

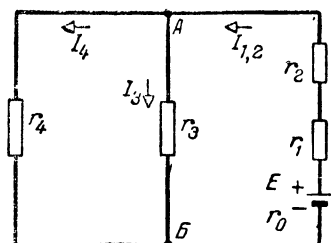
$$U_{3,4} = E - U_0 - U_1 - U_2 = 120 - 3 - 9 - 18 = 90 \text{ в}.$$

Естественно, что получился уже известный результат.

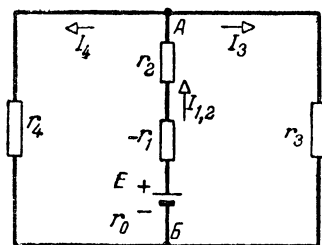
Итак, при помощи второго закона Кирхгофа легко определить напряжение на любом участке замкнутого

контура электрической цепи, если известны напряжения на других участках.

3. Может ли источник находиться во внутренней ветви схемы? Рассмотренная в задаче цепь может иметь различные схемные изображения.



а)



б)

Рис. 3-3. Различные схемные начертания одной и той же цепи.

Так, на рис. 3-1 неразветвленный участок с источником располагается слева, на рис. 3-3,а справа и на рис. 3-3,б в середине. По существу это различные схемные начертания для одной и той же цепи, поэтому приведенный расчет пригоден для любой из схем.

Иногда вызывает затруднения расчет цепи при рас-

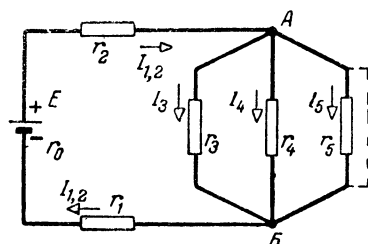


Рис. 3-4. Три параллельно включенных потребителя в цепи с двумя узлами.

положении источника во внутренней ветви схемы (рис. 3-3,б), так как не сразу замечают, что сопротивления r_3 и r_4 присоединены к одним и тем же узловым точкам А и Б, т. е. включены параллельно, и могут быть заменены одним сопротивлением $r_{3,4}$, после чего схема принимает вид, показанный на рис. 3-2.

Итак, расчет цепи с источником во внутренней ветви ничем не отличается от расчета цепи с источником в крайней ветви.

4. Как определить токи в цепи с большим числом параллельно включенных потребителей? Для ответа на этот вопрос вычислим токи I_3 , I_4 , I_5 (рис. 3-4) трех параллельно включенных

потребителей с сопротивлениями $r_3=30 \text{ ом}$, $r_4=20 \text{ ом}$ и $r_5=12 \text{ ом}$, если ток $I_{1,2}=10 \text{ а}$ (пунктир на рис. 3-4 не учитывать).

Для параллельного соединения общая проводимость

$$g_{AB} = \frac{1}{r_{AB}} = g_3 + g_4 + g_5 = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} = \\ = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} = \frac{2+3+5}{60} = \frac{1}{6} \text{ сим и } r_{AB} = 6 \text{ ом.}$$

Далее определяем напряжение между узловыми точками и токи:

$$U_{AB} = I_{1,2} r_{AB} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ в; } I_3 = \frac{U_{AB}}{r_3} = \frac{60}{30} = 2 \text{ а;}$$

$$I_4 = \frac{U_{AB}}{r_4} = \frac{60}{20} = 3 \text{ а; } I_5 = \frac{U_{AB}}{r_5} = \frac{60}{12} = 5 \text{ а.}$$

Проверим по первому закону Кирхгофа

$$I_3 + I_4 + I_5 = 2 + 3 + 5 = 10 \text{ а} = I_{1,2}.$$

Метод определения узлового напряжения для расчета токов ветвей дает быстрое решение задачи и его преимущества возрастают с увеличением числа параллельных ветвей.

Иногда при определении общего сопротивления участка из трех и более параллельных ветвей неправильно применяется формула для двух параллельных сопротивлений

$r_{об} = \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4}$, в которую ошибочно добавляют один сомножитель в числитель и одно слагаемое в знаменатель. В действительности же из формулы $\frac{1}{r_{об}} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5}$ следует, что

$$\frac{1}{r_{об}} = \frac{r_4 r_5 + r_5 r_3 + r_3 r_4}{r_3 r_4 r_5}$$

или

$$r_{об} = \frac{r_3 r_4 r_5}{r_3 r_4 + r_4 r_5 + r_5 r_3},$$

но

$$r_{об} \neq \frac{r_3 r_4 r_5}{r_3 + r_4 + r_5}.$$

5. Как повлияет на величины токов и напряжений в цепи (рис. 3-4) короткое замыкание зажимов сопротивления r_5 ? Такой режим может возникнуть, например, в результате ошибки при монтаже (проложен лишний провод, соединяющий зажимы сопротивления r_5 , как это показано на рис. 3-4 пунктиром) либо при повреждении сопротивления r_5 и др.

При коротком замыкании сопротивления r_5 или вообще коротком замыкании между узловыми точками A и B (рис. 3-4) сопротивление одной ветви (r_5) можно принять равным нулю, а поэтому и общее сопротивление между точками A и B (см. предыдущий вопрос): $r_{AB} = 0$.

К такому же выводу можно прийти, если учесть, что общее сопротивление параллельного соединения (r_{AB}) меньше наименьшего из подключенных сопротивлений (а одно из них $r_5 = 0$).

В результате и напряжение между точками A и B (рис. 3-4) $U_{AB} = I_{1,2} r_{AB} = 0$, общее сопротивление всей цепи (рис. 3-4) уменьшилось, ток $I_{1,2}$ возрос, напряжение на зажимах источника $U = E - I_{1,2} r_0$ уменьшилось, токи I_3 и I_4 равны нулю, так как в параллельно соединенных сопротивлениях общий ток распределяется обратно пропорционально сопротивлению ветвей, т. е. практически весь ток $I_{1,2}$ пройдет через ветвь, сопротивление которой принято равным нулю.

6. Какое повреждение могло случиться в цепи (рис. 3-1), если измерения показали, что напряжения U_1 и U_2 меньше нормы, а U и $U_{3,4}$ больше нормы? Внезапное увеличение напряжения на зажимах источника энергии $U = E - I_{1,2} r_0$ позволяет сделать предположение (наиболее вероятное) об уменьшении тока $I_{1,2}$. Доказательность этого предположения возрастет, если учесть, что напряжения $U_1 = I_{1,2} r_1$ и $U_2 = I_{1,2} r_2$ также уменьшились (по данным измерений). Но общий ток $I_{1,2}$ уменьшается при увеличении общего сопротивления цепи и такое увеличение могло случиться на участке цепи, где возросло напряжение.

По данным измерений увеличилось напряжение $U_{3,4}$. Следовательно, можно предположить увеличение общего сопротивления параллельного соединения r_3 и r_4 , что могло произойти, например, при отпайке одного из со-

противлений от зажима A или B (рис. 3-1), или в результате внутреннего повреждения сопротивления (обрыва в одном из сопротивлений).

Таковы наиболее вероятные неисправности.

7. Какие неисправности можно предположить в цепи (рис. 3-1), если измерения показали: $U_1=U$; $U_2=0$; $U_{3,4}=0$? Напряжения на участках KA и AB (рис. 3-1) могут отсутствовать, если каждый из этих участков, либо оба вместе, замкнуты накоротко (например, соединены точки K и B , рис. 3-1). В рассматриваемых условиях возможно и другое допущение: обрыв цепи между точками B и K (рис. 3-1) и, как следствие, отсутствие тока $I_{1,2}$ и равенство напряжений $U=U_1$ (§ 2-1, доп. вопрос 4).

Особый интерес представляет возможная взаимосвязь повреждений. Так, в нашем случае случайное замыкание участка KB (рис. 3-1) приведет к значительному увеличению тока $I_{1,2}$ и мощности $P_1=I_{1,2}^2 r_1$ в сопротивлении r_1 . При этом возможен перегрев сопротивления r_1 и его перегорание (обрыв). Такие повреждения встречаются в практических условиях.

Итак, при анализе неисправностей электрической цепи следует учитывать возможность их взаимосвязи, т. е. одно повреждение может вызвать другое.

3-2. ЦЕПЬ С НЕСКОЛЬКИМИ УЗЛАМИ. СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМЫ И РАСЧЕТ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ

Условие задачи

Для питания цепей сеток и катодов электронных ламп прибора необходимо иметь напряжения $U_1=25$ в, $U_2=80$ в и $U_3=140$ в при токах нагрузки соответственно $I_1=12$ ма, $I_2=8$ ма и $I_3=30$ ма. Создавать несколько самостоятельных источников энергии (к тому же весьма малой мощности) нецелесообразно (громоздко и дорого). Выгоднее установить один источник на 140 в и к нему — делитель напряжения на два значения (25 в и 80 в).

Требуется составить схему и вычислить параметры делителя напряжения. Напряжение источника энергии $U_3=140$ в принять одинаковым для режима нагрузки и холостого хода.

Решение задачи

1. Составление электрической схемы. Если к зажимам источника энергии с напряжением U присоединить последовательно несколько сопротивлений, то на каждом из них получим напряжение, составляющее часть величины U . Такая цепь может быть делителем напряжения.

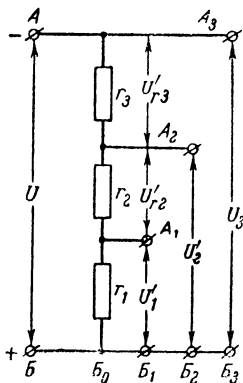


Рис. 3-5. Делитель на два напряжения (U_1 и U_2) с отключенными от выходных зажимов потребителями.

Для наших условий делитель показан на рис. 3-5. Он имеет входные зажимы A и B , к которым подводится напряжение источника (делимое напряжение) $U=140$ в, и три пары выходных зажимов (A_1-B_1 ; A_2-B_2 и A_3-B_3), с которых снимаются напряжения (U'_1 , U'_2 и U_3) для питания заданных потребителей.

Можно ли определить сопротивление делителя по схеме (рис. 3-5)? Эта схема (рис. 3-5) соответствует режиму холостого хода делителя напряжения, так как от выходных зажимов отключены цепи питания ламп. При подключении их, т. е. эквивалентных сопротивлений $r_{\partial 1}$, $r_{\partial 2}$ и $r_{\partial 3}$, как показано на рис. 3-6,

уменьшаются общие сопротивления и напряжения между выходными зажимами A_1-B_1 и A_2-B_2 , поэтому напряжения U'_1 и U'_2 (рис. 3-5) больше заданных напряжений U_1 и U_2 . Для расчета сопротивлений делителя напряжения нужно воспользоваться схемой, соответствующей нормальным условиям работы (рис. 3-6).

2. Токораспределение в цепи (рис. 3-6). Ток источника I от зажима «+» (точка B) разветвляется на токи I'_1 , I_1 , I_2 и I_3 . Токи I'_1 и I_1 объединяются в узловой точке A_1 , образуя ток I'_2 в сопротивлении r_2 . Последний складывается с током I_2 и получается в сопротивлении r_3 ток I'_3 . Наконец, токи I'_3 и I_3 суммируются в узловой точке A и образуют общий ток I .

3. Вычисление эквивалентных сопротивлений $r_{\partial 1}$, $r_{\partial 2}$ и $r_{\partial 3}$ (рис. 3-6). Каждое из указанных сопротивлений заменяет цепь питания ламп, присоединенную к соответствующим зажимам делителя напря-

жения. Для этих цепей известны напряжения и поэтому легко определяются сопротивления

$$r_{a1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{25}{12 \cdot 10^{-3}} = 2080 \text{ ом} = 2,08 \text{ ком};$$

$$r_{a2} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{80}{8 \cdot 10^{-3}} = 10000 \text{ ом} = 10 \text{ ком};$$

$$r_{a3} = \frac{U_3}{I_3} = \frac{140}{30 \cdot 10^{-3}} = 4670 \text{ ом} = 4,67 \text{ ком}.$$

4. Выбор одного из сопротивлений делителя. В схеме (рис. 3-5) $U'_1 : U'_{r2} : U'_{r3} = r_1 : r_2 : r_3$ и потому при заданных величинах напряжений можно найти только отношение сопротивлений r_1, r_2, r_3 и нельзя определить их величины. Рассматриваемая зависимость напряжений и сопротивлений позволяет составить два уравнения $U'_1 : U'_{r2} = r_1 : r_2$ и $U'_{r2} : U'_{r3} = r_2 : r_3$, где 3 неизвестных (r_1, r_2, r_3) и задача по определению сопротивлений оказывается многозначной. Как же поступить? Нужно из каких-то других условий выбрать (определить) одно сопротивление делителя напряжений. Такая необходимость всегда возникает при расчете делителей.

Обычно выбирают, например $r_1 \ll r_{a1}$ (рис. 3-6), обеспечивая этим условием малое изменение величины напряжения U_1 при возможных изменениях эквивалентного сопротивления r_{a1} (его величина зависит от режима потребителя).

На практике часто пользуются соотношением $r_1 = (0,1 \div 0,15) r_{a1}$. Исходя из этого, примем $r_1 = 250 \text{ ом}$.

5. Вычисление токов и сопротивлений. Прежде всего вычислим напряжения на сопротивлениях r_2 и r_3 (рис. 3-6)

$$U_{r2} = U_2 - U_1 = 80 - 25 = 55 \text{ в};$$

$$U_{r3} = U - U_2 = 140 - 80 = 60 \text{ в}.$$

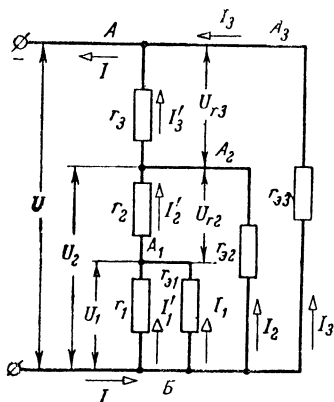


Рис. 3-6. Делитель напряжения по рис. 3-5 с присоединенными потребителями.

Затем определяем все токи

$$I'_1 = \frac{U_1}{r_1} = \frac{25}{250} = 0,1 \text{ а} = 100 \text{ ма},$$

$$I'_2 = I'_1 + I_1 = 100 + 12 = 112 \text{ ма};$$

$$I'_3 = I'_2 + I_2 = 112 + 8 = 120 \text{ ма};$$

$$I = I'_3 + I_3 = 120 + 30 = 150 \text{ ма}.$$

Сопротивления r_2 и r_3

$$r_2 = \frac{U_{r_2}}{I'_2} = \frac{55}{0,112} = 490 \text{ ом},$$

$$r_3 = \frac{U_{r_3}}{I'_3} = \frac{60}{0,12} = 500 \text{ ом}.$$

6. Проверка вычислений. Так как при решении задачи был применен 1-й закон Кирхгофа, то проверку целесообразно сделать по 2-му закону Кирхгофа, например, для двух контуров.

В контуре из сопротивлений r_1 , r_2 и r_{32} нет источников, т. е. сумма э. д. с. равна нулю. При обходе контура по направлению движения часовой стрелки падение напряжения $I_2 r_{32}$ отрицательно (ток I_2 направлен навстречу обходу контура), а остальные падения напряжений положительны. Поэтому $I'_1 r_1 + I'_2 r_2 - I_2 r_{32} = 0,1 \cdot 250 + 0,112 \cdot 490 - 0,008 \cdot 10\,000 = 0$.

Для контура из сопротивлений r_{32} , r_3 , r_{33} : $I_2 r_{32} + I'_3 r_3 - I_3 r_{33} = 0,008 \cdot 10^4 + 0,12 \cdot 500 - 0,03 \cdot 4\,670 = 80 + 60 - 140 = 0$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как вычислить общее сопротивление цепи (рис. 3-6)? Это можно выполнить двумя способами. Во-первых,

$$r_{об} = \frac{U}{I} = \frac{140}{0,15} = 934 \text{ ом}.$$

Во-вторых, рассматривая отдельные участки цепи (рис. 3-6), находим для параллельно соединенных сопротивлений r_1 и r_{31} общее сопротивление

$$r_{об1} = \frac{r_1 r_{31}}{r_1 + r_{31}} = \frac{250 \cdot 2\,080}{250 + 2\,080} = 223 \text{ ом}.$$

Полученное сопротивление $r_{об1}$ и сопротивление r_2 соединены последовательно, а оба вместе — параллельно с сопротивлением $r_{з2}$, поэтому общее сопротивление соединения между зажимами A_2 и B (рис. 3-6)

$$r_{об2} = \frac{(r_{об1} + r_2) r_{з2}}{r_{об1} + r_2 + r_{з2}} = \frac{(223 + 490) \cdot 10\,000}{223 + 490 + 10\,000} = 666 \text{ ом.}$$

Сопротивления $r_{об2}$, r_3 и $r_{з3}$ образуют последовательно-параллельное соединение, аналогичное только что рассмотренному, поэтому общее сопротивление между зажимами A и B , или всей цепи

$$r_{об} = \frac{(r_{об2} + r_3) r_{з3}}{r_{об2} + r_3 + r_{з3}} = \frac{(666 + 500) \cdot 4\,670}{666 + 500 + 4\,670} = 934 \text{ ом.}$$

2. Для каких целей при расчетах цепи иногда видоизменяют ее схему (выполняют развертку схемы?) Рассматриваемая

схема делителя (рис. 3-6) изображается и иначе (рис. 3-7). В таком начертании схемы (рис. 3-7) несколько сложнее обнаружить все последовательные и параллельные соединения, что затрудняет расчет цепи. По-

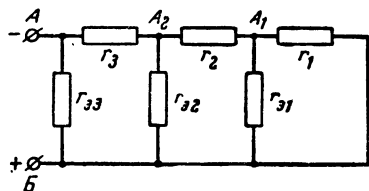


Рис. 3-7. Другой вариант изображения схемы по рис. 3-6.

этому, при отсутствии достаточного опыта в расчетах цепей с несколькими узлами и большим числом сопротивлений, полезно предварительно перерисовать схему, изменив расположение ее участков и отдельных сопротивлений. Такая подготовка схемы иногда называется разверткой.

3. Как следует располагать на схеме сопротивления и соединительные провода? Составляя схему, прежде всего надо следить за правильным выполнением всех электрических соединений. При этом сопротивления и соединительные провода изображаются в соответствии с графическими возможностями. В результате электрические схемы могут иметь непривычные начертания.

Варианты начертания последовательного соединения. На рис. 3-8,а показаны четыре последовательно соеди-

Ненных сопротивления в самом простом изображении. Это же соединение в других начертаниях показано на рис. 3-8, б, в, г. Во всех четырех случаях по сопротивлениям r_1 , r_2 , r_3 и r_4 проходит один и тот же ток I и с точки зрения режима цепи схемы одинаковы. Можно, конечно, составить еще очень много начертаний этой же цепи.

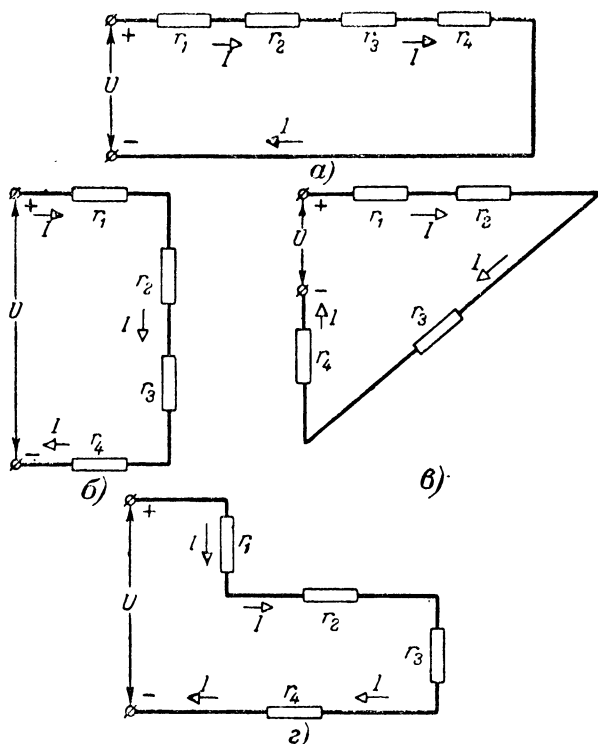


Рис. 3-8. Четыре последовательно соединенных сопротивления в различных схемных изображениях.

Варианты начертания параллельного соединения. На рис. 3-9 также показаны четыре различных начертания одной и той же электрической цепи. Сопротивления r_1 , r_2 и r_3 во всех случаях соединены параллельно, так как подключены к одной и той же паре зажимов под напряжением U . Во всех случаях токи ветвей: $I_1 = U/r_1$; $I_2 = U/r_2$; $I_3 = U/r_3$.

Однолинейные схемы электрических цепей. На рис. 3-10,а показана двухпроводная линия с несколькими присоединенными потребителями; такой вариант начертания схем часто применяется в энергетике, так как наглядно показывает, в каких точках линий присоеди-

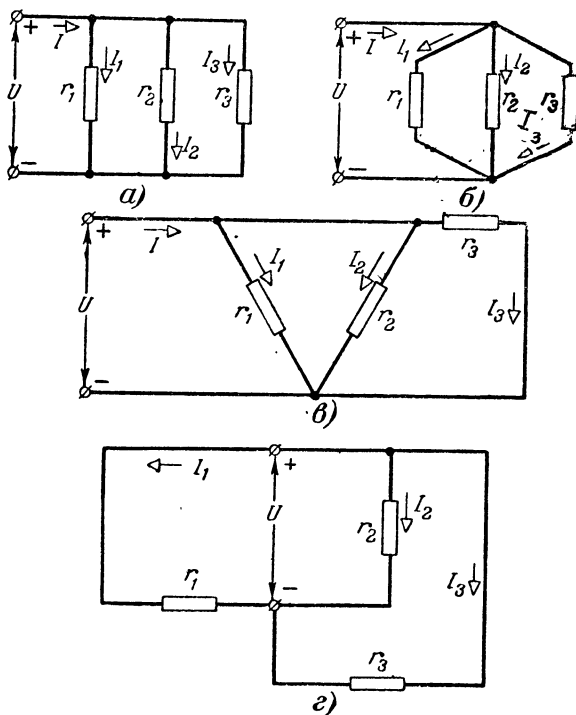


Рис. 3-9. Три параллельно соединенных сопротивления в различных схемных изображениях.

нены потребители. Для упрощения начертания иногда подобные схемы изображают в однолинейном варианте (рис. 3-10,б).

4. Почему точки $Б$, $Б_0$, $Б_1$, $Б_2$ и $Б_3$ (см. рис. 3-5) можно рассматривать как одну узловую точку? Поскольку на схеме не показаны сопротивления проводов, соединяющих эти точки, то это значит, что они очень малы и ими можно пренебречь, т. е. считать, напри-

мер $r_{B, B_0} = 0$. В таком случае падение напряжения $U_{BB_0} = \varphi_B - \varphi_{B_0} = 0$, откуда $\varphi_{B_0} = \varphi_B$ и т. д.

Итак, в данном случае между точками B, B_0, B_1, B_2, B_3 нет падения напряжения, потенциалы этих точек равны, т. е. с точки зрения расчета цепи участки BB_0, B_0B_1 и т. д. могут быть изображены проводниками произвольной длины. Это дает нам право перемещать на схе-

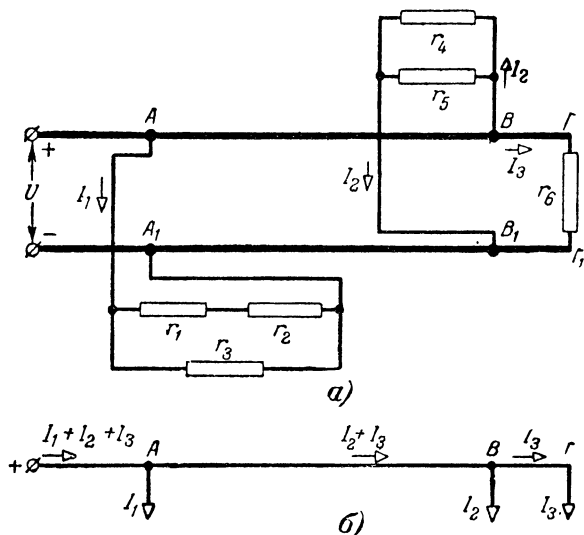


Рис. 3-10.

a — двухлинейная схема электрической цепи; *б* — однолинейное изображение цепи.

ме точки присоединения сопротивления $r_1, r_{\alpha 1}, r_{\alpha 2}$ и $r_{\alpha 3}$ (рис. 3-6) вдоль соединительного провода, рассматривая его как один электрический узел.

5. Следует ли учитывать ток в соединительном проводе, например BB_0 (рис. 3-5)? В предыдущем вопросе было показано, что падением напряжения на участке BB_0 можно пренебречь. Но величину тока следует учитывать при выборе сечения соединительного провода по допустимой плотности тока, если в реальной электрической цепи между зажимами B и B_0 есть такой соединительный провод.

6. Как влияет условие $r_1 \ll r_{\alpha 1}$ в цепи рис. 3-6 на экономичность (по расходу энергии) дели-

теля напряжения? При указанном условии имеем соотношение для токов $I'_1 \gg I_1$. Это неравенство позволяет записать и другое $U_1 I'_1 \gg U_1 I_1$, т. е. мощность, теряемая в сопротивлении r_1 , значительно больше мощности в цепи ламп, присоединенной параллельно сопротивлению r_1 . То же относится и к расходу энергии (за равное время); поэтому в рассматриваемом делителе теряется заметная часть энергии источника и его применяют только для питания потребителей малой мощности.

При проектировании делителей напряжения не следует без необходимости стремиться к значительному уменьшению сопротивления делителя по сравнению с сопротивлением цепей нагрузки.

7. Можно ли применить выпрямитель с большим внутренним сопротивлением для питания цепи по рис. 3-6? В этом случае на величины напряжений U_1 , U_2 и U (рис. 3-6) влияет отключение любого из потребителей (r_{a1} , r_{a2} и r_{a3}). Действительно, при отключении, например, сопротивления r_{a3} общий ток уменьшится на величину I_3 , а падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника — на величину $I_3 r_0$. На эту величину $I_3 r_0$ возрастет напряжение на зажимах А—Б (рис. 3-6), а, значит, увеличатся напряжения U_1 и U_2 по сравнению с заданными значениями. Очевидно, что нужно выбрать источник с малым внутренним сопротивлением.

Итак, возможна зависимость между напряжениями на потребителях за счет внутреннего сопротивления источника энергии.

8. Какая неисправность могла случиться в цепи (рис. 3-6), если измерения показали $U_1 \approx 90$ в; $U_2 \approx 115$ в, $U = 140$ в? Значительное увеличение U_1 (более чем в 3 раза) свидетельствует об увеличении сопротивления между зажимами $A_1 B$ (рис. 3-6), что могло случиться, например, при обрыве сопротивления r_1 . При этом образуется делитель напряжений из сопротивлений r_3 , r_2 и r_{a1} (рис. 3-6), для которого и получаются измеренные выше значения напряжений. Предполагается, что в цепи (рис. 3-6) сопротивление r_{a1} имеет постоянную величину.

9. Сколько нужно иметь переменных сопротивлений и как следует ими пользоваться, чтобы отрегулировать цепь

(рис. 3-6) на требуемые величины напряжений? При изготовлении (например, в производственных условиях) делителей напряжения с одной и той же схемой могла бы возникнуть задача их подгонки (регулировки) на требуемые напряжения, введением переменных сопротивлений r_1 , r_2 , r_3 (рис. 3-6). Но регулировка этими сопротивлениями была бы крайне затруднительна, так как изменение одного (любого) сопротивления влияет на величины напряжения всех участков цепи, и потому ни одно сопротивление нельзя сразу и окончательно подобрать.

Облегчить регулировку можно, например, так: подвести напряжение 80 в от отдельного источника к зажимам $БА_2$ (рис. 3-6) и изменением сопротивления r_2 обеспечить требуемое значение $U_1=25$ в, затем подвести напряжение 140 в к зажиму $БА$ и изменением сопротивления r_3 добиться требуемого значения $U_2=80$ в. Таким образом, для регулировки потребуются два источника напряжения 80 в и 140 в, а у делителя два переменных сопротивления, величины которых могут подбираться независимо друг от друга.

3.3. ЦЕПЬ С НЕСКОЛЬКИМИ УЗЛАМИ. РАСЧЕТ ЦЕПИ С УЧЕТОМ ПОТЕРИ НАПРЯЖЕНИЯ В ПРОВОДАХ

Условие задачи

Три трамвайных вагона находятся на участке пути (рис. 3-11) и питаются электроэнергией от подстанции через контактный провод и рельсы (обратный провод). Медный контактный провод имеет сечение 82 мм^2 , сопротивление рельсов $0,025 \text{ ом/км}$, напряжение у трамвая № 1 (между точками $1а$ и $1б$, рис. 3-11) равно 573 в.

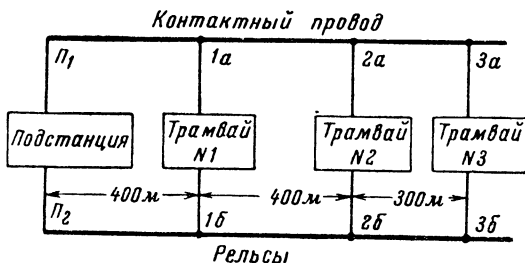


Рис. 3-11. Схема питания 3 трамваев на участке пути.

Вычислить напряжение на зажимах Π_1 — Π_2 подстанции, которое поддерживается постоянным, а также напряжения питания трамваев и потерю напряжения на всех участках линии для двух режимов работы транспорта:

а) трамваи № 1 и № 2 стоят на остановках (отключены от сети), а трамвай № 3 находится в движении и его ток $I_3 = 70$ а;

б) трамваи № 1 и № 2 трогаются с остановок (их токи $I_1 = I_2 = 200$ а), а ток трамвая № 3, по-прежнему, равен 70 а.

Для второго режима (б) вычислить наибольшую плотность тока в линии.

Решение задачи

1. Составление электрической схемы. Составление схем замещения, на которых все реальные потребители заменены их эквивалентными сопротивлениями, уже рассматривалось (§ 2-2 и 3-2). Для данной

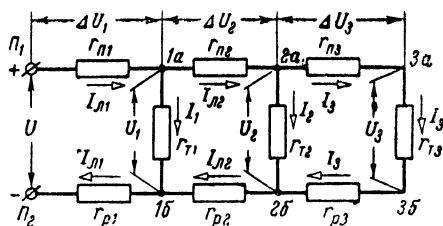


Рис. 3-12. Эквивалентная электрическая схема по рис. 3-11.

цепи (рис. 3-11) легко составить схему замещения (рис. 3-12), заменив контактный провод, рельсы и трамваи эквивалентными сопротивлениями соответственно r_{Π} , r_p и $r_{\text{т}}$.

Почему в этой задаче, в отличие от предыдущих, учитывается сопротивление проводов? Контактный провод и рельсы имеют большую протяженность, а их сопротивление — заметную величину по сравнению с малым эквивалентным сопротивлением потребителей (трамваев). Кроме того, сопротивление проводов обуславливает различие напряжений U , U_1 , U_2 и U_3 (рис. 3-12), т. е. потерю напряжения в линии, и определение этой потери составляет цель настоящей задачи.

2. Вычисление сопротивлений участков провода и рельсов. Сопротивление контактного провода $r = \rho l / S$, где удельное сопротивление меди $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8} \text{ ом} \cdot \text{м}$ (см. приложение 2), сечение провода $S = 82 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ (по условию) и l — длина провода. Следовательно, сопротивление 1 км (1000 м) контактного провода

$$r_{\text{пр}} = \rho \frac{l}{S} = 1,75 \cdot 10^{-8} \frac{1000}{82 \cdot 10^{-6}} = 0,215 \text{ ом}.$$

Зная длины участков контактного провода (рис. 3-11), вычислим все сопротивления $r_{\text{п}}$ (рис. 3-12):

$$r_{\text{п1}} = r_{\text{п2}} = r_{\text{пр}} 0,4 = 0,215 \cdot 0,4 = 0,086 \text{ ом}.$$

$$r_{\text{п3}} = r_{\text{пр}} 0,3 = 0,215 \cdot 0,3 = 0,0645 \text{ ом}.$$

Для стальных рельсов дано (по условию задачи) сопротивление на один километр $r_{\text{р}} = 0,025 \text{ ом/км}$, поэтому сопротивления участков рельсов (рис. 3-12).

$$r_{\text{р1}} = r_{\text{р2}} = r_{\text{р}} 0,4 = 0,025 \cdot 0,4 = 0,01 \text{ ом};$$

$$r_{\text{р3}} = r_{\text{р}} \cdot 0,3 = 0,025 \cdot 0,3 = 0,0075 \text{ ом}.$$

3. Вычисление напряжений в цепи (рис. 3-12) для первого режима работы. Для этого режима можно составить упрощенную схему

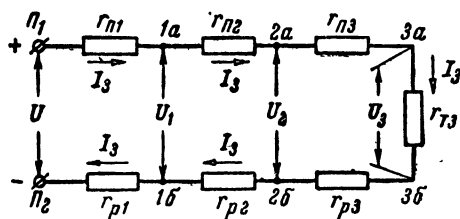


Рис. 3-13. Упрощенная схема по рис. 3-12 при отключении двух потребителей ($r_{\text{т1}}$ и $r_{\text{т2}}$).

(рис. 3-13), в которой исключены сопротивления $r_{\text{т1}}$ и $r_{\text{т2}}$ (рис. 3-12), так как трамваи № 2 и 3 не присоединены к контактной сети.

В полученной неразветвленной цепи (рис. 3-13) ток имеет во всех участках одно значение $I_3 = 70 \text{ а}$. Ток I_3

создает на сопротивлениях $r_{п1}$ и $r_{р1}$ (рис. 3-13) суммарное падение напряжения

$$\Delta U_1 = I_3 (r_{п1} + r_{р1}) = 70 \cdot (0,086 + 0,01) = 6,7 \text{ в.}$$

С другой стороны, суммарное падение напряжения в проводе и рельсах первого участка $\Delta U_1 = U - U_1$ составляет потерю напряжения на первом участке линии и потому на зажимах Π_1 и Π_2 (рис. 3-13) напряжение

$$U = U_1 + \Delta U_1 = 573 + 6,7 = 579,7 \approx 580 \text{ в.}$$

Поскольку сопротивления провода и рельсов первого и второго участков линии одинаковы ($r_{п1} = r_{п2}$ и $r_{р1} = r_{р2}$), то потеря напряжения на втором участке $\Delta U_2 = \Delta U_1 = 6,7 \text{ в}$ и, как ясно из рис. 3-13, напряжение

$$U_2 = U_1 - \Delta U_2 = 573 - 6,7 = 566,3 \approx 566 \text{ в.}$$

Потеря напряжения на третьем участке

$$\Delta U_3 = I_3 (r_{п3} + r_{р3}) = 70 (0,0645 + 0,0075) \approx 5 \text{ в,}$$

а напряжение

$$U_3 = U_2 - \Delta U_3 = 566,3 - 5 = 561,3 \text{ в} \approx 561 \text{ в.}$$

Общая потеря напряжения в линии

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 6,7 + 6,7 + 5 = 18,4 \text{ в}$$

и она же

$$\Delta U = U - U_3 = 579,7 - 561,3 = 18,4 \text{ в.}$$

4. Вычисление напряжений для второго режима работы. Поскольку в этом режиме к сети подключены все потребители (питаются энергией все трамваи), то расчет проводим по эквивалентной схеме рис. 3-12.

Как повлияет новый режим работы потребителей на потерю напряжения в проводах? Сопротивления участков линии (контактного провода и рельсов) остаются неизменными, а токи первых двух участков $I_{л1}$ и $I_{л2}$ (рис. 3-12) возрастают, поэтому на этих участках уве-

личится и потеря напряжения. Определим токи $I_{л1}$ и $I_{л2}$ в новом режиме работы. По первому закону Кирхгофа

$$I_{л2} = I_2 + I_3,$$

$$I_{л1} = I_1 + I_{л2} = I_1 + I_2 + I_3.$$

Оказывается, ток первого участка линии $I_{л1}$ увеличился на сумму токов $I_1 + I_2$ двух новых потребителей ($r_{т1}$ и $r_{т2}$), ток второго участка $I_{л2}$ — на ток I_2 одного потребителя ($r_{т2}$), ток третьего участка I_3 остался прежним (в действительности ток $I_3 = U_3/r_{т3}$ может несколько уменьшиться вследствие возросшей потери напряжения в линии и уменьшения напряжения U_3 , но это уменьшение обычно невелико (см. подробнее в доп. вопросе 2).

Вычислим для первого и второго участков линии дополнительную потерю напряжения ($\Delta U'_1$ и $\Delta U'_2$) от токов I_1 и I_2 .

Очевидно, что

$$\Delta U'_1 = (I_1 + I_2)(r_{п1} + r_{р1}) = (200 + 200) 0,096 = 38,4 \text{ в};$$

$$\Delta U'_2 = I_2(r_{п2} + r_{р2}) = 200 \cdot 0,096 = 19,2 \text{ в}.$$

На эти величины ($\Delta U'_1$ и $\Delta U'_2$) возросла потеря напряжения в линии при изменении режима работы потребителей, а полная (фактическая) потеря напряжения в новом режиме для каждого участка составляет:

$$\Delta U''_1 = \Delta U_1 + \Delta U'_1 = 6,7 + 38,4 = 45,1 \text{ в} \approx 45 \text{ в};$$

$$\Delta U''_2 = \Delta U_2 + \Delta U'_2 = 6,7 + 19,2 = 25,9 \text{ в} \approx 26 \text{ в};$$

$$\Delta U''_3 = \Delta U_3 = 5 \text{ в}.$$

Соответственно напряжения на потребителях:

$$U_1 = U - \Delta U''_1 = 580 - 45 = 535 \text{ в};$$

$$U_2 = U_1 - \Delta U''_2 = 535 - 26 = 509 \text{ в};$$

$$U_3 = U_2 - \Delta U''_3 = 509 - 5 = 504 \text{ в}.$$

5. Вычисление плотности тока в контактом проводе. Провода проверяют на допустимую плотность тока, чтобы не допустить их перегре-

ва. В нашем случае плотность тока максимальна в первом участке линии

$$\delta_{\text{макс}} = \frac{I_{\text{л1}}}{S} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{S} = \frac{470}{82} = 5,7 \text{ а/мм}^2.$$

Для одиночного медного провода сечением 82 мм² в закрытом помещении допускается плотность тока приблизительно 3,5 а/мм² (приложение 3). Для провода на открытом воздухе эта норма увеличивается приблизительно на 35%¹ и составит в рассматриваемом случае около 4,7 а/мм². Такая плотность допустима при длительной эксплуатации. Повышенная плотность тока в первом участке (5,7 а/мм²) не вызывает опасений, так как рассматриваемый режим (трогание с места трамвая) весьма кратковременный и провод не успеет нагреться. А в режиме движения трамвая ток в несколько раз меньше, чем при трогании (70 а вместо 200 а).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как изменяется потеря напряжения при увеличении мощности потребителя? В рассматриваемой задаче потребители № 1 и 2 (большей мощности) создают на соответствующих участках линии и большую потерю напряжения по сравнению с потребителем № 3 (меньшей мощности). Это объясняется тем, что с увеличением мощности потребителя уменьшается его эквивалентное сопротивление и возрастает ток в цепи.

2. Как повлияет на величину потери напряжения изменение длины линии? В цепи (рис. 3-13) ток $I_3 = \frac{U}{r_{\text{л}} + r_{\text{т3}}}$, где $r_{\text{л}}$ — полное сопротивление всей линии (контактного провода и рельсов), а $r_{\text{т3}}$ — эквивалентное сопротивление потребителя. Для первого режима работы $r_{\text{т3}} = \frac{U_3}{I_3} = \frac{516}{70} = 8 \text{ ом}$, а $r_{\text{л}} = 0,264 \text{ ом}$, т. е. $r_{\text{т3}} \gg r_{\text{л}}$; потому приблизительно ток $I_3 \approx U/r_{\text{т3}}$.

Таким образом, изменение длины линии и соответственно ее сопротивления $r_{\text{л}}$ практически не влияют на величину тока, но *потеря напряжения $\Delta U = I r_{\text{л}}$ изменяется почти пропорционально $r_{\text{л}}$ и/и длине линии*. С увеличением длины линии напряжение на потребителе мо-

жет стать меньше номинального, что ухудшит условия его работы. Чтобы потеря напряжения не превысила допустимого значения, *нужно для линий большей протяженности выбирать и большее сечение провода*. Иногда применяют и другие меры, о которых говорится дальше (доп. вопрос 5).



Рис. 3-14. Параллельное включение двух проводов для уменьшения потери напряжения.

3. Как изменится потеря напряжения в линии при увеличении в 2 раза диаметра ее проводов?

Сечение провода $S = \pi d^2/4$ увеличится в 4 раза (пропорционально d^2); сопротивление про-

водов и потеря напряжения в них уменьшатся в 4 раза, считая ток в линии постоянным, что практически допустимо (см. предыдущий вопрос).

4. Как будет изменяться потеря напряжения в линии при колебаниях величины питающего напряжения U ? Напряжение U (рис. 3-13) может изменяться в небольших пределах. Если считать сопротивление потребителя ($r_{тз}$) неизменным, то ток в линии и потеря напряжения будут изменяться пропорционально изменению напряжения U .

5. Для каких целей в сетях городского транспорта применяют второй питающий провод и кольцевое питание сети? На линиях большой протяженности с большим числом потребителей (например, трамваев) возможна значительная потеря напряжения, особенно на начальных участках линии (около питающей подстанции). Для уменьшения потери напряжения иногда прокладывают питающий провод (рис. 3-14), отдельные участки которого присоединены параллельно контактному проводу, что равносильно увеличению сечения провода.

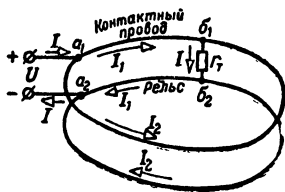


Рис. 3-15. Схема двухстороннего питания потребителя.

Другой мерой уменьшения потери напряжения является кольцевое питание сети (рис. 3-15), при котором источник энергии присоединяется одновременно к двум

концам сети. Ток I потребителя делится на части I_1 и I_2 , проходящие по различным участкам сети (рис. 3-15). Уменьшение тока в проводах сети приводит к уменьшению потери напряжения.

3-4. РАСЧЕТ ЦЕПИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Условие задачи

Для цепи (рис. 3-16) дано: $E=3,6$ в; $r_0=0,12$ ом; $r_1=8$ ом; $r_2=10$ ом; $r_3=2$ ом; $r_4=4$ ом; $r_5=5$ ом. Вычислить все токи.

Решение задачи

1. Особенности рассматриваемой цепи. В предыдущих задачах можно было заранее (до расчета) определить направления токов во всех участках цепи. Можно ли сразу указать направления токов во всех участках цепи по рис. 3-16?

Чтобы ответить на этот вопрос, покажем на схеме направление общего тока I , который разветвляется в узловой точке A на два: I_1 и I_2 . Дальше следовало бы показать направление тока I_3 между узлами B и B , но он может иметь два направления (показаны на рисунке сплошной и пунктирной стрелками). Действительное направление тока I_3 зависит от параметров схемы и определяется только после расчета цепи.

Итак, в рассматриваемой цепи не только величины токов, но и их направления (в отдельных ветвях) определяются расчетом.

Кроме того, до сих пор расчет цепей с одним источником энергии основывается на упрощении схемы с последовательно и параллельно соединенными сопротивлениями. Возможен ли такой путь решения данной задачи?

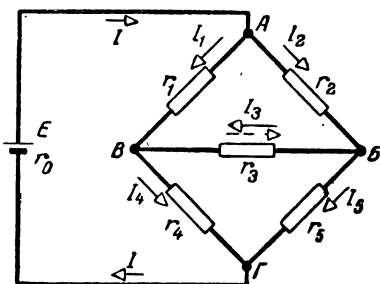


Рис. 3-16. Схема, упрощение которой возможно преобразованием соединения сопротивлений треугольником в соединение звездой.

Оказывается нет. Рассматриваемая цепь не имеет параллельно и последовательно соединенных сопротивлений. Действительно, с одной стороны, нет сопротивлений, подключенных к одной и той же паре узлов (условие параллельного соединения), с другой — нет сопротивлений, обтекаемых одним и тем же током (условие последовательного соединения).

Итак, рассматриваемая цепь не может быть разбита на последовательно и параллельно соединенные участки

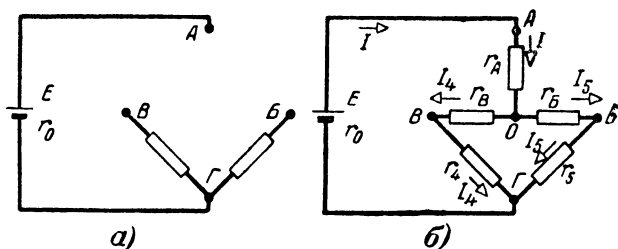


Рис. 3-17.

а — схема цепи по рис. 3-16, в которой отсоединен треугольник сопротивлений r_1 , r_2 , r_3 ; б — схема цепи по рис. 3-16, в которой треугольник сопротивлений заменен звездой.

(ветви). Такие электрические цепи иногда называют сложными, поэтому и рассматриваемую цепь (рис. 3-16) можно отнести к числу сложных.

2. Вычисление общего сопротивления. Определить общее сопротивление цепи теми же методами, что и в предыдущих задачах, в данном случае непосредственно нельзя. Поэтому возникает вопрос: нельзя ли преобразовать схему так, чтобы применение прежних методов стало возможным?

Оказывается, можно, если соединение сопротивлений треугольником преобразовать в соединение звездой или, наоборот, звезду сопротивлений в треугольник. Выполним преобразование для треугольника сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 (рис. 3-16).

Прежде всего перечертим схему без заменяемого треугольника сопротивлений, но с обозначенными вершинами А, В, В (рис. 3-17,а). Затем к этим вершинам присоединим звезду сопротивлений r_A , r_B и r_V (рис. 3-17,б). Учитывая, что каждое сопротивление звезды равно произведе-

нию двух примыкающих сопротивлений треугольника, разделенному на сумму трех его сопротивлений, находим

$$r_A = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{8 \cdot 10}{8 + 10 + 2} = \frac{80}{20} = 4 \text{ ом};$$

$$r_B = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 2}{8 + 10 + 2} = \frac{20}{20} = 1 \text{ ом};$$

$$r_B = \frac{r_3 r_1}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{2 \cdot 8}{8 + 10 + 2} = \frac{16}{20} = 0,8 \text{ ом}.$$

Дальше расчет цепи по рис. 3-17,б ведется уже известными методами. Действительно, сопротивление r_B соединено последовательно с r_4 , а сопротивление r_B — последовательно с r_5 ; поэтому для ветви $ОВГ$ общее сопротивление $r_{B,4} = r_B + r_4 = 0,8 + 4 = 4,8 \text{ ом}$, а для ветви $ОБГ$ $r_{B,5} = r_B + r_5 = 1 + 5 = 6 \text{ ом}$. Сопротивления $r_{B,4}$ и $r_{B,5}$ соединены параллельно и их общее сопротивление

$$r_{ог} = \frac{4,8 \cdot 6}{4,8 + 6} = \frac{28,8}{10,8} = 2,67 \text{ ом}.$$

Общее сопротивление всей цепи $r_{об} = r_A + r_{ог} = 4 + 2,67 = 6,67 \text{ ом}$.

3. Вычисление токов. Определение токов в цепях, подобных полученной (рис. 3-17,б), уже выполнялось в предыдущих задачах и приводится здесь без подробных пояснений.

Ток источника

$$I = \frac{E}{r_{об} + r_0} = \frac{3,6}{6,67 + 0,12} = 0,53 \text{ а}.$$

Ток ветви $ОВГ$

$$I_4 = I \frac{r_{B,5}}{r_{B,5} + r_{B,4}} = 0,53 \frac{6}{6 + 4,8} = 0,295 \text{ а}.$$

Ток ветви $ОБГ$

$$I_5 = I - I_4 = 0,53 - 0,295 = 0,235 \text{ а}.$$

Поскольку участки $ВГ$ и $ГБ$ (рис. 3-16 и 3-17,б) не преобразовывались, то вычисленные значения токов I_4 и I_5

действительны для обеих схем. Переходя к исходной схеме (рис. 3-16), запишем уравнение по 2-му закону Кирхгофа для контура $ВБГ$ (ток I_3 будем считать направленным, как показано сплошной стрелкой):

$$-I_3 r_3 + I_5 r_5 - I_4 r_4 = 0.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$-I_3 \cdot 2 + 0,235 \cdot 5 - 0,295 \cdot 4 = 0$$

или

$$2I_3 \approx 0,12 - 0,12 = 0, \text{ т. е. } I_3 = 0;$$

$$I_4 = I_1 + I_3 = I_1 \approx 0,3 \text{ а; } I_2 = I_3 + I_5 = I_5 \approx 0,23 \text{ а.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Случайно ли ток I_3 оказался равным нулю? Рассматриваемая цепь (рис. 3-16) называется мостовой. В мостовой цепи ток I_3 в ветви $ВБ$, называемой диагональю моста, равен нулю, если произведения сопротивлений противоположных плеч одинаковы. Действительно, в нашем случае $r_1 r_5 = 8 \cdot 5 = 40$ и $r_2 r_4 = 10 \cdot 4 = 40$. Поэтому и оказалось $I_3 = 0$.

Мостовые схемы широко применяются в технике электрических измерений и, в частности, для измерения сопротивлений.

2. Как различить соединения сопротивлений звездой и треугольником? На рис. 3-18 одно и то же соединение сопротивлений звездой показано в различных начертаниях (схемы $a, б, в$), которые с точки зрения расчета электрической цепи совершенно одинаковы, так как одни и те же сопротивления подключены к одним и тем же узлам. На рис. 3-19 одно и то же соединение сопротивлений треугольником дано в двух различных изображениях, т. е. к трем узловым точкам ($a, б, в$) присоединены три сопротивления, образующие замкнутый контур.

Таким образом, звезда и треугольник сопротивлений различаются видом электрического соединения, а не расположением сопротивлений на схеме.

3. Сколько в рассмотренной цепи (рис. 3-16) соединений звездой и сколько треугольником? В этой цепи два соединения звездой

дой ($r_1; r_3; r_4$ и $r_2; r_3; r_5$) и два соединения треугольником ($r_1; r_2; r_3$ и $r_3; r_4; r_5$).

4. Можно ли решить задачу преобразованием звезды в треугольник? Для преобразования можно выбрать любую звезду или любой тре-

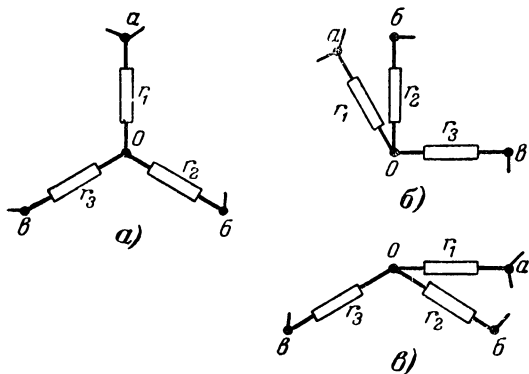


Рис. 3-18. Различные схемные изображения соединения сопротивлений звездой.

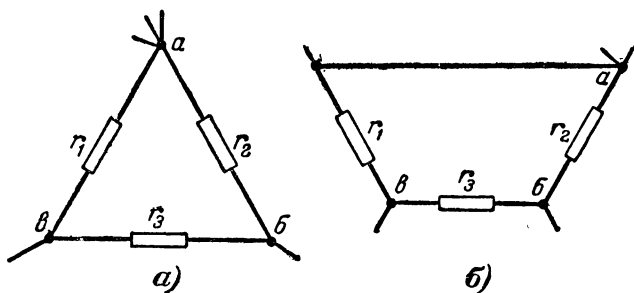


Рис. 3-19. Различные схемные изображения соединения сопротивлений треугольником.

угольник. Отдают предпочтение такому преобразованию, которое быстрее приводит к решению задачи. В данном случае можно также успешно решить задачу заменой любой звезды треугольником, например, звезды $r_1; r_3; r_4$.

Прежде всего исключим заменяемую звезду (рис. 3-20,а) и к вершинам А, Б и Г присоединим треугольник сопротивлений r_{AB} , $r_{БГ}$ и $r_{ГА}$ (рис. 3-20,б). Для определения сопротивления треугольника нужно взять сумму трех

слагаемых: двух примыкающих сопротивлений звезды и их произведения, разделенного на третье сопротивление звезды. Таким образом:

$$r_{AB} = r_1 + r_3 + \frac{r_1 r_3}{r_4} = 8 + 2 + \frac{8 \cdot 2}{4} = 14 \text{ ом};$$

$$r_{BG} = r_3 + r_4 + \frac{r_3 r_4}{r_1} = 2 + 4 + \frac{2 \cdot 4}{8} = 7 \text{ ом};$$

$$r_{GA} = r_4 + r_1 + \frac{r_4 r_1}{r_3} = 4 + 8 + \frac{4 \cdot 8}{2} = 28 \text{ ом}.$$

Определим опять общее сопротивление цепи. В полученной схеме (рис. 3-20, б) имеются две пары параллельно

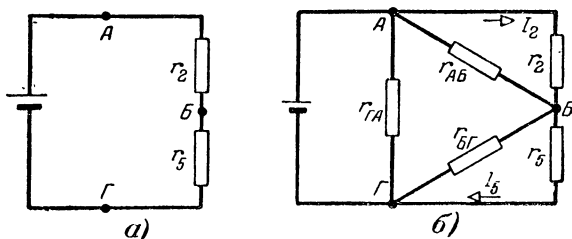


Рис. 3-20. Включение соединения треугольником вместо соединения звездой.

соединенных сопротивлений: r_{AB} и r_2 ; r_{BG} и r_5 . Определим их общие сопротивления

$$r_{AB,2} = \frac{r_{AB} r_2}{r_{AB} + r_2} = \frac{14 \cdot 10}{14 + 10} = 5,83 \text{ ом};$$

$$r_{BG,5} = \frac{r_{BG} r_5}{r_{BG} + r_5} = \frac{7 \cdot 5}{7 + 5} = 2,92 \text{ ом},$$

и для всей цепи общее сопротивление

$$\begin{aligned} r_{06} &= \frac{r_{GA} (r_{AB,2} + r_{BG,5})}{r_{GA} + r_{AB,2} + r_{BG,5}} = \\ &= \frac{28 (5,83 + 2,92)}{28 + 5,83 + 2,92} = \frac{28 \cdot 8,75}{36,75} = 6,67 \text{ ом}. \end{aligned}$$

Как и следовало ожидать, получился тот же результат, что и в предыдущем варианте преобразования.

5. Как учесть направление тока в диагонали моста? В начале решения было указано, что ток I_3 может иметь два направления, причем действительное направление заранее неизвестно. Поэтому сначала направление выбираем произвольно. Если направление тока выбрано неправильно, то в результате расчета получится отрицательное значение тока, что и укажет на необходимость изменить направление стрелки тока на обратное.

6. Какое наименьшее число узлов и сопротивлений имеет схема, требующая применения метода преобразования соединения сопротивлений треугольником и звездой? Цепи с двумя и тремя узлами всегда рассчитываются без применения такого преобразования, так как имеют только последовательные и параллельные участки. Но в цепях с четырьмя и более узлами может потребоваться преобразование треугольника сопротивлений в звезду или наоборот.

Интересно отметить, что схема с четырьмя узлами имеет не менее шести ветвей.

7. Можно ли при решении этой задачи обойтись без преобразования треугольника в звезду? Как уже было показано, для упрощения схемы преобразование неизбежно. Но можно обойтись и без преобразования, если воспользоваться методами расчета сложных цепей, рассматриваемыми в следующей главе.

3-5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 3-1 и 3-2

62. Для цепи (рис. 3-21) дано: $E=50$ в; $r_0=0,1$ ом; $r_1=2$ ом; $r_2=0,3$ ом; $r_3=0,2$ ом; $r_4=7,5$ ом; $r_5=0,28$ ом.

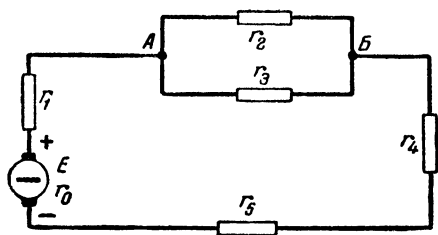


Рис. 3-21. К задаче 62.

Для всех участков цепи вычислить токи, напряжения и мощности. Составить баланс мощностей.

63. К двум узлам электрической цепи присоединены три ветви. В средней ветви последовательно соединены источник энергии с э. д. с. $E=60$ в и внутренним сопротивлением $r_0=0,1$ ом и два сопротивления $r_1=0,4$ ом и $r_6=0,5$ ом. Одна крайняя ветвь имеет три последовательно соединенных сопротивления: $r_3=2$ ом; $r_4=$

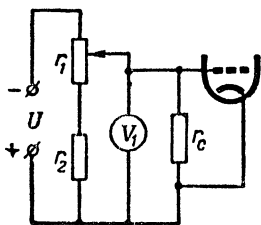


Рис. 3-22. К задаче 64.

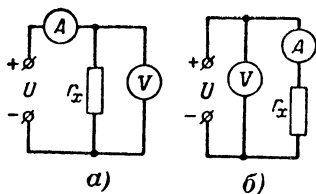


Рис. 3-23. К задаче 65.

$=10$ ом; $r_5=8$ ом. Другая крайняя ветвь состоит из одного сопротивления $r_2=5$ ом.

Составить схему. Определить все токи, а также напряжения на зажимах источника и между узловыми точками.

64. Для регулирования напряжения U_1 между сеткой и катодом трехэлектродной лампы применяется схема (рис. 3-22), у которой: $r_2=100$ ком, $r_6=1$ Мом, $r_1=0-100$ ком (изменяется в этих пределах). Напряжение на зажимах источника равно U .

Определить крайние значения напряжения U_1 в долях от U для двух значений сопротивления вольтметра r_V : а) весьма большое и не учитывается, б) $r_V=1$ Мом.

65. При измерении сопротивлений методом «амперметра — вольтметра» в практических условиях применяются две схемы (рис. 3-23, а и б). В каждой из схем неизвестное сопротивление r_x определяется как отношение показаний вольтметра и амперметра. Обе схемы применялись с амперметром и вольтметром, сопротивления которых соответственно $r_A=0,2$ ом и $r_V=500$ ом.

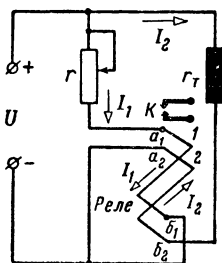


Рис. 3-24. К задаче 66.

Определить погрешность измерения сопротивлений: 1) 10 ом и 2) 100 ом для каждой из схем. Какую из них следует выбрать для измерения малых r_x и какую для больших r_x ?

66. Устройство, срабатывающее при изменении температуры (термореле), выполнено по схеме рис. 3-24, где термосопротивление $r_T=11,5$ ком (при заданной температуре) уменьшается на 500 ом на каждый градус увеличения температуры.

Поляризованное реле РП-4, имеющее две обмотки 1 и 2 с сопротивлением по 8,5 ком каждая, включено таким образом, что токи обмоток I_1 и I_2 (рис. 3-24) направлены встречно. Поэтому один из токов действует на замыкание, а другой на размыкание контак-

тов К. Для срабатывания реле гоки обмоток I_1 и I_2 должны огличаться на 0,2 ма.

Определить при каком повышении температуры термореле срабатает, если $U=12$ в, а переменное сопротивление $r=11,5$ ком.

67. В схеме рис. 3-24, описанной в предыдущей задаче, заменили термосопротивление r_T на фотосопротивление r_Φ и получили устройство, срабатывающее при изменении светового потока (фотореле). В режиме темноты $r_\Phi=45$ ком, а при освещении сопротивление r_Φ уменьшается на 4 ком на каждый люмен светового потока.

Определить значение сопротивления r , обеспечивающее в режиме темноты нейтральное состояние реле РП-4, токи обмоток в этом режиме и минимальную величину светового потока, которым нужно осветить фотосопротивление для срабатывания реле. Сопротивления каждой обмотки реле по-прежнему 8,5 ком, а напряжение $U=40$ в.

68. Электрическая цепь состоит из трех ветвей. В средней ветви включены источник питания с э. д. с. $E=120$ в и внутренним сопротивлением $r_0=0,3$ ом и последовательно с ним сопротивление $r_3=7,6$ ом. В одной крайней ветви включены последовательно сопротивления $r_1=6,6$ ом и $r_2=0,4$ ом, в другой крайней ветви — два параллельно соединенных сопротивления $r_5=3$ ом и $r_6=15$ ом и последовательно с ними сопротивление $r_4=0,5$ ом.

Составить схему и вычислить все токи, а также мощности: развиваемую источником, отдаваемую во внешнюю цепь и теряемую на внутреннем сопротивлении. Составить баланс этих мощностей. Выполнить проверку расчетов по законам Кирхгофа.

69. Определить общее сопротивление цепи (рис. 3-25), если $r_1=2,5$ ом; $r_2=r_5=60$ ом; $r_3=20$ ом; $r_4=13,5$ ом.

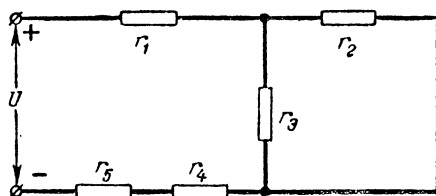


Рис. 3-25. К задаче 69.

70. К двум узловым точкам присоединены четыре ветви, содержащие: 1) источник энергии с э. д. с. $E=12$ в и последовательно включенное сопротивление $r_1=14$ ом; 2) два последовательно включенных сопротивления $r_2=8$ ом и $r_3=4$ ом; 3) сопротивление $r_4=30$ ом; 4) сопротивление $r_5=20$ ом.

Составить схему и показать направления всех токов. Вычислить токи и узловое напряжение. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

71. Для цепи рис. 3-26 дано: $U=120$ в; $r_1=r_2=r_3=r_4=r_5=120$ ом.

Определить число узловых точек, общее сопротивление цепи, все токи, а также напряжения между узлами. Сделать проверку результатов вычислений по 2-му закону Кирхгофа для контуров АБВГДЖА, АЖКА и АБДЖКА.

72. У пентода (электронная лампа) анодный ток $I_a = 2$ ма и ток экранной сетки $I_3 = 1$ ма направлены к катоду (рис. 3-27), присоединенному к зажиму «—» источника с напряжением $U = 240$ в.

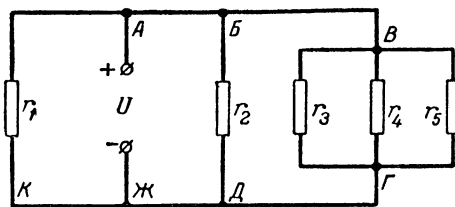


Рис. 3-26. К задаче 71.

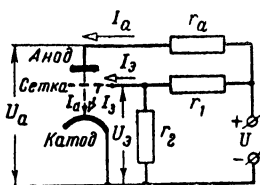


Рис. 3-27. К задаче 72.

Напряжение между анодом и катодом (рис. 3-27) $U_a = 140$ в, между экранной сеткой и катодом $U_3 = 120$ в, а сопротивление $r_2 = 24$ ком.

Вычислить величину сопротивлений r_1 и r_a и выбрать их номинальную мощность (в пределах до 1 вт сопротивления изготавливаются на мощности 0,25 вт; 0,5 вт; 1 вт).

Какими окажутся напряжения U_a и U_3 (рис. 3-27), если электронную лампу вынуть из панельки (отсоединить от схемы).

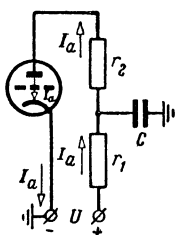


Рис. 3-28. К задаче 73.

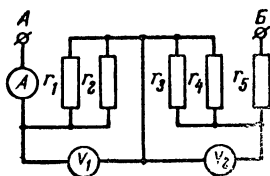


Рис. 3-29. К задаче 75.

73. Часть радиосхемы (рис. 3-28) имеет следующие параметры: $U = 300$ в, $r_1 = 5$ ком (0,25 вт); $I_a = 6$ ма. Через конденсатор C постоянный ток не проходит. При работе во влажном климате повредилась изоляция конденсатора C и он пробился (замкнулись пластины).

Каковы последствия повреждения?

74. При монтаже панели схемы рис. 3-24, описанной в задаче 66, в результате небрежной пайки замкнулись два контакта из четырех a_1 , a_2 , b_1 , b_2 . Контролер проверяет — получается ли нейтральное состояние реле в режиме баланса схемы (рис. 3-24).

Какие из возможных замыканий может обнаружить контролер? Имеются ли такие замыкания, которые он не обнаружит при указанном способе проверки?

75. При монтаже схемы рис. 3-29 в результате перепрева паяльником произошел обрыв в сопротивлении r_1 .

Как при этом изменятся (увеличатся или уменьшатся) показания всех приборов, показанных на схеме, если напряжение между зажимами A и B осталось прежним.

76. В цепи (рис. 3-29) при нарушении нормальной работы показание амперметра увеличилось, вольтметр V_1 показывает нуль, вольтметр V_2 — напряжение, равное напряжению между зажимами А и Б.

Какова возможная неисправность?

77. В какое положение нужно поставить ползунок Π реостата (рис. 3-30), чтобы ваттметр показал наибольшее значение. Напряжение U на зажимах цепи считать неизменным.

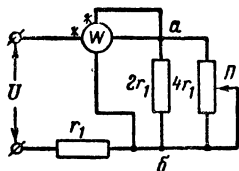


Рис. 3-30. К задаче 77.

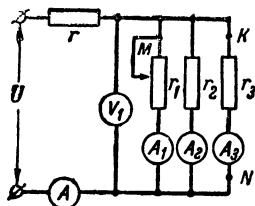


Рис. 3-31. К задаче 78.

78. Какие значения покажут приборы в цепи (рис. 3-31), если точки К и N соединить проводником, сопротивление которого можно принять равным нулю.

79. Как будут изменяться показания приборов в цепи (рис. 3-31) по мере перемещения ползунка реостата r_1 от точки М вниз?

80. Составить выражение для общего сопротивления цепи (рис. 3-32) и вычислить его, если $r_1=r_2=r_3=r_5=5,5$ ом; $r_4=12$ ом; $r_6=3,25$ ом.

81. Определить общее сопротивление цепи (рис. 3-33), если $r_1=r_4=60$ ом; $r_2=r_5=40$ ом; $r_3=10$ ом; $r_6=80$ ом.

82. Определить все токи в цепи (рис. 3-34), если $U=120$ в; $r_1=r_6=4,5$ ом; $r_2=22$ ом; $r_3=7,6$ ом; $r_4=24$ ом; $r_5=36$ ом.

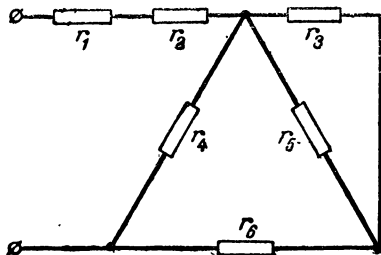


Рис. 3-32. К задаче 80.

83. Составить выражение для общего сопротивления цепи (рис. 3-35) и вычислить все токи, если $U=36$ в; $r_1=r_4=400$ ом; $r_2=0,8$ ком; $r_3=1,8$ ком; $r_5=1,2$ ком; $r_6=2$ ком.

84. Для цепи, схема которой показана на рис. 3-36, дано: $U=4,4$ в; $r_1=4$ ом; $r_2=r_4=12$ ом; $r_3=2,0$ ом; $r_5=3,5$ ом; $r_6=4,5$ ом. Вычислить токи во всех сопротивлениях и общий ток.

85. Для регулировки напряжения U_n на потребителе r_n (рис. 3-37) его присоединили к реостату, включенному по трехточечной схеме.

Выразить напряжение U_n в зависимости от остальных величин, обозначенных на схеме.

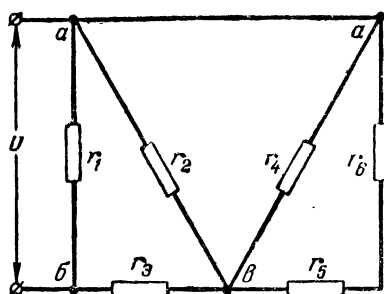


Рис. 3-33. К задаче 81.

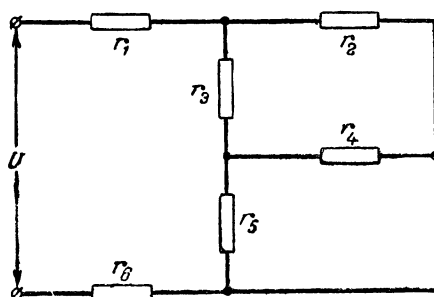


Рис. 3-34. К задаче 82.

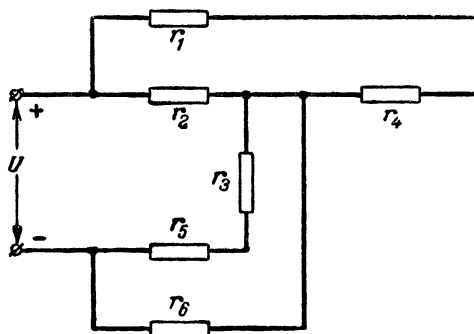


Рис. 3-35. К задаче 83.

86. Для цепи предыдущей задачи построить графики зависимости $\frac{U_{\text{п}}}{U} \left(\frac{r_1}{r} \right)$ для двух случаев: а) $r = 1 \text{ ком}$, $r_{\text{н}} = 5 \text{ ком}$, б) $r = 1 \text{ ком}$, $r_{\text{н}} = 200 \text{ ом}$.

Сделать вывод о плавности регулирования напряжения в зависимости от соотношения $r_{\text{н}}$ и r .

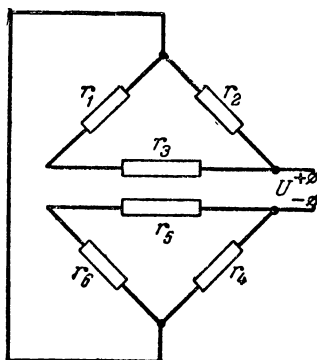


Рис. 3-36. К задаче 84.

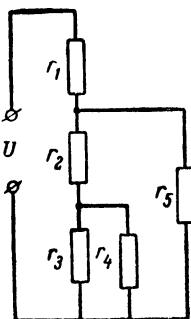


Рис. 3-38. К задаче 88.

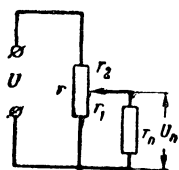


Рис. 3-37. К задаче 85.

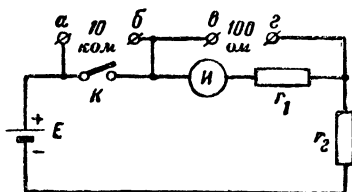


Рис. 3-39. К задаче 89.

87. От источника энергии с напряжением 40 в питается делитель напряжения. К выходным зажимам, напряжение на которых 10 в, присоединен потребитель с током 10 ма.

Определить параметры делителя и напряжение на его выходных зажимах в режиме холостого хода, если мощность всей цепи, присоединенной к источнику энергии, составляет 2 вт (в рабочем режиме).

88. Сопротивления $r_1 = r_3 = 400 \text{ ом}$ и $r_2 = 200 \text{ ом}$ (рис. 3-38) образуют делитель напряжения, присоединенный к источнику энергии с напряжением $U = 80 \text{ в}$. Эквивалентные сопротивления присоединенных к делителю потребителей $r_4 = 1,2 \text{ ком}$ и $r_5 = 2 \text{ ком}$.

Определить э. д. с. E источника энергии и его внутреннее сопротивление r_0 , при которых напряжение на зажимах U изменяется на 10% при отключении сопротивления r_5 .

89. Омметр типа М-471, принципиальная схема которого показана на рис. 3-39, рассчитан на два предела измерения сопротивления

ний r_x : 1) 10 *ком* (ключ K разомкнут, сопротивление r_x присоединено к зажимам $a-b$), 2) 100 *ом* (ключ K замкнут, сопротивление r_x присоединено к зажимам $в-г$).

Определить пределы изменения тока в измерительном механизме I для значений $r_x=(1-10 \text{ ком})$ и $r_x=(10-100) \text{ ом}$; если $r_1=20 \text{ ом}$, $r_2=5 \text{ ком}$ и $E=1,4 \text{ в}$. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

90. При обоих пределах измерений сопротивления, измеряемые омметром предыдущей задачи, изменяются в одинаковое число раз, т. е. $r'_{x \text{ макс}}/r'_{x \text{ мин}} = r''_{x \text{ макс}}/r''_{x \text{ мин}}$.

Найти зависимость между сопротивлениями r'_x , r''_x , r_1 и r_2 , которая обеспечивает одинаковые отклонения стрелки прибора на обоих пределах измерения.

91. Сопротивление $r_1=2,9 \text{ ом}$ и две пары параллельно соединенных сопротивлений: 1) $r_2=2 \text{ ом}$ и $r_3=8 \text{ ом}$, 2) $r_4=6 \text{ ом}$ и $r_5=2 \text{ ом}$ включены последовательно и питаются от источника с внутренним сопротивлением $r_0=0,2 \text{ ом}$.

Определить токи во всех участках цепи, если вольтметр, подключенный на зажимы сопротивления r_1 показывает напряжение 5,8 *в*. Сделать проверку решения по 2-му закону Кирхгофа.

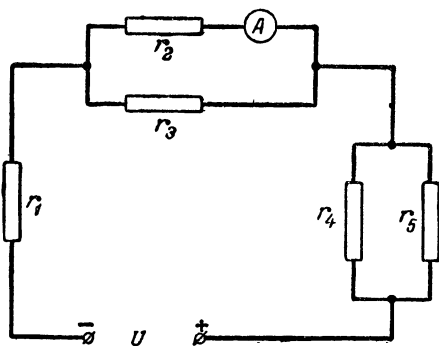


Рис. 3-40. К задаче 92.

92. В цепи, схема которой приведена на рис. 3-40, амперметр показывает ток 0,5 *ма*.

Определить напряжение на зажимах источника, если $r_1=600 \text{ ом}$; $r_2=6 \text{ ком}$; $r_3=2 \text{ ком}$; $r_4=1 \text{ ком}$; $r_5=4 \text{ ком}$.

93. К зажимам источника энергии с внутренним сопротивлением $r_0=0,8 \text{ ом}$ присоединены две ветви. В одной из них неизвестное сопротивление r_x , по которому проходит ток $I=0,5 \text{ а}$. В другой ветви три сопротивления $r_2=24 \text{ ом}$; $r_3=10 \text{ ом}$ и $r_4=15 \text{ ом}$, причем r_3 и r_4 включены параллельно, а r_2 — к ним последовательно.

Определить сопротивление r_x и э. д. с. источника, если падение напряжения на сопротивлении r_3 равно 12 *в*.

94. Амперметры A_1 и A_2 (рис. 3-41) соответственно показывают токи 1,6 и 2,4 *ма*.

Определить сопротивление r_x и э. д. с. источника энергии, если $r_1=r_2=5 \text{ ком}$; $r_3=1,5 \text{ ком}$; $r_4=2 \text{ ком}$. Внутренним сопротивлением источника и сопротивлениями амперметров пренебречь.

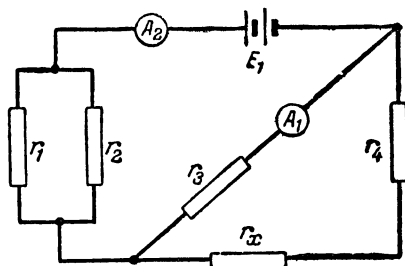


Рис. 3-41. К задаче 94.

95. В цепи, схема которой приведена на рис. 3-42, вольтметр показывает напряжение 110 в.

Определить сопротивление r_x и токи во всех участках цепи, если э. д. с. источника энергии 127 в, его внутреннее сопротивление $r_0=2 \text{ ом}$ и сопротивления: $r_1=120 \text{ ом}$; $r_2=60 \text{ ом}$; $r_3=70 \text{ ом}$; $r_4=275 \text{ ом}$. Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

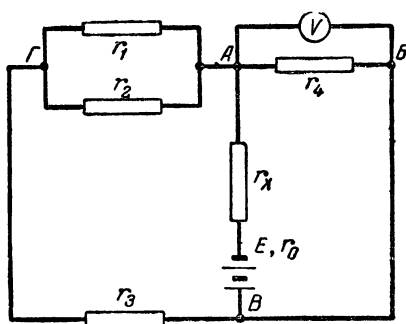


Рис. 3-42. К задаче 95.

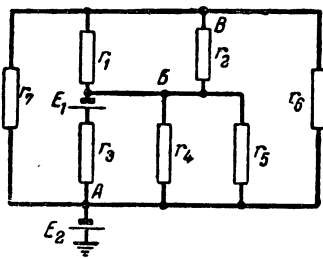


Рис. 3-43. К задаче 97.

96. Для контура $ABVGA$ предыдущей задачи построить потенциальную диаграмму, приняв потенциал точки A равным нулю.

97. Для цепи (рис. 3-43) дано: $E_1=E_2=4,8 \text{ в}$; $r_1=r_2=960 \text{ ом}$; $r_3=260 \text{ ом}$; $r_4=r_5=720 \text{ ом}$; $r_6=600 \text{ ом}$; $r_7=400 \text{ ом}$; $r_{01}=r_{02}=0$.

Вычислить все токи и потенциалы точек A , B и V .

Задачи к § 3-3

98. От двухпроводной линии из алюминиевых проводов диаметром 4 мм и длиной в 1 км питается двигатель напряжением $U_2=450 \text{ в}$. Напряжение в начале линии $U_1=500 \text{ в}$.

Составить схему цепи и определить: потерю напряжения, ток и плотность тока в линии, а также мощность потребителя и стоимость энергии, теряемой в линии за месяц, при среднесуточной работе в течение 10 ч и тарифе на электроэнергию 4 коп. за 1 кВт·ч.

99. На сколько вольт можно уменьшить напряжение генератора предыдущей задачи, подключенного в начале линии, если заменить алюминиевые провода медными и сохранить неизменным режим двигателя.

100. Определить сопротивление алюминиевых проводов линии, питающей потребитель мощностью 4,5 кВт и напряжением $U_2=450$ в, если напряжение U_2 изменяется на 1% при колебаниях температуры на $\pm 30^\circ\text{C}$. Принять сопротивление проводов много меньшим сопротивления потребителя.

101. Потеря напряжения в линии, питающей двигатель мощностью $P_1=10$ кВт, составляла 20 в. После замены двигателя более мощным $P_2=16$ кВт изменили напряжение генератора в начале линии так, чтобы сохранилось неизменным напряжение в конце линии.

Определить, на сколько вольт изменили напряжение в начале линии и во сколько раз изменились потеря напряжения и ток в линии, считая, что сопротивление линий много меньше сопротивления двигателя.

102. На участке двухпроводной троллейбусной линии находилось 4 машины на расстоянии 380 м друг от друга. Ток каждой из машин 145 а.

Вычислить напряжения сети у 2-й, 3-й и 4-й машин, если напряжение на контактах первой машины, где находится питающая подстанция, составляло 600 в, а сопротивление контактного провода 0,22 ом/км.

На сколько вольт уменьшится общая потеря напряжения в рассматриваемом участке линии, если подсоединением питающего провода (рис. 3-14) ее сопротивление уменьшили до 0,12 ом/км.

103. Аппарат, состоящий из нескольких панелей, размещенных на стойке, имеет общий блок питания с напряжением 6 в внизу стойки. От блока питания к двум верхним панелям проложен двухжильный кабель. Расстояние от блока питания до первой панели 1,5 м, а до второй 2 м. Токи потребителей первой и второй панелей соответственно 7 а и 5 а.

Каким должен быть диаметр медной жилы кабеля, чтобы напряжение на зажимах панелей было не менее 5,7 в.

Задачи к § 3-4

104. Для цепи (рис. 3-44) дано: $E=12$ в; $r_1=2$ ом; $r_2=4$ ом; $r_3=10$ ом; $r_4=60$ ом; $r_5=22$ ом; $r_6=55$ ом; $r_7=11$ ом.

Определить число соединений звездой и треугольником. Преобразовать соединение сопротивлений r_1 ; r_2 ; r_3 в треугольник и вычислить сопротивления последнего.

105. Для цепи предыдущей задачи вычислить все токи, преобразовав треугольник сопротивлений r_2 ; r_3 ; r_4 в звезду ($r_0=0$).

106. Для задачи 104 вычислить все токи в цепи, преобразовав звезду сопротивлений r_3 ; r_4 ; r_6 в треугольник.

107. Как известно (§ 3-4, дополнительный вопрос 1), ток в диагонали мостовой схемы (рис. 3-45) равен нулю, т. е. потенциалы точек $\varphi_a = \varphi_b$, если $r'_1 r''_2 = r''_1 r'_2$.

Принимая для реостатов r_1 и r_2 линейное (равномерное) распределение сопротивления по корпусу реостата и длину реостатов одинаковой, выяснить:

а) как нужно перемещать ползунки реостатов, чтобы вольтметр все время показывал нуль;

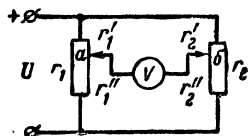
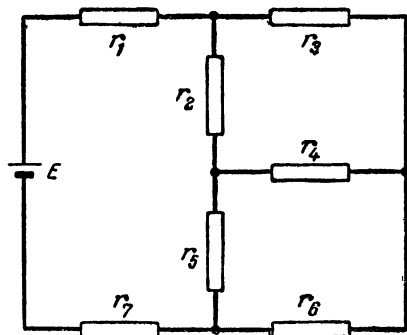


Рис. 3-45. К задаче 107.

Рис. 3-44. К задаче 104.

б) почему при произвольном перемещении ползунков реостатов нужен вольтметр с нулем посередине шкалы.

3-6. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 3

62. 2 а; 3 а; 5 а; 49, 5 в; 10 в; 0,6 в; 37,5 в; 1,4 в; 247,5 вт; 50 вт; 1,2 вт; 1,8 вт; 187,5 вт; 7,0 вт.

63. 12 а; 9,6 а; 2,4 а; 58,8 в; 48 в.

64. от U до $0,48 U$; от U до $0,45 U$.

65. 1) 2% и 2%; 2) 16,5% и 0,2%.

66. 10° .

67. 45 ком; 748 мка; 748 мка; 3 лм.

68. 3,6 а; 12 а; 8,4 а; 7 а; 1,4 а; 1 440 вт; 1 397 вт; 43 вт.

69. 91 ом.

70. 0,6 а; 0,3 а; 0,12 а; 0,18 а; 3,6 в.

71. Две; 24 ом; общий ток 5 а; токи ветвей 1 а; 120 в.

72. 20 ком (1,0 вт); 50 ком (0,25 вт); 240 в; 131 в.

73. Мощность в сопротивлении r_1 составит 18 вт при допустимой 0,25 вт и оно сгорит.

74. Обнаруживаются два вида замыканий: 1) a_1 — a_2 или a_1 — b_1 (замкнута обмотка 1, питается обмотка 2); 2) a_2 — b_2 или b_1 — b_2 (замкнута обмотка 2, питается обмотка 1). Нельзя обнаружить замыкание a_1 — b_2 (реле нейтрально при любых r_1).

75. Амперметр и вольтметр V_2 покажут меньшую величину, а вольтметр V_1 — большую величину.

76. Короткое замыкание сопротивления r_1 или r_2 .

77. В середине сопротивления $4 r_1$.

78. Вольтметр и амперметры A_1 , A_2 , A_3 покажут нуль, общий амперметр — величину тока $I = U/r$.

79. Показания амперметров A и A_1 возрастают, остальных приборов — уменьшаются.

$$80. r_{06} = r_1 + r_2 + \frac{\left(\frac{r_3 r_5}{r_3 + r_5} + r_6\right) r_4}{\frac{r_3 r_5}{r_3 + r_5} + r_6 + r_4} = 15 \text{ ом.}$$

81. 20 ом.

82. 6 а; 3 а; 3 а; 1,8 а; 1,2 а.

$$83. r_{06} = \frac{(r_1 + r_4) r_2}{r_1 + r_4 + r_2} + \frac{(r_3 + r_5) r_6}{r_3 + r_5 + r_6} = 1,6 \text{ ком; } 22,5 \text{ ма; } 9 \text{ ма; } 13,5 \text{ ма; } 11,25 \text{ ма; } 11,25 \text{ ма.}$$

84. 0,5 а; 0,3 а; 0,2 а; 0,165 а; 0,335 а.

$$85. U_{\Pi} = U \frac{1}{\frac{r}{r_1} + \frac{r_2}{r_{\Pi}}}.$$

86. Плавность регулирования обеспечивается при $r_{\Pi} \gg r$.

r_1/r	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
а) U_{Π}/U	0	0,194	0,382	0,572	0,775	1,0
б) U_{Π}/U	0	0,11	0,18	0,27	0,445	1,0

87. 600 ом; 250 ом; 11,8 в.

88. 120 в, 400 ом.

89. 93÷234 мка для обоих диапазонов.

90. $r'_x r''_x = r_1 r_2$.

91. 2 а; 1,6 а; 0,4 а; 0,5 а; 1,5 а.

92. 5,8 в.

93. 120 ом; 62 в.

94. 1 ком; 8,4 в.

95. 10,1 ом; 1,4 а; 0,4 а; 1,0 а; 0,33 а; 0,66 а.

96. $\varphi_B = \varphi_{\Gamma} = 110$ в; $\varphi_{\Gamma} = 40$ в.

97. 9,6 ма; 3,2 ма; 3,2 ма; 1,6 ма; 1,6 ма; 1,28 ма; 1,92 ма;
 $\varphi_A = -4,8$ в; $\varphi_B = -7,1$ в; $\varphi_{\Gamma} = -5,68$ в.

98. 50 в; 10,8 а; 0,86 а/мм²; 4,9 квт; 6 р. 50 к.

99. 20 в.

100. 1,8 ом.

101. 12 в; в 1,6 раза.

102. 527 в; 479 в; 455 в; на 66 в.

103. Не менее 1,1 мм.

104. Соединений звездой — 4; соединений треугольником — 2; 0,8 ом; 17 ом; 34 ом.

105. 380 ма; 108 ма; 108 ма; 272 ма; 272 ма; 0.

106. 380 ма; 108 ма; 108 ма; 272 ма; 272 ма; 0.

107. а) Точки а и б должны быть равноудалены от соответствующих краев реостатов.

б) Возможны режимы $\varphi_a > \varphi_b$ и $\varphi_a < \varphi_b$. При одном из них стрелка отклоняется по направлению движения часовой стрелки, а при другом — в противоположном направлении.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ, ВКЛЮЧЕННЫЕ В РАЗНЫЕ ВЕТВИ

4-1. МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ ТОКОВ

Условие задачи

В электротехнической практике (автоматике, радиоэлектронике) широко применяется устройство, называемое спусковым или триггером, схема работы которого, как показано в дополнительном вопросе 4 к этой задаче, в одном из режимов сводится к показанной на рис. 4-1. Подобные цепи встречаются и в ряде других устройств.

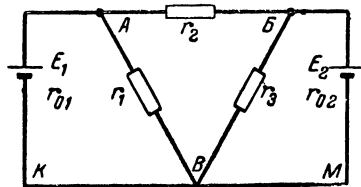


Рис. 4-1. Сложная цепь с двумя источниками энергии.

Для рассматриваемой цепи (рис. 4-1) требуется определить токи во всех участках и напряжения между узловыми точками A , B и B при следующих данных: $r_1 = r_3 = 2$ ом; $r_2 = 1,6$ ом; $E_1 = 3,6$ в; $E_2 = 4,8$ в; $r_{01} = r_{02} = 0,5$ ом.

Решение задачи

1. Применение метода наложения к цепи рис. 4-1. Разветвленные цепи с несколькими источниками энергии, включенные в разные ветви, к числу которых относится и цепь рис. 4-1, являются сложными цепями. Для расчета таких сложных электрических цепей существует ряд методов, один из которых (метод наложения) рассматривается в этом параграфе, а другие методы — в следующих параграфах.

По методу наложения ток в любом участке цепи рассматривается как алгебраическая сумма частичных

токов, созданных каждой э. д. с. в отдельности. В нашем случае следует: во-первых, определить *частичные токи от э. д. с. E_1 при отсутствии э. д. с. E_2* , т. е. рассчитать простую цепь по рис. 4-2; во-вторых, найти *частичные токи от э. д. с. E_2 при отсутствии э. д. с. E_1* , т. е. рассчитать простую цепь по рис. 4-3; в-третьих, *алгебраически сложить частичные токи двух последних схем*.

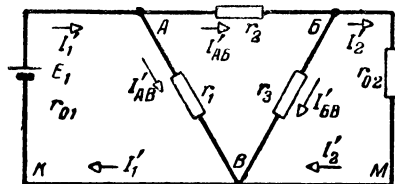


Рис. 4-2. Исключение одной э. д. с. из сложной цепи.

Итак, метод наложения позволяет заменить расчет одной сложной цепи с несколькими источниками энергии (рис. 4-1) расчетом нескольких (в данном случае двух) цепей с одним источником энергии в каждой.

2. Обозначение частных токов. Все частичные токи от э. д. с. E_1 (рис. 4-2) обозначим с одним штрихом, а все частичные токи от э. д. с. E_2 (рис. 4-3)—с двумя штрихами.

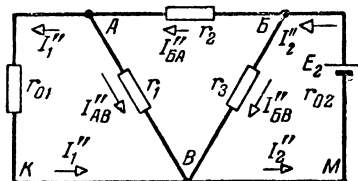


Рис. 4-3. Исключение второй э. д. с. из сложной цепи.

3. Вычисление частных токов. Для цепи с э. д. с. E_1 (рис. 4-2) рассчитаем сначала общее сопротивление участка BB

$$r'_{BB} = \frac{r_3 r_{02}}{r_3 + r_{02}} = \frac{2 \cdot 0,5}{2 + 0,5} = 0,4 \text{ ом.}$$

Оно соединено последовательно с сопротивлением r_2 , поэтому

$$r'_{ABV} = r_2 + r'_{BB} = 1,6 + 0,4 = 2 \text{ ом.}$$

Два одинаковых сопротивления r'_{ABV} и r_1 соединены параллельно, поэтому общее сопротивление всей внешней цепи

$$r'_{AB} = \frac{r_1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ом.}$$

Ток источника

$$I'_1 = \frac{E_1}{r_{01} + r'_{AB}} = \frac{3,6}{1,5} = 2,4 \text{ а}$$

разветвляется в узловой точке A на два одинаковых тока:

$$I'_{AB} = I'_{AB} = \frac{I'_1}{2} = 1,2 \text{ а.}$$

Ток I'_{AB} разветвляется в узловой точке B на токи

$$I'_2 = I'_{AB} \frac{r_2}{r_{02} + r_2} = 1,2 \frac{2}{2,5} = 0,96 \text{ а;}$$

$$I'_{BB} = I'_{AB} - I'_2 = 1,2 - 0,96 = 0,24 \text{ а.}$$

Для цепи с э. д. с. E_2 (рис. 4-3):

$$r''_{AB} = \frac{r_1 r_{01}}{r_1 + r_{01}} = \frac{2 \cdot 0,5}{2 + 0,5} = 0,4 \text{ ом;}$$

$$r''_{BAB} = r_2 + r''_{AB} = 1,6 + 0,4 = 2,0 \text{ ом;}$$

$$r''_{BB} = \frac{r''_{BAB}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ ом.}$$

В ветви источника с э. д. с. E_2 ток

$$I''_2 = \frac{E_2}{r''_{BB} + r_{02}} = \frac{4,8}{1,5} = 3,2 \text{ а.}$$

Поскольку $r''_{BAB} = r_2 = 2,0 \text{ ом}$, то токи

$$I''_{BA} = I''_{BB} = \frac{I''_2}{2} = \frac{3,2}{2} = 1,6 \text{ а.}$$

Токи в параллельных ветвях участка AB :

$$I''_1 = I''_{BA} \frac{r_1}{r_{01} + r_1} = 1,6 \frac{2}{2,5} = 1,28 \text{ а;}$$

$$I''_{AB} = I''_{BA} - I''_1 = 1,6 - 1,28 = 0,32 \text{ а.}$$

4. Вычисление токов в цепи рис. 4-1. Выполним алгебраическое сложение частичных токов.

На участке AKB частичный ток I'_1 (см. рис. 4-2) направлен от узла B к узлу A , а частичный ток I''_1 (рис. 4-3) — от A к B , т. е. навстречу первому. Поэтому суммарный ток

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 2,4 - 1,28 = 1,12 \text{ а.}$$

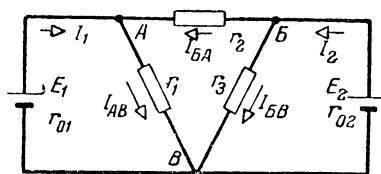


Рис. 4-4. Токи в схеме по рис. 4-1.

Направление тока I_1 (рис. 4-4) совпадает с направлением большего частичного тока, т. е. тока I'_1 .

Аналогичным образом определяем токи I_{BA} и I_2

$$I_{BA} = I''_{BA} - I'_{AB} = 1,6 - 1,2 = 0,4 \text{ а;}$$

$$I_2 = I'_2 - I'_2 = 3,2 - 0,96 = 2,24 \text{ а.}$$

Направления токов I_{BA} и I_2 (рис. 4-4) совпадают с направлениями токов I''_{BA} и I'_2 соответственно.

В ветви AB оба частичных тока (I'_{AB} и I''_{AB}) совпадают по направлению, поэтому

$$I_{AB} = I'_{AB} + I''_{AB} = 1,2 + 0,32 = 1,52 \text{ а.}$$

Аналогично

$$I_{BB} = I'_{BB} + I''_{BB} = 0,24 + 1,6 = 1,84 \text{ а.}$$

5. Вычисление напряжений. Напряжения между узловыми точками:

$$U_{BA} = I_{BA} r_2 = 0,4 \cdot 1,6 = 0,64 \text{ в;}$$

$$U_{AB} = I_{AB} r_1 = 1,52 \cdot 2 = 3,04 \text{ в;}$$

$$U_{BB} = I_{BB} r_3 = 1,84 \cdot 2 = 3,68 \text{ в.}$$

6. Проверка результатов вычислений. Для проверки расчетов составим уравнения по законам Кирхгофа.

Для узла A : $I_{AB} = I_1 + I_{BA}$; действительно, $1,52 = 1,12 + 0,4$.

Для узла B : $I_2 = I_{BA} + I_{BV}$; действительно, $2,24 = 0,4 + 1,84$.

Для контура ABV : $U_{AB} - U_{BV} + U_{BA} = 0$; действительно, $+3,04 - 3,68 + 0,64 = 0$. (Обход против направления движения стрелки часов.)

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как применяется метод наложения для расчета цепей, содержащих более двух источников? Если цепь содержит, например, три источника (рис. 4-5), то следует составить три схемы для расчета частичных токов: одна схема будет содержать только э. д. с. E_1 , другая—только э. д. с. E_2 , а третья—только э. д. с. E_3 . Рассчитав в трех схемах частичные токи и алгебраически сложив их, получим токи заданной цепи.

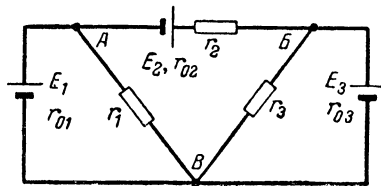


Рис. 4-5. Сложная цепь с тремя источниками энергии.

2. В каких случаях для расчета сложной цепи целесообразно применять метод наложения? Наиболее трудоемкой частью в расчетах по методу наложения является вычисление частичных токов. Поэтому его применяют при небольшом числе источников: двух, иногда трех.

Этот метод удобен также в тех случаях, когда не нужен полный расчет цепи, а требуется найти, например, только токи в участках с источниками.

3. В каких случаях расчет токов методом наложения может привести к большим погрешностям в результатах?

Если результирующий ток ветви выражается разностью двух близких величин, то незначительная относительная погрешность в определении слагаемых (частичных токов) может привести к весьма большой относи-

тельной погрешности результата (действительного тока ветви). В таких случаях метод наложения применять нецелесообразно.

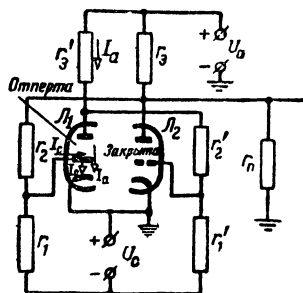


Рис. 4-6. Схема триггера.

4. Какова схема триггера? Спусковое устройство (триггер) имеет два устойчивых режима работы. При одном из них (рис. 4-6) через лампу Л1 проходят токи I_a и I_c от анода и сетки к катоду (эта лампа отперта), а в лампе Л2 нет тока (она закрыта). Возможен противоположный режим схемы — Л1 заперта, а Л2 отперта, — который является другим устойчивым состоянием триггера. Поскольку спусковое устройство имеет только два устойчивых состояния, то оно подобно реле или переключателю.

Схема триггера (рис. 4-6) симметрична ($r_1=r'_1$, $r_2=r'_2$, $r_3=r'_3$), и ее можно разделить на две самостоятельные цепи. Одна из них (рис. 4-7) изображена для режима, при котором лампа Л1 отперта и ее участок между сеткой и катодом с током I_c (рис. 4-6) заменен эквивалентным сопротивлением r_{c-k} (рис. 4-7), а запертая лампа Л2 не учитывается, так как ток через нее не проходит. На этой схеме r_n — это эквивалентное сопротивление потребителя, присоединяемого к триггеру.

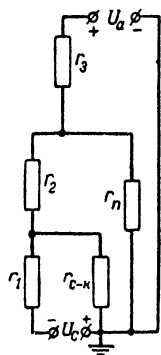


Рис. 4-7. Эквивалентная схема одной из цепей триггера.

Полученную схему (рис. 4-7) можно изобразить иначе (рис. 4-8), откуда ясно, что она аналогична рассмотренной (рис. 4-1). Иная полярность напряжения U_c по сравнению с э. д. с. E_1 (рис. 4-1) на методику расчета не повлияет.

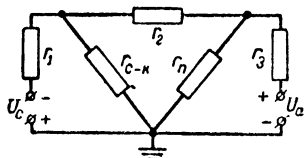


Рис. 4-8. Другое начертание схемы по рис. 4-7.

4-2. МЕТОД УРАВНЕНИЙ КИРХГОФА

Условие задачи

Для цепи (рис. 4-9) дано: $E_1=60$ в; $E_2=48$ в; $E_3=6$ в; $r_1=200$ ом; $r_2=100$ ом; $r_3=9,5$ ом; $r_{01}=0,5$ ом. Внутренними сопротивлениями первого и второго источников можно пренебречь ($r_{01}=r_{02}\approx 0$). Требуется определить токи во всех ветвях.

Решение задачи

1. Сущность метода. Этот метод основан на применении 1-го и 2-го законов Кирхгофа, не требует никаких преобразований схемы и пригоден для расчета любой цепи; в этом его преимущество. Сколько же нужно составить уравнений для расчета цепи?

Очевидно столько, сколько неизвестных величин, в нашем случае — токов. Поэтому начнем решение задачи с определения числа неизвестных токов.

2. Определение неизвестных токов и выбор их направлений. Как известно, в каждом неразветвленном участке цепи (ветви) ток имеет одно и то же значение от начала до конца участка. В рассматриваемой цепи (рис. 4-9) к узловым точкам А и В присоединены три ветви: $БВГА$ с током I_1 , $БА$ — с током I_2 , $БДЖА$ — с током I_3 .

Итак, число различных токов равно числу ветвей электрической цепи.

Как определить направления этих токов?

Нам уже известно, что в сложной цепи до ее расчета узнать направления всех токов нельзя. Поэтому *вначале направления токов выбирают произвольно (положительные направления токов)* и при выбранных направлениях составляют уравнения. Затем решают эти уравнения и определяют истинные направления токов по их алгебраическим знакам, а именно: токи, имеющие действительные направления, обратные выбранным, выражаются отрицательными числами.

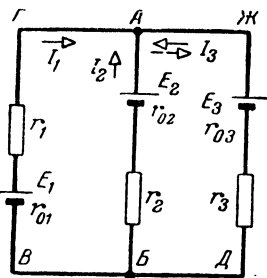


Рис. 4-9. Сложная цепь с тремя ветвями.

Так, в нашем случае, можно заранее сказать, что не все выбранные направления токов (рис. 4-9, сплошные стрелки) совпадают с действительными, так как не могут все токи притекать к узлу *A*. Очевидно, что в результате расчета один или два тока выразятся отрицательными числами.

Итак, токи в уравнениях Кирхгофа являются алгебраическими величинами, знаки которых зависят от направлений токов.

3. Составление уравнений по законам Кирхгофа. В нашей задаче три неизвестных тока (I_1 ; I_2 ; I_3), для определения которых составим три уравнения.

Начнем с уравнений по 1-му закону Кирхгофа как более простых. Для цепи с n узлами можно составить $n-1$ независимых уравнений; для одного (любого) узла цепи уравнение не следует составлять, так как оно было бы следствием предыдущих.

В цепи рис. 4-9 два узла, поэтому составляем одно уравнение по 1-му закону Кирхгофа, например для узла *A*:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (4-1)$$

Два недостающих уравнения составим по 2-му закону Кирхгофа, выбрав для этого, например, контуры *БАЖДБ* и *ВГЖДВ* (чтобы уравнения были независимы в каждый следующий контур должна входить одна новая ветвь, не входившая в предыдущие).

Приняв обход каждого контура по направлению движения часовой стрелки и учитывая правила знаков (см. дополнительный вопрос 2, § 3-1), получим

$$I_2(r_2 + r_{02}) - I_3(r_3 + r_{03}) = E_2 - E_3; \quad (4-2)$$

$$I_1(r_1 + r_{01}) - I_3(r_3 + r_{03}) = E_1 - E_3. \quad (4-3)$$

4. Вычисление токов. Подставив в уравнения (4-2) и (4-3) значения сопротивлений и э. д. с., получим:

$$I_2 \cdot 100 - I_3(9,5 + 0,5) = 48 - 6$$

или

$$100I_2 - 10I_3 = 42; \quad (4-4)$$

$$I_1 \cdot 200 - I_3(9,5 + 0,5) = 60 - 6$$

или

$$200I_1 - 10I_3 = 54. \quad (4-5)$$

Итак, определение токов сводится к решению системы трех уравнений (4-1), (4-4) и (4-5) с тремя неизвестными. Для этого, например, определим ток I_2 из уравнения (4-1) и подставим его значение в уравнение (4-4):

$$-100(I_1 + I_3) - 10I_3 = 42$$

или, приведя подобные члены,

$$-100I_1 - 110I_3 = 42. \quad (4-6)$$

Получились два уравнения (4-5) и (4-6) с двумя неизвестными: I_1 и I_3 .

Умножив уравнение (4-6) на 2 и сложив его с уравнением (4-5), получим:

$$-10I_3 - 220I_3 = 138,$$

откуда

$$I_3 = -\frac{138}{230} = -0,6 \text{ а.}$$

Подставив значение тока I_3 в уравнение (4-6), получим:

$$-100I_1 - 110(-0,6) = 42,$$

откуда

$$I_1 = \frac{42 - 66}{-100} = 0,24 \text{ а.}$$

Ток I_2 определим из уравнения (4-1):

$$I_2 = -I_1 - I_3 = -0,24 + 0,6 = 0,36 \text{ а.}$$

Токи I_1 и I_2 имеют положительные значения, а I_3 — отрицательное; следовательно, направления первых двух токов были выбраны правильно, а тока I_3 — неправильно. Действительное направление тока I_3 указано пунктирной стрелкой на рис. 4-9. При этом сумма притекающих к узлу A токов $I_1 + I_2 = 0,24 + 0,36 = 0,6 \text{ а}$, равна оттекающему току $I_3 = 0,6 \text{ а}$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Сколько электрических контуров имеют цепи, показанные на рис. 4-9 и 4-1? Электрическая цепь (рис. 4-9) имеет три контура:

ГАБВГ, ГЖДВГ и АЖДБА. Для составления двух уравнений по 2-му закону Кирхгофа нужно и достаточно выбрать два контура. Проще всего выбрать контуры, образующие отдельные ячейки, в нашем случае ГАБВГ и АЖДБА (во второй из них войдет новая ветвь ЖД).

Для расчета цепи рис. 4-1 при помощи законов Кирхгофа надо составить 5 независимых уравнений (цепь состоит из пяти ветвей). Цепь имеет 3 узла (А, В, В), значит, по 1-му закону Кирхгофа можно составить 2 независимых уравнения. Недостающие 3 уравнения нужно составить по 2-му закону Кирхгофа.

В цепи по рис. 4-1 можно наметить шесть контуров (АВКА, АБВКА, АБМКА, АБВА, АБМВА и БМВБ), но независимые уравнения получаются только для трех контуров, например для трех ячеек: АВКА, АБВА и БМВБ, в каждую из которых входит новая ветвь.

Итак, электрическая цепь имеет больше контуров, чем нужно, и можно ее использовать для составления уравнений.

2. Как вести расчет, если заданы значения токов, но неизвестны другие параметры цепи? Очевидно, что из трех независимых уравнений (4-1), (4-2) и (4-3), составленных для цепи рис. 4-9, можно определить любые три неизвестные величины. Например, при заданных значениях токов и сопротивлений можно определить э. д. с. E_1 , E_2 и E_3 , а по известным токам и э. д. с. — величины трех сопротивлений.

Итак, порядок расчета цепи по методу уравнений Кирхгофа не зависит от того, какие величины заданы и какие неизвестны. *Число неизвестных величин не должно быть больше числа независимых уравнений, которые можно составить по 1-му и 2-му законам Кирхгофа.*

3. Следует ли принимать одинаковое направление обхода для всех контуров? При составлении уравнений (4-2) и (4-3) было выбрано одно и то же направление обхода этих контуров (по направлению движения часовой стрелки). Приняв для одного из них, например, АЖДБА (рис. 4-9), противоположное направление обхода, получим:

$$I_3(r_3 + r_{03}) - I_2(r_2 + r_{02}) = E_3 - E_2. \quad (4-7)$$

Сравнивая уравнения (4-2) и (4-7) легко убедиться, что они тождественны, так как различаются только противоположными знаками всех членов уравнения.

Итак, для каждого контура направление обхода может быть выбрано произвольно.

4. Можно ли рассматриваемую задачу решить методом наложения? Бесспорно можно, но при этом пришлось бы рассчитать токи в трех схемах, каждая из которых содержала бы по одной э. д. с. (E_1 , E_2 и E_3). Очевидно, что такой расчет был бы более длительным, чем составление и решение трех уравнений.

5. Целесообразно ли предыдущую задачу (рис. 4-1) решать методом уравнений Кирхгофа? Электрическая цепь по рис. 4-1 имеет пять неизвестных токов, и для их вычисления потребовалось бы пять уравнений (два по 1-му и три по 2-му законам Кирхгофа).

Решение системы из пяти уравнений — не проще, чем вычисление токов в двух простых цепях по методу наложения.

4.3. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Условие задачи

В цепи (рис. 4-10), рассмотренной уже в предыдущем параграфе (см. рис. 4-9), определить все токи методом контурных токов.

Решение задачи

1. Определение числа контурных токов. В методе контурных токов применяется только 2-й закон Кирхгофа, поэтому число уравнений, которые надо решать совместно, меньше. Достигается это разделением схемы на ячейки и введением контурных токов, проходящих по ячейкам.

Так, в заданной цепи (рис. 4-10) можно рассмотреть два тока: I_1 — в контуре ГАБВГ и I_2 — в контуре АЖДБА. На-

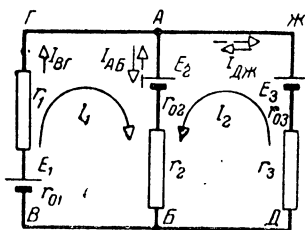


Рис. 4-10. Контурные токи в цепи с тремя ветвями.

правления контурных токов выбираются сначала произвольно, а затем определяются в результате расчета.

При указанных направлениях контурных токов их алгебраическая сумма $I_1 + I_2$ выражает ток ветви AB , а каждый из контурных токов равен току одной из крайних ветвей, т. е.

$$I_1 = I_{BG}, \quad I_2 = I_{ДЖ}$$

Итак, в рассматриваемой цепи два контурных тока позволяют выразить токи трех ветвей.

2. Определение собственных и общих сопротивлений контуров. Сумма всех сопротивлений контура называется его собственным сопротивлением. Для контура $ГABBG$ (рис. 4-10) собственное сопротивление

$$r_{11} = r_{01} + r_1 + r_{02} + r_2 = 200 + 100 = 300 \text{ ом},$$

а для контура $AЖДБА$ —

$$r_{22} = r_2 + r_{02} + r_{03} + r_3 = 100 + 0,5 + 9,5 = 110 \text{ ом}.$$

Сопротивление общей ветви двух контуров (ветвь AB рис. 4-10) называется их общим сопротивлением. В нашем случае общее сопротивление $r_{AB} = r_2 + r_{02} = 100 \text{ ом}$.

3. Составление контурных уравнений и вычисление токов. Учитывая, что в ветви $БВГА$ проходит ток I_1 , а в ветви AB — ток $I_1 + I_2$, составим контурное уравнение (уравнение по 2-му закону Кирхгофа) для контура $БВГАБ$ (обход по направлению тока I_1):

$$I_1(r_{01} + r_1) + (I_1 + I_2)(r_{02} + r_2) = E_1 - E_2$$

или, объединив все члены уравнения с токами I_1 и I_2 , получим:

$$I_1(r_{01} + r_1 + r_{02} + r_2) + I_2(r_{02} + r_2) = E_1 - E_2.$$

В этом уравнении алгебраическая сумма падений напряжения выражается произведением тока рассматриваемого контура I_1 на его собственное сопротивление

r_{11} и произведением тока другого контура I_2 на общее сопротивление контуров r_{AB} , т. е.

$$I_1 r_{11} + I_2 r_{AB} = E_1 - E_2.$$

Аналогично составим уравнение для контура АЖДБА:

$$I_2 r_{22} + I_1 r_{AB} = E_3 - E_2.$$

Подставив величины сопротивлений и э. д. с., получим:

$$I_1 \cdot 300 + I_2 \cdot 100 = 12;$$

$$I_2 \cdot 110 + I_1 \cdot 100 = -42.$$

Таким образом, вычисление токов сводится к решению системы двух уравнений.

Умножив второе уравнение на 3 и вычтя его почленно из первого, получим:

$$I_1 \cdot 300 + I_2 \cdot 100 - I_2 \cdot 330 - I_1 \cdot 300 = 12 + 126,$$

откуда

$$-I_2 \cdot 230 = 138 \quad \text{или} \quad I_2 = -\frac{138}{230} = -0,6 \text{ а.}$$

Подставляя величину тока I_2 в первое контурное уравнение, находим:

$$I_1 = \frac{12 - I_2 \cdot 100}{300} = \frac{12 + 100 \cdot 0,6}{300} = 0,24 \text{ а.}$$

Итак, в ветви ВГ ток $I_{BG} = I_1 = 0,24 \text{ а}$ и направлен, как и контурный ток; в ветви АВ ток $I_{AB} = I_1 + I_2 = 0,24 - 0,6 = -0,36 \text{ а}$, т. е. в действительности направлен навстречу току I_1 ; в ветви ДЖ ток $I_{DJ} = I_2 = -0,6 \text{ а}$ и в действительности направлен навстречу току I_2 .

Действительное направление токов ветвей АВ и ДЖ показано на рис. 4-10 пунктирными стрелками.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как изменятся контурные уравнения, если ток I_2 (рис. 4-10) направить по направлению движения часовой стрелки? В этом случае уравнения примут вид:

$$I_1 r_{11} - I_2 r_{AB} = E_1 - E_2;$$

$$I_2 r_{22} - I_1 r_{AB} = E_3 - E_2.$$

Итак, падение напряжения на общем сопротивлении контуров от тока соседнего контура имеет отрицательный знак, если контурные токи на этом участке направлены навстречу друг другу.

2. Сколько уравнений требуется для расчета цепи методом контурных токов? При рассмотрении метода уравнений Кирхгофа было показано, что число необходимых уравнений равно числу ветвей m .

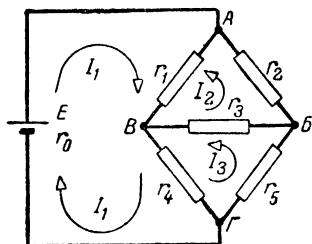


Рис. 4-11. Контурные токи в мостовой цепи.

При расчете цепи методом контурных токов отпадает необходимость составлять уравнения по 1-му закону Кирхгофа, поэтому число уравнений сокращается на $n-1$, где n — число узлов. Таким образом, для расчета цепи методом контурных токов необходимо составить и решить $m-n+1$ уравнений.

3. В каких случаях целесообразно применять метод контурных токов? Преимущества этого метода по сравнению с предыдущим (§ 4-2) возрастают для цепей с большим числом узлов.

Так, например, для расчета токов в мостовой схеме (рис. 4-11), имеющей шесть ветвей и три ячейки, потребовалось бы шесть уравнений по 1-му и 2-му законам Кирхгофа и только три уравнения по методу контурных токов:

$$I_1(r_0 + r_1 + r_4) + I_2 r_1 + I_3 r_4 = E;$$

$$I_2(r_1 + r_2 + r_3) + I_1 r_1 - I_3 r_3 = 0;$$

$$I_3(r_3 + r_4 + r_5) + I_1 r_4 - I_2 r_3 = 0.$$

Очевидно, что расчет мостовой схемы методом контурных токов (решение составленной системы уравнений) можно выполнить быстрее, чем методом преобразования, рассмотренным для этой задачи в § 3-4.

4.4. МЕТОД ДВУХ УЗЛОВ

Условие задачи

Два параллельно включенных генератора (рис. 4-12) с э. д. с. $E_1=E_2=230$ в и внутренними сопротивлениями $r_{01}=0,5$ ом и $r_{02}=0,4$ ом питают потребитель, эквивалентное сопротивление которого $r_3=10$ ом.

Определить все токи, мощности генераторов, мощности потерь на внутренних сопротивлениях, а также мощность потребителя r_3 .

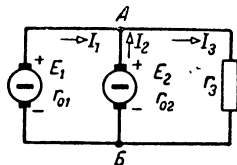


Рис. 4-12. Параллельная работа 2-х генераторов.

Решение задачи

1. Применение метода двух узлов. В отличие от трех предыдущих методов, применимых к любой сложной цепи, этот метод пригоден для расчета цепей, имеющих только два узла (при любом числе ветвей). Цепи с двумя узлами часто встречаются на практике и метод двух узлов значительно упрощает их расчет.

Для расчета применяется формула, определяющая напряжение между узловыми точками:

$$U_0 = \frac{\sum E g}{\sum g},$$

где $\sum E g$ — алгебраическая сумма произведений э. д. с. на проводимости ветвей;

$\sum g$ — сумма проводимостей ветвей.

Так, для рассматриваемой цепи (рис. 4-12)

$$U_0 = U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

Здесь в числителе отсутствует слагаемое $E_3 g_3$, так как э. д. с. в третьей ветви нет. Если бы, например, э. д. с. E_2 действовала в обратном направлении, то перед слагаемым $E_2 g_2$ надо было бы поставить знак минус.

2. Вычисление узлового напряжения. Определяем проводимости ветвей:

$$g_1 = \frac{1}{r_{01}} = \frac{1}{0,5} = 2,0 \text{ сим};$$

$$g_2 = \frac{1}{r_{02}} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ см};$$

$$g_3 = \frac{1}{r_3} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ см}.$$

Узловое напряжение

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{230 \cdot 2,0 + 230 \cdot 2,5}{2,0 + 2,5 + 0,1} = 225,0 \text{ в}.$$

3. Выбор положительных направлений токов. Рассматриваемая цепь (рис. 4-12) имеет три ветви с токами I_1 , I_2 и I_3 , направления которых до расчета цепи неизвестны (сложная цепь); поэтому надо выбрать произвольно их положительные направления (сплошные стрелки на рис. 4-12).

4. Вычисление токов. Принятые на рис. 4-12 направления токов совпадают с направлениями действия э. д. с. В таком случае узловое напряжение, или напряжение на концах ветви с э. д. с., равно разности э. д. с. источника и падения напряжения на сопротивлении ветви, т. е.

$$U_{AB} = E_1 - I_1 r_{01} = E_2 - I_2 r_{02},$$

откуда

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E_1 - U_{AB}}{r_{01}} = (E_1 - U_{AB}) g_1 = \\ &= (230 - 225) \cdot 2 = 10 \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{E_2 - U_{AB}}{r_{02}} = (E_2 - U_{AB}) g_2 = \\ &= (230 - 225) \cdot 2,5 = 12,5 \text{ а}. \end{aligned}$$

По закону Ома ток

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{r_3} = U_{AB} g_3 = 225 \cdot 0,1 = 22,5 \text{ а}.$$

5. Вычисление мощностей. Мощности, развиваемые источниками

$$P_1 = E_1 I_1 = 230 \cdot 10 = 2,30 \text{ квт};$$

$$P_2 = E_2 I_2 = 230 \cdot 12,5 = 2,875 \text{ квт}.$$

Мощности потерь на внутренних сопротивлениях:

$$P_{01} = I_1^2 r_{01} = 10^2 \cdot 0,5 = 50 \text{ вт} = 0,050 \text{ кВт};$$

$$P_{02} = I_2^2 r_{02} = (12,5)^2 \cdot 0,4 = 62,5 \text{ вт} = 0,0625 \text{ кВт}.$$

Мощность потребителя r_3 :

$$P_{r3} = I_3^2 r_3 = (22,5)^2 \cdot 10 = 5,0625 \text{ кВт}.$$

Составим баланс мощностей:

$$P_{01} + P_{02} + P_{r3} = 0,050 + 0,0625 + 5,0625 = 5,175 \text{ кВт}.$$

$$P_1 + P_2 = 2,30 + 2,875 = 5,175 \text{ кВт}.$$

Итак,

$$P_{01} + P_{02} + P_{r3} = P_1 + P_2,$$

чего и следовало ожидать, если расчет выполнен правильно.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как применяется метод двух узлов при числе ветвей, большем трех? Применение метода двух узлов ограничивается только числом узлов рассчитываемой цепи; число ветвей может быть любым.

Действительно, если к рассматриваемой цепи добавить четвертую ветвь (рис. 4-13), то в формуле для узлового напряжения добавится по одному слагаемому в числителе и знаменателе:

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}.$$

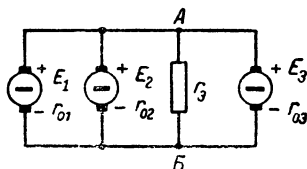


Рис. 4-13. Сложная цепь с двумя узлами и четырьмя ветвями.

2. В каких случаях можно цепь с тремя узлами преобразовать в цепь с двумя узлами? Цепь по рис. 4-1 содержит три узла; ее расчет был выполнен методом наложения. Однако, преобразовав соединение сопротивлений r_1 , r_2 , r_3 треугольником в соединение звездой, получим схему с двумя узлами O и B (рис. 4-14), к которой применим метод двух узлов.

Такой путь расчета в некоторых случаях проще.

3. С какой точностью следует вычислять узловое напряжение? В большинстве практических задач, как и в рассматриваемой, величина узлового напряжения мало отличается от величин э. д. с.

Поэтому в нашем случае при ошибке всего лишь на 1% в определении U_{AB} , т. е. считая $U'_{AB} = 227,25$ в вместо $U_{AB} = 225,0$ в получим вместо значения тока $I_1 = 10$ а величину $I'_1 = (E_1 - U'_{AB}) g_1 = (230 - 227,25) \cdot 2,0 = 5,5$ а, или с ошибкой на 45%.

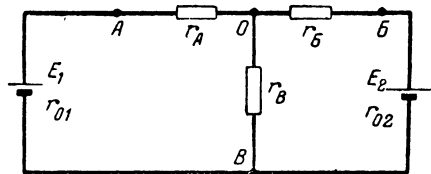


Рис. 4-14. К дополнительному вопросу 2.

Этот пример показывает, что узловое напряжение следует вычислять с точностью, на два порядка большей, чем это требуется для величин токов.

Поэтому метод двух узлов не следует применять для цепей, у которых узловое напряжение мало отличается от величин э. д. с.

4. Какие параметры источников влияют на распределение токов в ветвях? Для параллельной работы генераторов наиболее интересен вопрос о распределении нагрузки (тока) между ними.

Так, при $E_1 = E_2$, получим отношение токов:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(E_1 - U_{AB}) g_1}{(E_2 - U_{AB}) g_2} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}},$$

т. е. при равных э. д. с. параллельно включенных генераторов их токи обратно пропорциональны внутренним сопротивлениям.

5. Как изменятся токи генераторов, если э. д. с. E_2 уменьшить на 1%? Принимая $E_2 = 227,7$ в, получим:

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{230 \cdot 2,0 + 227,7 \cdot 2,5}{4,6} = 223,75 \text{ в};$$

$$I_1 = (E_1 - U_{AB}) g_1 = (230 - 223,75) \cdot 2,0 = 12,5 \text{ а};$$

$$I_2 = (E_2 - U_{AB}) g_2 = (227,7 - 223,75) \cdot 2,5 = 9,875 \text{ а};$$

т. е. ток второго источника уменьшился с 12,5 до 9,875 а, или на 21 %.

Итак, небольшое изменение э. д. с. одного из параллельно работающих генераторов приводит к значительному изменению его тока.

6. Каким образом можно полностью разгрузить один из генераторов? Полная разгрузка генератора означает отсутствие тока в его цепи. Допустим, что в нашей задаче второй генератор разгружен, т. е. $I_2=0$. Это возможно при условии, что $E_2=U_{AB}$. Подставляя последнее равенство в формулу для узлового напряжения, получим:

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1 + U_{AB} g_2}{g_1 + g_2 + g_3},$$

или

$$U_{AB}(g_1 + g_2 + g_3) = E_1 g_1 + U_{AB} g_2,$$

откуда

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_1}{g_1 + g_3} = \frac{230 \cdot 2,0}{2,0 + 0,1} = 219 \text{ в},$$

т. е. при узловом напряжении 219 в второй генератор полностью разгружен или, как говорят, скомпенсирован.

7. В каких случаях один из параллельно включенных источников работает в режиме потребителя? Присоединяя параллельно к какому-либо генератору аккумуляторную батарею как запасной источник питания (на случай выхода из строя генератора), получим так называемое «буферное» включение аккумулятора. Применяется оно для питания таких потребителей, которые по технологическим условиям не допускают даже кратковременного отключения источника. Допустим, что в нашей задаче первый источник — это генератор, а второй — буферная аккумуляторная батарея. Очевидно, что в нормальных условиях потребитель должен питаться только от генератора, а батарея должна работать вхолостую либо в режиме зарядки, что обеспечивается определенным превышением э. д. с. генератора над э. д. с. аккумулятора.

Так, например, при $E_1=245$ в и $E_2=230$ в узловое напряжение

$$U_{AB} = \frac{E_1 g_2 + E_2 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} = \\ = \frac{245 \cdot 2,0 + 230 \cdot 2,5}{4,6} = 232 \text{ в};$$

ток аккумулятора $I_2 = (E_2 - U_{AB}) g_2 = (230 - 232) 2,5 = -5$ а, т. е. в этом случае ток I_2 направлен навстречу э. д. с. E_2 и аккумулятор работает в режиме потребителя (зарядка).

При отключении генератора аккумулятор как единственный в цепи источник питания перейдет в режим генератора и будет питать потребитель.

4-5. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Условие задачи

В цепи по рис. 4-1 определить ток I_{BA} в ветви БА методом эквивалентного генератора при числовых данных, указанных в § 4-1.

Решение задачи

1. Составление эквивалентной схемы. Рассматриваемую цепь можно разделить относительно узловых точек А и Б (рис. 4-15, а) на две части: ветвь БА, где нужно определить ток (назовем ее внеш-

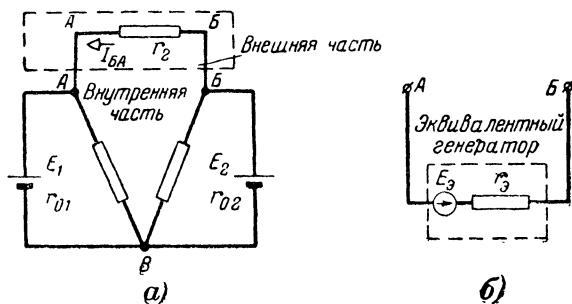


Рис. 4-15.

а — разделение цепи на внутреннюю и внешнюю части;
б — замена внутренней части цепи эквивалентным генератором.

ней частью), и всю остальную цепь (назовем ее внутренней частью).

По теореме об эквивалентном генераторе *всю внутреннюю часть можно заменить одним источником питания с э. д. с. $E_э$ и сопротивлением $r_э$* (рис. 4-15,б) и таким образом получить простую неразветвленную цепь (рис. 4-16), для которой нетрудно определить ток:

$$I_{BA} = \frac{E_э}{r_э + r_2}.$$

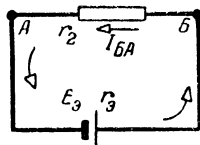


Рис. 4-16. Преобразованная цепь с эквивалентным генератором.

В таком случае главное содержание расчета цепи этим методом состоит в определении эквивалентных параметров ($E_э$ и $r_э$) внутренней части цепи.

2. Вычисление параметров эквивалентного генератора. Э. д. с. эквивалентного генератора $E_э$ равна напряжению на зажимах внутренней части цепи U_{BA}

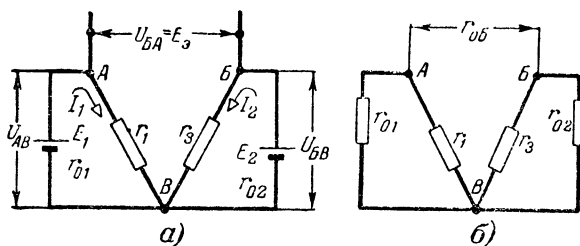


Рис. 4-17. К вычислению параметров эквивалентного генератора.

(рис. 4-17,а) при отключенной внешней части цепи. Учитывая, что U_{BA} имеет положительное направление от узла B к узлу A , т. е. $U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A$, можно записать, что

$$E_э = U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = I_2 r_3 - I_1 r_1$$

или

$$E_э = U_{BA} = U_{BB} - U_{AB},$$

где

$$U_{BB} = I_2 r_3 = \frac{E_2 r_3}{r_{02} + r_3} = \frac{4,8 \cdot 2}{0,5 + 2} = 3,84 \text{ в};$$

$$U_{AB} = I_1 r_1 = \frac{E_1}{r_{01} + r_1} r_1 = \frac{3,6}{0,5 + 1} 2 = 2,88 \text{ в}.$$

Следовательно,

$$E_9 = 3,84 - 2,88 = 0,96 \text{ в.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора r_9 равно общему сопротивлению внутренней части цепи r_{06} относительно точек A и B (рис. 4-17,б) при отключенной внешней части цепи, т. е.

$$r_9 = r_{06} = \frac{r_{01}r_1}{r_{01} + r_1} + \frac{r_{02}r_3}{r_{02} + r_3} = \frac{0,5 \cdot 2}{2,5} + \frac{0,5 \cdot 2}{2,5} = 0,8 \text{ ом.}$$

3. Вычисление тока. Ток

$$I_{BA} = \frac{E_9}{r_9 + r_2} = \frac{0,96}{0,8 + 1,6} = 0,4 \text{ а.}$$

Этот же результат был получен в § 4-1.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как вычислить ток в ветви с источником? Методика расчета остается прежней. Покажем

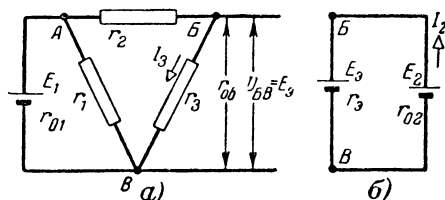


Рис. 4-18. К дополнительному вопросу 1, § 4-5.

это на примере определения тока в ветви источника с э. д. с. E_2 (см. рис. 4-1).

Отключив эту ветвь (рис. 4-18,а), определяем напряжение

$$U_{BB} = I_3 r_3 = \frac{E_1}{r_{01} + \frac{r_1(r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3}} \cdot \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = E_9$$

и сопротивление

$$r_{06} = \frac{\left(\frac{r_{01}r_1}{r_{01} + r_1} + r_2 \right) r_3}{\frac{r_{01}r_1}{r_{01} + r_1} + r_2 + r_3} = r_9.$$

Теперь составляем эквивалентную схему (рис. 4-18,б), для которой ток

$$I_2 = \frac{E_2 - E_3}{r_{02} + r_3}.$$

2. Почему метод эквивалентного генератора называют еще методом холостого хода и короткого замыкания? Если измерить вольтметром напряжение между узловыми точками *Б* и *А* (рис. 4-17,а) при отключенном сопротивлении r_2 , т. е. в режиме холостого хода этой ветви, то получим величину э. д. с. E_3 . Если же между точками *Б* и *А* включить амперметр, сопротивление которого мало, т. е. создать режим короткого замыкания этой ветви, то измеряемый им ток $I_K = E_3 / r_3 = U_{BA} / r_3$ (рис. 4-16 при $r_2 = 0$), откуда сопротивление

$$r_3 = \frac{U_{BA}}{I_K}.$$

Таким образом, при помощи режимов холостого хода и короткого замыкания можно экспериментально определить параметры эквивалентного генератора.

4-6. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

108. Определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-19), если $E_1 = E_2 = 120$ в; $r_{01} = 0,5$ ом; $r_{02} = 0,4$ ом; $r_1 = 10$ ом; $r_2 = 14,5$ ом; $r_3 = 12,4$ ом; $r_4 = 83,3$ ом.

Задачу решить двумя методами: наложения и двух узлов.

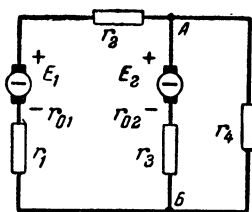


Рис. 4-19. К задаче 108.

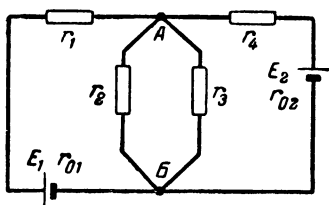


Рис. 4-20. К задаче 109.

109. В цепи (рис. 4-20) определить токи во всех ветвях методом наложения, если $E_1 = 45$ в; $E_2 = 60$ в; $r_1 = 60$ ом; $r_2 = 100$ ом; $r_3 = 150$ ом; $r_4 = 20$ ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

110. Рассчитать методом двух узлов токи во всех участках цепи (рис. 4-20) и напряжение между точками *А* и *Б* при следующих данных: $E_1 = E_2 = 105$ в; $r_1 = r_4 = 9,5$ ом; $r_2 = r_3 = 20$ ом; $r_{01} = r_{02} = 0,5$ ом.

111. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-21) при следующих данных: $E_1=E_2=110$ в; $r_1=0,98$ ом; $r_2=r_4=0,5$ ом; $r_3=4,35$ ом; $r_{01}=0,15$ ом и $r_{02}=0,13$ ом.

112. Аккумуляторная батарея с э. д. с. E_1 и внутренним сопротивлением $r_{01}=0,01$ ом и последовательно включенное сопротивление

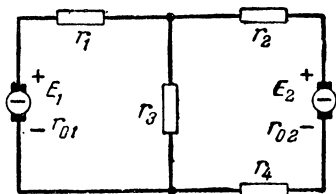


Рис. 4-21. К задаче 111.

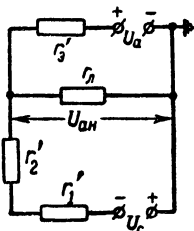


Рис. 4-22. К задаче 113.

ние r_1 присоединены параллельно к генератору с э. д. с. E_2 и внутренним сопротивлением $r_{02}=0,15$ ом. Вся установка обеспечивает бесперебойное питание присоединенного к ней параллельно потребителя напряжением 120 в и мощностью 0,96 кВт.

Требуется определить:

а) сопротивление r_1 и э. д. с. E_2 , если токи источников энергии одинаковы и э. д. с. $E_1=126$ в (заряженный аккумулятор);

б) токи источников энергии и э. д. с. E_2 , если э. д. с. $E_1=121$ в, $r_1=1,49$ ом, а остальные данные прежние.

113. У спускового устройства, описанного в дополнительном вопросе 4 (§ 4-1) и приведенного на схеме рис. 4-6 одна из расчетных цепей имеет вид, показанный на рис. 4-22 (все обозначения соответствуют рис. 4-6).

Определить напряжение на аноде отпечетной лампы $U_{ан}$ (рис. 4-22) и все токи, если $r'_3=40$ ком, $r_л=8$ ком, $r'_2=r'_1=100$ ком, $U_a=250$ в, $U_c=150$ в.

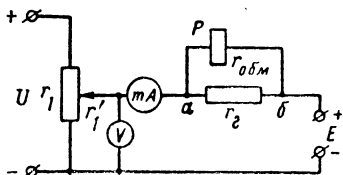


Рис. 4-23. К задаче 114.

114. Э. д. с. источника можно измерить так называемым компенсационным методом, по схеме рис. 4-23, где величина э. д. с. E отсчитывается по показаниям вольтметра при условии, что миллиамперметр показывает нуль. Такой режим достигается соответствующей установкой ползунка реостата r_1 . Дано: $E=24$ в; $U=100$ в; $r_1=10$ ком, $r_2=12$ ком, сопротивление обмотки реле $r_{обм}=3$ ком.

Требуется определить сопротивление r'_1 (рис. 4-23) для двух режимов:

а) компенсации (миллиамперметр показывает нуль),

б) через обмотку реле P проходит ток срабатывания 0,4 ма в направлении от зажима а к зажиму б.

115. Определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-24), если $E_1=260$ в; $E_2=80$ в; $r_1=1,2$ ком; $r_2=240$ ом; $r_3=r_4=0,8$ ком; $r_{01}=20$ ом; $r_{02}=0$.

Задачу решить методом уравнений Кирхгофа. Принять для одного контура направление обхода по направлению движения часовой стрелки, а для другого контура — обратное направление.

116. Предыдущую задачу решить методом контурных токов.

117. Схему задачи 110 преобразовать, уменьшив число неизвестных токов, и затем вычислить их методом уравнений Кирхгофа.

118. Методом двух узлов определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-25), если $E_1=12$ в; $E_2=6$ в; $E_3=16$ в; $r_1=125$ ом; $r_2=61$ ом; $r_3=100,3$ ом; $r_4=172,4$ ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

Расчет выполнить, выбирая вначале направление токов от узла А к узлу Б, а затем — обратное.

119. Однополярное импульсное напряжение u_1 (рис. 4-26, а), характеризующееся положительными величинами U'_1 и U''_1 , преобразуется в двухстороннее импульсное напряжение u (рис. 4-26, б),

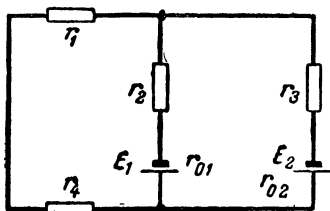


Рис. 4-24. К задаче 115.

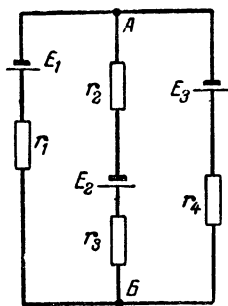


Рис. 4-25. К задаче 118.

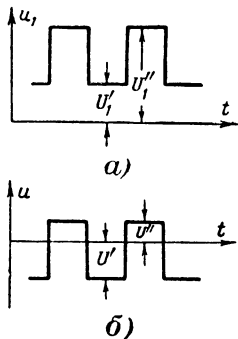


Рис. 4-26. К задаче 119.

характеризуемое отрицательным значением U' и положительным U'' . Цепь преобразования показана на рис. 4-27, а, а эквивалентная на рис. 4-27, б. На вход цепи (зажимы а и б) подается напряжение u_1 , получаемое между анодом и катодом лампы, а с выхода (зажимы в и г) подводится к потребителю r двухстороннее импульсное напряжение u .

При заданных $U'_1=40$ в, $U''_1=160$ в и $U_2=100$ в, определить напряжение u для следующих режимов:

а) $r_2=0$; б) $r_1=0$; в) $r_1=r_2$; $r \gg r_1$.

120. Преобразование импульсного напряжения, рассмотренное в предыдущей задаче, проводилось при следующих данных: $U'_1=50$ в, $U''_1=200$ в, $U_2=150$ в, $U'=-40$ в, $U''=10$ в, $r=500$ ком.

Определить сопротивления r_1 и r_2 .

121. В цепи (см. рис. 4-19) определить узловое напряжение U_{AB} , если ток в ветви второго генератора равен 20 а и направлен от узла B к узлу A ; $r_{02} = 0,2$ ом; $r_3 = 2,6$ ом и $E_2 = 230$ в.

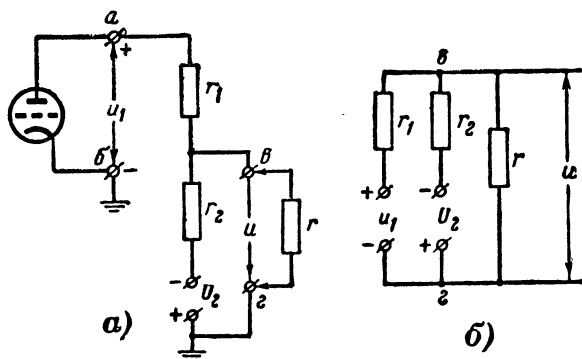


Рис. 4-27. Схема цепи к задаче 119.

122. Для предыдущей задачи изменить направление тока на обратное и определить узловое напряжение и режим работы второго генератора.

123. Определить токи в цепи (рис. 4-28) тремя методами: наложения, контурных токов и методом двух узлов. Результаты вычислений сравнить:

Дано: $E_1 = 60$ в; $E_2 = 90$ в; $r_{01} = 0,24$ ом; $r_{02} = 0,13$ ом; $r_1 = 25$ ом; $r_2 = 17$ ом; $r_3 = 12$ ом и $r_4 = 4$ ом.

124. Для цепи (рис. 4-29) выбрать наиболее целесообразный метод расчета токов и вычислить их при следующих данных: $E_1 =$

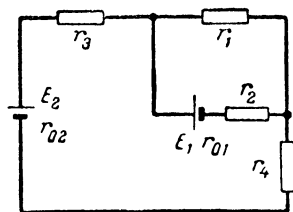


Рис. 4-28. К задаче 123.

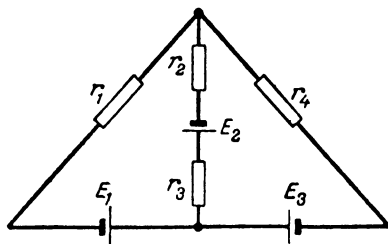


Рис. 4-29. К задаче 124.

$= 90$ в; $E_2 = 113,6$ в; $E_3 = 100$ в; $r_1 = 294$ ом; $r_2 = 150$ ом; $r_3 = 250$ ом; $r_4 = 476$ ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

125. Предыдущую задачу решить методом контурных токов.

126. Методом наложения определить ток в среднем проводе (AB) трехпроводной системы (рис. 4-30), если $E_1 = E_2 = 225$ в; $r_{01} = r_{02} = 0,3$ ом; $r_1 = 2,7$ ом; $r_2 = 4,2$ ом.

127. Предыдущую задачу решить методом эквивалентного генератора.

128. Токи первого и второго генераторов (рис. 4-19) соответственно равны 50 а и 10 а , ток третьей ветви 40 а .

Определить э. д. с. генераторов, если $r_{01}=r_{02}=0,1 \text{ ом}$; $r_1=r_2=0,05 \text{ ом}$; $r_3=0,9 \text{ ом}$ и $r_4=5,5 \text{ ом}$.

129. В цепи (рис. 4-19) генераторы имеют одинаковые э. д. с. Токи в сопротивлениях r_1 , r_3 и r_4 соответственно составляют 30 , 20 и 50 а . Полное сопротивление средней ветви равно $0,25 \text{ ом}$, а сопротивление $r_4=2,2 \text{ ом}$.

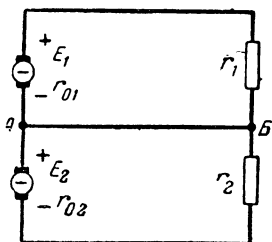


Рис. 4-30. К задаче 126.

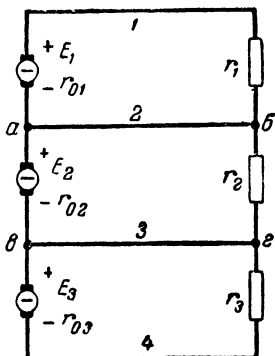


Рис. 4-31. К задаче 132.

Определить э. д. с. генераторов и проводимость первой ветви.

130. Токи первого и второго источников (рис. 4-25) соответственно равны $0,6$ и $0,9 \text{ а}$ и оба направлены от узла A к узлу B .

Определить э. д. с. E_1 и E_2 , если $E_3=75 \text{ в}$; $r_4=10 \text{ ом}$; $r_1=100 \text{ ом}$ и $r_2=r_3=25 \text{ ом}$. Внутренними сопротивлениями генераторов пренебречь.

131. В цепи (рис. 4-25) $E_1=60 \text{ в}$; $E_3=115 \text{ в}$; $r_1=100 \text{ ом}$; ток средней ветви $I_2=0,1 \text{ а}$, а ток I_3 в сопротивлении r_4 равен $0,15 \text{ а}$; полное сопротивление средней ветви $r_2+r_3=150 \text{ ом}$.

Определить ток I_1 источника с э. д. с. E_1 , э. д. с. второго источника E_2 и сопротивление r_4 , если токи I_2 и I_3 направлены от A к B , а ток I_1 — наоборот. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

132. На рис. 4-31 и 4-32 показаны два варианта соединения трех генераторов с их потребителями по четырехпроводной схеме. Определить токи в соединительных проводах 1, 2, 3, 4 каждой схемы.

Дано: $E_1=E_2=E_3=230 \text{ в}$; $r_{01}=r_{02}=r_{03}=0,5 \text{ ом}$; $r_1=4,1 \text{ ом}$; $r_2=r_3=1,8 \text{ ом}$.

133. Решить предыдущую задачу при условии, что сопротивления потребителей одинаковы $r_1=r_2=r_3=4,1 \text{ ом}$.

134. Для цепи (рис. 4-33) выбрать наиболее целесообразный метод расчета и вычислить токи, если: $E_1=60 \text{ в}$; $E_2=32 \text{ в}$; $r_{01}=0,8 \text{ ом}$; $r_{02}=0,33 \text{ ом}$; $r_1=r_2=r_3=15 \text{ ом}$; $r_4=1 \text{ ом}$.

135. Для цепи, показанной на рис. 4-34, определить число различных токов; установить, сколько нужно составить уравнений по законам Кирхгофа для их вычисления. Выяснить, сколько всего электрических контуров имеет схема.

136. Определить токи во всех участках цепи (рис. 4-34) и мощность, развиваемую каждым генератором, если: $E_1=40$ в; $E_2=30$ в; $r_{01}=r_{02}=0,4$ ом; $r_1=30$ ом; $r_2=r_3=10$ ом; $r_4=r_5=3,6$ ом.

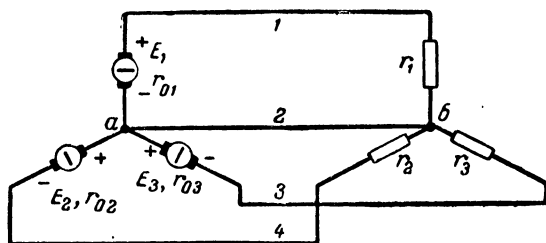


Рис. 4-32. К задаче 132.

137. Для предыдущей задачи определить ток ветви AB методом эквивалентного генератора.

138. Для цепи, показанной на рис. 4-35, выбрать наиболее целесообразный метод расчета токов и вычислить токи при следую-

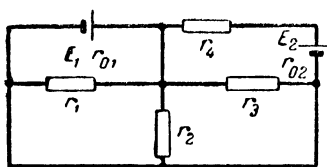


Рис. 4-33. К задаче 134.

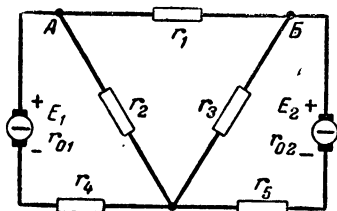


Рис. 4-34. К задаче 135.

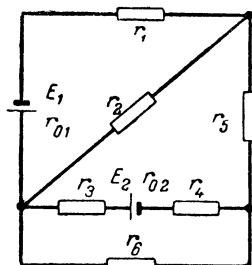


Рис. 4-35. К задаче 138.

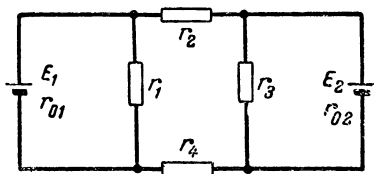


Рис. 4-36. К задаче 139.

щих данных: $E_1=E_2=60$ в; $r_1=19,6$ ом; $r_2=15$ ом; $r_{01}=0,4$ ом; $r_3=r_4=9,8$ ом; $r_{02}=0,4$ ом; $r_5=10$ ом; $r_6=15$ ом.

139. Определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-36), если $E_1=16,4$ в; $E_2=24,6$ в; $r_1=3$ ом; $r_2=0,8$ ом; $r_3=3$ ом; $r_{02}=2$ ом; $r_{01}=2$ ом; $r_4=5$ ом.

140. В цепи (рис. 4-37) определить все токи, если:
 $E_1 = E_2 = 100$ в; $r_{01} = r_{02} = 0,25$ ом; $r_1 = r_2 = 15$ ом; $r_3 = 5,5$ ом; $r_4 = 20$ ом.
 141. Определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4-38), если:
 $E_1 = E_2 = 150$ в; $E_3 = 110$ в; $r_1 = r_2 = 10$ ом; $r_{01} = r_{02} = r_{03} = 2$ ом.

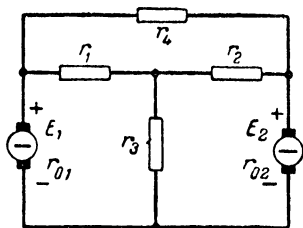


Рис. 4-37. К задаче 140.

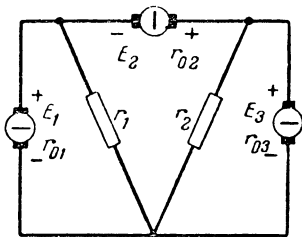


Рис. 4-38. К задаче 141.

4-7. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 4

108. 0,44 а; 0,86 а; 1,3 а.
 109. 0; 0,75 а; 0,30 а; 0,45 а.
 110. Все токи по 3,5 а.
 111. 22,4 а; 11,2 а; 11,2 а.
 112. а) 1,49 ом; 120,6 в; б) 0,67 а; 7,33 а; 121,1 в.
 113. 35,5 в; 5,38 ма; 4,45 ма; 0,93 ма.
 114. 2,4 ком; 2,56 ком.
 115. 98 ма; 244 ма; 146 ма. Второй источник в режиме потребителя.
 118. 5,6 ма; 32,9 ма; 27,3 ма.
 119. а) $u = U_2$; б) $u = u_1$; в) $U' = -30$ в; $U'' = 30$ в.
 120. 433 ком; 382 ком.
 121. 174 в.
 122. 286 в, режим потребителя.
 123. 2,26 а; 0,19 а; 2,07 а.
 124. Метод двух узлов; 34 ма; 34 ма; 0.
 126. 25 а.
 128. 230 в; 210 в.
 129. 115 в; 6 сим.
 130. $E_1 = 150$ в; $E_2 = 135$ в.
 131. 0,25 а; 100 в; 200 ом.
 132. Для схемы 4-31: 50 а; 50 а; 0; 100 а;
 для схемы 4-32: 50 а; 150 а; 100 а; 100 а.
 133. Для схемы 4-31: 50 а; 0; 0; 50 а;
 для схемы 4-32 все токи по 50 а.
 134. Параллельно-соединенные сопротивления r_1 ; r_2 и r_3 заменить общим сопротивлением; 18,75 а; 3 а (три тока); 9,75 а.
 135. 5 токов, 2 по 1-му закону и 3 по 2-му закону; 6 контуров.
 136. 3 а; 2,8 а; 0,2 а; 2,2 а; 2,0 а; 120 вт; 60 вт.
 137. 0,2 а.
 138. 1,71 а (четыре тока); 0.
 139. 2,92 а; 3,52 а; 0,6 а; 4,68 а; 0,6 а; 5,28 а.
 140. 3,85 а (четыре тока); 7,7 а; 0.
 141. 40,8 а; 6,8 а; 34,0 а; 14,8 а; 19,2 а.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

5-1. РАСЧЕТ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА ПРИ ЗАДАННЫХ ПАРАМЕТРАХ ЕГО СХЕМЫ

Условие задачи

Для Т-образной схемы четырехполюсника (рис. 5-1) с входными зажимами *A* и *B* и выходными *B* и *Г* состав-

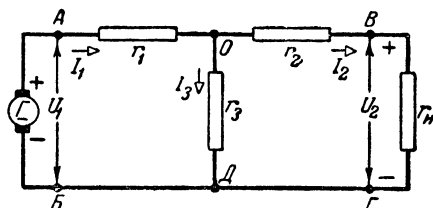


Рис. 5-1. Т-образная схема четырехполюсника.

вить зависимость напряжения U_1 и тока I_1 от напряжения U_2 и тока I_2 .

Вычислить постоянные коэффициенты четырехполюсника при следующих данных: $r_1=r_2=200$ ом; $r_3=800$ ом.

Решение задачи

1. Схема четырехполюсника. Участок цепи из сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 (рис. 5-1), содержащий две пары зажимов (*АВ* и *ВГ*), называется четырехполюсником. К одной паре зажимов обычно присоединяется источник энергии, а к другой паре — потребитель (сопротивление нагрузки). Зажимы, к которым присоединен источник (в нашем случае *АВ*), называются входными, а другая пара зажимов (в нашем случае *ВГ*) — выходными.

Заданная схема четырехполюсника, в которой сопротивления r_1 , r_2 и r_3 соединены звездой (Т-образная схема), довольно часто применяется на практике (см. дополнительный вопрос 5). Ее можно также рассматривать как эквивалентную схему, к которой сведена

какая-либо сложная цепь путем упрощения (преобразования).

2. Уравнения четырехполюсника. Зависимости между входными и выходными токами и напряжениями называются уравнениями четырехполюсника. Их можно составить при помощи законов Кирхгофа. Так, для контура *ОВГДО* (рис. 5-1)

$$I_2 r_2 + U_2 - I_3 r_3 = 0,$$

где $I_3 = I_1 - I_2$ и потому

$$I_2 r_2 + U_2 = I_1 r_3 - I_2 r_3,$$

откуда ток во входном контуре

$$I_1 = \frac{U_2}{r_3} + I_2 \left(1 + \frac{r_2}{r_3} \right).$$

Напряжение, подведенное к входным зажимам

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 r_1 + I_2 r_2 + U_2 = \left[\frac{U_2}{r_3} + I_2 \left(1 + \frac{r_2}{r_3} \right) \right] r_1 + I_2 r_2 + U_2 = \\ &= \left(1 + \frac{r_1}{r_3} \right) U_2 + \left(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3} \right) I_2. \end{aligned}$$

Обозначив

$$A = 1 + \frac{r_1}{r_3}; \quad B = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3};$$

$$C = \frac{1}{r_3}; \quad D = 1 + \frac{r_2}{r_3},$$

получим требуемые зависимости:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= AU_2 + BI_2; \\ I_1 &= CU_2 + DI_2. \end{aligned} \right\} \quad (5-1)$$

Величины *A*, *B*, *C* и *D*, называемые постоянными (коэффициентами) четырехполюсника, определяются только внутренней схемой четырехполюсника и ее параметрами, т. е. они не зависят от параметров источника энергии и сопротивления нагрузки.

3. Вычисление постоянных четырехполюсника:

$$A = 1 + \frac{r_1}{r_3} = 1 + \frac{200}{800} = 1,25;$$

$$B = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3} = 200 + 200 + \frac{200 \cdot 200}{800} = 450 \text{ ом};$$

$$C = \frac{1}{r_3} = \frac{1}{800} \text{ см}; \quad D = 1 + \frac{r_2}{r_3} = 1 + \frac{200}{800} = 1,25.$$

Из выражений для постоянных A , B , C и D следует, что они связаны соотношением

$$AD - BC = 1,$$

которым можно пользоваться для проверки выполненных вычислений. Действительно, $AD - BC = 1,25 \cdot 1,25 - 450 \cdot 1/800 = 1$.

Наряду с общим соотношением между постоянными в нашем случае получилось еще равенство $A = D$. Является ли это случайным?

Оказывается, нет. В нашем случае $r_1 = r_2$ и поэтому $A = D$. Схема четырехполюсника имеет интересную особенность: перемена мест включения источника и потребителя не изменяет величин входных и выходных токов и напряжений. Это очевидно из симметрии схемы ($r_1 = r_2$).

В общем случае *четыреполюсники называются симметричными всегда, когда $A = D$.*

Подставив величины постоянных четырехполюсника в уравнения (5-1), получим:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 1,25U_2 + 450I_2; \\ I_1 &= \frac{U_2}{800} + 1,25I_2. \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

Полученные уравнения очень удобны тем, что их можно применять при любых параметрах источника и сопротивлении нагрузки r_n .

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определить ослабление напряжения четырехполюсником для различных r_n ? Ослабление напряжения характеризуется от-

ношением U_1/U_2 и зависит для данного четырехполюсника от сопротивления нагрузки r_n .

Так, при $r_n = 600 \text{ ом}$, ток в этом сопротивлении

$$I_2 = \frac{U_2}{r_n} = \frac{U_2}{600},$$

а напряжение на входе по уравнению (5-2)

$$U_1 = 1,25U_2 + 450 \frac{U_2}{600} = 1,25U_2 + 0,75U_2 = 2U_2,$$

или $U_1/U_2 = 2$, т. е. напряжение ослабляется в 2 раза.

Аналогично для $r_n = 150 \text{ ом}$ получим:

$$U_1 = 1,25U_2 + 450 \frac{U_2}{150} = 1,25U_2 + 3U_2 = 4,25U_2,$$

т. е. напряжение ослабляется в 4,25 раза.

Выбирая ряд значений r_n , можно построить для данного четырехполюсника зависимость $U_1/U_2 = f(r_n)$.

2. Как определить ослабление тока четырехполюсником для различных r_n ? Нужно воспользоваться вторым из уравнений (5-2), подставив $U_2 = I_2 r_n$.

Тогда, получим, например, для $r_n = 600 \text{ ом}$

$$I_1 = \frac{I_2 \cdot 600}{800} + 1,25I_2 = 2I_2,$$

т. е. ослабление тока в 2 раза, а для $r_n = 1\,200 \text{ ом}$

$$I_1 = \frac{I_2 \cdot 1\,200}{800} + 1,25I_2 = 2,75I_2,$$

или ослабление в 2,75 раза.

Очевидно, что по точкам можно построить зависимость ослабления тока от сопротивления нагрузки r_n .

3. На какое сопротивление нагружен источник в рассматриваемой цепи? Этот вопрос представляет большой интерес, так как сопротивление нагрузки источника определяет его режим.

Очевидно, что источник нагружен на эквивалентное сопротивление цепи относительно входных зажимов А и Б (рис. 5-1). Это сопротивление, называемое входным ($r_{вх}$), можно определить из уравнений (5-2), подставив $U_2 = I_2 r_n$. Действительно, деля первое уравнение на второе, получим

$$r_{вх} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1,25I_2 r_n + 450I_2}{\frac{I_2 r_n}{800} + 1,25I_2} = \frac{1,25r_n + 450}{\frac{r_n}{800} + 1,25},$$

и можно найти входное сопротивление данного четырехполюсника при любом r_n .

Практически особенно интересен режим при $r_n = r_{вх}$. Подставляя в полученном выражении $r_{вх} = r_n$, имеем:

$$r_n = \frac{1,25r_n + 450}{\frac{r_n}{800} + 1,25},$$

откуда $r_n = 600 \text{ ом}$.

Сопротивление нагрузки, обеспечивающее равенство $r_{вх} = r_n$, называется характеристическим, а нагрузка — согласованной. Характеристическое сопротивление равно 600 ом (в этой задаче).

4. Влияет ли рассматриваемый четырехполюсник на режим источника? Если рассматриваемый четырехполюсник нагрузить на характеристическое сопротивление, в нашем случае 600 ом (см. предыдущий вопрос), то источник будет нагружен также на сопротивление 600 ом, так как нагрузка согласованная. При согласованной нагрузке включение четырехполюсника между источником и нагрузкой не изменят режима источника. При других сопротивлениях r_n это условие не обеспечивается.

5. Какое практическое применение имеет рассматриваемый четырехполюсник? Четырехполюсники часто включают, например, для регулирования уровня (ослабления) напряжения или мощности (аттенюаторы, удлинители и пр.) В этих устройствах обычно четырехполюсник нагружен на характеристическое сопротивление и регулирование уровня происходит при неизменном режиме источника.

5-2. РАСЧЕТ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА ПО ДАННЫМ ОПЫТОВ ХОЛОСТОГО ХОДА И КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

Условие задачи

К выходным зажимам пассивного четырехполюсника с неизвестной электрической схемой (рис. 5-2) присоединено сопротивление $r_n = 0,1$ ком с рабочим напряжением $U_2 = 10$ в.

При испытаниях четырехполюсника (рис. 5-3) приборы показали: в режиме холостого хода (рис. 5-3,а) $U_{1x} = 30$ в; $I_{1x} = 0,7$ а; $U_{2x} = 10$ в, а в режиме короткого замыкания (рис. 5-3,б) $U_{1к} = 20$ в; $I_{1к} = 0,5$ а; $I_{2к} = 0,1$ а.



Рис. 5-2. Четырехполюсник с неизвестной схемой.

Определить постоянные четырехполюсника, напряжение на входных зажимах и ток во входном контуре

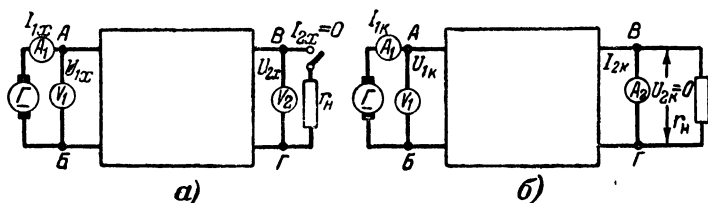


Рис. 5-3. Испытания четырехполюсника в режимах: а — холостого хода; б — короткого замыкания.

в рабочих условиях, а также создаваемое четырехполюсником ослабление напряжения и мощности.

Решение задачи

1. Уравнения четырехполюсника. У любого пассивного четырехполюсника (не содержащего источников энергии) зависимости между токами и напряжениями определяются уравнениями (5-1). Эти уравнения фактически выражают прямую пропорциональность между токами и напряжениями во всех участках цепи. Как же определить постоянные A , B , C и D в уравнениях (5-1)?

Очевидно, что постоянные зависят от конкретной схемы четырехполюсника и ее параметров. По схеме можно определить значение параметров A , B , C и D , как было сделано в предыдущей задаче.

Однако в ряде случаев схема неизвестна или очень сложна. Тогда определяют постоянные опытным путем, тем более, что достаточно испытать четырехполюсник только в двух простых режимах (холостого хода и короткого замыкания).

2. Вычисление постоянных. Данные, приведенные в условии задачи, получены следующим образом.

В режиме холостого хода отключена нагрузка ($r_H = \infty$) и к выходным зажимам присоединен вольтметр (рис. 5-3,а), по которому установлено (регулировкой напряжения источника) номинальное напряжение $U_{2x} = U_2 = 10$ в. При этом приборы во входной цепи показали напряжение холостого хода U_{1x} и ток холостого хода I_{1x} . Ток в выходной цепи $I_{2x} = 0$, поэтому для режима холостого хода уравнения (5-1) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} U_{1x} &= AU_{2x} + BI_{2x} = AU_{2x}; \\ I_{1x} &= CU_{2x} + DI_{2x} = CU_{2x}; \end{aligned} \right\}$$

откуда

$$A = \frac{U_{1x}}{U_{2x}} = \frac{30}{10} = 3;$$

$$C = \frac{I_{1x}}{U_{2x}} = \frac{0,7}{10} = 0,07 \text{ см.}$$

В режиме короткого замыкания (рис. 5-3,б) выходные зажимы четырехполюсника замкнуты через амперметр, по которому установлен (регулировкой напряжения источника) номинальный ток $I_{2K} = I_2 = U_2 / r_H = \frac{10}{100} = 0,1$ а. При этом приборы во входной цепи показали напряжение короткого замыкания U_{1K} и ток короткого замыкания I_{1K} .

Учитывая малое сопротивление амперметра, можно считать напряжение на выходных зажимах $U_{2K} = 0$ и соответственно записать уравнения (5-1) в виде:

$$\left. \begin{aligned} U_{1K} &= AU_{2K} + BI_{2K} = BI_{2K}; \\ I_{1K} &= CU_{2K} + DI_{2K} = DI_{2K}; \end{aligned} \right\}$$

откуда

$$B = \frac{U_{1к}}{I_{2к}} = \frac{20}{0,1} = 200 \text{ ом};$$

$$D = \frac{I_{1к}}{I_{2к}} = \frac{0,5}{0,1} = 5.$$

По соотношению $AD - BC = 1$ проверим вычисление постоянных. Действительно, $AD - BC = 3 \cdot 5 - 200 \cdot 0,07 = 1$.

Теперь запишем уравнения (5-1) для данного четырехполюсника:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= 3U_2 + 200I_2; \\ I_1 &= 0,07U_2 + 5I_2. \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

3. Вычисление напряжения U_1 и тока I_1 . Подставив в уравнения (5-3) заданные величины $U_2 = 10 \text{ в}$ и $I_2 = 0,1 \text{ а}$, легко определить напряжение U_1 и ток I_1 . Но несколько проще их вычислить непосредственно по данным опытов холостого хода и короткого замыкания.

Действительно:

$$U_1 = AU_2 + BI_2 = U_{1х} + U_{1к} = 30 + 20 = 50 \text{ в};$$

$$I_1 = CU_2 + DI_2 = I_{1х} + I_{1к} = 0,7 + 0,5 = 1,2 \text{ а}.$$

Теперь определим ослабление напряжения, вносимое четырехполюсником $U_1/U_2 = 50/10 = 5$ и ослабление мощности

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{50 \cdot 1,2}{10 \cdot 0,1} = 60.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли при испытаниях четырехполюсника в режиме холостого хода и короткого замыкания сохранить номинальное напряжение входной цепи? Постоянные четырехполюсника определяются по опытам холостого хода и короткого замыкания при любом режиме входной цепи. Однако практически не всегда можно сохранить номинальное напряжение на входных зажимах, так как при этом источник энергии и входная цепь могут оказаться перегруженными (в режиме короткого замыкания) током, значительно большим, чем номи-

нальный. Поэтому обычно испытания проводятся при номинальном режиме выходной цепи, как и было рассмотрено в задаче.

2. Можно ли поменять местами входные и выходные зажимы четырехполюсника?

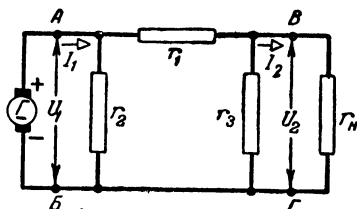


Рис. 5-4. П-образная схема четырехполюсника.

Рассматриваемый четырехполюсник несимметричен ($A \neq D$), поэтому при перемене местами зажимов нарушится режим источника и приемника.

3. Можно ли определить сопротивление Т-образной или П-образной схемы четырехполюсника по его постоянным? Для Т- и

П-образных схем четырехполюсника, по его постоянным можно определить величины сопротивлений.

Так, например, для Т-образной схемы можно воспользоваться составленными в предыдущей задаче выражениями для постоянных A , B , C и D и определить сопротивления схемы r_1 , r_2 и r_3 . Аналогичные выражения можно получить для П-образной (рис. 5-4), мостиковой и некоторых других схем четырехполюсника.

5-3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

142. Составить уравнения и вычислить постоянные для П-образной схемы четырехполюсника (рис. 5-4), если $r_1 = 450 \text{ ом}$; $r_2 = r_3 = 1800 \text{ ом}$.

143. Для предыдущей задачи определить напряжение U_2 на выходных зажимах и ток I_2 в выходном контуре, если напряжение на входных зажимах $U_1 = 60 \text{ в}$; сопротивление нагрузки $r_H = 1000 \text{ ом}$.

144. Для задачи 142 определить входное и характеристическое сопротивления четырехполюсника.

145. Определить постоянные четырехполюсника (рис. 5-4), если: $r_1 = 450 \text{ ом}$; $r_2 = 1800 \text{ ом}$ и $r_3 = 900 \text{ ом}$.

146. Для предыдущей задачи определить в режиме холостого хода напряжение на выходных зажимах U_{2x} и в режиме короткого замыкания ток в выходном контуре $I_{2к}$, если напряжение на входных зажимах $U_1 = 60 \text{ в}$ поддерживается постоянным.

147. Для задачи 145 определить ослабление напряжения и мощности, создаваемое четырехполюсником, если сопротивление нагрузки $r_H = 900 \text{ ом}$.

148. При испытаниях четырехполюсника в режиме холостого хода на его выходных зажимах было получено рабочее напряжение

$U_2=30$ в при напряжении на входных зажимах $U_1=45$ в и токе во входном контуре $I_1=60$ ма. Для этого же четырехполюсника в режиме короткого замыкания был получен в выходном контуре номинальный ток I_2 при напряжении на входных зажимах $U_1=10$ в и токе во входном контуре $I_1=20$ ма.

Определить постоянные четырехполюсника, составить его уравнения.

149. Для предыдущей задачи определить величины сопротивлений четырехполюсника, если он имеет Т-образную схему.

5-4. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 5

142. $U_1=1,25 U_2+450 I_2$; $I_1=1,25 \cdot 10^{-3} U_2+1,25 I_2$.

143. 35,3 в; 35,3 ма.

144. 682 ом; 600 ом.

145. $A=1,5$; $B=450$ ом; $C=1,95 \cdot 10^{-3}$ сим; $D=1,25$.

146. 40 в; 137 ма.

147. $U_1:U_2=2$; $P_1:P_2=4,1$.

148. $U_1=1,5 U_2+1\,000 I_2$; $I_1=2 \cdot 10^{-3} U_2+2 I_2$.

149. 250 ом; 500 ом; 500 ом.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

6-1. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Условие задачи

Два термистора (полупроводниковые элементы с большим температурным коэффициентом сопротивления), имеющие вольт-амперные характеристики $T1$

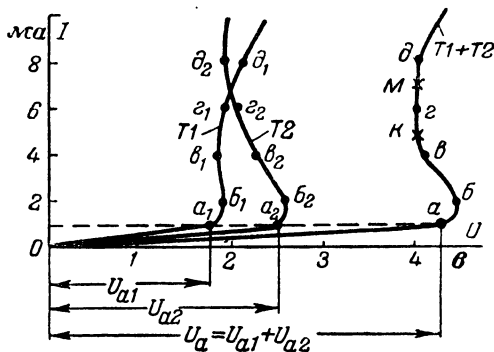


Рис. 6-1. Вольт-амперные характеристики термисторов.

и $T2$ (зависимости тока от напряжения на рис. 6-1), соединены последовательно (рис. 6-2). Определить зависимость сопротивления термистора $T1$ от тока, пределы изменения напряжений на каждом термисторе и на зажимах AB (рис. 6-2), если ток в цепи может изменяться от 1 до 8 ma .

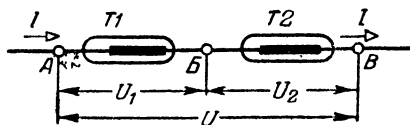


Рис. 6-2. Последовательное соединение термисторов.

Решение задачи

1. Определение зависимости сопротивления термистора от тока. В задачах предыдущих глав предполагалось, что сопротивление r каждого потребителя постоянно (не зависит от величины проходящего по нему тока). Такие сопротивления называются линейными. Вольт-амперная характеристика линейного сопротивления изображается графически прямой линией, выходящей из начала координат, так как для всех точек прямой (OK на рис. 6-3) отношение напряжения к току имеет одно и то же значение r .

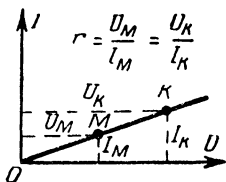


Рис. 6-3. Вольт-амперная характеристика линейного элемента.

Легко заметить, что вольт-амперная характеристика термистора $T1$ (рис. 6-4, перенесена с рис. 6-1) содержит линейный участок (Oa_1). Поэтому при изменении тока от 0 до 1 ma (точка a_1 характеристики) сопротивление термистора постоянно: $r_{T1} = \frac{U_{a1}}{I_{a1}} = \frac{1,75 \text{ в}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ а}} = 1750 \text{ ом} = 1,75 \text{ ком}$, т. е. на этом участке термистор является линейным сопротивлением.

Однако при дальнейшем увеличении тока (свыше 1 ma) вольт-амперная характеристика (участок a_1-d_1 на рис. 6-4) резко отклоняется от первоначальной прямой (рис. 6-4, пунктир) и проходит приблизительно параллельно оси тока. Это означает, что в формуле для сопротивления термистора $r_T = U/I$ растет знаменатель при мало изменяющемся числителе. Поэтому с ростом тока I сопротивление r_T уменьшается. Как же построить зависимость $r_T(I)$?

По вольт-амперной характеристике $T1$ (рис. 6-4) для нескольких ее точек находим отношения напряжения к току, которые выражают сопротивления термистора в этих точках, и записываем полученные значения в табл. 6-1.

По этим данным строим график зависимости $r_T(I)$ (рис. 6-5).

Для удобства сравнения полученного графика с вольт-амперной характеристикой (рис. 6-4) соответствующие точки на графике и характеристике обозначены одинаково.

Итак, сопротивление нелинейного элемента непостоянно и определяется зависимостью $r_T(I)$ или $r_T(U)$.

2. Определение изменения напряжения на термисторах. Для термистора $T1$ можно воспользоваться данными табл. 6-1; из таблицы находим,

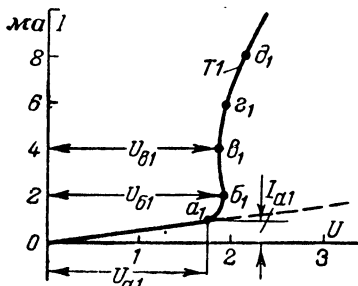


Рис. 6-4. Вольт-амперная характеристика одного термистора.

Таблица 6-1

Точка вольт-амперной характеристики	Ток I , ма	Напряжение U , в	Сопротивление r_T , ком
a_1	1	1,75	1,75
$б_1$	2	1,9	0,95
$в_1$	4	1,85	0,46
$г_1$	6	1,95	0,325
$д_1$	8	2,15	0,27

что при изменении тока от 1 до 8 ма напряжение увеличивается от значения $U_{a1}=1,75$ в до $U_{d1}=2,15$ в. Для термистора $T2$ по его вольт-амперной характеристике (рис. 6-1) получим предельные значения напряжений $U_{б2}=2,6$ в и $U_{д2}=1,9$ в.

3. Построение вольт-амперной характеристики для двух последовательно соединенных термисторов. Зависимость напряжения на зажимах AB (рис. 6-2) от тока I выражает вольт-амперную характеристику участка AB , т. е. двух после-

довательно соединенных нелинейных элементов. Как ее построить?

Для этого нужно воспользоваться свойствами последовательного соединения: напряжение на зажимах AB (рис. 6-2) равно сумме напряжений на участках AB и BB , или $U=U_1+U_2$. В таком случае по вольт-ампер-

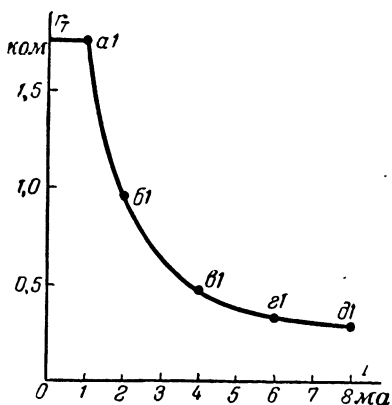


Рис. 6-5. График зависимости сопротивления термистора от тока.

ным характеристикам термисторов $T1$ и $T2$ (рис. 6-1) можно, например при токе 1 ма, определить общее напряжение на двух термисторах $U_a=U_{a1}+U_{a2}$. Точка a (рис. 6-1), абсцисса которой равна сумме абсцисс точек a_1 и a_2 , принадлежит суммарной вольт-амперной характеристике. Продолжая дальше складывать абсциссы точек b_1 и b_2 , v_1 и v_2 и т. д., получим точки b , v и т. д. суммарной вольт-амперной характеристики.

Итак, суммарная характеристика может быть построена графическим сложением напряжений на термисторах при одинаковых токах.

По суммарной вольт-амперной характеристике (рис. 6-1) находим, что колебание напряжения на участке AB (рис. 6-2) вследствие изменения тока от 1 до 8 ма составит

$$\Delta U = U_6 - U_2 = 4,45 - 4 = 0,45 \text{ в.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли заменить последовательно соединенные нелинейные сопротивления одним эквивалентным сопротивлением? Получив суммарную вольт-амперную характеристику ($T1+T2$), приведенную на рис. 6-1, можно построить график зависимости сопротивления от тока для всего участка AB (рис. 6-2) так же, как это было выполнено в задаче для термистора $T1$. График $r_{AB}(I)$ харак-

теризует изменение эквивалентного нелинейного сопротивления, заменяющего два последовательно соединенных.

График $r_{AB}(I)$ можно построить и сложением ординат графиков $r_T(I)$ обоих термисторов.

2. Какой ток будет в цепи термисторов, если участок AB (рис. 6-2) присоединить к зажимам источника с напряжением 4 в? По вольт-амперной характеристике ($T1+T2$) на рис. (6-1) можно не только определить напряжение на зажимах участка AB по заданному току, но и ток по заданному напряжению. В данном случае участок KM характеристики почти параллелен оси тока, поэтому малейшие колебания напряжения источников около 4 в приведут к резким изменениям тока в цепи (в пределах $\approx 5-7$ ма). Очевидно, что такой режим питания нецелесообразен для рассматриваемых нелинейных элементов.

3. В каком режиме питания можно применить термистор для стабилизации напряжения? Участок AB (рис. 6-2) следует питать от источника с внутренним сопротивлением $r_0 \gg r_T$ (сопротивления термистора), например, подключив обычный источник питания с относительно большим последовательно включенным сопротивлением. При этом возможные колебания величины тока в цепи (участок MK) очень мало скажутся на величине напряжения на термисторе, т. е. будет обеспечена высокая стабильность напряжения на участке AB .

Для стабилизации напряжения обычно применяют нелинейные элементы с вольт-амперными характеристиками, имеющими участки, приблизительно параллельные оси тока.

4. Для каких целей применяются термисторы? Температурный коэффициент сопротивления у термисторов приблизительно в 10 раз больше, чем у металлов, и имеет отрицательный знак. Поэтому они широко применяются в устройствах для регулирования, измерения и компенсации влияния температуры. Так, например, у вольтметра с ростом температуры появляется погрешность вследствие увеличения сопротивления его цепи (рамки и добавочного сопротивления). Заменив часть добавочного сопротивления вольтметра тер-

мистором, у которого с ростом температуры сопротивление уменьшается, удастся резко снизить (в 10—15 раз) температурную погрешность вольтметра.

6-2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Условие задачи

К цепи (рис. 6-6) из последовательно включенных сопротивлений $r=10 \text{ Мом}$ и серебряно-цезиевого газонаполненного фотоэлемента подведено напряжение 300 в.

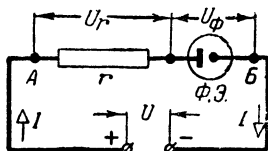


Рис. 6-6. Последовательное соединение линейного сопротивления и фотоэлемента.

Вольт-амперная характеристика фотоэлемента задана (табл. 6-2). Определить ток в цепи и напряжения на сопротивлении и фотоэлементе.

Таблица 6-2

$I, \text{ мка}$	0,2	0,6	1,4	2,6	5,6
$U, \text{ в}$	50	100	150	200	250

Решение задачи

1. Построение вольт-амперных характеристик. По данным табл. 6-2 на рис. 6-7 построена вольт-амперная характеристика фотоэлемента (кривая 2), по виду которой можно заключить, что фотоэлемент относится к числу нелинейных элементов.

Для линейного элемента (сопротивления r) вольт-амперная характеристика задается зависимостью $I=U/r$ и строится по двум точкам. Одна из них — начало координат, так как при $U=0$, $I=0$. Другая точка определяется каким либо значением напряжения. Например, при $U=100 \text{ в}$ ток $I=\frac{U}{r}=\frac{100}{10^7}=10^{-5} \text{ а}=10 \text{ мка}$. Таким образом, вольт-

амперная характеристика сопротивления (прямая 1 на рис. 6-7) проходит через начало координат и точку a_1 с координатами: 100 в, 10 мка.

Учитывая, что на зажимах AB (рис. 6-6) напряжение $U=U_r+U_\phi$ можно построить вольт-амперную характеристику для последовательно соединенных сопротивления и фотоэлемента (рис. 6-7, кривая 3), складывая абсциссы соответствующих точек кривых 1 и 2.

2. Вычисление тока и падений напряжения. Восстанавливая перпендикуляр из точки M

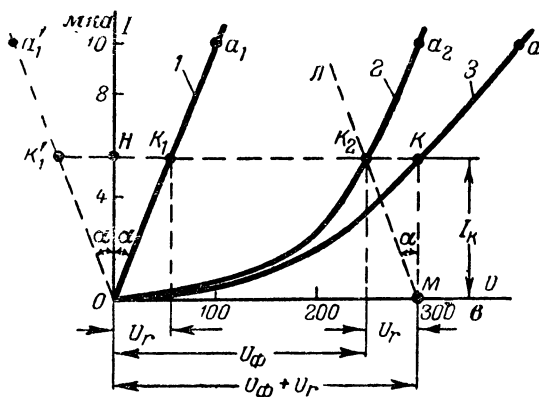


Рис. 6-7. Построение суммарной вольт-амперной характеристики (3) сложением абсцисс характеристик линейного сопротивления (1) и фотоэлемента (2).

оси абсцисс, соответствующей напряжению $U=300$ в, до пересечения с кривой 3 (рис. 6-7), получим рабочую точку K , ордината которой $I_K=5,6$ мка выражает искомый ток, проходящий как через сопротивление r , так и через фотоэлемент. По величине тока I_K (ординате рабочих точек K , K_1 и K_2 на рис. 6-7), определим напряжения на сопротивлении и фотоэлементе (абсциссы точек K_1 и K_2):

$$U_\phi=250 \text{ в}; U_r=50 \text{ в}.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. При какой величине сопротивления r напряжение U_r равно 100 в? Определение величины сопротивления по заданному напряжению не требует построения суммарной вольт-амперной характеристики.

Действительно, определяем напряжение на фотоэлементе $U_{\phi} = U - U_r = 300 - 100 = 200$ в и по его вольт-амперной характеристике (точка T кривой 2 на рис. 6-8) ток в цепи $I = 2,25$ мка. Сопротивление

$$r = \frac{U_r}{I} = \frac{100}{2,25 \cdot 10^{-6}} = 40 \cdot 10^6 \text{ ом} = 40 \text{ Мом}.$$

2. Можно ли решить поставленную задачу без построения суммарной вольт-амперной

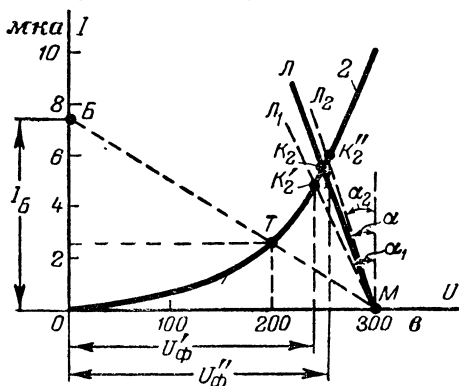


Рис. 6-8. Построение нагрузочной характеристики для последовательного соединения линейного и нелинейного сопротивлений.

перной характеристики? Проведем из точки O (рис. 6-7) прямую Oa'_1 (показана пунктиром) — зеркальное изображение Oa_1 относительно оси ординат — и затем сместим начало этой прямой в точку M . Смещенная прямая ML пересечет вольт-амперную характеристику фотоэлемента в рабочей точке K_2 , так как три отрезка $HK_1 = HK'_1 = KK_2$ выражают одно и то же напряжение U_r на сопротивлении. Можно провести прямую ML , определив для этого угол α через

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{HK_1}{HO} = \frac{U_r}{M_U} : \frac{I}{M_I} = \frac{M_I}{M_U} r,$$

где M_U и M_I — масштабы по осям абсцисс (напряжения) и ординат (тока) на рис. 6-7. В нашем случае выбраны 160

$M_U = 75 \text{ в/см}$ и $M_I = 3 \text{ мка/см} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ а/см}$, поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{75} r = 4 \cdot 10^{-8} \cdot r = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 10^7 = 0,4 \text{ и } \alpha \approx 22^\circ.$$

Таким образом, в нашем случае ток в цепи I_K и напряжения на участках U_r и U_ϕ можно определить, проведя под углом $\alpha = 22^\circ$ прямую ML (рис. 6-7 и 6-8) до пересечения с вольт-амперной характеристикой фотоэлемента.

При помощи прямой ML (рис. 6-8), называемой нагрузочной прямой, можно выполнить требуемый расчет цепи без построения суммарной вольт-амперной характеристики.

3. Каковы будут пределы колебаний напряжения на фотоэлементе при изменении сопротивления r на $\pm 20\%$? Этот вопрос удобно решить построением нагрузочной прямой (см. предыдущий вопрос) для двух значений сопротивления: $r_1 = 10^7 + 0,2 \cdot 10^7 = 1,2 \cdot 10^7 \text{ ом}$ и $r_2 = 10^7 - 0,2 \cdot 10^7 = 0,8 \times 10^7 \text{ ом}$.

По формуле $\operatorname{tg} \alpha = 4 \cdot 10^{-8} \cdot r$, полученной в предыдущем вопросе, имеем для данного случая $\operatorname{tg} \alpha_1 = 4 \cdot 10^{-8} \cdot r_1 = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 1,2 \cdot 10^7 = 0,48$ и $\operatorname{tg} \alpha_2 = 4 \cdot 10^{-8} \times r_2 = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,8 \cdot 10^7 = 0,32$, откуда $\alpha_1 \approx 26^\circ$ и $\alpha_2 \approx 18^\circ$.

Прямые ML_1 и ML_2 (рис. 6-8), проведенные из точки M под углами α_1 и α_2 , пересекаются с вольт-амперной характеристикой фотоэлемента в рабочих точках K'_2 и K''_2 , которые и определяют величину тока в цепи и напряжения на фотоэлементе при крайних значениях сопротивлений (r_1 и r_2). Напряжение на фотоэлементе, как следует из графика (рис. 6-8), колеблется в пределах от $U'_\phi \approx 240 \text{ в}$ до $U''_\phi \approx 255 \text{ в}$.

4. Можно ли найти рабочую точку, не вычисляя угла α (рис. 6-8)?

Чтобы провести нагрузочную прямую надо найти какие-нибудь 2 ее точки: Одна из точек известна — это точка M , которая соответствует напряжению $U_r = 0$, а значит и току в цепи равному нулю. Вторую точку найдем, предполагая короткое замыкание нелинейного элемента, т. е. $U_r = U$ и $U_\phi = 0$. Эта точка должна лежать на оси ординат, для которой $U_\phi = 0$, а ток в цепи $I = U/r$.

Например, при $r=40 \text{ Мом}$ (как в дополнительном вопросе 1) получим ток

$$I_B = \frac{U}{r} = \frac{300}{40 \cdot 10^6} = 7,5 \text{ мка},$$

которому соответствует точка B (рис. 6-8).

Проведя через точки M и B прямую, найдем ее точку пересечения с вольт-амперной характеристикой фотоэлемента, т. е. рабочую точку T .

Этот метод построения удобен в тех случаях, когда линейное сопротивление одного порядка с нелинейным и можно получить величину тока при $U_{\phi}=0$ (в данном случае I_B) в пределах графика.

Если сопротивление r недостаточно велико, то этот метод неудобен. Действительно, для заданного в задаче сопротивления $r=10 \text{ Мом}$ при $U_{\phi}=0$ ток $I = \frac{U}{r} = \frac{300}{10^7} = 30 \text{ мка}$ и его величину отложить на оси ординат (рис. 6-8) невозможно. В таких случаях лучше вычислить угол α , как показано в дополнительном вопросе 2.

Итак, в зависимости от величины линейного сопротивления нагрузочную характеристику строят либо по углу наклона к оси тока, либо по величине тока в режиме короткого замыкания нелинейного элемента.

6.3. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Условие задачи

Нелинейный элемент (бареттер) с вольт-амперной характеристикой $I_6(U)$ (см. рис. 6-9) и линейное сопротивление $r=50 \text{ ом}$ присоединены к зажимам источника (рис. 6-10), с номинальным напряжением $U_n=8 \text{ в}$. Определить пределы изменений тока I источника при колебаниях напряжения на $\pm 15\%$ номинального значения

Решение задачи

1. Определение зависимости общего тока от напряжения. В предыдущей задаче при последовательном соединении линейного и нелинейного элементов суммарная вольт-амперная характеристика

была построена по условию равенства общего напряжения сумме напряжений на сопротивлении и нелинейном элементе, т. е. $U = U_1 + U_2$.

При параллельном соединении, очевидно, можно получить общую вольт-амперную характеристику по усло-

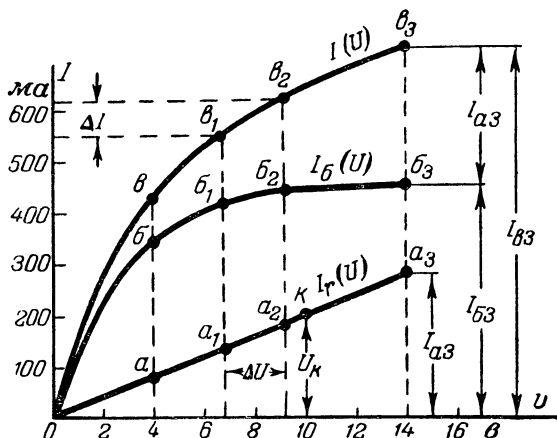


Рис. 6-9. Построение вольт-амперной характеристики для параллельного соединения линейного и нелинейного сопротивлений.

вию равенства общего тока и суммы токов ветвей, т. е. в нашем случае (рис. 6-10) $I = I_6 + I_r$.

Построим сначала вольт-амперную характеристику сопротивления r , проводя прямую $I_r(U)$ из начала координат (рис. 6-9), например, через точку K с координатами $U_K = 10$ в и $I_K = U_K/r = 10/50 = 0,2$ а = 200 ма.

Общая вольт-амперная характеристика $I(U)$ на рис. 6-9 получена сложением ординат (токов) кривых $I_r(U)$ и $I_6(U)$ при одинаковых абсциссах (напряжениях). Так, например, при напряжении $U = 14$ в точка $в_3$ (рис. 6-10) получена сложением ординат точки $б_3$ и точки $а_3$ ($I_{в3} = I_{б3} + I_{а3}$). Аналогичным образом построены точки $в_2$, $в_1$ и $в$.

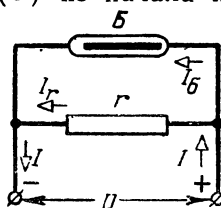


Рис. 6-10. Параллельное соединение батареи и сопротивления.

2. Определение пределов изменений тока источника. Напряжение источника изменяется

от значения $U_1 = 0,85U_n = 0,85 \cdot 8 = 6,8$ в до $U_2 = 1,15U_n = 1,15 \cdot 8 = 9,2$ в, или на величину $\Delta U = 9,2 - 6,8 = 2,4$ в (рис. 6-9). По характеристике $I(U)$ определим величину изменения тока $\Delta I = 620 - 555 = 65$ ма.

6-4. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ (СМЕШАННОЕ) СОЕДИНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Условие задачи

Для обеспечения стабильного напряжения на потребителе с сопротивлением $r_n = 980$ ом его присоединили к стабилитрону (газовому стабилизатору напряжения)

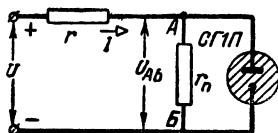


Рис. 6-11. Последовательно-параллельное (смешанное) соединение линейных и нелинейных элементов.

СГП (рис. 6-11) и подключили через сопротивление $r = 1$ ком к источнику энергии.

Определить пределы изменения напряжения потребителя U_{AB} , если напряжение источника $U = 180$ в изме-

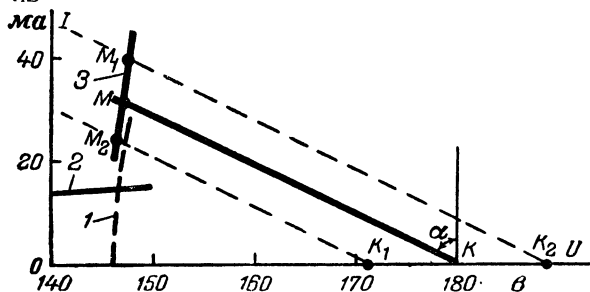


Рис. 6-12. Построение вольт-амперной характеристики для последовательно-параллельного соединения.

няется в пределах $\pm 5\%$. Вольт-амперная характеристика стабилитрона задана (пунктирная кривая I на рис. 6-12).

Решение задачи

Воспользуемся методами построения суммарных вольт-амперных характеристик для параллельного и последовательного соединений (см. § 6-3 и 6-2).

Для участка AB (рис. 6-11) вольт-амперная характеристика $U_{AB}(I)$ изображается кривой 3 (рис. 6-12), полученной сложением ординат соответствующих точек вольт-амперных характеристик стабилитрона (кривая 1) и сопротивления r_{π} (прямая 2).

Зеркальное изображение вольт-амперной характеристики линейного сопротивления r (нагрузочную характеристику) проведем из точки $K(U=180 \text{ в})$ под углом α к оси ординат. Учитывая масштабы тока $M_I=15 \text{ ма/см}=0,015 \text{ а/см}$ и напряжения $M_U=7 \text{ в/см}$, угол

$$\alpha = \arctg \frac{M_I}{M_U} r = \arctg \frac{0,015}{7} 1000 = 63^\circ.$$

Рабочая точка M определяет напряжение $U_{AB}=147 \text{ в}$ и ток $I=32 \text{ ма}$.

По условию задачи напряжение U изменяется на $\pm 5\%$, т. е. от $U_1=180-9=171 \text{ в}$ до $U_2=180+9=189 \text{ в}$. Угол α не зависит от величины напряжения U . Поэтому проводя прямые K_1M_2 и K_2M_1 параллельные прямой KM (рис. 6-12, пунктир) через точки K_1 и K_2 , соответствующие напряжениям U_1 и U_2 , определим колебания напряжения на потребителе по разности абсцисс новых рабочих точек M_1 и M_2 . В нашем случае $\Delta U_{AB} \approx 147,5 - 146,5 = 1 \text{ в}$, или $\Delta U_{AB} = \frac{1}{147} \cdot 100\% \approx 0,68\%$.

Таким образом, при колебаниях напряжения источника на $\pm 5\%$ напряжение потребителя изменяется только на $\pm 0,34\%$, т. е. приблизительно в 15 раз меньше.

6-5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

150. Построить график зависимости сопротивления от напряжения для германиевого выпрямительного столба Д1003А, вольт-амперная характеристика которого задана (рис. 6-13). Построение выполнить для прямой и обратной ветвей характеристики (прямое и обратное сопротивления).

151. Как изменятся прямые и обратные сопротивления в предыдущей задаче, если соединить последовательно (и согласно) два выпрямительных столба?

152. Два стабилитрона, вольт-амперные характеристики которых заданы табл. 6-3, включены последовательно.

Построить общую вольт-амперную характеристику для двух стабилитронов и определить общее напряжение U на зажимах при токе 18 ма .

Таблица 6-3

$I, \text{ ма}$	5	10	15	20	25	30
$U_1, \text{ в}$	74,5	74,6	74,8	75,1	75,5	76,0
$U_2, \text{ в}$	146,4	146,5	146,7	147,0	147,4	148,0

153. Для предыдущей задачи построить зависимость общего сопротивления от тока двух последовательно включенных стабилизаторов.

154. Источник с напряжением 140 в питает цепь из последовательно включенных тиратрона ТХЗБ и сопротивления $r=13\,750 \text{ ом}$.

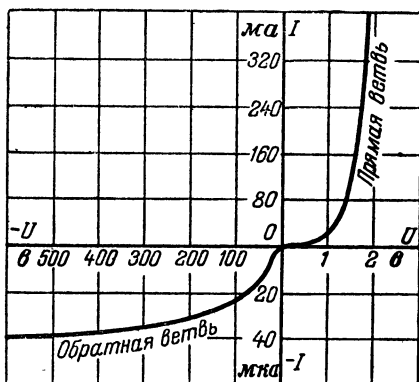


Рис. 6-13. Вольт-амперная характеристика германиевого выпрямителя.

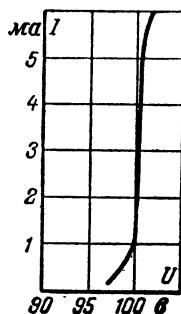


Рис. 6-14. Вольт-амперная характеристика тиратрона.

Определить ток тиратрона. Вольт-амперная характеристика тиратрона задана графиком (рис. 6-14).

155. Для предыдущей задачи найти рабочую точку на вольт-амперной характеристике тиратрона.

156. Триод 6С5 и последовательно включенное в его анодную цепь сопротивление $r=10 \text{ ком}$ питаются от источника с напряжением 300 в. В каких пределах изменяются ток в цепи и напряжение на аноде триода при изменении номинального значения сопротивления r в пределах $\pm 20\%$. Вольт-амперная характеристика триода задана графиком (рис. 6-15).

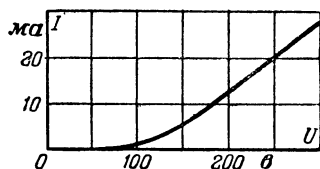


Рис. 6-15. Вольт-амперная характеристика триода 6С5.

157. Вольт-амперная характеристика лампы накаливания задана (табл. 6-4). Определить величину сопротивления, которое нужно включить последовательно с лампой, чтобы напряжение на ней составляло 75 в, при питании всей цепи от источника с напряжением 120 в.

Таблица 6-4

$U, \text{ в}$	0	20	40	60	80	100	120
$I, \text{ в}$	0	0,2	0,5	0,9	1,4	2	2,5

158. Лампа накаливания, вольт-амперная характеристика которой задана (табл. 6-4), включена последовательно с реостатом и питается от источника с напряжением 120 в. Определить пределы изменений тока в цепи и напряжения на лампе при изменении сопротивления реостата от 100 до 50 ом.

159. Построить вольт-амперную характеристику нелинейного элемента, состоящего из параллельно включенных термистора и бареттера. Вольт-амперные характеристики заданы соответственно кривыми 2 и 1 (рис. 6-16).

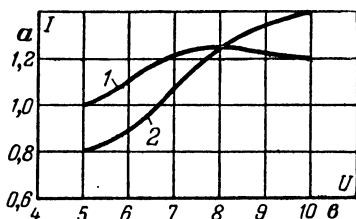


Рис. 6-16. Вольт-амперные характеристики термистора (2) и бареттера (1).

160. Для предыдущей задачи построить график зависимости общего сопротивления нелинейного элемента от напряжения на его зажимах.

161. Последовательно с нелинейным элементом задачи 159 включили линейное сопротивление $r = 1,15 \text{ ом}$.

Определить ток в цепи и напряжения на нелинейном элементе в сопротивлении, если вся цепь питается от источника с напряжением 10 в.

6-6. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 6

150.

$U, \text{ в}$	0,5	1,2	1,6	1,8	—50	—100	—200	—300	—400
$r, \text{ ом}$	80	30	10	6	$3 \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^6$	$6,6 \cdot 10^6$	$8,8 \cdot 10^6$	$11,1 \cdot 10^6$

151. Увеличатся в 2 раза.

152. 221,9 в.

$I, \text{ ма}$	5	10	15	20	25	30
$U, \text{ в}$	220,9	221,1	221,5	222,1	222,9	223,9

153.

$I, \text{ ма}$	5	10	15	20	25	30
$r, \text{ ком}$	44,4	22,1	14,8	11,1	8,92	7,46

154. 3 *ма*.
 156. 10 — 12,5 *ма*; 180 — 200 *в*.
 157. 36 *ом*.
 158. 0,7—1,07 *а*; 50—68 *в*.
 159.

I, a	1,85	1,98	2,3	2,5	2,5	2,6
$U, в$	5	6	7	8	9	10

160.

$U, в$	5	6	7	8	9	10
$r, ом$	2,7	3,03	3,03	3,2	3,6	3,8

161. 2,04 *а*; 7,5 *в*; 2,5 *в*.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРОВОДОВ С ТОКАМИ

7-1. ПРОВОДНИК С ТОКОМ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Условие задачи

Между полюсами постоянного магнита (рис. 7-1) помещена прямоугольная рамка $ABBA$, которая может свободно вращаться вокруг оси OO_1 . После замыкания

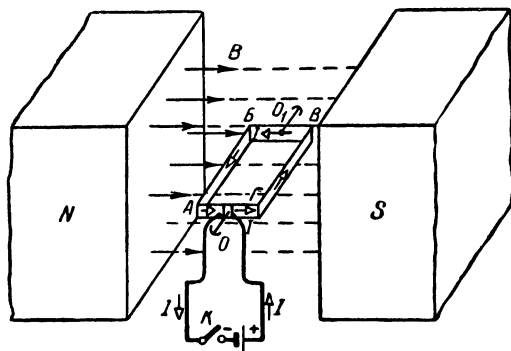


Рис. 7-1. Рамка с током в однородном магнитном поле.

ключа K ток в цепи $I=5$ а. Определить величину и направление сил, действующих на стороны рамки в ее начальном положении, показанном на рисунке, и в конечном положении (после поворота рамки). Вычислить работу, совершаемую при перемещении из начального в конечное положение и при повороте рамки на 360° , если магнитная индукция между полюсами $B=0,2$ гл (тесла) длина сторон рамки $AB=BG=30$ мм и $AG=BB=20$ мм.

Решение задачи

1. Силовое действие магнитного поля. Силовое действие магнитного поля характеризуют магнитной индукцией. Значение магнитной индукции B можно определить, например, по величине силы F , действующей на проводник длиной l с током I . Если проводник с током расположить перпендикулярно магнитным линиям, то

$$B = \frac{F}{Il}. \quad (7-1)$$

Магнитная индукция — векторная величина; формула (7-1) выражает только численное значение этого вектора. Вектор B направлен по касательной к магнитной линии, проходящей через данную точку поля. В нашем случае (рис. 7-1) векторы магнитной индукции направлены вдоль магнитных линий. (Для магнитного поля прямолинейного проводника с током направления векторов магнитной индукции показаны на рис. 7-6).

Почему в условии задачи задано только одно значение магнитной индукции?

Характерной особенностью рассматриваемого в задаче магнитного поля является его однородность. Это значит, что во всех точках между полюсами N и S магнита (рис. 7-1) магнитная индукция имеет одно и то же значение и ее векторы параллельны (здесь не учитывается искажение поля у краев полюсов магнита).

По известным величинам B , I и l , входящим в формулу (7-1), можно вычислить силу F , называемую электромагнитной силой и действующую, например, на провод AB (рис 7-1), который расположен перпендикулярно магнитным линиям.

Для провода с током, расположенного под углом к магнитным линиям, электромагнитная сила

$$F = BIl \sin \alpha, \quad (7-2)$$

где α — угол между направлениями вектора B и тока I в проводнике.

Итак, электромагнитная сила зависит не только от величины тока проводника, его размеров и магнитной

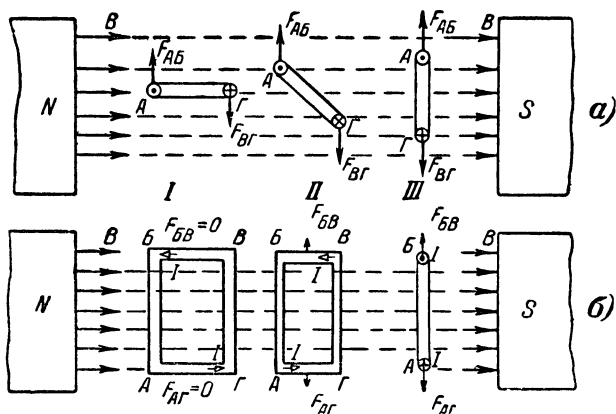


Рис. 7-2. Три положения рамки (I, II, III) при ее вращении силами магнитного поля.

a — вид спереди; b — вид сверху.

индукции, но и от взаимного расположения проводника и магнитных линий.

Направление вектора силы определяется по правилу «левой руки»: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор магнитной индукции входил в нее, а четыре вытянутых пальца совпадали с направлением тока в проводе, то отогнутый большой палец укажет направление силы, действующей на провод.

В соответствии с этим правилом на рис. 7-2, a построены векторы сил F_{AB} и F_{BG} , действующие соответственно на провода AB и BG прямоугольной рамки $ABBG$ (рис. 7-1).

2. Вычисление сил, действующих на рамку. Рамка состоит из четырех проводов (AB , BG , VG и GA см. рис. 7-1). В начальном положении рамки на стороны AG и BV , расположенные вдоль магнитных линий (рис. 7-2),

силы не действуют, так как $F_{AG} = F_{BB} = IB l_{AG} \sin 0^\circ = 0$. На две другие стороны рамки (рис. 7-2,а) действуют силы

$$F_{AB} = F_{BG} = IB l_{AB} \sin 90^\circ = 5 \cdot 0,2 \cdot 0,03 \cdot 1 = 0,03 \text{ н.}$$

Очевидно, что силы F_{AB} и F_{BG} (рис. 7-2,а) повернут рамку из положения *I* в положение *III* (на 90°).

Как повлияет поворот рамки на величины действующих сил?

При заданных условиях в формуле для силы (7-2) только одна величина — угол α — зависит от положения проводов рамки.

Так, для сторон AG и BB угол α возрастает при повороте рамки и в положении *III* (рис. 7-2,б) $\alpha = 90^\circ$. При этом силы, действующие на стороны AG и BB , достигают максимального значения:

$$F_{AG \text{ макс}} = F_{BB \text{ макс}} = IB l_{AG} \sin 90^\circ = 5 \cdot 0,2 \cdot 0,02 \cdot 1 = 0,02 \text{ н.}$$

Силы F_{AG} и F_{BB} , направления которых (в соответствии с правилом левой руки) совпадают с осью OO_1 (см. рис. 7-1 и 7-2,б), только растягивают рамку и не создают вращающего момента.

Стороны AB и BG при всех положениях рамки располагаются перпендикулярно магнитным линиям ($\alpha = 90^\circ$); поэтому величина и направления сил F_{AB} и F_{BG} не изменяются. В положении *III* (рис. 7-2,а) и эти силы только растягивают рамку.

3. Вычисление работы сил магнитного поля. Силы магнитного поля, вращая рамку, совершают работу $A = I \Delta \Phi$, где I — ток в рамке, $\Delta \Phi$ — изменение магнитного потока постоянного магнита Φ , пронизывающего рамку, при ее повороте из положения *I* в положение *III* (рис. 7-2). Для однородного магнитного поля магнитный поток, через площадку, перпендикулярную магнитным линиям, определяется произведением магнитной индукции и величины площади, т. е. магнитный поток постоянного магнита $\Phi = BS$.

В нашем случае (рис. 7-1) плоскость рамки вначале параллельна магнитным линиям и пронизывающий ее магнитный поток равен нулю. В вертикальном положении (рис. 7-2,а, положение *III*) рамку пронизывает ма-

ксимальный магнитный поток, равный произведению магнитной индукции на площадь рамки, т. е.

$$\Phi = BS = B(AG)(BG) = 0,2 \cdot 0,02 \cdot 0,03 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ вб.}$$

Так как в нашем случае изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi$, то

$$A = I \cdot \Delta\Phi = 5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ дж.}$$

4. Вычисление работы, совершаемой при повороте рамки на 360° . Если начать вращение рамки из положения 1 (рис. 7-3, а) по направлению движения ча-

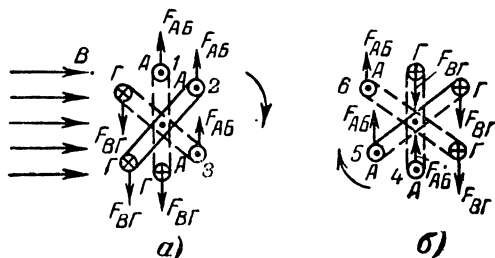


Рис. 7-3. Поворот рамки на угол 360° по часовой стрелке.

а — из положения 1 на угол 180° против сил поля,
б — из положения 4 на угол 180° силами поля.

совой стрелки, то в пределах полуоборота придется преодолевать электромагнитные силы F_{AB} и F_{BG} , создающие встречный вращающий момент. Поэтому первый полуоборот может быть выполнен, например, силами внешнего двигателя, который будет преодолевать электромагнитные силы.

Второй полуоборот рамки, начинающийся от положения 4 (рис. 7-3, б) совершается за счет сил магнитного поля F_{AB} и F_{BG} , работа которых $A = I \cdot \Delta\Phi$ пропорциональна увеличению магнитного потока $\Delta\Phi$. Но в этом случае в начале второго полуоборота и в его конце (положения 4 и 7, рис. 7-4) рамку пронизывает один и тот же по величине магнитный поток Φ постоянного магнита, поэтому уместно спросить: *откуда берется приращение потока?*

Ответить на этот вопрос можно, если учесть знак магнитного потока, пронизывающего рамку.

Для определения знака магнитного потока пользуются «правилом буравчика»: если направление тока в рамке совпадает с вращательным движением рукоятки буравчика, а направление пронизывающего рамку потока совпадает с поступательным движением буравчика, то магнитный поток считается положительным. Такой случай получается для рассматриваемой рамки в положении 7 (рис. 7-4). Если магнитный поток, пронизывающий рамку, или ток в рамке имеют обратное направление, то магнитный поток считается отрицательным, что имеет место в положении 4 (рис. 7-4).

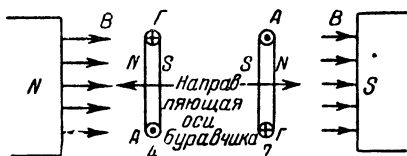


Рис. 7-4. Направление магнитных линий внешнего поля и поля рамки для двух ее положений.

Следует иметь в виду, что определять знак имеет смысл только для внешнего по отношению к рамке магнитного потока, создаваемого независимо от тока в рамке, т. е. в нашем случае потока постоянного магнита. Собственный магнитный поток, создаваемый током рамки, всегда имеет положительный знак (в соответствии с правилом буравчика).

Таким образом, приращение потока $\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi = 2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-4}$ вб, а работа сил поля $A = I \cdot \Delta\Phi = 5 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4}$ дж. Такую же по величине работу совершит внешний двигатель за первый полуоборот рамки.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Что произойдет с силами, действующими на стороны рамки (рис. 7-1), если изменить направление тока? Направления сил F_{AB} и F_{BG} изменятся на обратные и рамка повернется на угол 90° в обратную сторону. Направление сил F_{BV} и F_{AG} останется прежним, так как изменится не только направление тока, но и расположение проводников AG и BV относительно магнитных линий из-за вращения рамки в обратном направлении.

2. Как изменятся силы, если рамку выполнить из нескольких витков? Рамки, помещаемые в магнитное поле, часто выполняют из многих

(десятков, сотен) витков провода. Поскольку величины сил пропорциональны длинам проводов, то для многовитковых рамок они возрастают пропорционально числу витков.

3. Почему электромагнитные силы стремятся растянуть рамку? Работа сил магнитного поля, действующих на рамку с током $A = I \cdot \Delta\Phi$ возможна при увеличении потока $\Delta\Phi$, т. е. должен возрасти положительный магнитный поток, пронизывающий рамку. Поэтому в рассматриваемой задаче электромагнитные силы поворачивают рамку перпендикулярно магнитным линиям и растягивают ее, чтобы магнитный поток через рамку увеличился.

Итак, контур с током стремится занять в магнитном поле такое положение, при котором пронизывающий поток имеет максимальное значение.

4. Может ли рамка с током находиться в таком положении, при котором силы поля будут ее сжимать, а не растягивать? Если в положении III (рис. 7-2) изменить направление тока в рамке, то электромагнитные силы, действующие на все стороны рамки, будут направлены внутрь, стремясь ее сжать. Это не первый взгляд противоречит положению теории. Однако легко убедиться в том, что такое положение рамки неустойчиво: малейшее отклонение от неустойчивого равновесия приведет к повороту рамки на 180° . В новом положении силы поля растягивают рамку.

5. Может ли рамка с током служить указателем магнитного поля Земли? Как было показано (рис. 7-4), рамка с током располагается в магнитном поле таким образом, чтобы положительное направление ее оси (в соответствии с правилом буравчика) совпадало с направлением магнитных линий. Иначе говоря, рамка поворачивается своим южным полюсом в сторону северного полюса магнита. Поэтому в магнитном поле Земли рамка повернется так, что ее южный полюс будет обращен к северному магнитному полюсу Земли (который находится в Антарктике).

Так как индукция магнитного поля Земли мала $B = 0,5 \cdot 10^{-4}$ тл, то рамка должна быть высокочувствительной, т. е. с большим током (или с большим числом витков), и достаточно легкой.

6. Имеют ли магнитные линии «начала» и «концы»? Магнитные линии всегда замкнуты. Так, в зазоре постоянного магнита они проходят от северного полюса к южному и дальше замыкаются по телу магнита от южного полюса к северному. Это свойство магнитных линий принципиально отличает их от линий напряженности электрического поля неподвижных зарядов, которые, как известно, не замкнуты.

7. Где на практике применяются рамки с током в магнитном поле? Для измерения токов и напряжений в цепях постоянного тока широко используются магнитоэлектрическими амперметрами и вольтметрами, принцип действия которых основан на взаимодействии рамки с током (измеряемым) и магнитного поля постоянного магнита. Прикрепляя к оси рамки пружинку, противодействующую ее вращению, можно получить угол поворота рамки, пропорциональный величине измеряемого тока.

Этот же принцип положен в основу устройства электрических двигателей. Их применение рассматривается в гл. 9.

7-2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРЯМОГО ПРОВОДА С ТОКОМ

Условие задачи

По прямолинейному проводу AB длиной $l=1$ м и диаметром $d=1$ см проходит ток $I=235$ а (рис. 7-5).

Вычислить магнитную индукцию в точке M , удаленной на одинаковые расстояния от концов провода, а от его середины — на расстояние $R_M=50$ см. Построить график изменения напряженности поля и магнитной индукции внутри и вне провода.

Решение задачи

1. Магнитная индукция и напряженность поля прямого провода с током. В отличие от рассмотренного в предыдущей задаче однородного поля постоянного магнита магнитное поле проводника с током неоднородно, так как величины и

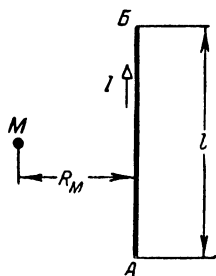


Рис. 7-5. Прямолинейный провод с током.

направления векторов магнитной индукции неодинаковы в различных точках поля (рис. 7-6).

Для длинного прямолинейного провода, находящегося в вакууме, магнитная индукция какой-либо точки поля прямо пропорциональна току в проводе и обратно пропорциональна расстоянию точки от оси провода:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R}, \quad (7-3)$$

где μ_0 — магнитная постоянная. Она характеризует магнитное поле в вакууме и зависит от размерностей величин, входящих в формулу (7-3). В системе единиц СИ

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ ом} \cdot \text{сек}/\text{м} = 4\pi 10^{-7} \text{ гн}/\text{м} = 4\pi 10^{-9} \text{ гн}/\text{см}.$$

Для магнитного поля в какой-либо среде (не в вакууме) следует учитывать усиление или ослабление поля рассматриваемой средой. В этом случае формула (7-3) принимает вид:

$$B = \mu_a \frac{I}{2\pi R} = \mu \mu_0 \frac{I}{2\pi R}. \quad (7-4)$$

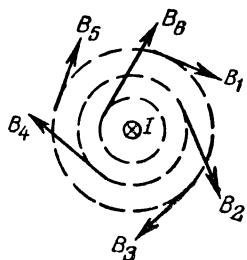


Рис. 7-6. Магнитные линии прямолинейного провода с током.

В формуле (7-4) абсолютная магнитная проницаемость μ_a учитывает влияние среды на величину магнитной индукции, а магнитная проницаемость $\mu = \mu_a/\mu_0$ показывает, во сколько раз абсолютная магнитная проницаемость данной среды больше или меньше магнитной постоянной.

Величины μ_0 , μ_a и μ аналогичны величинам ϵ_0 , ϵ_a и ϵ , рассмотренным в гл. 1.

При практических расчетах для всех неферромагнитных сред можно принимать $\mu_a = \mu_0$ и пользоваться формулой (7-3). Расчет полей в ферромагнитной среде подробно рассмотрен в следующей главе.

При расчетах магнитных полей пользуются еще напряженностью магнитного поля $H = B/\mu_a$. Для прямолинейного провода напряженность поля:

$$H = \frac{I}{2\pi R}. \quad (7-5)$$

Формулу (7-5) можно получить из закона полного тока. Действительно, уравнение

$$H \cdot 2\pi R = I$$

выражает равенство магнитного напряжения по замкнутому контуру с радиусом R (пунктир на рис. 7-7) полному току, охваченному этим контуром (в данном случае току I).

Формулы (7-3) и (7-5) строго верны для бесконечно длинного прямолинейного провода. У проводников конечной длины можно пользоваться указанными формулами при вычислении B и H только вблизи провода, т. е. на расстояниях R , малых по сравнению с его длиной l . Для многих практических задач важно знать именно поле вблизи провода, где оно наиболее интенсивно.

Можно ли воспользоваться формулой (7-3) для определения магнитной индукции в точке M (рис. 7-5)?

Поскольку расстояние $R_M = 0,5$ м соизмеримо с длиной провода $l = 1$ м, то применить формулу (7-2) нельзя, а следует воспользоваться законом Био-Савара, в котором учитываются длина и форма проводника с током. Для прямолинейного проводника произвольной длины (рис. 7-8) по закону Био-Савара магнитная индукция в точке M :

$$B_M = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_M} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2), \quad (7-6)$$

Рис. 7-8. К расчету по формуле (7-6).

где β_1 и β_2 — углы, показанные на рис. 7-8.

Легко заметить, что при $R_M \ll l$ можно принять $\beta_1 = \beta_2 = 0$ и $\cos \beta_1 = \cos \beta_2 = 1$; при этом формулы (7-6) и (7-3) окажутся тождественными.

2. Вычисление магнитной индукции и напряженности поля в точке M (рис. 7-5). Прежде всего вычислим $\cos \beta_1$ и $\cos \beta_2$, входящие в формулу (7-6). В нашем случае $R_M = l/2$ (рис. 7-8), поэтому $\cos \beta_1 = \cos \beta_2 = \cos 45^\circ = 0,707$.

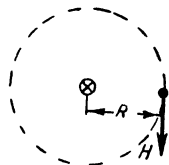
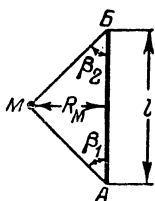


Рис. 7-7. Напряженность поля на расстоянии R от провода.



По формуле (7-6)

$$B_M = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{235}{4\pi \cdot 0,5} 2 \cdot 0,707 = 6,65 \cdot 10^{-5} \text{ тл.}$$

Напряженность магнитного поля в точке M

$$H_M = \frac{B_M}{\mu_0} = \frac{6,65 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 53 \text{ а/м} = 0,53 \text{ а/см.}$$

3. Построение графика изменения напряженности поля внутри и вне провода. Интересно рассмотреть изменение напряженности поля

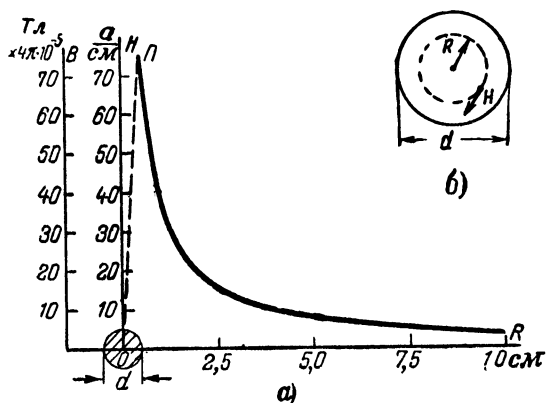


Рис. 7-9. График изменения напряженности поля и магнитной индукции внутри и вне провода.

вблизи провода и воспользоваться для этих целей формулой (7-5):

$$H = \frac{I}{2\pi R} = \frac{235}{6,28} \cdot \frac{1}{R} = 37,5 \frac{1}{R}.$$

Определяя H для нескольких значений R (табл. 7-1), строим по точкам график $H(R)$ (рис. 7-9).

Таблица 7-1

$R, \text{ см}$	0,5	1	2,5	5	7,5	10
$H, \text{ а/см}$	75	37,5	15	7,5	5,0	3,75

Ордината точки Π на графике (рис. 7-9) определяет напряженность поля H_{Π} на поверхности провода (при $R=0,5 \text{ см}$). Соединяя начало координат с точкой Π , получим прямую $ОП$ (пунктир на рис. 7-9), выражающую зависимость $H(R)$ внутри провода, где напряженность поля изменяется прямо пропорционально расстоянию точки от оси провода.

Действительно, проведя окружность радиуса R внутри провода (рис. 7-9,б), по закону полного тока получим

$$H \cdot 2\pi R = I_s,$$

где I_s — часть тока I , проходящая по сечению провода внутри окружности радиуса R .

Введем понятие о плотности тока

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi d^2/4},$$

где S — площадь поперечного сечения провода. Тогда можно записать, что $I_s = \delta \pi R^2$ и внутри провода $H \cdot 2\pi R = \delta \pi R^2$ или

$$H = \frac{\delta \pi R^2}{2\pi R} = \frac{\delta}{2} R,$$

т. е. увеличивается пропорционально расстоянию точки от оси провода.

Полученный график (рис. 7-9) выражает и зависимость $B(R)$, так как $B = \mu_0 H$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определить направление вектора магнитной индукции, создаваемого токами участков изогнутого провода (рис. 7-10)? Для определения магнитной индукции в точке M (рис. 7-10), лежащей в одной плоскости S с двумя прямолинейными участками 1 и 2 провода с током I , вначале опускаем из точки M перпендикуляры MO_1 и MO_2 на оси участков провода. Затем, рассматривая MO_1 и MO_2 как радиусы магнитных линий, проходящих через

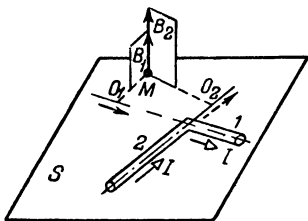


Рис. 7-10. Векторы магнитной индукции от участков криволинейного провода.

точку M , определяем по правилу буравчика направлению векторов индукции B_1 и B_2 , создаваемых токами соответствующих участков провода. Векторы B_1 и B_2 совпадают по направлению только в том случае, если точка M лежит в одной плоскости с участками провода.

2. Какие изменения произойдут в магнитном поле, если на прямолинейный провод надеть стальное кольцо толщиной Δ (рис. 7-11)? Вне кольца магнитное поле не изменится. В кольце напряженность магнитного поля останется прежней ($H = I/2\pi R$), а магнитная индукция и магнитный поток резко возрастут, так как абсолютная магнитная проницаемость стали $\mu_a \gg \mu_0$. Зная сорт стали, можно найти для него значение магнитной проницаемости при данной напряженности поля и вычислить магнитную индукцию в стальном кольце.

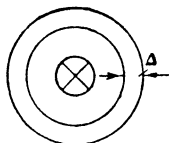


Рис. 7-11. Одиночный провод, окруженный стальным кольцом.

Таким свойством значительного усиления магнитного поля обладают только ферромагнитные материалы (железо, кобальт, никель и их сплавы). Если кольцо выполнить из неферромагнитного материала, то индукция магнитного поля не изменится.

3. Чему равен магнитный поток через замкнутую поверхность? Выбирая в магнитном поле произвольную замкнутую поверхность S (рис. 7-12), легко убедиться в том, что число входящих и выходящих магнитных линий одинаково (линии замкнуты); поэтому пересекающий замкнутую поверхность магнитный поток равен нулю. Этот вывод непосредственно вытекает из свойства непрерывности магнитных линий.

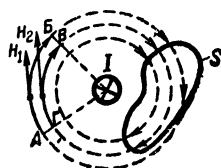


Рис. 7-12. Замкнутая поверхность и контур $ABBG\Lambda$ в магнитном поле.

4. Как определить магнитное напряжение для контура $ABBG\Lambda$ (рис. 7-12)? Прежде всего заметим, что векторы напряженности поля H в точках, лежащих на отрезках BB и AG , перпендикулярны этим отрезкам, так как отрезки BB и AG располагаются по радиусам, а векторы напряженности поля — по касательным

к окружностям. В таком случае проекции векторов H на отрезки AG и BB равны нулю. Магнитные напряжения, определяемые произведением проекций векторов напряженности и длиной отрезков, на этих участках также равны нулю.

На участках AB и BG , совпадающих с магнитными линиями, векторы напряженности поля направлены по касательным во всех точках, т. е. проекции векторов равны самим векторам и имеют постоянную величину H_1 на участке AB и H_2 на участке GB .

Поэтому магнитные напряжения

$$U_{m1} = H_1(AB); \quad U_{m2} = H_2(GB).$$

Поскольку напряженности поля H_1 и H_2 обратно пропорциональны расстояниям от оси провода, а длины дуг окружности AB и GB прямо пропорциональны этим расстояниям, то $U_{m1} = U_{m2}$.

При составлении алгебраической суммы магнитных напряжений по контуру $ABBG$ следует U_{m1} взять со знаком плюс, а U_{m2} со знаком минус, так как направление вектора H_1 в любой точке участка AB совпадает с направлением обхода, а направление вектора H_2 на участке GB противоположно направлению обхода. Таким образом, магнитное напряжение по замкнутому контуру $ABBG$ равно нулю.

Такого результата и следовало ожидать. Поверхность, ограниченная контуром $ABBG$, не пронизывается токами, т. е. полный ток этого контура равен нулю и в соответствии с законом полного тока и магнитное напряжение по контуру равно нулю.

7-3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НЕСКОЛЬКИХ ПРОВОДОВ С ТОКАМИ

Условие задачи

По двухпроводной линии с расстоянием между проводами $a = 100$ мм проходит ток $I_1 = I_2 = I = 235$ а

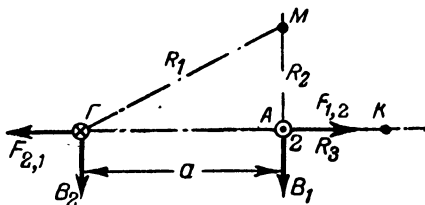


Рис. 7-13. Векторы магнитной индукции и электромагнитных сил двухпроводной линии с током.

(рис. 7-13). Вычислить напряженность магнитного поля в точках M и K ($AM=R_2=AK=R_3=5$ см), а также силу взаимодействия проводов при коротком замыкании в сети, если ток при этом возрастет в 10 раз. Построить график изменения напряженности поля вдоль прямой GA , соединяющей оси проводов.

Решение задачи

1. Вычисление напряженности поля. При расчете электрического поля нескольких зарядов (см. § 1-2) и цепей постоянного тока с несколькими источни-

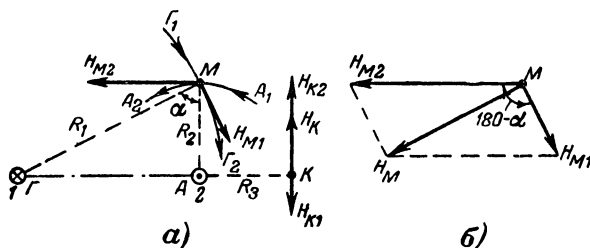


Рис. 7-14. Построение векторов напряженности поля в точках M и K от каждого провода с током и результирующих векторов напряженности.

ками (см. § 2-4) применялся метод наложения. Применим этот метод для вычисления напряженности поля в точке M .

Вначале определим напряженность поля, создаваемую током провода 2:

$$H_{M2} = \frac{I}{2\pi R_2} = \frac{235}{2\pi R_2} = \frac{37,5}{R_2} = \frac{37,5}{5} = 7,5 \text{ а/см.}$$

Вектор H_{M2} (рис. 7-14,а) направим из точки M по касательной в магнитной линии A_1A_2 , радиус которой равен R_2 . Направление вектора H_{M2} найдем по правилу буравчика.

Затем определим напряженность поля, создаваемую током провода 1:

$$H_{M1} = \frac{37,5}{R_1} = \frac{37,5}{\sqrt{a^2 + R_2^2}} = \frac{37,5}{\sqrt{10^2 + 5^2}} = 3,35 \text{ а/см.}$$

Вектор H_{M1} направим из точки M по касательной к магнитной линии $\Gamma_1\Gamma_2$; он составляет прямой угол с радиусом R_1 . Величину результирующего (от двух проводов) вектора напряженности магнитного поля H_M (рис. 7-14,б) можно вычислить либо по теореме косинусов, как это было показано в § 1-2, либо графически.

Учитывая масштаб напряженности поля $M_H = 0,33 \text{ а/см} \cdot \text{мм}$ и измерив длину вектора $H_M = 20,5 \text{ мм}$, найдем

$$H_M = 0,33 \cdot 20,5 = 6,8 \text{ а/см} = 680 \text{ а/м}.$$

Аналогично вычислим напряженность поля в точке K (рис. 7-14,а).

Ток провода 2 создает напряженность поля

$$H_{K2} = \frac{37,5}{R_3} = \frac{37,5}{5} = 7,5 \text{ а/см},$$

а ток провода 1 — напряженность поля

$$H_{K1} = \frac{37,5}{a + R_3} = \frac{37,5}{15} = 2,5 \text{ а/см}.$$

Векторы H_{K2} и H_{K1} направлены в противоположные стороны, поэтому результирующая напряженность поля $H_K = H_{K2} - H_{K1} = 7,5 - 2,5 = 5 \text{ а/см}$.

2. Вычисление силы взаимодействия проводов. Провода с токами одинакового направления притягиваются друг к другу, а с токами противоположного направления — отталкиваются друг от друга.

Обозначив через $B_1 = \mu_a \frac{I_1}{2\pi a}$ магнитную индукцию, создаваемую током I_1 в месте расположения провода 2 с током I_2 , получим силу $F_{2,1} = I_2 B_1$, действующую на участок длиной 1 м провода с током I_2 (рис. 7-13).

Аналогично для другого провода получим;

$$B_2 = \mu_a \frac{I_2}{2\pi a}$$

и силу $F_{1,2} = I_1 B_2$, причем

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F = \mu_a \frac{I_1 I_2}{2\pi a}.$$

В нашем случае $I_1 I_2 = I^2$, а $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м и провода линии взаимодействуют (отталкиваются друг от друга) с силой

$$F = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{I^2}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{2 \cdot 350^2}{0,1} = 11,1 \text{ н} = 11,1 \cdot 0,102 \text{ кг} = 1,13 \text{ кг}.$$

Если между опорами (изоляторами) линии расстояние $l = 50$ м, то на таком участке между проводами возникнет сила $Fl = 1,13 \cdot 50 = 56,5$ кг.

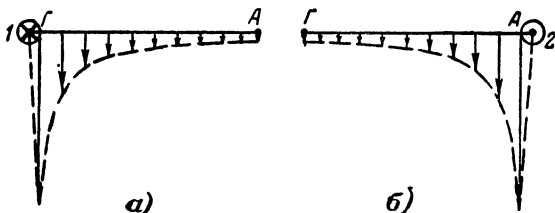


Рис. 7-15. Напряженности поля от каждого провода с током в точках прямой, соединяющей оси проводов.

3. Построение графика изменения напряженности поля вдоль прямой ГА (рис. 7-15). Применим опять метод наложения.

Ток I_1 провода 1 создает в любой точке прямой ГА напряженность поля, вектор которой направлен перпендикулярно линии ГА (например, $H_1 = B_1/\mu_0$ в точке А, см. рис. 7-13). Абсолютные значения векторов напряженности поля убывают по мере удаления от точки Г по кривой (показана пунктиром на рис. 7-15,а), которая перенесена сюда с рис. 7-9 (ток в обеих

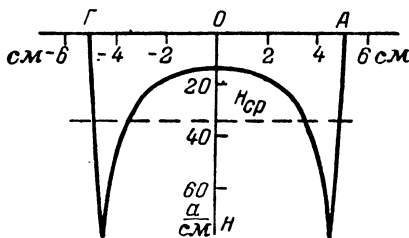


Рис. 7-16. График, полученный сложением ординат графиков, приведенных на рис. 7-15.

задачах один и тот же).

Ток другого провода создает аналогичную картину распределения векторов напряженности поля (рис. 7-15,б).

Как получить кривую изменения напряженности поля от токов двух проводов? Поскольку векторы H совпа-

дают по направлению во всех точках прямой ΓA , то можно сложить соответствующие ординаты рассмотренных графиков (рис. 7-16). Для удобства пользования полученным графиком начало координат на оси абсцисс выбрано посередине между точками Γ и A .

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определить электромагнитную силу, действующую на параллельный провод с током 100 а , проходящий через точ-

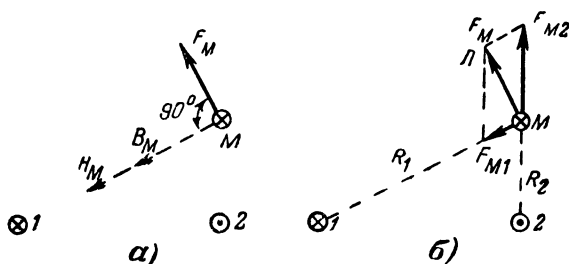


Рис. 7-17. Действие двух проводов с токами на третий провод с током.

ку M (рис. 7-17)? Эту силу можно определить двумя способами.

Во-первых, на 1 м провода действует сила магнитного поля двух проводов

$$F_M = B_M I_M = \mu_0 H_M I_M = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 680 \cdot 100 = 85,5 \cdot 10^{-3} \text{ н.}$$

Направление силы F_M определяется по правилу левой руки (рис. 7-17,а). Вектор H_M перенесен с рис. 7-14, б вектор B_M совпадает по направлению с вектором H_M .

Во-вторых, можно найти силу взаимодействия внешнего провода с двумя другими, а именно: от провода 2 (рис. 7-17,б) он отталкивается с силой

$$F_{M2} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_M I}{R_2} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{100 \cdot 235}{0,05} = 94 \cdot 10^{-3} \text{ н,}$$

а к проводу 1 он притягивается с силой

$$F_{M1} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_M I}{R_1} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{100 \cdot 235}{0,112} = 42 \cdot 10^{-3} \text{ н.}$$

Результирующая сила F_M равна геометрической сумме сил F_{M2} и F_{M1} (рис. 7-17,б). В принятом масштабе $M_F = 8 \cdot 10^{-3}$ н/мм, при длине вектора $F_M = 10,7$ мм получаем

$$F_M = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10,7 = 85 \cdot 10^{-3} \text{ н,}$$

что совпадает с полученным выше значением.

2. Как построить график изменения напряженности магнитного поля вдоль линии ГА при обратном направлении тока в проводе 2? В этом случае направление векторов напряженности поля от тока провода 2 (см. рис. 7-15,б) изменится на обратное.

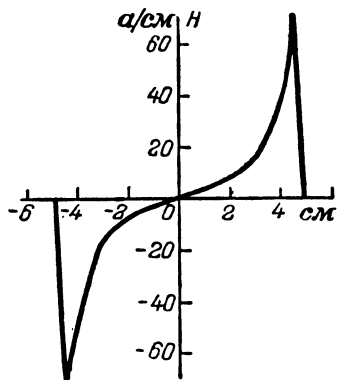


Рис. 7-18. К дополнительному вопросу 2, § 7-3.

Результирующий график (рис. 7-18) получится при вычитании соответствующих ординат кривых, построенных на рис. 7-15,а и б.

3. Как определить магнитный поток, который пересекает плоскую поверхность, ограниченную осями проводов? Магнитный поток между проводами, который пересекает плоскость, проходящую через оси проводов, может быть точно вычислен по площади кривой $H(r)$ на рис. 7-16. Для приближенного определения магнитного потока можно воспользоваться средним значением напряженности поля $H_{cp} \approx 35$ а/см = 3 500 а/м (взято по графику рис. 7-16). На 1 м длины линии

$$\Phi = B_{cp} S = \mu_0 H_{cp} S = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3\,500 \cdot 0,1 \cdot 1 = 4,39 \cdot 10^{-4} \text{ вб.}$$

Если токи в проводах направлены одинаково, то $H_{cp} = 0$ (рис. 7-18) и магнитный поток равен нулю.

4. Как будет стремиться перемещаться жесткая рамка с током I_2 , внесенная в магнитное поле провода с током I_1 (рис. 7-19)?

Провод AB рамки, ток которого направлен одинаково с током I_1 , притягивается к проводу OO_1 с силой F_1 . Провод BC (более удаленный от провода OO_1) отталкивается с силой $F_2 < F_1$. Поэтому рамка будет стремиться перемещаться к проводу OO_1 .

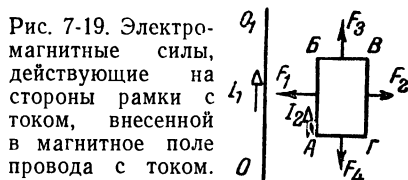


Рис. 7-19. Электромагнитные силы, действующие на стороны рамки с током, внесенной в магнитное поле провода с током.

Здесь еще раз можно убедиться в том, что контур с током перемещается в магнитном поле в направлении участков поля с большей индукцией.

7-4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ КАТУШКИ С ТОКОМ

Условие задачи

Для создания напряженности поля $H_M = 30$ а/см в точке M на оси цилиндрической катушки (рис. 7-20) взят готовый каркас с размерами $l = 160$ мм и $D = 40$ мм. Вычислить необходимые число витков w и диаметр провода обмотки, намотанной в один ряд, а также магнитный поток внутри катушки, если она включается в цепь с током $I = 2,4$ а.

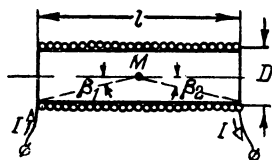


Рис. 7-20. Длинная катушка ($l \gg D$).

Решение задачи

1. Картина поля. Каждый виток рассматриваемой катушки представляет собой круговой ток I (рис. 7-21,а), в центре которого по закону Био и Савара напряженность поля $H_0 = I/D$, а в произвольной точке K на оси напряженность поля $H_K = H_0 \sin^3 \beta$ (угол β показан на рис. 7-21,а).

Векторы H_0 и H_K определяют направление осевой магнитной линии кругового тока. По мере приближения к проводу магнитные линии все более искривляются (рис. 7-21,б) и непосредственно около провода принимают вид окружностей.

Рассматривая магнитное поле катушки как суммарное от наложения магнитных полей всех круговых токов, получаем картину магнитного поля катушки (рис. 7-22). Здесь интересно отметить, что края катушки действуют как магнитные полюсы постоянного магнита; се-

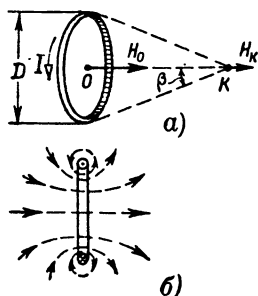


Рис. 7-21. Магнитное поле кругового тока.

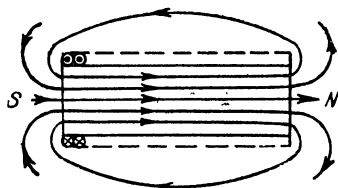


Рис. 7-22. Магнитное поле длинной катушки с током.

верный (N) — там, где магнитные линии выходят из катушки.

Напряженность поля в произвольной точке M на оси катушки (рис. 7-20)

$$H_M = \frac{I\omega}{l} \frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{2}. \quad (7-7)$$

Для катушек, у которых $l \gg D$ (рис. 7-20), углы β_1 и β_2 окажутся очень малыми, и можно считать

$$\frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1.$$

Итак, для длинной катушки (строго говоря, для бесконечно длинной катушки) можно принять:

$$H_M = \frac{I\omega}{l}. \quad (7-8)$$

2. Определение числа витков катушки. По приближенной формуле (7-8)

$$\omega' = \frac{H_M l}{I} = \frac{30 \cdot 16}{2,4} = 200 \text{ витков,}$$

а по точной формуле (7-7)

$$\omega'' = \frac{H_M l}{I} \cdot \frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{2} = \omega' \cdot \frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{2},$$

где в соответствии с рис. 7-20

$$\cos \beta_1 = \cos \beta_2 = \frac{l/2}{\sqrt{(D/2)^2 + (l/2)^2}} = \frac{80}{\sqrt{20^2 + 80^2}} = 0,97;$$

и

$$w'' = w' \frac{2}{2 \cdot 0,97} = \frac{w'}{0,97} = \frac{200}{0,97} = 206 \text{ витков.}$$

Таким образом, в данном случае приближенная формула дает погрешность только 3%. Практически для катушек с отношением $l/D \gg 4$ можно применять формулу (7-8).

3. Вычисление диаметра провода. На заданной длине каркаса $l=160$ мм нужно разместить 200 витков провода в один слой.

Поэтому диаметр провода с изоляцией

$$d = \frac{l}{w} = \frac{160}{200} = 0,8 \text{ мм.}$$

Нельзя ограничиться определением диаметра, нужно проверить расчет по плотности тока в проводе:

$$\delta = \frac{I}{\pi d^2/4} = \frac{2,4 \cdot 4}{\pi(0,8)^2} = 4,8 \text{ а/мм}^2.$$

Полученная величина плотности тока δ допустима для однорядной намотки (см. таблицу в конце книги), иначе пришлось бы выбирать другой каркас.

4. Вычисление магнитного потока внутри катушки. Рассматриваемый магнитный поток пересекает поверхность круга диаметром D , т. е. площадью $S = \pi D^2/4 = 12,56 \text{ см}^2$.

Принимая поле внутри катушки однородным и магнитные линии параллельными ее оси, находим магнитный поток:

$$\begin{aligned} \Phi &= BS = \mu_0 H_M S = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3000 \cdot 12,56 \cdot 10^{-4} = \\ &= 473 \cdot 10^{-8} \text{ вб.} \end{aligned}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как вычислить напряженность поля в точке M' (рис. 7-23)? Формула (7-7) применима для любой точки на оси катушки. Поэтому можно вычислить

напряженность поля и в точке M' . В данном случае оказывается $\beta_2 > 90^\circ$; $\cos \beta_2 < 0$, или

$$\cos \beta_1 + \cos \beta_2 = \cos \beta_1 - \cos \beta_3.$$

2. Как изменится напряженность поля в точке M (рис. 7-20) если снять виток провода, расположенный в плоскости, прохо-

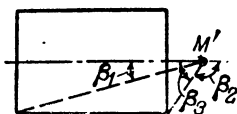


Рис. 7-23. К дополнительному вопросу 1, § 7-4.

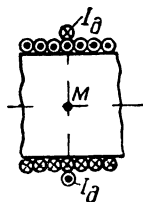


Рис. 7-24. К дополнительному вопросу 2, § 7-4.

дящей через точку M , и перпендикулярной оси катушки? Для ответа на вопрос будем предполагать, что на катушку наложен один дополнительный виток провода (рис. 7-24) с током $I_d = 2,4$ а, направленным навстречу току в витках катушки. При этом магнитные поля двух рядом расположенных витков с равными и противоположно направленными токами взаимно компенсируются и наличие двух таких витков можно рассматривать, как отсутствие обоих.

В таком случае при отсутствии витка напряженность поля H'_M в точке M можно найти как разность напряженностей поля H_M катушки (рис. 7-20) и одного витка H_O (рис. 7-21, а).

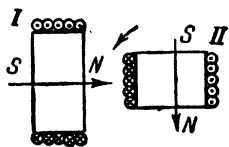


Рис. 7-25. Взаимодействие двух катушек с осями, расположенными под углом 90° .

$$\begin{aligned} H'_M &= H_M - H_O = H_M - \frac{I}{D} = \\ &= 30 - \frac{2,4}{4} = 29,4 \text{ а/см.} \end{aligned}$$

3. Как будут взаимодействовать две катушки, оси которых расположены под прямым углом (рис. 7-25)? Будем считать катушку I неподвижной, а катушку II — подвижной; учитывая взаимное притя-

жение разноименных магнитных полюсов, найдем, что катушка *II* повернется на 90° против направления движения часовой стрелки.

К этому же выводу можно придти, рассматривая перемещение катушки *II* как стремление занять положение, при котором пронизывающий ее магнитный поток максимален.

Если одну катушку разместить внутри другой, то они также займут положение, при котором совпадают направления их магнитных линий. На взаимодействии двух катушек с токами основан принцип действия, например, электродинамических приборов для измерения токов, напряжений и мощностей.

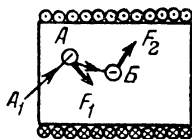


Рис. 7-26. К дополнительному вопросу 4, § 7-4.

4. Как действует магнитное поле катушки на движущийся электрон? Направление тока в электрической цепи принято совпадающим с направлением перемещения положительных зарядов, т. е. от большего потенциала к меньшему. Отрицательный заряд перемещается в обратном направлении. Поэтому, применяя правило левой руки к движущемуся в магнитном поле электрону, нужно вытянутые пальцы руки располагать навстречу направлению движения электрона.

Рассмотрим движение электрона, влетевшего в магнитное поле катушки под острым углом к магнитным линиям и оказавшегося в точке *A* (рис. 7-26). В этой точке на электрон действует сила поля F_1 , отклоняющая электрон от первоначального направления движения вдоль линии A_1A . Если электрон через некоторое время будет находиться в точке *B* (рис. 7-26), то сила поля определится вектором F_2 , отличающимся по направлению от вектора F_1 .

Таким образом, по мере отклонения электрона от первоначального направления движения изменяется и направление действующей силы поля. В результате оказывается, что электрон перемещается по спирали (рис. 7-27), ось которой совпадает с направлением магнитной линии.

Если электрон первоначально двигался вдоль магнитной линии (рис. 7-27), то на него не действуют силы магнитного поля и он продолжает двигаться вдоль того же пути. Возможностью управления движением электронов при помощи магнитного поля широко пользуются в различных областях техники и, в частности, в телевидении. Так, катушка, подобная рассмотренной (рис. 7-27), применяется для фокусировки пучка электронов при их движении от катода трубки к экрану.

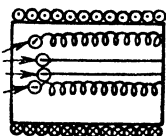


Рис. 7-27. К дополнительному вопросу 4, § 7-4.

7-5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 7-1

162. На проводник длиной $l=50$ мм с током $I=20$ а в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B=0,1$ тл действует сила $F=0,05$ н.

Вычислить угол между направлениями проводника и магнитных линий, а также работу, совершаемую силами поля, при перемещении проводника на расстояние 100 мм параллельно самому себе.

163. Показать направление отклонения электрона, влетевшего в однородное магнитное поле под углом 90° к направлению магнитных линий.

164. Прямоугольная рамка может вращаться вокруг оси O (рис. 7-28); до включения тока $I=5$ а она расположена под углом $\alpha=60^\circ$ к магнитным линиям (на рис. 7-28 рамка показана в разрезе).

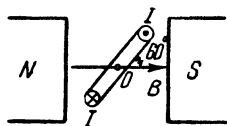


Рис. 7-28. К задаче 164.

Определить положение рамки после включения тока и вычислить работу электромагнитных сил по ее перемещению, если два провода рамки, перпендикулярные магнитным линиям, имеют длину по 60 мм, а два других провода — по

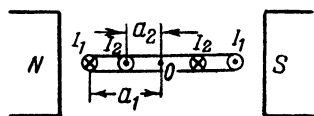


Рис. 7-29. К задаче 166.

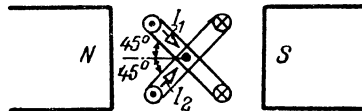


Рис. 7-30. К задаче 167.

50 мм; магнитная индукция в зазоре между полюсами 0,25 тл. Построить для конечного положения рамки векторы сил, действующих на ее стороны.

165. Изменятся ли величины сил, действующих на стороны рамки, рассмотренной в предыдущей задаче, если выполнить ее из 50 витков провода и пропустить ток 0,1 а?

166. Стороны рамки (рис. 7-29), перпендикулярные магнитным линиям, состоят из двух пар проводов с токами I_1 и I_2 , направления которых показаны на рисунке.

Найти условие равновесия рамки, если ее крайние провода (с током I_1) находятся на расстоянии a_1 от оси O , а внутренние провода (с током I_2) — на расстоянии a_2 .

167. Две жестко связанные взаимно-перпендикулярные рамки до включения тока занимали положение, показанное на рис. 7-30.

Определить положение рамки после включения тока для двух случаев: $I_1 = I_2$ и $I_1 = 2I_2$.

Задачи к § 7-2 и 7-3

168. На расстоянии $a = 8$ см от оси длинного прямолинейного провода с током напряженность поля $H = 8,5$ а/см.

Определить ток в проводе и построить графики изменения напряженности поля и магнитной индукции внутри и вне провода (на расстояниях до 10 см от его оси), если диаметр провода 2 см.

169. Для предыдущей задачи вычислить магнитный поток, пересекающий поверхность S прямоугольника, расположение и размеры которого в сантиметрах показаны на рис. 7-31.

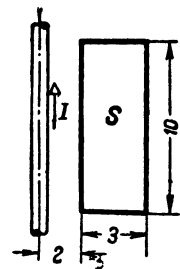


Рис. 7-31. К задаче 169.

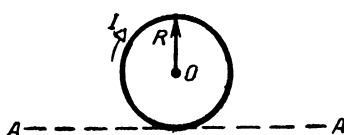


Рис. 7-32. К задаче 170.

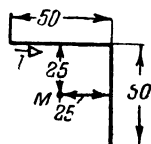


Рис. 7-33. К задаче 172.

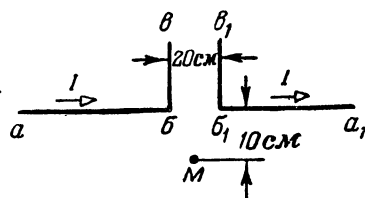


Рис. 7-34. К задаче 173.

170. Круглый виток провода с током I развернули в прямолинейный отрезок AA (рис. 7-32, пунктир).

Определить, во сколько раз изменится напряженность поля в точке O при той же величине тока I .

171. Определить напряженность поля в точке M , отстоящей на расстоянии 25 см от оси прямолинейного провода длиной 1 м с током 50 а, если перпендикуляр, опущенный из точки M на ось провода, делит последнюю на две части длиной 25 и 75 см.

172. Как изменится напряженность поля в точке M предыдущей задачи, если провод посередине согнуть, образовав два равных взаимно-перпендикулярных участка (рис. 7-33), где размеры указаны в сантиметрах.

173. Определить напряженность в точке M (рис. 7-34), создаваемую участками ab и a_1b_1 двух Г-образных проводов с токами

$I=200$ а в каждом из них. Считать провода бесконечно длинными, а точку M равноудаленной от точек b и b_1 .

174. Чему равен ток в линии, два провода которой расположены на расстоянии 15 см друг от друга, если на каждый метр провода действует сила 10 н/м.

175. Для линии предыдущей задачи определить величины магнитной индукции и направления ее векторов в точках, расположенных на осях проводов.

176. Определить силу, действующую на 1 м проводов линии и магнитную индукцию в точке M (рис. 7-35), если $I_1=I_3=1000$ а; $I_2=500$ а; $a=10$ см; $b=15$ см и $d=5$ см.

177. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на одинаковое расстояние 5 см от двух прямолинейных

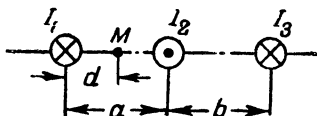


Рис. 7-35. К задаче 176.

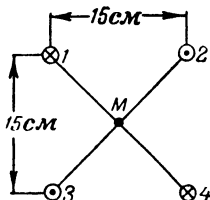


Рис. 7-36. К задаче 178.

взаимно-перпендикулярных проводов (размещенных в одной плоскости) с токами 150 и 250 а. Считать провода бесконечно длинными. Рассмотреть два варианта направления токов проводов.

178. Провода 1-2 и 3-4 (рис. 7-36) образуют две двухпроводные линии с токами соответственно 900 и 450 а. Вычислить магнитную индукцию в точке M .

179. Для линий предыдущей задачи вычислить силу, действующую на 1 м провода 3.

Задачи к § 7-4

180. Торoidalная катушка с внутренним диаметром 36 мм и внешним диаметром 54 мм имеет напряженность поля в точках средней линии 3,54 а/см.

Определить ток в обмотке катушки, число витков которой равно 500.

181. Цилиндрическая катушка длиной 90 мм и диаметром 20 мм имеет 450 витков провода, по которому проходит ток 0,3 а.

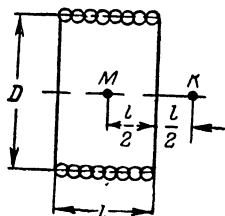


Рис. 7-37. К задаче 183.

Вычислить напряженность поля на оси катушки в двух точках: равноудаленной от краев катушки и лежащей в плоскости, проходящей через край катушки.

182. Вычислить погрешность в определении напряженности поля на оси цилиндрической катушки по формуле $H=l\omega/l$, при $l=D$, $l=2D$, $l=3D$ и $l=4D$, где l — длина катушки, а D — ее диаметр.

183. Вычислить напряженность поля в точках M и K на оси цилиндрической катушки (рис. 7-37), если $l=30$ мм и $D=45$ мм, а обмотка катушки содержит 900 витков провода с током 0,1 а.

184. Две одинаковые цилиндрические катушки расположены на расстоянии 30 мм (между их ближайшими краями) так, что их оси образуют одну прямую линию.

Вычислить напряженность поля в точке, расположенной в середине зазора между катушками на их общей оси, если каждая из катушек имеет такие же данные, как в предыдущей задаче. Рассмотреть два возможных случая направления магнитных линий каждой из катушек.

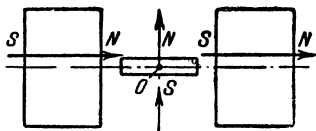


Рис. 7-38. К задаче 185.

185. В зазор между катушками предыдущей задачи при совпадающих направлениях их магнитных линий поместили круглую рамку диаметром 2,5 см из 20 витков провода, по которому проходит ток 0,5 а.

Вычислить напряженность поля в точке О на оси рамки (рис. 7-38), когда последняя займет положение устойчивого равновесия.

Принять толщину рамки весьма малой по сравнению с ее диаметром.

7-6. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 7

162. 30° ; $5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

164. Угол α возрастет до 90° ; $5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

165. Не изменятся.

166. $I_1 : I_2 = a_2 : a_1$.

167. При $I_1 = I_2$ рамка повернется на угол 90° по направлению движения часовой стрелки, при $I_1 = 2I_2$ — в ту же сторону на угол $108,5^\circ$.

168.

427 а,	R , см	0	1	2	5	10
	H , а/см	0	68	34	13,6	6,8
	$B \cdot 10^{-4}$ тл	0	85,5	42,8	17,1	8,5

169. $9 \cdot 10^{-6}$ вб.

170. В π раз.

171. 0,264 а/см.

172. Увеличится до 0,45 а/см.

173. 0,93 а/см.

174. 2 740 а.

175. $36,5 \cdot 10^{-4}$ тл.

176. 0,2 н; 0,33 н; 0,133 н; $50 \cdot 10^{-4}$ тл.

177. $1,6 \cdot 10^{-3}$ тл; $4 \cdot 10^{-4}$ тл.

178. $1,2 \cdot 10^{-3}$ тл.

179. 0,382 н/м.

180. 0,1 а.
 181. 15 а/см; 7,45 а/см.
 182.

l/D	1	2	3	4
Погрешность, %	29,3	10,5	5	3

183. 16,6 а/см; 5,1 а/см.
 184. При совпадающих направлениях — 10,2 а/см, при встреч-
 ных — 0.
 185. 14,2 а/см.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

8-1. НЕРАЗВЕТВЛЕННАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

В сердечнике из литой стали, размеры которого (мм) указаны на рис. 8-1, магнитный поток $\Phi = 7,5 \cdot 10^{-4}$ вб.

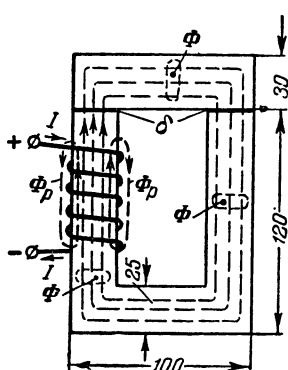


Рис. 8-1. Неразветвленная магнитная цепь.

Вычислить ток в катушке, имеющей 187 витков, магнитную проницаемость стали и магнитное сопротивление участков цепи, если толщина магнитопровода 25 мм и в местах стыка ярма с П-образным сердечником имеются воздушные зазоры длиной $\delta = 0,25$ мм каждый.

Решение задачи

1. Влияние стального сердечника на магнитное поле катушки. При отсутствии стального сердечника, как было показано (см. § 7-4), магнитные линии замыкаются непосредственно вокруг катушки, т. е. существует только магнитный поток, проходящий по воздуху.

Введение стального сердечника резко изменяет картину магнитного поля. Сталь, имеющая высокую маг-

нитную проницаемость, создает для магнитного потока путь с гораздо меньшим магнитным сопротивлением, чем воздух; поэтому замыкающийся по стали магнитный поток Φ (рис. 8-1) превосходит в сотни и тысячи

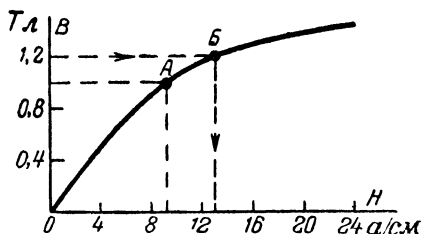


Рис. 8-2. Кривая намагничивания литой стали.

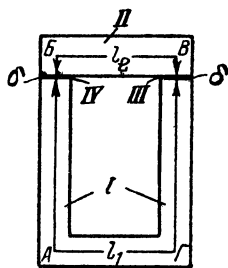


Рис. 8-3. Участки магнитной цепи:

I, II — стальные; III, IV — воздушные зазоры.

раз замыкающийся по воздуху магнитный поток Φ_p , называемый потоком рассеяния.

В большинстве практических случаев сталь магнитной цепи не насыщена (участок OB кривой намагничивания рис. 8-2), так что $\Phi_p \ll \Phi$. Поэтому можно принимать во внимание только поток Φ , замыкающийся по стали, пренебрегая потоком рассеяния Φ_p .

В таком случае относительно рассматриваемой магнитной цепи можно сделать два важных вывода:

Во-первых, длина магнитного пути (магнитной линии) определяется длиной магнитопровода, который как бы превращает короткую катушку, размещенную на сердечнике, в длинную и замкнутую (наподобие тороидальной).

Во-вторых, магнитный поток одинаков в любом поперечном сечении рассматриваемого магнитопровода.

2. Участки магнитной цепи. Рассматриваемый магнитопровод относится к неразветвленным магнитным цепям, так как магнитный поток в любом сечении один и тот же.

При расчете магнитопровод разбивают на участки.

По какому признаку делится магнитная цепь на участки (рис. 8-3)? Участок должен быть выполнен из одного материала и в пределах участка должна оставаться постоянной напряженность поля.

$$H = \frac{B}{\mu_a} = \frac{\Phi}{S\mu_a}, \quad (8-1)$$

где S и μ_a — соответственно площадь поперечного сечения и абсолютная магнитная проницаемость участка магнитной цепи.

Учитывая, что магнитный поток Φ один и тот же вдоль всей цепи, разделим ее на участки с постоянными S и μ_a . Таких участков оказывается четыре (рис. 8-3);

Участок I , площадь поперечного сечения которого

$$S_1 = 25 \times 25 = 625 \text{ мм}^2 = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

магнитная индукция

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{7,5 \cdot 10^{-4}}{6,25 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ тл}$$

и по кривой намагничивания напряженность поля $H_1 = 13 \text{ а/см} = 1300 \text{ а/м}$ (точка B на рис. 8-2).

Участок II , для которого

$$S_2 = 3,0 \times 2,5 = 7,5 \text{ см}^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{7,5 \cdot 10^{-4}}{7,5 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ тл}$$

и $H_2 = 9,2 \text{ а/см}$ (точка A кривой на рис. 8-2).

Участки III и IV — это воздушные промежутки (зазоры), для которых можно принять такую же площадь поперечного сечения, как и для участка I , т. е. $S_3 = S_4 = S_1 = 6,25 \text{ см}^2$. Соответственно и магнитная индукция $B_4 = B_3 = B_1 = 1,2 \text{ тл}$.

Магнитная проницаемость воздуха практически равна магнитной постоянной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$, поэтому напряженность поля

$$H_3 = H_4 = \frac{B_3}{\mu_0} = \frac{1,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 9,6 \cdot 10^5 \text{ а/м} = 9600 \text{ а/см}.$$

Чтобы сразу получить в воздухе H в а/см , надо в формулу $H = B/\mu_0$ подставить μ_0 в гн/см , а B в $\text{тл} = \text{вб/м}^2$ умножить на 10^{-4} ,

Тогда получим

$$H_{a/cm} = \frac{B \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-9}} \approx 8000 B_{m\lambda}.$$

3. Вычисление тока в катушке. Применяя закон полного тока к средней магнитной линии (контур $AB\Gamma A$ на рис. 8-3), можно определить н. с. ($I\omega$) катушки как сумму магнитных напряжений (Hl) вдоль указанного контура. Действительно,

$$I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4. \quad (8-2)$$

По размерам магнитопровода (рис. 8-1) определяем $l_1 = 29$ см и $l_2 = 10,5$ см. Кроме того, по условию задачи

$$l_3 = l_4 = \delta = 0,025 \text{ см.}$$

Подставляя найденные значения H и l в уравнение (8-2), получаем:

$$I\omega = 13 \cdot 29 + 9,2 \cdot 10,5 + (9600 \cdot 0,025) \cdot 2 \approx 953 \text{ а},$$

откуда

$$I = \frac{953}{\omega} = \frac{953}{187} = 5,1 \text{ а.}$$

4. Вычисление магнитных сопротивлений. Иногда для участка магнитной цепи составляют уравнение, аналогичное закону Ома для участка электрической цепи, т. е. записывают магнитное напряжение в виде произведения

$$U_M = \Phi R_M, \quad (8-3)$$

откуда магнитное сопротивление

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{l}{\mu_a S}.$$

Вычислив для участков I и II (рис. 8-3) абсолютные магнитные проницаемости:

$$\mu_{a1} = \frac{B_1}{H_1} = \frac{1,2 \text{ (мл)}}{1300 \text{ (а/м)}} = 9,25 \cdot 10^{-4} \text{ гн/м};$$

$$\mu_{a2} = \frac{B_2}{H_2} = \frac{1}{90} = 10,9 \cdot 10^{-4} \text{ гн/м},$$

найдем магнитные сопротивления этих же участков:

$$R_{M1} = \frac{l_1}{\mu_{a1} S_1} = \frac{0,29}{9,25 \cdot 10^{-4} \cdot 6,25 \cdot 10^{-4}} = 5,02 \cdot 10^5 \text{ 1/гн};$$

$$R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_{a2} S_2} = \frac{0,105}{10,9 \cdot 10^{-4} \cdot 7,5 \cdot 10^{-4}} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ 1/гн};$$

Магнитные сопротивления воздушных промежутков

$$R_{M3} = R_{M4} = \frac{l_3}{\mu_0 S_3} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6,25 \cdot 10^{-4}} = 3,19 \cdot 10^5 \text{ 1/гн}.$$

Оказывается, магнитные сопротивления стальных участков (I и II) и воздушных участков (III и IV) близки по величине, хотя по длине они отличаются приблизительно в 800 раз. Это легко понять, если учесть, что для рассматриваемой задачи приблизительно во столько же раз магнитная проницаемость литой стали больше, чем у воздуха. Действительно:

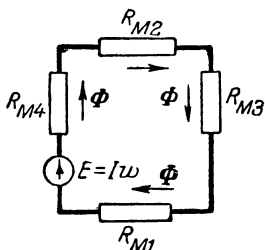


Рис. 8-4. Эквивалентная электрическая схема магнитной цепи.

$$\mu_1 = \frac{\mu_{a1}}{\mu_0} = \frac{9,25 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 740;$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_{a2}}{\mu_0} = \frac{10,9 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 870.$$

Зная магнитные сопротивления всех участков рассматриваемой магнитной цепи, можно для нее составить эквивалентную электрическую схему (рис. 8-4). Следует обратить внимание на то, что это цепь с двумя нелинейными сопротивлениями R_{M1} и R_{M2} , значения которых зависят от величины магнитного потока.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Почему не пользуются величиной абсолютной магнитной проницаемости для вычисления напряженности поля в стали, а обращаются к кривой намагничивания? Магнитная проницаемость стали непостоянна и зависит от величины индукции или напряженности магнитного поля. Поэтому для каждого значения ин-

дукции приходится находить напряженность поля по кривой намагничивания. Кривые намагничивания часто задаются в виде таблиц (см. Приложение 4 в конце книги).

Для воздушных промежутков и вообще неферромагнитных материалов магнитная проницаемость имеет постоянное значение.

2. Какой величины ток потребуется для питания катушки при том же магнитном потоке, если устранить воздушный зазор в магнитопроводе? Уравнение (8-2) можно представить состоящим из двух частей: $I'\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 473 \text{ а}$ для участков I и II в стали (рис. 8-3) и $I''\omega = H_3 l_3 + H_4 l_4 = 480 \text{ а}$ для воздушных зазоров.

Поэтому при отсутствии воздушных зазоров тот же магнитный поток можно обеспечить, питая катушку током $I' = \frac{473}{187} \approx 2,5 \text{ а}$ вместо тока $I = 5,1 \text{ а}$.

Итак, отсутствие воздушных промежутков в магнитной цепи дает значительный выигрыш в н. с. Однако часто воздушные промежутки неизбежны или необходимы (наличие вращающихся или подвижных участков магнитной цепи, работа при ненасыщенном сердечнике и пр.).

3. Какой выигрыш (по н. с.) даст замена литой стали электротехнической? По характеристике намагничивания (см. Приложение 4) для электротехнической стали, например Э41, находим:

$$\text{при } B_1 = 1,2 \text{ тл, } H_1 = 5,4 \text{ а/см;}$$

$$\text{при } B_2 = 1,0 \text{ тл, } H_2 = 3,0 \text{ а/см.}$$

Вычисляя для этого случая $H_1 l_1 + H_2 l_2 = 5,4 \cdot 29 + 3,0 \cdot 10,5 = 188,5 \text{ а}$, получаем, что при отсутствии воздушных зазоров ток в катушке $I = \frac{188,5}{187} \approx 1 \text{ а}$, т. е. в 2,5 раза меньше необходимого при сердечнике из литой стали (без зазоров).

Следует учесть, что уменьшение тока позволяет применить более тонкий провод и этим уменьшить размеры катушки, а иногда и длину магнитопровода, что дает дополнительный выигрыш в витках или в токе.

Если в магнитной цепи сохраняются воздушные зазоры, то выигрыш от применения электротехнической стали заметно сократится, так как магнитное напряжение для воздушных зазоров останется прежним.

4. Можно ли катушку переместить на другой участок магнитопровода? На эквивалентной электрической схеме

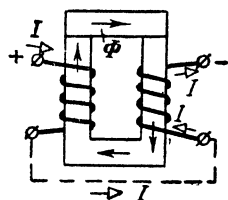


Рис. 8-5. Катушка из двух секций с общим сердечником.

(рис. 8-4) видно, что перемещение катушки по магнитопроводу равносильно перемещению источника в другой участок неразветвленной цепи, что допустимо. Более того, можно разделить катушку на две части (рис. 8-5), соединив их таким образом, чтобы создаваемые ими магнитные потоки совпадали по направлению.

5. Почему расчет магнитной цепи часто проводится по заданному потоку или магнитной индукции? С одной стороны для каждого ферромагнитного материала существует предельное значение магнитной индукции, заметное превышение которого приводит к насыщению материала и резкому уменьшению его магнитной проницаемости. С другой стороны при малых значениях магнитной индукции приходится увеличивать размеры магнитопровода, т. е. утяжелять или усложнять конструкцию. Поэтому при расчетах устройств, содержащих магнитные цепи, заранее выбирают величины B или Φ , исходя из кривой намагничивания материала и требований к устройству.

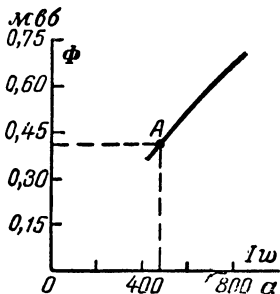


Рис. 8-6. Магнитная характеристика цепи со сталью, рассмотренная в § 8-1.

6. Каким будет магнитный поток в магнитопроводе (рис. 8-1), если уменьшить в 2 раза ток в катушке? Поставленная задача обратна рассмотренной, т. е. требуется определить магнитный поток по заданной н. с. Iw .

Такой расчет не может быть выполнен аналитически.

Для решения задачи построим график зависимости магнитного потока от н. с., задавая несколько значений магнитного потока и вычисляя для каждого из них н. с. уже известным путем. Результаты вычислений сведены в табл. 8-1; по ее данным построен график зависимости $\Phi(Iw)$ (рис. 8-6), называемый магнитной характеристикой.

Уменьшив в 2 раза ток в катушке, получим: $Iw = \frac{953}{2} = 476,5$ а; по магнитной характеристике (точка А, рис. 8-6) находим магнитный поток: $0,41$ мвб $= 4,1 \cdot 10^{-4}$ вб.

Таблица 8-1

$\Phi \cdot 10^{-4}$, вб	6,25	5,0	3,75
Iw , а	740	575	425

8-2. РАЗВЕТВЛЕННАЯ СИММЕТРИЧНАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

В среднем стержне магнитопровода (рис. 8-7), выполненного из сплава «пермендюр», магнитный поток $\Phi = 5 \cdot 10^{-3}$ вб. Вычислить н. с. катушки, если толщина магнитопровода 50 мм и длина каждого воздушного зазора $\delta = 0,25$ мм.

Решение задачи

1. Образование эквивалентной неразветвленной магнитной цепи. Магнитный поток Φ в среднем стержне магнитопровода (рис. 8-7) равен сумме магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 , замыкающихся по двум участкам магнитной цепи со средними линиями $A_1B_1B_1\Gamma_1A_1$ и $A_2B_2B_2\Gamma_2A_2$. Учитывая симметрию магнитной цепи, т. е. одинаковое магнитное сопротивление участков, по кото-

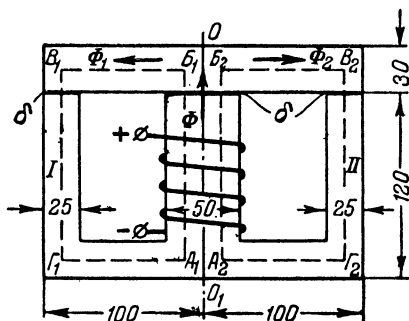


Рис. 8-7. Разветвленная симметричная магнитная цепь.

рым замыкаются потоки Φ_1 и Φ_2 , имеем: $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi/2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ вб.

Таким образом, разрезая магнитопровод вдоль оси симметрии OO_1 (рис. 8-7), получаем две одинаковые неразветвленные магнитные цепи, аналогичные рассмотренной в предыдущей задаче (рис. 8-1).

Представляя магнитопровод состоящим из двух частей, можно, повернув одну из них вокруг оси OO_1 на 180° , получить эквивалентную неразветвленную магнитную цепь (рис. 8-8), для которой н. с. катушки равна сумме магнитных напряжений по контуру $AB\Gamma A$. Но сумма магнитных напряжений вдоль средней магнитной линии контура $A_1B_1B_1\Gamma_1A_1$ или $A_2B_2B_2\Gamma_2A_2$ (рис. 8-7) равна сумме магнитных напряжений вдоль контура $AB\Gamma A$ (рис. 8-8), так как их соответствующие участки имеют одинаковые напряженность поля и длины.

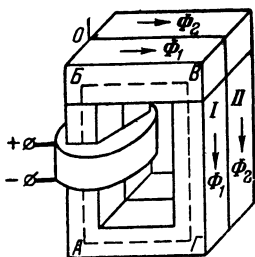


Рис. 8-8. Эквивалентная неразветвленная магнитная цепь.

Итак, для симметричной разветвленной магнитной цепи (рис. 8-7) н. с. катушки можно вычислить как сумму магнитных напряжений по одному из контуров, например $A_1B_1B_1\Gamma_1A_1$.

2. Вычисление н. с. катушки. Сравнивая магнитную цепь, рассмотренную в предыдущей задаче (рис. 8-1), с половиной магнитопровода (рис. 8-7), легко заметить, что они имеют одинаковые размеры (за исключением толщины магнитопровода).

Поэтому для контура $A_1B_1B_1\Gamma_1A_1$ (рис. 8-7), можно воспользоваться схемой участков, приведенной на рис. 8-3, и по аналогии с предыдущей задачей вычислить:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4}} = 2,0 \text{ тл};$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{3,0 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4}} = 1,67 \text{ тл};$$

$$B_3 = B_4 = B_1 = 2,0 \text{ тл}.$$

Полученным значениям магнитной индукции по характеристикам намагничивания для пермендюра (см.

Приложение 4) соответствуют напряженности поля

$$H_1 = 6,2 \text{ а/см} \text{ и } H_2 = 2,4 \text{ а/см.}$$

Для воздушных зазоров напряженности поля

$$H_3 = H_4 = 8000 \text{ В}_3 = 8000 \text{ В}_4 = 8000 \cdot 2 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ а/см.}$$

При длине участков $l_1 = 29 \text{ см}$ и $l_2 = 10,5 \text{ см}$ (найлены в предыдущей задаче) н. с.

$$\begin{aligned} I\omega &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 = \\ &= 6,2 \cdot 29 + 2,4 \cdot 10,5 + (1,6 \cdot 10^4 \cdot 0,025) \cdot 2 \approx 1000 \text{ а.} \end{aligned}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как повлияет на величины магнитного потока и магнитной индукции исключение из магнитной цепи (рис. 8-7) одной ее половины? Разрежем магнитопровод вдоль оси OO_1 на две равные части и одну из них (например, I) удалим.

Так как для оставшейся половины можно по-прежнему записать уравнение

$$I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 \text{ и}$$

н. с. $I\omega$ не изменилась, то напряженности поля на всех участках останутся прежними

$$H_1 = 6,2 \text{ а/см}, H_2 = 2,4 \text{ а/см}, H_3 = H_4 = 1,6 \cdot 10^4 \text{ а/см.}$$

Значит не изменятся магнитные индукции на участках и магнитный поток $\Phi_2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ вб}$.

Однако новую неразветвленную магнитную цепь нельзя считать равнозначной исходной разветвленной цепи, так как магнитный поток в стержне, где размещена катушка, теперь равен не Φ , а Φ_2 , т. е. в 2 раза меньше, а его величина, как будет дальше показано, имеет существенное значение.

2. Как составить эквивалентную электрическую схему магнитной цепи по рис. 8-7? Средний стержень магнитопровода (рис. 8-7) имеет магнитное сопротивление участка стали $R_{м.с}$ (рис. 8-9) и

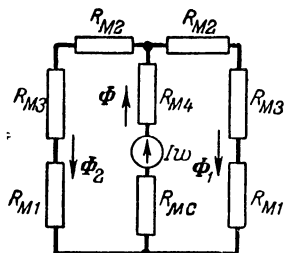


Рис. 8-9. Эквивалентная электрическая схема разветвленной магнитной цепи.

воздушного зазора $R_{м4}$. На этом же стержне размещается катушка с током, н. с. $I\omega$ которой определяет э. д. с. эквивалентного источника. Остальные ветви эквивалентной схемы составлены по аналогии с эквивалентной схемой неразветвленной магнитной цепи (рис. 8-4).

3. Можно ли разместить катушку на другом стержне магнитопровода? Проводя аналогию между магнитным потоком и электрическим током в эквивалентной схеме (рис. 8-9), легко установить, что перемещение катушки на другой стержень, т. е. э. д. с. источника в другую ветвь привело бы к перераспределению магнитных потоков и изменению всего режима магнитной цепи, которая, кстати говоря, уже была бы несимметричной.

8-3. РАЗВЕТВЛЕННАЯ НЕСИММЕТРИЧНАЯ МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

Обмотки ω_1 и ω_2 (рис. 8-10) размещены на двух стержнях магнитопровода, в каждом из которых магнитная индукция равна 0,9 тл. Вычислить н. с. обмоток,

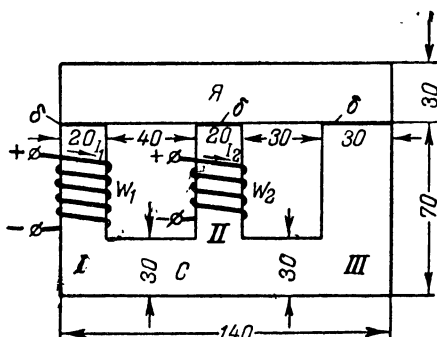


Рис. 8-10. Разветвленная несимметричная магнитная цепь.

если в местах стыка ярма $Я$ с каждым стержнем сердечника $С$, выполненного из электротехнической стали Э42, образуется зазор $\delta=0,1$ мм; толщина магнитопровода 20 мм.

Решение задачи

1. Распределение магнитного потока. Выделение участков магнитной цепи. Рассматриваемую магнитную цепь, как это показано на рис. 8-11, можно разделить на три ветви: $ОАВВ$, $ОВ$ и

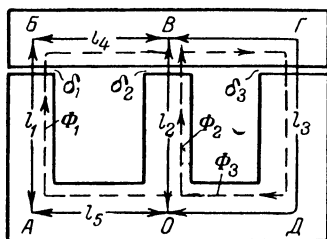


Рис. 8-11. Схема участков магнитной цепи, приведенной на рис. 8-10.

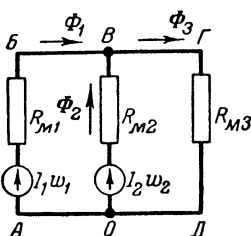


Рис. 8-12. Эквивалентная электрическая схема магнитной цепи, приведенной на рис. 8-10.

$ОДГВ$ с магнитными потоками соответственно Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 .

Учитывая, что в пределах одной ветви магнитный поток не изменяется, составим для рассматриваемой магнитной цепи эквивалентную электрическую схему (рис. 8-12), на которой $R_{м1}$, $R_{м2}$ и $R_{м3}$ — полные магнитные сопротивления соответствующих ветвей (для удобства сравнения на рис. 8-11 и 8-12 приняты одинаковые буквенные обозначения участков цепи). Всю магнитную цепь разделим на участки $l_1, \dots, l_5$ и $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta$ (рис. 8-11), каждый из которых характеризуется одним значением напряженности поля. По размерам магнитопровода (на рис. 8-10 указаны в миллиметрах) находим: $l_1 = l_2 = 70 \text{ мм} = 7 \text{ см}$; $l_3 = 18 \text{ см}$; $l_4 = l_5 = 6 \text{ см}$, $S_1 = S_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $S_3 = S_4 = S_5 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

2. Вычисление н. с. катушки. Прежде всего по 1-му закону Кирхгофа запишем для узла $В$ (рис. 8-12), что

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2.$$

Замечая, что стержни I и II (рис. 8-10) имеют одинаковую магнитную индукцию (по условию $0,9 \text{ тл}$)

и одинаковую площадь поперечного сечения получим:

$$\Phi_1 = \Phi_2 = B_1 S_1 = 0,9 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ вб};$$

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ вб}.$$

Теперь найдем магнитные индукции и напряженности поля остальных участков магнитной цепи (рис. 8-10):

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ тл};$$

$$B_4 = \frac{\Phi_1}{S_4} = \frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,6 \text{ тл}; \quad B_5 = B_4.$$

Далее по характеристике намагничивания для стали Э42 (см. Приложение 4) находим:

$$H_1 = H_2 = 2,35 \text{ а/см}; \quad H_3 = 5,4 \text{ а/см};$$

$$H_4 = H_5 = 1,1 \text{ а/см}.$$

В воздушных зазорах напряженности поля

$$H_{в1} = H_{в2} = 8000 \cdot B_1 = 8000 \cdot 0,9 = 7200 \text{ а/см}.$$

$$H_{в3} = 8000 B_3 = 8000 \cdot 1,2 = 9600 \text{ а/см}.$$

Теперь можно вычислить н. с. обмоток, применив 2-й закон Кирхгофа для двух любых контуров магнитной цепи (рис. 8-11) или ее эквивалентной электрической цепи (рис. 8-12).

Действительно, для контура *ОВГДО*

$$I_2 w_2 = H_2 l_2 + H_{в2} \delta_2 + H_3 l_3 + H_{в3} \delta_3 = 2,35 \cdot 7 + 7200 \cdot 0,01 + 5,4 \cdot 18 + 9600 \cdot 0,01 = 281 \text{ а};$$

для контура *ОАБВО*

$$I_1 w_1 - I_2 w_2 = H_5 l_5 + H_1 l_1 + H_{в1} \delta_1 + H_4 l_4 - H_2 l_2 - H_{в2} \delta_2 = H_5 l_5 + H_4 l_4,$$

$$\text{так как } H_1 l_1 = H_2 l_2 \text{ и } H_{в1} \delta_1 = H_{в2} \delta_2.$$

Таким образом получаем:

$$I_1 w_1 = I_2 w_2 + H_5 l_5 + H_4 l_4 = 281 + (1,1 \cdot 6) \cdot 2 = 294 \text{ а},$$

8-4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

186. На тороидальном кольце из литой стали, размеры которого указаны на рис. 8-13 в миллиметрах, размещена обмотка из 925 витков провода. Вычислить ток в обмотке и магнитную проницаемость стали, если магнитный поток в кольце равен $1,25 \cdot 10^{-3}$ вб.

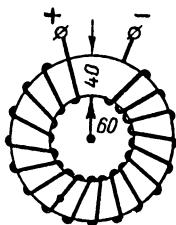


Рис. 8-13. К задаче 186.

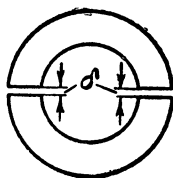


Рис. 8-14. К задаче 187.

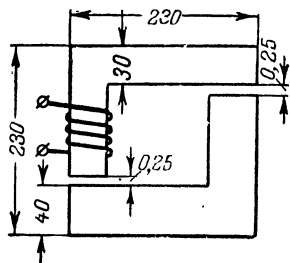


Рис. 8-15. К задаче 188.

187. Стальное кольцо предыдущей задачи выполнили из двух частей (рис. 8-14) с зазорами $\delta = 0,2$ мм. Вычислить ток в обмотке, при котором сохранится прежнее значение магнитного потока в сердечнике.

188. Вычислить н. с. катушки, создающую в сердечнике, на котором размещена обмотка (рис. 8-15), магнитную индукцию 1,0 тл. Магнитопровод, выполненный из стали Э21, имеет толщину 40 мм; остальные размеры (мм) указаны на рисунке. Как изменится н. с., если выполнить весь магнитопровод шириной 40 мм, сохранив неизменными остальные данные задачи.

189. Для сердечника предыдущей задачи вычислить магнитное сопротивление.

190. Какую н. с. должна иметь катушка с током, размещенная на сердечнике из стали Э12 (рис. 8-16), чтобы магнитная индукция в зазоре составляла 0,825 тл. Сердечник имеет одинаковую толщину. Все размеры указаны в миллиметрах.

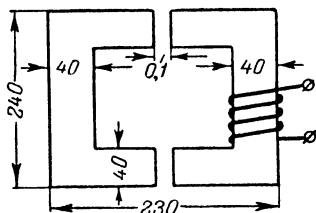


Рис. 8-16. К задаче 190.

191. Для предыдущей задачи построить график зависимости магнитной индукции в зазоре от н. с. при изменении тока в обмотке в пределах от -20 до $+10\%$ номинального значения и определить значения индукции при крайних значениях тока.

192. Вычислить магнитный поток и магнитную индукцию в зазоре сердечника из стали Э41 (рис. 8-17), если по обмотке, имеющей 900 витков, проходит ток 2 а. Сердечник имеет одинаковую толщину, равную 40 мм; все размеры на рис. 8-17 указаны в миллиметрах;

193. В магнитной цепи (рис. 8-17) воздушный зазор устранили, сблизив участки стального сердечника. При этом магнитный поток возрос в 2 раза (н. с. осталась прежней). Вычислить магнитную проницаемость стали, считая ее величиной постоянной (магнитопровод не насыщается).

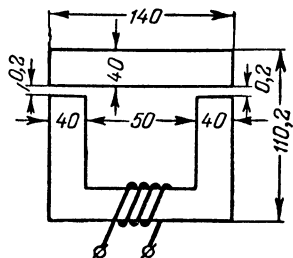


Рис. 8-17. К задаче 192.

194. На среднем стержне сердечника из электротехнической стали Э42 (рис. 8-18) размещена обмотка с числом витков $w=1850$.

Вычислить ток в катушке, если магнитный поток в зазоре ($\delta=0,2$ мм) равен $3,46 \cdot 10^{-4}$ вб. Толщина сердечника 16 мм; остальные его размеры указаны (мм) на рисунке.

195. Предыдущую задачу решить при отсутствии зазора и том же магнитном потоке в среднем стержне.

196. В стержнях I и II (рис. 8-19) магнитная индукция соответственно $B_1=0,8$ тл и $B_2=0,6$ тл; н. с. обмотки, размещенной на

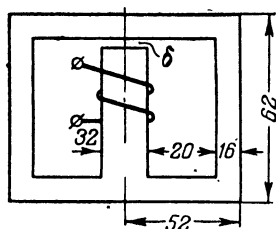


Рис. 8-18. К задаче 194.

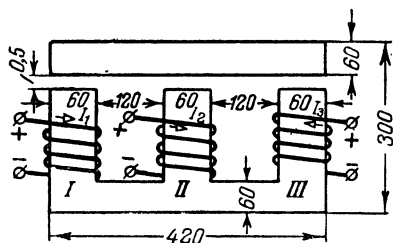


Рис. 8-19. К задаче 196.

стержне I, известна ($I_1 w_1=900$). Вычислить н. с. двух других обмоток, если материал магнитопровода—сталь Э41; его толщина 60 мм. Направления токов указаны на рисунке.

8-5. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 8

186. 0,5 а; 870.
 187. 0,74 а.
 188. 658 а; увеличится на 123 а.
 189. $4,2 \cdot 10^{-5}$ 1/гн.
 190. 393 а.
 191.

B , тл	0,90	0,825	0,75	0,65	0,55	0,50
Iw , а	454	393	347	288	237	215

0,6 тл; 0,875 тл.

192. $25 \cdot 10^{-4}$ вб; 1,55 тл.
 193. 800.
 194. 72,6 ма.
 195. 12,3 ма.
 196. 970 а, 710 а.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

9-1. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В ПРОВОДЕ

Условие задачи

На рис. 9-1 показан постоянный магнит, состоящий из двух коаксиальных цилиндров (один из возможных вариантов выполнения такого магнита рассмотрен в до-

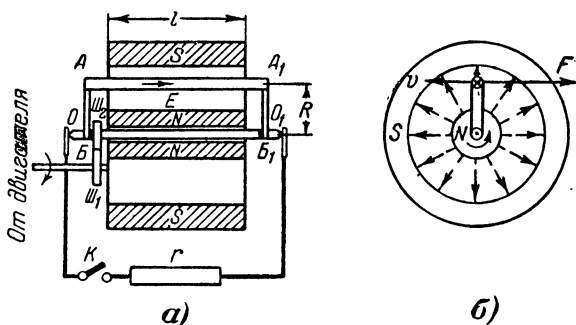


Рис. 9-1. Перемещение проводника в магнитном поле силами внешнего двигателя.

полнительном вопросе 5 к этой задаче). Между полюсами магнита размещается провод AA_1 , жестко связанный с осью OO_1 при помощи стержней AB и A_1B_1 . Провод вращается со скоростью $n=3\,000$ об/мин двигателем, связанным с осью OO_1 при помощи шестерен $Ш_1$ и $Ш_2$.

Вычислить э. д. с., индуцируемую в проводе AA_1 , ток в сопротивлении r (при замкнутом ключе K) и полезную мощность двигателя, если сопротивление провода и стержней $r_n=0,01$ ом; сопротивление $r=0,09$ ом; магнитная индукция в месте расположения провода $B=0,25$ тл; $l=40$ см и $R=25$ см.

Решение задачи

1. Вычисление э. д. с. в проводе. Постоянный магнит, состоящий из двух коаксиальных цилиндров (рис. 9-1,б), создает радиальное магнитное поле, т. е. его магнитные линии направлены по радиусам в пространстве между цилиндрами.

В таком случае вектор магнитной индукции B и вектор скорости v (рис. 9-1,б) образуют прямой угол ($\angle \overline{B}, \overline{v} = \alpha = 90^\circ$) при любом положении провода AA_1 , так что индуцируемая в проводе э. д. с.

$$E = Bvl \sin \angle \overline{B}, \overline{v} = Bvl \sin \alpha = Bvl,$$

где l — длина участка провода, находящегося в магнитном поле;

v — линейная скорость провода.

Зная число оборотов провода в минуту, можно вычислить угловую скорость:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 3000}{60} = 314 \text{ 1/сек},$$

а затем линейную скорость:

$$v = \omega R = 314 \cdot 0,25 = 78,5 \text{ м/сек}.$$

Таким образом,

$$E = Bvl = 0,25 \cdot 78,5 \cdot 0,4 = 7,85 \text{ в}.$$

Направление индуцируемой в проводе э. д. с. E (рис. 9-1) определяется по правилу правой руки: если расположить ладонь правой руки так, чтобы магнитные линии входили в ладонь, а отогнутый большой палец указывал направление перемещения проводника, то остальные вытянутые пальцы укажут направление э. д. с.

2. Вычисление тока потребителя. Участок оси BB_1 (рис. 9-1,а) выполнен из изоляционного материала, поэтому при замкнутом ключе K ток пойдет по цепи в направлении, указанном стрелкой (рис. 9-2).

Очевидно, что ток

$$I = \frac{E}{r_n + r} = \frac{7,85}{0,01 + 0,09} = 78,5 \text{ а}.$$

Итак, перемещаемый в магнитном поле проводник может быть источником (генератором) электрической энергии.

3. Вычисление полезной мощности двигателя. Для определения мощности двигателя нужно установить, какие силы противодействуют его вращению.

Главная из них — это электромагнитная сила F (рис. 9-1, б), возникающая в результате взаимодействия тока I в проводе AA_1 (ключ K замкнут) с рассматриваемым магнитным полем:

$$F = IBl = 78,5 \cdot 0,25 \cdot 0,4 = 7,85 \text{ н.}$$

Направление этой силы определяется по правилу левой руки.

Для преодоления возникающей электромагнитной силы двигатель должен иметь механическую мощность

$$P_m = Fv = 7,85 \cdot 78,5 = 616,2 \text{ вт,}$$

которая является полезной мощностью, так как она полностью преобразуется в электрическую мощность генератора

$$P_r = EI = 7,85 \cdot 78,5 = 616,2 \text{ вт.}$$

Кроме электромагнитной силы, определяющей полезную мощность двигателя, существуют еще силы трения, определяющие мощность потерь. Очевидно, что фактическая мощность двигателя должна быть несколько больше его полезной мощности.

Итак, механическая энергия двигателя, расходуемая на преодоление электромагнитных сил, полностью преобразуется в электрическую энергию генератора.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли в рассматриваемой задаче заменить проводник вращающимся цилиндром (рис. 9-3)? Поскольку величина индуцируемой э. д. с. не зависит от ширины провода, последнее можно выбрать произвольно и даже выполнить проводник в виде цилиндра $Ц$ (рис. 9-3).

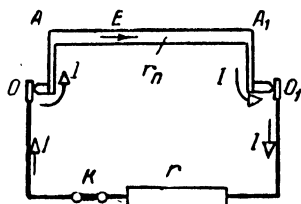


Рис. 9-2. Электрическая цепь генератора и потребителя.

Если остальные величины (B , n , R и l) остаются прежними, то между краями цилиндра получается такое же значение индуктируемой э. д. с., как и в проводе AA_1 (рис. 9-1). В обоих случаях индуктируемая э. д. с. имеет одно и то же направление при любом положении провода или цилиндра, чем можно воспользоваться для создания

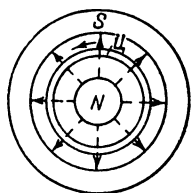


Рис. 9-3. Проводник, выполненный в форме цилиндра, вращающегося в магнитном поле.

так называемой униполярной (с постоянной полярностью) электрической машины.

2. На какие параметры генератора повлияет замена проводника AA_1 цилиндром Π (рис. 9-3)? Такая замена приведет к уменьшению внутреннего сопротивления генератора (r_{Π}) и позволит увеличить его номинальный ток и мощность.

3. Как влияет на механическую мощность двигателя величина сопротивления r ?

При постоянном числе оборотов двигателя остается неизменной индуктированная в проводе э. д. с. Сопротивление r (рис. 9-2) определяет величину тока в цепи, от которого зависят электромагнитная сила $F=IBl$ и механическая мощность $P_{\text{м}}=Fv$. При увеличении сопротивления r ток I уменьшится и потребуется меньшая мощность двигателя: при $r=\infty$ (ключ K разомкнут) $P_{\text{м}}=0$ (холостой ход). Здесь, конечно, не учитываются силы трения.

Таким образом, расход энергии двигателем, вращающим генератор, связан не с действием э. д. с. в генераторе, а с появлением тока в его цепи.

4. В какой режим перейдет генератор, если вместо потребителя с сопротивлением r включить источник энергии и отсоединить двигатель (рис. 9-4)? Возникающий в цепи ток I , проходя по проводу AA_1 , взаимодействует с магнитным полем и создает электромагнитную силу F , направленную в соответствии с правилом левой

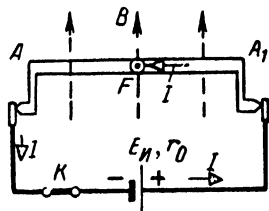


Рис. 9-4. Взаимодействие тока в проводнике с магнитным полем.

руки. В таком случае провод AA_1 будет вращаться и выполнять функции двигателя.

Если этот двигатель выполняет механическую работу и число оборотов осталось таким же, как у генератора, то получим прежнюю величину э. д. с. индукции в про-

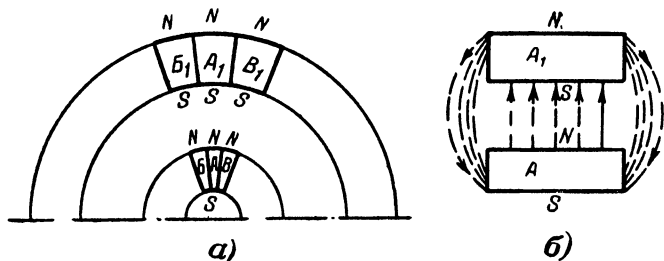


Рис. 9-5. К дополнительному вопросу 5, § 9-1.

воде ($E=7,85$ в), которая направлена навстречу э. д. с. источника E_{π} (см. рис. 9-1 и 9-4). Поэтому ток в цепи

$$I = \frac{E_{\pi} - E}{r_0 + r_{\pi}}.$$

Если в режиме двигателя механическая мощность должна быть равна электрической мощности в режиме генератора, то необходимо обеспечить в проводе AA_1 прежнее значение тока $I=78,5$ а. При заданном внутреннем сопротивлении источника $r_0=0,01$ ом (рис. 9-4) можно вычислить э. д. с.:

$$E_{\pi} = I(r_0 + r_{\pi}) + E = 78,5(0,01 + 0,01) + 7,85 = 9,42 \text{ в.}$$

Итак, заменяя потребитель энергии источником, можно перевести электрическую машину из режима генератора в режим двигателя. Очевидно, возможен и обратный переход — из режима двигателя в режим генератора. Это свойство электрических машин называется обратимостью.

5. Как изготовить постоянный магнит, рассмотренный в этой задаче? Каждый из цилиндров, показанных на рис. 9-1, можно выполнить, например, из отдельных плоских намагниченных пластин. На рис. 9-5,а изображены по три пластины (B_1, A_1, B_2

и B , A , B) для внешнего и внутреннего цилиндров. Путь магнитных линий показан на рис. 9-5,б, где дан вид сбоку на пластины A_1 и A .

9-2. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В КОНТУРЕ (КАТУШКЕ)

Условие задачи

Квадратная рамка P (рис. 9-6), длина стороны которой $l=25$ см, вращается с угловой скоростью $\omega=314$ 1/сек в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B=0,05$ тл. Определить зависимость индуцируемой э. д. с. от угла поворота рамки и построить график этой зависимости, если число витков рамки $w=20$.

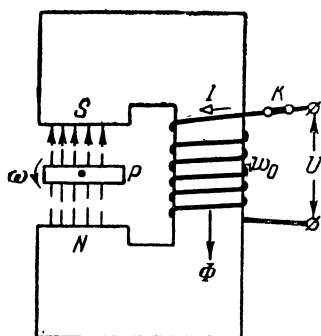


Рис. 9-6. Прямоугольная рамка в однородном магнитном поле между полюсами электромагнита.

Решение задачи

1. Определение зависимости индуцируемой э. д. с. от угла поворота рамки. Рассматриваемая рамка состоит из 20 квадратных контуров, находящихся в одинаковых условиях.

Поэтому достаточно определить э. д. с., индуцируемую в одном контуре (рис. 9-6), и затем увеличить ее в w раз. Как же определить э. д. с., индуцируемую в прямоугольном контуре?

Это можно сделать двумя способами:

A . Вычислим э. д. с., индуцируемую в каждом из четырех проводов контура, воспользовавшись тем же методом, что и в предыдущей задаче.

При этом оказывается, что в некотором произвольном положении контура II (рис. 9-7) в проводах I и 2 (рис. 9-8), параллельных оси вращения OO_1 , индуцируются э. д. с.

$$\begin{aligned} e_1 = e_2 &= Bv_1 l \sin(\angle \bar{B}, \bar{v}_1) = Bv_1 l \sin \alpha = \\ &= Bv_2 l \sin(180^\circ - \alpha), \end{aligned}$$

так как $v_1 = v_2 = v = \omega l/2$ и $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$.

Э. д. с. e_1 и e_2 , направленные в соответствии с правилом правой руки вдоль контура против направления движения часовой стрелки (рис. 9-8), оказываются со-

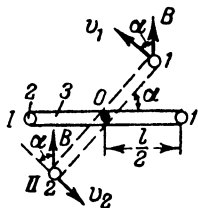


Рис. 9-7. Начальное (I) и промежуточное (II) положения вращающейся рамки.

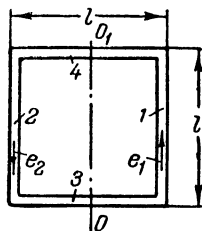


Рис. 9-8. Контур одного витка рамки.

гласно включенными и образуют суммарную э. д. с. в контуре

$$\begin{aligned} e_{\kappa} &= e_1 + e_2 = 2B\omega l \sin \alpha = \\ &= 2B\omega \frac{l}{2} l \sin \alpha = Bl^2\omega \sin \alpha. \end{aligned}$$

Провода 3 и 4 при вращении рамки не пересекают магнитных линий, поэтому э. д. с. $e_3 = e_4 = 0$.

Замечая, что площадь контура $S_{\kappa} = l^2$, а $Bl^2 = BS_{\kappa} = \Phi_{\text{м}}$, т. е. максимальному значению магнитного потока, пронизывающего контур, получим:

$$e_{\kappa} = \Phi_{\text{м}}\omega \sin \alpha,$$

или для всей рамки

$$e = \omega e_{\kappa} = \omega \Phi_{\text{м}} \sin \alpha. \quad (9-1)$$

Б. Не разделяя контур на отдельные провода, определяем индуктируемую в контуре э. д. с. по формуле

$$e_{\kappa} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

т. е. как производную по времени от магнитного потока, пронизывающего контур, взятую с обратным знаком.

Для определения индуктируемой э. д. с. нужно знать зависимость магнитного потока от времени $\Phi(t)$, кото-

рую в данном случае легко найти. Действительно, в начальном положении I (рис. 9-7) магнитный поток, пронизывающий контур, имеет максимальное (уже найденное) значение Φ_m , а в произвольном положении II $\Phi =$

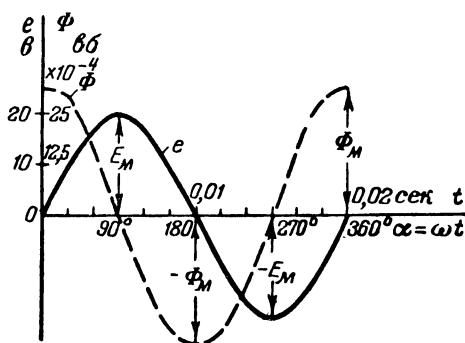


Рис. 9-9. Изменения во времени магнитного потока, пронизывающего рамку, и э. д. с., индуцируемой в рамке.

$=\Phi_m \cos \alpha$, где угол $\alpha = \omega t$ (произведение угловой скорости ω и времени t), так что

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t.$$

Соответственно э. д. с. в контуре

$$\begin{aligned} e_k &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\Phi_m \cos \omega t)}{dt} = -\Phi_m \omega (-\sin \omega t) = \\ &= \Phi_m \omega \sin \omega t, \end{aligned}$$

или для всей рамки

$$e = \omega e_k = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_m \omega \sin \omega t = \omega \Phi_m \omega \sin \alpha. \quad (9-2)$$

Уравнение (9-2) не отличается от полученного выше уравнения (9-1). В нашем случае, э. д. с. в рамке

$$\begin{aligned} e &= \omega B l^2 \omega \sin \alpha = 20 \cdot 0,05 \cdot 0,0625 \cdot 314 \sin \alpha = \\ &= 19,6 \sin \alpha = E_m \sin \alpha, \end{aligned} \quad (9-3)$$

где максимальное значение э. д. с. $E_m = 19,6$ в соответствует наибольшему значению $\sin \alpha = 1$.

2. Построение графиков зависимостей $e(\alpha)$ и $\Phi(\alpha)$. По формуле (9-3) можно вычислить индуцируемую э. д. с. для нескольких значений α (табл. 9-1) и по ним построить график (рис. 9-9), который изображает синусоидальный закон изменения э. д. с. в рамке.

В табл. 9-1 приведены данные положительной полу волны синусоиды (α изменяется от 0 до 180°). Отрицательная полуволна ($\alpha=180 \div 360^\circ$) отличается только знаком ординат соответствующих точек.

Т а б л и ц а 9-1

$\alpha, \text{град}$	0	30	60	90	120	150	180
$\sin \alpha$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0
$e, \text{в}$	0	9,8	17,0	19,6	17,0	9,8	0

По уравнению

$$\Phi = \Phi_m \cos \alpha = 31,2 \cdot 10^{-4} \cos \alpha$$

можно построить по точкам график зависимости $\Phi(\alpha)$ (рис. 9-9, пунктир).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли получить э. д. с. индукции в неподвижной рамке? Оставим рамку (рис. 9-6) неподвижной (в показанном положении) и будем питать обмотку ω_0 переменным током (вместо постоянного), обеспечив при этом изменение магнитного потока между полюсами N и S в соответствии с графиком Φ (рис. 9-9). Тогда в неподвижной рамке будет индуцироваться э. д. с., определяемая найденной в задаче зависимостью $e(\alpha)$ [см. уравнение (9-3) и график на рис. 9-9].

Этот метод получения э. д. с. индукции широко применяется в устройствах, называемых трансформаторами (рис. 9-10), в которых переменный (чаще всего синусоидальный) ток, проходя по обмотке I , создает в магнитопроводе изменяющийся во времени магнитный поток. Переменный магнитный поток пронизывает обмот-

ку II и индуцирует в ней э. д. с. e . Обмотка II может служить источником питания потребителей.

2. Почему максимальному значению магнитного потока в контуре соответствует минимальное значение индуцируемой э. д. с.? *Величина индуцируемой э. д. с. определяется не величиной магнитного потока, а скоростью его изменения.*

Так, при α близких к нулю (рис. 9-9), кривая Φ проходит почти параллельно оси абсцисс [функция $\Phi(t)$ почти не уменьшается с изменением аргумента t], поэтому скорость изменения потока $\frac{d\Phi}{dt}$ мала и соответственно $e = -\omega \frac{d\Phi}{dt}$ близка к нулю. При $\alpha = 0$ и $e = 0$.

С другой стороны, при $\alpha = 90^\circ$ скорость изменения магнитного потока $\Phi(t)$ максимальна, поэтому и индуцируемая э. д. с. максимальна.

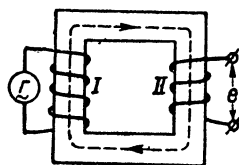


Рис. 9-10. Схема устройства трансформатора.

3. Может ли рамка P (рис. 9-6) быть источником энергии (генератором)? Поскольку в рамке, движущейся в магнитном поле, как это было показано в задаче, индуцируется э. д. с., ее можно применить в качестве источника энергии.

В отличие от генератора, рассмотренного в предыдущей задаче (§ 9-1), рамка будет питать потребитель переменным (синусоидальным) током. В остальном высказанные выше соображения о режимах работы генераторов относятся и к этому случаю.

4. Какой заряд пройдет по цепи рамки, если ее замкнуть на сопротивление $r = 2000$ ом и повернуть из начального положения на угол 90° ? За некоторый небольшой промежуток времени dt по цепи пройдет заряд $dQ = Idt = \frac{e}{r} dt$, где индуцируемая э. д. с. $e = -\omega \frac{d\Phi}{dt}$ и поэтому $dQ = -\frac{\omega}{r} d\Phi$.

При повороте рамки на угол 90° магнитный поток уменьшается от максимального значения $\Phi_m = 31,2 \times$

$\times 10^{-4}$ вб до нуля; полное сопротивление цепи $r = 2\,000$ ом (сопротивлением обмотки рамки пренебрегаем).

Таким образом,

$$Q = \frac{20}{2\,000} \cdot 31,2 \cdot 10^{-4} = 31,2 \cdot 10^{-6} \text{ к.}$$

Приведенный расчет является приближенным, так как он не учитывает влияния параметров рамки на ток в цепи.

5. Какой будет кривая изменения э. д. с. в неподвижной рамке, если пересекающий ее магнитный поток определяется графиком (рис. 9-11, а)? Учитывая, что э. д. с. индукции возникает только при изменении магнитного потока, получим отдельные импульсы э. д. с. e (рис. 9-11, б) в те интервалы времени, когда магнитный поток возрастает от нуля до Φ_m или убывает от Φ_m до нуля.

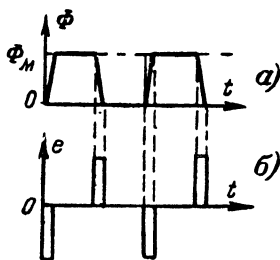


Рис. 9-11. К дополнительному вопросу 5, § 9-2.

В другие промежутки времени магнитный поток постоянен и э. д. с. индукции равна нулю.

9-3. ИНДУКТИВНОСТЬ КАТУШЕК

Условие задачи

На сердечнике из электротехнической стали Э41, у которого длина средней магнитной линии $l_{\text{ср}} = 30$ см (рис. 9-12) размещена обмотка, состоящая из двух одинаковых частей каждая длиной 80 мм и с числами витков $w_1 = w_2 = 540$.

Обе части обмотки соединены таким образом, что проходящий по ним ток I создает в сердечнике согласные направленные магнитные потоки. Сечение магнитопровода квадратное со стороной 2 см. Вычислить индуктивность катушки с сердечником и при отсутствии стального сердечника, если магнитная индукция в сердечнике 1,35 тл.

Решение задачи

1. Образование магнитного потока в сердечнике (рис. 9-12). По условию задачи н. с. двух частей обмотки действуют согласно, создавая общий магнитный поток Φ . Поэтому две части обмотки можно

рассматривать как одну с числом витков

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 = 540 + 540 = 1080.$$

2. Вычисление индуктивности при наличии сердечника. По определению индуктивности $L = \Psi/I$, где потокоцепление $\Psi = \Phi\omega = BS\omega$, а ток (в соответствии с законом полного тока) $I = Hl_{\text{ср}}/\omega$.

Таким образом,

$$L = \frac{BS\omega}{Hl_{\text{ср}}} \omega = \frac{B}{H} \frac{S\omega^2}{l_{\text{ср}}} = \mu_a \frac{S\omega^2}{l_{\text{ср}}}. \quad (9-4)$$

Рис. 9-12. Стальной сердечник с двумя одинаковыми обмотками, соединенными согласно.

Зависимость между B и H или величина μ_a определяется для стали по характеристике намагничивания (см. Приложение 4). При $B = 1,35$ тл для стали Э41 находим: $H = 9,7$ а/см = 970 а/м или $\mu_a = \frac{1,35}{970} = 1,39 \cdot 10^{-3}$ гн/м.

Поэтому

$$L = 1,39 \cdot 10^{-3} \frac{4 \cdot 10^{-4} (1080)^2}{0,3} = 2,17 \text{ гн.}$$

Это индуктивность катушки в цепи постоянного тока или так называемая статическая индуктивность.

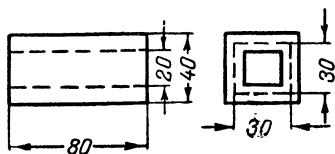
В цепи переменного тока индуктивность катушки со стальным сердечником получится другой.

3. Вычисление индуктивности при отсутствии стального сердечника. Можно ли в этом случае воспользоваться формулой (9-4)?

Формула (9-4) получена при условии, что закон полного тока записывается наиболее просто: $Hl_{\text{ср}} = I\omega$. Поэтому формулу (9-4) можно применять для кольцевой катушки, а также для цилиндрической, имеющей длину, много большую, чем диаметр.

Для ориентировочного расчета будем считать каждую обмотку без сердечника (рис. 9-13) длинной катушкой и воспользуемся формулой (9-4). Величину S в этой формуле можно определить как площадь квадрата, об-

Рис. 9-13. Одна обмотка без магнитопровода.



разованного средней линией, т. е. $S = 30 \times 30 = 900 \text{ мм}^2 = 9 \text{ см}^2$.

Индуктивность одной обмотки без сердечника

$$L = \mu_0 \frac{S \omega^2}{l} \quad (9-5)$$

или при заданных размерах $L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{9 \cdot 10^{-4}}{0,8} (540)^2 = 4,13 \cdot 10^{-3} \text{ гн} = 4,13 \text{ мГн}$.

Индуктивность 2-х соединенных обмоток будет больше чем $2L$, так как часть магнитного потока 1-й обмотки пронизывает 2-ю и наоборот, т. е. между обмотками есть взаимная индуктивность (см. подробнее далее § 9-6).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Какой формы должны быть катушки для получения большой индуктивности? В соответствии с формулами (9-5) и (9-4) для получения большой индуктивности при заданном числе витков ω следует:

а) в катушках без сердечников выбирать малую длину и большой диаметр (большое S), т. е. выполнять их плоскими (короткими), хотя для таких катушек пользоваться формулами (9-4) уже нельзя;

б) в катушках со стальными сердечниками уменьшать длину магнитопровода и увеличивать площадь его поперечного сечения.

2. Как зависит индуктивность катушки от числа витков и сопротивления магнитопровода? Учитывая, что магнитное сопротивление $R_m = l_{\text{ср}} / \mu_a S$, можно формулу (9-4) представить в виде $L = \omega^2 / R_m$.

Для практических целей важно запомнить, что индуктивность пропорциональна квадрату числа витков.

Итак, для получения больших индуктивностей нужно наматывать катушки с большим числом витков и применять магнитопроводы с малым магнитным сопротивлением.

3. В каких случаях индуктивность зависит от величины тока в катушке? В формулу (9-4) не входит величина тока катушки, но она влияет на значение магнитной проницаемости стального сердечника.

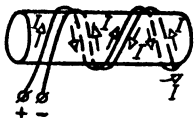


Рис. 9-14. Бифилярная катушка.

Следовательно, у катушек, со стальными сердечниками в зависимости от величины тока может изменяться индуктивность. Поэтому на практике индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником измеряют только при номинальном рабочем токе. Индуктивность катушки без ферромагнитного сердечника не зависит от величины тока.

4. Как выполнить безындуктивную катушку? Катушка с сердечником или без сердечника обладает сопротивлением, свойственным всякому проводу, а также индуктивностью.

Иногда возникает необходимость иметь безындуктивное сопротивление, т. е. сделать $L = \Psi/I \approx 0$. Это возможно при $\Psi = \Phi \omega = 0$, т. е. при $\Phi \approx 0$. Получить в катушке с током магнитный поток, равный нулю, можно, применяя так называемую бифилярную катушку, т. е. катушку в два провода, схематично показанную на рис. 9-14. Токи в соседних проводах направлены в противоположные стороны, и магнитный поток мал.

5. Как изменится индуктивность катушки (рис. 9-12), если обе части ее обмотки соединить встречно? В таком случае н. с.

$$I\omega = I\omega_1 - I\omega_2 = 0$$

и общий магнитный поток Φ будет отсутствовать.

Индуктивность катушки хотя и резко уменьшится, не будет равна нулю, так как возрастут магнитные потоки рассеяния каждой части катушки.

9-4. ИНДУКТИВНОСТЬ ЛИНИИ

Условие задачи

Вычислить индуктивность 1 км линии (рис. 9-15), выполненной из двух алюминиевых проводов диаметром $d=9$ мм с расстоянием между осями $a=216$ мм. Линия подвешена на высоте $h=4,5$ м над поверхностью земли.

Как изменится индуктивность линии, если один из проводов заменить рельсом, расположенным на земле?

Решение задачи

1. Вычисление индуктивности двухпроводной линии. Учитывая, что по обоим проводам линии проходит один и тот же ток I (рис. 9-15), можно рассматривать достаточно длинный участок линии как контур, например $ABГБ$ (рис. 9-15), с током I . В таком случае индуктивности линии и контура определяются аналогично (как отношение магнитного потока, пронизывающего контур, к току в контуре). Расчет показывает, что индуктивность 1 км линии

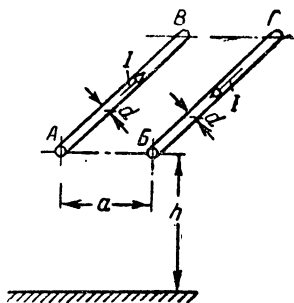


Рис. 9-15. Двухпроводная линия.

$$L_0 = 10^{-4} \left(4 \ln \frac{2a}{d} + \mu \right), \text{ гн/км},$$

где μ — магнитная проницаемость материала проводов, которая не равна единице только для стальных проводов.

Соответственно в нашем случае

$$\begin{aligned} L_0 &= 10^{-4} \left(4 \ln \frac{2 \cdot 216}{9} + 1 \right) = \\ &= 16,5 \cdot 10^{-4} \text{ гн/км} = 1,65 \text{ мгн/км}. \end{aligned}$$

Выражение для L_0 еще раз показывает, что индуктивность контура из провода — величина, зависящая от его конструкции. Действительно, индуктивность линии определяется главным образом ее размерами, и, кроме того, материалом проводов.

2. Вычисление индуктивности линии «провод—земля». Иногда линия выполняется из одного провода; другим (обратным) проводом служат рельсы, например в сетях городского и железнодорожного электротранспорта, или земля, например в некоторых линиях связи.

Если один из проводов линии заменить землей, то индуктивность определится отношением магнитного потока, пересекающего вертикальную плоскость между проводом и землей, к величине тока в линии. На 1 км

$$L_0 = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{4h}{d},$$

или в наших условиях

$$L_0 = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{4 \cdot 4,5}{9 \cdot 10^{-3}} = 15,2 \cdot 10^{-4} \text{ гн/км} = \\ = 1,52 \text{ мгн/км.}$$

9.5. ПЕРЕХОДНЫЙ РЕЖИМ В ЦЕПИ, ОБЛАДАЮЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ИНДУКТИВНОСТЬЮ. РАСЧЕТ ТОКА И Э. Д. С. САМОИНДУКЦИИ

Условие задачи

Обмотка реле P (рис. 9-16), принцип действия которого описан ниже, имеет сопротивление $r=400$ ом и индуктивность $L=6$ гн. Контакты $K1$ замыкают цепь питания обмотки через каждые 75 мсек на время $t_3=45$ мсек, после чего эти же контакты размыкаются на время $t_p=30$ мсек.

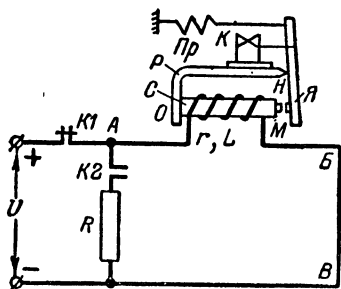


Рис. 9-16. Схема питания обмотки реле.

Контакты $K1$ и $K2$ так взаимосвязаны, что при замыкании первых размыкаются вторые и наоборот.

Построить график изменения тока и э. д. с. в обмотке, полагая ее индуктивность L постоянной. Определить время срабатывания и отпускания исследуемого реле, если ток приращения $I_{\text{п}}=12$ ма, ток отпускания $I_0=8$ ма, напряжение источника $U=12$ в и сопротивление $R=400$ ом.

Решение задачи

1. Режим цепи. Для управления режимом электрических цепей весьма широко пользуются различными электромагнитными механизмами и, в частности, реле, принцип действия которого можно уяснить из схемы (рис. 9-16).

При прохождении тока по обмотке реле к сердечнику C притягивается якорь $Я$, составляющий часть маг-

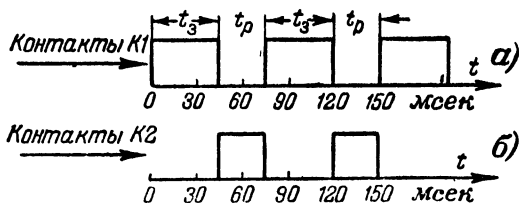


Рис. 9-17. Временная диаграмма состояния контактов $K1$ (а) и $K2$ (б).

нитной цепи $ОМНО$. При повороте якоря вокруг точки $Н$ размыкаются контакты K реле. Пружина $Пр$ создает противодействующий момент (препятствует притяжению якоря). По условию задачи цепь питания обмотки реле (рис. 9-16) замыкается и размыкается контактами $K1$ соответственно на время $t_з$ и $t_р$, как показано на временной диаграмме (рис. 9-17,а).

На первый взгляд может показаться, что реле будет срабатывать (якорь притянется) сразу же при включении цепи, т. е. при замыкании контактов $K1$. В действительности реле срабатывает не сразу. Чем это объяснить?

Обмотка реле, размещенная на сердечнике из ферромагнитного материала, обладает значительной индуктивностью, поэтому ток в ее цепи возрастает постепенно. Потребуется некоторое время, пока ток достигнет указанного в условии задачи значения $I_{\Pi}=12$ ма, при котором электромагнитная сила достаточна для притяжения якоря (преодоления противодействующей силы пружин $Пр$). То же относится к отпусканию якоря, которое произойдет не сразу после размыкания контактов $K1$, а через некоторое время, необходимое для уменьшения тока до значения $I_0=8$ ма.

2. Построение графика тока при включении цепи. В цепи из последовательно включенных сопротивлений r и индуктивности L (рис. 9-16 при замкнутых контактах $K1$ и разомкнутых $K2$) ток нарастает по закону

$$i = I(1 - e^{-t/\tau}).$$

Здесь установившееся значение тока

$$I = \frac{U}{r} = \frac{12}{400} = 0,03 \text{ а} = 30 \text{ ма};$$

постоянная времени

$$\tau = \frac{L}{r} = \frac{6}{400} = 0,015 \text{ сек} = 15 \text{ мсек.}$$

Следовательно,

$$i = 30(1 - e^{-t/15}), \quad (9-6)$$

где время t — в миллисекундах.

Задавшись несколькими моментами времени t , прошедшего с момента включения цепи, вычислим значения нарастающего тока (табл. 9-2) и построим его график (рис. 9-18, ветвь a).

Т а б л и ц а 9-2

$t, \text{ мсек}$	0	15	30	45
$e^{-t/15}$	1	0,37	0,135	0,05
$i, \text{ ма}$	0	18,9	26,0	28,5

Примечание. Основание натуральных логарифмов $e = 2,7183$.

График нарастающего тока $i(t)$ построен только до момента $t = t_3 = 45 \text{ мсек}$; так как в этот момент времени цепь питания реле отключается контактами $K1$, ток достигает значения $I' = 28,5 \text{ ма}$ (табл. 9-2 и рис. 9-18). Если бы цепь питания не отключалась, то ток продолжал бы нарастать (рис. 9-18, пунктир), приближаясь к установившемуся значению I .

3. Построение графика изменения тока после отключения источника. При размыкании контактов $K1$ отключается источник энергии, замкнувшиеся контакты $K2$ (рис. 9-16) образуют цепь $АБВА$ с постоянной времени

$$\tau' = \frac{L}{R+r} = \frac{6}{400+400} = 0,0075 \text{ сек} = 7,5 \text{ мсек.}$$

В этой цепи проходит ток i за счет уменьшения энергии магнитного поля обмотки. Каков закон изменения тока i ?

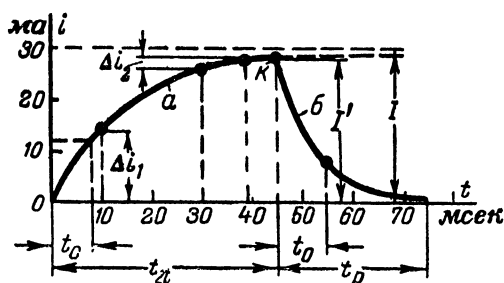


Рис. 9-18. Изменение тока в цепи обмотки реле при включении источника энергии (ветвь a графика) и при его отключении (ветвь b графика).

В первый момент времени в отключенной от источника обмотке ток имеет такое же значение $i' = 28,5 \text{ ма}$, какое было в последний момент, до отключения источника. Затем ток убывает по закону

$$i = i' e^{-t'/\tau'} = 28,5 e^{-t'/7,5}, \quad (9-7)$$

где t' — время с момента отключения источника, мсек .

Вычислив по формуле (9-7) для нескольких значений t' величины тока i (табл. 9-3), построим график изменения тока при отключенном источнике (рис. 9-18, ветвь b).

К моменту размыкания $t' = t_p = 30 \text{ мсек}$ контактов $K2$ и новому замыканию контактов $K1$, ток в обмотке уменьшится до величины $i = 28,5 e^{\frac{-30}{7,5}} = 28,5 e^{-4} = 28,5 \times 0,0183 = 0,52 \text{ ма}$.

Таблица 9-3

$t', \text{ мсек}$	0	7,5	15,0	30,0
$e^{-t'/7,5}$	1	0,37	0,135	0,018
$i, \text{ ма}$	28,5	10,5	3,85	0,52

График вторичного нарастания тока будет аналогичен кривой a на рис. 9-18, но ток будет увеличиваться не с нуля, а со значения $I''=0,52 \text{ ма}$.

4. Построение графика изменения э. д. с. в обмотке реле. Нарастающий ток, проходя по обмотке реле, создает в ней э. д. с.

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -I \frac{L}{\tau} e^{-t/\tau} = -U e^{-t/\tau} = -12 e^{-t/\tau}.$$

В табл. 9-4 приведены значения э. д. с., по которым построен график $e_L(t)$ (рис. 9-19, ветвь a).

Таблица 9-4

$t, \text{ мсек}$	0	15	30	45
$e_L, \text{ в}$	-12	-4,44	-1,62	-0,60

После отключения обмотки реле от источника энергии индуктируемая э. д. с.

$$\begin{aligned} e_L &= -L \frac{di}{dt} = I' \frac{L}{\tau'} e^{-t'/\tau'} = I' (R + r) e^{-t'/\tau'} = \\ &= 28,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 e^{-t'/7,5} = 22,8 e^{-t'/7,5}. \end{aligned}$$

Значения e_L даны в табл. 9-5; по этим данным построен график э. д. с. $e_L(t')$ (рис. 9-19, ветвь b).

Таблица 9-5

$t', \text{ мсек}$	0	7,5	15,0	30
$e_L, \text{ в}$	22,8	8,43	3,08	0,416

Рассматривая полученные графики (рис. 9-18 и 9-19), можно сделать следующие выводы:

а) в первый момент включения цепи можно рассматривать индуктивность как бесконечно большое сопротивление, так как ток в цепи равен нулю и напряжение на индуктивности равно напряжению источника энергии;

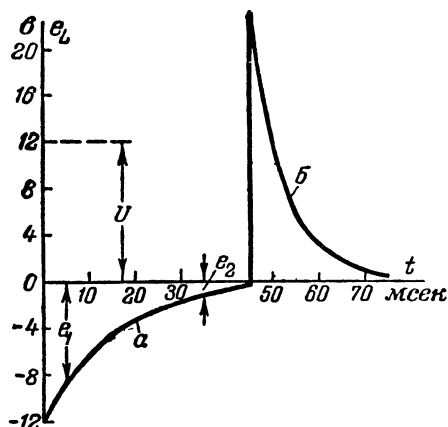


Рис. 9-19. Изменение э. д. с. самоиндукции в обмотке реле при включении источника энергии (ветвь а) и его отключения (ветвь б).

б) при нарастающем токе i и убывающем токе i знаки э. д. с. e_L различны, т. е. э. д. с. имеют противоположные направления;

в) э. д. с. в обмотке в момент отключения источника энергии может значительно превысить напряжение источника (22,8 в в обмотке реле), что объясняется резким изменением тока при переходе его от нарастания к убыванию (рис. 9-18, точка К на графике).

5. Вычисление времени срабатывания и отпускания реле. Якорь реле по условию задачи притягивается при токе 12 ма, который устанавливается в цепи спустя некоторое время t_c (время срабатывания) после включения цепи. Величину t_c можно определить двумя путями: во-первых, по графику (рис. 9-18), откуда $t_c \approx 8$ мсек; во-вторых, из формулы (9-6) при токе $i = 12$ ма из уравнения $12 = 30(1 - e^{-t_c/15})$, откуда

$e^{-t_c/15} = 0,6$ и $t_c/15 = 0,52$ (взято из таблицы, см. приложение 5), т. е. $t_c = 7,8$ мсек.

Также определяется время отпущания t_0 , которое отсчитывается от момента размыкания контактов $K1$ до момента отпущания якоря реле (уменьшение тока до 8 ма).

По графику (рис. 9-18) $t_0 \approx 9,5$ мсек.

По формуле (9-7) $8 = 28,5e^{-t_0/7,5}$, откуда $e^{-t_0/7,5} = 0,28$ или $t_0/7,5 = 1,27$ и $t_0 = 9,5$ мсек.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Какое время требуется для нарастания тока до установившегося значения? Процесс нарастания тока до установившегося значения (и убывания тока до нуля) теоретически длится бесконечно долго, но практически его

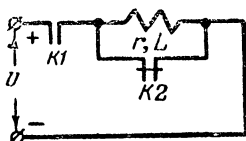


Рис. 9-20. Короткое замыкание обмотки реле, отключенной от источника энергии.

можно считать законченным за время $t = (4 \div 5)\tau$, или в наших условиях приблизительно 70 мсек (при убывании — 35 мсек).

2. Почему при отключении источника энергии к обмотке реле присоединяют сопротивление R (рис. 9-16)? При отсутствии дополнительного сопротивления R размыкаемая цепь обмотки реле имеет весьма большое сопротивление, определяемое воздушным промежутком контактов $K1$, или весьма малую постоянную времени (практически близкую к нулю). Ток в обмотке реле будет быстро убывать, что приведет к появлению весьма большой э. д. с. самоиндукции в катушке и электрической дуги между контактами $K1$. При этом возможно повреждение обмотки и контактов.

Присоединяя дополнительное сопротивление R (рис. 9-16), удастся замедлить убывание тока, уменьшить э. д. с. самоиндукции и ослабить электрическую дугу между контактами, размыкающими цепь питания.

3. Можно ли применить короткое замыкание обмотки реле при отключении источника? Если принять $R=0$ (рис. 9-16), то после размыкания контактов $K1$ обмотка реле окажется зако-

роченной контактами $K2$ (рис. 9-20). Постоянная времени контура закороченной обмотки

$$\tau_3 = \frac{L}{r} = \frac{6}{400} = 0,015 \text{ сек} = 15 \text{ мсек},$$

т. е. в 2 раза больше, чем постоянная времени $\tau' = 7,5 \text{ мсек}$. График убывания тока $i = 28,5e^{-t'/\tau'}$ в рассматриваемых условиях (рис. 9-21, кривая b') легко получить, увеличив в 2 раза абсциссы точек кривой b , перенесенной с рис. 9-18.

Очевидно, что при коротком замыкании обмотки достигаются наибольшее для данной обмотки замедление тока и соответственно минимальная э. д. с. самоиндукции, но время отпущения реле возрастет

$$t'_0 = 2t_0 = 2 \cdot 9,5 = 19 \text{ мсек},$$

что может оказаться недопустимым для практических целей.

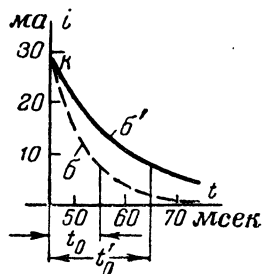


Рис. 9-21. Кривые убывания тока в цепи 9-16 при $R=0$ и $R \neq 0$.

4. Существует ли взаимосвязь между графиками тока (рис. 9-18) и э. д. с. (рис. 9-19)?

Э. д. с. самоиндукции $e_L = -L \frac{di}{dt}$, т. е. пропорциональна индуктивности L , которая принята постоянной, и скорости нарастания тока di/dt , которая изменяется (не остается постоянной). Действительно, по графику (рис. 9-18) легко убедиться в том, что, например, за первые 10 мсек после включения источника ток возрастает на величину $\Delta i_1 \approx 14 \text{ ма}$, а спустя 30 мсек ток возрастает за такой же промежуток времени (10 мсек) на величину $\Delta i_2 \approx 2 \text{ ма}$, т. е. средняя скорость возрастания тока уменьшилась в 7 раз. Очевидно, что в такое же число раз должна уменьшиться и э. д. с. самоиндукции.

Убедимся в этом по графику (рис. 9-19), где указаны значения э. д. с. (e_1 и e_2) в середине первого и четвертого десятков миллисекунд после включения цепи. Их отношение

$$e_1/e_2 \approx 7.$$

7. Как сократить время нарастания тока в обмотке реле. Для уменьшения времени срабатывания реле нужно, например, увеличить напряжение источника до величины $U_1 = 2U = 24$ в (рис. 9-22) и присоединить последовательно с обмоткой реле добавочное сопротивление $r_d = r$, которое при включении

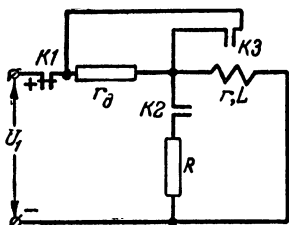


Рис. 9-22. Схема питания обмотки реле повышенным напряжением.

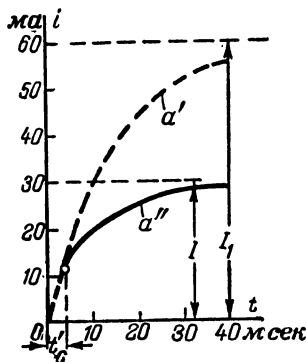


Рис. 9-23. К дополнительному вопросу 5, § 9-5.

источника энергии закорочено контактами $K3$. В этом случае установившийся ток

$$I_1 = \frac{U_1}{r} = \frac{2U}{r} = 2I = 60 \text{ ма},$$

и уравнение (9-6) примет вид

$$i = 60(1 - e^{-t/15}).$$

Подставляя $i = I_n = 12$ ма и $t = t'_c$, где t'_c — новое значение времени срабатывания реле, получим $12 = 60(1 - e^{-t'_c/15})$, откуда

$$e^{-t'_c/15} = 0,8, \text{ а } t'_c/15 = 0,22$$

(см. приложение 5) и $t'_c = 3,3$ мсек.

После срабатывания реле размыкаются контакты $K3$ и в цепь вводится добавочное сопротивление r_d , что обеспечивает дальнейший рост тока по кривой a'' вместо a' (рис. 9-23).

6. Какая энергия расходуется в сопротивлении R (рис. 9-16) за 7,5 ч работы реле? В со-

противлении R за время отключения источника t_p (см. рис. 9-17 и 9-18) проходит ток за счет уменьшения энергии магнитного поля катушки от значения $W_1 = \frac{LI_{\text{макс}}^2}{2}$

до значения $W_2 = \frac{LI_{\text{мин}}^2}{2}$. Здесь $I_{\text{макс}} = I' = 28,5 \text{ ма}$, а $I_{\text{мин}} = I'' = 0,52 \text{ ма}$.

Изменение энергии

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{L(I_{\text{макс}}^2 - I_{\text{мин}}^2)}{2} = 2,37 \cdot 10^{-3} \text{ дж.}$$

Учитывая, что один цикл работы реле длится 75 мсек , имеем за $7,5 \text{ ч}$

$$N = \frac{7,5 \cdot 3600}{75 \cdot 10^{-3}} = 360\,000 \text{ циклов.}$$

Энергия, отдаваемая магнитным полем за $7,5 \text{ ч}$,

$$W = 360\,000 \Delta W = 360\,000 \cdot 2,37 \cdot 10^{-3} = 854 \text{ дж.}$$

Эта энергия рассеивается на сопротивлениях R и r . Поскольку $R=r$, энергия $W/2 = 427 \text{ дж}$ расходуется в сопротивлении R .

6. Какое практическое значение имеет переходный режим? Для целей автоматизации и механизации производственных процессов широко применяются различные электромагнитные механизмы и, в частности, реле, для которых переходный режим может быть основным (рабочим) режимом.

9-6. ВЗАИМНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

Условие задачи

На кольцевом сердечнике из неферромагнитного материала равномерно распределены две обмотки с числами витков $w_1 = 2\,000$ и $w_2 = 4\,000$. Средний диаметр кольца $D_{\text{ср}} = 10 \text{ см}$, а его поперечное сечение представляет собой квадрат со стороной 2 см (рис. 9-24). Вычислить взаимную индуктивность обмоток M , их коэффициент связи k и построить график э. д. с., индуктируемой во второй обмотке, если ток в первой обмотке синусоидальный.

Решение задачи

1. Особенности равномерно распределенных обмоток. Магнитный поток, создаваемый током любой из обмоток, пронизывает все витки другой обмотки (подразумевается, что диаметры обмоток мало различаются).

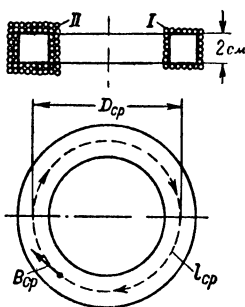


Рис. 9-24. Кольцевой сердечник прямоугольного сечения с двумя обмотками (I и II).

Таким свойством обладают не только кольцевые

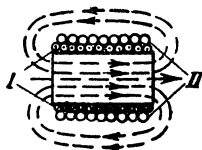


Рис. 9-25. Катушка с двумя равномерно распределенными обмотками.

катушки, но практически и цилиндрические, если их обмотки распределены равномерно. Так, например, ток обмотки I (рис. 9-25) создает магнитный поток (изображен пунктиром), который пронизывает все витки обмотки II .

2. Вычисление взаимной индуктивности. По определению взаимная индуктивность

$$M = \frac{\Psi_{2,1}}{I_1} = \frac{\Phi_{2,1} w_2}{I_1}, \quad (9-8)$$

где $\Phi_{2,1}$ — магнитный поток, пронизывающий вторую катушку с числом витков w_2 , но созданный постоянным током I_1 в первой катушке.

Ток I_1 , проходящий по первой обмотке, создает в точках средней линии сердечника магнитную индукцию

$$B_{cp} = \mu_a H_{cp} = \mu_a \frac{I_1 w_1}{l_{cp}}.$$

Для приближенного определения магнитного потока в кольце воспользуемся средним значением магнитной индукции:

$$\Phi_1 = B_{cp} S = \mu_a \frac{I_1 w_1}{l_{cp}} S. \quad (9-9)$$

Эта формула дает тем более точные результаты, чем больше $D_{\text{ср}}$ по сравнению с поперечными размерами кольца.

Учитывая, что магнитный поток, созданный током I_1 первой обмотки, пронизывает и все витки второй обмотки, т. е. $\Phi_1 = \Phi_{2,1}$, подставим Φ_1 из (9-9) в (9-8):

$$M = \mu_a \frac{w_1 w_2}{l_{\text{ср}}} S. \quad (9-10)$$

Приняв для сердечника из неферромагнитного материала $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$ и для кольцевого сердечника $l_{\text{ср}} = \pi D_{\text{ср}}$, получим:

$$M = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2000 \cdot 4000}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} 4 \cdot 10^{-4} = 12,8 \cdot 10^{-3} \text{ гн} = 12,8 \text{ мГн}.$$

3. Вычисление коэффициента связи. Коэффициент связи

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

где M — взаимная индуктивность;
 L_1 и L_2 — индуктивности обмоток, которые можно вычислить по формуле (9-5):

$$L_1 = \frac{\mu_0 w_1^2}{\pi D_{\text{ср}}} S = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2000^2}{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} 4 \cdot 10^{-4} = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ гн} = 6,4 \text{ мГн};$$

$$L_2 = 4L_1 = 25,6 \text{ мГн}, \text{ так как } w_2 = 2w_1.$$

Соответственно имеем:

$$k = \frac{12,8}{\sqrt{6,4 \cdot 25,6}} = 1.$$

4. Вычисление индуцируемой э. д. с. При переменном, например синусоидальном токе i_1 , в первой катушке (рис. 9-26) во второй обмотке индуцируется э. д. с. $e_2 = -M \frac{di_1}{dt}$, где производная тока по времени $\left(\frac{di_1}{dt}\right)$ определяет скорость изменения тока i_1 .

Подобный случай уже встречался в § 9-2, где было показано построение графика э. д. с. индукции (см. рис. 9-9) при синусоидальном законе изменения магнитного потока.

Аналогичным образом построен график э. д. с. e_2 (рис. 9-26), а именно: максимальные значения э. д. с. совпадают во времени с нулевыми значениями тока и, наоборот, нулевые значения э. д. с. совпадают с максимальными значениями тока.

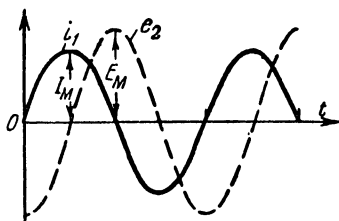


Рис. 9-26. Графики тока и индуцируемой э. д. с.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Почему в задаче рассматривалась взаимная индуктивность второй обмотки относительно первой? Взаимная индуктивность первой обмотки относительно второй такая же, как и второй относительно первой. В этом легко убедиться, если обратить внимание на то, что величина взаимной индуктивности по выражению (9-10) определяется произведением витков обеих обмоток.

2. Какова будет индуцированная э. д. с. в первой обмотке, если током i_1 (рис. 9-26) питать вторую обмотку? Если током i_1 питать вторую обмотку вместо первой, то в последней будет индуцироваться э. д. с.

$$e_1 = -M \frac{di_1}{dt} = e_2.$$

Итак, величина индуцируемой э. д. с. в любой из индуктивно связанных обмоток одна и та же, если в обмотках протекают одинаковые токи.

В этом проявляется принцип взаимности для индуктивно связанных обмоток.

3. В каких случаях коэффициент связи обмоток $k=1$? Значение коэффициента связи приближается к единице в тех случаях, когда обе обмотки охвачены почти одним и тем же магнитным потоком, например, для равномерно распределенных обмоток на кольцевом сердечнике (рис. 9-24) или для двух любых обмоток, связанных общим сердечником из ферромаг-

нитного материала (рис. 9-27). В последнем случае предполагается, что потоками рассеяния можно пренебречь и обе обмотки пронизываются одним и тем же потоком Φ .

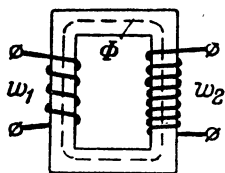


Рис. 9-27. К дополнительному вопросу 3, § 9-6.

Если вынуть ферромагнитный сердечник (рис. 9-27), то большая часть магнитного потока каждой из катушек будет пронизывать только эту катушку и коэффициент связи окажется много меньше единицы. Его величина будет зависеть от расстояния между катушками.

4. Чему будет равна индуктивность обеих обмоток при их согласном и встречном включении? Для согласно включенных обмоток общая индуктивность

$$L = L_1 + L_2 + 2M = 6,4 + 25,6 + 2 \cdot 12,8 = 57,6 \text{ мГн.}$$

При встречном включении общая индуктивность

$$L = L_1 + L_2 - 2M = 6,4 + 25,6 - 2 \cdot 12,8 = 6,4 \text{ мГн.}$$

9-7. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 9-1

197. Прямолинейный провод длиной $l=0,5$ м движется со скоростью $v=12$ м/сек в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,8$ тл. Угол между направлениями векторов v и B составляет 45° , а между направлениями провода и магнитных линий 90° .

Вычислить э. д. с., развиваемую в проводе.

198. Концы провода, рассмотренного в предыдущей задаче, присоединили к сопротивлению $r=1,7$ ом, причем провод перемещается с прежней скоростью и в прежнем направлении.

Вычислить ток в проводе, а также механическую мощность, которую нужно развить, чтобы преодолеть возникшую электромагнитную силу. Сопротивлением движущегося провода пренебречь.

199. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B=1,2$ тл по двум металлическим рельсам A_1B_1 и A_2B_2 (рис. 9-28) перемещается проводник AB со скоростью $v=8$ м/сек.

Вычислить ток в проводнике и развиваемую им механическую мощность, если э. д. с. источника питания $E=6$ в, его внутреннее

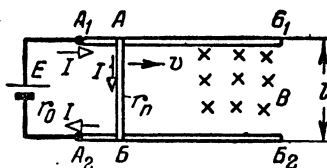
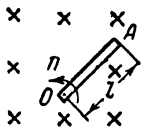


Рис. 9-28. К задаче 199.

сопротивление $r_0=0,01$ ом, сопротивление проводника $r_n=0,05$ ом и длина $l=0,5$ м. Сопротивлением соединительных проводов и рельсов пренебречь.

200. Для предыдущей задачи вычислить ток в недвижущемся проводнике и при уменьшении его скорости в 2 раза. Сравнить результаты вычислений.



201. Прямолинейный провод AO (рис. 9-29) длиной $l=10$ см вращается вокруг оси O в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,4$ тл. Скорость вращения провода $n=3000$ об/мин.

Вычислить э. д. с. в проводе.

Указание: для бесконечно малого участка провода dr , расположенного на расстоянии r от оси O , принять линейную скорость $v_r=\omega r=2\pi \frac{n}{60} r$.

Рис. 9-29. К задаче 201.

202. Определить напряжение между концами провода предыдущей задачи, если ось O переместить в его середину. Какова в этом случае э. д. с. между осью и точкой A . Угловая скорость вращения провода остается прежней.

Задачи к § 9-2

203. Прямоугольная рамка P (рис. 9-30) вращается с угловой скоростью $\omega=628$ 1/сек в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5$ тл.

Построить график зависимости индуцируемой э. д. с. от времени $e(t)$ и вычислить максимальное значение э. д. с., если площадь рамки 8×12 см². Начальное положение рамки указано на рис. 9-30.

204. В условиях предыдущей задачи определить диаметр круглой рамки, в которой будет наводиться такая же э. д. с., как и в рассмотренной прямоугольной рамке.

205. Две одинаковые прямоугольные рамки площадью $S=100$ см² каждая жестко связаны между собой и расположены под прямым углом друг к другу. Рамки вращаются с угловой скоростью $\omega=500$ 1/сек в однородном магнитном поле с индукцией $B=1$ тл.

Построить графики изменения во времени э. д. с. e_1 и e_2 , индуцируемых в рамках, приняв начальное положение первой рамки совпадающим с направлением магнитных линий.

206. Как изменится график зависимости э. д. с. $e_2(t)$ предыдущей задачи, если угол между плоскостями рамок сделать равным 30° , сохранив начальное положение первой рамки?

207. Магнитный поток, пересекающий контур, изменяется в соответствии с графиком рис. 9-31. Построить график изменения индуцируемой в контуре э. д. с.

208. Из магнитно-мягкого материала с неизвестными магнитными свойствами изготовили кольцевой сердечник, на который намотали

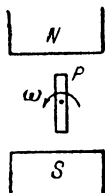


Рис. 9-30. К задаче 203.

две обмотки с числами витков $w_1=220$ и $w_2=160$. При помощи реостата r_1 (рис. 9-32) в первой обмотке устанавливали различные значения тока, направление которого каждый раз изменялось на обратное переключением рубильника P . При этом во вторичной обмотке индуктировался заряд, который измерялся баллистическим гальванометром (отклонения светового указателя гальванометра даны в табл. 9-6).

Построить кривую намагничивания $B=f(H)$ исследуемого материала, если баллистическая постоянная гальванометра (коэффициент пропорциональности между зарядом Q и углом отклонения α) $c=8 \cdot 10^{-8}$ к/мм, сопротивление в цепи вторичной обмотки $r_2=1000$ ом, длина средней магнитной линии сер-

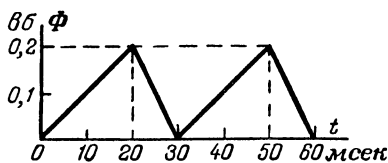


Рис. 9-31. К задаче 207.

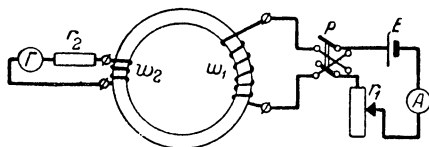


Рис. 9-32. К задаче 208.

дечника $l_{cp}=30$ см и площадь поперечного сечения сердечника $S=1$ см². Остаточной намагниченностью рассматриваемого материала пренебречь.

Т а б л и ц а 9-6

I, a	0,06	0,09	0,12	0,15	0,24	0,36
$\alpha, мм$	14	32	240	412	480	512

Указание: магнитный поток, изменяющийся на некоторую величину $\Delta\Phi$, индуктирует в обмотке (с числом витков w и сопротивлением r) заряд $Q = \frac{w}{r} \Delta\Phi$. Изменение потока считать по среднему значению магнитной индукции $B_{cp} = \Phi/S$.

Задачи к § 9-3 и 9-4

209. Кольцевая катушка с ферромагнитным магнитопроводом имеет площадь поперечного сечения сердечника $S=2 \times 2$ см² и длину средней магнитной линии $l_{cp}=20$ см. Обмотка катушки содержит 400 витков провода, ее индуктивность $L=0,4$ гн (принять постоянной). В каких пределах можно изменить ток в обмотке, чтобы маг-

нитная индукция в сердечнике не вышла за пределы «колена» кри-
вой намагничивания ($B=1\div 1,3$ тл).

210. Как изменится индуктивность катушки предыдущей задачи, если ее сердечник выполнить из неферромагнитного материала?

211. Воздушная линия выполнена из двух алюминиевых проводов, расположенных на расстоянии 45 см друг от друга.

Вычислить индуктивность на 1 км линии, если диаметр каждого провода равен 9 мм.

212. Как изменится величина индуктивности линии предыдущей задачи, если алюминиевые провода заменить стальными?

Принять магнитную проницаемость стали равной 500.

213. Как изменится индуктивность двухпроводной линии, рассмотренной в задаче 211, если удвоить расстояние между проводами?

Задачи к § 9-5

214. Цепь из последовательно включенных сопротивления $r=2$ ом и индуктивности $L=5$ мн присоединяется к источнику с напряжением $U=6$ в.

Построить график изменения тока и э. д. с. в катушке в течение 7,5 сек с момента включения источника питания.

215. Для цепи предыдущей задачи вычислить по графику и аналитически время, в течение которого ток достигнет значения 2 а.

216. Какое напряжение нужно подвести к обмотке реле ($L=2$ гн; $r=40$ ом), чтобы ток в ней достиг значения 495 ма за время $t=40$ мсек от момента включения цепи.

217. Для цепи предыдущей задачи вычислить величину сопротивления, которое нужно включить последовательно с обмоткой реле, чтобы ток не мог превысить величины 0,5 а.

218. Цепь из последовательно включенных сопротивления $r=2$ ом и индуктивности $L=100$ мн присоединяется на время, равное 100 мсек, к источнику с напряжением $U=20$ в, после чего источник питания отключается, а катушка индуктивности замыкается на сопротивление $R=4$ ом. Построить графики изменения тока и э. д. с. в катушке в интервале времени 150 мсек от момента включения цепи.

Задачи к § 9-6

219. Цилиндрическая катушка без сердечника имеет две равномерно распределенные обмотки с числами витков 60 и 40. Вычислить взаимную индуктивность обмоток, если средний диаметр катушки 3 см, а ее длина 15 см. Коэффициент связи можно считать равным 1.

220. Две катушки при согласном включении имеют общую индуктивность 30 мн, а при встречном включении 24 мн. Вычислить взаимную индуктивность катушек.

221. Определить коэффициент связи катушек предыдущей задачи, если их индуктивности одинаковы.

222. Две обмотки катушки с числами ω_1 и ω_2 связаны общим магнитным потоком. Индуктивность первой обмотки равна 0,2 гн. Вычислить взаимную индуктивность обмоток, если $\omega_2=3\omega_1$.

223. Вычислить полную индуктивность обмоток предыдущей задачи при их согласном и встречном включении.

9-8. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 9

197. 3,4 в.
 198. 2 а; 6,8 вт.
 199. 20 а; 96 вт.
 200. 100 а; 60 а.
 201. 0,628 в.
 202. 0; 0,157 в.
 203. $E_m = 3$ в.

$t, \text{ мсек}$	0	2,5	5,0	7,5	10
$e, \text{ в}$	E_m	0	$-E_m$	0	E_m

204. 11,1 см.
 205.

$t, \text{ мсек}$	0	3,15	6,3	9,45	12,6
$e_1, \text{ в}$	5	0	-5	0	5
$e_2, \text{ в}$	0	5	0	-5	0

206. Абсциссы всех точек графика зависимости $e_2(t)$ надо уменьшить на 2,1 мсек.
 207. График имеет прямоугольную форму со значениями э. д. с. —10 и +20 в.
 208.

$H, \text{ а/см}$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,6
$B, \text{ тл}$	0,035	0,080	0,60	1,03	1,20

209. 0,4—0,52 а.
 210. Уменьшится приблизительно в 1 000 раз.
 211. 1,84 мгн/км.
 212. 51,8 мгн/км.
 213. Увеличится на 0,277 мгн/км.
 214.

$t, \text{ сек}$	0	2,5	5,0	7,5
$i, \text{ а}$	0	1,89	2,59	2,85
$e, \text{ в}$	6	2,22	0,81	0,30

215. 2,75 сек.
 216. 36 в.
 217. 32 ом.

218. При $t=0$, $i_0=0$, $e_0=20$ в; при $t=100$ мсек, $i_{100}=8,65$ а, э. д. с. изменяется скачком от -27 до $34,6$ в; при $t=150$ мсек, $i_{150}=1,17$ а, $e_{150}=4,92$ в.

219. 14,25 мкзв.

220. 1,5 мзв.

221. 0,11.

222. 0,6 зв.

223. 3,2 зв; 0,8 зв.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ

10-1. РАСЧЕТ ОБЩЕЙ ЕМКОСТИ СОЕДИНЕНИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

Условие задачи

Конденсатор переменной емкости $C_{\Pi}=10-500$ пф (пикофард) включен в цепь (рис. 10-1), где $C_1=675$ пф, а $C_2=40$ пф (1 пф $=10^{-12}$ ф). Вычислить пределы изменения общей емкости соединения.

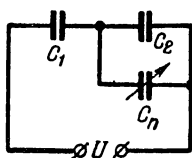


Рис. 10-1. Последовательно-параллельное соединение конденсаторов.

Решение задачи

В рассматриваемом соединении конденсаторов (рис. 10-1) изменяется только емкость C_{Π} от минимального значения $C_{\Pi.\text{мин}}=10$ пф до максимального $C_{\Pi.\text{макс}}=500$ пф.

Соответственно общая емкость параллельного соединения конденсаторов C_2 и C_{Π} изменяется от

$$C'_{\text{мин}} = C_2 + C_{\Pi.\text{мин}} = 40 + 10 = 50 \text{ пф}$$

до

$$C'_{\text{макс}} = C_2 + C_{\Pi.\text{макс}} = 40 + 500 = 540 \text{ пф.}$$

Заменив параллельное соединение емкостей C_2 и C_{Π} одной емкостью C , соединенной последовательно с емкостью C_1 , определим общую емкость всего соединения C , которая изменяется в пределах от

$$C_{\text{мин}} = \frac{C_1 C'_{\text{мин}}}{C_1 + C'_{\text{мин}}} = \frac{675 \cdot 50}{675 + 50} = 46,5 \text{ пф,}$$

$$C_{\text{макс}} = \frac{C_1 C'_{\text{макс}}}{C_1 + C'_{\text{макс}}} = \frac{675 \cdot 540}{675 + 540} = 300 \text{ пф.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. В каких случаях можно пренебречь влиянием параллельно или последовательно присоединенной емкости? При параллельном соединении конденсатора большой емкости с конденсатором малой емкости последний незначительно влияет на величину общей емкости соединения. Для последовательного соединения конденсаторов практически можно не учитывать влияния относительно большой емкости на сравнительно малую емкость. Так, в нашем случае для ориентировочного подсчета можно пренебречь влиянием C_2 на $C'_{\text{макс}}$ и C_1 на $C_{\text{мин}}$.

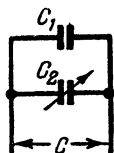


Рис. 10-2.
К дополнительному вопросу 2,
§ 10-1.

Следует заметить, что общая емкость параллельного соединения конденсаторов определяется так же, как общее сопротивление последовательного соединения сопротивлений, и, наоборот, общая емкость последовательного соединения конденсаторов — как общее сопротивление параллельного соединения сопротивлений.

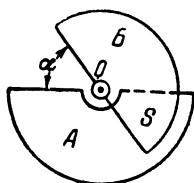
2. В каких случаях в электротехнической аппаратуре применяют параллельное соединение конденсаторов? Во-первых, для получения емкости большой величины (сотни и тысячи микрофард). В таких случаях приходится составлять батареи из многих параллельно соединенных конденсаторов (здесь подразумеваются случаи, когда нельзя применять электролитические конденсаторы, имеющие большую емкость).

Во-вторых, для получения требуемого значения емкости с высокой точностью путем регулировки («подгонки»). Так, например, желая получить емкость $C = 1000 \text{ нф}$ и имея конденсаторы с погрешностью 5%, необходимо взять конденсатор постоянной емкости $C_1 = 900 \text{ нф}$ и конденсатор переменной емкости $C_2 = 50\text{—}150 \text{ нф}$ (рис. 10-2). Если величина емкости C устанавливается только однажды, то конденсатор C_2 можно подобрать из конденсаторов постоянной емкости.

3. Где практически применяется схема соединения конденсаторов по рис. 10-1? Такое соединение конденсаторов применяется в радиотех-

нической и электроизмерительной аппаратуре, где часто требуется регулировать емкость в заданных пределах, которым не удовлетворяют имеющиеся (готовые) конденсаторы переменной емкости. При этом возникает задача, обратная рассмотренной, и ее решение приведено в следующем вопросе.

4. Как определить емкости C_1 и C_2 (рис. 10-1), если заданы емкости C_{Π} и C ? Из двух уравнений общей емкости



$$C_{\text{мин}} = \frac{C_1(C_2 + C_{\text{п.мин}})}{C_1 + C_2 + C_{\text{п.мин}}}$$

$$C_{\text{макс}} = \frac{C_1(C_2 + C_{\text{п.макс}})}{C_1 + C_2 + C_{\text{п.макс}}}$$

Рис. 10-3. Конденсатор переменной емкости.

можно определить неизвестные C_1 и C_2 при заданных остальных емкостях.

5. Какую конструкцию имеет конденсатор переменной емкости? Конденсатор может иметь две параллельные пластины: неподвижную A и поворачиваемую B (рис. 10-3) или группу неподвижных пластин, между которыми перемещаются подвижные. Емкость возрастает с увеличением площади S , перекрываемой пластинами, которая пропорциональна углу поворота α . Форма пластин определяет характер зависимости емкости от угла поворота. Часто встречается так называемый прямоемостный конденсатор, емкость которого пропорциональна углу α .

10-2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ЗАРЯДОВ В ЦЕПИ КОНДЕНСАТОРОВ

Условие задачи

Однопроводная линия электротранспорта с напряжением $U_1 = 500$ в относительно земли (последняя служит обратным проводом) имеет емкость 2000 пф/км. Емкость относительно земли рядом проходящего провода линии связи равна 1000 пф/км. Емкость между проводами линий составляет 10 пф/км. Вычислить напряжение между линией связи и землей, образуемое в результате емкости связи проводов двух линий. Сопротивление изоляции проводов линий принять бесконечно большим.

Решение задачи

1. Составление электрической схемы. На рис. 10-4, а показаны провод линии электропередачи 1, провод линии связи 2, их емкости относительно земли C_1 и C_3 и емкость между проводами C_2 . На рис. 10-4, б

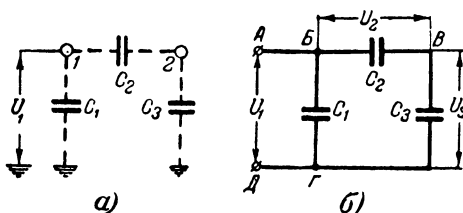


Рис. 10-4.

а — емкости проводов линий; б — их эквивалентная схема.

дана схема замещения цепи, где U_3 — искомое напряжение.

2. Вычисление напряжения U_3 . Для конденсаторов C_2 и C_3 , общая емкость

$$C_{2,3} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

и заряд

$$Q_{2,3} = U_1 C_{2,3}.$$

Поскольку при последовательном соединении конденсаторов их заряды одинаковы, то $Q_2 = Q_3$. Заряд общей емкости $C_{2,3}$, эквивалентной последовательно соединенным емкостям C_2 и C_3 , такой же, т. е.

$$Q_2 = Q_3 = Q_{2,3} = U_1 C_{2,3} = U_1 \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3},$$

откуда

$$\frac{Q_3}{C_3} = U_1 \frac{C_2}{C_2 + C_3}.$$

Но $Q_3/C_3 = U_3$, поэтому

$$U_3 = U_1 \frac{C_2}{C_2 + C_3} = 500 \cdot \frac{10}{10 + 1000} = 4,95 \text{ в} \approx 5 \text{ в}.$$

Итак, вследствие емкостной связи проводов двух линий образуется напряжение 5 в на линии связи.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Что покажет кулонметр (прибор, измеряющий количество заряда), если его включить в участок AB эквивалентной схемы (рис. 10-4,б)? Допустим, что сначала источник с напряжением U_1 не был подключен и емкости C_1, C_2, C_3 не были заряжены. В таком случае после включения источника с напряжением U_1 через кулонметр пройдет общий заряд двух ветвей $BГ$ и $БВГ$.

Но для ветви $BГ$ заряд

$$Q_1 = U_1 C_1 = 500 \cdot 2000 \cdot 10^{-12} = 10^{-6} \text{ К};$$

для ветви $БВГ$ заряд

$$Q_{2,3} = Q_3 = U_3 C_3 = 5 \cdot 1000 \cdot 10^{-12} = 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ К}.$$

Общий заряд двух ветвей

$$Q = Q_1 + Q_{2,3} = 10^{-6} + 0,5 \cdot 10^{-8} = 100,5 \cdot 10^{-8} \text{ К}.$$

Общий заряд Q можно измерить кулонметром только в эквивалентной схеме. У линии нет участка AB .

2. Можно ли емкости C_2 и C_3 (рис. 10-4) рассматривать как делитель напряжений? Из рис. 10-4,б очевидно, что

$$U_1 = U_2 + U_3,$$

откуда

$$U_2 = U_1 - U_3 = 500 - 4,95 \approx 495 \text{ В},$$

или

$$\frac{U_2}{U_3} = \frac{495}{4,95} = 100.$$

Такое же соотношение между емкостями:

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{1000}{10} = 100.$$

Таким образом,

$$\frac{U_2}{U_3} = \frac{C_3}{C_2}.$$

Итак, общее напряжение U_1 на последовательно включенных конденсаторах (C_2 и C_3) распределяется обратно пропорционально величинам емкостей.

Иначе говоря, емкости C_2 и C_3 образуют делитель напряжения.

Здесь уместно вспомнить, что в делителе из двух последовательно включенных сопротивлений напряжение распределяется прямо пропорционально величинам сопротивлений.

3. Как влияет сопротивление изоляции конденсаторов на работу емкостного делителя напряжения? При расчете емкостного делителя напряжения (в предыдущем вопросе) сопротивление изоляции всех конденсаторов было принято бесконечно большим. В реальных условиях сопротивление изоляции конденсатора является конечной величиной, с которой иногда приходится считаться.

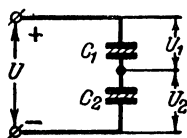


Рис. 10-5. К дополнительному вопросу 3, § 10-2.

Так, например, в цепи из двух одинаковых емкостей $C_1 = C_2$ (рис. 10-5) напряжение $U_1 = U_2$, если считать конденсаторы идеальными. Если же принять, что изоляция конденсатора C_1 заведомо хуже, чем у конденсатора C_2 , т. е. сопротивления изоляции конденсаторов $R_1 \ll R_2$, то окажется $U_1 \ll U_2$. Но равенство $U_1 + U_2 = U$ по-прежнему справедливо, и увеличение напряжения U_2 может привести к пробое конденсатора C_2 . Поэтому не следует соединять последовательно конденсаторы с резко различающимися сопротивлениями изоляции. Емкостный делитель напряжения в цепях постоянного тока применять нельзя.

4. Как изменится запас прочности одного из конденсаторов (рис. 10-5) при пробое другого? Если произойдет пробой одного из последовательно включенных конденсаторов, например C_2 (рис. 10-5), то другой конденсатор C_1 окажется под полным напряжением U и его запас прочности уменьшится в U/U_1 раз, что может привести к пробое и конденсатора C_1 . Поэтому для последовательного соединения не следует брать конденсаторы на предельно допустимых напряжениях.

10-3. ПЛОСКИЙ КОНДЕНСАТОР

Условие задачи

Определить расстояние d между пластинами и их площадь S для плоского конденсатора с изоляцией из парафинированной бумаги ($\epsilon=4,3$; $\mathcal{E}_{\text{пр}}=15 \text{ кВ/мм}$), если емкость конденсатора $C=3800 \text{ нФ}$, рабочее напряжение $U=600 \text{ в}$ и запас прочности $k=2,5$.

Решение задачи

1. Определение расстояния между пластинами. Учитывая, что для однородного электрического поля (см. § 1-3) $U=\mathcal{E}d$, имеем

$$d = \frac{U_{\text{пр}}}{\mathcal{E}_{\text{пр}}} = \frac{Uk}{\mathcal{E}_{\text{пр}}} = \frac{600 \cdot 2,5}{15 \cdot 10^3} = 0,1 \text{ мм.}$$

Итак, расстояние d между пластинами плоского конденсатора определяется рабочим напряжением, запасом прочности конденсатора и свойствами применяемого диэлектрика.

2. Вычисление площади пластины. Из формулы для емкости плоского конденсатора

$$C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (10-1)$$

определяем площадь одной пластины:

$$S = \frac{Cd}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{3,8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-4} \cdot 36\pi}{4,3 \cdot 10^{-9}} = 0,01 \text{ м}^2.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. При каких запасах прочности обычно работают конденсаторы? В практических условиях конденсаторы в большинстве случаев работают при запасах прочности $k=2-3$ и в редких случаях при $k=1,5-2$ или $k=3-10$. Не следует стремиться к увеличению (без необходимости) запаса прочности, так как это приводит к удорожанию конденсатора и увеличению его размеров.

2. Как при помощи формулы емкости плоского конденсатора пояснить прави-

ла расчета общей емкости параллельного и последовательного соединения конденсаторов? Если у плоского конденсатора уменьшить в два раза площадь каждой пластины, сохранив прежними остальные величины, и соединить параллельно два таких конденсатора (рис.10-6), то общая емкость

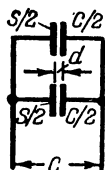


Рис. 10-6. Параллельная схема к дополнительному вопросу 2, § 10-3.

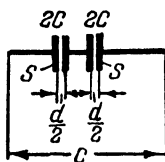


Рис. 10-7. Последовательная схема к дополнительному вопросу 2, § 10-3.

соединения C останется прежней. Таким образом, параллельное соединение конденсаторов как бы эквивалентно увеличению площади пластин, что приводит к увеличению общей емкости.

Из схемы последовательного соединения конденсаторов (рис. 10-7) видно, что общая емкость уменьшается вследствие увеличения расстояния между внешними пластинами конденсаторов при прежней площади пластин.

3. Как изменятся размеры (d и S) конденсатора задачи, если в качестве диэлектрика взять слюду ($\epsilon=6,45$; $\epsilon_{\text{пр}}=75 \text{ кВ/мм}$)? Сохраняя заданные по условию задачи величины емкости, рабочего напряжения и запаса прочности, для нового конденсатора можно уменьшить расстояние между пластинами в m раз, где

$$m = \frac{\epsilon_{\text{пр. слюды}}}{\epsilon_{\text{пр. бумаги}}} = \frac{75}{15} = 5.$$

Для сохранения прежней величины емкости нужно площадь пластин $S = Cd/\epsilon\epsilon_0$ уменьшить в такое число раз, в какое уменьшилось отношение d/ϵ , т. е. в 7,5 раза.

4. Как изменятся емкость конденсатора и запас прочности, если бумага будет не-

плотно прилегать к пластинам, образуя зазор $d_b = 0,025$ мм. В этом случае образуется конденсатор с двухслойным диэлектриком; емкость слоя бумаги

$$C_6 = \epsilon_6 \epsilon_0 \frac{S}{d_6} = 4,3 \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot \frac{0,01}{0,075 \cdot 10^{-3}} \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ ф};$$

емкость воздушного слоя

$$C_b = \epsilon_0 \frac{S}{d_b} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot \frac{0,01}{0,025 \cdot 10^{-3}} \approx 3,5 \cdot 10^{-9} \text{ ф}.$$

Поскольку конденсатор с двухслойным диэлектриком можно рассматривать как последовательное соединение двух конденсаторов, то общая емкость

$$C = \frac{C_6 C_b}{C_6 + C_b} = \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 3,5 \cdot 10^{-9}}{(5 + 3,5) \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ ф}.$$

Учитывая, что напряжения на слое бумаги U_6 и слое воздуха U_b обратно пропорциональны емкостям C_6 и C_b (см. дополнительный вопрос 2, § 10-2), имеем:

$$U_b = U_6 \frac{C_6}{C_b} = U_6 \frac{5,0}{3,5} = 1,43 U_6.$$

С другой стороны, для последовательного соединения

$$U_6 + U_b = U = 600 \text{ в}.$$

Решив совместно оба уравнения, получим $U_6 = 247 \text{ в}$, $U_b = 353 \text{ в}$.

Поскольку электрическое поле каждого слоя однородно, то напряженности

$$\mathcal{E}_6 = \frac{U_6}{d_6} = \frac{247}{0,075} = 3,3 \cdot 10^3 \text{ в/мм} = 3,3 \text{ кВ/мм};$$

$$\mathcal{E}_b = \frac{U_b}{d_b} = \frac{353}{0,025} = 14,5 \cdot 10^3 \text{ в/мм} = 14,5 \text{ кВ/мм}.$$

Оказывается, что напряженность поля в воздушном зазоре намного превышает напряженность поля в бумаге. Запас прочности, учитывая для воздуха $\mathcal{E}_{пр} = 30 \text{ кВ/мм}$,

$$k = \frac{30}{14,5} \approx 2,$$

т. е. уменьшился.

Итак, при изготовлении конденсаторов необходимо обеспечить плотное прилегание диэлектрика к пластинам, так как воздушные зазоры могут резко снизить запас прочности конденсатора.

5. Как выполнить конденсатор с большой поверхностью пластин? Для получения конденсатора большой емкости с бумажным диэлектриком обычно берут две тонкие металлические ленты (из фольги), разделенные слоем бумаги, и свертывают их в рулон (рис. 10-8), изолируя слои друг от друга. При этом удастся получить большую поверхность S электродов у компактного конденсатора.



Рис. 10-8. К дополнительному вопросу 5, § 10-3.

10-4. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ КОНДЕНСАТОР

Условие задачи

Одножильный кабель с резиновой изоляцией марки СРГ (рис. 10-9) имеет радиус медной жилы $R_1 = 2,25$ мм. Определить радиус свинцовой оболочки R_2 , надетой на резиновую изоляцию, а также емкость кабеля на 1 м его длины, если при запасе прочности $k=3$ можно приложить между жилой и свинцовой оболочкой напряжение $U=10$ кв. Принять для резиновой изоляции $\epsilon=4$ и $\mathcal{E}_{пр} = 18$ кв/мм.

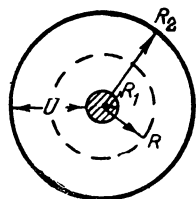


Рис. 10-9. Схема устройства кабеля.

Решение задачи

1. Вычисление радиуса свинцовой оболочки. Кабель нужно представить как цилиндрический конденсатор (рис. 10-9), для которого напряженность поля в некоторой точке на расстоянии R от оси

$$\mathcal{E}_R = \frac{U}{R \ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (10-2)$$

Из формулы (10-2) следует, что напряженность $\mathcal{E}_R$ имеет наибольшее значение на поверхности жилы ($R=R_1$), т. е.

$$\mathcal{E}_{\text{макс}} = \frac{U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

Подставив в полученное выражение вместо $\mathcal{E}_{\text{макс}}$ величину $\mathcal{E}_{\text{пр}}=18 \text{ кВ/мм}$ и вместо напряжения U — величину напряжения пробоя $U_{\text{пр}}=U_k=10 \cdot 3=30 \text{ кВ}$, получим:

$$18 = \frac{30}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}},$$

откуда

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{30}{18 \cdot 2,25} = 0,74 \quad \text{или} \quad \frac{R_2}{R_1} = 2,1$$

и

$$R_2 = 2,1 R_1 = 2,1 \cdot 2,25 = 4,72 \text{ мм.}$$

2. Вычисление емкости кабеля. Для кабеля или цилиндрического конденсатора емкость

$$C = \frac{2\pi l \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (10-3)$$

Учитывая, что $\ln \frac{R_2}{R_1} = 0,74$, получаем емкость на 1 м длины

$$C_0 = \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{36\pi \cdot 0,74} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ ф/м} = 3000 \text{ пф/м.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Какой запас прочности имеет резиновая изоляция на границе со свинцовой оболочкой? Приняв в формуле для напряженности $R=R_2$, получим:

$$\mathcal{E}_{R_2} = \frac{U}{R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{10}{4,72 \cdot 0,74} = 2,9 \text{ кВ/мм.}$$

Запас прочности

$$k = \frac{\varepsilon_{\text{пр}}}{\varepsilon_{R2}} = \frac{18}{2,9} = 6,2.$$

2. Как изменится емкость кабеля и запас прочности диэлектрика, если применить бумажную изоляцию ($\varepsilon = 2,5$; $\varepsilon_{\text{пр}} = 14 \text{ кВ/мм}$)? Замена резиновой изоляции бумажной изменит емкость конденсатора, которая обратно пропорциональна диэлектрической проницаемости (10-1):

$$C'_0 = C_0 \frac{\varepsilon_{\text{бумаги}}}{\varepsilon_{\text{резины}}} = 3000 \frac{2,5}{4,0} = 1870 \text{ пф/м.}$$

Напряженность поля на поверхности медной жилы

$$\mathcal{E}_{R1} = \mathcal{E}_{\text{макс}} = \frac{U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{10}{2,25 \cdot 0,74} = 6 \text{ кВ/мм.}$$

Таким образом, запас прочности для бумажной изоляции

$$k = \frac{\varepsilon_{\text{пр}}}{\varepsilon_{\text{макс}}} = 14/6 \approx 2,34.$$

3. Как изменится емкость кабеля, если изоляцию сделать двухслойной: вначале резиновую толщиной 1,15 мм и затем бумажную (вплоть до свинцовой оболочки)? Внешний радиус резинового слоя

$$R' = R_1 + 1,15 = 2,25 + 1,15 = 3,4 \text{ мм}$$

и

$$\ln \frac{R'}{R_1} = \ln \frac{3,4}{2,25} = \ln 1,51 = 0,412.$$

Поскольку толщина слоя резины уменьшилась, емкость слоя возрастет и во столько раз, во сколько $\ln \frac{R_2}{R_1} > \ln \frac{R'}{R_1}$, т. е.

$$C_p = C_0 \frac{\ln R_2/R_1}{\ln R'/R_1} = 3000 \frac{0,74}{0,412} = 5400 \text{ пф/м.}$$

Аналогично для слоя бумаги

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \frac{4,72}{3,4} = \ln 1,39 = 0,329$$

и емкость этого слоя

$$C_6 = C_0 \frac{\ln R_2/R_1}{\ln R_2/R'} = 1870 \frac{0,74}{0,329} = 4200 \text{ пф/м.}$$

Учитывая, что емкости двух слоев изоляции соединены последовательно, найдем общую емкость кабеля:

$$C = \frac{C_p C_6}{C_p + C_6} = \frac{5400 \cdot 4200}{5400 + 4200} = \frac{227}{9600} \cdot 10^5 = 2370 \text{ пф/м.}$$

4. Как распределится напряжение между слоями изоляции кабеля, рассмотренного в предыдущем вопросе? Здесь можно воспользоваться свойствами емкостного делителя напряжения (§ 10-2). Действительно, отношение напряжений на слоях с резиновой и бумажной изоляцией

$$\frac{U_p}{U_6} = \frac{C_6}{C_p} = \frac{4200}{5400} = 0,778,$$

а сумма напряжений

$$U_p + U_6 = U = 10 \text{ кв.}$$

Из последних двух уравнений находим $U_p = 4,4 \text{ кв.}$, $U_6 = 5,6 \text{ кв.}$

10-5. ЗАРЯДКА И РАЗРЯДКА КОНДЕНСАТОРА В ЦЕПИ С СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Условие задачи

Источник энергии (рис. 10-10), э. д. с. которого $E = 120 \text{ в}$, внутреннее сопротивление $r_0 = 400 \text{ ом}$, при замыкании рубильника P в положение I заряжает конденсатор $C = 10 \text{ мкф}$. При переключении рубильника в положение II конденсатор разряжается через сопротивление $r = 2000 \text{ ом}$.

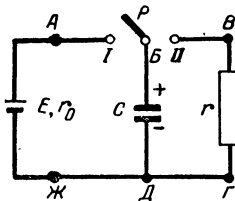


Рис. 10-10. Схема присоединения конденсатора и потребителя к источнику энергии.

Построить графики изменения напряжения и тока конденсатора при зарядке и разрядке. Вычислить энергию, расходуемую источником на зарядку конденсатора, и энергию, отдаваемую конденсатором при разрядке.

Решение задачи

1. Кривые тока и напряжения при зарядке конденсатора. После замыкания рубильника P (рис. 10-10) конденсатор начнет заряжаться. Постоянная времени цепи зарядки $ABДЖА$

$$\tau = r_0 C = 400 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 4 \text{ мсек.}$$

В процессе зарядки напряжение на конденсаторе нарастает по закону

$$u_C = E (1 - e^{-t/\tau}). \quad (10-4)$$

В этом выражении одна переменная величина — время t , прошедшее с момента включения рубильника P .

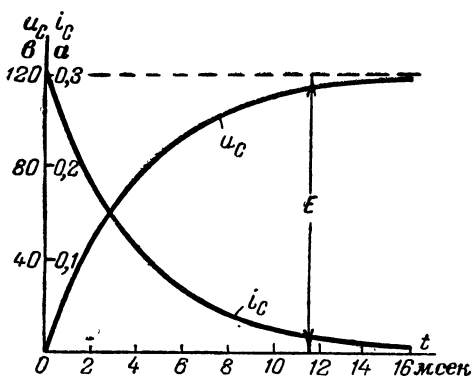


Рис. 10-11. Изменения напряжения на конденсаторе и тока в режиме зарядки.

Для различных моментов времени t значения u_C приведены в табл. 10-1. По этим значениям построен график u_C на рис. 10-11.

Ток зарядки определим как скорость изменения заряда на электродах конденсатора

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{dCu_C}{dt} = C \frac{du_C}{dt}.$$

При изменении напряжения емкости по закону (10-4) ток

$$i_C = E \frac{C}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{r_0} e^{-t/\tau} = \frac{120}{400} e^{-t/4} = 0,3 e^{-t/4},$$

Таблица 10-1

t , мсек	0	2	4	8	12	16
$e^{-t/4}$	1	0,61	0,37	0,135	0,05	0,018
u_C , в	0	47	75	104	114	118
i_C , а	0,3	0,183	0,111	0,040	0,015	0,005

В табл. 10-1 приведены значения тока зарядки, а на рис. 10-11 — график $i_C(t)$.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

А. В первый момент включения цепи можно считать емкость как бы замкнутой накоротко, так как напряжение $u_C=0$, а ток $i_C=E/r_0$ имеет максимальное значение,

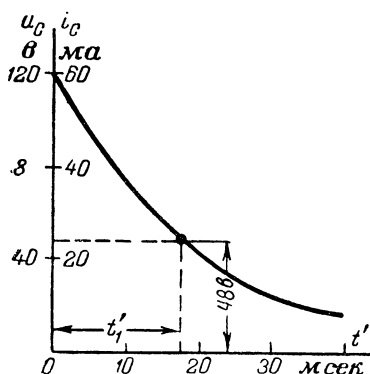


Рис. 10-12. Изменения напряжения на конденсаторе и тока в режиме разрядки.

зависящее только от величин $\mathcal{E}$, d , c и внутреннего сопротивления источника.

Б. Изменение напряжения на емкости при зарядке конденсатора с сопротивлением происходит аналогично изменению тока при включении цепи с сопротивлением и индуктивностью, что очевидно из сравнения графиков $u_C(t)$ на рис. 10-11 и $i_C(t)$ на рис. 9-18.

2. Кривые тока и напряжения при разрядке конденса-

тора. Если по окончании зарядки конденсатора до напряжения $u_C=E$ (установившийся режим) переключить рубильник P в положение II , то через сопротивление r в цепи БВГД пойдет ток за счет убывания энергии электрического поля конденсатора C . Конденсатор будет разряжаться через сопротивление r . Теоретически процесс зарядки конденсатора продолжается бесконечно долго, но практически его можно считать законченным

за время $t = (4-5)\tau$, так и процесс нарастания тока в цепи с сопротивлением и индуктивностью.

При разрядке конденсатора его напряжение убывает от максимального значения (в наших условиях 120 в) до нуля по закону

$$u_C = 120e^{-t'/\tau'}, \quad (10-5)$$

где постоянная времени цепи разрядки $\tau' = Cr = 10 \cdot 10^{-6} \times \times 2000 = 0,02 \text{ сек} = 20 \text{ мсек}$, а время t' отсчитывается от момента переключения рубильника P в положение II .

По выражению (10-5) построен график зависимости $u_C(t')$ на рис. 10-12.

Ток в емкости при ее разрядке равен току в сопротивлении r , а напряжение на емкости u_C — напряжению на сопротивлении u_r . Поэтому

$$i_C = \frac{u_C}{r} = \frac{120}{2000} e^{-t'/\tau'} = 0,06e^{-t'/\tau'},$$

т. е. кривая $u_C(t)$ в другом масштабе, указанном на рис. 10-12, служит графиком зависимости тока от времени $i_C(t')$.

3. Вычисление электрической энергии. При зарядке конденсатора источник отдает энергию

$$W_{\text{и}} = U^2 C = 120^2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,144 \text{ дж},$$

половина которой $U^2 C / 2 = W_{\text{э}} = 0,072 \text{ дж}$ запасается в электрическом поле конденсатора. Энергия $W_{\text{э}}$ расходуется при разрядке конденсатора.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Через какое время после переключения рубильника P можно прикасаться к зажимам сопротивления, если безопасным принять напряжение 48 в? Из графика (рис. 10-12) можно определить время $t'_1 = 17,5 \text{ мсек}$, в течение которого напряжение на конденсаторе при его разрядке упадет до 48 в.

Эту же величину t'_1 можно определить из выражения $u_C = 120e^{-t'_1/\tau'}$, приняв в нем $u_C = 48 \text{ в}$.

2. Как ускорить разрядку конденсатора? В ряде практических устройств постоянная времени цепи разрядки конденсатора измеряется многими десятками секунд. В таких случаях иногда необходимо ускорить разрядку конденсатора. Например, в схеме по рис. 10-10 надо было бы после переключения рубильника

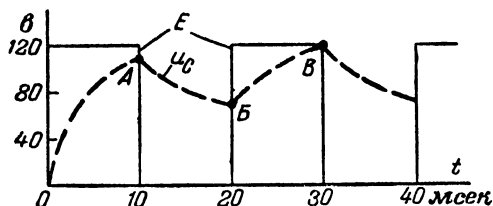


Рис. 10-13. К дополнительному вопросу 3, § 10-5.

ка P присоединить к зажимам $БД$ добавочное сопротивление $r_d \ll r$.

3. Как будут происходить зарядка и разрядка конденсатора, если источник будет включаться и выключаться через равные интервалы времени 10 мсек? При первом включении источника на-



Рис. 10-14. К дополнительному вопросу 4, § 10-5.

пряжение на конденсаторе будет возрастать по кривой $ОА$ (рис. 10-13, пунктир), перенесенной сюда с рис. 10-11. После пере-

ключения рубильника P разрядка конденсатора будет происходить по кривой $АБ$, аналогичной кривой рис. 10-12 (конденсатор не успел зарядиться до напряжения 120 в, поэтому разрядка начинается при меньшем начальном напряжении).

Следующая кривая зарядки ($БВ$ на рис. 10-13) аналогична по форме кривой первой зарядки $ОА$, но зарядка начинается не при равном нулю начальном напряжении на конденсаторе.

В дальнейшем участки зарядки и разрядки образуют периодическую кривую напряжения, имеющую пилообразную форму.

4. Какое назначение может иметь конденсатор, присоединенный к зажимам и с-

точника энергии? Часто в качестве источников постоянного тока применяются источники переменного тока с выпрямителями. Такие выпрямители дают, например, в радиоприемниках напряжение в виде отдельных полуволн синусоиды, показанных на рис. 10-14 сплошной кривой.

Если на зажимы выпрямителя включить конденсатор, то напряжение на конденсаторе и потребителе будет меньше пульсировать (пунктирная кривая на рис. 10-14), чем при отсутствии конденсатора.

Итак, в результате присоединения конденсатора сглаживается форма напряжения (уменьшаются пульсации).

10-6. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 10-1

224. К конденсатору емкостью $0,1 \text{ мкф}$ присоединен последовательно другой конденсатор. Общая емкость соединения $0,06 \text{ мкф}$. Вычислить емкость второго конденсатора.

225. Конденсаторы с емкостями $C_1 = 900 \text{ нф} \pm 10\%$ и $C_2 = 200 \text{ нф} \pm 5\%$ соединены параллельно. Вычислить максимальное и

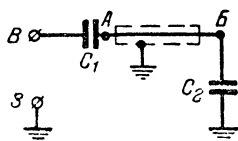


Рис. 10-15. К задаче 226.

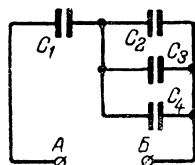


Рис. 10-16. К задаче 227.

минимальные значения общей емкости соединения, учитывая возможные погрешности величин емкостей.

226. Входные зажимы B и 3 прибора (рис. 10-15) присоединены соответственно к конденсатору емкостью $C_1 = 800 \text{ нф}$ и металлическому корпусу прибора. Конденсаторы C_1 и C_2 прибора соединены между собой проводником AB , помещенным в экран (металлический чулок), который тоже присоединен к корпусу. Вычислить входную емкость прибора (относительно зажимов B и 3), если емкость проводника AB относительно экрана равна 150 нф , а $C_2 = 50 \text{ нф}$.

227. Вычислить общую емкость соединения конденсаторов (рис. 10-16), если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1 \text{ мкф}$.

228. Определить пределы изменения общей емкости соединения (рис. 10-17), если $C_1 = 600 \text{ нф}$, $C_3 = 26,4 \text{ нф}$, а переменная емкость C_2 регулируется в пределах $30\text{—}600 \text{ нф}$.

229. У конденсатора C_2 (рис. 10-18) емкость изменяется в пределах 15—315 пф.

При каких величинах емкостей C_1 и C_3 общая емкость соединения будет изменяться в пределах 43,7—175 пф?

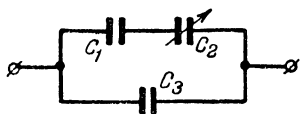


Рис. 10-17. К задаче 228.

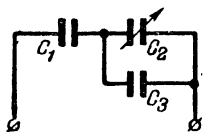


Рис. 10-18. К задаче 229.

Задачи к § 10-2

230. К зажимам A и B соединения конденсаторов (рис. 10-16) подведено напряжение 20 в.

Вычислить заряды конденсаторов и их напряжения, если $C_1 = 2$ мкф, $C_2 = 0,5$ мкф, $C_3 = 1$ мкф и $C_4 = 1,5$ мкф.

231. Определить величину заряда, которую покажет кулонметр в общей цепи предыдущей задачи после присоединения источника к зажимам A и B .

232. После замыкания ключа K (рис. 10-19) источник отдал в цепь заряд $4,4 \cdot 10^{-5}$ к и конденсатор C_3 зарядился до напряжения 1,2 кв.

Найти потенциалы точек B и B , приняв потенциал точки A равным нулю, а также величины емкостей C_3 и C_2 , если $C_1 = 10^4$ пф и $2C_2 = 3C_3$.

233. В цепи предыдущей задачи определить распределение потенциалов, если отношение величин сопротивлений изоляции конденсаторов C_2 и C_3 равно 1 : 9.

234. Конденсатор переменной емкости $C = 100$ —500 пф (см. рис. 10-3) зарядили при максимальной емкости от источника

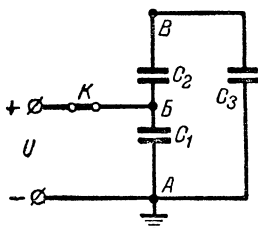


Рис. 10-19. К задаче 232.

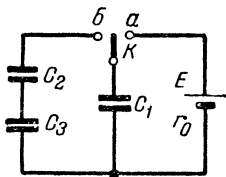


Рис. 10-20. К задаче 235.

с напряжением 20 в. Затем конденсатор отключили от источника и поворотом подвижных пластин установили минимальную емкость.

Вычислить напряжение на отключенном конденсаторе и энергию электрического поля при максимальной и минимальной емкостях.

235. Конденсатор емкостью $C_1 = 5 \text{ мкф}$ (рис. 10-20) зарядили от источника с э. д. с. $E = 24,8 \text{ в}$. Затем ключ K перевели в положение $б$.

Вычислить энергию, израсходованную источником на зарядку конденсатора C_1 , а также напряжения на всех конденсаторах после переключения ключа, если $C_2 = 2 \text{ мкф}$, $C_3 = 3 \text{ мкф}$.

236. Определить энергию всех конденсаторов предыдущей задачи, когда переключатель находится в положении $б$, и сравнить ее с энергией конденсатора C_1 до переключения.

237. Два конденсатора C_1 и C_2 , рассчитанные на одинаковые рабочие напряжения U , соединены последовательно.

Определить рабочее напряжение в процентах от U , которое можно подвести к их соединению, если $C_1 = 2C_2$.

Задачи к § 10-3

238. Плоский конденсатор имеет емкость 1450 пф , рабочее напряжение 600 в и площадь пластины 4 см^2 .

Вычислить расстояние между пластинами и запас прочности конденсатора, если в качестве диэлектрика используется слюда ($\epsilon = 6$; $\mathcal{E}_{пр} = 88 \text{ кв/мм}$).

239. Как изменятся емкость конденсатора предыдущей задачи и его рабочее напряжение (при том же запасе прочности), если заменить слюду парафинированной бумагой ($\epsilon = 4$; $\mathcal{E}_{пр} = 20 \text{ кв/мм}$).

240. Два плоских конденсатора с изоляцией из парафинированной бумаги ($\epsilon = 4,7$) и с одинаковой площадью пластин $S = 60 \text{ см}^2$ соединены последовательно.

Найти общую емкость соединения, если расстояние между пластинами $d_1 = 0,1 \text{ мм}$ и $d_2 = 0,15 \text{ мм}$.

241. Составить выражение для общей емкости двух последовательно соединенных плоских конденсаторов, имеющих площади пластин S_1 и S_2 , расстояния между пластинами d_1 и d_2 и одинаковый диэлектрик.

242. Два плоских конденсатора с одинаковой площадью пластин имеют соответственно проницаемости диэлектриков ϵ_1 и ϵ_2 и расстояния между пластинами d_1 и d_2 .

Определить отношение емкостей конденсаторов, если $\epsilon_1/\epsilon_2 = 2$ и $d_1/d_2 = 0,25$.

Задачи к § 10-4

243. Вычислить емкость двух коаксиальных цилиндров длиной 100 см , разделенных слоем воздуха, если внешний диаметр внутреннего цилиндра 40 мм и внутренний диаметр внешнего цилиндра 60 мм .

244. Медную жилу кабеля диаметром 16 мм нужно изолировать на напряжение 25 кв .

Найти толщину бумажной изоляции ($\epsilon = 4$; $\mathcal{E}_{пр} = 18 \text{ кв/мм}$), которую нужно нанести на жилу.

245. Цилиндрический конденсатор с внутренним радиусом $R_1 = 6 \text{ мм}$ и внешним радиусом $R_2 = 9 \text{ мм}$ имеет два слоя диэлектрика с проницаемостями $\epsilon_1 = 4$ и $\epsilon_2 = 5$. Радиус границы двух слоев $R = 7 \text{ мм}$. Вычислить максимальную напряженность поля в каждом слое изоляции, если к конденсатору приложено напряжение $U = 18,5 \text{ кв}$.

Задачи к § 10-5

246. Цепь, показанная на рис. 10-21, имеет следующие параметры: $E=500$ в; $r_0=100$ ом; $r=800$ ом; $C=100$ мкф.

Определить напряжения u_1 и u_2 и ток в цепи через 90 мсек после перевода ключа K в положение a .

247. В цепи предыдущей задачи (рис. 10-21) при замкнутом ключе K (в положении a) наступил установившийся режим. Затем ключ K перевели в положение b .

Определить напряжения u_1 и u_2 и ток в цепи через 80 мсек после переключения.

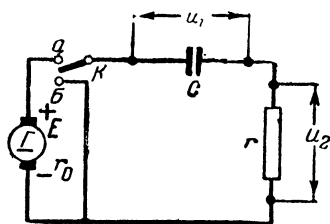


Рис. 10-21. К задаче 246.

248. Для цепи задачи 246 построить график изменения тока и напряжения на емкости за время, равное пяти постоянным времени τ . Вычислить энергию, которую отдаст источник, и его к. п. д. за все время зарядки.

249. Плоский конденсатор с бумажной изоляцией ($\epsilon=4$; удельная проводимость диэлектрика $\rho=5 \cdot 10^{10}$ ом $\cdot$ м) и напряжением между пластинами 1 кВ саморазряжается. За какое время напряжение между пластинами уменьшится до 50 в?

10-7. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 10

224. 0,15 мкф.
 225. 1 200 пф; 1 000 пф.
 226. 160 пф.
 227. 0,75 мкф.
 228. $55 \div 326$ пф.
 229. $C_1=350$ пф; $C_3=35$ пф.
 230. $Q_1=24 \cdot 10^{-6}$ Кл; $=24$ мкК; $Q_2=4$ мкК; $Q_3=8$ мкК; $Q_4=12$ мкК; $U_1=12$ в; $U_2=U_3=U_4=8$ в.
 231. $24 \cdot 10^{-6}$ Кл.
 232. $\varphi_B=2$ кВ; $\varphi_B=1,2$ кВ; $C_2=3 \cdot 10^4$ пф; $C_3=2 \cdot 10^4$ пф.
 233. $\varphi_B=2$ кВ; $\varphi_B=1,8$ кВ.
 234. 100 в; 10^{-7} Дж; $5 \cdot 10^{-7}$ Дж.
 235. $3 \cdot 10^{-3}$ Дж; 20 в; 8 в; 12 в.
 236. $1,24 \cdot 10^{-3}$ Дж; $1,5 \cdot 10^{-3}$ Дж.
 237. 150%.
 238. 0,015 мм; 2,2.
 239. Емкость уменьшится в 1,5 раза, а рабочее напряжение — в 4,4 раза.
 240. 1 000 пф.
 241. $C = \epsilon \epsilon_0 \frac{S_1 S_2}{S_1 d_2 + d_1 S_2}$.
 242. $C_1/C_2=8$.
 243. 139 пф.
 244. 1,52 мм.
 245. 8,9 кВ/мм и 6 кВ/мм.

246. 315 в; 164 в; 0,205 а.

247. 185 в; 205 в; 0,23 а.

248.

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$u_C, \text{ в}$	315	433	475	490	498,5
$i, \text{ ма}$	205,5	75	27,8	10	3,7

$W_H = 25 \text{ дж}$; $\eta = 0,5$.

249. 5,3 сек.

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

НЕРАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

11-1. ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН. ВЕКТОРНАЯ И ВОЛНОВАЯ ДИАГРАММЫ

Условие задачи

В двух последовательно соединенных генераторах синусоидального тока частоты $f = 50 \text{ гц}$ создаются электродвижущие силы (э. д. с.), смещенные по фазе на угол $\psi_{1,2} = 60^\circ$, но с одинаковыми максимальными значениями $E_{1m} = E_{2m} = 160 \text{ в}$.

Построить волновую и векторную диаграммы э. д. с. e_1 и e_2 генераторов и суммарной э. д. с. e . Вычислить действующие значения э. д. с. E_1 , E_2 и E .

Решение задачи

1. Получение требуемых э. д. с. Как было показано (§ 9-2), в прямоугольной рамке, вращающейся в однородном магнитном поле с угловой скоростью ω , индуцируется в каждый момент времени э. д. с. $e = E_m \sin \omega t$, где E_m — максимальное значение (амплитуда), а e — мгновенное значение.

Если одну рамку заменить двумя жестко связанными прямоугольными рамками P_1 и P_2 (рис. 11-1), смещенными в пространстве на угол 60° , то наводимые в рамках э. д. с. (соответственно e_1 и e_2) будут проходить нулевые, максимальные и все промежуточные значения со сдвигом по фазе на угол 60° ,

Принимая, что рамки начинают вращение из положения, указанного на рис. 11-1, получим мгновенные значения э. д. с. в рамках $e_1^r = E_{1m} \sin \omega t$ и $e_2 = E_{2m} \sin (\omega t + 60^\circ)$.

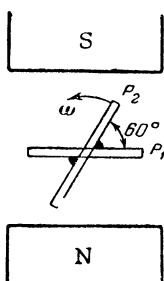


Рис. 11-1. Получение э. д. с., смещенных по фазе на угол 60° .

Рассматриваемые рамки могут служить генераторами в предлагаемой задаче.

2. Построение волновой диаграммы. На волновой диаграмме (рис. 11-2, б) синусоидальные величины изображаются графиками; чтобы их построить, нужно выяснить: какими значениями однозначно определяется синусоида?

Из выражения для мгновенного значения э. д. с. ясно, что синусоида определяется амплитудой, начальной фазой и частотой

$$e_1 = E_{1m} \sin \omega t = 160 \sin 2\pi \cdot 50t \text{ в;}$$

$$e_2 = E_{2m} \sin (\omega t + 60^\circ) = 160 \sin (2\pi \cdot 50t + 60^\circ) \text{ в.}$$

Действительно, зная амплитуду, начальную фазу и частоту, можно записать синусоидально изменяющуюся

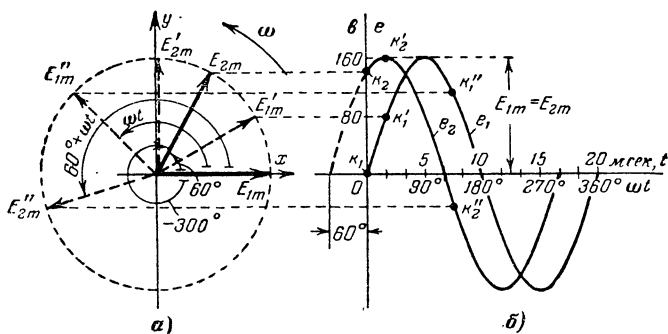


Рис. 11-2. Векторная (а) и волновая (б) диаграммы э. д. с.

величину и найти ее значение в любой момент времени. Например, в начальный момент времени ($t=0$ и $\omega t=0$) имеем:

$$e_1 = 160 \sin 0 = 0;$$

$$e_2 = 160 \sin 60^\circ = 139 \text{ в,}$$

т. е. график э. д. с. e_1 проходит через начало координат, а график э. д. с. e_2 начинается ординатой 139 в (точки k_1 и k_2 на рис. 11-2,б).

Найдем моменты времени (t) или ωt , когда э. д. с. первый раз достигают максимальных положительных значений. Из выражений для э. д. с. e_1 и e_2 получим:

$$e_1 = E_{1m} = 160 \text{ в при } \sin \omega t = 1 \text{ или } \omega t = 90^\circ = \frac{\pi}{2},$$

$$t = \frac{\pi/2}{\omega} = \frac{\pi}{2 \cdot 2\pi f} = \frac{1}{4 \cdot 50} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ сек} = 5 \text{ мсек};$$

$$e_2 = E_{2m} = 160 \text{ в при } \sin(\omega t + 60^\circ) = 1 \text{ или } \omega t + 60^\circ = 90^\circ; \omega t = 30^\circ = \frac{\pi}{6};$$

$$t = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{5}{3} \text{ мсек.}$$

Следующие максимальные положительные значения получаются через интервалы времени, равные целому числу периодов $T = 1/f = 1/50 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ сек} = 20 \text{ мсек}$. Например, следующий положительный максимум э. д. с. e_1 будет в момент времени $t = 5 + 20 = 25 \text{ мсек}$ или $\omega t = \pi/2 + 2\pi = 90^\circ + 360 = 450^\circ$.

Отрицательные максимумы э. д. с. наступают после положительных через интервал времени, равный половине периода $T/2 = 10 \text{ мсек}$. Например, первый отрицательный максимум э. д. с. e_2 получится в момент времени $t = \frac{5}{3} + 10 \text{ мсек}$ или $\omega t = \frac{\pi}{6} + \pi = 30^\circ + 180^\circ = 210^\circ$.

Для э. д. с. e_2 найдем еще момент времени, когда она первый раз равна нулю: $e_2 = 0$. Это будет при $\sin(\omega t + 60^\circ) = 0$, т. е. $\omega t + 60^\circ = 180^\circ$ или $\omega t = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$; $t \approx 6,7 \text{ мсек}$.

Если предположить $(\omega t + 60^\circ) = 0$, то получим $\omega t = -60^\circ = -\frac{\pi}{3}$. Это соответствует отрицательному моменту времени $t = -\frac{10}{3} \text{ мсек}$, т. е. моменту времени до выбранного начала вращения рамок.

Вычисляя для каждой синусоиды ряд мгновенных значений, можно построить графики э. д. с. e_1 и e_2 , которые показаны на рис. 11-2,б.

3. Построение векторной диаграммы. Векторы амплитуд э. д. с. E_{1m} и E_{2m} (рис. 11-2,а) строят так, чтобы их проекции на ось y в начальный момент времени ($t=0$) были равны ординатам графиков э. д. с. e_1 и e_2 в этот же момент времени (рис. 11-2,б). Действительно, для момента $t=0$ проекция вектора E_{2m} на ось y равна $E_{2m} \sin 60^\circ$, а проекция вектора E_{1m} — нулю.

Однако из векторной диаграммы можно получить не только начальные, но и все последующие мгновенные значения э. д. с. e_1 и e_2 . Для этого повернем векторы E_{1m} и E_{2m} против направления движения часовой стрелки, например на угол 30° (на рис. 11-2,а векторы E'_{1m} и E'_{2m} , показанные пунктиром). В новом положении проекция первого из векторов на ось y или $E_{1m} \sin 30^\circ = 160 \cdot 0,5 = 80$ в равна ординате точки k'_1 (рис. 11-2,б), а проекция второго вектора $E_{2m} \sin 90^\circ = E_{2m} = 160$ в — ординате точки k'_2 , т. е. эти проекции как раз соответствуют ординатам э. д. с. при $\omega t = 30^\circ$. Продолжая поворачивать векторы э. д. с., получим проекции на ось y , равные ординатам последующих точек графиков э. д. с. e_1 и e_2 .

Будем вращать векторы E_{1m} и E_{2m} , начиная с начального момента времени $t=0$, против направления движения часовой стрелки с угловой скоростью ω . Тогда в любой момент времени t их положение (E''_{1m} и E''_{2m}) определится углом ωt для вектора E_{1m} и углом $60^\circ + \omega t$ для вектора E_{2m} . Как следует из рис. 11-2,а проекции векторов на ось y в этот момент $E_{1m} \sin \omega t$ и $E_{2m} \sin (\omega t + 60^\circ)$ равны соответствующим ординатам графиков э. д. с. e_1 и e_2 (точки k''_1 и k''_2 на рис. 11-2,б).

Итак, вращая с угловой скоростью ω против направления движения часовой стрелки векторы E_{1m} и E_{2m} , можно получить в каждый момент времени проекции на ось y , равные мгновенным значениям э. д. с. e_1 и e_2 .

4. Построение графика и вектора суммарной э. д. с. генераторов. Вопрос о режиме работы последовательно соединенных генераторов постоянного тока очень прост. Поэтому прежде всего выясним: можно ли для цепей переменного тока применить ранее изученные законы последовательного соединения?

Очевидно, можно, если рассматривать мгновенные значения величин. Действительно, в каждый момент времени

суммарная э. д. с. равна алгебраической сумме э. д. с. отдельных генераторов. Это дает право построить график суммарной э. д. с. $e = E_m \sin(\omega t + \psi)$ (рис. 11-3,б) сложением ординат соответствующих точек графиков э. д. с. e_1 и e_2 (перенесены на рис. 11-3,б с рис. 11-2,б). Например, ордината точки a (рис. 11-3,б) равна сумме ординат

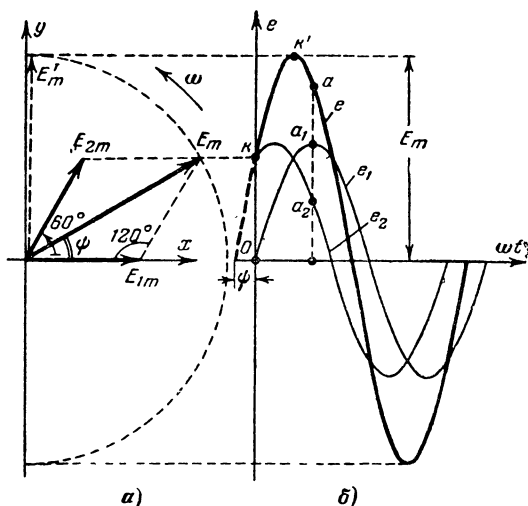


Рис. 11-3. Сложение двух э. д. с.

точек a_1 и a_2 графиков э. д. с. e_1 и e_2 для одного и того же момента времени t или ωt .

Полученному графику э. д. с. e соответствует вектор E_m (рис. 11-3,а), построенный геометрическим сложением вектора E_{1m} и E_{2m} . Соответствие графика э. д. с. e и векторов E_m подтверждается, например, совпадением начального (точка k) и максимального (точка k') значений э. д. с. e с проекциями на ось y вращающегося вектора E_m .

Итак, в отличие от мгновенных значений, которые суммируются алгебраически, векторы максимальных значений складываются геометрически.

5. Вычисление действующих значений э. д. с. Действующие значения синусоидально изменяющихся величин в $\sqrt{2}$ раз меньше максимальных (ампли-

туд) и поэтому $E_1 = E_2 = E_{1m}/\sqrt{2} = E_{2m}/\sqrt{2} = 0,707 \times 160 = 113$ в.

Для определения действующего значения суммарной э. д. с. нужно прежде всего вычислить ее максимальное значение E_m . Как это сделать?

В общем случае можно воспользоваться теоремой косинусов для одного из косоугольных треугольников (рис. 11-3,а). В поставленной задаче искомая амплитуда E_m является стороной равнобедренного треугольника, лежащей против угла 120° , и поэтому $E_m = \sqrt{3} E_{1m} = \sqrt{3} \cdot 160 = 277$ в, а $E = 0,707 E_m = 0,707 \cdot 277 = 196$ в.

Векторные диаграммы принято строить для действующих значений, а не амплитуд, и это условие в дальнейшем будет соблюдаться. Для векторной диаграммы решаемой задачи (рис. 11-3,а) достаточно изменить масштаб всех векторов в $\sqrt{2}$ раз, чтобы они выражали действующие значения.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как повлияет на режим цепи изменение начального положения рамок (рис. 11-1)? Допустим, что рамки P_1-P_2 повернули, например, на

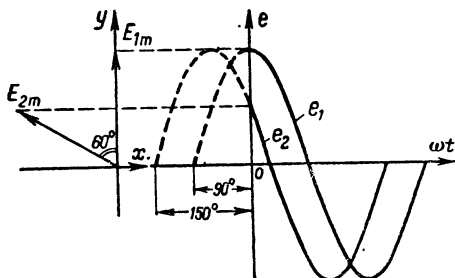


Рис. 11-4. Векторная и волновая диаграммы э. д. с. при увеличении начальных фаз на 90° .

четверть оборота в положительном направлении (против направления движения часовой стрелки) и приняли их новое положение соответствующим начальному моменту вращения. В таком случае начальные фазы э. д. с. рамок

увеличатся на 90° и мгновенные значения надо записать в виде:

$$e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ);$$

$$e_2 = E_{2m} \sin(\omega t + 150^\circ).$$

Указанные изменения приведут к повороту векторной диаграммы (рис. 11-3, а) на 90° в направлении, обратном направлению движения часовой стрелки (рис. 11-4), и к смещению начала координат на волновой диаграмме таким образом, чтобы в момент $t=0$ э. д. с. e_1 и э. д. с. e_2 равнялись $E_{1m} \sin 90^\circ = E_{1m}$ и $E_{2m} \sin 150^\circ$ (рис. 11-4).

Сдвиг по фазе между синусоидальными величинами (в нашем случае 60°), а также максимальные и действующие значения остаются прежними.

2. Почему вращающиеся векторы фиксируются на диаграмме в их начальном положении? Поскольку диаграммы (рис. 11-2, 11-3, 11-4) построены для синусоидальных величин одинаковой частоты $f=50$ гц, то между векторами, вращающимися с одинаковой угловой частотой $\omega=2\pi f=314$ 1/сек, сохраняются неизменные фазовые сдвиги и диаграмму можно зафиксировать для любого момента времени. Однако, располагая векторы в их начальном положении, можно отметить на векторной диаграмме, если это необходимо, не только действующие или амплитудные значения и сдвиги по фазе, но и начальные фазы.

3. Можно ли одну и ту же начальную фазу выразить и положительным и отрицательным углом? Положительные углы отсчитываются от оси x в направлении, обратном направлению движения часовой стрелки, а отрицательные — по направлению ее движения. Поэтому, например, можно считать угол 60° равным -300° (рис. 11-2, а).

4. Как записать мгновенное значение суммарной э. д. с. $e = E_m \sin(\omega t + \psi)$ (рис. 11-3)? В задаче вычислено максимальное значение э. д. с. $E_m = 277$ в. Начальную фазу ψ вектора E_m легко определить, если учесть, что он направлен по диагонали ромба, и потому $\psi = 0,5 \cdot 60 = 30^\circ$. В общем случае этот угол можно определить по формуле

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{E_{1m} \sin \psi_1 + E_{2m} \sin \psi_2}{E_{1m} \cos \psi_1 + E_{2m} \cos \psi_2};$$

где ψ_1 и ψ_2 — начальные фазы суммируемых э. д. с. e_1 и e_2 . В поставленной задаче $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 60^\circ$, поэтому

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{160 \cdot 0 + 160 \cdot 0,866}{160 + 160 \cdot 0,5} = \frac{160 \cdot 0,866}{240} = 0,57 \text{ и } \psi = 30^\circ.$$

Следовательно,

$$e = 277 \sin(\omega t + 30^\circ) = 277 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ в.}$$

5. Целесообразно ли применять последовательное соединение генераторов переменного тока? Величина суммарной э. д. с. e (рис. 11-3) зависит не только от амплитуд э. д. с. e_1 и e_2 отдельных генераторов, но и от фазового сдвига $\psi_{1,2}$ между ними. При совпадении фаз ($\psi_{1,2} = 0$) амплитуда суммарной э. д. с. $E_m = E_{1m} + E_{2m} = 160 + 160 = 320$ в. При противофазном включении ($\psi_{1,2} = 180^\circ$) получится $E_m = E_{1m} - E_{2m} = 0$.

Таким образом, последовательное соединение генераторов переменного тока затруднено необходимостью согласования фаз.

11-2. ЦЕПЬ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Условие задачи

В цепи (рис. 11-5), содержащей последовательно соединенные сопротивление $r = 30$ ом и индуктивность $L =$

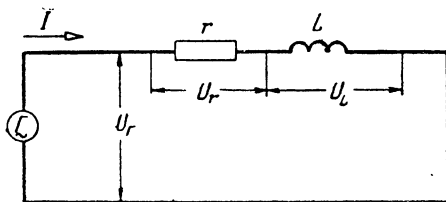


Рис. 11-5. Последовательная цепь с параметрами r и L .

$= 127$ мГн, проходит синусоидальный ток, частота которого $f = 50$ Гц, амплитуда $I_m = 6,2$ а и начальная фаза равна нулю.

Вычислить напряжения на участках цепи U_r и U_L и на ее зажимах U_Γ , а также мощность, отдаваемую питающим генератором.

Решение задачи

1. Напряжение на сопротивлении r . По условию задачи в цепи проходит синусоидальный ток. Он каждое мгновение создает на сопротивлении r падение напряжения $u_r = ir = I_m \sin \omega t \cdot r = I_m r \sin \omega t = 6,2 \cdot 30 \sin \omega t = 186 \sin \omega t$ в, откуда максимальное значение напряжения на сопротивлении r равно $U_{rm} = I_m r = 186$ в, а действующее $U_r = \frac{U_{rm}}{\sqrt{2}} = \frac{186}{\sqrt{2}} = 132$ в или $U_r = Ir = \frac{I_m}{\sqrt{2}} r = \frac{6,2}{\sqrt{2}} \cdot 30 = 4,4 \cdot 30 = 132$ в.

Таким образом, для сопротивления r напряжение и ток взаимосвязаны таким же соотношением, как и в цепи постоянного тока.

Можно ли провести аналогию между постоянным и синусоидальным токами в индуктивности?

Оказывается, нельзя. Постоянный ток не индуцирует э. д. с. самоиндукции и при постоянном токе напряжение на индуктивности $u_L = 0$.

Другая картина при переменном токе. В индуктивности возникает э. д. с. самоиндукции, которая существенно изменяет процессы в цепи. Перейдем к ее определению.

2. Определение э. д. с. самоиндукции и напряжения на индуктивности. Переменный ток $i = I_m \sin \omega t$ (рис. 11-6), проходящий в индуктивности, наводит э. д. с. самоиндукции $e = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = -LI_m \omega \cos \omega t$ или, учитывая, что $-\cos \omega t = \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$, э. д. с. $e = I_m \omega L \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$. В нашем случае $e = 6,2 \cdot 314 \cdot 0,127 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = 248 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ в.

В полученном выражении величина, стоящая перед

функцией $\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, выражает максимальное значение э. д. с. $E_{Lm} = 248$ в; угол $(-\pi/2)$ выражает начальную фазу э. д. с.

По уравнению мгновенного значения э. д. с. построен график e (рис. 11-6, б), который легко проверить по двум характерным точкам:

при $\omega t = 0$ э. д. с. $e = 248 \sin(-\pi/2) = -248$ в;

при $\omega t = \frac{\pi}{2}$ э. д. с. $e = 248 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 0$.

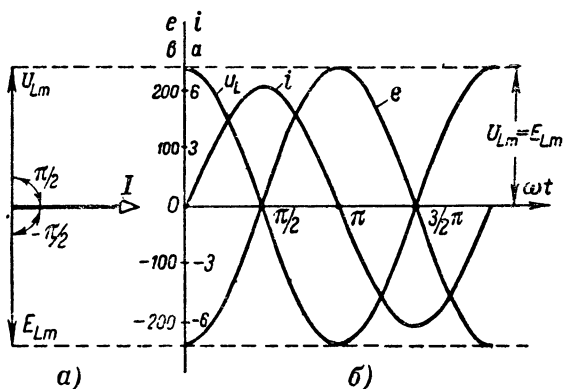


Рис. 11-6. Э. д. с., напряжение и ток на участке с индуктивностью.

Итак, э. д. с., наводимая в индуктивности, имеет максимальное отрицательное значение при токе $i=0$ и равна нулю при $i=I_m$. Иначе говоря, э. д. с. отстает по фазе на угол $\pi/2$ относительно тока (рис. 11-6).

Наблюдаемый фазовый сдвиг объясняется тем, что величина э. д. с. e зависит не от величины тока, а от скорости его изменения di/dt .

Теперь легко объяснить, как появляется напряжение на индуктивности u_L — это часть напряжения генератора, уравновешивающая э. д. с. e . Поэтому напряжение u_L равно по величине э. д. с. e , но противоположно ей по знаку. Соответственно на рис. 11-6 построены график $u_L = -e$ и вектор $\bar{U}_{Lm} = -\bar{E}_{Lm}$. Из графика и диаграммы следует, что напряжение на индуктивности опере-

жает ток по фазе на угол $\pi/2$ или $u_L = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 248 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, в.

Действующее значение напряжения $U_L = 0,707 \cdot 248 = 176$ в.

3. Векторная диаграмма. В соответствии с амплитудами и начальными фазами мгновенных значений тока i , напряжения u_r на активном сопротивлении (их начальные фазы равны нулю) и напряжения индуктивности u_L (начальная фаза $\pi/2$) построена векторная диаграмма (рис. 11-7) и найдена величина вектора напряжения на зажимах цепи или напряжения питающего генератора по правилам сложения векторов:

$$U_{\Gamma} = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = \\ = \sqrt{(132)^2 + (176)^2} = 220 \text{ в.}$$

4. Вычисление сопротивлений. Треугольник сопротивлений. В рассматриваемой цепи различают три вида сопротивлений: активное, индуктивное и полное.

Активное $r = 30$ ом задано; индуктивное $x_L = \frac{U_L}{I} = \frac{176}{4,4} = 40$ ом; его можно вычислить и иначе:

$$x_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,127 = 40 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление

$$z = \frac{U_{\Gamma}}{I} = \frac{220}{4,4} = 50 \text{ ом,}$$

или

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ ом.}$$

Здесь естественно выяснить, существует ли взаимосвязь между сопротивлением элемента цепи и соответствующим напряжением. В нашем случае $r : x_L : z =$

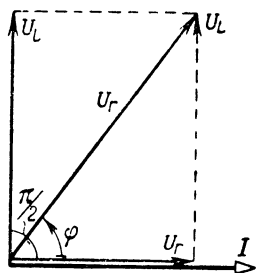


Рис. 11-7. Векторная диаграмма для цепи из последовательно включенных активного сопротивления и индуктивности.

$$= 30:40:50 = 3:4:5 \quad \text{и} \quad U_r:U_L:U_\Gamma = 132:176:220 = 3:4:5.$$

Случайно, ли такое совпадение? Конечно нет. Каждое из напряжений пропорционально соответствующему сопротивлению; так, $U_r = Ir$; $U_L = Ix_L$ и $U_\Gamma = Iz$, и потому

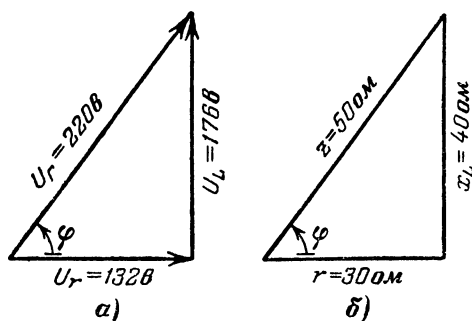


Рис. 11-8. Треугольники напряжений (а) и сопротивлений (б) для цепи из последовательно включенных активного сопротивления и индуктивности.

можно для сопротивлений построить треугольник (рис. 11-8, б), подобный треугольнику напряжений (рис. 11-7 и 11-8, а).

Если выбрать для напряжений и сопротивлений треугольники с одинаковыми длинами сторон (25, 32 и 40 мм на рис. 11-8), то масштабы напряжений $M_U = \frac{132}{25} = 5,28 \text{ в/мм}$ и сопротивлений $M_r = \frac{30}{25} = 1,2 \text{ ом/мм}$ будут отличаться в $\frac{M_U}{M_r} = \frac{5,28}{1,2} = 4,4$, т. е. в 4 раз.

Из треугольников напряжений и сопротивлений угол φ сдвига по фазе между напряжением на зажимах цепи U_Γ и током в цепи I определяется выражениями:

$$\cos \varphi = \frac{U_r}{U_\Gamma} = \frac{r}{z} = \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_r} = \frac{x_L}{r} = \frac{4}{3} = 1,33,$$

откуда фазовый сдвиг между напряжением и током $\varphi \approx 53^\circ$.

Итак, в неразветвленной цепи с активным сопротивлением r и индуктивным x_L напряжение на зажимах цепи опережает по фазе ток на угол φ , зависящий от отношения x_L/r .

5. Вычисление мощностей. Построив графики мгновенных значений напряжения $u_r = 220 \sqrt{2} \sin(\omega t + 53^\circ) = 310 \sin(\omega t + 53^\circ)$ и тока $i = 6,2 \sin \omega t$ (рис. 11-9), определим ординаты ряда точек обеих кривых (табл. 11-1) и по ним вычислим значения мгновенной мощности $p = u_r i$ для тех же углов.

Т а б л и ц а 11-1

ωt , град	-53°	-30°	0	30	37	60	90	120	127	150	180
u_r , в	0	121	248	307	310	285	186	37,8	0	-121	-218
i , а	-4,95	-3,1	0	3,1	3,72	5,37	6,2	5,37	4,95	3,1	0
p , вт	0	-375	0	952	1 150	1 530	1 150	203	0	-375	0

График мощности, построенный на рис. 11-9 по точкам табл. 11-1, представляет собой синусоиду двойной

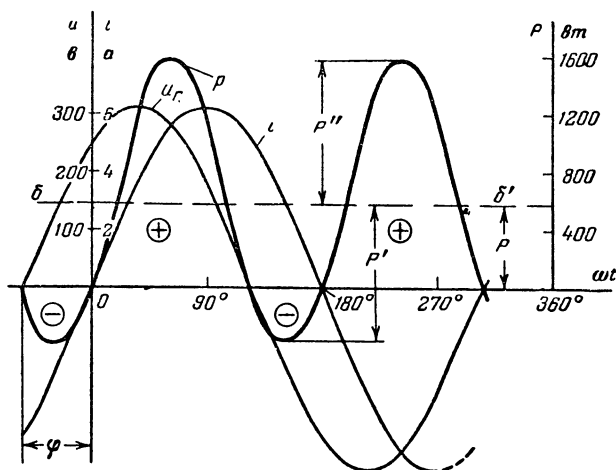


Рис. 11-9. Графическое определение средней мощности.

частоты, среднее значение которой за период — активную мощность P — легко определить графически. Для этого надо провести ось симметрии синусоиды $\delta - \delta'$ ($P' = P''$), которая проходит на уровне $P = 581$ *вт*.

Хотя графический способ наглядно раскрывает понятие средней мощности, вычислить ее проще аналитически, а именно:

$$P = U_r I \cos \varphi = 220 \cdot 4,4 \cdot 0,6 = 581 \text{ вт.}$$

Поскольку $U_r \cos \varphi = U_r$ (рис. 11-7), то $P = U_r \cos \varphi \cdot I = U_r I = I r I = I^2 r$.

Кроме активной мощности P , связанной с активным сопротивлением r , на переменном токе еще пользуются величинами: реактивной мощности $Q = U_r I \sin \varphi = I^2 x_L$ и пол-

ной мощности $S = UI = I^2 z$; в нашем случае $Q = 220 \cdot 4,4 \cdot 0,8 = 774$ *вар* (вольт-ампер реактивных) и $S = 220 \cdot 4,4 = 968$ *ва* (вольт-ампер).

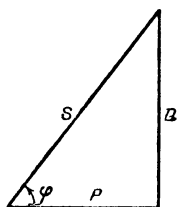


Рис. 11-10. Треугольник мощностей.

6. Треугольник мощностей. Активная мощность P , реактивная Q и полная S пропорциональны величинам сопротивлений r , x_L и z , что позволяет построить треугольник мощностей (рис. 11-10), подобный треугольникам напряжений и сопротивлений (рис. 11-8).

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как применяются законы Кирхгофа при синусоидальном токе? Для мгновенных значений синусоидальных токов и напряжений законы Кирхгофа применяются так же, как и при постоянном токе; поэтому в нашем случае $u_r + u_L = u_r$. Но для действующих или максимальных значений напряжений и токов уравнения по законам Кирхгофа следует составлять в векторной форме, применяя геометрическое сложение.

2. Как объяснить отсутствие тока в цепи ($i = 0$) в некоторые моменты времени при наличии напряжения на ее зажимах и наоборот, наличие тока при $u_r = 0$?

В моменты времени, когда напряжение генератора u_r уравновешивается равной по величине, но встречно направленной э. д. с. e_L , ток в цепи $i = 0$. Так, например, при

$t=0$ ($\omega t=0$) $u_r=248$ в (рис. 11-9 и табл. 11-1), а э. д. с. $e_L=-248$ в (рис. 11-6).

С другой стороны, в моменты времени, когда $u_r=0$, ток в цепи поддерживается э. д. с. самоиндукции.

3. Что такое „отрицательная мощность“? Мгновенная мощность генератора отрицательна (рис. 11-9) в промежутке времени, когда ток i и напряжения u_r имеют разные знаки, т. е. ток в цепи направлен навстречу напряжению u_r .

В этих условиях генератор оказывается в режиме потребителя энергии, получаемой от катушки индуктивности. Конечно, эта энергия была в предыдущую часть периода накоплена в магнитном поле катушки и генератор работал в режиме источника.

Итак, отрицательный знак мгновенной мощности показывает, что генератор не отдает энергию катушке, а получает ее от катушки.

4. Существуют ли катушки индуктивности без активных сопротивлений и реостаты без индуктивностей? Любой проводящий контур или катушка, потёкосцепление которых Ψ при токе i , обладает индуктивностью $L=\Psi/i$.

Одиночный прямой провод (обратный провод достаточно удален) имеет очень малое отношение Ψ/i . Величина L возрастает для провода, свернутого кольцом, и значительно увеличивается для многовитковой катушки (витки намотаны в одном направлении), особенно если она имеет магнитопровод с большой магнитной проницаемостью. Для такой катушки индуктивное сопротивление получается много больше активного (особенно на повышенной частоте), так что иногда активным сопротивлением можно пренебречь. Тогда катушка характеризуется только индуктивностью.

Реостаты обладают некоторой индуктивностью, зависящей от их устройства. Величина L очень мала для водяных и мастичных реостатов, но имеет заметную величину для многовитковых катушечных реостатов.

Итак, не существует идеальных индуктивных (x_L) или активных (r) сопротивлений. Но к идеальным условиям можно приблизиться, выполнив устройства с $x_L \gg r$ или $r \gg x_L$.

5. Почему индуктивное сопротивление зависит от частоты тока? Э. д. с. e_L , наводимая в индуктивности, препятствует («сопротивляется») изменению тока в цепи (закон Ленца), и в этом причина появления индуктивного сопротивления. С увеличением частоты тока f , а значит и скорости его изменения, возрастает э. д. с. в катушке, что приводит к увеличению ее сопротивления: $x_L = 2\pi fL$.

6. Каким будет сопротивление рассматриваемой цепи, если ее питать от источника постоянного тока? Для постоянного тока $f=0$ и $x_L = 2\pi fL = 0$, а поэтому полное сопротивление $z=r$. В нашем случае оно уменьшается с 50 до 30 ом.

Присоединив катушку индуктивности к источнику постоянного тока с напряжением U , можно найти ее активное сопротивление $r=U/I$, где I — ток в катушке. (В действительности активное сопротивление вследствие так называемого поверхностного эффекта увеличивается с ростом частоты. При частоте 50 гц увеличение сопротивления заметно только у проводников большого поперечного сечения.)

Если цепь с большой индуктивностью и очень малым активным сопротивлением (например, трансформатор) ошибочно включить в сеть постоянного тока вместо переменного, то в цепи пойдет ток, значительно превышающий номинальный, что недопустимо.

7. Можно ли катушку индуктивности считать потребителем энергии, если ее активным сопротивлением пренебречь? Полагая в рассматриваемой цепи $r=0$, имеем:

$$\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0 \text{ и } P = U_{\Gamma} I \cos \varphi = 0,$$

т. е. катушка индуктивности без активного сопротивления или, как говорят, без потерь не потребляет электрической энергии $W=Pt$, несмотря на наличие тока в цепи и напряжения на ее зажимах.

8. Какой знак имеет фазовый угол φ ? Если напряжение опережает ток, то фазовый угол считают положительным ($\varphi > 0$), так, в нашей задаче $\varphi = +53^\circ$. В этом случае x_L и Q у треугольников сопротивлений и мощностей откладываются в положительном направлении оси y , если r и P отложены в положительном направлении оси x .

Итак, в цепи, содержащей активное сопротивление r и индуктивное x_L , считаются положительными φ , x_L и Q .

11-3. ЦЕПЬ, СОСТОЯЩАЯ ИЗ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И КАТУШКИ ИНДУКТИВНОСТИ

Условие задачи

Двигатель электрической бритвы (типа «Харьков») присоединяется к сети переменного тока напряжением 220 в ($f=50$ гц) через последовательно включенное («гасящее») активное сопротивление r . Этот же двигатель включается непосредственно (без «гасящего» сопротивления) в сеть переменного тока напряжением 127 в; при этом активная мощность $P_d=8$ вт, а $\cos \varphi_d=0,85$ ($\varphi_d=31^\circ 50'$).

Составить эквивалентную электрическую схему электробритвы, вычислить параметры схемы, а также ток в цепи и напряжения на ее участках.

Решение задачи

1. Эквивалентная электрическая схема а. Принцип действия электрического двигателя, как было показано (гл. 9), основан на взаимодействии магнитного поля и проводов с токами, а потому он является активно-индуктивным приемником энергии, который характеризуется эквивалентными параметрами r_d и L_d (рис. 11-11). В соответствии с условием задачи предусмотрено переключение напряжения сети ключом K (рис. 11-11) на 127 в (верхнее положение) и 220 в (нижнее положение).

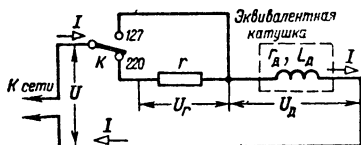


Рис. 11-11. Схема питания двигателя на два напряжения.

Имеется ли у рассматриваемой цепи сходство с предыдущей (§ 11-2)? Если ключ K (рис. 11-11) установлен в положение 127 в, то эта цепь состоит из катушки, имеющей активное сопротивление r_d и индуктивность L_d , т. е. она аналогична предыдущей; ее параметры можно вычислить уже рассмотренными методами.

2. Вычисление эквивалентных параметров двигателя. В режиме питания двигателя от сети 127 в ток в его цепи

$$I = \frac{P_{\text{д}}}{U \cos \varphi_{\text{д}}} = \frac{8}{127 \cdot 0,85} = 0,074 \text{ а} = 74 \text{ ма},$$

эквивалентное активное сопротивление

$$r_{\text{д}} = \frac{P_{\text{д}}}{I^2} = \frac{8}{(0,074)^2} = 1460 \text{ ом} = 1,46 \text{ ком.}$$

Как следует из треугольника сопротивлений для аналогичной цепи (рис. 11-8,б),

$$x_{\text{д}} = r_{\text{д}} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\text{д}},$$

или в нашем случае $x_{\text{д}} = r_{\text{д}} \cdot \operatorname{tg} 31^{\circ}50' = 1460 \cdot 0,62 = 906 \text{ ом.}$

Полное эквивалентное сопротивление двигателя

$$z_{\text{д}} = \frac{r_{\text{д}}}{\cos \varphi_{\text{д}}} = \frac{1,46}{0,85} = 1,72 \text{ ком},$$

или оно же по закону Ома

$$z_{\text{д}} = \frac{U}{I} = \frac{127}{0,074} = 1,72 \text{ ком.}$$

3 Вычисление добавочного сопротивления r . Это сопротивление включается последовательно к рассмотренной катушке с параметрами $r_{\text{д}}$ и $L_{\text{д}}$ в ре-

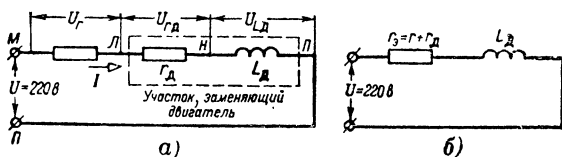


Рис. 11-12. Схемы, эквивалентные показанной на рис. 11-11.

жиме питания от сети 220 в (ключ K в положении, показанном на рис. 11-11).

Можно ли эту новую цепь преобразовать так, чтобы она содержала один участок только с активным сопротивлением, а другой — только с индуктивностью (аналогично рис. 11-5)?

Для этого достаточно представить активное сопротивление и индуктивность катушки раздельно (рис. 11-12,а), а затем составить эквивалентную схему

(рис. 11-12,б), которая совершенно аналогична цепи рис. 11-5.

Для цепи (рис. 11-12,б) с параметрами r_3 и L_d имеем треугольник сопротивлений, построенный на

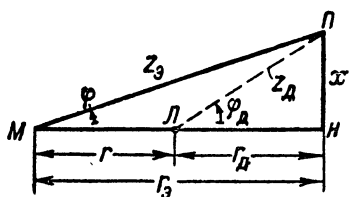


Рис. 11-13. Треугольники сопротивлений цепи рис. 11-11.

рис. 11-13 аналогично рис. 11-8,б. В треугольнике $МПН$ (рис. 11-13) нас интересует неизвестная величина r_3 , но для определения пока мало данных: известна только одна величина (x_d) и нужно найти еще один его параметр.

Учитывая, что ток в двигателе должен быть одинаковым для обоих режимов питания, вычислим полное эквивалентное сопротивление цепи (рис. 11-12)

$$z_3 = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,074} = 2980 \text{ ом} = 2,98 \text{ ком.}$$

Далее из треугольника сопротивлений (рис. 11-13) находим:

$$r_3 = \sqrt{z_3^2 - x_d^2} = \sqrt{(2,98)^2 - (0,906)^2} = 2,84 \text{ ком.}$$

Искомое добавочное сопротивление

$$r = r_3 - r_d = 2,84 - 1,46 = 1,38 \text{ ком.}$$

Разделив r_3 на части, пропорциональные величинам r и r_d , получим точку $Л$ (рис. 11-13) и треугольник сопротивлений $ЛПН$ для участка цепи $ЛПН$ (рис. 11-12,а), т. е. для катушки индуктивности, эквивалентной двигателю.

4. Вычисление напряжений. При расчете напряжений в цепях переменного тока целесообразно

пользоваться векторной диаграммой. Построим ее для исходной цепи (рис. 11-11) при питании от сети 220 в.

Принимая, как и раньше (рис. 11-7), начальную фазу тока равной нулю, построим вектор напряжения U_r (рис. 11-11), совпадающий по фазе с вектором тока I (рис. 11-14). Вектор напряжения U_d (рис. 11-11) опере-

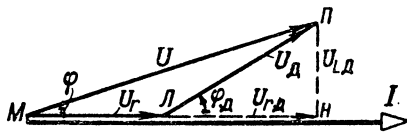


Рис. 11-14. Векторная диаграмма цепи рис. 11-11.

жает по фазе вектор тока на уже известный угол $\varphi_d = 31^\circ 50'$.

Напряжение на зажимах цепи (вектор U на рис. 11-14) равно геометрической (векторной) сумме напряжений на участках цепи U_r и U_d . Векторы U_{rd} и U_{Ld} , показанные на рис. 11-14 пунктиром (см. дополнительный вопрос 3 к этой задаче), соответственно выражают напряжения на активном и индуктивном сопротивлениях катушки.

Вычислим величины напряжений, показанных на рис. 11-14,

$$U_r = Ir = 0,074 \cdot 1380 = 102 \text{ в};$$

$$U_{rd} = Ir_d = 0,074 \cdot 1460 = 108 \text{ в};$$

$$U_{Ld} = Ix_d = 0,074 \cdot 906 = 67 \text{ в};$$

$$U_d = Iz_d = 0,074 \cdot 1720 = 127 \text{ в}.$$

Для проверки вычислений можно пользоваться некоторыми соотношениями, которые следуют из векторной диаграммы (рис. 11-14)

$$U = \sqrt{(U_r + U_{rd})^2 + (U_{Ld})^2} = \sqrt{(102 + 108)^2 + (67)^2} = 220 \text{ в},$$

а также

$$U_d = \sqrt{U_{rd}^2 + U_{Ld}^2} = \sqrt{108^2 + 67^2} = 127 \text{ в}.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Почему построение векторной диаграммы последовательной цепи рекомендуется начинать с вектора тока? Во всех участках неразветвленной цепи ток имеет одно и то же значение, что позволяет построить вектор общего тока I и относительно него ориентировать напряжения на участках в соответствии с их фазовыми сдвигами.

2. Как взаимосвязаны диаграммы сопротивлений (рис. 11-13) и напряжений (рис. 11-14) со схемой цепи? На принципиальной схеме (рис. 11-12,а) и рассматриваемых диаграммах соответствующие точки обозначены одинаково (M , L , N , P), что облегчает выявление взаимосвязи любого участка цепи и соответствующего ему сопротивления или напряжения. Так, например, участку цепи MN

(рис. 11-12,а) соответствует на рис. 11-13 сопротивление r_a и на рис. 11-14 — напряжение $U_r + U_{rd}$, а участку цепи ЛП — сопротивление z_d и напряжение U_d .

3. Существуют ли отдельно напряжения U_{rd} и U_{Ld} (рис. 11-14)? Эти напряжения могут существовать каждое в отдельности только в эквивалентной цепи (рис. 11-12,а), где их можно, например, измерить вольтметром на соответствующих участках. Но у исходной цепи (рис. 11-11), как и у двигателя, их можно только вычислить и нельзя измерить, так как эти активное и индуктивное сопротивления не разделены и на зажимах двигателя существует результирующее напряжение U_d .

4. Можно ли для уменьшения напряжения на двигателе использовать добавочное реактивное сопротивление вместо активного? Применение активного добавочного сопротивления для уменьшения напряжения на двигателе приводит в наших условиях почти к удвоению расхода энергии, так как $r = 1380 \text{ ом}$ близко по значению к $r_d = 1460 \text{ ом}$, а расход энергии связи только с активными сопротивлениями цепи. С этой точки зрения на переменном токе целесообразно применять для ослабления (деления) напряжения реактивные сопротивления (катушки индуктивности, или конденсаторы — рассматриваются дальше, § 11-5), так как эти сопротивления не потребляют электрической энергии (см. § 11-2, дополнительный вопрос 7). Здесь не учитываются возможные активные сопротивления реактивных элементов.

Однако применение реактивных сопротивлений на частоте 50 гц затруднено их большими размерами. Действительно, в нашем случае, например, индуктивность $L = x_L / 2\pi f$ (величина в несколько генри) имела бы размеры и особенно вес значительно больше, чем сопротивление r мощностью около 8 вт.

Кроме этого, электробритва «Харьков» (и соответственно электрическая цепь этой задачи) рассчитана на питание как от сети переменного, так и от сети постоянного тока, а для второго случая возможно применение только активного добавочного сопротивления.

5. Изменится ли напряжение на двигателе, если цепь (рис. 11-11) питать постоян-

ным током? Если электробритву «Харьков» присоединить к сети постоянного тока (см. предыдущий вопрос) и принять мощность двигателя такой же (8 вт) при заданном напряжении (127 в), то эквивалентное сопротивление двигателя (в данном случае только активное) $r_{д0} = U^2/P = (127)^2/8 = 2000$ ом возрастает ($r_{д0} > z_{д}$).

Кроме того, изменится характер распределения напряжения в цепи (рис. 11-11). На переменном токе справедливо векторное уравнение: $\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_d$ (рис. 11-14); на постоянном токе эти напряжения связаны алгебраически $U = U_r + U_d$. В результате при питании от сети постоянного тока напряжением 220 в окажется, что

$$U_d = \frac{U r_{д0}}{r + r_{д0}} = 130 \text{ в.}$$

Сравнительно небольшое изменение напряжения (130 в вместо 127 в) получилось потому, что в эквивалентном сопротивлении двигателя в цепи переменного тока преобладает активная составляющая ($r_d > x_d$).

В общем случае распределение напряжения в цепи при постоянном токе существенно отличается от распределения напряжения в той же цепи при переменном токе.

11-4. ЦЕПЬ С ДВУМЯ КАТУШКАМИ ИНДУКТИВНОСТИ

Условие задачи

В электрической цепи (рис. 11-15) измерительные приборы показывают: напряжения на катушках $U_1 =$

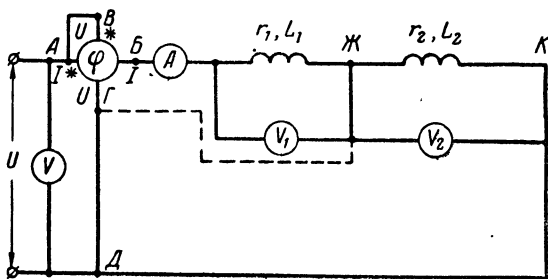


Рис. 11-15. Цепь с последовательным включением двух участков, каждый из которых содержит активное сопротивление и индуктивность.

$=30$ в и $U_2=40$ в и на зажимах цепи $U=60$ в, ток $I=0,4$ а, сдвиг по фазе $\varphi=55^\circ$.

Определить параметры катушек (r , L), если частота тока $f=400$ гц.

Решение задачи

1. Пути решения задачи. На первый взгляд может показаться, что можно свести эту задачу к предыдущей, введя эквивалентные параметры $r_0=r_1+r_2$ и $x_{L0}=x_{L1}+x_{L2}$, по которым можно составить эквивалентную схему цепи, аналогичную рассмотренной выше (рис. 11-12,б). Этот путь возможен, но он не является предпочтительным, так как по условию задачи не даны параметры катушек и потому нельзя сразу определить r_0 и x_{L0} .

Целесообразнее начать решение с непосредственного использования заданных напряжений, что можно сделать, построив векторную диаграмму.

2. Построение векторной диаграммы. Напряжение U , подведенное к фазометру, сдвинуто по фазе относительно тока на угол 55° . Этот угол цепи с индуктивностями положительный, так как напряжение U опережает ток I .

Поэтому, расположив вектор I в произвольном направлении, например по оси x (рис. 11-16,а), откладываем под углом $\varphi=+55^\circ$ вектор U . Выбрав масштаб $M_U=2$ в/мм, найдем длину отрезка

$$AK = \frac{U}{M_U} = \frac{60}{2} = 30 \text{ мм.}$$

Из рис. 11-15 следует, что вектор U должен равняться геометрической сумме векторов U_1 и U_2 , т. е. эти три напряжения образуют треугольник, для построения которого из точки A (рис. 11-16,б) проводим дугу радиусом $AЖ = \frac{U_1}{M_U} = \frac{30}{2} = 15$ мм, из точки K — радиусом $KЖ = \frac{U_2}{M_U} = \frac{40}{2} = 20$ мм. Точка $Ж$ пересечения двух дуг образует вершину треугольника напряжений.

Углы φ_1 и φ_2 можно определить графически (по рисунку). Однако нетрудно и вычислить их аналитически, используя соотношения для косоугольного треугольника $AKЖ$ (рис. 11-16,б).

Так как

$$\sin\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{2}\right) = \sqrt{\frac{\left(\frac{\Pi}{2} - AK\right)\left(\frac{\Pi}{2} - AJ\right)}{(AK)(AJ)}},^*$$

где $\frac{\Pi}{2}$ — полупериметр сторон треугольника, т. е.

$$\frac{\Pi}{2} = \frac{AK + AJ + KJ}{2} = \frac{30 + 15 + 20}{2} = 32,5 \text{ мм.}$$

Следовательно,

$$\sin\left(\frac{\varphi - \varphi_1}{2}\right) = \sqrt{\frac{(32,5 - 30)(32,5 - 15)}{30 \cdot 15}} = \sqrt{0,097} = 0,31,$$

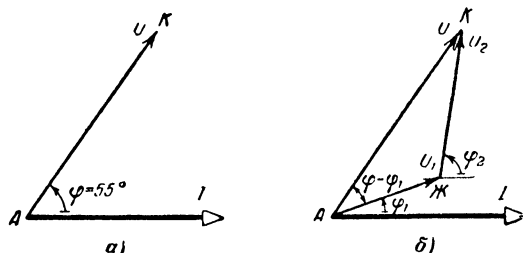


Рис. 11-16. Построение векторной диаграммы по углу сдвига фаз (а) и величинам векторов треугольника напряжений (б).

аргумент $\frac{\varphi - \varphi_1}{2} = 18^\circ$ и угол $\varphi_1 = \varphi - 36^\circ = 55^\circ - 36^\circ = 19^\circ$.

Далее по теореме синусов

$$\sin(\varphi_2 - \varphi) = \frac{AJ}{KJ} \sin(\varphi - \varphi_1) = \frac{15}{20} 0,59 = 0,42$$

или

$$\varphi_2 - \varphi = 25^\circ \text{ и } \varphi_2 = 55^\circ + 25^\circ = 80^\circ.$$

3. Вычисление параметров катушки. Полные сопротивления катушек:

$$z_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{30}{0,4} = 75 \text{ ом;}$$

$$z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{40}{0,4} = 100 \text{ ом.}$$

* Эта формула для определения углов косоугольного треугольника вытекает из теоремы косинусов.

Активные и реактивные сопротивления:

$$r_1 = z_1 \cos \varphi_1 = 75 \cos 19^\circ = 75 \cdot 0,94 = 70 \text{ ом};$$

$$x_{L1} = z_1 \sin \varphi_1 = 75 \sin 19^\circ = 75 \cdot 0,33 = 25 \text{ ом};$$

$$r_2 = z_2 \cos \varphi_2 = 100 \cos 80^\circ = 100 \cdot 0,17 = 17 \text{ ом};$$

$$x_{L2} = z_2 \sin \varphi_2 = 100 \sin 80^\circ = 100 \cdot 0,98 = 98 \text{ ом}.$$

Индуктивности катушек:

$$L_1 = \frac{x_{L1}}{2\pi f} = \frac{25}{2 \cdot 3,14 \cdot 400} = 0,01 \text{ гн} = 10 \text{ мГн};$$

$$L_2 = \frac{x_{L2}}{2\pi f} = \frac{98}{2 \cdot 3,14 \cdot 400} = 0,038 \text{ гн} = 38 \text{ мГн}.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как решить задачу, применяя метод эквивалентных параметров? В этом случае определяем активную и реактивную составляющие общего напряжения:

$$U_a = U \cos \varphi = 60 \cos 55^\circ = 60 \cdot 0,58 = 35,0 \text{ в};$$

$$U_p = U \sin \varphi = 60 \sin 55^\circ = 60 \cdot 0,81 = 48,6 \text{ в}.$$

Затем определяем эквивалентные параметры:

$$r_a = \frac{U_a}{I} = \frac{35,0}{0,4} = 87 \text{ ом};$$

$$x_{La} = \frac{U_p}{I} = \frac{48,6}{0,4} = 123 \text{ ом}.$$

Далее задача сводится к построению треугольника сопротивления, аналогичного векторной диаграмме (рис. 11-16,б), и действиям, подобным рассмотренным при решении этой задачи.

Кстати, получена проверка решения задачи, так как оказалось:

$$r_a = r_1 + r_2 = 70 + 17 = 87 \text{ ом};$$

$$x_{La} = x_{L1} + x_{L2} = 25 + 98 = 123 \text{ ом}.$$

2. Можно ли использовать один треугольник для вычисления напряжений сопротивлений и мощностей? Поскольку треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей подобны, то и в рассмотренной задаче можно воспользоваться треугольником АКЖ (рис. 11-16,б) также для вычислений сопротивлений и мощностей, конечно привлекая во внимание другие масштабы.

Масштаб напряжений выбран в задаче $M_U = 2 \text{ в/мм}$, поэтому масштаб сопротивлений $M_Z = \frac{M_U}{I} = \frac{2}{0,4} = 5 \text{ ом/мм}$ и масштаб мощностей $M_S = M_U I = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ ватт/мм}$.

3. Как зависит сдвиг по фазе между напряжением и током от добротности катушки?

Фазовый сдвиг напряжения на катушке относительно ее тока зависит от отношения индуктивного сопротивления x_L

к активному r . Это отношение $\frac{x_L}{r} = Q$ и называют добротностью катушки.

В нашем случае $Q_1 = \frac{x_{L1}}{r_1} = \frac{25}{70} = 0,357$

и $Q_2 = \frac{x_{L2}}{r_2} = \frac{98}{17} = 5,75$, т. е. $Q_2 \gg Q_1$. При этом и $\varphi_2 \gg \varphi_1$.

Итак, фазовый сдвиг возрастает с увеличением добротности катушки и приближается к 90° при больших Q .

4. От каких величин зависит добротность катушки? Добротность катушки зависит прежде всего от ее конструкции (определяющей отношение L/r), но в значительной степени еще от частоты тока в катушке. Очевидно, на повышенных частотах (возрастает индуктивное сопротивление x_L) легче выполнить катушку с высокой добротностью. Катушки высокой добротности (50—200) широко применяются в радиотехнике и их часто рассматривают как катушки без потерь или как индуктивности ($\varphi = 90^\circ$).

Итак, чтобы судить о добротности катушки, нужно знать не только ее устройство, но еще и частоту тока в цепи.

5. Как изменятся показания всех приборов при случайном замыкании точек Ж и К в цепи (рис. 11-15)? В этом режиме показания всех приборов определяются параметрами одной первой ка-

тушки и напряжением на зажимах цепи U . Поэтому окажется $U_1=U$, ток возрастет до величины U/z_1 , а сдвиг по фазе напряжения U относительно тока I окажется равным $\varphi_1=19^\circ$.

6. Как измерить углы сдвига по фазе φ_1 и φ_2 (рис. 11-16,б)? Для измерения угла сдвига по фазе φ применяется специальный прибор, называемый фазометром (рис. 11-15). По устройству фазометр аналогичен ваттметру и содержит две обмотки: токовую AB и напряжения $BГ$ (рис. 11-15). Зажимы обмоток на корпусе прибора обозначаются « I » и « U » (рис. 11-15).

При показанной на рис. 11-15 схеме включения обмотка $BГ$ присоединена к зажимам цепи и фазометр показывает сдвиг по фазе между напряжением U и током I , равный в нашем случае 55° .

Если зажим $Г$ отсоединить от точки $Д$ и присоединить к точке $Ж$ (пунктир на рис. 11-15), то фазометр покажет сдвиг по фазе между напряжением U_1 и током I , равный $\varphi_1=19^\circ$. Для измерения угла сдвига по фазе φ_2 нужно присоединить зажимы B и $Г$ фазометра соответственно к зажимам $Ж$ и $К$ второй катушки индуктивности.

11-5. ЦЕПЬ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ И ЕМКОСТЬЮ

Условие задачи

Для контроля уровня жидкости в устройствах автоматики часто применяется емкостный датчик (рис. 11-17,а), состоящий из металлических стержня и трубы, которые отделены от жидкости, заполняющей трубу, слоем изоляции.

Труба, стержень и разделяющая их жидкость (диэлектрик) образуют цилиндрический конденсатор, емкость которого возрастает с увеличением уровня жидкости, так как диэлектрическая проницаемость (ϵ) жидкости значительно больше, чем воздуха.

Изменение емкости и соответственно тока I в цепи (рис. 11-17,а) фиксируется вольтметром, шкала которого отградуирована в величинах уровня жидкости. Цепь питается от источника переменного тока напряжением $U=120$ в и частотой $f=400$ гц.

Определить сопротивление r , обеспечивающее напряжение $U_r=30$ в при максимальном уровне жидкости, и

построить график градуировки вольтметра $U_r(l)$ в пределах уровней l от 5 см до 20 см, если в датчике находится дистиллированная вода ($\epsilon=80$), а его размеры: $R_1=10$ мм; $R_2=20$ мм.

Решение задачи

1. Электрическая схема и ее параметры. Поскольку датчик конструктивно выполнен как цилиндрический конденсатор переменной емкости, то имеем электрическую схему рис. 11-17,б.

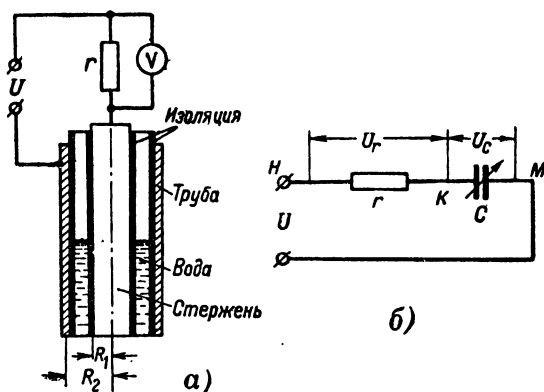


Рис. 11-17. Схема контроля уровня жидкости емкостным датчиком (а) и эквивалентная схема (б).

Величину емкости C (рис. 11-17) можно определить по формуле емкости цилиндрического конденсатора (см. § 10-4). Но сначала нужно выяснить: следует ли учитывать влияние всех диэлектриков, показанных в конструкции датчика (рис. 11-17,а)? Оказывается, нет. Слой изоляции, отделяющий воду от металла, имеет весьма малую толщину (по сравнению с толщиной слоя воды), и с достаточной для практических целей точностью его можно не учитывать. Емкостью части трубы, не заполненной водой, также можно пренебречь, так как диэлектрическая проницаемость воздуха в 80 раз меньше, чем воды.

В таком случае имеем однослойный цилиндрический

конденсатор в пределах части трубы, заполненной водой, для которого

$$C = 8,85 \frac{\epsilon \cdot 2\pi l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} 10^{-12} = 8,85 \frac{80 \cdot 2\pi}{\ln \frac{20}{10}} 10^{-12} l = 64,2 \cdot 10^{-12} l,$$

где l — в метрах, C — в фарадах.

Из полученного выражения видно, что емкость пропорциональна уровню жидкости. Подставляя в полученное выражение значения l , равные 5 см, 10 см, 15 см и 20 см, определим соответствующие величины емкости $C_5 = 321$ нф; $C_{10} = 642$ нф; $C_{15} = 963$ нф; $C_{20} = 1284$ нф.

2. Векторная диаграмма. Показанная на рис. 11-17,б электрическая цепь имеет одно общее свойство с предыдущими. Она содержит два вида сопротивлений: активное и реактивное, но не индуктивное, как было до сих пор, а емкостное. Метод решения задачи в обоих случаях одинаков, надо только учитывать, что напряжение на емкости отстает по фазе на угол 90° от тока, а не опережает ток на такой же угол, как напряжение на индуктивности.

Векторную диаграмму построим в том же порядке, что и на рис. 11-7. Откладываем вектор тока I (рис. 11-18) и совпадающий с ним по фазе вектор напряжения на активном сопротивлении U_r . Напряжение на емкости U_c отстает по фазе на угол 90° от тока. Общее напряжение U определяется векторной суммой напряжений U_r и U_c .

Из полученного треугольника напряжений HKM (рис. 11-18) можно определить любое напряжение по известным двум другим. Так, в нашем случае, в режиме максимального уровня жидкости напряжение $U_r = 30$ в, а потому

$$U_c = \sqrt{U^2 - U_r^2} = \sqrt{(120)^2 - (30)^2} = 116,2 \text{ в.}$$

3. Вычисление сопротивлений. Треугольник сопротивлений. Напряжение на каждом

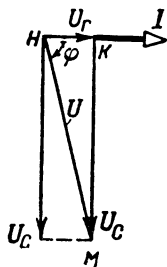


Рис. 11-18. Векторная диаграмма для цепи рис. 11-17,б.

участке цепи равно произведению тока на сопротивление участка. Поэтому треугольник сопротивлений (рис. 11-19) подобен треугольнику напряжений (на рис. 11-18 и 11-19 соответствующие точки треугольников обозначены одинаково). Полученный треугольник (рис. 11-19) отличается от построенного на рис. 11-8,б направлением, в котором отложен отрезок, изображающий реактивное, теперь емкостное сопротивление $x_C = 1/\omega C$.

Для режима максимальной емкости датчика (C_{20}) имеем:

$$x_C = \frac{1}{2\pi f C_{20}} = \frac{1}{2\pi \cdot 400 \cdot 1284 \cdot 10^{-12}} = 309 \text{ ком}$$

Рис. 11-19. Треугольник сопротивлений для цепи рис. 11-17,б.

и ток в цепи

$$I = \frac{U_C}{x_C} = \frac{116,2}{309 \cdot 10^3} = 376 \cdot 10^{-6} \text{ а} = 376 \text{ мка.}$$

Требуемое для этого режима напряжение $U_r = 30 \text{ в}$ обеспечивается при сопротивлении

$$r = \frac{U_r}{I} = \frac{30}{376 \cdot 10^{-6}} = 79,8 \cdot 10^3 \text{ ом} \approx 80 \text{ ком.}$$

При этом полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2} = \sqrt{(80)^2 + (309)^2} \approx 319 \text{ ком.}$$

4. Построение графика зависимости $U_r(l)$. Выше (п. 3) определены сопротивления цепи (x_C , r , z) и ее ток I для максимального уровня воды в датчике. Аналогичным образом находим указанные величины еще для трех значений уровня (5 см, 10 см и 15 см), имея в виду, что при этом изменяется только емкость C (ее значения выше вычислены), а сопротивление r остается постоянным.

Результаты вычислений сведены в табл. 11-2 и по ее данным на рис. 11-20 построен график $U_r(l)$. Получен-

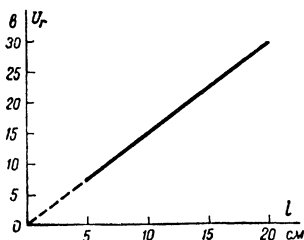


Рис. 11-20. График градуировки шкалы вольтметра.

ная зависимость близка к линейной (см. дополнительный вопрос 3 к этой задаче).

Таблица 11-2

$l, \text{ см}$	5	10	15	20
$x_C, \text{ ком}$	1 236	618	412	309
$z, \text{ ком}$	1 237	623	419,5	319,5
$I, \text{ мка}$	97	192,5	286	376
$U_r, \text{ в}$	7,76	15,4	22,9	30

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли рассматриваемую цепь (рис. 11-17) питать от источника постоянного тока? Емкостное сопротивление $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ возрастает с уменьшением частоты и при $f=0$ (постоянный ток) становится бесконечно большим. Это неудивитель-

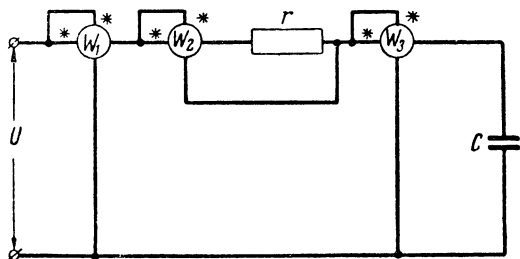


Рис. 11-21. К дополнительному вопросу 2, § 11-5.

но, так как через идеальный конденсатор, характеризующий только емкостью, постоянный ток не проходит, что равносильно разрыву цепи.

Поэтому при питании от сети постоянного тока независимо от уровня жидкости вольтметр будет показывать одну и ту же величину $U_r = Ir = 0$.

2. Каковы будут показания ваттметров W_1 , W_2 , W_3 (рис. 11-21)? Если пренебречь потреблением мощности самими ваттметрами, то приборы W_1 и W_2 покажут

одинаковую величину, так как активная мощность всей цепи равна активной мощности сопротивления r . Ваттметр W_3 , измеряющий активную мощность емкости, покажет нуль, так как сдвиг по фазе между напряжением U_C и током I равен 90° , а $P_C = U_C I \cos 90^\circ = 0$ (реактивные элементы цепи не потребляют активную мощность).

3. При каких соотношениях r и x_C напряжение U_r изменяется прямо пропорционально величине емкости C ? Предлагаемый вопрос об условиях линейной зависимости $U_r(C)$ в нашем случае (емкость C пропорциональна уровню жидкости l) сводится к выяснению условий линейности зависимости $U_r(l)$ или шкалы контрольного прибора, что весьма существенно для рассматриваемой задачи.

Напряжение $U_r = Ir$ при постоянном r пропорционально току. Следовательно, задача сводится к обеспечению линейной зависимости между током I и емкостью C , что, как видно из выражения $I = U / \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$, возможно при $r=0$, так как при этом условии $I = U\omega C$, где только C — переменная величина.

Очевидно, выбрать $r=0$ невозможно (при этом $U_r = 0$), но следует взять r достаточно малым по сравнению с z , что удалось легко обеспечить в задаче, так как r , x_C и z находятся не в прямой зависимости, а связаны соотношением сторон прямоугольного треугольника.

4. Можно ли для контроля уровня в рассматриваемой задаче выбрать амперметр или фазометр? Используя амперметр, легко получить требуемую линейную зависимость $I(C)$ при $r=0$ (см. предыдущий вопрос), но трудно построить прибор на весьма малые переменные токи.

Если контролировать уровень жидкости по изменению угла сдвига фазы $\varphi = \arctg \frac{x_C}{r}$ (рис. 11-19), то нужно выбрать режим $r > x_C$, так как при указанном соотношении r и x_C рассматриваемая зависимость тангенса угла φ близка к линейной, а при значениях функции тангенс, больших единицы, резко отличается от линейной. Однако применение фазометра нежелательно, так как он, как правило, сложнее по устройству, чем амперметры и вольтметры.

5. Какую погрешность в измерения внесет нестабильность напряжения U и сопротивления r ? Поскольку цепь линейная, то ее параметры (r , x_c и z) не зависят от величины напряжения U . В таком случае измеряемое вольтметром напряжение $U_r = Ir = \frac{U}{z}r = \frac{r}{z}U$ изменяется пропорционально U .

Изменение величины r (производственный допуск) в наших условиях ($r \ll x_c$) практически не повлияет на значения полного сопротивления $z = \sqrt{r^2 + x_c^2}$ и тока $I = U/z$, а при неизменном токе напряжение $U_r = Ir$ изменяется пропорционально r .

Итак, в рассматриваемой задаче, погрешность измерения равна погрешности величин U или r .

6. Почему в рассматриваемой задаче не использован источник энергии частоты 50 гц (вместо $f=400$ гц)? Применение источника с частотой 50 гц (например, промышленная электросеть), конечно, удобно. Но в наших условиях это привело бы к необходимости увеличить в 8 раз и без того большое сопротивление цепи, что потребовало бы включения вольтметра с очень большим внутренним сопротивлением.

Кроме того, рассматриваемые емкостные датчики часто устанавливаются в устройствах, где есть сеть частоты 400 гц (например, на самолетах).

11-6. ЦЕПЬ, СОДЕРЖАЩАЯ r , L И C . РЕЖИМ РЕЗОНАНСА НАПЯЖЕНИЙ

Условие задачи

Электрическая цепь (рис. 11-22), у которой $r=4$ ом, $L=6,37$ мгн, $C=159$ мкф, питается от генератора пере-

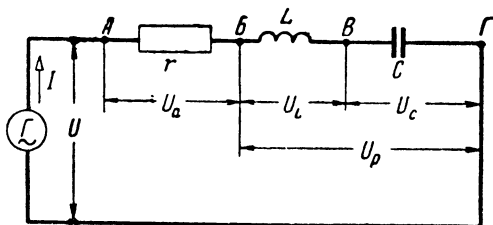


Рис. 11-22. Цепь с тремя последовательными участками, параметры которых r , L и C .

менного тока с частотой $f=200$ гц и напряжением $U=120$ в.

Вычислить ток в цепи, напряжения на участках, а также значение емкости, при котором в цепи установится режим резонанса напряжений.

Определить величину тока и напряжений для режима резонанса.

Решение задачи

1. Вычисление сопротивлений. Рассматриваемая цепь наряду с активным сопротивлением содержит и оба вида реактивных сопротивлений: индуктивное

$$x_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 6,37 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ ом}$$

и емкостное

$$x_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = 5 \text{ ом}.$$

Отрезки, изображающие сопротивления x_L и x_C , должны быть направлены противоположно на диаграмме сопротивлений (рис. 11-23, а). Их разность, т. е. реактивное сопротивление цепи $x = x_L - x_C = 8 - 5 = 3 \text{ ом}$, является суммарным сопротивлением индуктивности и емкости,

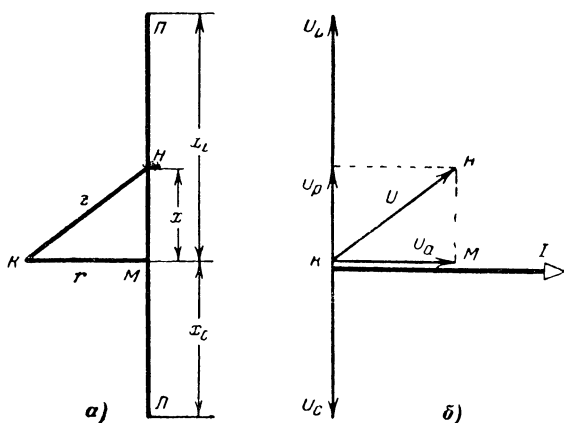


Рис. 11-23. Диаграмма сопротивлений (а) и векторная диаграмма (б) для цепи, показанной на рис. 11-22 при $x_L > x_C$.

т. е. участка цепи $БГ$ (рис. 11-22), и графически изображается отрезком $МН$ (рис. 11-23,а).

Поскольку r и x представлены взаимно перпендикулярными отрезками ($КМ$ и $МН$), то полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} = 5 \text{ ом.}$$

2. Вычисление тока и напряжений. Ток в цепи $I = \frac{U}{z} = \frac{120}{5} = 24 \text{ а}$ одинаков на всех участках.

Падения напряжения на участках:

$U_a = Ir = 24 \cdot 4 = 96 \text{ в}$ и совпадает по фазе с током (рис. 11-23,б);

$U_L = Ix_L = 24 \cdot 8 = 192 \text{ в}$ и опережает по фазе ток на угол 90° ;

$U_C = Ix_C = 24 \cdot 5 = 120 \text{ в}$ и отстает по фазе от тока на угол 90° .

Чтобы получить общее напряжение U , нужно сложить три вектора напряжений (U_a , U_L и U_C), действующих на участках цепи. Можно ли их сложить в любой последовательности?

Порядок сложения не повлияет на результат, но удобнее вначале сложить векторы U_L и U_C , направленные по одной прямой (рис. 11-23), и к полученному вектору U_p прибавить вектор U_a . При таком порядке действий облегчается вычислительная работа. Складывая векторы U_L и U_C , получим вектор реактивного напряжения цепи U_p , величина которого равна разности величин напряжений U_L и U_C , так как эти напряжения сдвинуты по фазе друг относительно друга на угол 180° : $U_L - U_C = 192 - 120 = 72 \text{ в}$. С другой стороны, $U_p = U_L - U_C = Ix_L - Ix_C = I(x_L - x_C) = Ix = 24 \cdot 3 = 72 \text{ в}$.

Здесь может возникнуть вопрос: существует ли в цепи вычисленная величина U_p ?

Ее можно измерить вольтметром, присоединив его к точкам $Б$ и $Г$ цепи (рис. 11-22). При этом интересно отметить, что напряжения на индуктивности и емкости (192 в и 120 в), входящие в состав рассматриваемого участка цепи, в нашем случае больше чем U_p (72 в). Треугольник напряжений $КМН$ (рис. 11-23,б) имеет отношение сторон $U_a : U_p : U = 96 : 72 : 120 = 4 : 3 : 5$. В таком

же отношении находятся стороны треугольника сопротивлений KMH (рис. 11-23,а). Очевидно, что эти треугольники подобны.

По треугольнику напряжений легко проверить выполненные вычисления:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{96^2 + 72^2} = 120 \text{ в.}$$

3. Определение резонансного значения емкости. Режим резонанса напряжений устанавливается в неразветвленной цепи, содержащей r , L и C , при условии $x_L = x_C$.

Так как в рассматриваемой задаче $x_L = 8 \text{ ом}$ и остается неизменным, то для получения резонанса необходимо иметь $1/\omega C = x_C = 8 \text{ ом}$, откуда резонансное значение емкости

$$C = \frac{1}{8\omega} = \frac{1}{8 \cdot 2\pi f} = \frac{1}{8 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 200} = 0,995 \cdot 10^{-4} \text{ ф} = 99,5 \text{ мкф.}$$

4. Определение тока и напряжений в режиме резонанса. При резонансе реактивное сопротивление цепи $x = x_L - x_C = 8 - 8 = 0$, а полное сопротивление $z = \sqrt{r^2 + x^2} = r = 4 \text{ ом}$ и треугольник сопротивлений вырождается в прямую KM (точки M и H сливаются).

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{r} = \frac{120}{4} = 30 \text{ а,}$$

а напряжения на участках:

$$U_a = Ir = 30 \cdot 4 = 120 \text{ в;}$$

$$U_L = Ix_L = 30 \cdot 8 = 240 \text{ в;}$$

$$U_C = Ix_C = 30 \cdot 8 = 240 \text{ в.}$$

По этим данным построена векторная диаграмма (рис. 11-24) для режима резонанса. Как видно из диаграммы, при резонансе напряжение на зажимах цепи $U = U_a = Ir$ совпадает по фазе с током ($\varphi = 0$), а реактивное напряжение $U_p = U_L - U_C = 0$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли заменить индуктивность L и емкость C одной эквивалентной индуктивностью? В рассматриваемой задаче $x_L > x_C$ и потому

реактивное сопротивление цепи $x = x_L - x_C = 3 \text{ ом}$ имеет индуктивный характер. Это означает, что найденную величину x можно получить при замене индуктивности L и емкости C одной индуктивностью:

$$L_3 = \frac{x}{\omega} = \frac{3}{2\pi f} = \frac{3}{2 \cdot 3,14 \cdot 200} = 0,0024 \text{ гн} = 2,4 \text{ мгн.}$$

В полученной эквивалентной схеме (рис. 11-25) остаются прежними ток I , напряжения U_a и U_p и сдвиг по фазе φ .

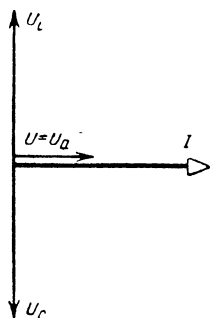


Рис. 11-24. Векторная диаграмма для режима резонанса напряжений в цепи, показанной на рис. 11-22.

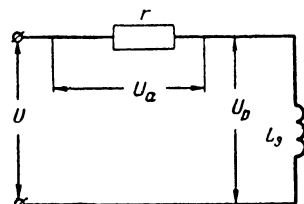


Рис. 11-25. К дополнительному вопросу 1, § 11-6.

2. В каком случае реактивное сопротивление цепи имеет отрицательный знак? Если $x_L < x_C$, то реактивное сопротивление цепи $x = x_L - x_C < 0$, т. е. имеет отрицательный знак.

Очевидно, что для цепи, содержащей только емкостное сопротивление x_C , реактивное сопротивление $x = -x_C$.

3. Можно ли установить режим резонанса изменением индуктивности L ? Режим резонанса можно получить изменением индуктивности L , а не емкости C , если установить $x_L = x_C = 5 \text{ ом}$, откуда резонансная величина индуктивности

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{5}{1256} \approx 4 \text{ мгн.}$$

4. При какой частоте напряжения питающего генератора установился бы в цепи резонанс, если не изменять индуктивность L и емкость C ? Из условия $x_L = x_C$ или $\omega L = 1/\omega C$ сле-

дует, что резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ или $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$.

При заданных в задаче значениях индуктивности и емкости резонанс напряжений установится при частоте

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6,37 \cdot 10^{-3} \cdot 159 \cdot 10^{-6}}} = 160 \text{ гц.}$$

Итак, в любой неразветвленной цепи с параметрами r , L и C устанавливается режим резонанса напряжений при частоте

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

5. Почему напряжение на индуктивности и емкости оказалось в 2 раза больше напряжения на зажимах цепи в режиме резонанса? Как известно, при резонансе напряжения $U_L = U_C$ превышают U в Q (добротность) раз. В нашем случае $Q = x_L/r = x_C/r = 8/4 = 2$.

6. Как обнаружить в цепи режим резонанса? В режиме резонанса полное сопротивление цепи z имеет наименьшее значение, равное r , а ток $I = U/r$ — наибольшую величину. Поэтому, включив амперметр в цепь и изменяя индуктивность L , емкость C или частоту f , можно по максимальному показанию прибора установить режим резонанса.

7. Как нагружен источник в режиме резонанса? Если неразветвленная цепь состоит из конденсатора и катушки с малым активным сопротивлением r , то в условиях резонанса источник может оказаться в режиме, близком к короткому замыканию, хотя x_L и x_C могут быть и велики.

8. Как измерить индуктивное и активное сопротивления катушки, используя режим резонанса? Включив катушку с неизвестными параметрами L_k и r_k в цепь (рис. 11-26) и добившись резонанса изменением частоты напряжения генератора, получаем:

$$r_k = \frac{U_1}{I}, \text{ а } x_k = x_C = \frac{U_2}{I}.$$

9. С какой целью в цепи (рис. 11-17,а) иногда заменяют активное сопротивление r индуктивностью L , настроенной в резонанс с одним из значений емкости датчика (§ 11-5)? В таком случае, при определенном (заданном) уровне жидкости в датчике, обеспечивающем резонансное значение емкости C (рис. 11-17,б), показания вольтметра резко возрастают, что применяется для сигнализации этой величины уровня. Можно облегчить наблюдение, если вместо вольтметра (рис. 11-17,а) включить сигнальную лампу, которая загорится при заданном режиме уровня жидкости.

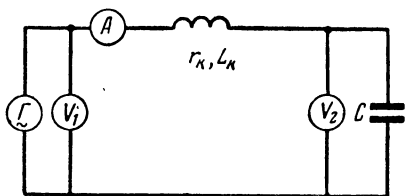


Рис. 11-26. Измерение параметров катушки, включенной в цепь, в которой возможен режим резонанса напряжений.

Если требуется управление уровнем жидкости, то в качестве катушки индуктивности можно использовать обмотку реле (см. § 9-5), ток которой в режиме резонанса окажется максимальным и достаточным для срабатывания. При помощи контактов реле включается цепь управления уровнем жидкости.

11-7. ЦЕПЬ, СОДЕРЖАЩАЯ НЕСКОЛЬКО АКТИВНЫХ И РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Условие задачи

Цепь, показанная на рис. 11-27, содержит два конденсатора с емкостями $C_1=1,6$ мкф и $C_2=0,4$ мкф, реостат с активным сопротивлением $r_1=500$ ом и две ка-

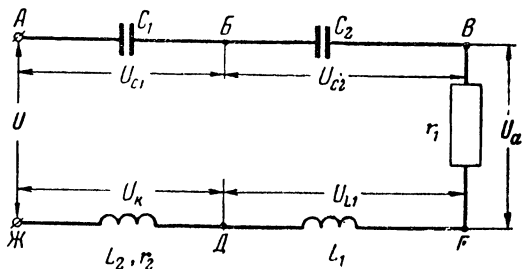


Рис. 11-27. Общий случай неразветвленной цепи переменного тока.

тушки индуктивности $L_1=69 \text{ мГн}$ и $L_2=0,11 \text{ Гн}$. Активное сопротивление первой катушки из-за малости принято равным нулю, а второй катушки $r_2=100 \text{ ом}$. К зажимам A и $Ж$ подведено напряжение $U=100 \text{ в}$ с частотой $f=400 \text{ Гц}$.

Требуется определить ток в цепи, падения напряжения на участках, активные и реактивные мощности каждого элемента и составить баланс мощностей.

Решение задачи

1. Определение сопротивлений цепи. В предыдущих задачах (§ 11-2, 11-3, 11-4) удавалось свести расчет цепи к известным методам определением эквивалентных активных и реактивных сопротивлений. Очевидно, действуя таким образом, можно рассматриваемую задачу свести к предыдущей, т. е. к цепи, содержащей одно активное, одно емкостное и одно индуктивное сопротивления.

Емкостные сопротивления конденсаторов:

$$x_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6}} = 250 \text{ ом};$$

$$x_{C2} = x_{C1} \frac{C_1}{C_2} = 250 \frac{1,6}{0,4} = 1000 \text{ ом}.$$

Индуктивные сопротивления катушек:

$$x_{L1} = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 0,069 = 175 \text{ ом};$$

$$x_{L2} = x_{L1} \frac{L_2}{L_1} = 175 \cdot \frac{0,11}{0,069} = 275 \text{ ом}.$$

Общее активное сопротивление

$$r = r_1 + r_2 = 500 + 100 = 600 \text{ ом}.$$

Общее индуктивное сопротивление

$$x_L = x_{L1} + x_{L2} = 175 + 275 = 450 \text{ ом}.$$

Общее емкостное сопротивление

$$x_C = x_{C1} + x_{C2} = 250 + 1000 = 1250 \text{ ом}.$$

Реактивное сопротивление всей цепи

$$x = x_L - x_C = 450 - 1\,250 = -800 \text{ ом.}$$

Полные сопротивления второй катушки

$$z_K = \sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2} = \sqrt{100^2 + 275^2} = 292 \text{ ом}$$

и всей цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{600^2 + (-800)^2} = 1\,000 \text{ ом.}$$

2. Построение многоугольника сопротивлений. Полученные данные позволяют построить диаграмму (многоугольник) сопротивлений (рис. 11-28).

Для этого в масштабе $M_z = 20 \text{ ом/мм}$ отложим из точки A вниз величины емкостных сопротивлений x_{C1} и x_{C2} (отрезки AB и BB'), затем под углом $+\pi/2$ — величину r_1 (отрезок $B'G$), а из точки G вверх откладываем x_{L1} и x_{L2} (отрезки GD и DE) и, наконец, величину r_2 (отрезок $EЖ$). Замыкающая сторона $AЖ$ представляет собой полное сопротивление цепи z .

Стороны полученного многоугольника (рис. 11-28) располагаются друг за другом

в той же последовательности, в какой расположены соответствующие сопротивления на схеме (рис. 11-27).

В правильности построений можно убедиться, например, графическим определением по многоугольнику величины $z = M_z \cdot AЖ = 20 \cdot 50 = 1\,000 \text{ ом}$; этот же результат ранее был получен аналитически.

3. Вычисление тока и напряжений. Ток в цепи $I = U/z = 100/1\,000 = 0,1 \text{ а}$.

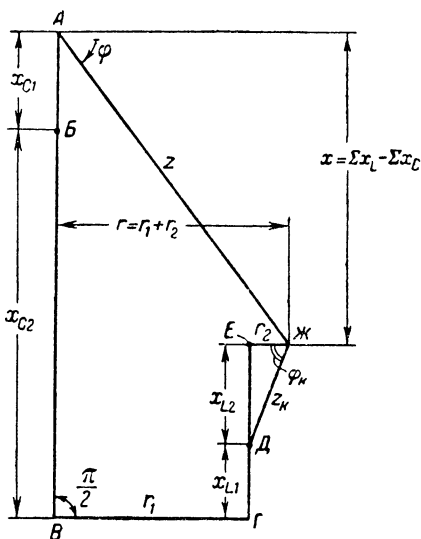


Рис. 11-28. Многоугольник сопротивлений для цепи, показанной на рис. 11-27.

Падения напряжения на элементах цепи (рис. 11-27) составляют:

$$U_{C1} = Ix_{C1} = 0,1 \cdot 250 = 25 \text{ в};$$

$$U_{C2} = Ix_{C2} = 0,1 \cdot 1000 = 100 \text{ в};$$

$$U_a = Ir_1 = 0,1 \cdot 500 = 50 \text{ в};$$

$$U_{L1} = Ix_{L1} = 0,1 \cdot 175 = 17,5 \text{ в};$$

$$U_K = Iz_K = 0,1 \cdot 292 = 29,2 \text{ в}.$$

Векторную диаграмму напряжений можно получить (рис. 11-29), заменив в многоугольнике на рис. 11-28 со-

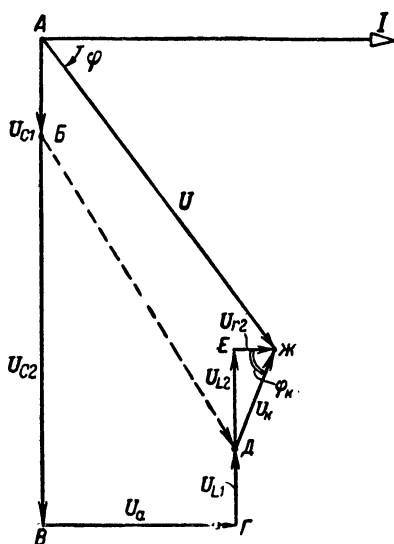


Рис. 11-29. Векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 11-27.

противления соответствующими им напряжениями. Векторы напряжений на элементах цепи отложены в том же порядке, в котором соединены элементы цепи. Поэтому векторная диаграмма (рис. 11-29) является топографической.

Учитывая равенство многоугольников на рис. 11-28 и 11-29, находим масштаб напряжений:

$$M_{U^1} = M_z I = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ в/мм}.$$

Легко проверить полученный масштаб, определив из многоугольника напряжений известное напряжение на зажимах цепи ($U = 100 \text{ в}$)

$$U = M_U AЖ = 2 \cdot 50 = 100 \text{ в}.$$

4. Вычисление мощностей. У катушки с индуктивностью L_1 и обоих конденсаторов активные сопротивления равны нулю, поэтому в этих элементах от-

сутствуют активные мощности. Остается вычислить их реактивные мощности, которые соответственно равны:

$$Q_{L1} = IU_{L1} = 0,1 \cdot 17,5 = 1,75 \text{ вар};$$

$$Q_{C1} = IU_{C1} = 0,1 \cdot 25 = 2,5 \text{ вар};$$

$$Q_{C2} = IU_{C2} = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ вар}.$$

Сопротивление r_1 имеет активную мощность $P_1 = IU_a = 0,1 \cdot 50 = 5,0 \text{ вт}$, а его реактивная мощность равна нулю.

Вторая катушка имеет активную и реактивную мощности:

$$P_2 = I^2 r_2 = (0,1)^2 \cdot 100 = 1 \text{ вт};$$

$$Q_{L2} = I^2 x_{L2} = (0,1)^2 \cdot 275 = 2,75 \text{ вар}.$$

Активная мощность цепи

$$P = P_1 + P_2 = 5,0 + 1,0 = 6 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = UI \frac{r}{z} = 100 \cdot 0,1 \cdot \frac{600}{1000} = 6 \text{ вт}.$$

Итак, активная мощность цепи равна сумме активных мощностей всех ее участков.

$$\begin{aligned} \text{Реактивная мощность цепи } Q &= (Q_{L1} + Q_{L2}) - (Q_{C1} + Q_{C2}) = \\ &= (1,75 + 2,75) - (2,5 + 10) = -8 \text{ вар или } Q = UI \sin \varphi = \\ &= UI \frac{x}{z} = 100 \cdot 0,1 \cdot \frac{-800}{1000} = -8 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Итак, реактивная мощность цепи равна разности реактивной мощности индуктивных участков и реактивной мощности емкостных участков.

В качестве диаграммы (многоугольника) мощностей может быть принят имеющийся на рис. 11-28 многоугольник, но в масштабе мощностей

$$M_s = M_z I^2 = 20 (0,1)^2 = 0,2 \text{ ва/мм}.$$

Масштабы активной и реактивной мощностей численно будут такими же.

Из многоугольника на рис. 11-28 определим графически полную мощность цепи $S = M_s AЖ = 0,2 \cdot 50 = 10 \text{ ва}$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли определить эквивалентные величины r , L и C непосредственно по данным задачи? Выше было вычислено общее активное сопротивление цепи $r=600$ ом.

Для последовательного соединения общая индуктивность $L=L_1+L_2=0,069+0,11=0,179$ гн, а общая емкость

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{0,4 \cdot 1,6}{0,4 + 1,6} = 0,32 \text{ мкф.}$$

Полученные эквивалентные значения r , L и C позволяют составить схему, аналогичную показанной на

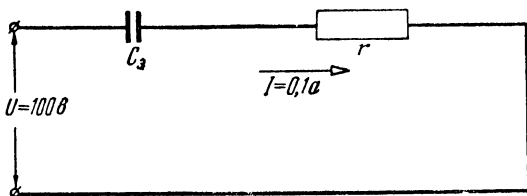


Рис. 11-30. К дополнительному вопросу 3, § 11-7.

рис. 11-22, расчет которой был рассмотрен в предыдущей задаче.

2. Каким (индуктивным или емкостным) является общее реактивное сопротивление цепи? В рассматриваемой цепи $x_L < x_C$, и потому реактивное сопротивление цепи $x = x_L - x_C = -800$ ом имеет емкостный характер и может быть обеспечено емкостью

$$C_3 = \frac{1}{\omega |x|} = \frac{1}{2512 \cdot 800} = 0,47 \cdot 10^{-6} \text{ ф} = 0,47 \text{ мкф.}$$

3. Какие элементы должна содержать эквивалентная схема рассматриваемой цепи? Учитывая, что полное активное сопротивление цепи $r=600$ ом и эквивалентная емкость $C_3=0,47$ мкф, можно составить для рассматриваемой цепи эквивалентную схему (рис. 11-30).

4. Как по топографической диаграмме определить напряжения на различных участках цепи? Рассматривая заданную цепь (рис. 11-27) и

топографическую диаграмму (рис. 11-29), легко определить напряжение, например, между точками B и D . Вектор $\vec{U}_{BD} = \vec{U}_{C2} + \vec{U}_a + \vec{U}_{L1}$, т. е. равен геометрической сумме падений напряжения на участке $B\Gamma D$. Очевидно, что напряжение U_{BD} изображается вектором, соединяющим точки B и D (рис. 11-29, пунктир). Численно $U_{BD} = M_U BD = 2 \cdot 48 = 96$ в.

Аналогично можно определить сопротивление любого участка цепи по многоугольнику сопротивлений.

11.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПИ ПО ЗАДАННОЙ ВЕКТОРНОЙ (ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ) ДИАГРАММЕ

Условие задачи

По топографической диаграмме неразветвленной цепи, приведенной на рис. 11-31, составить ее схему и определить все сопротивления.

Решение задачи

1. Составление схемы. Векторы напряжений U_1 , U_2 , U_3 и U_4 позволяют указать на схеме четыре элемента цепи, характер сопротивлений которых определяется углами сдвига по фазе между соответствующими напряжениями и током.

Учитывая, что напряжение U_1 отстает по фазе от тока I (вектор AK) на угол 90° , U_2 опережает на такой же угол, U_3 совпадает по фазе и U_4 опережает на угол $\varphi > 0$, имеем: первый участок (AB) — емкость, второй участок (BB) — индуктивность, третий участок ($B\Gamma$) — активное сопротивление и четвертый участок (ΓD) — катушка с индуктивным и активным сопротивлениями.

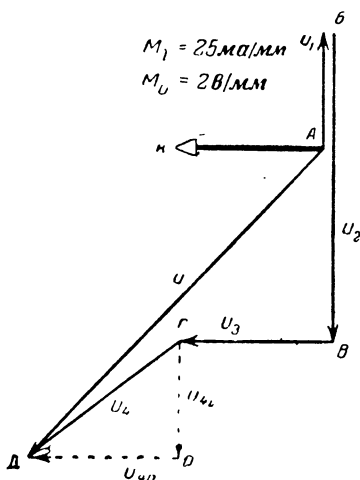


Рис. 11-31. Топографическая диаграмма неразветвленной электрической цепи.

В соответствии с этим составляем схему цепи (рис. 11-32), участки которой обозначены такими же

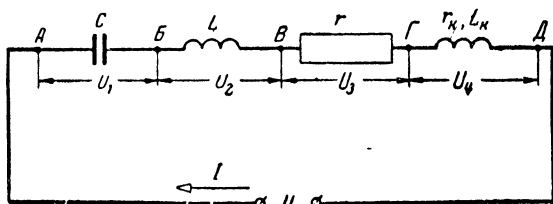


Рис. 11-32. Схема электрической цепи, составленная по топографической диаграмме на рис. 11-31.

буквами, как начала и концы соответствующих векторов на диаграмме.

2. Вычисление тока и напряжений. Из рис. 11-31 можно определить:

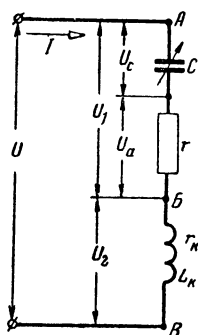


Рис. 11-33. Схема электрической цепи, обеспечивающая регулировку сдвига по фазе между напряжениями U_1 и U_2 .

$$I = AK \cdot M_{I_3}^* = 20 \cdot 25 = 500 \text{ ма} = 0,5 \text{ а};$$

$$U_1 = AB \cdot M_U = 15 \cdot 2 = 30 \text{ в};$$

$$U_2 = BV \cdot M_U = 40 \cdot 2 = 80 \text{ в};$$

$$U_3 = BГ \cdot M_U = 20 \cdot 2 = 40 \text{ в};$$

активная и реактивная составляющие напряжения на катушке:

$$U_{4a} = OD \cdot M_U = 20 \cdot 2 = 40 \text{ в};$$

$$U_{4L} = ГО \cdot M_U = 15 \cdot 2 = 30 \text{ в};$$

напряжение на зажимах цепи

$$U = AD \cdot M_U = 57,5 \cdot 2 = 115 \text{ в}.$$

3. Вычисление сопротивлений. По известным напряжениям на каждом участке и току в цепи определяем все сопротивления.

Так, например,

$$x_c = \frac{U_1}{I} = \frac{30}{0,5} = 60 \text{ ом}.$$

Аналогично $x_L = 160 \text{ ом}$; $r = 80 \text{ ом}$, $r_k = 80 \text{ ом}$, $x_k = 60 \text{ ом}$ и полное сопротивление цепи $z = 230 \text{ ом}$.

Если бы появилась необходимость определить величины L и C , то это нетрудно было бы сделать при известной частоте тока.

11-9. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПИ ПО ЗАДАННОМУ ФАЗОВОМУ СДВИГУ

Условие задачи

В приборах измерительной и электронной техники (например, для кругового перемещения луча в электронно-лучевой трубке) часто требуются два напряжения, смещенные по фазе на 90° (с регулировкой в пределах $\pm 5^\circ$). Для получения этих напряжений в цепь с током $I = 165 \text{ мка}$ и частотой $f = 10^5 \text{ гц} = 100 \text{ кгц}$ (килогерц) включили участок ABV (рис. 11-33), который обеспечивает сдвиг по фазе $\psi = 90^\circ \pm 5^\circ$ между напряжениями U_1 и U_2 . Регулировка фазы в указанных пределах обеспечивается переменной емкостью C .

Требуется определить величины $C_{\text{макс}}$, r , L_k , r_k , если минимальное значение емкости $C_{\text{мин}} = 25 \text{ нф}$, добротность катушки $Q = 3,73$ и допустимое потребление мощности фазосдвигающей цепью 5 мвт .

Примечание. Принять величину тока в цепи при регулировке емкости неизменной.

Решение задачи

1. Векторная диаграмма. Фазовые соотношения обычно хорошо выясняются по векторной диаграмме. Для неразветвленной цепи построение диаграммы удобно начать с вектора тока I , который (рис. 11-34) направим по оси x , т. е. примем его начальную фазу равной нулю. Затем строим вектор U_2 ; так как величины L_k и r_k неизменны, то сдвиг по фазе напряжения U_2 относительно тока I также постоянен и равен:

$$\varphi_2 = \arctg \frac{x_k}{r_k} = \arctg Q = \arctg 3,73 = 75^\circ.$$

На этот угол φ_2 вектор U_2 опережает вектор I .

Напряжение U_1 , действующее на участке цепи AB (рис. 11-33), отстает по фазе от тока I и тем более от

напряжения U_2 , которое опережает ток. По условию задачи напряжение U_1 должно отставать от напряжения U_2 на угол $\psi_{1,2}$, изменяющийся от 85 до 95° ($90 \pm 5^\circ$). Поэтому строим вектор U_1 , отстающий на 90° от вектора U_2

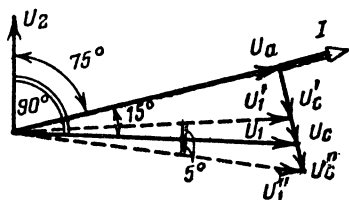


Рис. 11-34. Изменение положения вектора U в пределах от U'_1 до U''_1 при изменении емкости C в цепи по рис. 11-33.

(рис. 11-34), и векторы U'_1 и U''_1 (показаны пунктиром), смещенные на $\pm 5^\circ$ относительно вектора U_1 .

Составляющая вектора U_1 , параллельная вектору тока I , — это падение напряжения U_a на активном сопротивлении r , неизменное при остающейся постоянной величине тока. Падение на-

пряжения на емкости U_c отстает по фазе от тока I на угол 90° . При изменении емкости длина вектора U_c изменяется в пределах от U'_c до U''_c .

Очевидно, что изменением емкости C (рис. 11-33) должна обеспечиваться регулировка напряжения U_1 в пределах от U'_1 до U''_1 (рис. 11-34).

2. Вычисление параметров участка цепи AB (рис. 11-33). Величины r и C можно определить

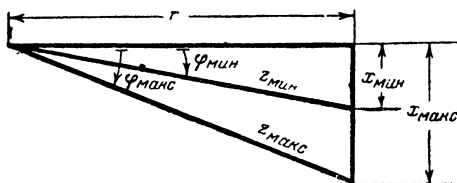


Рис. 11-35. Треугольники сопротивлений для цепи по рис. 11-33 при крайних значениях емкости C .

из треугольника сопротивлений. Как же его построить (учитывая, что C — переменная величина)?

Во-первых, следует воспользоваться векторной диаграммой (рис. 11-34), где величины U_a и U_1 пропорциональны r и z (полное сопротивление участка AB). Во-вторых, показать на треугольнике пределы изменения со-

противлений, так же как показано изменение напряжений на векторной диаграмме.

В таком случае получаем треугольник (рис. 11-35), из которого

$$\begin{aligned}x_{\text{мин}} &= r \operatorname{tg} \varphi_{\text{мин}} = r \operatorname{tg} (-10^\circ); \quad x_{\text{макс}} = \\&= r \operatorname{tg} \varphi_{\text{макс}} = r \operatorname{tg} (-20^\circ)\end{aligned}$$

или их отношение

$$\frac{x_{\text{макс}}}{x_{\text{мин}}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{\text{макс}}}{\operatorname{tg} \varphi_{\text{мин}}} = \frac{\operatorname{tg} (-20^\circ)}{\operatorname{tg} (-10^\circ)} = \frac{-0,364}{-0,176} = 2,07.$$

С другой стороны,

$$x_{\text{мин}} = -x_{\text{Смин}} = -\frac{1}{\omega C_{\text{макс}}}, \text{ а}$$

$$x_{\text{макс}} = -x_{\text{Смакс}} = -\frac{1}{\omega C_{\text{мин}}}$$

или

$$\frac{x_{\text{макс}}}{x_{\text{мин}}} = \frac{C_{\text{макс}}}{C_{\text{мин}}}.$$

Следовательно,

$$\frac{C_{\text{макс}}}{C_{\text{мин}}} = 2,07,$$

откуда

$$C_{\text{макс}} = 2,07 C_{\text{мин}} = 2,07 \cdot 25 \approx 52 \text{ пф.}$$

Из треугольника сопротивлений (рис. 11-35) имеем:

$$\begin{aligned}r &= \frac{x_{\text{макс}}}{\operatorname{tg} \varphi_{\text{макс}}} = -\frac{1}{2\pi f C_{\text{мин}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{макс}}} = \\&= \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-12} \cdot 0,364} = 175 \text{ ком.}\end{aligned}$$

3. Вычисление активного сопротивления катушки и ее индуктивности. Величина активного сопротивления всей цепи $r_{\text{ц}}$ ограничивается мощностью $P = I^2 r_{\text{ц}}$, откуда

$$r_{\text{ц}} = \frac{P}{I^2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{(165)^2 \cdot 10^{-12}} = 183 \cdot 10^3 \text{ ом} = 183 \text{ ком.}$$

Поскольку $r_{\text{ц}} = r_{\text{к}} + r$, то

$$r_{\text{к}} = r_{\text{ц}} - r = 183 - 175 = 8 \text{ ком.}$$

Соответственно индуктивное сопротивление катушки

$$x_{\text{к}} = Qr_{\text{к}} = 3,73 \cdot 8 = 30 \text{ ком,}$$

а ее индуктивность

$$L_{\text{к}} = \frac{x_{\text{к}}}{2\pi f} = \frac{30 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^5} = 47,7 \text{ мкн.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как обеспечить емкость, изменяющуюся в заданных пределах? Конденсаторы переменной емкости в диапазоне до 1000 пф обычно выполняются с воздушным или керамическим диэлектриком. Для нашего случая наиболее подходящим из числа изготавливаемых промышленностью является конденсатор переменной емкости $C_{\text{п}} = 5—40 \text{ пф}$ с параллельно присоединенным к нему конденсатором постоянной емкости $C' = 15 \text{ пф}$ (рис. 11-36). Очевидно, что общая емкость соединения будет изменяться в пределах от $C_{\text{мин}} = 5 + 15 = 20 \text{ пф}$ до $C_{\text{макс}} = 40 + 15 = 55 \text{ пф}$ и обеспечит требуемую регулировку.

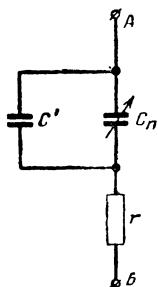


Рис. 11-36.
К дополнительному вопросу 1,
§ 11-9.

2. Почему в условии задачи задана величина $C_{\text{мин}} = 25 \text{ пф}$, а не 5 пф. Казалось бы целесообразным обеспечить требуемое перекрытие емкости $\frac{C_{\text{макс}}}{C_{\text{мин}}} = 2,07$ при минимально возможном $C_{\text{мин}} = 5 \text{ пф}$ и соответственно $C_{\text{макс}} = 2,07 \times 5 = 10,4 \text{ пф}$. При этом могла бы отпасть необходимость в конденсаторе C' (см. предыдущий вопрос).

Однако практически такой вариант очень трудно осуществить, так как применяемые детали и соединительные провода образуют между собой и по отношению к металлическому корпусу прибора так называемые «паразитные» или монтажные емкости, создаваемые металлическими поверхностями деталей и диэлектриками,

разделяющими их. Если в рассматриваемой цепи AB паразитные емкости между деталями окажутся соизмеримыми с величиной емкости C , то требуемая регулировка фазы не будет обеспечена. Учитывая, что при малом числе деталей в схеме емкость монтажа обычно измеряется единицами пикофарад, в данной задаче и нужно было выбрать $C_{\min}$ не менее 20—25 пф.

3. Как обеспечить заданную добротность Q и индуктивность L_K катушки? Добротность катушки $Q = x_K/r_K = \omega L_K/r_K$ при заданной частоте зависит от отношения L_K/r_K .

Применяя в катушках магнитопроводы с высокой магнитной проницаемостью, удастся получить большую индуктивность при малых габаритах и малом числе витков, т. е. при малом r_K , и соответственно обеспечить Q , измеряемое десятками и даже сотнями единиц. Катушки с малыми L_K и Q изготавливают без магнитопроводов на пустотелых каркасах.

Требуемую в нашем случае сравнительно большую индуктивность $L_K = 47,7$ мГн, по-видимому, следует выполнить с магнитопроводом, а ее добротность уменьшить включением активного сопротивления последовательно с ней на участке цепи BB (рис. 11-33).

4. Какая зависимость существует между изменением емкости и изменением угла сдвига по фазе между напряжением U_1 и током I ? В нашем случае $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{\max}}{\operatorname{tg} \varphi_{\min}} = 2,07$ и $\frac{\varphi_{\max}}{\varphi_{\min}} = \frac{-20}{-10} = 2$. Это понятно, если учесть, что для малых углов их отношение почти совпадает с отношением тангенсов углов.

Таким образом, между изменением емкости и угла сдвига по фазе между напряжением U_1 и током I в нашем случае будет почти линейная зависимость.

11-10. ЦЕПЬ С ПЕРЕМЕННЫМИ РЕАКТИВНЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ

Условие задачи

Цепь с последовательно включенными элементами $r = 600$ ом, $L = 1,195$ Гн и $C = 0,133$ мкф (рис. 11-22) питается от генератора с синусоидальным напряжением $U = 60$ в, частота f которого изменяется от 250 до 700 Гц.

Требуется построить кривые зависимостей полного сопротивления, тока, напряжений на участках и угла сдвига фаз φ между напряжением U и током от частоты.

Решение задачи

1. Определение зависимостей реактивных сопротивлений от частоты. Индуктивное сопротивление

$$x_L = 2\pi fL = 6,28 \cdot 1,195f = 7,5 f \text{ ом.}$$

Учитывая, что сопротивление x_L прямо пропорционально частоте f и графически изображается прямой ли-

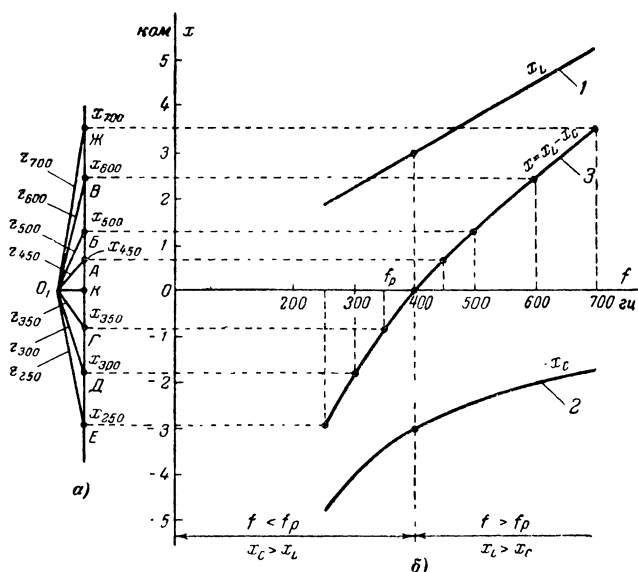


Рис. 11-37. Треугольники сопротивлений (а) и зависимость реактивных сопротивлений от частоты (б) для цепи на рис. 11-22.

нией, вычислим для крайних частот заданного диапазона индуктивные сопротивления $x'_L = 7,5 \cdot 250 = 1,87 \text{ ком}$ и $x''_L = 7,5 \cdot 700 = 5,25 \text{ ком}$, по которым в масштабе $M_x = 170 \text{ ом/мм}$ построена прямая 1 на рис. 11-37,б,

Емкостное сопротивление

$$x_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{10^6}{6,28 \cdot 0,133} \cdot \frac{1}{f} = 12 \cdot 10^5 \frac{1}{f} \text{ ом.}$$

Поскольку x_C обратно пропорционально f , то график зависимости $x_C(f)$ представляет собой гиперболу (кривая 2 рис. 11-37,б). Для ее построения рассчитаны несколько точек кривой, значения которых приведены в табл. 11-3.

Т а б л и ц а 11-3

$f, \text{ гц}$	250	300	400	500	600	700
$-x_C, \text{ ком}$	—4,8	—4,0	—3,0	—2,4	—2,0	—1,73

Зависимость реактивного сопротивления всей цепи $x = x_L - x_C$ от частоты (кривая 3) построена графическим суммированием ординат прямой и гиперболы.

Полученные кривые позволяют сделать следующие выводы:

1) на частоте $f_p = 400 \text{ гц}$ выполняется условие резонанса напряжений, т. е. $x_C = x_L$; $x = x_L - x_C = 0$;

2) при частоте ниже резонансной ($f < f_p$) полное сопротивление цепи z имеет активно-емкостный характер ($x < 0$);

3) при частоте выше резонансной ($f > f_p$) полное сопротивление z цепи имеет активно-индуктивный характер ($x > 0$).

2. Определение зависимости полного сопротивления от частоты. По графику $x(f)$ и величине активного сопротивления можно определить зависимость полного сопротивления цепи от частоты двумя путями:

1) определением нескольких значений x для различных f по кривой 3 (рис. 11-37,б) и выполнением серии однотипных вычислений по формуле $z = \sqrt{r^2 + x^2}$;

2) графическим вычислением z , построив треугольники сопротивлений для нескольких значений частоты.

Какой же из двух путей выбрать?

Нельзя дать общее правило, но в нашем случае второй путь короче. Действительно, приняв для треугольников (рис. 11-37,а) такой же масштаб, как и для гра-

фиков, получим для активного сопротивления цепи отрезок

$$O_1K = \frac{r}{M_z} = \frac{600}{170} = 3,5 \text{ мм.}$$

Этот отрезок отложен горизонтально и принят общим катетом всех треугольников.

Таблица 11-4

$f, \text{ гц}$	250	300	350	400	450	500	600
$z, \text{ ком}$	3,05	2,0	1,12	0,6	0,9	1,5	2,5

В таком случае другая сторона каждого треугольника сопротивлений равна соответствующей ординате кривой $x(f)$. На рис. 11-37

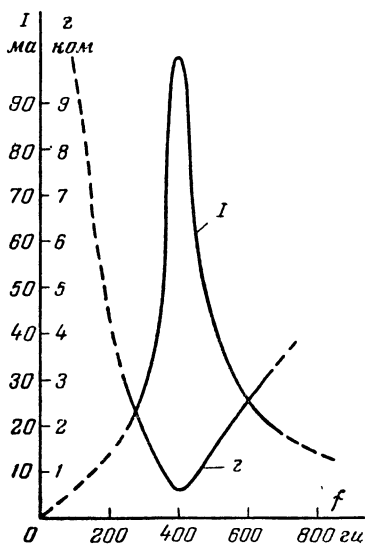


Рис. 11-38. Частотная характеристика полного сопротивления и резонансная кривая тока последовательного контура.

для треугольников O_1KA , O_1KB и т. д. показано (пунктирными линиями) построение сторон KA (x_{450}), KB (x_{500}) и т. д., где x_{450} , x_{500} и т. д. — ординаты кривой $x(f)$ соответственно для частот 450, 500 гц и т. д.

Полное сопротивление цепи определяется гипотенузами треугольников. Так, например, $z_{250} = M_z \cdot O_1E = 170 \cdot 17,7 = 3,05 \text{ ком}$. Значения полного сопротивления z при других частотах приведены в табл. 11-4.

По данным табл. 11-4 на рис. 11-38 построена кривая зависимости $z(f)$, которая подтверждает, что в цепи с последова-

тельно соединенными параметрами r , L и C полное сопротивление в режиме резонанса напряжений имеет наименьшее значение.

3. Определение зависимости тока от частоты. Требуемая зависимость может быть получена

аналитически многократным использованием формулы $I=U/z$, однако можно применить также графический метод в основе которого лежит построение круговой диаграммы и свойства так называемых прямых и обратных векторов. В качестве прямых векторов примем полные сопротивления цепи z (рис. 11-37,а), перенесенные на

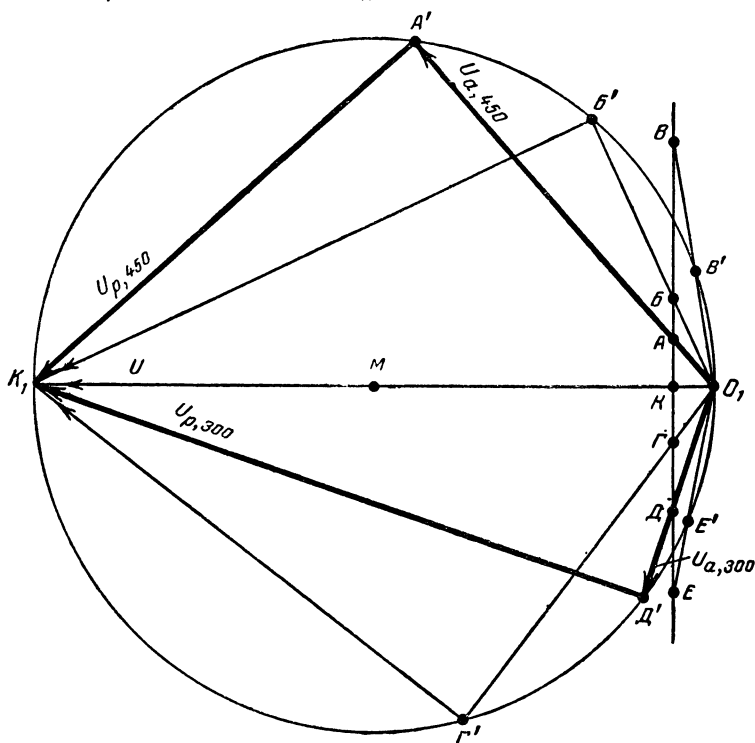


Рис. 11-39. Круговая диаграмма активного, реактивного и полного напряжений для неразветвленной цепи.

рис. 11-39 в масштабе $M_z=1,1 \text{ ком/см}$ и в «зеркальном» расположении. (На обоих рисунках треугольники сопротивлений обозначены одинаковыми буквами.)

Поскольку все прямые векторы имеют общее начало в точке O_1 , а их концы расположены на одной прямой BE , не проходящей через точку O , то концы обратных векторов $y=\frac{1}{z}$ будут размещаться на окружности (рис. 11-39),

проходящей через точку O_1 и с центром в точке M , лежащей на линии O_1K_1 , перпендикулярной к прямой BE . Диаметр окружности можно выбрать произвольно. На полученной круговой диаграмме прямым векторам O_1E , $O_1\Gamma$, O_1K и т. д., выражающим полные сопротивления цепи для разных частот, соответствуют обратные векторы O_1E' , $O_1\Gamma'$, O_1K_1 и т. д., выражающие в другом масштабе полные проводимости цепи для этих же частот.

Для определения масштаба проводимости вычислим ее значение, например, в режиме резонанса:

$$y_p = \frac{1}{z_p} = \frac{1}{r} = \frac{1}{600} \text{ см.}$$

Эта величина на диаграмме изображается отрезком $O_1K_1 = 90 \text{ мм}$, поэтому

$$M_y = \frac{y_p}{O_1K_1} = \frac{1}{600 \cdot 90} = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ см/мм.}$$

Имея круговую диаграмму, легко вычислить токи для различных значений частоты.

Действительно, $I = Uy = 60y$, т. е. ток пропорционален проводимости, а векторы y являются одновременно и векторами тока, но в масштабе

$$M_I = 60M_y = 60 \cdot 1,85 \cdot 10^{-5} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ а/мм} = 1,1 \text{ ма/мм.}$$

Например, при частоте 250 гц, для которой $O_1E' = 17,5 \text{ мм}$, имеем ток $I_{250} = 19 \text{ ма}$.

Аналогично по длинам векторов O_1D' и $O_1\Gamma'$ и т. д. определяются токи при других частотах. Результаты вычислений приведены в табл. 11-5.

Таблица 11-5

$f, \text{ гц}$	250	300	350	400	450	500	600
$I, \text{ ма}$	19	31,5	57	100	65	42	24

По данным табл. 11-5 на рис. 11-38 построена кривая зависимости $I(f)$, которая показывает, что ток возрастает на частотах, близких к частоте резонанса напряжений, достигая максимального значения при $f = f_p = 400 \text{ гц}$.

Таблица 11-6

$f, \text{гц}$	250	300	350	400	450	500	600
φ	$-78^\circ 30'$	$-72^\circ 30'$	-58°	0	$+49^\circ$	$+66^\circ$	$+76^\circ$

4. Определение зависимости угла φ от частоты f . Угол сдвига фаз между напряжением и током для выбранных значений частоты можно определить либо графически (напри-

мер, транспортиром) из треугольников сопротивлений или круговой диаграммы, либо аналитически по $\cos \varphi =$

$$= \frac{r}{z} = \frac{600}{z}, \text{ подставляя}$$

значения z из табл. 11-4. Результаты расчета приведены в табл. 11-6.

График зависимости $\varphi(f)$ или фазовая характеристика построена по данным табл. 11-6 на рис. 11-40.

5. Определение зависимостей $U_L(f)$ и $U_C(f)$. По

имеющимся значениям тока (табл. 11-5) и емкостного сопротивления x_C (табл. 11-3) легко определить величины $U_C = I x_C$ (табл. 11-7) и по ним построить график зависимости $U_C(f)$, показанный на рис. 11-41.

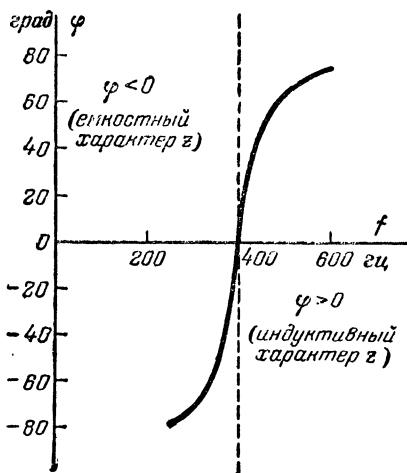


Рис. 11-40. Фазовая характеристика последовательного контура.

Таблица 11-7

$f, \text{гц}$	250	300	350	400	450	500	600
$U_C, \text{в}$	91	126	197	300	173	101	48

Кривая зависимости напряжения на индуктивности от частоты может быть также построена по точкам. Поскольку $U_L = I x_L$, то по значениям тока I из табл. 11-5

и величинам $x_L = \omega L = 7,5f$ находим значения U_L (табл. 11-8) и строим зависимость $U_L(f)$, показанную на рис. 11-41.

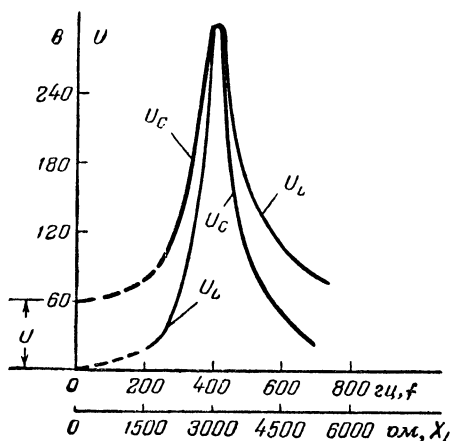


Рис. 11-41. Резонансные кривые напряжений на индуктивности и емкости последовательного контура.

Из рис. 11-41 видно, что графики зависимости $U_L(f)$ и $U_C(f)$ несимметричны относительно резонансной частоты 400 Гц.

Следует иметь в виду, что графики U_L и U_C имеют максимальные значения ($U_{L,\text{макс}}$ и $U_{C,\text{макс}}$) при частотах,

Таблица 11-8

$f, \text{ Гц}$	250	300	350	400	450	500	600
$U_L, \text{ в}$	25,8	71	149	300	219	157	108

отличающихся от резонансной. Рассматриваемое смещение $U_{L,\text{макс}}$ и $U_{C,\text{макс}}$ уменьшается с увеличением добротности контура, и при больших Q можно практически им пренебречь.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли по круговой диаграмме определить активные и реактивные составляющие напряжения? Активную составляющую напряжения $U_a = rI = 600I$ можно определить по вектору тока, но в масштабе $M_U = 600M_I = 600 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} = 0,66$ в/мм, например, вектор O_1A' изображает активную составляющую напряжения $U_{a,450}$ для частоты 450 гц.

Итак, одни и те же обратные векторы в различных масштабах позволяют вычислить проводимости, токи и активные падения напряжения.

При резонансе напряжение $U_a = Ir = U$ и определяется вектором O_1K_1 (рис. 11-39), который, например, для частоты 450 гц равен сумме векторов O_1A' и $A'K_1$. Поэтому вектор $A'K_1$ соответствует $U_{p,450}$, т. е. реактивной составляющей напряжения для частоты 450 гц.

Аналогичным образом для других частот реактивные составляющие напряжения будут изображаться векторами $B'K_1$, $\Gamma'K_1$ и т. д.

2. Почему при построении круговой диаграммы (на рис. 11-39) было принято «зеркальное» расположение треугольников сопротивлений? Это необходимо для выполнения правила отсчета положительных углов в направлении, обратном направлению движения часовой стрелки. Действительно, по рис. 11-39 вектор напряжения U_p опережает вектор напряжения U_a при $x_L > x_C$ и отстает от вектора U_a при $x_C > x_L$, как и должно быть в цепях соответственно с индуктивным и емкостным характером z .

Если выбрать на круговой диаграмме заданное расположение треугольников сопротивлений (рис. 11-37,а), то фазовые соотношения окажутся обратными.

3. Как изменится круговая диаграмма, если оставить в цепи одно реактивное сопротивление? Если в рассматриваемой цепи отсутствует емкость, то $x = x_L$, $U_p = U_L$ и по круговой диаграмме можно исследовать режим цепи при последовательно включенных сопротивлениях r и переменном x_L .

При отсутствии индуктивности L , очевидно, можно исследовать режим последовательной цепи x_C , r при переменном x_C .

4. Какие значения будут иметь ток и напряжения I , U_L и U_C при $f=0$? При $f=0$ цепь питается от источника постоянного напряжения. В этом случае индуктивное сопротивление $x_L = 2\pi fL = 0$ и $U_L = Ix_L = 0$. Емкостное сопротивление $x_C = 1/2\pi fC = \infty$, $z = \infty$, ток $I = U/z = U/\infty = 0$ и $U_a = Ir = 0$.

Поскольку при $f=0$ падения напряжения $U_a = 0$ и $U_L = 0$, то $U = U_C$.

В соответствии с полученными значениями тока и напряжений I , U_L и U_C на рис. 11-38 и 11-41 продолжены графики этих величин до значений при $f=0$.

5. От каких величин зависит крутизна резонансных кривых $U_L(f)$, $U_C(f)$ и $I(f)$?

В рассматриваемой цепи на резонансной частоте добротность контура

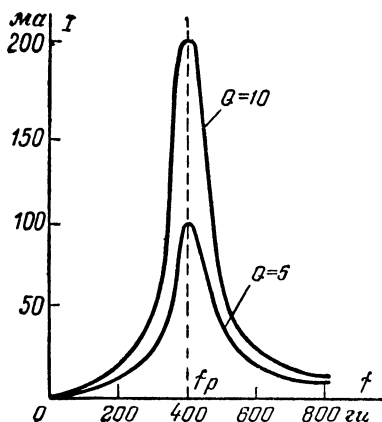
$$Q = \frac{x_L}{r} = \frac{x_C}{r} = \frac{3000}{600} = 5,$$

напряжения на индуктивности и емкости

$$U_C = U_L = Ix_L = \frac{Ux_L}{r} = UQ = 5U$$

больше напряжения на зажимах в Q раз или в нашем случае в 5 раз.

При резонансе любое из реактивных сопротивлений $x_L = x_C$ равно волновому сопротивлению цепи z_b . Если



его оставить неизменным, а уменьшить, например, в два раза активное сопротивление, то добротность $Q' = 2Q = 10$ и соответственно $U'_L = U'_C = U \cdot 2Q = 60 \cdot 10 = 600$ в, т. е. добротность контура и реактивные напряжения, возрастут в 2 раза.

Рис. 11-42. Резонансные кривые для двух значений добротности контура.

Ток $I_{\text{рез}} = \frac{U}{r/2} = \frac{60}{300} = 200$ ма также возрастет в 2 раза.

На рис. 11-42 показаны зависимости $I(f)$ при добротности контура $Q=5$ перенесена с рис. 11-38 и $Q=10$. В таком же соотношении изменятся наибольшие значения U_L и U_C .

Итак, крутизна резонансных кривых растет с увеличением добротности контура.

Очевидно, что в цепях, где $r > x_L$ ($Q < 1$), явления резонанса выражены очень слабо.

11-11. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 11-1

250. Заданы мгновенные значения трех токов: $i_1 = 12 \sin(\omega t - 60^\circ)$ а; $i_2 = 8 \sin(\omega t - 150^\circ)$ а; $i_3 = 10 \cos(\omega t + 30^\circ)$ а.

Построить векторную диаграмму всех токов, а для токов i_2 и i_3 также графики мгновенных значений (волновую диаграмму).

251. В условиях предыдущей задачи вычислить максимальное значение тока $i = i_1 + i_2 + i_3$ и записать его мгновенное значение.

252. По векторной диаграмме (рис. 11-43) записать мгновенные значения напряжений u_1 , u_2 и u_3 , если действующие значения $U_1 = 110$ в, $U_2 = 125$ в и $U_3 = 150$ в.

253. В условиях предыдущей задачи u_1 , u_2 и u_3 — напряжения на трех последовательно соединенных участках цепи. Вычислить графически общее напряжение цепи и записать его мгновенное значение.

254. Векторную диаграмму (рис. 11-43) сместили на угол 90° в сторону отставания. Записать мгновенные значения напряжения и построить новую векторную диаграмму, если $U_1 = 70$ в, $U_2 = 100$ в, $U_3 = 50$ в.

255. Синусоидальные величины сдвинуты по фазе на угол π . Какой промежуток времени отделяет их ближайшие положительные максимальные значения, если частота равна 400 гц?

256. Определить время, отделяющее ближайшие максимальные положительные значения графиков мгновенных значений двух напряжений, если они смещены по фазе на 30° , а их частота $f = 10$ кгц.

257. Ротор генератора вращается со скоростью 125 об/мин. Частота э. д. с. генератора 50 гц. Определить число пар полюсов машины, а также число периодов синусоидальной э. д. с. за один оборот ротора.

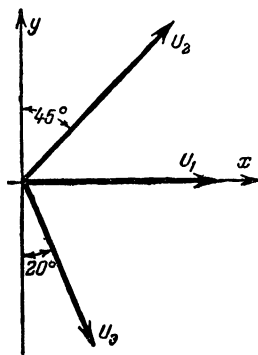


Рис. 11-43. К задаче 252.

258. По анализу результатов решения предыдущей задачи объяснить, в чем трудность создания тихоходной электрической машины переменного тока?

259. Почему двигатель электропроигрывателя часто выполняют в виде диска с большим числом выступов (условных полюсов)? Сколько должно быть таких выступов, чтобы двигатель, питаемый от сети переменного тока ($f=50$ гц), вращался со скоростью 78 об/мин.

Задачи к §§ 11-2—11-6

260. Катушка с индуктивностью $L_k=1,6$ гн и активным сопротивлением $r_k=400$ ом питается от источника переменного тока напряжением $U=280$ в и частотой $f=40$ гц. Определить ток в цепи, коэффициент мощности, активную, реактивную и полную мощности;

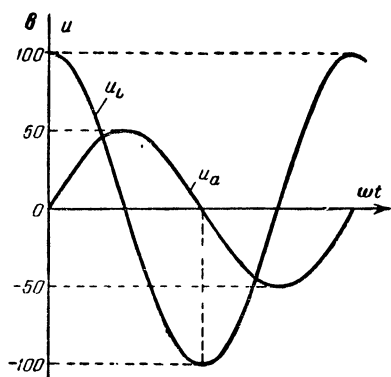


Рис. 11-44. К задаче 261.

построить векторную диаграмму, треугольник сопротивлений и треугольник мощностей.

261. Для цепи из последовательно включенных сопротивлений $r=25$ ом и индуктивности составить уравнение мгновенных значений и построить графики напряжения на зажимах тока и мгновенной мощности, если графики мгновенных значений напряжений на активном сопротивлении u_a и индуктивности u_L заданы (рис. 11-44).

262. В неразветвленной цепи, содержащей активное сопротивление r и индуктивное x_L , мгновенное значение напряжения на первом из них $u_a=80 \sin(\omega t - 120^\circ)$ в. Найти

мгновенное значение напряжения U_L и построить векторную диаграмму всех напряжений, включая напряжение на зажимах цепи, если $x_L=1,5 r$.

263. Мгновенные значения напряжения на зажимах цепи и ток в цепи известны: $u=220 \sqrt{2} \sin \omega t$ в и $i=22 \sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ)$ а. Определить графически активную мощность P .

264. Для определения активного сопротивления r_k и индуктивности L_k катушки ее подключили к сети переменного тока напряжением $U=220$ в и измерили ток в катушке $I=3,67$ а и ее мощность $P=485$ вт.

Вычислить r_k и L_k , если $f=50$ гц.

265. Люминесцентная лампа мощностью $P_{\lambda}=40$ вт включается в сеть переменного тока ($U=220$ в, $f=50$ гц) через пусковой дроссель D (рис. 11-45). В рабочем режиме по цепи проходит ток $I=0,41$ а, а коэффициент мощности всей цепи равен 0,6. Вычислить напряжения на лампе и дросселе, активное и индуктивное сопротивление дросселя, а также его коэффициент мощности.

266. В цепь обмотки неподвижного асинхронного двигателя включен последовательно реактор (катушка индуктивности) для ограничения пускового тока в начальный момент времени до 670 а. Обмотка двигателя имеет активное сопротивление $r_0=0,045$ ом и индуктивное сопротивление $x_0=0,15$ ом. Общее напряжение на обмотке и реакторе $U=220$ в. Вычислить реактивное сопротивление реактора, если его активным сопротивлением можно пренебречь.

267. В условиях предыдущей задачи определить эквивалентные активное и индуктивное сопротивления фазы двигателя (как приемника энергии) при его разгоне и выключенном реакторе, если активная мощность, приходящаяся на одну фазу, $P=21,5$ кВт, а отношение пускового тока к номинальному $I_n/I_n=5,5$.

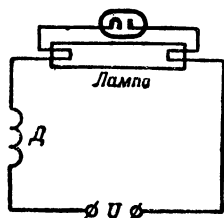


Рис. 11-45. К задаче 265.

268. Чем объяснить значительное увеличение эквивалентных активного и индуктивного сопротивлений фазы двигателя при переходе от неподвижного состояния к рабочему режиму (сравните данные задачи 266 и ответ к задаче 267)?

269. К зажимам цепи из последовательно включенных сопротивления $r=800$ ом и конденсатора $C=0,4$ мкф подведено синусоидальное напряжение $U_b=120$ в с частотой $f=400$ гц. Определить ток в цепи, $\cos \phi$, напряжения на активном сопротивлении и емкости; построить векторную диаграмму и треугольник сопротивлений.

270. Для цепи предыдущей задачи определить активную, реактивную и полную мощности.

271. В цепи с последовательно включенными сопротивлением r и конденсатором C напряжение на емкости $u_C=100\cos(\omega t-90^\circ)$ в. Построить векторную диаграмму напряжений: на емкости U_C , активном сопротивлении U_a и зажимах цепи U , если $x_C=r$. Записать мгновенное значение напряжения U .

272. Для передачи напряжения от одной лампы усилителя к другой (например в радиоприемниках) используется электрическая цепь (рис. 11-46), называемая «межкаскадной связью». Определить потерю и падение напряжения для крайних значений полосы усиливаемых частот (100 гц и 5 000 гц) на участке между анодом 1-й и сеткой 2-й ламп (соответственно $U_{вх}$ и $U_{вых}$), если $C=0,01$ мкф, $r_c=318$ ком, $U_{вх}=80$ в.

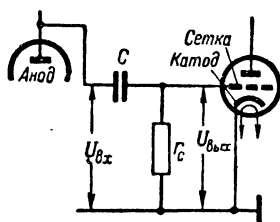


Рис. 11-46. К задаче 272.

273. В условиях предыдущей задачи при помощи векторной диаграммы объяснить значительную разницу между падением и потерей напряжения.

274. Для изменения тембра звука в радиоприемниках и электропроигрывателях предусматривается регулировка (коррекция) тона по высокой частоте, осуществляемая часто по схеме рис. 11-47, где изменяется положение ползунка реостата R . Для рассматриваемой цепи:

а) ответить, как изменится (возрастет или уменьшится) напряжение U_2 при увеличении частоты f синусоидального напряжения U_1 (амплитуда напряжения U_1 постоянна)? Почему рассматриваемую схему называют коррекцией тона по высокой частоте?

б) объяснить назначение переменного сопротивления R ;

в) построить в общем виде графики зависимости $\frac{U_2}{U_1}(f)$ для значений $R = \infty$, $R = R'$ и $R = R''$, где $R'' < R'$.

275. По аналогии со схемой коррекции тона по высокой частоте (см. предыдущую задачу) составить схему коррекции тона по низкой частоте и построить для этой схемы в общем виде графики зависимости $\frac{U_2}{U_1}(f)$.

276. Для контроля исправности сети ($U=380$ в, $f=50$ гц) к ней присоединили через конденсатор C осветительную лампу, рассчитанную на напряжение 220 в и мощность 150 вт. При каком значении емкости и напряжении на конденсаторе обеспечивается номиналь-

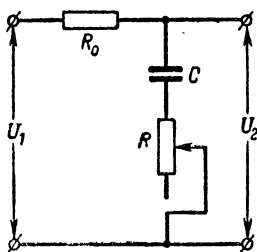


Рис. 11-47. К задаче 274.

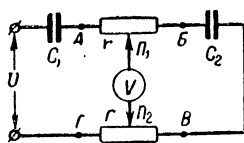


Рис. 11-48. К задаче 279.

ный режим горения лампы? Каким активным сопротивлением можно заменить емкость, сохранив прежний режим для лампы?

277. Для уменьшения напряжения на осветительной лампе применяются две схемы: в одной последовательно с лампой включено активное сопротивление, в другой также включена емкость. В каждой из схем лампы горят одинаково. Оценить обе схемы по влиянию на яркость лампы:

- изменения величины добавочного сопротивления (r или x_c);
- изменения напряжения электросети.

278. Будет ли гореть лампа, присоединенная через конденсатор к сети постоянного тока?

279. Ползунки P_1 и P_2 (рис. 11-48) установлены посередине двух одинаковых реостатов с сопротивлением r каждый. Требуется определить:

а) в каких направлениях от установленного положения нужно перемещать ползунки P_1 и P_2 , чтобы вольтметр не изменял своих показаний (сопротивлением вольтметра пренебречь, C_1 и C_2 выбраны произвольно);

б) как нужно установить ползунки P_1 и P_2 , чтобы получить наибольшее и наименьшее показания вольтметра.

280. В так называемых реактивных лампах (используются в радиотехнике) эквивалентное сопротивление электронной лампы (вместе со схемой) преимущественно реактивное (емкостное или индуктивное). Это достигается смещением по фазе напряжения u_c (рис. 11-49), подводимого к участку сетка—катод лампы, относительно напряжения u_a между анодом и катодом. Приняв $u_a = 40\sqrt{2} \sin \omega t$ в, $U_c = 2$ в, $r = 5$ ком, $f = 50$ кГц, оп-

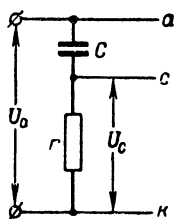


Рис. 11-49. К задаче 280.

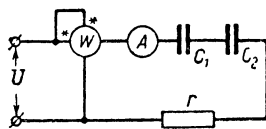


Рис. 11-50. К задаче 281.

ределить емкость C и составить выражение для мгновенного значения u_c .

281. Как изменятся (увеличатся или уменьшатся) показания приборов в схеме (рис. 11-50) при:

- коротком замыкании сопротивления r ;
- пробое (замыкании) пластин конденсатора C_2 .

Потреблением мощности измерительными приборами пренебречь.

282. Источник ($U=110$ в, $f=50$ Гц) питает цепь из последовательно включенных сопротивления $r=10$ ом, емкости $C=150$ мкФ и индуктивности $L=50$ мГн. Определить ток в цепи, напряжения на элементах, а также активную, реактивную и полную мощности. Построить векторную и топографическую диаграммы, а также треугольники сопротивлений и мощностей.

283. В цепи (рис. 11-51) ток $I=200$ а, а коэффициент мощности равен 0,85. Определить напряжения U , U_a , U_c , U_L , если $r=0,255$ ом; $x_c=10$ ом.

284. Неразветвленная цепь, состоящая из индуктивности $L=200$ мГн и емкости $C=8 \cdot 10^5$ пФ, питается от генератора с напряжением $U=110$ в и частотой $f=200$ Гц. Определить ток, напряжения на индуктивности и емкости, а также активную, реактивную и полную мощности цепи; построить векторную диаграмму.

285. В цепи, показанной на рис. 11-51, напряжение $U_{AB}=80$ в, его начальная фаза $\psi_{AB}=30^\circ$. Найти мгновенные значения и построить графики для напряжений u_a , u_L и u_C , а также вычислить их действующие значения, если $U_C=40$ в, и начальная фаза тока равна нулю.

286. В цепи (рис. 11-51) $U=50$ в; $U_L=40$ в; $U_a=40$ в; $r=80$ ом; $f=200$ Гц.

Определить индуктивность и два значения емкости, обеспечивающих заданный режим цепи.

287. Активная мощность цепи (рис. 11-51) $P=120$ вт, а ее $\cos \varphi=0,7$; реактивная мощность емкости $Q_C=200$ вар. Вычислить величины сопротивления r и индуктивности L , если напряжение на зажимах $U=220$ в, а частота $f=50$ гц.

288. Источник с напряжением $U=100$ в и частотой $f=500$ гц питает цепь (рис. 11-51), для которой полная мощность S в два

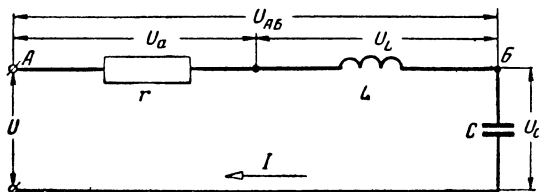


Рис. 11-51. К задаче 283.

раза больше реактивной мощности Q . Определить величины активного сопротивления, индуктивности и емкости, если ток в цепи $I=50$ ма, а напряжение на емкости 120 в.

289. В цепи (рис. 11-51) напряжение на зажимах, ток и активная мощность цепи соответственно равны: 120 в, 2,4 а, 200 вт. Индуктивное сопротивление x_L в два раза больше емкостного x_C . Вычислить активное сопротивление, индуктивность и емкость цепи при частоте 50 гц.

290. В неразветвленной цепи (рис. 11-52) $U_a=60$ в, а его начальная фаза $\varphi_a=60^\circ$. Построить векторную диаграмму и графики напряжений на индуктивности, емкости, активном сопротивлении и зажимах цепи, если $r:x_L:x_C=2:3:4$. Построить векторы напряжений $U_{БГ}$, U_{AB} и записать для этих напряжений мгновенные значения.

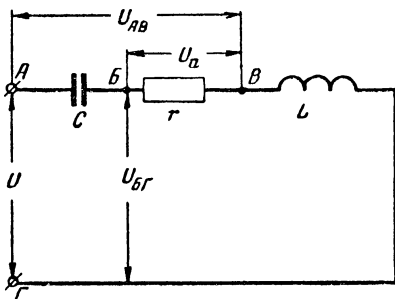


Рис. 11-52. К задаче 290.

291. Асинхронный конденсаторный двигатель типа АДП присоединен к сети переменного тока ($U=110$ в, $f=50$ гц) через последовательно включенный конденсатор $C=6,5$ мкф. Ток в цепи двигателя и конденсатора $I=0,6$ а, а коэффициент мощности всей цепи 0,85. Определить эквивалентные параметры двигателя.

292. Два последовательно соединенных генератора с напряжениями $u_1=220 \sin(\omega t+30^\circ)$ и $u_2=220 \sin(\omega t+120^\circ)$ в питают неразветвленную цепь с активным сопротивлением $r=220$ ом, индуктивным $x_L=440$ ом и емкостным $x_C=660$ ом. Определить ток и максимальные значения напряжения на зажимах цепи и на отдельных участках. Построить векторную диаграмму.

293. Неразветвленная цепь из последовательно включенных элементов r , L и C питается от источника с напряжением $U=110$ в и частотой $f=200$ гц. В цепи установился резонанс напряжений. Определить ток в цепи, падения напряжения на индуктивности, емкости и активном сопротивлении, а также величину емкости, если $r=50$ ом, а $L=0,1$ гн. Построить векторную диаграмму и треугольник сопротивлений.

294. В условиях предыдущей задачи определить, во сколько раз напряжения на индуктивности и емкости превышают напряжение источника в режиме резонанса, если активное сопротивление r уменьшилось в 10 раз и стало 5 ом.

295. Для измерения индуктивности L_k катушки ее вместе с конденсатором и амперметром присоединили к зажимам генератора низкой частоты, образовав неразветвленную цепь. Изменяя частоту генератора, настроили цепь в резонанс. Определить индуктивность L_k , если $f_p=80$ гц, $C=2$ мкф.

296. Каким должно быть внутреннее сопротивление генератора в условиях предыдущей задачи, чтобы в режиме резонанса он отдавал наибольшую мощность? Добротность контура $Q=23$.

297. Цепь из последовательно соединенных катушки (L_k и r_k) и конденсатора C питается от источника с напряжением $U=12$ в и частотой $f=200$ гц. Определить величину произведения LC , при которой в цепи установится резонанс, и сопротивление r_k катушки, если мощность источника не должна превышать 6 вт.

298. При значениях $L_k=2$ гн и $C=5$ мкф в последовательной цепи установился резонанс на частоте f'_p . Затем частота напряжения генератора уменьшилась на величину Δf и стала равна f''_p . Для восстановления резонанса изменили емкость на величину $\Delta C=1$ мкф. Определить f'_p и f''_p .

299. В генераторе «качающейся» частоты образуется синусоидальное напряжение постоянной амплитуды, но изменяющейся частоты (спектр частот). Для питания некоторых потребителей приходится исключать часть спектра частот указанного генератора, что обеспечивается схемой, связывающей генератор с потребителем. Составить простую схему для связи генератора с потребителем.

300. В условиях предыдущей задачи предложить способ регулирования ширины полосы частот, исключаемых из спектра генератора «качающейся» частоты.

301. Для настройки в резонанс катушки индуктивности с неизвестными параметрами (L_k и r_k) последовательно с ней включали поочередно различные конденсаторы C . При этом в одном из случаев ток в цепи возрос, а в другом — уменьшился по сравнению с величиной тока в отсутствии конденсатора. Указать для каждого случая соотношения между реактивными сопротивлениями катушки x_L и конденсатора x_C .

302. Как можно использовать показания приборов в схеме (рис. 11-53), чтобы обнаружить режим резонанса цепи при изменении переменной емкости C . Рассмотреть два случая: а) нельзя пренебречь величиной r_k ; б) можно пренебречь величиной r_k .

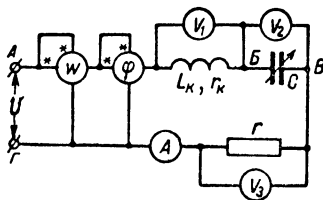


Рис. 11-53. К задаче 302.

303. После настройки в резонанс цепи (рис. 11-53), для которой принять $r_k=0$, увеличили в 2 раза частоту генератора, питающего цепь. Как это повлияет на показания приборов, если величина общего напряжения остается неизменной и: а) добротность контура значительна ($Q>10$), б) добротность контура $Q=1$.

Задачи к §§ 11-6—11-10

304. Цепь из последовательно включенных двух катушек индуктивности ($L_1=80 \text{ мГн}$; $r_1=200 \text{ ом}$; $L_2=20 \text{ мГн}$; $r_2=10 \text{ ом}$), двух конденсаторов ($C_1=0,4 \text{ мкФ}$; $C_2=1,2 \text{ мкФ}$) и активного сопротивления ($r=70 \text{ ом}$) питается от источника переменного тока напряжением $U=115 \text{ в}$ и частотой $f=400 \text{ гц}$. Определить ток в цепи, напряжения на катушках и конденсаторах, активную, реактивную и полную мощности цепи. Составить баланс активных и реактивных мощностей цепи. Построить векторную диаграмму.

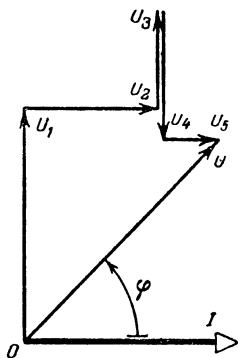


Рис. 11-54. К задаче 309.

305. В условиях предыдущей задачи составить схему с эквивалентными параметрами и построить для нее векторную диаграмму и многоугольник сопротивлений.

306. В условиях задачи 304 определить напряжение на участке из двух катушек и конденсатора C_1 , расположив их в цепи рядом; вычислить для этого участка активную, реактивную и полную мощности.

307. Две одинаковые катушки и конденсатор с емкостью $C=100 \text{ мкФ}$ присоединены последовательно к напряжению U частотой 50 гц . Общая мощность цепи $P=220 \text{ вт}$, ток $I=4 \text{ а}$, фазовый сдвиг тока относительно напряжения на зажимах составляет 60° . Определить сопротивление r_k , индуктивность катушки L_k и напряжение U .

308. В цепи из последовательно включенных двух катушек и конденсатора напряжения на катушках $U_1=U_2=100 \text{ в}$, а на конденсаторе $U_3=173 \text{ в}$. Сдвиг по фазе между напряжениями U_1 и U_2 равен 60° (U_1 опережает U_2) и между напряжениями U_1 и U_3 составляет 160° . Определить полное сопротивление цепи и напряжение на ее зажимах, если $C=2 \text{ мкФ}$ и $f=50 \text{ гц}$.

309. Составить схему неразветвленной цепи по топографической диаграмме (рис. 11-54). Вычислить полное сопротивление цепи, его активную и реактивную составляющие, если масштаб напряжения $M_U=2 \text{ в/мм}$, а длина вектора U равна $37,5 \text{ мм}$; ток $I=2,5 \text{ а}$; $\varphi=45^\circ$.

310. Составить схему неразветвленной электрической цепи, топографическая диаграмма напряжений которой приведена на рис. 11-55.

311. Для цепи (рис. 11-53) построить в общем виде топографическую диаграмму напряжений, приняв $x_C > x_L$ и вектор напряжения на катушке индуктивности (U_L) расположенным в отрицательном направлении оси y .

312. Построить топографическую диаграмму напряжений для цепи (рис. 11-53), приняв $x_L > x_C$ и вектор напряжения $U_{БГ}$ (для

участка $БГ$ цепи) направленным в отрицательном направлении оси y .

313. В электронике применяется схема (рис. 11-56), обеспечивающая изменение угла сдвига фазы ($\psi_{1,2}$) между напряжениями U_1 и U_2 , измеренными относительно общей точки нулевого потенциала O .

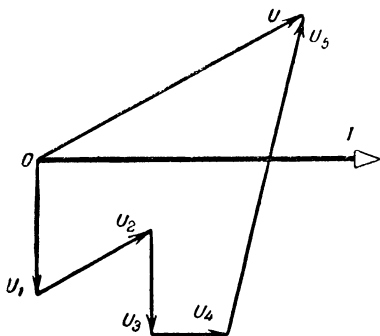


Рис. 11-55. К задаче 310.

а) Показать при помощи векторной диаграммы изменение угла $\psi_{1,2}$ при перемещении ползунков реостатов $П_1$ и $П_2$;

б) записать условие, обеспечивающее совпадение по фазе напряжения $U_{1,2}$ и тока I при любых положениях ползунков реостатов и показать этот режим на векторной диаграмме;

в) выяснить, почему рассматриваемую схему не применяют при малых углах $\psi_{1,2}$ (до 10°).

314. Схема рис. 11-57 обеспечивает регулировку угла сдвига фазы $\psi_{1,2}$ между напряжениями U_1 и U_2 , измеряемыми относительно общей точки нулевого потенциала O . Построить векторную диаграмму и показать возможные пределы изменения $\psi_{1,2}$ при перемещении ползунков $П_1$ и $П_2$ переменных индуктивностей (принять $x_C > x_{L2}$). Сравнить рассматриваемую схему с предыдущей (рис. 11-56) с точки зрения возможностей регулировки угла сдвига фазы.

315. Фазовый сдвиг между напряжением U_{AB} и током в цепи (рис. 11-51) равен 53° ; $U_{AB} = 325$ в. Определить ток I , напряжение U и сопротивление r , если $x_L = 10$ ом; $x_C = 6$ ом.

316. Катушка индуктивности с активным сопротивлением r_K и индуктивностью L_K соединена последовательно с конденсатором емкостью $C = 2$ мкф. Напряжение на катушке $U_K = 120$ в, а на конденсаторе $U_C = 60$ в. Сдвиг по фазе между напряжениями U_K и U_C равен 120° . Определить активное и индуктивное сопротивления катушки, а также напряжение источника, питающего цепь, если частота тока $f = 100$ гц.

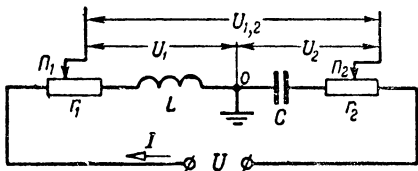


Рис. 11-56. К задаче 313.

317. В условиях предыдущей задачи определить, в каких пределах нужно изменять емкость C , чтобы обеспечить регулировку сдвига по фазе между напряжениями источника и катушки на $\pm 5^\circ$.

318. В цепи (рис. 11-51) $r = 5$ ом, $x_L = x_C = 506$ ом при $f = 400$ гц. Построить графики $z(f)$, $I(f)$ и $U_C(f)$, если частота f изменяется от 200 до 600 гц, а $U = 115$ в.

319. Неразветвленная цепь, содержащая индуктивность L и переменную емкость C , настраивается в резонанс в диапазоне частот $f = 200\text{—}600$ кГц. Определить $C_{\text{макс}}$ и L , если минимальное значение емкости $C_{\text{мин}} = 50$ пФ.

320. Для цепи из последовательно включенных сопротивления r и индуктивности L построить круговую диаграмму при изменении

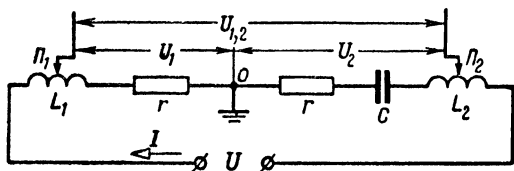


Рис. 11-57. К задаче 314.

активного сопротивления от нуля до 50 ом, если индуктивное сопротивление $x_L = 20$ ом, а напряжение на зажимах $U = 120$ в. Построить графики тока, напряжений на активном сопротивлении и индуктивности в зависимости от r .

11-12. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 11

250. См. рис. 11-58.

251. $8,25 \sin(\omega t - 136^\circ)$ а.

252. $110 \sqrt{2} \sin \omega t$ в; $125 \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ в;
 $150 \sqrt{2} \sin(\omega t - 70^\circ)$ в.

253. $357 \sin(\omega t - 14^\circ)$ в.

254. $99 \sin(\omega t - 90^\circ)$ в; $141 \sin(\omega t - 45^\circ)$ в; $70,5 \sin(\omega t - 160^\circ)$ в.

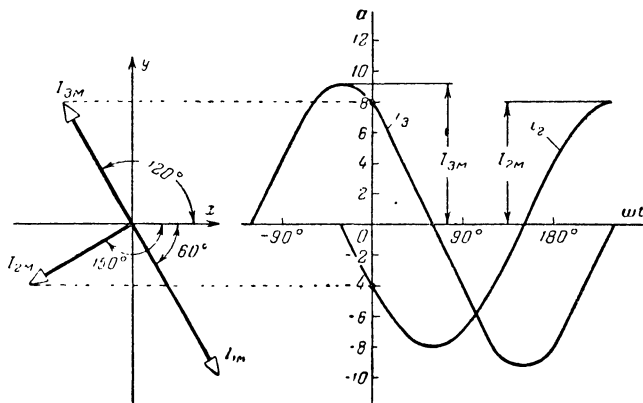


Рис. 11-58. К ответу задачи 250.

255. 1,25 мсек.

256. 8,3 мсек.

257. 24; 24.
 258. В необходимости большого числа полюсов.
 259. 77.
 260. 0,5 а; 0,707; 99 вт; 99 вар; 140 в.а.
 261. $112 \sin(\omega t + 63^\circ 25')$ в; $2 \sin \omega t$ а; $[50,2 - 112 \cos(2\omega t + 63^\circ 25')]$ вт.
 262. $120 \sin(\omega t - 30^\circ)$ в.
 263. 420 вт.
 264. 36 ом; 0,153 гн.
 265. 97,8 в; 179 в; 83,4 ом; 430 ом; 0,19.
 266. 0,175 ом.
 267. 1,44 ом; 1,08 ом.
 268. Появлением противо-э. д. с. и увеличением механической мощности.
 269. 94 ма; 0,6; 75,2 в; 93,4 в.
 270. 6,8 вт; -905 вар; 11,3 в.а.
 271. $141 \sin(\omega t + 45^\circ)$ в.
 272. При $f=100$ гц: 8,4 в; 35,8 в; при $f=5000$ гц: падение напряжения 0,8 в; потерей напряжения можно пренебречь.
 273. См. рис. 11-59.

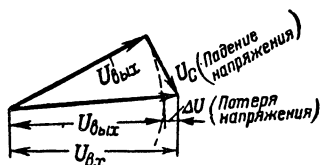


Рис. 11-59. К ответу задачи 273.

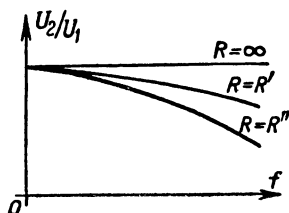
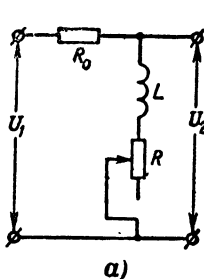
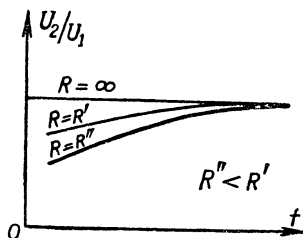


Рис. 11-60. Ответ к задаче 274.

274. а) Уменьшится; б) изменяет степень ослабления напряжения высоких частот; в) см. рис. 11-60.
 275. См. рис. 11-61.



а)



б)

Рис. 11-61. Ответ к задаче 275 (схема — а и графики — б).

276. 7 мкф ; 310 в ; 235 ом .

277. а) Лучше (меньше влияния) в схеме с емкостью; б) схемы равноценны.

278. Нет.

279. Ползунок P_1 — к точке A , а ползунок P_2 — к точке B , либо P_1 — к точке B , а P_2 — к точке Γ ; б) у точек A и Γ ; у точек B и B .

280. 32 нф ; $u_c = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 87^\circ) \text{ в}$.

281. а) Ваттметра — уменьшится до нуля; амперметра — увеличатся; б) показания обоих приборов увеличатся.

282. $9,65 \text{ а}$; $96,5 \text{ в}$; $151,5 \text{ в}$; 205 в ; 931 вт ; 516 вар ; 1060 ва .

283. 60 в ; 51 в ; 2000 в ; 2032 в .

284. $0,15 \text{ а}$; 38 в ; 148 в ; $P=0$; $16,5 \text{ вар}$; $16,5 \text{ ва}$.

285. $97,5 \sin \omega t \text{ в}$; $56,5 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ в}$; $56,5 \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ в}$.

286. $0,064 \text{ гн}$; $5,7 \text{ мкф}$ или 40 мкф .

287. $197,5 \text{ ом}$; $0,42 \text{ гн}$ или $1,67 \text{ гн}$.

288. 1730 ом ; $0,445 \text{ гн}$ или $1,08 \text{ гн}$; $0,132 \text{ мкф}$.

289. 35 ом ; $0,226 \text{ гн}$; $89,6 \text{ мкф}$.

290. $90\sqrt{2} \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ в}$; $120\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ в}$; $60\sqrt{2} \times \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ в}$; $67\sqrt{2} \sin(\omega t + 34^\circ) \text{ в}$; $110\sqrt{2} \sin(\omega t + 110^\circ) \text{ в}$; $140\sqrt{2} \sin(\omega t - 3^\circ) \text{ в}$.

291. 156 ом ; $1,87 \text{ гн}$.

292. $0,7 \text{ а}$; 310 в ; 220 в ; 440 в ; 660 в .

293. $2,2 \text{ а}$; 276 в ; 276 в ; 110 в ; $6,35 \text{ мкф}$.

294. Приблизительно 25 раз.

295. 2 гн .

296. 42 ом .

297. $6,4 \cdot 10^{-7} \text{ гн} \cdot \text{ф}$; 24 ом .

298. $50,4 \text{ гц}$; 46 гц .

299. Схема рис. 11-62 в режиме $r_1 \gg r_2$ и $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, где ω — среднее значение полосы частот, исключаемых из спектра.

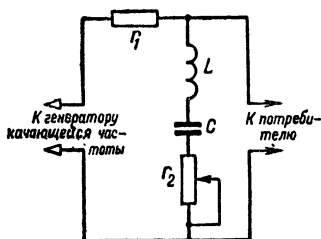


Рис. 11-62. Ответ к задачам 299 и 300.

300. Изменением r_2 (рис. 11-62).

301. $2x_L > x_C$; $x_C > 2x_L$.

302. а) По максимальным показаниям амперметра, ваттметра и 3-го вольтметра и нулевым показаниям фазометра; б) кроме указанных в п. а) по равенству показаний 1-го и 2-го вольтметров V_1 и V_2 .

303. а) Увеличатся показания только фазометра, остальных — уменьшатся; б) увеличатся показания 1-го вольтметра в 1,12 раза и фазометра до 61° ; уменьшатся показания амперметра и 3-го вольтметра в 1,8 раза и ваттметра в 3,24 раза.

304. $0,1 \text{ а}; 28,5 \text{ в}; 5,1 \text{ в}; 100 \text{ в}; 33 \text{ в}; 2,8 \text{ вт}; -10,78 \text{ вар}; 11,2 \text{ ва};$
 $P_{r_1} + P_{r_2} + P_r = 2 + 0,1 + 0,7 = 2,8 \text{ вт} = P; (Q_{L1} + Q_{L2}) -$
 $-(Q_{C1} + Q_{C2}) = (2,0 + 0,50) - (9,96 + 3,32) = -10,78 \text{ вар} = Q.$

305. Активное сопротивление 280 ом , емкость $0,36 \text{ мкф}$.

306. $77 \text{ в}; 2,1 \text{ вт}; 7,4 \text{ вар}; 7,7 \text{ ва}.$

307. $6,25 \text{ ом}; 85 \text{ мГн}$ или $16 \text{ мГн}; 100 \text{ в}.$

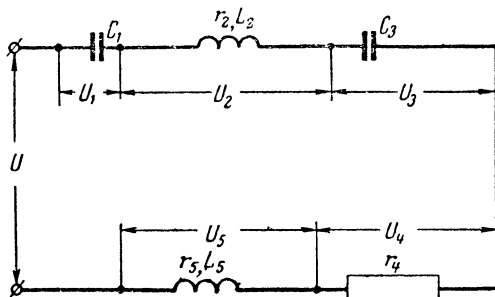


Рис. 11-63. Ответ к задаче 310.

308. $1,34 \text{ ком}; 146 \text{ в}.$

309. $30 \text{ ом}; 21,2 \text{ ом}; 21,2 \text{ ом}.$

310. См. рис. 11-63.

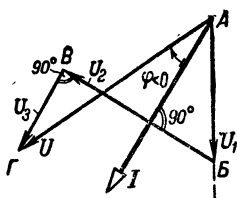


Рис. 11-64. Ответ к задаче 311.

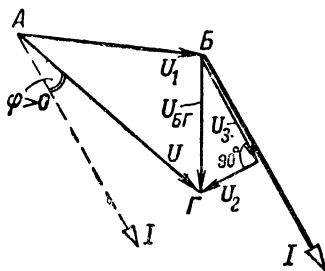


Рис. 11-65. Ответ к задаче 312.

311. См. рис. 11-64.

312. См. рис. 11-65.

313. а) См. рис. 11-66, б) $x_L = x_C$; в) большие измерения r_1 и r_2 мало влияют на величину угла $\psi_{1,2}$.

314. См. рис. 11-67. Эту схему можно применять при малых значениях угла $\psi_{1,2}$.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ

РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

12-1. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРНОЙ ДИАГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ

Условие задачи

Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей (рис. 12-1), параметры которых $r_1=80 \text{ ом}$, $r_2=260 \text{ ом}$,

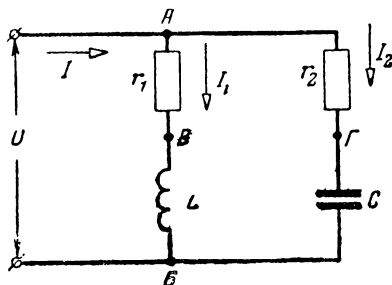


Рис. 12-1. Параллельное соединение двух ветвей, содержащих участки с активным и реактивным сопротивлениями.

$L=0,191 \text{ гн}$ и $C=21,2 \text{ мкф}$, присоединена к генератору синусоидального напряжения $U=120 \text{ в}$ частотой $f=50 \text{ гц}$.

Определить токи ветвей I_1 и I_2 , ток I , а также активную и реактивную мощности цепи.

Решение задачи

1. Особенности задачи. Прежде всего выясним, какие величины в этой задаче могут быть вычислены уже известными методами. Очевидно, что каждая из параллельных ветвей ABB и AGB (рис. 12-1) представляет собой неразветвленную цепь с заданным напряжением U на ее зажимах (точки A и B). Поэтому

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + (\omega L)^2}};$$

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + (1/\omega C)^2}}.$$

Иное положение с общим током I . Для его вычисления требуются новые методы. Поскольку общий ток I равен геометрической сумме токов ветвей I_1 и I_2 , то, очевидно, возможен геометрический путь решения, основанный на применении векторной диаграммы. Существует и алгебраический путь решения (см. следующую задачу).

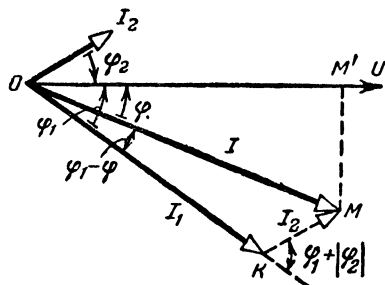


Рис. 12-2. Векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 12-1.

2. Векторная диаграмма. Для неразветвленных цепей удобно начинать построение векторной диаграммы с вектора тока, общего для всех участков цепи. Если действовать аналогично, то нужно и для цепи рис. 12-1 найти некоторую общую величину. Ею, оче-

видно, является напряжение на зажимах цепи, с которого и начнем построение диаграммы, отложив вектор U , скажем, по оси x (рис. 12-2).

В ветви с индуктивно-активным сопротивлением ток I_1 отстает по фазе на угол φ_1 от напряжения U , а в ветви с активно-емкостным сопротивлением ток I_2 опережает по фазе напряжение U на угол φ_2 . Общий ток I (рис. 12-2) построен как геометрическая сумма токов I_1 и I_2 .

3. Вычисление токов. О токах ветвей уже говорилось выше. В нашем случае

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + (\omega L)^2}} = \frac{120}{\sqrt{80^2 + (314 \cdot 0,191)^2}} = 1,2 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{120}{\sqrt{260^2 + \left(\frac{1}{314 \cdot 21,2 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 0,4 \text{ а}.$$

Эти токи смещены по фазе относительно напряжения на углы (без учета знака):

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{z_1} = \arccos \frac{80}{100} = 37^\circ;$$

$$|\varphi_2| = \arccos \frac{r_2}{z_2} = \arccos \frac{260}{300} = 30^\circ.$$

Общий ток I и его сдвиг по фазе φ находим из треугольника токов OKM (рис. 12-2) по теореме косинусов:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\cos\angle OKM},$$

но

$$\angle OKM = 180^\circ - (\varphi_1 + |\varphi_2|),$$

а

$$\cos[180^\circ - (\varphi_1 + |\varphi_2|)] = -\cos(\varphi_1 + |\varphi_2|),$$

поэтому

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_1 + |\varphi_2|)} = \\ &= \sqrt{1,2^2 + 0,4^2 + 2 \cdot 1,2 \cdot 0,4 \cdot 0,39} = 1,4 \text{ а}. \end{aligned}$$

По теореме синусов

$$\frac{I}{\sin(\varphi_1 + |\varphi_2|)} = \frac{I_2}{\sin(\varphi_1 - \varphi)},$$

откуда

$$\sin(\varphi_1 - \varphi) = \frac{I_2}{I} \sin 67^\circ = \frac{0,4}{1,4} 0,92 = 0,264$$

или

$$\varphi = \varphi_1 - 15^\circ 20' = 21^\circ 40'.$$

Полученные величины I и φ можно определить также графически. Учитывая, что диаграмма (рис. 12-2) построена в масштабе $M_I = 0,32 \text{ а/см}$, имеем: $I = OM \cdot M_I = 4,4 \times \times 0,32 = 1,4 \text{ а}$, а $\varphi = \arctg \frac{MM'}{MO} = \arctg \frac{16}{42} = 22^\circ$.

4. Вычисление мощностей. Активная мощность всей цепи

$$P = UI \cos \varphi = 120 \cdot 1,4 \cos 22^\circ = 157 \text{ вт}$$

слагается из мощностей ветвей:

$$P_1 = I_1^2 r_1 = (1,2)^2 \cdot 80 = 115 \text{ вт};$$

$$P_2 = I_2^2 r_2 = (0,4)^2 \cdot 260 = 42 \text{ вт}.$$

(Действительно, $P_1 + P_2 = 115 + 42 = 157 \text{ вт} = P$.)

Реактивная мощность всей цепи $Q = UI \sin \varphi = 120 \times \times 1,4 \sin 22^\circ = 62 \text{ вар}$ является алгебраической суммой мощностей ветвей

$$Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1 = 120 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = 86 \text{ вар};$$

$$Q_2 = UI_2 \sin \varphi_2 = 120 \cdot 0,4 (-0,5) = -24 \text{ вар},$$

где учтено, что полное сопротивление первой ветви имеет индуктивный характер ($\varphi_1 > 0$), а второй ветви — емкостной ($\varphi_2 < 0$); $Q = Q_1 + Q_2 = 86 - 24 = 62$ *вар*.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как вычислить напряжение U_{BG} между точками B и Γ (рис. 12-1)? Это можно сделать, если, например, воспользоваться вторым законом Кирхгофа для контура $AB\Gamma A$. При этом следует помнить, что для действующих значений токов и напряжений нужно составлять векторное уравнение по закону Кирхгофа.

В нашем случае, принимая обход контура против направления движения часовой стрелки, имеем:

$$\bar{U}_{AB} + \bar{U}_{B\Gamma} - \bar{U}_{AG} = 0$$

или, так как $\bar{U}_{B\Gamma} - \bar{U}_{AG} = \bar{U}_{BG}$, то между точками B и Γ напряжение $\bar{U}_{BG} = \bar{U}_{AG} - \bar{U}_{AB}$, т. е. искомый вектор определяется как геометрическая разность векторов падений напряжений на сопротивлениях r_2 и r_1 .

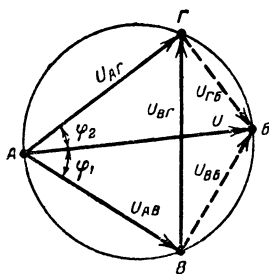


Рис. 12-3. К дополнительному вопросу 1, § 12-1.

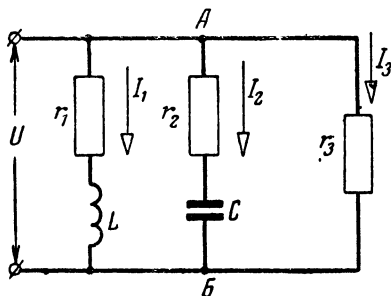


Рис. 12-4. Цепь с тремя параллельными ветвями.

Учитывая, что $U_{AG} = I_2 r_2 = 0,4 \cdot 260 = 104$ *в* и совпадает по фазе с I_2 , а $U_{AB} = I_1 r_1 = 1,2 \cdot 80 = 96$ *в* и совпадает по фазе с I_1 , по диаграмме (рис. 12-3), построенной в масштабе $M_U = 4$ *в/мм*, находим:

$$U_{BG} = M_U B\Gamma = 4 \cdot 28 = 112$$
 в.

Очевидно, что напряжение U_{BG} можно вычислить также аналитически по известному углу $(\varphi_1 + \varphi_2)$ и сторонам AG и AB треугольника.

2. Как определить общий ток и его фазу, если цепь содержит более двух ветвей? Добавим к рассмотренной цепи (рис. 12-1) третью параллельную ветвь (рис. 12-4), например только с активным сопро-

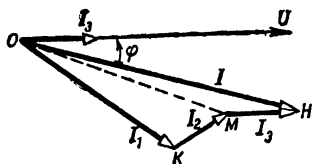


Рис. 12-5. Векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 12-4.

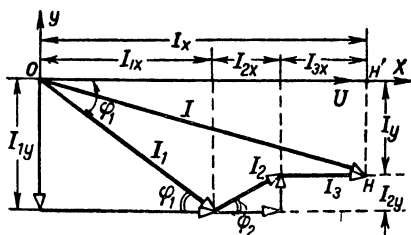


Рис. 12-6. Определение общего тока по проекциям на оси x и y векторов токов ветвей.

тивлением $r_3 = 250 \text{ ом}$. Новая ветвь никак не влияет на режим первых двух (при заданном напряжении U), и потому токи I_1 и I_2 останутся прежними, ток $I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{120}{250} = 0,48 \text{ а}$ и совпадает по направлению с вектором напряжения U (рис. 12-5).

На векторной диаграмме общий ток I , равный геометрической сумме токов I_1 , I_2 и I_3 , соответствует стороне OH , замыкающей многоугольник токов $OKMH$, построенный в масштабе $M_I = 0,50 \text{ а/см}$.

Общий ток можно наиболее быстро определить из диаграммы $I = OH \cdot M_1 = 3,7 \cdot 0,50 = 1,85 \text{ а}$.

Общий ток можно вычислить и аналитически. Для этого находим проекции каждого вектора тока на ось x и на ось y (рис. 12-6).

Проекция общего тока I на ось x (отрезок OH') равна сумме проекций отдельных токов, или

$$I_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos 0 = 1,2 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,86 + 0,48 \cdot 1 = 1,78 \text{ а}.$$

Проекция общего тока на ось y (отрезок $H'H$ на рис. 12-6)

$$I_y = I_{1y} - I_{2y} + I_{3y} = I_1 \sin \varphi_1 - I_2 \sin \varphi_2 + 0 = 1,2 \cdot 0,6 - 0,4 \cdot 0,5 = 0,52 \text{ а}.$$

Из треугольника $ОНН'$ имеем:

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{(1,78)^2 + (0,72)^2} = 1,85 \text{ а};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_y}{I_x} = \frac{0,52}{1,78} = 0,292 \text{ или } \varphi = 16^\circ 15'.$$

В рассмотренном случае можно было бы обойтись без метода проекций, если разделить многоугольник токов на треугольники $ОКМ$ и $ОМН$ (рис. 12-5) и вычислить последовательно стороны $ОМ$ и $ОН$, но этот путь сложнее.

3. Можно ли в данной задаче проекции векторов токов на ось x и на ось y рассматривать как их активные и реактивные составляющие? Иногда ток ветви условно разделяют на две составляющие — активную и реактивную, из которых первая совпадает по фазе с напряжением, а вторая смещена на угол 90° . Так, например, векторы I_{1x} и I_{1y} (рис. 12-6) можно считать соответственно активной и реактивной составляющими, т. е. $I_{1x} = I_{1a}$, $I_{1y} = I_{1p}$.

Их геометрическая сумма

$$\sqrt{I_{1a}^2 + I_{1p}^2} = I_1.$$

Из диаграммы видно, что активные составляющие токов всех ветвей совпадают по направлению с напряжением, а реактивные либо отстают от него на 90° (в ветвях с индуктивным характером полного сопротивления), либо опережают его на 90° (в ветвях с емкостным характером полного сопротивления).

Такое совпадение проекций векторов токов на оси x и y с их активными и реактивными составляющими получается только в том случае, когда вектор напряжения U направлен вдоль положительного направления оси x .

4. Как распределяются напряжения в цепи? Распределение напряжений удобно рассматривать на топографической диаграмме, которую для данной цепи (рис. 12-1) легко получить, дополнив рис. 12-3 векторами напряжений $U_{ВБ}$ и $U_{ГБ}$ (пунктирные линии). Оба вектора проведены

таким образом, чтобы геометрическая сумма активного и реактивного напряжений каждой ветви равнялась напряжению U , а сдвиг по фазе между ними $\angle A\Gamma B = \angle ABB$ равнялся 90° . Эти условия легко обеспечить, построив окружность с диаметром, равным AB (напряжение U). Окружность пройдет через точки Γ и B , так как вершины прямых углов треугольников, опирающихся

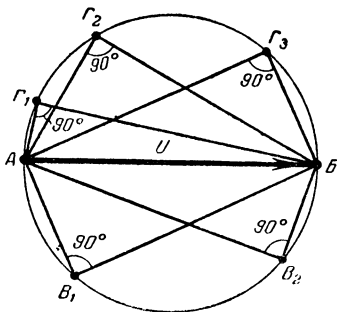


Рис. 12-7. К дополнительному вопросу 4, § 12-1.

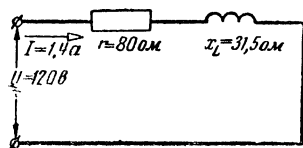


Рис. 12-8. Цепь, эквивалентная показанной на рис. 12-1.

на диаметр, располагаются на этой окружности.

Интересно отметить, что в рассмотренной задаче при изменении параметров остаются постоянными диаметр окружности, зависящий только от напряжения U , а также углы $A\Gamma B$ и ABB , равные 90° . Поэтому при изменении параметров цепи точки Γ и B перемещаются по окружности. На рис. 12-7 точки Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 соответствуют различным значениям r_2 или x_C , а точки B_1 и B_2 — различным значениям r_1 или x_L .

Очевидно, что топографическая диаграмма при переменных параметрах (рис. 12-7) образует уже знакомую нам (§ 11-10) круговую диаграмму.

5. Какую эквивалентную схему можно составить для рассмотренной цепи (рис. 12-1)?

Полное сопротивление всей цепи $z = \frac{U}{I} = \frac{120}{1,4} = 86 \text{ ом}$ имеет активную часть $r = z \cos \varphi = 86 \cos 21^\circ 40' = 80 \text{ ом}$ и индуктивную $x_L = z \sin \varphi = 86 \sin 21^\circ 40' = 31,5 \text{ ом}$.

Поэтому эквивалентная схема состоит из последовательно включенных сопротивлений $r = 80 \text{ ом}$ и $x_L = 31,5 \text{ ом}$ (рис. 12-8).

12-2. РАСЧЕТ ЦЕПИ МЕТОДОМ ПРОВОДИМОСТЕЙ

Условие задачи

Решить предыдущую задачу (§ 12-1) методом проводимостей.

Решение задачи

1. Активные и реактивные составляющие токов. Треугольники токов. Все токи рассматриваемой цепи (рис. 12-1) можно представить состоящими из активных и реактивных составляющих (см. дополнительный вопрос 3 к § 12-1). Для этого век-

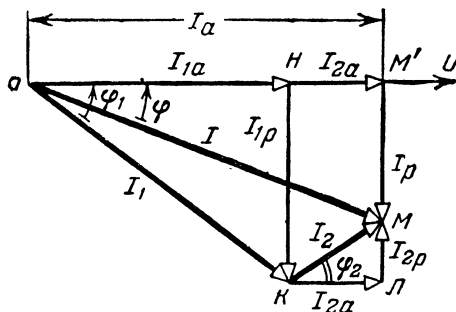


Рис. 12-9. Разложение токов на активные и реактивные составляющие.

торы токов I_1 и I_2 (рис. 12-2) нужно разложить на составляющие, совпадающие с вектором U и перпендикулярные к нему (рис. 12-9).

Ток каждой ветви и общий ток цепи со своими активными и реактивными составляющими образует треугольники токов. В нашем случае их три: OKH , KML и OMM' .

2. Вычисление проводимостей. Треугольники проводимостей. Каждый ток или его составляющая могут быть выражены как произведение общего напряжения U на соответствующую проводимость:

$$I = Uy; \quad I_a = Ug; \quad I_p = Ub,$$

где y — полная проводимость;
 g — активная проводимость;
 b — реактивная проводимость.

Приведенные зависимости справедливы как для общего тока, так и для токов ветвей. Поэтому величины всех токов пропорциональны соответствующим проводимостям и треугольники токов (рис. 12-9) в другом мас-

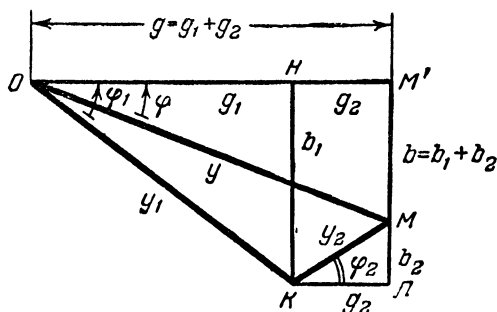


Рис. 12-10. Диаграмма проводимостей, соответствующая диаграмме токов на рис. 12-9.

штабе (уменьшенном в U раз) образуют треугольники проводимостей (рис. 12-10).

Вычислим проводимости по данным §12-1. Активные проводимости ветвей:

$$g_1 = \frac{r_1}{z_1^2} = \frac{80}{100^2} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ сим},$$

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{260}{300^2} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ сим}.$$

Активная проводимость всей цепи равна сумме активных проводимостей ветвей (рис. 12-10) или в нашем случае

$$g = g_1 + g_2 = (8 + 2,9) 10^{-3} = 10,9 \cdot 10^{-3} \text{ сим}.$$

Реактивные проводимости ветвей:

$$b_1 = \frac{x_1}{z_1^2} = \frac{x_L}{z_1^2} = \frac{60}{(100)^2} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ сим};$$

$$b_2 = \frac{x_2}{z_2^2} = \frac{-x_C}{z_2^2} = \frac{-153}{(300)^2} = -1,7 \cdot 10^{-3} \text{ сим}.$$

Реактивная проводимость емкостной ветви b_2 выражается отрезком LM на рис. 12-10, отложенным из точки

L вверх, в то время как отрезок NK , выражающий реактивную проводимость b_1 индуктивной ветви, отложен из точки N вниз. Реактивная проводимость всей цепи (отрезок $M'M$, рис. 12-10) $b = b_1 + b_2 = 6 \cdot 10^{-3} - 1,7 \cdot 10^{-3} = 4,3 \cdot 10^{-3}$ сим.

Полная проводимость всей цепи (отрезок OM , рис. 12-10)

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{(10,9 \cdot 10^{-3})^2 + (4,3 \cdot 10^{-3})^2} = 11,7 \cdot 10^{-3} \text{ сим.}$$

Полное сопротивление цепи

$$z = \frac{1}{y} = \frac{1}{11,7 \cdot 10^{-3}} = 86 \text{ ом.}$$

3. Вычисление тока и мощностей. Общий ток цепи

$$I = Uy = 120 \cdot 11,7 \cdot 10^{-3} = 1,4 \text{ а.}$$

Активная и реактивная мощности:

$$P = U^2 g = (120)^2 \cdot 10,9 \cdot 10^{-3} = 157 \text{ вт;}$$

$$Q = U^2 b = (120)^2 \cdot 4,3 \cdot 10^{-3} = 62 \text{ вар.}$$

Как и следовало ожидать, при решении задачи двумя методами результаты совпали.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Существуют ли физически в каждой ветви активный и реактивный токи? Нельзя рассматривать активную и реактивную составляющие как два самостоятельных тока одной ветви. Очевидно, что в неразветвленном участке цепи физически существует только один ток и разделение его на активные и реактивные составляющие является условным приемом, удобным для расчета.

2. Как определяются активная и реактивная проводимости ветви, содержащей только активное сопротивление r ?

Активная проводимость $g = r/z^2 = r/r^2 = 1/r$, реактивная проводимость $b = x/z^2 = 0$.

3. Можно ли обойтись без графических построений при расчете цепи методом проводимостей?

Основное преимущество метода проводимостей состоит в том, что он позволяет вычислить все токи без графических построений (диаграмм проводимостей или токов), которые приводились в задаче только для иллюстрации. Но, с другой стороны, многие задачи, особенно на определение сдвигов по фазе или распределение напряжений, проще и наглядней решать при помощи векторной диаграммы, как это было показано в § 12-1.

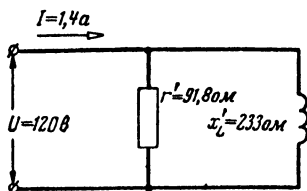


Рис. 12-11. Цепь, эквивалентная показанной на рис. 12-1.

4. Какие эквивалентные схемы можно составить для цепи рис. 12-1?

По известным активной g и реактивной b проводимостям всей цепи можно составить эквивалентную схему из двух параллельных ветвей (рис. 12-11). Сопротивления ветвей:

$$r' = \frac{1}{g} = \frac{1}{10,9 \cdot 10^{-3}} = 91,8 \text{ ом};$$

$$x' = \frac{1}{b} = \frac{1}{4,3 \cdot 10^{-3}} = 233 \text{ ом} = x'_L.$$

Для этой цепи можно составить и другую эквивалентную схему (см. дополнительный вопрос 5, § 12-1), показанную на рис. 12-8.

Таким образом, применяя метод проводимостей, можно пересчитывать параллельно соединенные сопротивления в последовательно соединенные и наоборот.

12-3. РЕЖИМ РЕЗОНАНСА ТОКОВ

Условие задачи

Для счета числа металлических деталей D_1 , D_2 , D_3 и т. д. (рис. 12-12), перемещаемых металлическим транспортером на близком расстоянии от электрода, применяется электрическая цепь (рис. 12-12), состоящая из двух параллельных ветвей (параллельный контур).

Каждая учитываемая деталь, проходя около электрода, образует с последним конденсатор, у которого максимальная емкость $\Delta C = 30 \text{ нф}$. Этот конденсатор присоединен параллельно к контуру, так как металли-

ческий транспортер и расположенные на нем детали связаны с точкой O (рис. 12-12) контактной пружиной $ПР$.

Дополнительная емкость ΔC настраивает параллельный контур (в момент прохождения детали) в режим резонанса токов, который фиксируется по уменьшению показаний миллиамперметра.

Определить частоту напряжения источника энергии, обеспечивающую режим резонанса, и вычислить в этом режиме все токи. Кроме того, определить изменение общего тока в цепи при прохождении транспортируемой детали около электрода.

Принять в цепи (рис. 12-12): $L=2,5 \text{ мГн}$; $C_{\text{мин}}=90 \text{ нФ}$; $r_1=1000 \text{ Ом}$; $U=65 \text{ В}$.

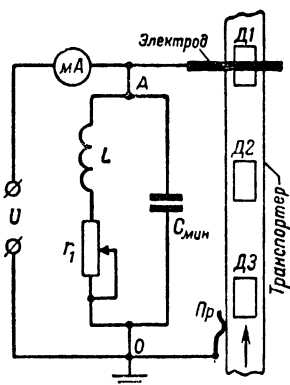


Рис. 12-12. Схема контроля числа металлических деталей ($Д1$, $Д2$, $Д3$ и т. д.).

Решение задачи

1. Эквивалентная электрическая схема. Электрод и транспортер с деталью, как две металлические поверхности, разделенные диэлектриком (воздухом), образуют естественный конденсатор, емкость которого при сближении детали с электродом составляет 30 нФ .

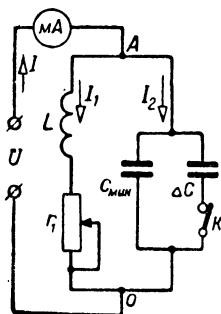


Рис. 12-13. Схема, эквивалентная показанной на рис. 12-12.

Следует ли учитывать емкость рассматриваемого конденсатора при отсутствии детали около электрода? В этом случае резко возрастает расстояние между металлическими поверхностями, образующими конденсатор, и его емкостью можно пренебречь. Иначе говоря, в соответствии с условием задачи учитываются два режима: «есть деталь» и $\Delta C=30 \text{ нФ}$, или «нет деталь» и $\Delta C=0$. Эти режимы соответствуют замкнутому и разомкнутому положениям ключа K на эквивалентной схеме (рис. 12-13).

2. Вычисление резонансной частоты. В рассматриваемой цепи, содержащей параллельно соединенные участки индуктивного и емкостного характера, при равенстве индуктивной и емкостной проводимостей ветвей ($b_L = b_C$) возникает режим резонанса токов.

Условие резонанса ($b_L = b_C$) обеспечивается при частоте (резонансной)

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - r_1^2}{\frac{L}{C} - r_2^2}}.$$

Приведенное выражение для резонансной частоты f_p можно рассматривать, как состоящее из двух частей (f_0, A). Первая из них ($f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$) определяет уже известную резонансную частоту последовательного контура или резонанса напряжений. Вторая часть (коэффициент A) учитывает изменение частоты резонанса токов f_0 , создаваемое активными сопротивлениями контура r_1 и r_2 (в наших условиях активное сопротивление ветви с емкостью $r_2 = 0$).

Так как по условию задачи режим резонанса устанавливается при прохождении транспортируемой детали около электрода, что соответствует замкнутому положению ключа K (рис. 12-13) и $C = C_{\min} + \Delta C = 120 \text{ нф}$, то

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^{-12}}} = \\ &= 290,4 \cdot 10^3 \text{ гц} = 290,4 \text{ кгц}, \\ A &= \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - r_1^2}{\frac{L}{C}}} = \sqrt{\frac{\frac{2,5}{120} \cdot 10^9 - (1000)^2}{\frac{2,5}{120} \cdot 10^9}} = 0,976, \\ f_p &= f_0 \cdot A = 290,4 \cdot 0,976 = 284 \text{ кгц} \end{aligned}$$

и соответственно

$$\omega_p = 2\pi f_p = 6,28 \cdot 284 \cdot 10^3 = 178 \cdot 10^4 \text{ 1/сек.}$$

Таким образом, для получения резонанса токов нужно рассматриваемую цепь питать от источника с частотой тока 284 кгц.

3. Вычисление проводимостей. В режиме резонанса индуктивная и емкостная проводимости ветвей равны друг другу:

$$b_L = b_C = \omega C = 178 \cdot 10^4 \cdot 120 \cdot 10^{-12} = 2,14 \cdot 10^{-4} \text{ сим.}$$

Реактивная проводимость всей цепи

$$b = b_L - b_C = 2,14 \cdot 10^{-4} - 2,14 \cdot 10^{-4} = 0.$$

Активная проводимость индуктивной ветви g_1 в нашем случае равна активной проводимости всей цепи g , так как активное сопротивление второй ветви $r_2 = 0$ и потому

$$\begin{aligned} g &= g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + (\omega L)^2} = \\ &= \frac{1000}{(1000)^2 + (178 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3})^2} = 0,48 \cdot 10^{-4} \text{ сим.} \end{aligned}$$

Полная проводимость цепи $y = \sqrt{g^2 + b^2} = g = 0,48 \times 10^{-4} \text{ сим.}$

Итак, при резонансе токов полная проводимость цепи равна активной проводимости.

По полученным данным построим диаграмму проводимостей (рис. 12-14), из которой видно, что для емкостной ветви в нашем случае ($g_2 = 0$) и треугольник проводимостей вырождается в прямую.

4. Вычисление токов. В первой ветви активная и реактивная составляющие тока:

$$I_{1a} = Ug_1 = 65 \cdot 0,48 \cdot 10^{-4} = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ а} = 3,12 \text{ ма},$$

$$I_{1p} = Ub_1 = 65 \cdot 2,14 \cdot 10^{-4} = 13,9 \cdot 10^{-3} \text{ а} = 13,9 \text{ ма}.$$

Общий ток ветви

$$I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1p}^2} = \sqrt{(3,12)^2 + (13,9)^2} = 14,2 \text{ ма}.$$

Во второй ветви

$$I_{2a} = Ug_2 = U \cdot 0 = 0,$$

$$I_{2p} = Ub_2 = -Ub_1 = -I_{1p} = -13,9 \text{ ма}$$

и потому

$$I_2 = 13,9 \text{ ма}.$$

Активная и реактивная составляющие общего тока цепи:

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} = 3,12 \text{ ма};$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} = 13,9 - 13,9 = 0.$$

Общий ток цепи

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(3,12)^2 + 0} = 3,12 \text{ ма}.$$

По полученным данным построена векторная диаграмма (рис. 12-15), из которой можно еще раз убедиться, что *общий ток совпадает по фазе с напряжением*

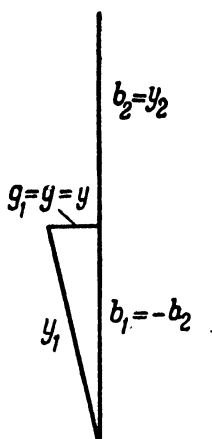


Рис. 12-14. Диаграмма проводимостей для режима резонанса токов в цепи (рис. 12-13).

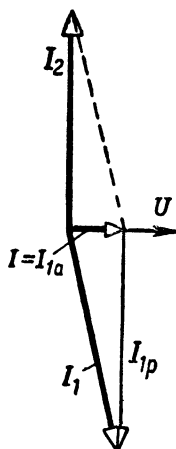


Рис. 12-15. Векторная диаграмма для режима резонанса токов в цепи (рис. 12-13).

и равен сумме активных составляющих токов ветвей (в нашем случае $I = I_{1a}$, так как $I_{2a} = 0$).

5. Изменение общего тока цепи. По изменению общего тока цепи, который контролируется миллиамперметром (рис. 12-12), фиксируется прохождение детали около электрода, что составляет основное содержание задачи. Изменение тока вызывается изменением полной проводимости цепи. Выше определены полная проводимость и общий ток цепи для режима резонанса, т. е. для режима, при котором контролируемая деталь находится около электрода.

При отсутствии детали около электрода (ключ K на рис. 12-13 разомкнут) проводимость емкостной ветви

$$b_C = \omega C = 178 \cdot 10^4 \cdot 90 \cdot 10^{-12} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ сим.}$$

Реактивная проводимость всей цепи (учитывая, что проводимости g_1 и b_1 индуктивной ветви остаются прежними):
 $b = b_L - b_C = 2,14 \cdot 10^{-4} - 1,6 \cdot 10^{-4} = 0,54 \cdot 10^{-4} \text{ сим.},$

и полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{(0,48 \cdot 10^{-4})^2 + (0,54 \cdot 10^{-4})^2} = 0,72 \cdot 10^{-4} \text{ сим.}$$

Соответственно общий ток цепи

$$I = Uy = 65 \cdot 0,72 \cdot 10^{-4} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ а} = 4,7 \text{ ма.}$$

Таким образом, при прохождении детали общий ток уменьшается от 4,7 ма до 3,12 ма.

Дополнительные вопросы к задаче

1. При каких условиях частота резонанса токов совпадает с частотой резонанса напряжений при одинаковых параметрах параллельного и последовательного контуров? Из приведенного в решении задачи выражения для частоты резонанса токов $f_p = f_0 A$, где f_0 — частота резонанса напряжения, следует, что $f_p = f_0$ при $A = 1$.

Это условие обеспечивается, если принять $r_1 = r_2 = 0$ или $r_1 = r_2 = r$.

Полученные результаты позволяют сделать два важных вывода:

во-первых, частота, при которой устанавливается резонанс токов, зависит как от индуктивности и емкости, так и от активных сопротивлений;

во-вторых, если в цепи с двумя параллельными ветвями, содержащими соответственно индуктивность L и емкость C , можно пренебречь активными сопротивлениями ветвей, то резонанс токов возникает при $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$ или $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, т. е. при тех же условиях, что и резонанс напряжений.

2. Какой характер (индуктивный или емкостный) имеет полное сопротивление цепи при частотах ниже резонансной?

Если вычислить проводимости цепи и сдвиг по фазе φ между напряжением и общим током для нескольких значений частоты (табл. 12-1), то можно по-

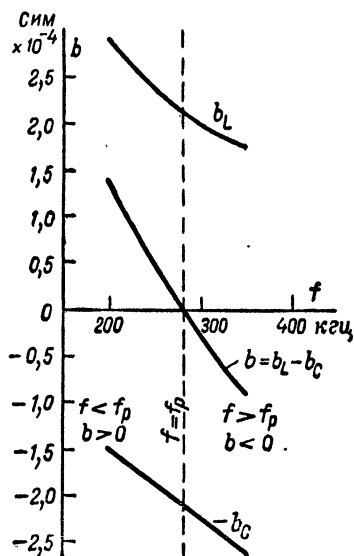


Рис. 12-16. Зависимость проводимостей параллельного контура от частоты.

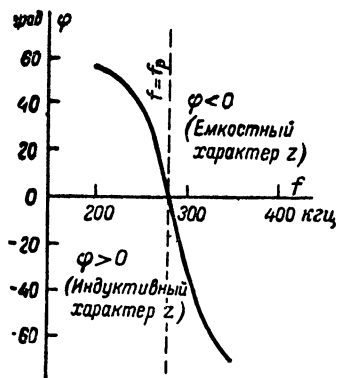


Рис. 12-17. Фазовая характеристика параллельного контура.

строить графики зависимостей $b(f)$ и $\varphi(f)$, приведенные на рис. 12-16 и 12-17.

Таблица 12-1

f , кГц	200	250	278	300	350
$b_L \times 10^{-4}$, сим	2,89	2,395	2,14	2,03	1,75
$b_C \times 10^{-4}$, сим	1,51	1,885	2,14	2,26	2,64
$b = (b_L - b_C) \times 10^{-4}$, сим	1,38	0,51	0	-0,23	-0,89
$g \times 10^{-4}$, сим	0,922	0,611	0,48	0,428	0,322
$\operatorname{tg} \varphi$	1,5	0,836	0	-0,538	-2,765
φ	$56^\circ 20'$	40°	0	$-28^\circ 15'$	-70°

Из графиков следует, что при $f < f_p$ реактивная проводимость цепи b и фазовый угол φ положительны, а при $f > f_p$ они отрицательны. Крутизна зависимости $\varphi(f)$ (фазовая характеристика) получается наибольшей на частотах вблизи резонансной.

Очевидно, что при $\varphi > 0$ (или $f < f_p$) ток отстает по фазе от напряжения и полное сопротивление цепи z имеет индуктивный характер, а при $\varphi < 0$ (или $f > f_p$) ток опережает по фазе напряжение и z имеет емкостный характер. В параллельном контуре полное сопротивление цепи изменяется с индуктивного на емкостное при переходе через резонансную частоту.

3. Почему в режиме резонанса миллиамперметр (рис. 12-12) дает наименьшее показание? В режиме резонанса полная проводимость цепи $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ имеет наименьшее значение, так как $b = 0$ и $y = g$. При этом полное сопротивление $z = 1/y$ максимально, а ток $I = U/z$ минимален.

Если принять активные сопротивления ветвей $r_1 = r_2 = 0$, то окажется, что $g_1 = g_2 = 0$, соответственно $y_{\min} = g = 0$, а $z_{\max} = 1/y_{\min} = \infty$.

На практике часто применяются контуры, полные сопротивления которых в режиме резонанса составляют многие сотни килоом.

Интересно отметить, что в цепи переменного тока в отличие от цепи постоянного тока возможны режимы, когда общее полное сопротивление параллельного соединения значительно превышает сопротивления отдельных его ветвей, как, например, в рассмотренной цепи при $f = f_p$.

4. Как увеличить пределы изменения общего тока (показаний миллиамперметра) в рассматриваемой цепи? Общий ток цепи изменяется (при прохождении контролируемой детали около электрода) в $4,7/3,12 \approx 1,5$ раза. Чтобы расширить эти пределы, что улучшит возможности контроля деталей, следует увеличить диапазон изменения полной проводимости цепи, выбрав контур с большей добротностью. Действительно, если принять в цепи (рис. 12-13) переменное сопротивление $r_1 = 500$ ом вместо $r_1 = 1000$ ом,

то в режиме замкнутого ключа K получим:

$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + (\omega L)^2} =$$

$$= \frac{500}{(500)^2 + (178 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3})^2} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ сим.}$$

При заданных параметрах ($r \ll \omega L$) практически резонансная частота остается прежней (с точностью до 0,5%) и можно принять $y = g_1 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ сим.}$

В таком случае $I = Uy = 65 \cdot 25 \cdot 10^{-6} = 1,63 \text{ ма.}$

Для режима разомкнутого ключа K уже рассмотренными в задаче методами находим: $b_L = 2,21 \cdot 10^{-4} \text{ сим;}$
 $b_C = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ сим}$ и $b = b_L - b_C = 0,61 \cdot 10^{-4} \text{ сим.}$

При этом

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{(25 \cdot 10^{-6})^2 + (0,61 \cdot 10^{-4})^2} =$$

$$= 0,66 \cdot 10^{-4} \text{ сим}$$

и общий ток $I = U \cdot y = 65 \cdot 0,66 \cdot 10^{-4} = 4,28 \text{ ма.}$

Таким образом, пределы изменения общего тока увеличились до $\frac{4,28}{1,63} = 2,64$ раза.

Из полученных результатов следует, что *уменьшение активного сопротивления контура приводит к увеличению крутизны его резонансной характеристики* [зависимости $I(f)$ — общего тока от частоты].

5. Зачем в рассматриваемую цепь включено переменное сопротивление r_1 ? В предыдущем вопросе показано, что уменьшение величины r_1 повышает крутизну резонансной кривой и пределы изменения общего тока. С этой точки зрения, казалось бы, полезно вовсе исключить активное сопротивление (принять $r_1 = 0$). Такой режим ($r_1 = 0$) выбирают, если контролируемые детали и их расположение на транспорте (рис. 12-12) строго одинаковы. В ином случае возможны изменения величины ΔC (рис. 12-13) и пределов изменения общего тока цепи, что затрудняет контроль деталей. Введение сопротивления r_1 понижает крутизну резонансной характеристики контура и уменьшает чувствительность прибора к изменению ΔC .

Таким образом, изменением сопротивления r_1 задают пределы отклонения стрелки миллиамперметра

(рис. 12-12) в соответствии с конкретными условиями контроля деталей.

6. Можно ли применять схему (рис. 12-12) для управления движением руки? Если человек приблизит руку к электроду рассматриваемого устройства, то емкость ΔC окажется достаточной, чтобы изменить резонансную частоту контура и тем самым общий ток. Это изменение тока может, например, вызывать переключение реле, контакты которого замкнут (или разомкнут) требуемую цепь.

Таким образом можно осуществить управление движением руки.

7. Что такое собственный резонанс катушки индуктивности? Каждая катушка индуктивности имеет межвитковую («собственную») емкость. Эквивалентная величина этой емкости C_0 и индуктивность катушки L образуют параллельный контур с частотой собственного резонанса $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$ (если пренебречь активным сопротивлением катушки).

Если катушку включить в контур параллельно с конденсатором емкостью C , то последняя, складываясь с C_0 уменьшит резонансную частоту до величины

$$f_k = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_0 + C)}}.$$

Так как собственная емкость не позволяет получить контур с резонансной частотой, большей f_0 , то в практических условиях стремятся уменьшить емкость C_0 , применяя специальные виды намоток, разделение катушки на секции и другие меры.

В некоторых случаях (на высоких частотах) емкость C_0 и емкость монтажа достаточны для получения резонансных контуров, состоящих только из катушек (без дополнительных конденсаторов).

12-4. УЛУЧШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ

Условие задачи

К производственному объекту, на котором работают электродвигатели общей мощностью $P=45,6$ кВт при напряжении $U=380$ в и частоте $f=50$ гц, подводится

электроэнергия по двухпроводной линии с активным сопротивлением обоих проводов $r_n=0,05$ ом. Для улучшения коэффициента мощности от значения $\cos \varphi_1=0,6$ до величины $\cos \varphi_2=0,95$ на объекте смонтирована конденсаторная установка (напряжение U остается неизменным).

Вычислить для указанных значений $\cos \varphi$ ток в линии, полную мощность объекта, потери мощности в проводах и емкость конденсаторной установки.

Решение задачи

1. Принципиальная электрическая схема. На рассматриваемом в задаче объекте работают электродвигатели, создающие индуктивно-активную нагрузку. Такие потребители на принципиальной схеме (рис. 12-18) можно представить последовательным соединением активного сопротивления r и индуктивности L .

При отключенной конденсаторной установке (емкость C не присоединена) имеем $I=I_1$, и потому $P=UI \cos \varphi=UI_1 \cos \varphi_1$, откуда

$$I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi_1},$$

$$z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{U^2}{P} \cos \varphi_1 = \frac{380^2}{45,6 \cdot 10^3} 0,6 = 1,9 \text{ ом.}$$

Таким образом, $z_1=1,9$ ом — это эквивалентное сопротивление всех двигателей как потребителей энергии или полное сопротивление ветви r, L (рис. 12-18).

2. Векторная диаграмма. Как и в ранее рассмотренных цепях с параллельными ветвями начнем построение диаграммы с вектора U , расположив его вдоль оси x (рис. 12-19,а). Ток I_1 отстает по фазе на угол φ_1 от напряжения U , а ток I_C опережает его на угол 90° . Общий ток I построен, как геометрическая сумма токов I_1 и I_C .

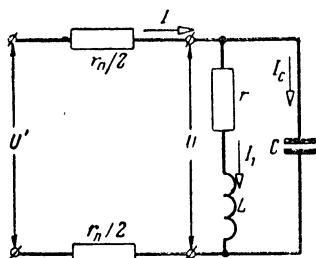


Рис. 12-18. Эквивалентная электрическая схема двигателя с присоединенным к его зажимам конденсатором C .

Очевидно, что присоединение конденсаторов уменьшает общий ток от величины I_1 до значения I вследствие уменьшения реактивной составляющей на величину I_C (рис. 12-19,а).

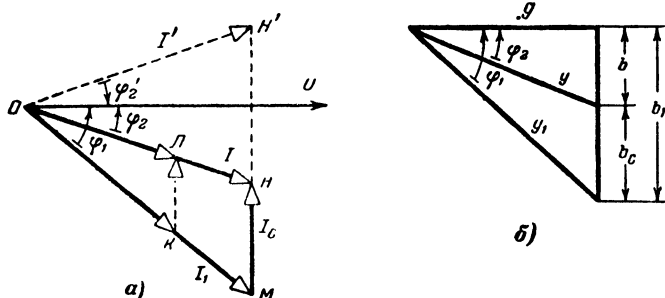


Рис. 12-19. Изменение реактивной составляющей общего тока в цепи по рис. 12-18 при подсоединении конденсатора.

3. Вычисление емкости конденсаторной установки. Из треугольника проводимостей (рис. 12-19,б), построенного по аналогии с треугольником токов (рис. 12-19,а), ясно, что подключение емкости не влияет на величину активной проводимости

$$g = y_1 \cos \varphi_1 = \frac{1}{z_1} \cos \varphi_1 = 0,526 \cdot 0,6 = 0,315 \text{ сим},$$

но изменяет реактивную проводимость всей цепи от значения $b_1 = y_1 \sin \varphi_1 = 0,526 \cdot 0,8 = 0,422 \text{ сим}$ до значения $b = y \sin \varphi_2$ или $b = g \tan \varphi_2 = 0,315 \cdot 0,33 = 0,104 \text{ сим}$.

Емкостная проводимость конденсаторов $b_C = b_1 - b = 0,422 - 0,104 = 0,318 \text{ сим}$ и емкость $C = \frac{b_C}{\omega} = \frac{0,318}{314} = 0,00101 \text{ ф} = 1010 \text{ мкф}$.

4. Вычисление общего тока. До подключения конденсаторов C общий ток $I = I_1 = Uy_1 = 380 \cdot 0,526 = 200 \text{ а}$.

После подключения конденсаторов общий ток

$$I = Uy = 380 \sqrt{g^2 + b^2} = 380 \sqrt{0,315^2 + 0,104^2} = 126 \text{ а}.$$

Таким образом, общий ток уменьшился более чем в 1,5 раза.

5. Вычисление полной мощности цепи. До подключения конденсаторов, т. е. улучшения $\cos \varphi$, 360

полная мощность $S_1 = UI_1 = 380 \cdot 200 = 76 \text{ ква}$, а после подключения конденсаторов она уменьшается до значения

$$S = UI = UI_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = S_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = 76 \cdot 0,63 = 47,8 \text{ ква}.$$

Итак, повышение $\cos \varphi$ вызывает уменьшение полной мощности цепи.

6. Вычисление мощности потерь в проводах. До улучшения $\cos \varphi$ мощность потерь в проводах $P_{\text{п}} = I_1^2 r_{\text{п}} = (200)^2 \cdot 0,05 = 2000 \text{ вт} = 2 \text{ кВт}$ и составляет $\frac{P_{\text{п}}}{P} \cdot 100 = \frac{2}{45,6} \cdot 100 = 4,4\%$ от активной мощности нагрузки (полезной мощности).

После подключения конденсаторов мощность потерь уменьшится пропорционально квадрату отношения токов $I^2/I_1^2 = 0,63^2 = 0,397$ и составит $P_{\text{п}} = 2 \cdot 0,397 = 0,794 \text{ кВт}$, или $4,4 \cdot 0,397 = 1,74\%$ от активной мощности нагрузки.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Какие номинальные параметры должен иметь генератор питания рассмотренного объекта? Поскольку генераторы характеризуются номинальными величинами тока $I_{\text{н}}$, напряжения $U_{\text{н}}$ и полной мощности $S_{\text{н}} = U_{\text{н}} I_{\text{н}}$, то для питания объекта до повышения его $\cos \varphi$ (пренебрегая потерей напряжения в линии) потребовался бы генератор $U_{\text{н}} = 380 \text{ в}$, $I_{\text{н}} = 200 \text{ а}$ и $S_{\text{н}} = 76 \text{ ква}$.

Если бы такой генератор был создан и установлен, то после повышения $\cos \varphi$ у него появился бы резерв мощности $S' = S_{\text{н}} - S = 76 - 47,8 = 28,2 \text{ ква}$, которую можно было бы использовать для питания другого потребителя. К этому же выводу можно прийти, учитывая, что активная мощность генератора $P = S_{\text{н}} \cos \varphi$ изменяется пропорционально коэффициенту мощности.

Итак, повышение $\cos \varphi$ улучшает использование установленной мощности генератора (электростанции).

2. Как повлияет на величину необходимой для улучшения $\cos \varphi$ емкости изменение активной мощности объекта? В практических условиях некоторые двигатели иногда не работают, что приводит к уменьшению мощности объекта.

Если допустить, что $\cos \varphi_1$ и $\cos \varphi_2$ выбраны прежними, что возможно при заданной средней нагрузке оборудования, то токи $I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi_1}$ и $I = \frac{P}{U \cos \varphi_2}$, а также их геометрическая разность I_C (рис. 12-19,а) будут изменяться пропорционально активной мощности P . Это видно и из подобия треугольников OMH и OKL , последний из которых построен для меньшего значения P .

Учитывая равенство $b_C = \omega C = I_C/U$, откуда $C = I_C/\omega U$, легко установить, что в рассматриваемых условиях необходимая емкость C пропорциональна P . Поэтому на практике предусматривают возможность отключения части конденсаторов при уменьшении мощности объекта.

3. Как выбрать конденсаторы и практически выполнить установку с емкостью 1010 мкф? На каждом конденсаторе указана величина рабочего напряжения U_p , что позволяет включить его в цепь постоянного тока на напряжение $U_n \leq U_p$, не опасаясь пробоя диэлектрика.

Нельзя пользоваться этим же условием при включении конденсаторов в цепь переменного тока, так как работа конденсаторов с керамическим, слюдяным или бумажным диэлектриком ограничена допустимой величиной реактивной мощности. Часто такие конденсаторы могут работать при переменных напряжениях, значительно меньших, чем U_p . Это затрудняет их применение для улучшения $\cos \varphi$.

Учитывая, что улучшение коэффициента мощности широко применяется и имеет большое народнохозяйственное значение, промышленность выпускает специальный тип бумажно-масляного конденсатора (КМ) с большой допустимой мощностью. Рабочее напряжение таких конденсаторов рассчитано на включение в цепь переменного тока с частотой 50 гц. Эти конденсаторы выпускают на емкости до 10 мкф, поэтому в нашем случае необходимо соединить параллельно не менее 101 конденсатора.

4. Существует ли другое значение емкости, удовлетворяющее условию задачи? Общий ток I может отставать на заданный угол φ_2 от напряжения U (рис. 12-19,а), но может и опережать напряжение U на такой же угол (на рис. 12-19,а показано

пунктиром). При этом $I' = I$ и $\phi'_2 = -\phi_2$, т. е. коэффициент мощности одинаков.

Почему же выбран режим, при котором $\phi_2 > 0$? Такой режим требует меньшей величины емкостного тока (отрезок MH вместо MH' на рис. 12-19, а), что обеспечивается меньшей величиной емкости C , и этим упрощается устройство.

12-5. ЦЕПЬ С ПЕРЕМЕННЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ ВЕТВИ

Условие задачи

Для регулировки в широких пределах угла сдвига фазы между двумя напряжениями при постоянстве их амплитуд на практике применяется мостовая схема (рис. 12-20).

Определить пределы изменения переменного сопротивления r_3 , обеспечивающие регулировку сдвига по фазе

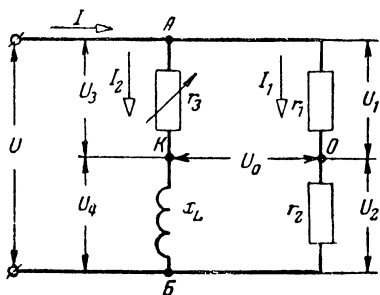


Рис. 12-20. К условию задачи § 12-5.

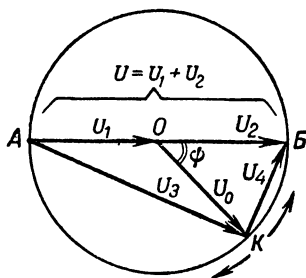


Рис. 12-21. Диаграмма напряжений для цепи, показанной на рис. 12-20.

между напряжением $U_0 = U_{OK}$ и $U = U_{AB}$ от $\phi_1 = 30^\circ$ до $\phi_2 = 120^\circ$.

Вычислить напряжение U_0 и максимальные величины общего тока и мощности цепи, если $r_1 = r_2 = x_L = 25,4 \text{ ом}$, $U = 127 \text{ в}$, $f = 50 \text{ гц}$.

Решение задачи

1. Определение возможного диапазона регулировки сдвига по фазе ϕ . Фазовые соотношения между напряжениями можно наглядно представить на топографической диаграмме, которая для данной цепи представляет собой круговую диаграмму

При этом диаметр окружности

$$AB = \frac{U}{M_H} = \frac{127}{3,8} = 33,4 \text{ мм.}$$

ка O (начало вектора U_0) является центром окружности. Конец вектора U_0 перемещается вместе с точкой K по дуге окружности AKB .

Найдем положения вектора U_0 при двух крайних значениях переменного сопротивления r_3 :

1) при $r_3=0$, $U_3=0$, $U_4=U$ точка K совмещается с точкой A ; угол $\psi=180^\circ$;

2) при $r_3 = \infty$, $U_3 = U_1$, $U_4 = 0$ точка K совмещается с точкой B ; угол $\psi = 0$.

Таким образом, рассматриваемая цепь дает возможность регулировать угол ψ от 0 до 180° .

2. Вычисление напряжения U_0 . Из круговой диаграммы (рис. 12-21) видно, что вектор OK является радиусом

окружности и потому напряжение $U_0 = \frac{U}{2} = \frac{127}{2} = 63,5$ в

остаётся неизменным при регулировке угла φ , что следует считать существенным достоинством этой схемы для многих практических применений.

3. Вычисление максимального значения общего тока. Прежде всего рассмотрим зависимость тока второй ветви I_2 от сопротивления r_3 , что проще всего выполнить по круговой диаграмме.

Построив треугольники сопротивлений (рис. 12-22) для нескольких значений r_3 (отрезки $BГ$, $ВД$ и $ВЖ$),

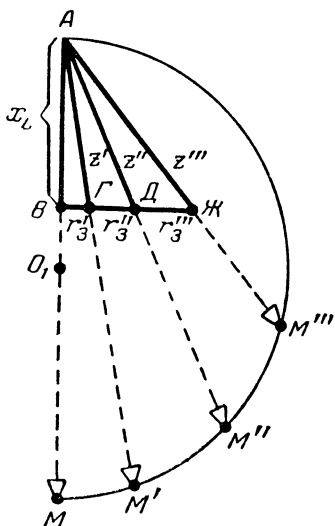


Рис. 12-22. Треугольники полных сопротивлений ветви AKB рис. 12-20.

легко заметить, что полные сопротивления второй ветви z' , z'' , z''' представляют собой отрезки, один из концов которых перемещается по прямой $ВГДЖ$. Поэтому (см. § 11-10) векторы $АМ'$, $АМ''$, $АМ'''$, концы которых перемещаются по окружности, в соответствующем масштабе определяют токи второй ветви при сопротивлениях r_3' , r_3'' , r_3''' . Иначе говоря, дуга окружности $ММ'А$ является круговой диаграммой тока I_2 при переменном сопротивлении r_3 .

Диаметр окружности $АМ$ соответствует максимальной величине тока ветви $I_{2к} = \frac{U}{x_L} = \frac{127}{25,4} = 5$ а при $r_3 = 0$ (короткое замыкание). В этом режиме рассматриваемая ветвь содержит только индуктивное сопротивление x_L и потому на векторной диаграмме (рис. 12-23) ток $I_{2к}$ отстает по фазе от напряжения U на 90° .

Построив окружность (рис. 12-23) с диаметром $АМ = \frac{I_{2к}}{M_I} = \frac{5}{1} = 5$ см, можно определить токи второй ветви (I_2' , I_2'' и др.) для любых значений сопротивления r_3 (на рис. 12-22 и 12-23 соответствующие точки обозначены одинаково).

В первой ветви с активными сопротивлениями r_1 и r_2 ток $I_1 = \frac{U}{r_1 + r_2} = \frac{127}{50,8} = 2,5$ а совпадает по фазе с напряжением U (рис. 12-23). Общий ток I , равный геометрической сумме I_1 и I_2 показан на диаграмме для двух значений r_3 (векторы I' и I''). Максимальное значение тока I можно определить, если на дуге окружности $АНМ$ найти точку $Н$, наиболее удаленную от точки O_2 , и измерить отрезок $O_2Н$. Для этого из точки O_2 как из центра проведена дуга $СНТ$, касательная к окружности в точке $Н$, радиус которой $O_2Н$ легко определяется графически.

Таким образом, во время регулировки фазы наибольший ток источника $I_{\text{макс}} = O_2Н \cdot M_I = 6 \cdot 1 = 6$ а.

4. Вычисление максимальной мощности цепи. Наибольшее значение полной мощности $S = UI = 127 \cdot 6 = 762$ в $\cdot$ а. Но активная мощность $P = UI \cos \phi$ будет максимальна при наибольшем значении произведения $I \cos \phi$ или проекции тока I на вектор напряжения

Действительно, при $\psi_1 = 30^\circ$ имеем:

$$U'_3 = (AK_1) M_U = 36,5 \cdot 3,35 \approx 122 \text{ в};$$

$$I'_2 = (AH_1) M_I = 1,2 \cdot 1,15 = 1,4 \text{ а},$$

откуда $r'_3 = \frac{122}{1,4} = 87 \text{ ом}.$

Аналогичным образом при $\psi_2 = 120^\circ$

$$U''_3 = (AK_2) M_U = 18,7 \cdot 3,35 = 63 \text{ в},$$

$$I''_2 = (AH_2) M_I = 3,85 \cdot 1,15 = 4,4 \text{ а},$$

откуда $r''_3 = \frac{U''_3}{I''_2} = \frac{63}{4,4} = 14,3 \text{ ом}.$

Итак, изменением сопротивления r_3 от 14,3 ом до 87 ом можно обеспечить требуемую регулировку сдвига по фазе от 30° до 120° .

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определить изменение проводимости цепи? Вектор общего тока на рис. 12-23 в масштабе $M_y = \frac{M_I}{U} = \frac{1}{127} \text{ сим/см}$ дает значения проводимости всей цепи, изменяющейся от минимального значения $y_{\min} = (O_2 A) M_y = 2,5 \frac{1}{127} = 0,0197 \text{ сим}$ до максимального значения $y_{\max} = (O_2 H) M_y = 6 \frac{1}{127} = 0,0473 \text{ сим}.$

Легко проверить полученные результаты, учитывая, что при $r_3 = \infty$ проводимость первой ветви $y_1 = y_{\min} = 0,0197 \text{ сим}$ может быть вычислена как $\frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{1}{50,8} = 0,0197 \text{ сим}.$

2. Как изменится круговая диаграмма общего тока (рис. 12-23), если в ветви АОВ (рис. 12-20) вместо активных сопротивлений включать только: а) индуктивные; б) индуктивно-активные; в) активно-емкостные; г) емкостные? В этих случаях начало вектора тока I_1 переместится соответственно в точки а, б, в, г (рис. 12-25), определяемые сдвигом по фазе тока I_1 от-

Общий ток опять равен геометрической сумме неизменного вектора I_1 и изменяющегося I_2 . На рис. 12-25 показан общий ток для случая «в» и тока $I_2 = I''_2$ (при $r''_3 = 14,3 \text{ ом}$).

3. Как изменится круговая диаграмма, если индуктивное сопротивление в ветви с переменным сопротивлением заменить

емкостным? Если в рассмотренную цепь (рис. 12-20) включить емкость вместо индуктивности и выбрать $x_C = x_L$, то величины токов в этой ветви останутся прежними, а их фазы изменят знак, так как ток I_2 будет опережать по фазе напряжение U . Поэтому круго-

Соответственно вектор U_0 будет опережать U , но диапазон изменения угла ψ останется прежним.

Задачи к § 12-1 и 12-2

322. Активное сопротивление $r=440$ ом, индуктивность $L_{\text{к}}=0,35$ гн и емкость $C=2,86$ мкф присоединены параллельно к источнику переменного тока напряжением 220 в и частотой 200 гц. Определить токи ветвей и общий ток в цепи двумя способами: графически по векторной диаграмме и методом проводимостей.

324. Источник переменного тока напряжением 120 В питает

цепь из двух параллельных ветвей: первая имеет активное и емкостное сопротивление $r = x_c = 10 \text{ ом}$, вторая — индуктивное сопротивление $x_L = 10 \text{ ом}$. Определить все токи цепи при помощи векторной диаграммы. Результаты проверить методом проводимостей, построить треугольники проводимостей для первой ветви и всей цепи.

325. В радиотехнических устройствах активное сопротивление участка цепи r выбирается иногда таким образом, чтобы существу-

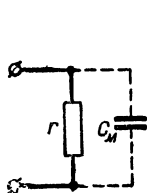


Рис. 12-26.
К задаче 325.

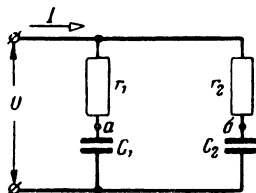


Рис. 12-27. К зада-
че 326.

ющая между деталями схемы емкость C_m (емкость монтажа) уменьшала эквивалентное сопротивление соединения (рис. 12-26) не более, чем на 10%.

При указанных условиях определить величину r , если $C_m = 20 \text{ нф}$ и частота $f = 100 \text{ кГц}$.

326. Параметры цепи (рис. 12-27) известны: $r_1 = 542 \text{ ом}$, $r_2 = 416 \text{ ом}$; $C_1 = 0,51 \text{ мкф}$; $C_2 = 0,22 \text{ мкф}$; $U = 10 \text{ в}$; $f = 1000 \text{ Гц}$. Определить общий ток I , падения напряжения на активных сопротивлениях и емкостях, а также напряжение между точками a и b . Построить топографическую диаграмму всех напряжений.

327. Мостовая схема (рис. 12-28), состоящая из дросселя D с индуктивностью $L_1 = 8 \text{ Гн}$, вторичной обмотки трансформатора Tr и двух сопротивлений $r_3 = r_4 = 5,1 \text{ ком}$, представляет собой простейший магнитный усилитель. К первичной обмотке трансформатора от источника постоянного тока подводится напряжение $U_{вх}$. Постоянный ток образует в сердечнике трансформатора постоянный магнитный поток (в дополнение к имеющемуся переменному магнитному потоку), что уменьшает индуктивность L_2 . При отключенном источнике $U_{вх} = 0$ индуктивность $L_2 = L_1$. При $U_{вх} = 0,1 \text{ в}$ индуктивность L_2 уменьшается до 3 Гн .

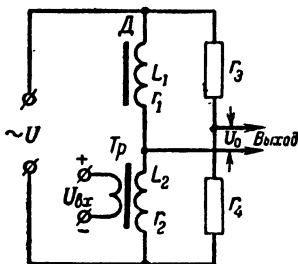


Рис. 12-28. К задаче 327.

Определить коэффициент усиления $K = \frac{U_o}{U_{вх}}$, если диагональ моста присоединена к сети переменного тока ($U = 220 \text{ в}$, $f = 50 \text{ Гц}$),
24 М. Ю. Зайчик

а активные сопротивления обмоток дросселя и трансформатора $r_1 = r_2 = 500 \text{ ом}$.

328. Каскад усилителя низкой частоты на сопротивлениях имеет эквивалентную схему для нижних частот ($f = 100-500 \text{ гц}$), показанную на рис. 12-29. Требуется:

- а) вычислить отношение $\frac{U_{\text{вых}}}{E}$ для крайних частот указанного

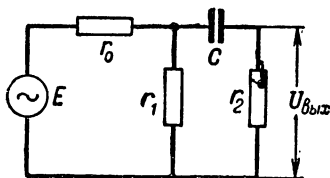


Рис. 12-29. К задаче 328.

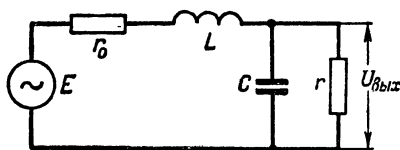


Рис. 12-30. К задаче 329.

диапазона, если $r_0 = 40 \text{ ком}$, $r_1 = 120 \text{ ком}$, $r_2 = 520 \text{ ком}$, $C = 0,002 \text{ мкф}$;

- б) выяснить, какой из параметров схемы влияет на изменение отношения $\frac{U_{\text{вых}}}{E}$ в диапазоне частот;

- в) указать соотношение сопротивлений, обеспечивающее минимальные изменения отношения $\frac{U_{\text{вых}}}{E}$ при изменении частоты.

329. Трансформаторный усилитель (применяется в радиоприемниках, телевизорах и др.) имеет эквивалентную схему для верхних частот ($f = 2\,000-10\,000 \text{ гц}$), показанную на рис. 12-30. Требуется:

- а) вычислить отношение $\frac{U_{\text{вых}}}{E}$ на частотах 2 кгц и 10 кгц , если $r_0 = 2 \text{ ком}$; $L = 0,1 \text{ гн}$; $C = 100 \text{ пф}$; $r = 6 \text{ ком}$;

- б) указать соотношение сопротивлений, обеспечивающее минимальные изменения отношения $\frac{U_{\text{вых}}}{E}$ в диапазоне частот.

330. Индуктивный датчик (рис. 12-31, обведен пунктиром), применяется для измерения перемещения S , передаваемого от внешнего объекта на якорь $Я$ датчика. В нейтральном положении якоря зазоры $\Delta_1 = \Delta_2 = 0,3 \text{ мм}$; они могут изменяться в пределах $\pm 0,2 \text{ мм}$. Перемещения измеряются при помощи вольтметра V_0 , отградуированного в величинах S .

По зависимости $L(\Delta)$, приведенной в табл. 12-2, построить градуировочную кривую прибора [зависимость $U_0(S)$], если $U = 36 \text{ в}$, $f = 50 \text{ гц}$ и в нейтральном положении якоря $r_1 = r_2 = x_{L1} = x_{L2}$.

Таблица 12-2

$\Delta, \text{ мм}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$L, \text{ гн}$	0,4	0,3	0,24	0,20	0,172

331. В усилителях (электропроигрывателей, радиоприемников и др.) для коррекции тона (изменения тембра звука) используется контур abv (рис. 12-32), полное сопротивление z_k которого изменяется в зависимости от частоты f и положения ползунка реостата Π . При этом изменяется эквивалентное сопротивление параллельно соединенных контура и сопротивление r_a и напряжение U_k на этом эквивалентном сопротивлении.

Определить значения z_k при среднем и двух крайних положениях ползунка Π на частотах 100 гц и 6 000 гц (крайние частоты для усилителей электропроигрывателей), если $L=20$ гн; $C=2\,500$ пф, $r_a=500$ ком.

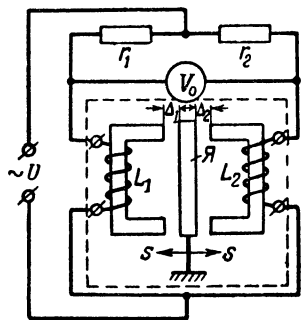


Рис. 12-31. К задаче 330.

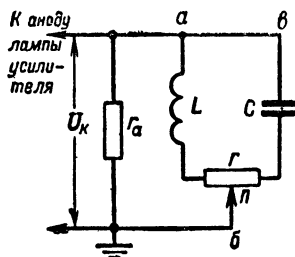


Рис. 12-32. К задаче 331.

332. Для двигателя мощностью 10 кВт при $U=220$ в и $\cos \varphi = 0,8$ составить схему замещения в двух вариантах: а) последовательное и б) параллельное соединение активного сопротивления и индуктивности.

333. Для электрической цепи из параллельно соединенных активного сопротивления r и индуктивного x_L найти отношение r/x_L , при котором $\frac{P}{Q} = \frac{3}{4}$, где P и Q — соответственно активная и реактивная

мощности всей цепи.

334. Определить общий ток в цепи из трех параллельных ветвей: первая содержит одну индуктивность $L_1=80$ мгн, вторая — последовательно соединенные индуктивность $L_2=50$ мгн и емкость $C=40$ мкф, третья — одно сопротивление $r=100$ ом, если ток первой ветви 5 а, частота тока $f=50$ гц.

335. К источнику переменного тока присоединены параллельно активное сопротивление r и индуктивное $x_L=2,16$ ом. Определить величину сопротивления r , если общий ток цепи в 2 раза больше тока индуктивной ветви.

336. Активное сопротивление $r=50$ ом, емкостное $x_C=20$ ом и индуктивное x_L соединены параллельно и питаются от источника переменного тока. Определить два значения x_L , при которых сдвиг по фазе между напряжением источника и общим током цепи численно равен 35° .

337. В ламповых генераторах применяется цепь (рис. 12-33), обеспечивающая сдвиг по фазе 180° между напряжениями U_1 и U_3 .

Ёмкости C_1 , C_2 и C_3 изменяются, обеспечивая указанное условие на различных частотах.

Принимая участки цепи C_1-r_1 , C_2-r_2 и C_3-r_3 независимыми друг от друга (пренебрегаем их взаимовлиянием) и считая, что

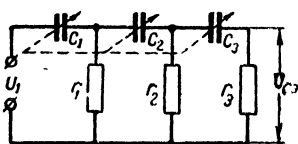


Рис. 12-33. К задаче 337.

каждый из них создает сдвиг по фазе 60° :

а) построить (в масштабе) топографическую диаграмму напряжений,

б) определить по топографической диаграмме ослабление напряжения (U_1/U_{r3}).

338. Построить (в общем виде) векторную диаграмму токов и напряжений для цепи рис. 12-34, приняв вектор U_1 расположенным в положительном направлении оси x .

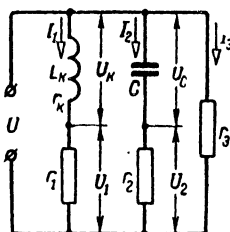


Рис. 12-34. К задаче 338.

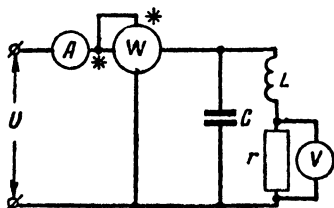


Рис. 12-35. К задаче 340.

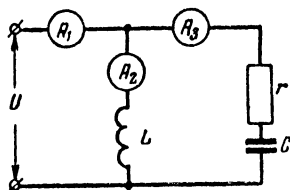


Рис. 12-36. К задаче 341.

339. В цепи из параллельно соединенных активного сопротивления r , индуктивности L и емкости C токи соответственно равны: 120 а, 150 а и 40 а.

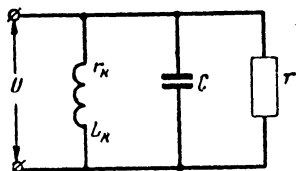


Рис. 12-37. К задаче 342.

Вычислить общий ток, коэффициент мощности для всей цепи, а также активную, реактивную и полную мощности цепи, если напряжение на зажимах $U=220$ в.

340. Вольтметр, амперметр и ваттметр в цепи рис. 12-35 показывают 60 в, 4,25 а и 180 вт.

Вычислить напряжение на зажимах цепи, ток в емкости, а также величины активного сопротивления r и емкости C , если индуктивное сопротивление $x_L=22,4$ ом, а частота тока $f=400$ гц.

341. В цепи (рис. 12-36) амперметры A_2 и A_3 показывают по 3 а каждый, сопротивление $r=x_C$. Определить показания амперметра A_1 .

342. Для цепи (рис. 12-37) известно напряжение $U=120$ в, индуктивное сопротивление $x_{Lк}=8$ ом и активное сопротивление $r_k=6$ ом катушки, емкостное сопротивление $x_c=25$ ом.

Вычислить токи ветвей и общий ток, если активная мощность всей цепи 1584 вт.

Задачи к § 12-3

343. Определить резонансную частоту f_p для цепи (рис. 12-38), если $r_1=r_2=1,4$ ком; $L=2$ гн; $C=8$ мкф.

Вычислить при $f=f_p$ токи, а также активные и реактивные мощности ветвей и всей цепи, составить баланс мощностей и построить векторную диаграмму. Напряжение источника $U=500$ в.

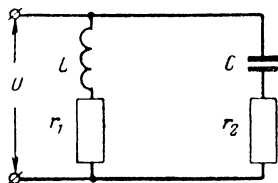


Рис. 12-38. К задаче 343.

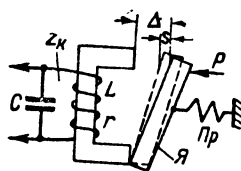


Рис. 12-39. К задаче 346.

344. На какой частоте установится режим резонанса тока в условиях предыдущей задачи, если принять $r_1=r_2=0$?

345. Активное, индуктивное и емкостное сопротивления по 6,3 ом каждое присоединены параллельно к источнику переменного тока напряжением 127 в. Определить токи ветвей, общий ток и полное сопротивление цепи. Построить векторную диаграмму.

Как изменится полное сопротивление z цепи, если частоту напряжения источника увеличить в 2 раза?

346. Для контроля весьма малого перемещения $S=0,3$ мм, вызванного увеличением давления P (рис. 12-39), применен индуктивный датчик, в котором перемещение якоря $Я$ преобразуется в увеличение индуктивности L (вследствие уменьшения длины немагнитного зазора Δ):

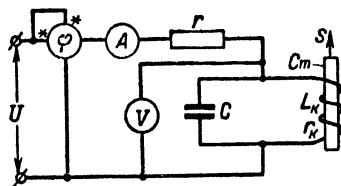


Рис. 12-40. К задаче 348.

а) построить график изменения резонансной частоты контура $f_p(S)$, если $C=0,2$ мкф, активное сопротивление обмотки $r=200$ ом, максимальное значение зазора $\Delta_{\max}=0,5$ мм, а зависимость $L(\Delta)$ дана в табл. 12-2 к задаче 330;

б) объяснить применение датчика указанного типа для контроля только малых перемещений S .

347. В условиях предыдущей задачи построить зависимость полного сопротивления контура от перемещения якоря, т. е. $z_k(S)$, если контур присоединен к источнику с частотой тока $f=800$ гц.

348. Стальной стержень $\bar{C}t$ (рис. 12-40), перемещаясь в направлении S , изменяет индуктивность катушки L_K и настраивает контур в режим резонанса. Такой датчик используется для контроля перемещения.

По каким показаниям приборов (рис. 12-40) можно контролировать указанное перемещение в двух случаях: а) $r = 0$, б) $r \gg z_K$, где z_K — полное сопротивление контура в режиме резонанса. Принять для датчика $\omega L_K \gg r_K$, а также амплитуду напряжения U на зажимах цепи постоянной.

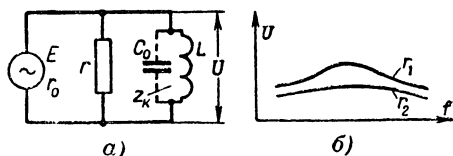


Рис. 12-41. К задаче 350.

349. В лаборатории, где имелись вольтметры, генераторы синусоидального напряжения изменяемой (регулируемой) частоты и сопротивления различной величины, потребовалось измерить частоту собственного резонанса изготовленной катушки индуктивности. Составить схему измерения и указать методику измерения.

350. В ряде устройств (электронных усилителях и генераторах), параллельно обмотке трансформатора или дросселя, обозначенной

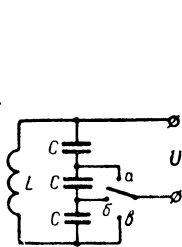


Рис. 12-42.
К задаче 351.

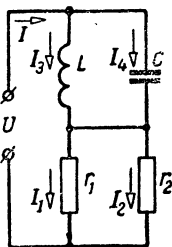


Рис. 12-43.
К задаче 352.

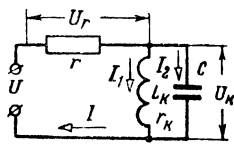


Рис. 12-44. К задаче 353.

(рис. 12-41,а) как индуктивность L , присоединяют активное сопротивление r . Для указанной схемы с генератором изменяющейся частоты f , э. д. с. E и внутренним сопротивлением r_0 приведены на рис. 12-41,б зависимости $U(f)$ для двух значений (r_1 и r_2) сопротивления r (учитывается собственная емкость обмотки C_0). Для показанных схемы и графика:

а) выяснить назначение сопротивления r и соотношение между r_1 и r_2 ;

б) при каких соотношениях r_0 , r и z_K график зависимости $U(f)$ наиболее близок к прямой, параллельной оси f .

351. При каких соотношениях между x_L и x_C резонансная частота контура (рис. 12-42) остается одинаковой для трех положений (а, б, в) переключателя. Активными сопротивлениями контура пренебречь.

352. Определить все токи (в общем виде) в цепи (рис. 12-43), принимая для контура $L-C$ режим резонанса. Активным сопротивлением катушки и конденсатора пренебречь.

353. Построить в общем виде векторную диаграмму для всех указанных на рис. 12-44 токов и напряжений, расположив вектор общего тока I в положительном направлении оси x . Диаграммы построить для трех соотношений между частотой напряжения источника f и резонансной частотой контура f_p : а) $f=f_p$, б) $f<f_p$, в) $f>f_p$.

354. Участок цепи из последовательно соединенных L и C (рис. 12-45) настроен в режим резонанса.

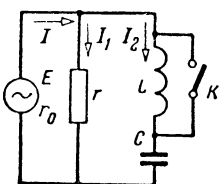


Рис. 12-45. К задаче 354.

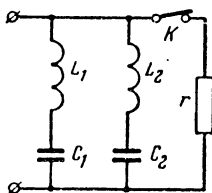


Рис. 12-46. К задаче 355.

Как изменятся все токи и напряжения на зажимах цепи, если замкнуть ключ K ?

В каком режиме находится источник при разомкнутом ключе K , если активное сопротивление ветви L, C принять равным нулю?

355. В цепи (рис. 12-46) первая и вторая ветви настроены (каждая) в режим резонанса напряжений на частотах соответственно f_1 и f_2 , где $f_1 < f_2$. Требуется:

а) установить соотношение между частотой резонанса токов f_0 для всей цепи и частотами f_1 и f_2 ;

б) построить (в общем виде) график зависимости полного сопротивления рассматриваемой цепи z от частоты напряжения источника f , т. е. $z(f)$ для двух случаев: 1) ключ K разомкнут, 2) ключ K замкнут. Активными сопротивлениями первой и второй ветвей пренебречь.

356. Для определения собственной емкости C_0 катушки индуктивности с параметрами $L_K=127,5 \text{ мГн}$, $r_K=6 \text{ ком}$ ее и конденсатор емкостью $C=1100 \text{ пФ}$ соединили параллельно и подключили к генератору низкой частоты. При этом оказалось, что контур имеет резонанс на частоте 10 кГц . Вычислить емкость C_0 .

357. Определить частоту собственного резонанса и параметры эквивалентного контура, образованного двумя параллельно соединенными катушками индуктивности, если частота собственно резонанса каждой катушки в отдельности равна f_0 , индуктивность катушек L_K и собственные емкости C_0 . Активными сопротивлениями катушек пренебречь.

Задачи к § 12-4

358. К источнику переменного тока с частотой 50 гц присоединены две ветви: первая содержит активное сопротивление $r=2$ ом и индуктивность L , вторая — только емкость C . Коэффициент мощности первой ветви 0,707, а всей цепи 0,9. Определить L и C .

359. Для повышения $\cos \varphi$ двигателя до 0,87 к его зажимам присоединили конденсатор емкостью $C=800$ мкф. Определить коэффициент мощности двигателя без конденсатора, если он работает при напряжении 500 в, частоте 50 гц и имеет активную мощность 110 кВт.

360. Производственный объект, имеющий электрическое оборудование с активной мощностью $P=250$ кВт, питается от местного генератора напряжения 500 в, частотой 50 гц. Определить емкость группы конденсаторов, установленных на объекте для повышения $\cos \varphi$ от 0,7 до 0,9, и емкость части конденсаторов, которые нужно отключить, если мощность объекта уменьшится в 2 раза.

361. В условиях предыдущей задачи определить номинальную полную мощность и номинальный ток для местного генератора до и после улучшения $\cos \varphi$ объекта.

Задачи к § 12-5

362. Параметры цепи (рис. 12-47) известны: $r_1=40$ ом, $x_C=20$ ом; $U=20$ в. Построить круговую диаграмму и определить графически максимальные значения тока и мощности, на которые должен быть рассчитан источник, если сопротивление r_2 изменится

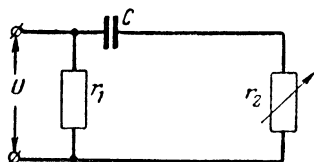


Рис. 12-47. К задаче 362.

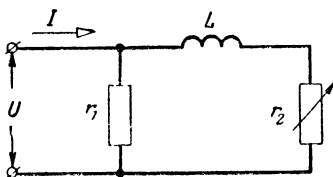


Рис. 12-48. К задаче 363.

от 0 до ∞ . Найти значение $\cos \varphi$ всей цепи в режимах $I_{\max}$ и $P_{\max}$.

363. Определить пределы изменения сопротивления r_2 (рис. 12-48), обеспечивающие регулировку фазового угла между напряжением U и током I от 15 до 45°, если $r_1=300$ ом, $x_L=150$ ом.

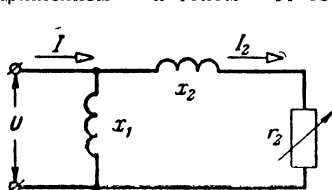


Рис. 12-49. К задаче 364.

364. Параметры цепи (рис. 12-49) известны: $U=120$ в; $x_1=20$ ом; $x_2=12$ ом. Построить круговую диаграмму и определить графически величину наибольшего сдвига по фазе $\varphi_{\max}$ между токами I и I_1 , значение сопротивления r_2 , при котором получается этот сдвиг, а также величину тока I_2 в режиме $\varphi_{\max}$.

365. Источник напряжением $U=24$ в питает цепь (рис. 12-50), у которой сопротивление $r_1=r_2=12$ ом. Построить векторную диаграмму и определить общий ток I и его сдвиг по фазе относительно напряжения U , если сдвиг по фазе тока I_2 относительно напряжения U составляет 60° . Вычислить в этом режиме величину x_L .

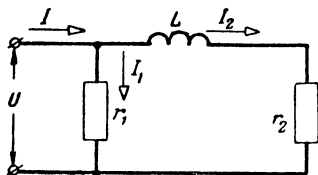


Рис. 12-50. К задаче 365.

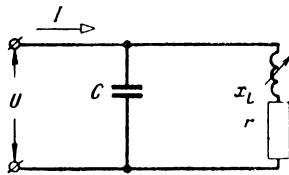


Рис. 12-51. К задаче 366.

366. Источник с напряжением 80 в питает контур (рис. 12-51) с переменным индуктивным сопротивлением x_L , изменяющимся в пределах 600—1900 ом. Построить кривые общего тока I и его сдвига по фазе φ относительно напряжения U в зависимости от x_L , если $r=400$ ом, а $x_C=1000$ ом.

Величины I и φ для нескольких значений определить графически по круговой диаграмме

12-7. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 12

321. 0,5 а; 0,5 а; 0,707 а; 110 вт; 110 вар; 155,5 ва.

322. 0,5 а; 0,5 а; 0,79 а; 0,58 а.

323. 0,97 а; 0,2 а; 1,1 а.

324. 8,5 а; 12,0 а; 8,5 а.

325. $r \leq 36,5$ ком.

326. 26 ма; 8,65 в; 5,0 в; 5,0 в; 8,65 в; 5,0 в.

327. 440.

328. а) 0,43; 0,69; б) емкость C ; в) $x_C \ll r_2$.

329. а) 0,74; 0,6; б) $r_0 \gg x_L$ и $r \ll x_C$.

330. При $S = \pm 0,1$ мм $U_0 = 7,5$ в, а при $S = \pm 0,2$ мм $U_0 = 20,5$ в.

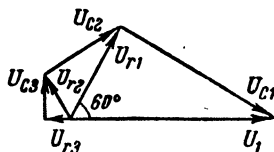


Рис. 12-52. Ответ к задаче 337.

331. При $f=100$ гц: 214 ком; 12,7 ком; 400 ком.

При $f=6000$ гц: 222 ком; 420 ком; 10,75 ком.

332. Последовательная схема: 31 ом; 74 мгн.

Параллельная схема: 48,5 ом; 205,5 мгн.

333. 4 : 3.

334. 3,3 а.

335. 1,25 ом.

336. 27,8 ом; 15,6 ом.

337. а) См. рис. 12-52; б) ≈ 8 раз.

338. См. рис. 12-53.

339. 163 а; 0,74; 26,6 квт; 24,3 квар; 36 ква.
 340. 90 в; 6 а; 20 ом; 26,4 мкф.
 341. 2,3 а.
 342. 12 а; 4,8 а; 6 а; 14 а.
 343. 39,8 гц; 0,34 а; 0,34 а; 0,64 а; 158 вт; 158 вт; 316 вт
 56,8 вар; 56,8 вар; 0.

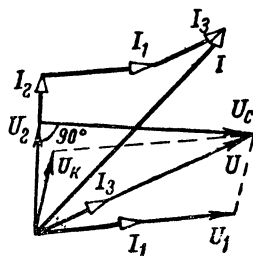


Рис. 12-53. Ответ к задаче 338.

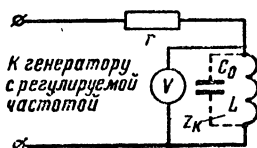


Рис. 12-54. Ответ к задаче 349.

344. 39 гц.
 345. Все токи по 20 а; 6,3 ом. Уменьшится до 3,5 ом.
 346. а)

$S, \text{ мм}$	0,0	0,1	0,2	0,3
$f_p, \text{ гц}$	858	798	727	650

б) При больших значениях зазора Δ его изменение практически не влияет на величину индуктивности.

347.

$S, \text{ мм}$	0,0	0,1	0,2	0,3
$z_k, \text{ ком}$	3,66	5,05	4,12	2,78

348. а) По нулевым показаниям фазометра и минимальным показаниям амперметра.

б) По максимальным показаниям вольтметра; показания фазометра и амперметра изменяются незначительно.

349. См. рис. 12-54, где $r \gg z_k$ и при $f = f_p$ имеем $U = U_{\text{макс}}$.

350. а) Полное сопротивление внешнего участка цепи и напряжение U мало изменяются в диапазоне частот; $r_1 > r_2$.

б) Либо при $r_0 = 0$ и любых r и z_k , либо при $r \ll z_k$ и $r_0 \gg z_k$.

351. $x_L = 3x_C$.

$$352. I = I_1 = I_2 = 0; I_3 = \frac{U}{2\pi f L}; I_4 = U \cdot 2\pi f C.$$

353. См. рис. 12-55.

354. Уменьшаются I и I_2 ; возрастет I_1 . В режиме короткого замыкания.

355. а) $f_1 < f_0 < f_2$; б) см. рис. 12-56, а и б.

356. 170 мкф.

357. f_0 ; $L_K/2$; $2C_0$.

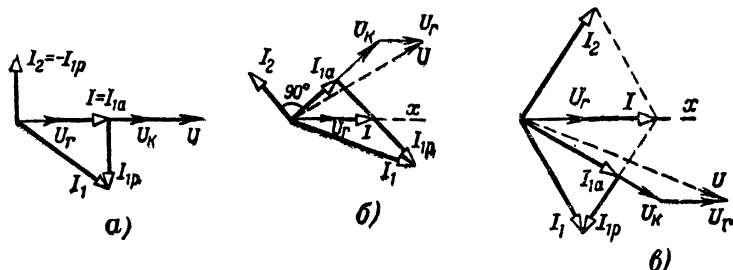


Рис. 12-55. Ответ к задаче 353.

358. 6,4 мГн; 415 мкф.

359. 0,67.

360. 1700 мкф; 850 мкф.

361. 356 кВа; 277,5 кВа; 707 а; 556 а.

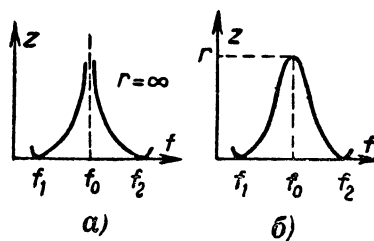


Рис. 12-56. Ответ к задаче 355.

362. 1,20 а; 20 вт; 0,707; 0,9.

363. От 60 до 265 ом.

364. 27°; 19 ом; 5,3 а.

365. 2,67 а; 19°; 20,8 ом.

366.

x_L , ом	600	800	1 000	1 200	1 900
I , ма	64	44	31	29	44
φ , град	+11	+2	-20	-43	-77

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ (СИМВОЛИЧЕСКОГО МЕТОДА) К РАСЧЕТУ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

13-1. КОМПЛЕКСНЫЕ ТОКИ, НАПРЯЖЕНИЯ И СОПРОТИВЛЕНИЯ

Условие задачи

Для неразветвленной цепи переменного тока, векторная диаграмма которой показана на рис. 13-1, выразить

напряжения и ток комплексными числами в трех формах: алгебраической, тригонометрической и показательной, если известно: $U_1 = 220$ в, $U_2 = 127$ в и $I = 2$ а.

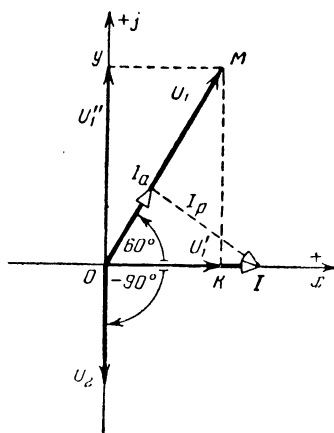


Рис. 13-1. Векторная диаграмма на комплексной плоскости.

Решение задачи

1. Проекция векторов на вещественную и мнимую оси координат. Сложение векторов, как было показано (§ 12-1), просто выполняется, если известны их проекции на оси координат. В нашем случае для напряжений U_1 и U_2 (рис. 13-1)

имеем:

$$U'_1 = U_1 \cos 60^\circ = 220 \cdot 0,5 = 110 \text{ в};$$

$$U''_1 = U_1 \sin 60^\circ = 220 \cdot 0,866 = 190,5 \text{ в};$$

$$U'_2 = 0 \text{ (проекция на ось } x);$$

$$U''_2 = U_2 = 127 \text{ в}.$$

Если оси x и y принять соответственно за оси вещественных и мнимых чисел, то напряжения U_1 и U_2 можно записать в комплексной алгебраической форме:

$$\dot{U}_1 = U'_1 + jU''_1 = (110 + j190,5) \text{ в};$$

$$\dot{U}_2 = 0 - jU''_2 = -j127 \text{ в}.$$

Первый из комплексов ($\dot{U}_1$) изображается вектором $\bar{U}_1$, а второй ($\dot{U}_2$) — вектором $\bar{U}_2$.

Для вектора тока, расположенного вдоль оси вещественных чисел, проекция на ось мнимых чисел равна нулю и потому $\dot{I} = I + j0 = I = 2 \text{ а}$.

2. Определение модулей и аргументов. Абсолютное значение вектора, например U_1 , называемое модулем комплексной величины $\dot{U}_1$, определяется из треугольника $ОКМ$ (рис. 13-1):

$$U_1 = \sqrt{(U_1')^2 + (U''_1)^2}.$$

В нашем случае модули U_1 , U_2 и I заданы по условию задачи.

Начальные фазы векторов, называемые аргументами комплексных величин, для $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{I}$ соответственно равны: 60° , -90° , 0° (рис. 13-1).

3. Три комплексные формы записи рассматриваемых векторов. Вопрос о формах записи комплексных чисел и величин сводится к другому вопросу: какими способами можно однозначно определить вектор?

Выше было показано, что это можно сделать по проекциям на вещественную и мнимую оси и получить алгебраическую форму комплексной величины.

Если каждую из проекций вектора $\bar{U}_1$ выразить через модуль и аргумент:

$$U'_1 = U_1 \cos 60^\circ; \quad U''_1 = U_1 \sin 60^\circ,$$

то можно получить тригонометрическую форму комплексной величины

$$\dot{U}_1 = U_1 \cos 60^\circ + jU_1 \sin 60^\circ = U_1 (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ).$$

Известно (теорема Эйлера), что $\cos \alpha + j \sin \alpha = e^{j\alpha}$, и поэтому

$$\dot{U}_1 = U_1 (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = U_1 e^{j60^\circ} = 220 e^{j60^\circ} \text{ в.}$$

Последнее выражение называют показательной формой записи комплексной величины. В этой форме

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= U_2 e^{-j90^\circ} = 127 e^{-j90^\circ} \text{ в,} \\ \dot{I} &= I e^{j0} = 2 \text{ а.} \end{aligned}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Зачем нужны различные формы записи комплексных чисел и величин? Показательная форма выражает абсолютное значение комплексной величины (модуль) и направление ее вектора (аргумент). В этом проявляется наглядность показательной формы. Она удобна при умножениях и делениях комплексных величин и чисел (например, при определении полного сопротивления как отношения напряжения к току).

Однако показательная форма непригодна для аналитического сложения и вычитания комплексных величин и чисел. В этих случаях нужно пользоваться алгебраической формой.

Тригонометрическая форма связывает показательную с алгебраической и показывает переход от одной формы к другой. Переход от алгебраической формы к показательной рассматривался в задаче. Возможен и обратный переход, например:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= 220e^{j60^\circ} = 220(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = \\ &= 220 \cdot 0,5 + j 220 \cdot 0,866 = (110 + j 190,5) \text{ в.}\end{aligned}$$

2. Как определить сопротивления участков неразветвленной цепи, ток I и напряжения на которых U_1 и U_2 показаны на рис 13-1?

Для участка цепи с напряжением U_1 и током I комплексное сопротивление

$$Z = z_1 e^{j\varphi_1} = \frac{\dot{U}_1}{I} = \frac{220e^{j60^\circ}}{2} = 110e^{j60^\circ},$$

где $z_1 = 110$ — модуль комплексного сопротивления или полное сопротивление, а $\varphi_1 = 60^\circ$ — его аргумент. Раскладывая по формуле Эйлера, получим

$$Z_1 = 110(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = 55 + j 95,3 \text{ ом.}$$

Поскольку активное сопротивление рассматриваемого участка цепи $r_1 = z_1 \cos 60^\circ = 110 \cos 60^\circ$, а реактивное сопротивление (в нашем случае индуктивное) $x_L = z_1 \sin 60^\circ = 110 \sin 60^\circ$, то вещественная часть комплекса z_1 выражает активное сопротивление $r_1 = 55 \text{ ом}$, а мни-

мая часть — индуктивное сопротивление $x_L = 95,3 \text{ ом}$, т. е. $Z_1 = r_1 + jx_L$.

Для участка цепи с напряжением U_2 комплексное сопротивление

$$\begin{aligned} Z_2 &= z_2 e^{j\varphi_2} = \frac{\dot{U}_2}{j} = \frac{127e^{-j90^\circ}}{j} = \\ &= 63,5 (\cos 90^\circ - j \sin 90^\circ) = -j63,5 \text{ ом}, \end{aligned}$$

где $z_2 = 63,5 \text{ ом}$ и $\varphi_2 = -90^\circ$.

Как и следовало ожидать, на втором участке цепи, у которого напряжение отстает по фазе от тока на 90° , нет активного сопротивления, а его реактивное сопротивление имеет емкостный характер, поэтому $z_2 = x_C = 63,5 \text{ ом}$ и $Z_2 = -jx_C$.

Итак, вещественная часть комплексного сопротивления выражает активное сопротивление участка, а мнимая часть — реактивное сопротивление участка, которое может быть индуктивным (положительное мнимое число) или емкостным (отрицательное мнимое число).

3. Как определить напряжение на зажимах цепи? Считая, что рассматриваемая цепь состоит из двух последовательно включенных участков с напряжениями U_1 и U_2 , имеем напряжение на зажимах

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 110 + j190,5 - j127 = 110 + j63,5,$$

его модуль

$$U = \sqrt{110^2 + 63,5^2} = 127 \text{ в}.$$

4. Как записать мгновенное значение напряжения по его комплексной величине? Для этого нужно знать максимальное значение напряжения и его начальную фазу, что легко найти, если дана комплексная величина. Для комплексного напряжения $\dot{U}_1 = 220e^{j60^\circ}$ максимальное значение $U_{1\text{м}} = \sqrt{2} \cdot 220$ и начальная фаза 60° . Поэтому

$$u_1 = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) = 345 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ в}.$$

5. Можно ли рассматривать вещественную и мнимую части комплексных тока и напряжения как их активные и реактивные составляющие? В этом вопросе учащиеся часто допускают ошибки.

Например, для первого участка активная составляющая тока равна проекции вектора тока I на вектор напряжения U_1 или в нашем случае (рис. 13-1)

$$I_a = I \cos 60^\circ = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ а},$$

а реактивная составляющая—проекция на перпендикуляр к вектору напряжения или

$$I_p = I \sin 60^\circ = 2 \cdot 0,866 = 1,72 \text{ а}.$$

Очевидно, что I_a и I_p в общем случае никак не связаны с вещественной и мнимой частями комплексных чисел.

Активная и реактивная составляющие напряжения U_1 в данном частном случае (в нашей задаче) совпадают с вещественными и мнимыми частями комплекса $\dot{U}_1$, так как ток в цепи расположен по оси вещественных величин.

13-2. НЕРАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

В цепи (рис. 11-22) по данным, указанным в § 11-6, вычислить методом комплексных чисел ток, напряжения на участках, а также активную и реактивную мощности.

Решение задачи

1. Вычисление полного сопротивления. Как было показано (§ 13-1, дополнительный вопрос 2), активное, индуктивное и емкостное сопротивления в комплексных числах записываются как r , jx_L и $-jx_C$. По известным величинам r , x_L и x_C (§ 11-6) записываем комплексное сопротивление цепи (рис. 11-22):

$$Z = ze^{j\varphi} = r + jx_L - jx_C = r + j(x_L - x_C) = (4 + j3), \text{ ом},$$

откуда модуль

$$z = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ ом}$$

и аргумент $\varphi = \arctg \frac{3}{4} = 37^\circ$. Соответственно в показательной форме

$$Z = ze^{j\varphi} = 5e^{j37^\circ} \text{ ом}.$$

2. Вычисление тока и напряжений. Комплексный ток, очевидно, можно определить как отношение комплексного напряжения к комплексному сопротивлению. Как же представить напряжение на зажимах цепи комплексным числом?

Для этого вспомним, что при расчете цепи один любой вектор (тока или напряжения) можно направить произвольно и, в частности, по оси x . Располагая вектор напряжения U по оси x , т. е. вещественных чисел, запишем в комплексной форме $\dot{U} = U = 120$ в. В таком случае комплексный ток

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120}{5e^{j37^\circ}} = 24e^{-j37^\circ} \text{ а}$$

и комплексные напряжения на участках:

$$\dot{U}_a = \dot{I}r = 24e^{-j37^\circ} \cdot 4 = 96e^{-j37^\circ} \text{ в;}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}jx_L = 24e^{-j37^\circ} \cdot j8 = 24e^{-j37^\circ} \cdot 8e^{j90^\circ} = 192e^{j53^\circ} \text{ в;}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}(-jx_C) = 24e^{-j37^\circ} (-j5) = 24e^{-j37^\circ} \cdot 5e^{-j90^\circ} = 120e^{-j127^\circ} \text{ в.}$$

3. Вычисление мощностей. Комплексная мощность равна произведению комплексного напряжения на сопряженный комплексный ток. Под сопряженным понимают такой комплекс, у которого обратный знак мнимой части, т. е. обратный знак аргумента.

Так, в нашем случае сопряженный комплексный ток $\dot{I}^* = 24e^{j37^\circ} \text{ а}$. Таким образом, комплексная мощность $\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 120 \cdot 24e^{j37^\circ} = 2,88e^{j37^\circ} \text{ ква} = (2,3 + j1,73) \text{ ква}$.

Учитывая, что комплексная мощность $\tilde{S} = P + jQ$, находим активную мощность $P = 2,3 \text{ кВт}$ и реактивную мощность $Q = 1,73 \text{ квар}$.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Почему вектор общего напряжения был направлен по оси вещественных чисел? Этот вопрос закономерен, если учесть, что направление вектора U может быть выбрано произвольно.

Сделанный выбор обеспечил простое выражение для комплексной величины $\dot{U}$ (не содержит мнимой части), что упрощает вычисления.

2. Как для рассматриваемой задачи построить векторную диаграмму? Построение диаграммы упрощается при расчетах в комплексных числах. По заданным модулям и аргументам легко построить все комплексы (рис. 13-2). Полезно проверить, соблюдаются ли сдвиги по фазе и другие соотношения. Так, в нашем случае (рис. 13-2) напряжение на зажимах действительно равно геометрической сумме напряжений на участках, что подтверждает правильность построения диаграммы.

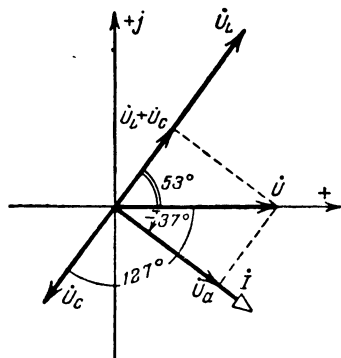


Рис. 13-2. Векторы напряжений и тока, построенные по аргументам и модулям их комплексных величин.

3. Каков порядок расчета цепи при заданном токе в цепи или напряжении на каком-либо участке? В этом случае принимают вектор тока или напряжения (заданную величину) направленным по оси вещественных чисел (оси x) и выражают этот вектор комплексным числом, которое равно действующему значению заданного тока или напряжения (начальная фаза равна нулю).

4. Как выполнить расчет цепи, содержащей несколько активных и реактивных сопротивлений? Записав каждое активное сопротивление как вещественное число, каждое индуктивное сопротивление как положительное мнимое число и каждое емкостное сопротивление как отрицательное мнимое число, ведем расчет теми же методами, которые применяются для цепей постоянного тока.

5. Целесообразно ли пользоваться комплексными числами для расчета неразветвленных цепей? Хотя комплексные числа и позволяют упростить методику расчета электрических цепей, но арифметические действия при их применении усложняются.

Как известно, неразветвленная цепь рассчитывается сравнительно просто и без применения комплексных чисел.

Как известно, неразветвленная цепь рассчитывается сравнительно просто и без применения комплексных чисел.

сел. Поэтому при расчете неразветвленной цепи обычно их не применяют.

Рассмотренный пример неразветвленной цепи имел целью подготовить правила расчета с комплексными числами к разветвленным цепям, где их преимущество весьма существенно.

13-3. РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ, СОДЕРЖАЩАЯ ТОЛЬКО ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЕТВИ

Условие задачи

Методом комплексных чисел вычислить все токи в цепи рис. 12-1 при значениях параметров, приведенных в § 12-1.

Решение задачи

1. Вычисление общего сопротивления цепи. Запишем комплексные сопротивления ветвей AB и AGB (рис. 12-1):

$$Z_1 = r_1 + jx_L = (80 + j60) = 100e^{j37^\circ} \text{ ом};$$

$$Z_2 = r_2 - jx_C = (260 - j150) = 300e^{-j30^\circ} \text{ ом}.$$

Комплексное общее сопротивление:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{100e^{j37^\circ} \cdot 300e^{-j30^\circ}}{80 + j60 + 260 - j150} = \frac{3000e^{j7^\circ}}{34 - j9} = \\ &= \frac{3000e^{j7^\circ}}{35,2e^{-j14^\circ 40'}} = 86e^{j21^\circ 40'} \text{ ом}. \end{aligned}$$

Получились те же результаты, что и в § 12-1 (дополнительный вопрос 5).

2. Вычисление токов. Выберем вектор напряжения на зажимах цепи направленным по оси положительных вещественных чисел. Тогда комплексное напряжение $\dot{U} = U = 120 \text{ в}$.

Комплексный общий ток

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120}{86e^{j21^\circ 40'}} = 1,4e^{-j21^\circ 40'} \text{ а}.$$

Комплексные токи ветвей:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{120}{100e^{j37^\circ}} = 1,2e^{-j37^\circ} \text{ а},$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{120}{300e^{-j30^\circ}} = 0,4e^{j30^\circ} \text{ а}.$$

3. Вычисление напряжения U_{BG} . Для контура $ABGA$ (рис. 12-1) по второму закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 r_1 + \dot{U}_{BG} - \dot{I}_2 r_2 = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned}\dot{U}_{BG} &= \dot{I}_2 r_2 - \dot{I}_1 r_1 = 0,4e^{j30^\circ} \cdot 260 - 1,2e^{-j37^\circ} \cdot 80 = \\ &= 104 (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) - 96 (\cos 37^\circ - j \sin 37^\circ) = \\ &= 13,2 + j 109,6 = 112e^{j83^\circ 10'} \text{ в.}\end{aligned}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как решить рассмотренную задачу, применяя проводимости ветвей? Комплексная проводимость первой ветви

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{r_1 + jx_L} = \frac{r_1 - jx_L}{r_1^2 + x_L^2} = \frac{r_1}{r_1^2 + x_L^2} - j \frac{x_L}{r_1^2 + x_L^2}.$$

В полученном выражении легко выявить активную проводимость (вещественная часть) и реактивную проводимость (мнимая часть) или

$$Y_1 = g_1 - jb_1.$$

Аналогичным образом можно получить комплексную проводимость второй ветви

$$Y_2 = g_2 - jb_2.$$

Величины активных и реактивных проводимостей были получены для этой задачи в § 12-2, поэтому

$$\begin{aligned}Y_1 &= 8 \cdot 10^{-3} - j 6 \cdot 10^{-3} \text{ сим}; \\ Y_2 &= 2,9 \cdot 10^{-3} + j 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ сим}.\end{aligned}$$

Комплексные проводимости можно найти и непосредственно по известным величинам комплексных сопротивлений:

$$\begin{aligned}Y_1 &= \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{100e^{j37^\circ}} = 0,01e^{-j37^\circ} = \\ &= 0,01 \cos(-37^\circ) + j 0,01 \sin(-37^\circ) = \\ &= 8 \cdot 10^{-3} - j 6 \cdot 10^{-3} \text{ сим}; \\ Y_2 &= \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{300e^{-j30^\circ}} = 3,33 \cdot 10^{-3} e^{j30^\circ} = \\ &= 2,9 \cdot 10^{-3} + j 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ сим}.\end{aligned}$$

Поскольку для параллельного соединения комплексная проводимость всей цепи равна сумме комплексных проводимостей ветвей, то

$$\begin{aligned} Y &= Y_1 + Y_2 = 10,9 \cdot 10^{-3} - j4,3 \cdot 10^{-3} = \\ &= 11,7 \cdot 10^{-3} e^{-j21^\circ 40'} \text{ см.} \end{aligned}$$

Комплексный общий ток цепи

$$I = \dot{U}Y = 120 \cdot 11,7 \cdot 10^{-3} e^{-j21^\circ 40'} = 1,4 e^{-j21^\circ 40'} \text{ а.}$$

Результаты совпадают с полученными выше.

2. Как проверить результаты, полученные в задаче? Применяя комплексные числа к расчету цепей переменного тока, легко сделать проверку вычислений на основе законов Кирхгофа. Воспользуемся первым законом и проверим равенство суммы комплексных токов ветвей комплексному общему току:

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,2 e^{-j37^\circ} = 1,2 (\cos 37^\circ - j \sin 37^\circ) = \\ &= (0,96 - j0,72) \text{ а;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= 0,4 e^{j30^\circ} = 0,4 (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = \\ &= (0,35 + j0,2) \text{ а;} \end{aligned}$$

их сумма

$$I_1 + I_2 = 1,31 - j0,52 = 1,4 e^{-j21^\circ 40'} = I.$$

Возможна также геометрическая проверка решения, приведенная в следующем вопросе.

3. Нужно ли строить векторную диаграмму для рассматриваемой задачи? Метод комплексных чисел позволяет решить задачу аналитически. Однако векторная диаграмма полезна как средство проверки расчетов. Так, в нашем случае (рис. 13-3) легко убедиться, что вектор общего тока I равен геометрической сумме векторов токов ветвей I_1 и I_2 .

4. Какие изменения произойдут в расчете, если принять иное начальное направление вектора напряжения U ? Если, например, принять $\dot{U} = jU$, т. е. расположить вектор U в положительном направлении оси y , то все комплексные токи окажутся умно-

женными на j . При этом модули всех комплексов останутся прежними, а аргументы увеличатся на 90° , т. е. векторы повернутся на 90° в положительном направлении. Векторная диаграмма (рис. 13-3) вся повернется на 90° против направления движения часовой стрелки. Так как величины векторов и сдвиги по фазе между ними остаются прежними, то это и дает право выбирать произвольно направление одного из векторов.

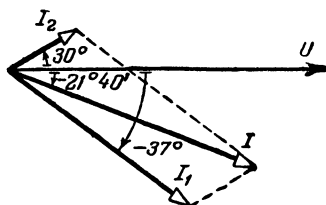


Рис. 13-3. К дополнительному вопросу 3, § 13-3.

13-4. РАЗВЕТВЛЕННАЯ ЦЕПЬ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМИ УЧАСТКАМИ

Условие задачи

Определить величину и характер (индуктивный или емкостный) реактивного сопротивления x , которое нужно включить в участок AB (рис. 13-4), чтобы вся цепь оказалась в режиме резонанса напряжений на частоте 400 гц. Вычислить в этих условиях напряжение на зажимах U , обеспечивающее ток в емкости $I_C = 0,1$ а, если $L_K = 50$ мГн, $r_K = 25$ ом, $C = 0,8$ мкф.

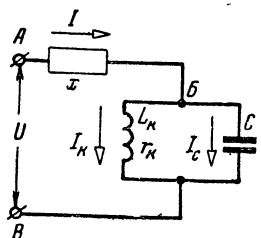


Рис. 13-4. К условию задачи § 13-4.

Решение задачи

1. Условие возникновения резонанса напряжений в цепи (рис. 13-4). Требуемый режим устанавливается в цепи из последовательно включенных индуктивного и емкостного сопротивлений при $x_L = x_C$. Поэтому сделать вывод о требуемом реактивном сопротивлении на участке AB (рис. 13-4) можно только после определения реактивного сопротивления участка BB , т. е. параллельного контура.

Найдем комплексное сопротивление катушки;

$$\begin{aligned} Z_K &= r_K + j\omega L_K = 25 + j2\pi \cdot 400 \cdot 0,05 = \\ &= (25 + j125) = 127,5e^{j78^\circ 40'} \text{ ом.} \end{aligned}$$

Реактивное сопротивление емкости

$$x'_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 400 \cdot 0,8} = 500 \text{ ом.}$$

Комплексное сопротивление участка $БВ$

$$\begin{aligned} Z_{БВ} &= \frac{Z_K (-jx'_C)}{Z_K - jx'_C} = \frac{127,5e^{j78^\circ 40'} 500e^{-j90^\circ}}{25 + j125 - j500} = \\ &= \frac{63750e^{-j11^\circ 20'}}{25 - j375} = \frac{63750e^{-j11^\circ 20'}}{376e^{-j86^\circ 30'}} = \\ &= 170e^{75^\circ 10'} = (44,3 + j164) \text{ ом.} \end{aligned}$$

Таким образом, участок $БВ$ (рис. 13-4) может быть представлен последовательным соединением активного сопротивления $44,3 \text{ ом}$ (вещественная часть $Z_{БВ}$) и индуктивного сопротивления 164 ом (мнимая положительная часть $Z_{БВ}$), что и показано на рис. 13-5. Теперь очевидно, что участок $АБ$ должен иметь емкостное реактивное сопротивление $x_C = 164 \text{ ом}$ (рис. 13-5).

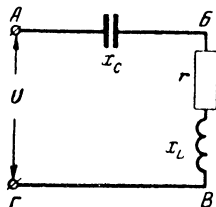


Рис. 13-5. Схема, эквивалентная показанной на рис. 13-4.

2. Вычисление напряжения на зажимах цепи. Поскольку задан ток в емкости, то удобно принять его направленным по вещественной оси (начальная фаза равна нулю): $I_C = I_C = 0,1 \text{ а}$. Комплексное напряжение на параллельном контуре (рис. 13-4).

$$\dot{U}_{БВ} = I_C (-jx'_C) = 0,1 (-j500) = -j50 = 50e^{-j90^\circ} \text{ в.}$$

Далее определим комплексный ток в катушке индуктивности:

$$\begin{aligned} I_K &= \frac{\dot{U}_{БВ}}{Z_K} = \frac{50e^{-j90^\circ}}{127,5e^{j78^\circ 40'}} = \\ &= 0,39e^{-j168^\circ 40'} = (-0,385 - j0,077) \text{ а} \end{aligned}$$

и комплексный общий ток:

$$I = I_C + I_K = 0,1 - 0,385 - j0,077 = (-0,285 - j0,077) \text{ а.}$$

Комплексное напряжение на зажимах цепи $\dot{U} = I Z_{АВ}$, где комплексное сопротивление (рис. 13-5)

$$Z_{AB} = r + jx_L - jx_C = 44,3 + j164 - j164 = 44,3 \text{ ом.}$$

Таким образом,

$$\dot{U} = I Z_{AB} = (-0,285 - j0,077) 44,3 = (-12,6 - j3,4) \text{ в}$$

и

$$U = \sqrt{12,6^2 + 3,4^2} \approx 13 \text{ в.}$$

Дополнительные вопросы к задаче.

1. Как составить уравнение по второму закону Кирхгофа для рассматриваемой цепи? Это уравнение может потребоваться как для решения задачи, так и для проверки.

В нашем случае комплексное напряжение на участке AB (рис. 13-5)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= I(-jx_C) = (-0,285 - j0,077)(-j164) = \\ &= (-12,6 + j46,6) \text{ в.} \end{aligned}$$

По второму закону Кирхгофа

$$\dot{U} = \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BB} = -12,6 + j46,6 - j50 = (-12,6 - j3,4) \text{ в,}$$

что подтверждает расчеты, выполненные выше.

2. Какая э. д. с. наведется в катушке, индуктивно связанной с рассмотренной в задаче, если их взаимная индуктивность $M = 0,01 \text{ гн?}$

Комплексная индуцированная э. д. с.

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{I}_K(-j\omega M) = (-0,385 - j0,077)(-j2512 \cdot 0,01) = \\ &= -1,93 + j9,65 = 9,85e^{j101^\circ 20'} \text{ в.} \end{aligned}$$

Легко убедиться, что индуцированная в другой катушке э. д. с. отстает на угол 90° от тока I_K в основной катушке.

13-5. СЛОЖНАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

В цепи (рис. 13-6) вычислить токи, а также полные и активные мощности генераторов, если $E_1 = 118 \text{ в}$, $E_2 = 124 \text{ в}$ и обе э. д. с. совпадают по фазе. Внутренние сопротивления генераторов чисто индуктивные, ($Z_0 = j0,05 \text{ ом}$), сопротивление внешней цепи активно-индуктивное, $Z = (0,5 + j0,3) \text{ ом}$.

Решение задачи

1. Выбор метода расчета. Применение комплексных чисел позволяет воспользоваться любым из методов расчета сложной цепи постоянного тока (см. гл. 4).

В данном случае цепь имеет два узла и потому целесообразней всего воспользоваться методом двух узлов.

2. Вычисление проводимостей ветвей. Комплексные проводимости ветвей:

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{j0,05} = -j20 \text{ см};$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z} = \frac{1}{0,5 + j0,3} = \frac{0,5 - j0,3}{0,34} = (1,47 - j0,88) \text{ см}.$$

3. Вычисление напряжения между узлами и токов ветвей. Комплексное узловое напряжение

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \frac{\dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{118(-j20) + 124(-j20)}{-j20 - j20 + 1,47 - j0,88} = \\ &= \frac{-j4840}{1,47 - j40,88} = (118,25 - j4,25) \text{ в}. \end{aligned}$$

Комплексные токи ветвей:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= (\dot{E}_1 - \dot{U}_{AB}) Y_1 = (118 - 118,25 + j4,25)(-j20) = \\ &= 84,8 + j5,0 = 85e^{j3^\circ 20'} \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= (\dot{E}_2 - \dot{U}_{AB}) Y_2 = (124 - 118,25 + j4,25)(-j20) = \\ &= 84,8 - j115,0 = 142e^{-j53^\circ 30'} \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 84,8 + j5,0 + 84,8 - j115,0 = \\ &= 169,6 - j110,0 = 202,5e^{-j33^\circ} \text{ а}. \end{aligned}$$

4. Вычисление мощностей генераторов. Комплексная мощность первого генератора

$$\begin{aligned} \tilde{S}_1 &= \dot{E}_1 \dot{I}_1^* = 118 \cdot 85,0e^{-j3^\circ 20'} = 10\,020 (\cos 3^\circ 20' - \\ &- j \sin 3^\circ 20') = (10\,000 - j580) \text{ в} \cdot \text{а} = (10,0 - j0,58) \text{ к} \cdot \text{ва}, \end{aligned}$$

откуда для первого генератора

$$S_1 = 10,02 \text{ к} \cdot \text{ва}; \quad P_1 = 10,0 \text{ кВт}; \quad Q_1 = -0,58 \text{ квар}.$$

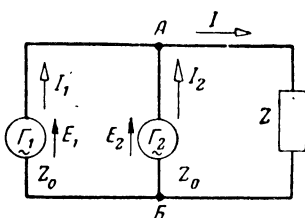


Рис. 13-6. К условию задачи § 13-5.

Аналогично для второго генератора

$$\begin{aligned}\tilde{S}_2 &= \dot{E}_2 I_2^* = 124 \cdot 142 e^{j53^\circ 30'} = 17600 e^{j53^\circ 20'} = \\ &= (10\,500 + j14\,200) \text{ в} \cdot \text{а},\end{aligned}$$

откуда

$$S_2 = 17,60 \text{ ква}; \quad P_2 = 10,5 \text{ кВт}; \quad Q_2 = 14,2 \text{ квар}.$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как проверить расчеты при помощи баланса мощностей? Активные мощности обоих генераторов

$$P_1 + P_2 = 10,0 + 10,5 = 20,5 \text{ кВт};$$

активная мощность потребителя

$$P = I^2 r = 202,5^2 \cdot 0,5 = 20,5 \text{ кВт}.$$

Реактивные мощности обоих генераторов

$$Q_1 + Q_2 = -0,58 + 14,2 = 13,62 \text{ квар}.$$

Реактивная мощность потребителя и внутренних сопротивлений генераторов

$$\begin{aligned}Q + Q_{01} + Q_{02} &= I^2 x + I_1^2 x_0 + I_2^2 x_0 = \\ &= (202,5)^2 \cdot 0,3 + 85^2 \cdot 0,05 + 142^2 \cdot 0,05 = 13,62 \text{ квар}.\end{aligned}$$

2. Хорошо ли используются генераторы в рассматриваемой задаче? Первый генератор работает эффективно, отдавая активную мощность, близкую к полной ($\cos \varphi_1 = P_1/S_1 = 0,998$). Режим второго генератора неэффективен из-за малого коэффициента мощности ($\cos \varphi_2 = P_2/S_2 = 0,6$).

Различие в режимах генераторов объясняется неодинаковыми величинами их э. д. с.

3. При соблюдении каких условий применяется параллельная работа генераторов переменного тока. Генераторы переменного тока соединяют параллельно при равенстве частот, совпадении фаз э. д. с. и их величин. При таких условиях, например, работают генераторы на электростанциях.

13.6. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 13-1

367. По векторной диаграмме (рис. 13-7) составить комплексные ток и напряжение, если их действующие значения соответственно 2 а и 127 в.

368. Ток в цепи выражается комплексом $-j30$ ма. Комплексное напряжение на зажимах цепи имеет модуль 120 в и аргумент $-\pi$. Записать мгновенные значения тока и напряжения, построить векторную диаграмму.

369. Комплексные значения тока и напряжения предыдущей задачи умножить соответственно на j и $-j$. Для полученных новых комплексных величин построить векторную диаграмму.

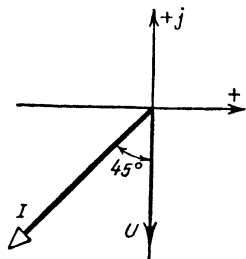


Рис. 13-7. К задаче 367.

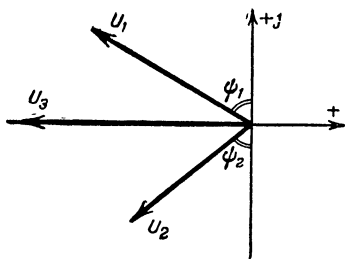


Рис. 13-8. К задаче 372.

370. Построить векторы напряжений, для которых: $\dot{U}_1 = (110 + j190)$ в, $\dot{U}_2 = -220$ в и $\dot{U}_3 = (110 - j190)$ в. Вычислить сдвиги по фазе между напряжениями.

371. Токи двух ветвей электрической цепи равны $i_1 = 12 \times \sin(\omega t - 30^\circ)$ и $i_2 = 8 \sin(\omega t + 30^\circ)$. Выразить в трех формах (алгебраической, тригонометрической и показательной) комплексный общий ток двух ветвей. Построить векторную диаграмму.

372. Для неразветвленной цепи из трех последовательно соединенных участков с напряжениями $U_1 = 100$ в, $U_2 = 80$ в и $U_3 = 120$ в (векторная диаграмма на рис. 13-8) выразить комплексы $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ и $\dot{U}_3$, если $\psi_1 = 60^\circ$, а $\psi_2 = 50^\circ$. Записать мгновенное значение напряжения на зажимах U и построить его вектор на диаграмме.

373. Каким должно быть напряжение U_2 в условиях предыдущей задачи, чтобы $\dot{U}_3 = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$.

374. Ток в цепи имеет одинаковые активную и реактивную составляющие по 14,1 а. Напряжение на зажимах цепи отстает по фазе от тока и выражается комплексом $\dot{U} = \dot{U}e^{-j45^\circ}$. Составить выражение для комплексного тока.

375. Напряжение на зажимах цепи имеет активную составляющую 63,5 в и реактивную 109,2 в. Начальная фаза тока в цепи 120° . Составить выражение для комплексного напряжения, если последнее опережает по фазе ток.

376. Как нужно изменить начальную фазу тока в условиях предыдущей задачи, чтобы активная и реактивная составляющие напряжения выражали соответственно вещественную и мнимую части комплексного напряжения.

Задачи к § 13-2

377. Ток в цепи и напряжение на ее зажимах выражаются соответственно как $(-0,684 + j1,88)$ а и $(60 + j103,4)$ в. Вычислить действующие значения тока и напряжения, активное и реактивное сопротивление цепи. Выразить в комплексной форме сопротивление цепи.

378. Вычислить активное сопротивление и индуктивность катушки на частоте $f = 50$ гц, если ее комплексное сопротивление $Z_k = 240,8e^{j51^\circ 30'}$ ом.

379. Комплексное сопротивление цепи $Z = \left(\frac{5}{4 + j3} + j2 \right)$ ом.

Составить эквивалентную схему цепи при частоте $f = 100$ кгц.

380. Полное сопротивление цепи $(5 - j6)$ ом. Какое сопротивление нужно включить в цепь, чтобы ее активное сопротивление численно равнялось реактивному?

381. В цепи из последовательно включенных сопротивлений $r = 10$ ом; $x_L = 25$ ом; $x_C = 15$ ом известен комплексный ток $I = -12$ а. Вычислить комплексные напряжения на каждом сопротивлении и на зажимах цепи. Построить векторную диаграмму.

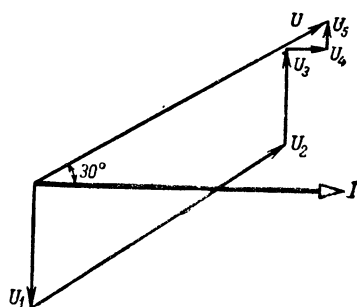


Рис. 13-9. К задаче 385.

382. В условиях предыдущей задачи вычислить комплексную мощность.

383. Три сопротивления, каждое из которых равно 100 ом, соединены последовательно. Напряжения на этих сопротивлениях опережают по фазе ток на 20, 40 и 70° . Вычислить полное сопротивление цепи и коэффициент мощности.

384. В цепи из последовательно включенных двух одинаковых катушек и конденсатора известны ток $I = 8$ а, напряжение на зажимах $U = 110$ в, активная мощность $P = 530$ вт. Составить комплекс-

ные выражения для сопротивлений катушки и конденсатора, а также для полной мощности, если емкостное сопротивление равно индуктивному сопротивлению каждой катушки.

385. Составить комплексные выражения для сопротивлений отдельных участков и всей цепи по топографической диаграмме (рис. 13-9), для которой $U = 220$ в; $U_1 = 80$ в; $U_3 = 62$ в; $U_4 = 25$ в; $U_5 = 18$ в; $I = 1$ а.

386. Определить комплексное значение сопротивления, которое нужно включить последовательно в цепь, рассмотренную в предыдущей задаче, чтобы в цепи установился режим резонанса напряжений.

Задачи к § 13-3

387. Активное сопротивление $r = 30$ ом, индуктивное $x_L = 40$ ом и емкостное $x_C = 25$ ом соединены параллельно. Вычислить активное и реактивное сопротивления эквивалентной последовательной схемы замещения.

388. В условиях предыдущей задачи вычислить токи ветвей и общий ток цепи, если напряжение на зажимах $\dot{U}=120 e^{j30^\circ}$ в. Построить векторную диаграмму.

389. Активное, индуктивное и емкостное сопротивления по 200 ом каждое присоединены параллельно к зажимам источника напряжением 120 в. Вычислить ток источника.

390. Группа потребителей с активно-индуктивной нагрузкой присоединена к сети переменного тока напряжением 220 в. Общий ток потребителей 66 а, а их активная мощность 9 квт. Для улучшения коэффициента мощности до 0,95 параллельно потребителям присоединена конденсаторная установка. Определить реактивное сопротивление конденсаторной установки и составить комплексные выражения для тока потребителей, тока емкости и общего тока сети, приняв комплексное напряжение в сети вещественным положительным числом.

391. Три сопротивления, комплексные выражения которых $Z_1=(100+j60)$ ом; $Z_2=(40-j60)$ ом и $Z_3=120$ ом, соединены параллельно. Напряжение на зажимах цепи $U=120$ в.

Определить комплексные токи ветвей, общий ток цепи, а также полную мощность.

Построить векторы всех токов и напряжения.

392. Какое сопротивление нужно включить в неразветвленную часть цепи предыдущей задачи, чтобы установился режим резонанса напряжений?

393. В цепи рис. 13-10 известны токи ветвей $I_1=0,8$ а; $I_2=0,6$ а. Ток I_1 отстает по фазе от тока I_2 на угол 50° . Вычислить напряжения U и $U_{БГ}$, если $r_1=25$ ом, $x_L=15$ ом.

394. Для цепи рис. 13-10 составить в общем виде комплексное сопротивление при условии, что $x_L=x_C=x$.

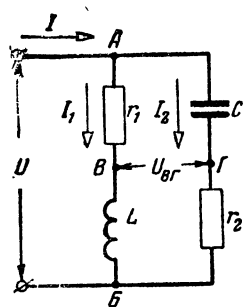


Рис. 13-10. К задаче 393.

Задачи к § 13-4 и 13-5

395. Вычислить все токи в цепи (рис. 13-11), а также напряжения на участках AB и BB , если $r_2=x_L=500$ ом, $x_C=1\,000$ ом; $r_1=200$ ом; $U=120$ в.

396. Вычислить напряжения на участках AB и BB (рис. 13-12), а также на зажимах цепи AB , если по сопротивлению r_1 проходит ток 1,4 а. Параметры цепи: $C=3$ мкф; $L=0,2$ гн; $r_1=100$ ом; $r_2=20$ ом; $f=160$ гц.

397. В предыдущей задаче принять известным общий ток 1,46 а вместо тока ветви и вычислить напряжение на зажимах цепи.

398. Для цепи рис. 13-13 найти в общем виде, при каком сопротивлении r_2 сдвиг по фазе между напряжением U и током I_3 на частоте ω составит 90° .

399. Вычислить ток в цепи рис. 13-14 при согласном и встречном включении катушек индуктивности, если $r=30$ ом; $L_1=0,1$ гн; $L_2=0,03$ гн; $M=0,053$ гн; $U=220$ в; $f=50$ гц.

400. Для цепи (рис. 13-15) вычислить все токи при согласном включении катушек, если $U=220$ в; $f=50$ гц; $L_1=0,2$ гн; $L_2=0,4$ гн; $M=0,1$ гн; $r_1=20$ ом; $r_2=30$ ом.

401. В схеме Бушера (рис. 13-16) можно обеспечить неизменную величину тока I_1 при различном числе

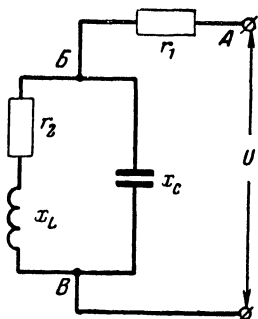


Рис. 13-11. К задаче 395.

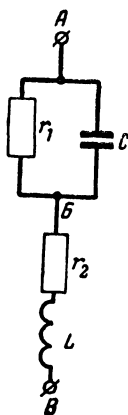


Рис. 13-12. К задаче 396.

включенных ламп. Вывести необходимое для этого соотношение между ω , L и C , применив законы Кирхгофа.

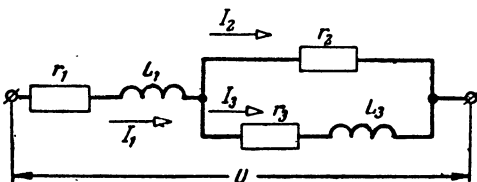


Рис. 13-13. К задаче 398.

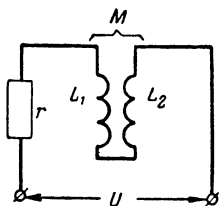


Рис. 13-14. К задаче 399.

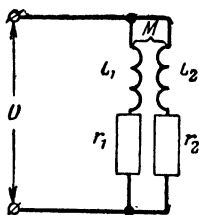


Рис. 13-15. К задаче 400.

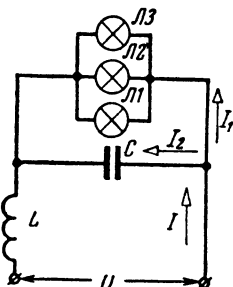


Рис. 13-16. К задаче 401.

402. Два параллельно включенных генератора с внутренними сопротивлениями $Z_{01}=Z_{02}=j0,2$ ом и э. д. с. $E_1=120$ в, $E_2=126$ в имеют общую нагрузку. Комплексное сопротивление приемника $Z=(2+j)$ ом. Вычислить комплексные значения токов приемника и генераторов, если их э. д. с. совпадают по фазе.

403. Определить комплексные токи в условиях предыдущей задачи, если э. д. с. E_2 смещена по фазе относительно э. д. с. E_1 на 90° в сторону опережения.

13-7. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 13

367. $2e^{-j135^\circ}$ а; $127e^{-j90^\circ}$ в.
 368. $30\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^\circ)$ ма; $120\sqrt{2}\sin(\omega t - 180^\circ)$ в.
 369. 30 ма; $j120$ в.
 370. 120° .
 371. $12,3e^{-j6^\circ30'} = 12,3\cos(-6^\circ30') + j12,3\sin(-6^\circ30') =$
 $= 12,25 - j1,4$.
 372. $(-86,6 + j50)$ в; $(-61,2 - j51,5)$ в; -120 в; $376\sin(\omega t - 180^\circ)$ в.
 373. $60e^{-j124^\circ}$ в.
 374. 20 а.
 375. -127 в.
 376. Уменьшить до 0° .
 377. 2 а; 120 в; $38,3$ ом; -46 ом; $60e^{-j50^\circ}$ ом.
 378. 150 ом; $0,6$ гн.
 379. $0,8$ ом; $2,23$ мкгн.
 380. Активное или индуктивное 1 ом либо 11 ом индуктивное.
 381. -120 в; $-j300$ в; $j180$ в; $(-120 - j120)$ в.
 382. $(1440 + j1440)$ в а.
 383. 285 ом; $0,72$.
 384. $(4,14 + j11)$ ом; $-j11$ ом; $(530 + j700)$ в а.
 385. $-j80$ ом; $(165 + j110)$ ом; $j62$ ом; 25 ом; $j18$ ом; $(190 + j110)$ ом.
 386. $-j110$ ом.
 387. $24,8$ ом; $-11,5$ ом.
 388. 4 а; $3e^{-j60^\circ}$ а; $4,8e^{j120^\circ}$ а; $4,4e^{j24^\circ10'}$ а.
 389. $0,6$ а.
 390. $-5,8$ ом; $66e^{-j51^\circ40'}$ а; $j37,9$ а; $43e^{-j18^\circ10'}$ а.
 391. $(0,883 - j0,53)$ а; $(0,924 + j1,38)$ а; 1 а; $(2,8 + j0,85)$ а;
 (336 + j102) в а.
 392. Индуктивное $11,9$ ом.
 393. $23,2$ в; $12,8$ в.
 394. $\frac{r_1 r_2 + x^2}{r_1 + r_2} + j \frac{r_2 x - r_1 x}{r_1 + r_2}$.
 395. $0,1$ а; $0,14$ а; $0,1$ а; 20 в; 100 в.
 396. 140 в; 298 в; 310 в.
 397. 310 в.
 398. $r_2 = \frac{\omega^2 L_1 L_3 - r_1 r_3}{r_1 + r_3}$.

399. $2,7 a$; $7 a$.
 400. $2,83 a$; $1,07 a$; $3,87 a$.
 401. $\omega^2 LC = 1$.
 402. $53,3e^{-j28^\circ} a$; $23,7e^{j6^\circ} a$; $36,2e^{-j49^\circ 15'} a$.
 403. $37e^{j14^\circ 35'} a$; $418e^{-j135^\circ} a$; $453 e^{j42^\circ} a$.

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

ТРЕХФАЗНЫЙ ТОК

14-1. ЧЕТЫРЕХПРОВОДНАЯ ЦЕПЬ

Условие задачи

От сети трехфазного тока с линейным напряжением 380 в питаются бытовые приборы рабочего поселка. Все приемники распределены на три группы, соединенные звездой по четырехпроводной схеме.

Определить токи во всех проводах сети и ее общую мощность, если мощность приемников, включенных в фазу A , составляет 3,52 кВт; в фазу B — 2,64 кВт; в фазу C — 3,96 кВт.

Решение задачи

1. Составление принципиальной схемы цепи. Поскольку большинство бытовых электроприборов (осветительные лампы, нагревательные плитки

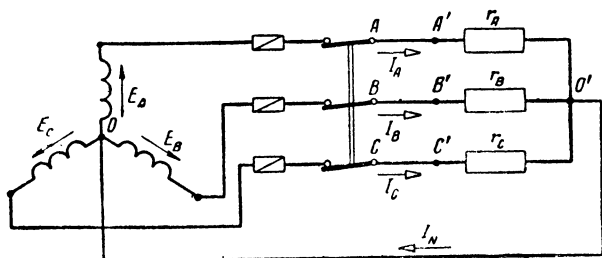


Рис. 14-1. К условию задачи § 14-1.

и т. п.) представляют собой активную нагрузку ($\cos \varphi = 1$), то их можно представить эквивалентными активными сопротивлениями r_A , r_B и r_C (рис. 14-1), которые по условию задачи включены в четырехпроводную сеть, т. е. соединены с питающим генератором (под-

станцией) тремя линейными проводами ($A-A'$, $B-B'$, $C-C'$) и нейтральным проводом OO' .

На рис. 14-1 слева условно показан генератор, у которого три фазные обмотки A , B , C соединены звездой, т. е. так же, как и сопротивления приемников, что является непрременным условием для четырехпроводной системы. Очевидно, что зажимы A , B и C на рубильнике у питающего генератора (рис. 14-1) можно рассматривать как начала его фазных обмоток, поэтому они обозначены теми же буквами. Концы обмоток соединены вместе, образуя нейтральную точку O .

2. Р а с п р е д е л е н и е напряжений на зажимах генератора. Наводимые в обмотках симметричного трехфазного генератора (рис. 14-1) фазные э. д. с. E_A , E_B , E_C образуют симметричную систему, т. е. имеют одинаковую величину и смещены по фазе друг относительно друга на одинаковые углы 120° (рис. 14-2). Если пренебречь внутренним сопротивлением генератора, то фазные э. д. с. соответственно равны фазным напряжениям U_A , U_B , U_C .

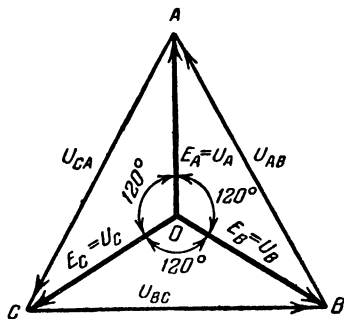


Рис. 14-2. Фазные и линейные напряжения симметричного трехфазного генератора.

Как следует из векторной диаграммы (рис. 14-2), линейные напряжения $\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B$, $\bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C$ и $\bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A$ представляют собой геометрические разности соответствующих фазных напряжений и отличаются от них по величине в $\sqrt{3}$ раз (как стороны равнобедренных треугольников, лежащих против углов 120°) и тоже образуют симметричную систему. Поэтому при заданных действующих значениях линейных напряжений $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$ в фазные напряжения $U_A = U_B = U_C = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ в.

Итак, на зажимах трехфазной четырехпроводной цепи (рис. 14-3) существуют две системы сим-

метричных напряжений — фазные и линейные, отличающиеся по величине в $\sqrt{3}$ раз.

3. Распределение напряжений и токов в фазах приемников. Пренебрегая падениями напряжения в проводах AA' , BB' , CC' и OO' (рис. 14-1),

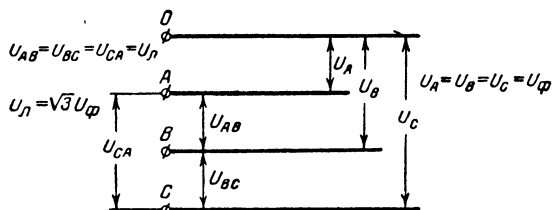


Рис. 14-3. Фазные и линейные напряжения четырехпроводной системы.

можно принять в рассматриваемой цепи фазные напряжения приемников равными фазным напряжениям генератора $U'_A = U_A$, $U'_B = U_B$ и $U'_C = U_C$. При этом, очевидно, нет необходимости различать напряжения источника и приемника — это одни и те же напряжения.

Как показано на рис. 14-1, токи I_A , I_B , I_C проходят в линейных проводах и сопротивлениях приемников r_A , r_B и r_C , поэтому они являются одновременно линейными и фазными. Ток в нейтральном проводе I_N равен геометрической сумме фазных (линейных) токов I_A , I_B и I_C .

4. Вычисление фазных токов. Учитывая, что для заданных приемников $\cos \varphi = 1$, имеем:

$$I_A = \frac{P_A}{U_\phi} = \frac{3520}{220} = 16 \text{ а};$$

$$I_B = \frac{P_B}{U_\phi} = \frac{2640}{220} = 12 \text{ а};$$

$$I_C = \frac{P_C}{U_\phi} = \frac{3960}{220} = 18 \text{ а}.$$

Откладывая токи I_A , I_B и I_C , совпадающие по фазе с напряжениями соответствующих фаз, получим векторную диаграмму (рис. 14-4) фазных токов и напряжений.

5. Вычисление тока в нейтральном проводе. Ток в нейтральном проводе определяется по первому закону Кирхгофа, который в цепях переменного тока проще всего применять для комплексных токов.

Запишем комплексные фазные токи на основании векторной диаграммы (рис. 14-4).

$$\dot{I}_A = jI_A = I_A e^{j90^\circ} = j16a;$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_B &= I_B e^{-j30^\circ} = \\ &= 12(\cos 30^\circ - j \sin 30^\circ) = \\ &= (10,4 - j6) a;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_C &= I_C e^{-j150^\circ} = \\ &= 18(\cos 150^\circ - j \sin 150^\circ) = \\ &= (-15,6 - j9) a.\end{aligned}$$

(При расчете трехфазных цепей часто выбирают другое расположение вещественной и мнимой осей, а именно: вещественную ось направляют вертикально вверх. Тогда фазы всех токов и напряжений изменятся на -90° , т. е. токи $\dot{I}_A = I_A e^{j0^\circ}$, $\dot{I}_B = I_B e^{-j120^\circ}$ и т. д.

Комплексный ток в нейтральном проводе

$$\begin{aligned}\dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = j16 + 10,4 - j6 - 15,6 - j9 = \\ &= (-5,2 + j1) = 5,29 e^{j169^\circ} a.\end{aligned}$$

6. Вычисление общей мощности. Активная мощность всей цепи

$$P = P_A + P_B + P_C = 3,52 + 2,64 + 3,96 = 10,12 \text{ квт.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как изменятся токи, если включить в фазу *B* приемник с активно-реактивным сопротивлением? Допустим, что в фазу *B* вместо

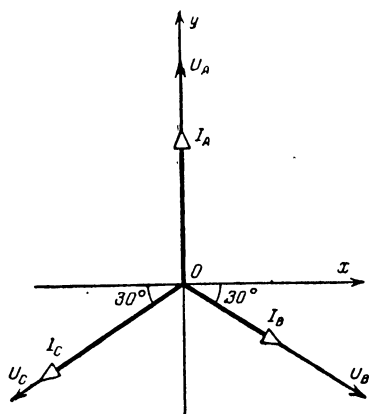


Рис. 14-4. Фазные (они же линейные) токи симметричной трехфазной системы, соединенной звездой.

сопротивления r_B включили активно-емкостный приемник ($\varphi = -30^\circ$) с полным сопротивлением $z_B = r_B$.

При $z_B = r_B$ ток $I_B = \frac{U_B}{z_B} = \frac{U_B}{r_B} = 12$ а, т. е. остается по величине прежним, но будет опережать по фазе напряжение U_B на 30° (рис. 14-5), так как z_B имеет емкостный характер. В комплексной форме (рис. 14-5) $\dot{I}_B = I_B e^{j0^\circ} = 12$ а. Токи других приемников (I_A и I_C) останутся прежними по величине и фазе.

В таком случае ток в нулевом проводе

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = j16 + 12 + (-15,6 - j9) = \\ &= -3,6 + j7 = 7,86 e^{j117^\circ 20'} \text{ а.} \end{aligned}$$

Оказывается, ток в нейтральном проводе увеличивается, несмотря на прежние численные значения всех фазных токов.

2. Как определить ток в нейтральном проводе графически? Построив в масштабе векторную диаграмму (рис. 14-6), можно определить ток

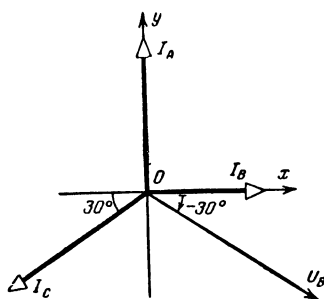


Рис. 14-5. Векторная диаграмма токов четырехпроводной системы с двумя активными и одним активно-емкостным приемниками.

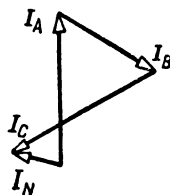


Рис. 14-6. Ток в нулевом проводе, равный геометрической сумме фазных токов.

I_N как вектор, замыкающий многоугольник фазных токов.

3. Может ли отсутствовать ток в нейтральном проводе? Если во все фазы включить одинаковые приемники, например такие, как в фазе B в первом дополнительном вопросе, то все фазные токи будут численно равны 12 а

и опережать на угол 30° соответствующие фазные напряжения (рис. 14-7,а). При этом $I_N=0$ (рис. 14-7,б). Такая нагрузка (одинаковые z и φ в каждой фазе) является симметричной.

Итак, для симметричного приемника токи в фазах одинаковы по величине и смещены друг относительно

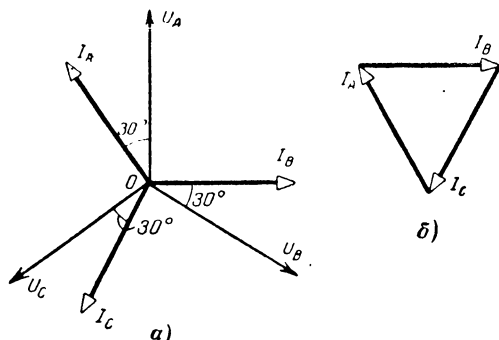


Рис. 14-7. Векторная диаграмма для симметричного приемника, соединенного звездой.

друга на равные углы 120° . Их геометрическая сумма равна нулю.

4. Как изменятся напряжения на фазах приемника при случайном обрыве нейтрального провода? Рассматриваемая цепь (рис. 14-1) имеет только два узла (O и O') и при отсутствии нейтрального провода показана в другом начертании на рис. 14-8. Расчет такой цепи целесообразно выполнить методом двух узлов (гл. 4), который в цепях переменного тока следует применять для комплексных величин.

Напряжение между узловыми точками O' и O (рис. 14-8), т. е. нейтральными точками генератора и приемников, или смещение нейтрали

$$\dot{U}_N = \dot{U}_{O'O} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

Выразим комплексные фазные э. д. с., располагая вектор $\dot{E}_A$ по вещественной оси (рис. 14-9), $\dot{E}_A = 220$ в; $\dot{E}_B = (-110 - j190)$ в; $\dot{E}_C = (-110 + j190)$ в и вычислим

чисто активные проводимости фаз $Y_A = \frac{1}{r_A} = 0,073 \text{ сим};$

$Y_B = \frac{1}{r_B} = 0,055 \text{ сим}; \quad Y_C = \frac{1}{r_C} = 0,082 \text{ сим}.$

Комплексное смещение нейтрали

$$\begin{aligned}\dot{U}_N &= \frac{220 \cdot 0,073 + (-110 - j190) 0,055 + (-110 + j190) 0,082}{0,073 + 0,055 + 0,082} = \\ &= \frac{1,03 + j5,17}{0,21} = (4,9 + j24,6) \text{ в.}\end{aligned}$$

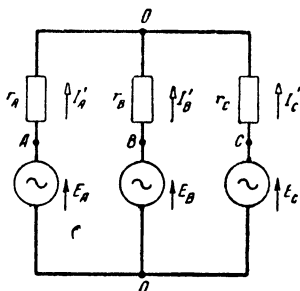


Рис. 14-8. Схема, эквивалентная показанной на рис. 14-1 при отсутствии нейтрального провода.

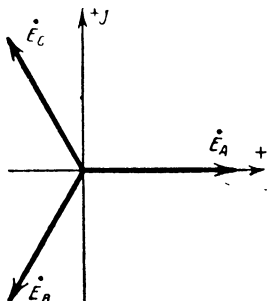


Рис. 14-9. К дополнительному вопросу 4, § 14-1.

Вычислим фазные напряжения приемников:

$$\dot{U}'_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 220 - 4,9 - j24,6 = 216,6e^{-j6^\circ 35'} \text{ в};$$

$$\begin{aligned}\dot{U}'_B &= \dot{E}_B - \dot{U}_N = -110 - j190 - 4,9 - j24,6 = \\ &= 244e^{-j118^\circ} \text{ в};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}'_C &= \dot{E}_C - \dot{U}_N = -110 + j190 - 4,9 - j24,6 = \\ &= 202e^{j125^\circ} \text{ в}.\end{aligned}$$

Таким образом, на сопротивлении r_B напряжение возрастает приблизительно на 20 в, а на сопротивлении r_C — настолько же уменьшается.

Итак, обрыв нейтрального провода при несимметричной нагрузке приводит к смещению нейтрали и измене-

нию фазных напряжений приемников, что недопустимо. Поэтому в нейтральный провод не включают предохранителей.

5. В каких случаях применяется четырехпроводная система? Четырехпроводная система используется для питания несимметричных нагрузок; при симметричной нагрузке, как было показано, нейтральный провод не нужен.

Четырехпроводная система применяется для питания электрических лампочек, бытовых приборов и отдельных объектов с несимметричной схемой.

14.2. ТРЕХПРОВОДНАЯ ЦЕПЬ С ПРИЕМНИКОМ, СОЕДИНЕННЫМ ЗВЕЗДОЙ

Условие задачи

Трехфазный электродвигатель, схема замещения которого (рис. 14-10) имеет активное сопротивление каждой фазы $r=0,6$ ом и индуктивное $x_L=0,8$ ом, питается

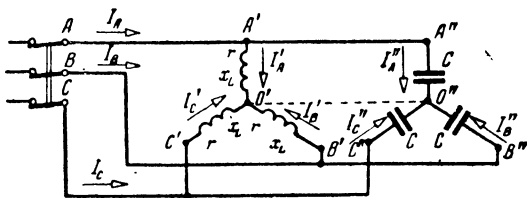


Рис. 14-10. Эквивалентная схема трехфазного электродвигателя с включенными в каждую фазу конденсаторами для улучшения $\cos \varphi$.

от сети с линейным напряжением 380 в. К двигателю присоединена батарея конденсаторов (рис. 14-10), улучшающая коэффициент мощности каждой фазы до 0,92.

Определить токи I'_A, I'_B, I'_C в фазах двигателя, I_A, I_B, I_C в линейных проводах; построить их векторные диаграммы. Вычислить активную и полную мощности цепи.

Решение задачи

1. Обоснование схемы цепи. Поскольку к обмоткам двигателя, имеющим одинаковые сопротивления, присоединены конденсаторы с одинаковой емкостью, то приемник в целом (двигатель с конденсатора-

ми) симметричен и нейтральный провод не нужен (см. предыдущую задачу, дополнительный вопрос 3).

2. Вычисление токов в фазах двигателя. Для симметричного приемника, соединенного звездой, напряжения на фазах $U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ в, а токи в обмотках двигателя

$$I'_A = I'_B = I'_C = I'_\phi = \frac{U_\phi}{z} = \frac{220}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{0,6^2 + 0,8^2}} = 220 \text{ а},$$

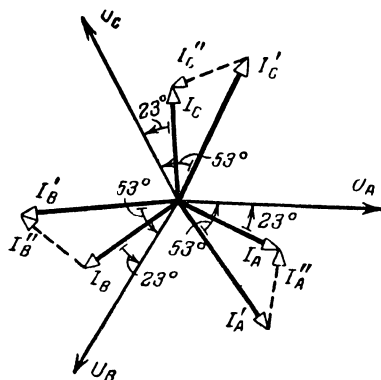


Рис. 14-11. Векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 14-10.

они отстают по фазе на углы $\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos 0,6 = 53^\circ$ относительно соответствующих фазных напряжений (рис. 14-11).

3. Вычисление линейных токов. Активная проводимость фазы равна активной проводимости обмотки двигателя:

$$g_\phi = \frac{r}{r^2 + x_L^2} = \frac{0,6}{1} = 0,6 \text{ сим};$$

реактивная проводимость фазы

$$b_\phi = g_\phi \operatorname{tg} \varphi_\phi = 0,6 \operatorname{tg} 23^\circ = 0,25 \text{ сим},$$

так как при заданном $\cos \varphi_\phi = 0,92$ угол $\varphi_\phi = 23^\circ$.

Полная проводимость

$$y_{\phi} = \sqrt{g_{\phi}^2 + b_{\phi}^2} = \sqrt{0,25^2 + 0,6^2} = 0,65 \text{ см.}$$

Линейные токи $I_A = I_B = I_C = I_{\phi} = U y_{\phi} = 220 \cdot 0,65 = 143 \text{ а}$ отстают от соответствующих фазных напряжений (рис. 14-11) на углы $\varphi_{\phi} = 23^{\circ}$.

Токи I'_A , I'_B и I'_C , показанные на векторной диаграмме, проходят в ветвях с емкостями, они опережают соответствующие фазные напряжения на углы 90° .

4. Вычисление мощности. Активная мощность всей цепи

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 3 \cdot 220 \cdot 143 \cdot 0,92 = 87,0 \text{ кВт}$$

или

$$P = 3P_{\phi} = 3(I'_{\phi})^2 r = 3(220)^2 \cdot 0,6 = 87,0 \text{ кВт.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Нужен ли провод между точками O' и O'' (рис. 14-10)? Точки O' и O'' имеют одинаковые потенциалы, так как обмотки двигателя и конденсаторы C

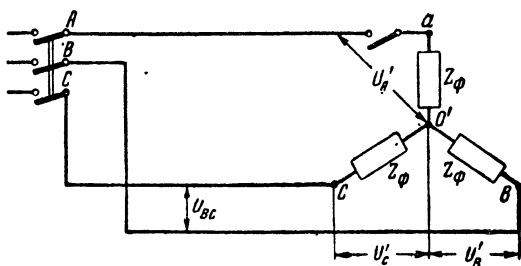


Рис. 14-12. К дополнительному вопросу 2, § 14-2.

образуют две симметричные звезды, поэтому в проводе $O'O''$ тока нет и провод не нужен.

2. Как изменятся токи и напряжения в цепи при обрыве линейного провода в фазе A ? Такой режим может установиться не только при обрыве линии, но и в случае перегорания предохранителя (на рис. 14-12 условно показан как разомкну-

тый ключ; z_ϕ — полное сопротивление фазы, включающее обмотку двигателя и конденсатор).

К двум неповрежденным фазам подводится линейное напряжение $U_{BC} = 380$ в, которое распределяется на две равные части U'_C и U'_B , так как в этих фазах включены одинаковые сопротивления z_ϕ (рис. 14-12).

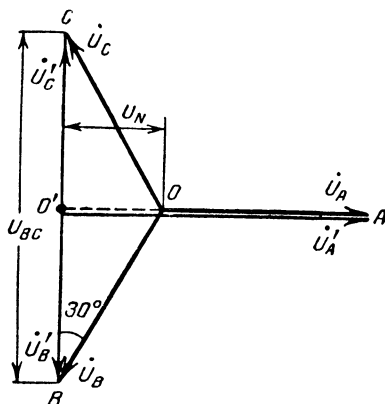


Рис. 14-13. Векторная диаграмма цепи, показанной на рис. 14-12.

Таким образом, на векторной диаграмме (рис. 14-13) точка O' (нейтраль приемника) находится посередине вектора U_{BC} . Поскольку отрезок OO' является катетом, лежащим против угла 30° , то смещение нейтрали $U_N = U_{O'O} = \frac{U_B}{2} = \frac{220}{2} = 110$ в.

Из диаграммы (рис. 14-13, где U_A, U_B, U_C — фазные напряжения генератора, которые считаем не изменившимися при изменении нагрузки) определяем:

$$U'_A = U_N + U_A = 110 + 220 = 330 \text{ в};$$

$$U'_B = \frac{U_{BC}}{2} = \frac{380}{2} = 190 \text{ в};$$

$$U'_C = \frac{U_{BC}}{2} = \frac{380}{2} = 190 \text{ в}$$

и в фазах B и C токи $I_B = I_C = U'_B y_\Phi = 190 \cdot 0,65 = 123,5$ а.

3. Как изменятся токи и напряжения в цепи, если произойдет короткое замыкание фазы A ? Точка O' (рис. 14-14) соединяется с точкой A .

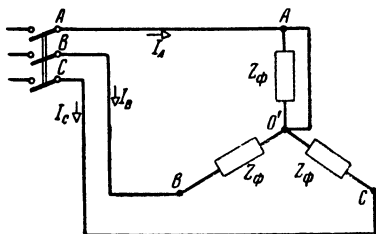


Рис. 14-14. К дополнительному вопросу 3, § 4-2.

В таком случае напряжения U'_C и U'_B в фазах B и C приемника (рис. 14-15) окажутся равными линейным напряжениям U_{AC} и U_{BA} , т. е. возрастут в $\sqrt{3}$ раз. В нашем случае получим $U'_B = U'_C = 380$ в и соответственно токи $I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot 143 = 248$ а. Векторы I_B и I_C (рис. 14-15) показаны отстающими по фазе от соответствующих напряжений на ранее вычисленный угол 23° , так как сопротивления двух рассматриваемых фаз не изменились.

Используя векторную диаграмму (рис. 14-15), запишем комплексные токи $\dot{I}_B = 248 e^{-j173^\circ}$ и $\dot{I}_C = 248 e^{j127^\circ}$ а. Учитывая направления токов (рис. 14-15), имеем $\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C)$, и выполняя вычисления, получим $\dot{I}_A = 427 e^{-j23^\circ}$ а.

Найденные результаты легко проследить по рис. 14-15.

4. Как изменятся напряжения на фазах приемника (рис. 14-10), если нейтральные точки O' и O'' соединить проводом, а конденсатор в одной из фаз отключить? Допустим, что в фазе A отключен конденсатор и приемник стал несимметричным. При этом появится смещение нейтрали:

$$U_{O'O} = U_{O''O} = \dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C},$$

где

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A = 220 \text{ в}; \quad \dot{E}_B = \dot{U}_B = 220 e^{-j120^\circ} \text{ в};$$

$$\dot{E}_C = \dot{U}_C = 220 e^{j120^\circ} \text{ в};$$

$$Y_A = \frac{1}{r + jx_L} = \frac{1}{0,6 + j0,8} = (0,6 - j0,8) \text{ см};$$

$$Y_B = Y_C = g_\Phi - jb_\Phi = (0,6 - j0,25) \text{ см.}$$

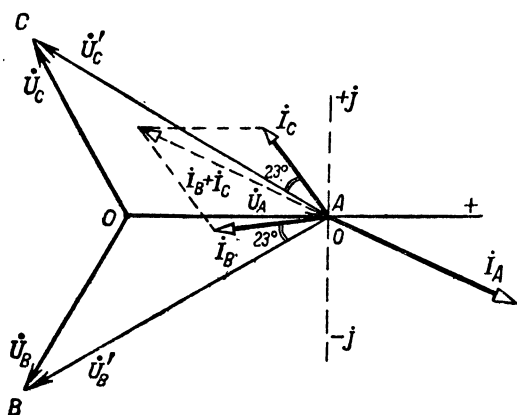


Рис. 14-15. Векторная диаграмма цепи, показанной на рис. 14-14.

Поэтому

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{220 (0,6 - j0,8) + (-110 - j190) (0,6 - j0,25) + (-110 + j190) \times}{1,8 - j1,3} \\ &\quad \times (0,6 - j0,25) = 31,5 - j43,6 = 54 e^{-j54^\circ} \text{ в.} \end{aligned}$$

В таком случае напряжение на фазе A приемника (рис. 14-16)

$$\dot{U}'_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 220 - 31,5 + j43,6 = (188,5 + j43,6) \text{ в},$$

или

$$U'_A = \sqrt{188,5^2 + 43,6^2} = 191 \text{ в.}$$

Аналогичным образом определяем другие фазные напряжения $U'_B = 195 \text{ в}$ и $U'_C = 273 \text{ в}$.

5. Во сколько раз возрастут линейные токи, если приемник пересоединить со схемы звезды на схему треугольника? В этом случае

(рис. 14-17) сопротивления фаз приемника окажутся включенными на линейные напряжения $U_{\text{л}} = 380 \text{ в}$, т. е. напряжения на фазах возрастут в $\sqrt{3}$ раз. Соответственно увеличатся и токи во всех фазах $I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_{\phi} = 143 \sqrt{3} = 248 \text{ а}$.

Учитывая, что при симметричном приемнике, соединенном треугольником, линейные токи в $\sqrt{3}$ раз больше фазных, имеем: $I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot 228 = 3 \cdot 143 = 429 \text{ а}$.

Итак, при переключении симметричного потребителя со схемы звезды на схему треугольника линейные токи возрастают в три раза.

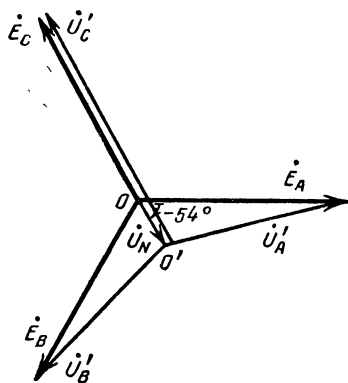


Рис. 14-16. К дополнительному вопросу 4, § 14-2.

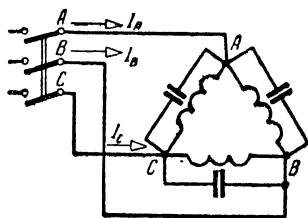


Рис. 14-17. К дополнительному вопросу 5, § 14-2.

6. В каких случаях применяют на практике трехпроводную систему для приемников, соединенных звездой? Одинаковые напряжения на фазах приемника получаются при отсутствии смещения нейтрали, а для этого приемник должен быть симметричным. К симметричным приемникам относятся трехфазные двигатели, трансформаторы и т. п. Трехфазное электрооборудование на предприятиях обычно включают в трехпроводную сеть.

14-3. ТРЕХПРОВОДНАЯ ЦЕПЬ С ПРИЕМНИКОМ, СОЕДИНЕННЫМ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Условие задачи

Между линейными проводами A и B и B и C (рис. 14-18) включены два одинаковых приемника, активные мощности которых $P_{AB} = P_{BC} = 70 \text{ кВт}$ при коэффициенте мощности

0,92 (индуктивного характера). Третий приемник, включенный между проводами *С* и *А*, имеет коэффициент мощности $\cos \varphi = 1$ и активную мощность $P_{CA} = 30,4 \text{ кВт}$.

Определить фазные и линейные токи, а также активную мощность всей цепи, если линейные напряжения равны 380 в.

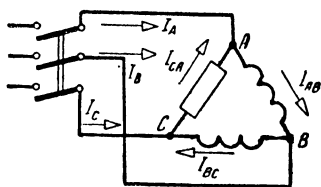


Рис. 14-18. К условию задачи § 14-3.

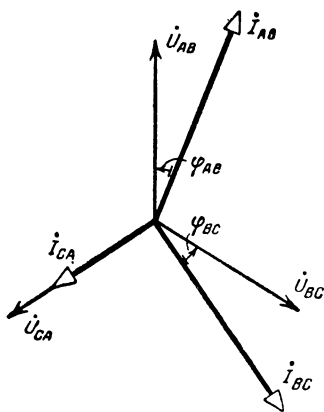


Рис. 14-19. Векторная диаграмма цепи, показанной на рис. 14-18.

Решение задачи

1. Вычисление фазных токов. Учитывая, что в фазах *А*, *В* и *В*, *С* включены одинаковые приемники, имеем:

$$I_{AB} = I_{BC} = \frac{P_{AB}}{U_{AB} \cos \varphi_{AB}} = \frac{70 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,92} = 200 \text{ а.}$$

Каждый из этих токов отстает по фазе на угол $\varphi_{AB} = \arccos 0,92 = 23^\circ$ от соответствующего напряжения, как показано на векторной диаграмме (рис. 14-19).

Ток третьей фазы

$$I_{CA} = \frac{P_{CA}}{U_{CA} \cos \varphi_{CA}} = \frac{30,4 \cdot 10^3}{380 \cdot 1} = 80 \text{ а,}$$

и вектор тока совпадает по направлению с вектором $\vec{U}_{CA}$, так как $\cos \varphi_{CA} = 1$.

2. Вычисление линейных токов. Составляя для узла *А* уравнение по первому закону Кирхгофа, имеем $\vec{I}_A + \vec{I}_{CA} = \vec{I}_{AB}$, откуда вектор линейного тока $\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA}$ представляет собой геометрическую разность двух

фазных токов или геометрическую сумму векторов $\dot{I}_{AB}$ и $-\dot{I}_{CA}$, как показано на рис. 14-20, где ток $-\dot{I}_{CA}$ численно равен $\dot{I}_{CA}$, но имеет противоположное направление.

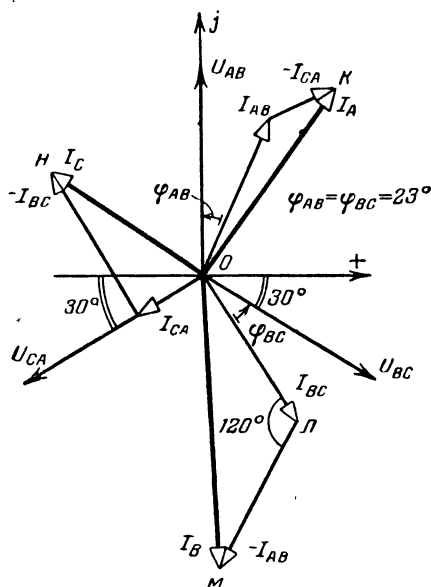


Рис. 14-20. Треугольники токов для каждого узла цепи, показанной на рис. 14-18.

Аналогичным образом по уравнениям $I_B = I_{BC} - I_{AB}$ и $I_C = I_{CA} - I_{BC}$ построены треугольники токов для узлов B и C .

Учитывая масштаб тока $M_I = 9 \text{ а/мм}$, имеем из диаграммы (рис. 14-20):

$$I_A = (OK) \cdot M_I = 29,8 \cdot 9 = 268 \text{ а};$$

$$I_B = (OM) \cdot M_I = 38,5 \cdot 9 = 346 \text{ а};$$

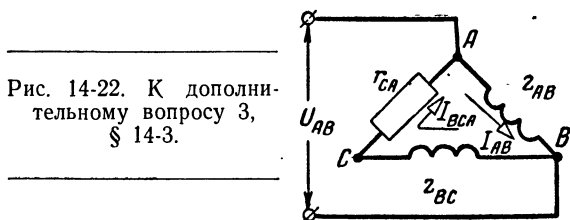
$$I_C = (ON) \cdot M_I = 24,8 \cdot 9 = 224 \text{ а}.$$

Линейные токи могут быть вычислены аналитически (см. дополнительный вопрос 5 к этой задаче).

для узлов A, B, C (рис. 14-21), линейные токи $I_{\text{л}} = I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} \cdot 200 = 346 \text{ а}$ и каждый из них отстает по фазе на угол 30° относительно соответствующего фазного тока.

Итак, при симметричном приемнике, соединенном треугольником, все линейные токи в $\sqrt{3}$ раз больше фазных.

3. Как изменятся фазные токи и напряжения при случайном обрыве линейного провода?



Если отсоединить линейный провод, например от узла C (рис. 14-22), то ток I_{AB} останется прежним; для определения тока I_{BCA} вычислим прежде всего сопротивления фаз. Сопротивление фазы BC

$$z_{BC} = \frac{U_{BC}}{I_{BC}} = \frac{380}{200} = 1,9 \text{ ом},$$

его активная и реактивная составляющие

$$r_{BC} = z_{BC} \cos \varphi_{BC} = 1,9 \cdot 0,92 = 1,75 \text{ ом};$$

$$x_{BC} = z_{BC} \sin \varphi_{BC} = 1,9 \cdot 0,39 = 0,74 \text{ ом}.$$

Сопротивление фазы CA

$$r_{CA} = \frac{U_{CA}}{I_{CA}} = \frac{380}{80} = 4,75 \text{ ом}.$$

Суммарные активное и реактивное сопротивления

$$r_{BCA} = r_{BC} + r_{CA} = 1,75 + 4,75 = 6,5 \text{ ом},$$

$$x_{BCA} = x_{BC} = 0,74 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление ветви BCA

$$z_{BCA} = \sqrt{r_{BCA}^2 + x_{BCA}^2} = \sqrt{6,5^2 + 0,74^2} = 6,51 \text{ ом.}$$

Общий ток в фазах BC и CA (рис. 14-22)

$$I_{BCA} = \frac{U_{BCA}}{z_{BCA}} = \frac{380}{6,51} = 58 \text{ а,}$$

а напряжения на фазах

$$U'_{CA} = r_{CA} I_{BCA} = 4,75 \cdot 58 = 275 \text{ в;}$$

$$U'_{BC} = z_{BC} I_{BCA} = 1,9 \cdot 58 = 110 \text{ в.}$$

Если же отсоединить линейный провод от узла B , то напряжения на фазах U_{AB} и U_{BC} , а также общий ток I_{ABC}

в этих фазах уменьшатся в два раза, так как сопротивления фаз AB и BC одинаковые.

4. Можно ли соединить генератор звездой, если приемник соединен треугольником? В рассматриваемом случае генератор может быть соединен как звездой (рис. 14-23, а), так и треугольником (рис. 14-23, б).

5. Как аналитически вычислить

линейные токи? В соответствии с векторной диаграммой (рис. 14-20) выразим комплексные фазные токи:

$$I_{AB} = 200e^{j67^\circ} = (78 + j184) \text{ а;}$$

$$I_{BC} = 200e^{-j53^\circ} = (120 - j160) \text{ а;}$$

$$I_{CA} = 80e^{-j150^\circ} = (-69,3 - j40) \text{ а.}$$

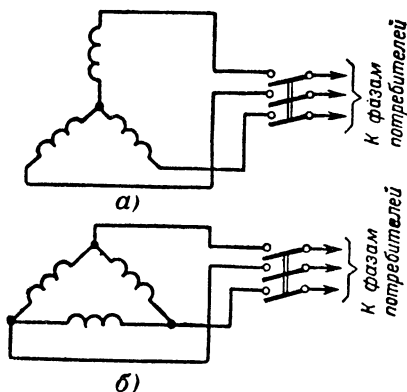


Рис. 14-23. К дополнительному вопросу 4, § 14-3.

Линейный ток I_A определим, составив уравнение по первому закону Кирхгофа для узла A :

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 78 + j184 + 69,3 + j40 = \\ &= (147,3 + j224) \text{ а,} \end{aligned}$$

откуда

$$I_A = \sqrt{147,3^2 + 224^2} = 268 \text{ а.}$$

Аналогично для узлов B и C :

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 120 - j160 - 78 - j184 = (42 - j344) \text{ а}$$

или

$$I_B = \sqrt{42^2 + 344^2} = 346 \text{ а;}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -69,3 - j40 - 120 + j160 = \\ &= (-189,3 + j120) \text{ а} \end{aligned}$$

или

$$I_C = \sqrt{189,3^2 + 120^2} = 224 \text{ а.}$$

14-4. ТРЕХФАЗНАЯ ЦЕПЬ С РАЗЛИЧНЫМИ СОЕДИНЕНИЯМИ ПРИЕМНИКОВ

Условие задачи

Для питания электрооборудования в производственный цех подведена трехфазная сеть с нейтральным проводом. К ее линейным проводам присоединили треугольником трехфазные электродвигатели общей мощностью $P_{\text{дв}} = 120 \text{ кВт}$ при $\cos \varphi_{\text{дв}} = 0,82$ (рис. 14-24), а между линейными и нейтральным проводами подключили по четырехпроводной схеме три электропечи: в фазах A и B мощностью $17,6 \text{ кВт}$ каждая и в фазе C мощностью $13,2 \text{ кВт}$.

Определить все токи, если линейное напряжение $U_{\text{л}} = 380 \text{ в}$.

Решение задачи

1. Распределение напряжений и токов. Пренебрегая падениями напряжения в проводах, замечаем, что приемники в фазах звезды находятся под фаз-

ными напряжениями 220 в, а приемники в фазах треугольника — под линейными напряжениями 380 в.

По первому закону Кирхгофа линейные токи (рис. 14-24):

$$\bar{I}_A = \bar{I}'_A + \bar{I}''_A, \quad \bar{I}_B = \bar{I}'_B + \bar{I}''_B \quad \text{и} \quad \bar{I}_C = \bar{I}'_C + \bar{I}''_C.$$

Ток в нейтральном проводе I_N равен геометрической сумме фазных токов звезды I'_A , I'_B и I'_C .

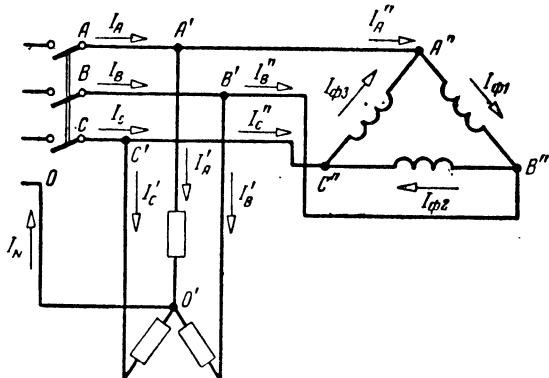


Рис. 14-24. Схема трехфазной цепи с приемниками, включенными звездой и треугольником.

2. Вычисление фазных и линейных токов для электродвигателей. Трехфазные электродвигатели являются симметричной нагрузкой, поэтому каждый из фазных токов треугольника

$$I_{\phi 1} = I_{\phi 2} = I_{\phi 3} = \frac{P_{\text{дв}}}{3U_{\text{л}} \cos \varphi_{\text{дв}}} = \frac{120 \cdot 10^3}{3 \cdot 380 \cdot 0,82} = 128,3 \text{ а}$$

и отстает на угол $\varphi_{\text{дв}} = \arccos 0,82 = 35^\circ$ от соответствующего линейного напряжения, как показано на рис. 14-25.

3. Вычисление токов в проводах звезды. Учитывая, что в фазах звезды включены электропечи, для которых $\cos \varphi = 1$, имеем:

$$I'_A = I'_B = \frac{P_A}{U_{\phi}} = \frac{17,6 \cdot 10^3}{220} = 80 \text{ а};$$

$$I'_C = \frac{P_C}{U_{\phi}} = \frac{13,2 \cdot 10^3}{220} = 60 \text{ а},$$

и эти токи совпадают по фазе соответственно с напряжениями U_A , U_B и U_C (рис. 14-25), причем начальная фаза напряжения U_A выбрана равной $+90^\circ$, напряжения U_B — равной -30° и напряжения U_C — равной -150° .

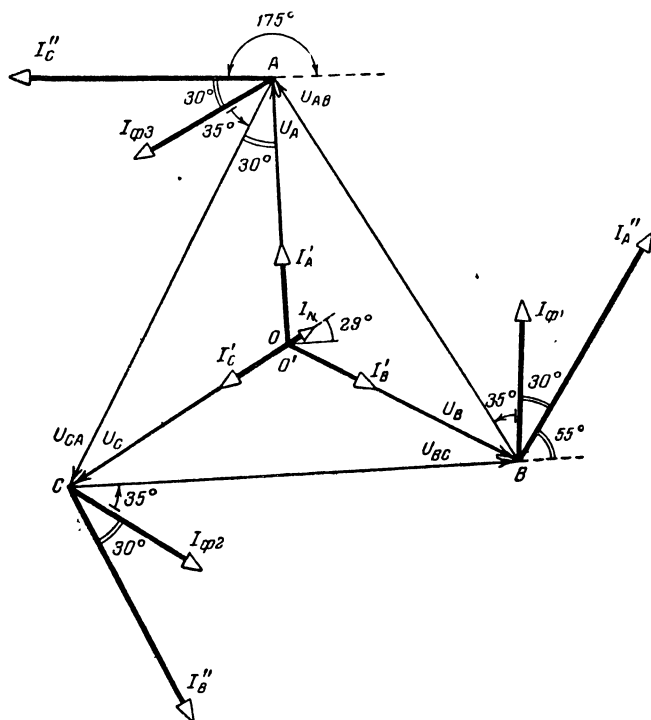


Рис. 14-25. Векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 14-24.

Для вычисления тока в нейтральном проводе I_N выразим фазные токи звезды в комплексной форме (рис. 14-25):

$$\dot{I}'_A = j80 \text{ а};$$

$$\dot{I}'_B = 80e^{-j30^\circ} = (69,3 - j40) \text{ а};$$

$$\dot{I}'_C = 60e^{-j150^\circ} = (-51,2 - j30) \text{ а}.$$

Соответственно

$$I_N = I'_A + I'_B + I'_C = 18,1 + j10 = 20e^{j29^\circ} \text{ а.}$$

Вектор I_N показан на рис. 14-25.

4. Вычисление линейных токов в общей сети. Выразим комплексы линейных токов треугольника (рис. 14-25), учитывая, что $I_A = \sqrt{3} I_\phi = \sqrt{3} \cdot 128,3 = 222 \text{ а:}$

$$I''_A = 222e^{j55^\circ} = (126,5 + j182) \text{ а;}$$

$$I''_B = 222e^{-j65^\circ} = (93,3 - j202) \text{ а;}$$

$$I''_C = 222e^{j175^\circ} = (-221 + j19,4) \text{ а.}$$

Линейные токи в общей сети:

$$I_A = I'_A + I''_A = j80 + 126,5 + j182 = (126,5 + j262) \text{ а}$$

или

$$I_A = \sqrt{126,5^2 + 262^2} = 290 \text{ а;}$$

$$I_B = I'_B + I''_B = 69,3 - j40 + 93,3 - j202 = (162,6 - j242) \text{ а}$$

или

$$I_B = \sqrt{162,6^2 + 242^2} = 290 \text{ а;}$$

$$\begin{aligned} I_C = I'_C + I''_C &= -51,2 - j30 - 221 + j19,4 = \\ &= (-272,2 - j10,6) \text{ а} \end{aligned}$$

или

$$I_C = \sqrt{272,2^2 + 10,6^2} = 273 \text{ а.}$$

14-5. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задачи к § 14-1

404. В четырехпроводную сеть трехфазного тока включены звездой три группы ламп накаливания. Мощность ламп, включенных в фазу A , составляет 880 вт; в фазу B — 440 вт и в фазу C — 660 вт. Линейное напряжение $U_\Delta = 380 \text{ в}$. Вычислить токи в линейных проводах и в нейтральном проводе. Построить в масштабе векторную диаграмму.

405. Лампы накаливания общей мощностью 2,4 кВт распределены на три группы и включены в четырехпроводную сеть трехфазного тока. Определить токи в линейных проводах и построить в масштабе векторную диаграмму, если ток в нейтральном проводе равен нулю, а фазное напряжение 220 в.

406. В четырехпроводной системе с линейным напряжением 380 в отношение токов в фазах потребителей $I_A : I_B : I_C = 1 : 3 : 4$. Все потребители активные, и общая мощность составляет 3,2 кВт. Вычислить токи в линейных проводах и в нейтральном проводе.

407. Три активных сопротивления присоединены звездой к четырехпроводной сети. Токи в фазах $I_A = I_B = I$, а $I_C = 2I$. Определить ток в нейтральном проводе и построить векторную диаграмму.

408. К четырехпроводной сети с фазным напряжением 380 в присоединены звездой три приемника. Мощность приемника фазы А $P_A = 2,4$ кВт и $\cos \varphi_A = 0,9$; в фазе В мощность $P_B = 2,0$ кВт и $\cos \varphi_B = 0,87$; в фазе С мощность $P_C = 2,4$ кВт и $\cos \varphi_C = 0,94$.

Определить токи во всех проводах и построить векторную диаграмму, если φ_A , φ_B и φ_C — положительные углы.

409. В условиях предыдущей задачи определить ток в нейтральном проводе при обрыве линейного провода фазы А и фазы В (последовательно).

410. В условиях задачи 404 определить графически и аналитически фазные напряжения потребителей при обрыве нейтрального провода.

411. Три группы осветительных ламп соединены звездой и питаются от четырехпроводной сети трехфазного тока с линейным напряжением 380 в.

Сопротивление каждой лампы 170 ом. Группа фазы А состоит из 10 параллельно включенных ламп, фазы В — из 24 ламп и фазы С — из 34 ламп.

Вычислить напряжения на лампах и смещение нейтрали для двух значений сопротивления нейтрального провода:

1) $r_0 = 2$ ом и 2) $r_0 = 0,5$ ом. Реактивным сопротивлением нейтрального провода пренебречь. Для первого режима ($r_0 = 2$ ом) построить топографическую диаграмму напряжений.

Задачи к § 14-2

412. К трехпроводной сети с линейным напряжением 380 в присоединены звездой три сопротивления $z_A = z_B = z_C = 40$ ом. Коэффициент мощности в каждой фазе равен 0,9. Вычислить токи во всех проводах сети и построить в масштабе векторную диаграмму.

413. Трехфазный электродвигатель, соединенный звездой, развивает механическую мощность 6 кВт. Коэффициент полезного действия двигателя 0,8, его $\cos \varphi = 0,85$, а линейное напряжение сети 380 в. Составить эквивалентную схему двигателя и вычислить токи в линейных проводах. Построить в масштабе векторную диаграмму.

414. Двигатель предыдущей задачи соединили треугольником. Определить необходимое напряжение питания, при котором мощность остается прежней.

415. От трехфазной сети с активным сопротивлением проводов 0,2 ом и индуктивным 0,8 ом питается электродвигатель, соединен-

ный звездой. Мощность двигателя 12 кВт, его $\cos \varphi = 0,87$. Линейное напряжение, подведенное к двигателю 380 в. Определить падение и потерю напряжения в линии. Построить векторную диаграмму.

416. Три активных сопротивления по 20 ом каждое присоединены звездой к трехфазной сети с линейным напряжением 380 в. В фазе А произошел обрыв линейного провода. Вычислить все линейные токи до и после обрыва.

417. Три активных сопротивления по 20 ом каждое присоединены звездой к трехфазной сети с линейным напряжением 220 в. В фазе В произошло короткое замыкание. Вычислить токи в линейных проводах до и после короткого замыкания. Построить векторную диаграмму.

418. При каком соотношении трех активных сопротивлений, соединенных звездой без нейтрального провода, фазные напряжения на двух одинаково нагруженных фазах будут сдвинуты по фазе друг относительно друга на угол 90° ?

419. Три равных сопротивления по 20 ом, соединенные звездой, включены в сеть трехфазного тока с фазным напряжением 127 в. Как изменятся линейные токи, если эти же сопротивления соединить треугольником.

Задачи к § 14-3

420. Три равных активных сопротивления по 5,5 ом соединены треугольником и включены в сеть трехфазного тока с линейным напряжением 220 в. Вычислить фазные и линейные токи, мощность каждой фазы и всей цепи. Построить векторную диаграмму.

421. В каждой фазе потребителя, соединенного треугольником, ток отстает по фазе от напряжения на угол 53° . Сопротивления фаз одинаковы и равны по 19 ом.

Вычислить фазные и линейные токи, активную мощность каждой фазы и всей цепи, если линейное напряжение 380 в. Построить векторную диаграмму.

422. Три катушки индуктивности, каждая с активным сопротивлением $r = 1,5$ ом и индуктивным $x_L = 2$ ом, присоединены треугольником к трехфазной сети с линейным напряжением 220 в. Вычислить фазные и линейные токи, а также активную мощность всей цепи. Построить векторную диаграмму.

423. Электрические лампы присоединены треугольником к трехфазной сети с линейным напряжением 220 в.

Общая мощность ламп по фазам составляет: 550 вт; 1 100 вт и 2 200 вт. Определить фазные и линейные токи.

424. К трехфазной сети с линейным напряжением 220 в присоединены треугольником приемники, имеющие одинаковые активные мощности 76 кВт, но различные коэффициенты мощности:

$$\cos \varphi_{AB} = 0,8; \cos \varphi_{BC} = 0,9; \cos \varphi_{CA} = 0,85.$$

Вычислить фазные и линейные токи и построить векторную диаграмму, полагая углы φ_{AB} , φ_{BC} и φ_{CA} положительными.

425. В условиях предыдущей задачи составить эквивалентную схему цепи, приняв $\varphi_{AB} > 0$, $\varphi_{BC} > 0$, а $\varphi_{CA} < 0$.

426. Три одинаковых сопротивления $z = 10$ ом присоединены треугольником к цепи трехфазного тока с линейным напряжением 220 в.

Токи в фазах сдвинуты относительно соответствующих напряжений на углы: $\varphi_{AB}=0$; $\varphi_{BC}=-90^\circ$ и $\varphi_{CA}=90^\circ$.

Вычислить фазные и линейные токи, а также активную мощность всей цепи. Построить векторную диаграмму.

427. Три активных сопротивления соединены треугольником и питаются от трехфазной сети с $U_{\text{л}}=220$ в. Токи в фазах $I_{AB}=100$ а; $I_{BC}=150$ а; $I_{CA}=200$ а.

Вычислить линейные токи и мощность всей цепи.

428. К трехфазной сети с линейным напряжением 220 в присоединены треугольником электрические лампы мощностью: в фазе AB — 2 200 вт, в фазе BC — 550 вт и в фазе CA — 1 000 вт.

В сети произошел обрыв линейного провода C . Вычислить фазные напряжения и линейные токи, полагая сопротивления ламп неизменными.

429. Три одинаковых сопротивления по 30 ом соединены треугольником и включены в сеть трехфазного тока с линейным напряжением 380 в. Как нужно выбрать сопротивления фаз для того, чтобы при соединении их звездой линейные токи остались по величине прежними?

14-6. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 14

404. 4 а; 2 а; 3 а; 1,73 а.

405. По 3,64 а.

406. 1,82 а; 5,46 а; 7,28 а; 4,8 а.

407. 1.

408. 7,02 а; 6,05 а; 6,72 а; 0,54 а.

409. 6,5 а; 6,85 а.

410. 185 в; 259 в; 225 в.

411. 1) 248,5 в; 218,6 в; 195,7 в; 30 в; 2) 230 в; 219 в; 210 в; 11 в.

412. По 5,5 а.

413. По 13,4 а.

414. 220 в.

415. 17,3 в; 13 в.

416. До обрыва $I_A=I_B=I_C=11$ а. После обрыва $I_B=I_C=9,5$ а; $I_A=0$.

417. До короткого замыкания. $I_A=I_B=I_C=6,35$ а. После замыкания $I_A=I_C=11$ а; $I_B=19$ а.

418. 1 : 1 : 0,4.

419. Увеличится от 6,35 а до 19,05 а.

420. 40 а; 69,2 а; 8,8 квт; 26,4 квт.

421. 20 а; 34,6 а; 4,56 квт; 13,68 квт.

422. 88 а; 152,2 а; 34,8 квт.

423. 2,5 а; 5 а; 10 а; 11,5 а; 6,6 а; 13,2 а.

424. 432 а; 384 а; 406 а; 730 а; 700 а; 700 а.

425. $Z_{AB}=(0,41+j 0,31)$ ом; $Z_{BC}=(0,52+j 0,25)$ ом; $Z_{CA}=$
 $= (0,46-j 0,28)$ ом.

426. 22 а; 22 а; 22 а; 42,5 а; 42,5 а; 22 а; 4 840 вт.

427. 302 а; 218 а; 264 а; 99 квт.

428. 78 в; 142 в; 220 в; 11,6 а; 11,6 а; 0.

429. По 10 ом каждое.

ГЛАВА ПЯТНАДЦАТАЯ

НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ

15-1. ГАРМОНИЧЕСКИЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Условие задачи

Источник энергии имеет напряжение несинусоидальной формы (в вольтах): $u = 20 \sin \omega t + 6,7 \sin 3\omega t + 4 \times \sin 5\omega t + 2,9 \sin 7\omega t + 2,2 \sin 9\omega t$.

Построить график напряжения источника.

Решение задачи

1. Получение заданного несинусоидального напряжения. По условию задачи напряжение состоит из пяти синусоидальных составляющих (слагаемых). Каждой синусоидальной составляющей, называемой гармоникой, присваивается номер, соответствующий кратности ее частоты по отношению к первой составляющей. Так, в нашем случае $u = u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9$, т. е. напряжение состоит из пяти гармоник.

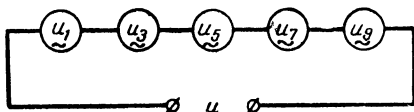


Рис. 15-1. Генераторы синусоидального напряжения, образующие несинусоидальное напряжение на зажимах соединения.

Такое несинусоидальное напряжение можно, например, получить от пяти последовательно включенных генераторов синусоидального напряжения (рис. 15-1). Однако такой способ получения несинусоидального напряжения (рис. 15-1) сложен, и в практических условиях поступают иначе (см. дополнительный вопрос 5 к этой задаче).

2. Построение графика несинусоидального напряжения. Для построения графика напряжения следует сначала построить синусоидальные составляющие ($u_1 = 20 \sin \omega t$; $u_3 = 6,7 \sin 3\omega t$; $u_5 = 4 \sin 5\omega t$ и т. д.), а затем сложить ординаты соответствующих точек их графиков.

На рис. 15-2 для большей наглядности графическое сложение выполнено в два этапа. Вначале построены

426

первые три гармоники (u_1, u_3, u_5 , рис. 15-2,а) и их суммарный график. Затем (рис. 15-2,б) к ординатам графика u' (перенесенного сюда с рис. 15-2,а) добавлены соответствующие ординаты графиков u_7 и u_9 . На рис. 15-2 построена только одна положительная полуволна несинусоидального напряжения.

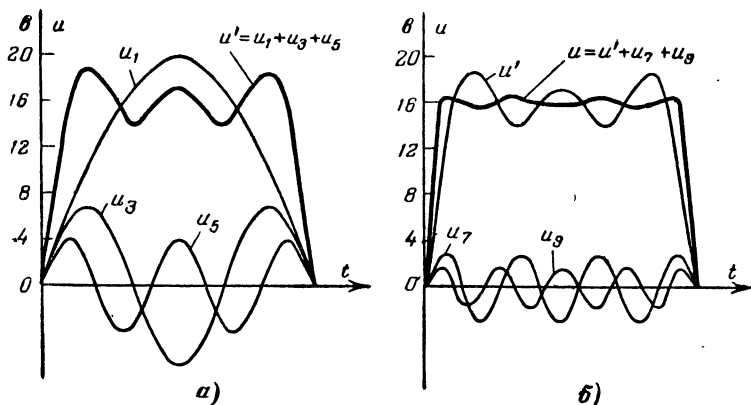


Рис. 15-2. Графическое суммирование гармоник несинусоидального напряжения.

нусоидального напряжения. Отрицательная полуволна имеет такую же форму.

Полученная кривая u (рис. 15-2,б) по форме близка к прямоугольнику, и это не случайно, так как кривая прямоугольной формы раскладывается в ряд

$$y = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right),$$

где A — высота полуволны прямоугольной кривой.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Можно ли форму кривой u (рис. 15-2,б) еще больше приблизить к прямоугольной? Кривая прямоугольной формы раскладывается в бесконечный ряд нечетных гармоник, приведенный выше. Увеличивая число учитываемых гармоник, можно точнее воспроизвести прямоугольную форму кривой.

В этом легко убедиться, сравнив кривые u' (сумма трех гармоник, рис. 15-2,а) и u (сумма пяти гармоник, рис. 15-2,б).

2. Как изменится график напряжения u (рис. 15-2), если добавится постоянная составляющая? Если к заданному по условию задачи несинусоидальному напряжению добавить постоянную составляющую, например $U_0=10$ в, т. е. записать его как $u=10+20\sin\omega t+6,7\sin3\omega t+\dots$, то ординаты всех точек графика u (рис. 15-2,б) увеличатся на 10 в. Кривая сместится вверх на 10 в и уже не будет симметричной относительно оси t .

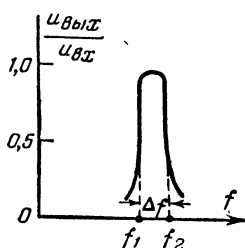


Рис. 15-3. Частотная характеристика фильтра.

Добавление постоянной составляющей равносильно включению в схему, показанную на рис. 15-1, последовательно источника постоянного тока с напряжением $U_0=10$ в.

3. Как практически выделить отдельные составляющие несинусоидального напряжения? Для этого применяются электрические фильтры. Если на вход фильтра подать несинусоидальное напряжение, то на его выходе можно получить только часть гармонических составляющих либо даже отдельную гармонику или постоянную составляющую.

Для анализа гармонического состава (спектра) несинусоидального напряжения применяются приборы, называемые анализаторами гармоник, которые содержат фильтр с очень узкой полосой пропускания. Это означает, что в пределах узкой полосы частот Δf (рис. 15-3) напряжение на выходе фильтра ($U_{\text{вых}}$) почти равно напряжению на входе фильтра ($U_{\text{вх}}$) или, как говорят, фильтр пропускает полосу частот от f_1 до f_2 . За пределами полосы Δf , как видно из графика рис. 15-3, $U_{\text{вых}} \ll U_{\text{вх}}$.

В анализаторах гармоник полоса пропускания фильтра Δf , т. е. частоты f_1 и f_2 перемещаются вдоль оси f . При этом на выходе поочередно выделяются отдельные гармоники напряжения.

4. Где на практике встречаются несинусоидальные напряжения — сигналы? Несинусоидальные сигналы с различной формой кривой (прямо-

угольной, пилообразной, треугольной и др.) широко используются в радиосвязи, телевидении, электронике, автоматике и других отраслях электротехники. В этих случаях применяют специальные генераторы или электрические цепи, формирующие требуемые несинусоидальные сигналы.

Однако в ряде случаев несинусоидальные токи и напряжения появляются и в результате искажения синусоидальных токов или напряжений генераторов и приемников энергии.

5. Как получить напряжение прямоугольной формы? Если в цепи (рис. 15-4) переключать рубильник с зажимов A, B на зажимы A_1, B_1 и обратно, то на сопротивлении r получится напряжение прямоугольной формы кривой (при этом предполагается, что временем переброса рубильника можно пренебречь по сравнению с продолжительностью замкнутого состояния). Рубильник P можно заменить реле или электронным коммутатором. В электронике широко применяются специальные генераторы напряжений или токов прямоугольной формы (например, мультивибраторы).

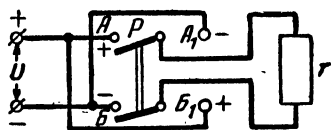


Рис. 15-4. К дополнительному вопросу 5, § 15-1.

15-2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

Условие задачи

Электрическая цепь из последовательно включенных активного сопротивления $r=20$ ом, индуктивности $L=0,1$ гн и емкости $C=11,25$ мкф питается от источника с напряжением (в вольтах) $u=310 \sin(\omega_1 t - 15^\circ) + 77,5 \sin 3\omega_1 t + 40 \sin(5\omega_1 t + 18^\circ 45')$.

Найти мгновенное значение тока в цепи, вычислить действующие значения тока и напряжения, а также активную мощность цепи, если частота первой гармоники $f_1=50$ гц.

Решение задачи

1. Применение метода наложения. Заданный источник энергии создает на зажимах цепи напряжение, содержащее три синусоидальные составляющие:

первую, третью и пятую гармоники. Применяя к заданной линейной цепи метод наложения, можно рассматривать для любого момента времени ток в цепи, как результат наложения частичных токов, созданных каждой гармоникой напряжения в отдельности.

Таким образом, в рассматриваемой задаче нужно вычислить полное сопротивление цепи для частот f_1 , $f_3 = 3f_1$ и $f_5 = 5f_1$ и найти токи, создаваемые синусоидальными напряжениями (гармониками) этих частот.

2. Вычисление сопротивления цепи. Индуктивное сопротивление пропорционально частоте, и потому для первой, третьей и пятой гармоник имеем:

$$x_{L1} = 2\pi f_1 L = 314 \cdot 0,1 = 31,4 \text{ ом}; \quad x_{L3} = 3x_{L1} = 94,2 \text{ ом};$$

$$x_{L5} = 5x_{L1} = 157 \text{ ом}.$$

Емкостное сопротивление для тех же гармоник:

$$x_{C1} = \frac{1}{2\pi f_1 C} = \frac{10^6}{314 \cdot 11,25} = 282,6 \text{ ом}; \quad x_{C3} = \frac{x_{C1}}{3} = 94,2 \text{ ом};$$

$$x_{C5} = \frac{x_{C1}}{5} = 56,5 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление цепи для рассматриваемых гармоник:

$$z_1 = \sqrt{r^2 + (x_{L1} - x_{C1})^2} = \sqrt{20^2 + (31,4 - 282,6)^2} = 252 \text{ ом};$$

$$z_3 = \sqrt{r^2 + (x_{L3} - x_{C3})^2} = \sqrt{20^2 + (94,2 - 94,2)^2} = 20 \text{ ом};$$

$$z_5 = \sqrt{r^2 + (x_{L5} - x_{C5})^2} = \sqrt{20^2 + (157 - 56,5)^2} = 102,5 \text{ ом}.$$

3. Определение гармоник тока. Для первой гармоники максимальное значение тока

$$I_{1м} = \frac{U_{1м}}{z_1} = \frac{310}{252} = 1,23 \text{ а}.$$

Фазовый сдвиг между напряжением и током первой гармоники определяется по

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_{L1} - x_{C1}}{r} = -\frac{251,2}{20} = -12,56 \text{ и } \varphi_1 = -85^\circ 20'.$$

Поскольку на частоте первой гармоники в цепи преобладает емкостное сопротивление ($x_{C1} > x_{L1}$), ток опережает напряжение на угол, равный $85^\circ 20'$, и поэтому

$$i_1 = I_{1M} \sin(\omega_1 t - 15^\circ - \varphi_1) = 1,23 \sin(\omega_1 t + 70^\circ 20') \text{ а.}$$

Для третьей гармоники максимальное значение тока

$$I_{3M} = \frac{U_{3M}}{z_3} = \frac{77,5}{20} = 3,88 \text{ а.}$$

Сдвиг по фазе между напряжением и током третьей гармоники $\varphi_3 = 0$, так как на этой частоте в цепи устанавливается резонанс напряжений ($x_{L3} = x_{C3}$). Соответственно

$$i_3 = I_{3M} \sin 3\omega_1 t = 3,88 \sin 3\omega_1 t \text{ а.}$$

Для пятой гармоники имеем:

$$I_{5M} = \frac{U_{5M}}{z_5} = \frac{40}{102,5} = 0,39 \text{ а;}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \frac{x_{L5} - x_{C5}}{r} = \frac{100,5}{20} = 5,02$$

или $\varphi_5 = 78^\circ 45'$. На этот угол (φ_5) ток пятой гармоники отстает от напряжения, так как в цепи преобладает индуктивное сопротивление ($x_{L5} > x_{C5}$). Соответственно

$$i_5 = I_{5M} \sin(5\omega_1 t + 18^\circ 45' - \varphi_5) = 0,39 \sin(5\omega_1 t - 60^\circ) \text{ а.}$$

Мгновенное значение тока найдем наложением гармоник тока (в амперах):

$$i = i_1 + i_3 + i_5 = 1,23 \sin(\omega_1 t + 70^\circ 20') + \\ + 3,88 \sin 3\omega_1 t + 0,39 \sin(5\omega_1 t - 60^\circ).$$

4. Вычисление действующих значений тока и напряжений. Действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{I_{1M}^2 + I_{3M}^2 + I_{5M}^2} = \\ = 0,707 \sqrt{1,23^2 + 3,88^2 + 0,39^2} = 4,08 \text{ а.}$$

Действующее значение напряжения источника энергии

$$U = 0,707 \sqrt{U_{1м}^2 + U_{3м}^2 + U_{5м}^2} = \\ = 0,707 \sqrt{310^2 + 77,5^2 + 40^2} = 228 \text{ в.}$$

5. Вычисление активной мощности. Активная мощность цепи складывается из активных мощностей отдельных гармоник или в нашем случае

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = \frac{U_{1м} I_{1м}}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_{3м} I_{3м}}{2} \cos \varphi_3 + \\ + \frac{U_{5м} I_{5м}}{2} \cos \varphi_5 = \frac{310 \cdot 1,23}{2} \cos (-85^\circ 20') + \\ + \frac{77,5 \cdot 3,88}{2} \cos 0^\circ + \frac{40 \cdot 0,39}{2} \cos 78^\circ 45' = \\ = 16 + 150 + 1,5 = 167,5 \text{ вт.}$$

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как выполняется расчет разветвленной цепи с несинусоидальным напряжением источника энергии? Вид электрической линейной цепи не влияет на методику расчета, основанную на замене несинусоидального напряжения (или тока) его синусоидальными составляющими. При исследовании каждой гармоники в отдельности важно правильно применить методы расчета цепей синусоидального тока, приведенные в предыдущих главах. Так, например, если в рассмотренной задаче активное сопротивление, индуктивность и емкость соединить параллельно, то для вычисления каждой гармоники тока можно воспользоваться методом проводимостей. Например, для первой гармоники полная проводимость цепи при параллельном соединении

$$y_1 = \sqrt{g^2 + b_1^2} = \sqrt{g^2 + (b_{L1} - b_{C1})^2}$$

или в нашем случае:

$$g = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ см; } b_{L1} = \frac{1}{x_{L1}} = \frac{1}{31,4} = 0,0318 \text{ см;}$$

$$b_{C1} = \frac{1}{x_{C1}} = \frac{1}{282,6} = 0,0034 \text{ см и } y_1 = 0,0575 \text{ см.}$$

Максимальное значение первой гармоники общего тока

$$I_{1м} = U_{1м} y_1 = 310 \cdot 0,0575 = 17,8 \text{ а},$$

и сдвиг по фазе относительно первой гармоники напряжения

$$\varphi_1 = \arctg \frac{b_1}{g} = \arctg \frac{b_{L1} - b_{C1}}{g} = \arctg \frac{0,0284}{0,05} = 29^\circ 35'.$$

Соответственно мгновенное значение первой гармоники общего тока

$$i_1 = 17,8 \sin(\omega_1 t - 15^\circ - \varphi_1) = 17,8 \sin(\omega_1 t - 44^\circ 35') \text{ а}.$$

Для ветви с активным сопротивлением максимальное значение тока

$$I_{1мr} = U_{1м} g = 310 \cdot 0,05 = 15,5 \text{ а}$$

и мгновенное значение

$$i_{1r} = 15,5 \sin(\omega_1 t - 15^\circ) \text{ а}.$$

Для ветви с индуктивным сопротивлением:

$$I_{1мL} = U_{1м} b_{L1} = 310 \cdot 0,0318 = 9,85 \text{ а};$$

$$i_{1L} = 9,85 \sin(\omega_1 t - 15^\circ - 90^\circ) = 9,85 \sin(\omega_1 t - 105^\circ) \text{ а}.$$

Для ветви с емкостным сопротивлением

$$I_{1мC} = U_{1м} b_{C1} = 310 \cdot 0,0034 = 1,05 \text{ а};$$

$$i_{1C} = 1,05 \sin(\omega_1 t + 75^\circ) \text{ а}.$$

Аналогично можно определить и остальные гармоники всех токов.

2. Имеют ли ток и напряжение одинаковую форму кривой? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно прежде всего соответственно сравнить амплитуды гармоник напряжения и тока между собой. Так, в нашем случае третья гармоника напряжения в четыре раза меньше первой гармоники напряжения, а третья гармоника тока в три раза больше первой гармоники тока. Поскольку соотношение амплитуд гармоник на-

пряжения совершенно не соответствует соотношению амплитуд гармоник тока, то и формы кривых тока и напряжения различны.

Различие форм кривых тока и напряжения объясняется изменением реактивных сопротивлений цепи для разных частот (их зависимостью от частоты).

В цепях, содержащих только активные сопротивления, несинусоидальные кривые тока и напряжения имеют одинаковую форму.

3. Чему равен коэффициент мощности в рассматриваемой задаче? В цепях с несинусоидальными токами пользуются понятием коэффициента мощности $\cos \varphi = \frac{P}{UI}$ или в нашем случае $\cos \varphi = \frac{167,5}{228 \cdot 4,08} = 0,18$.

Вычисленное значение $\cos \varphi$ в отличие от цепей синусоидального тока не определяет никаких сдвигов по фазе между напряжением и током цепи и потому является условным коэффициентом мощности.

4. Как измерить действующее значение несинусоидальных величин? Электроизмерительные приборы некоторых систем (например, ламповые вольтметры) имеют на шкале указание «0,707 U_m ». Это означает, что только при измерении синусоидальных напряжений отсчет по шкале выражает действующее значение измеренной величины. Для измерений несинусоидальных напряжения и тока непригодны и приборы электромагнитной системы, так как магнитные свойства стальных пластин (якоря) зависят от частоты. Наименьшей зависимостью показаний от формы тока обладают приборы термоэлектрической системы. В ряде случаев можно применять и приборы электродинамической системы.

15-3. ГАРМОНИКИ В ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

Условие задачи

Фазная э. д. с. одной из обмоток трехфазного генератора задана (в вольтах):

$$e_{\phi} = 160 \sin \omega t + 80 \sin 3\omega t + 20 \sin 5\omega t.$$

Определить фазные и линейные напряжения при соединении обмоток звездой и треугольником.

Решение задачи

1. Вычисление фазных и линейных напряжений при соединении обмоток генератора звездой. По формуле, определяющей действующее значение несинусоидальной величины, находим фазное напряжение генератора:

$$U_{\phi} = \sqrt{\frac{U_{1M}^2}{2} + \frac{U_{3M}^2}{2} + \frac{U_{5M}^2}{2}} = \\ = \sqrt{\frac{160^2}{2} + \frac{80^2}{2} + \frac{20^2}{2}} = 127 \text{ в.}$$

Иначе рассчитывается линейное напряжение. Оно представляет собой разность двух фазных напряжений. Поскольку третьи гармоники во всех обмотках генератора равны по величине и совпадают по фазе, то разность двухфазных напряжений третьих гармоник равна нулю. Поэтому в линейном напряжении не будет третьей гармоники:

$$U_{\pi} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{U_{1M}^2}{2} + \frac{U_{5M}^2}{2}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{160^2}{2} + \frac{20^2}{2}} = 197 \text{ в.}$$

$$\text{Отношение } \frac{U_{\pi}}{U_{\phi}} = \frac{197}{127} = 1,55.$$

Таким образом, при несинусоидальных токах отношение линейного и фазного напряжений меньше чем $\sqrt{3}$.

2. Вычисление фазных и линейных напряжений при соединении обмоток генератора треугольником. В этом случае третьи гармоники э. д. с., совпадающие по фазе, образуют ток в контуре обмоток генератора.

Этот ток образует в обмотках падения напряжения, компенсирующие э. д. с., которые вызвали ток третьей гармоники, в результате чего напряжения на зажимах обмоток не содержат третьей гармоники.

Таким образом, линейное напряжение (оно же и фазное)

$$U_{\pi} = \sqrt{\frac{U_{1M}^2}{2} + \frac{U_{5M}^2}{2}} = 114 \text{ в.}$$

15-4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

430. Построить графически кривую несинусоидального напряжения

$$u = 16 \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t \right).$$

431. Построить графически кривую несинусоидального тока

$$i = 13,4 \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t \right).$$

432. Найти мгновенное значение тока в конденсаторе, емкостное сопротивление которого для первой гармоники 30 ом. Напряжение на зажимах конденсатора (в вольтах)

$$u = 100 \cdot \sqrt{2} \sin \omega t + 60 \sqrt{2} \sin 3\omega t.$$

433. Ток в индуктивности (в амперах)

$$i = 21 \sqrt{2} \sin (\omega t - 90^\circ) + 3,3 \sqrt{2} \sin (3\omega t - 90^\circ).$$

Найти мгновенное значение напряжения на индуктивности, если $L = 31,8$ мГн, а частота первой гармоники $f = 50$ Гц.

434. К зажимам катушки, параметры которой $r = 10$ ом и $L = 30$ мГн, подведено несинусоидальное напряжение (в вольтах)

$$u = 120 \cdot \sqrt{2} \sin (314t + 45^\circ) + 60 \cdot \sqrt{2} \sin 942t.$$

Найти мгновенное значение тока в катушке и построить его график.

435. Цепь из последовательно включенных сопротивления $r = 10$ ом и конденсатора $C = 11,8$ мкФ включена под напряжение (в вольтах)

$$u = 50 + 100 \sin \omega t + 30 \sin \left(3\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + 50 \sin \left(5\omega t + \frac{\pi}{4} \right).$$

Найти мгновенное значение тока и активную мощность.

Частота первой гармоники равна 50 Гц.

436. К последовательной цепи с параметрами $r = 20$ ом, $C = 11,8$ мкФ, $L = 95,5$ мГн подведено напряжение (в вольтах)

$$u = 200 \sin (\omega t - 45^\circ) + 50 \sin (3\omega t - 90^\circ) + 50 \sin 5\omega t.$$

Определить мгновенное значение напряжения на активном сопротивлении, вычислить действующие значения тока и напряжения на зажимах, активную мощность и коэффициент мощности, если $\omega = 314$ 1/сек.

437. На зажимах цепи (рис. 15-5) напряжение (в вольтах)

$$u = 200 \sqrt{2} \sin \omega t + 70 \sqrt{2} \sin 3\omega t, \text{ где } \omega = 314 \text{ 1/сек.}$$

Определить показания приборов, показанных на схеме, если параметры цепи: $r = 10$ ом; $L = 31,8$ мГн; $C = 106$ мкФ.

438. Активное сопротивление $r=100$ ом и конденсатор $C=11,8$ мкф присоединены параллельно к зажимам источника с напряжением (в вольтах) $u=100+100 \sin 314t+50 \sin 942t$.

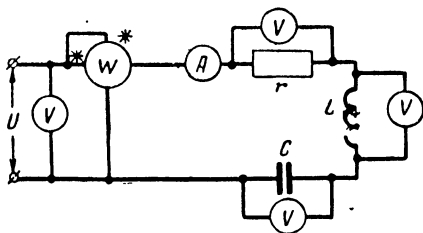


Рис. 15-5. К задаче 437.

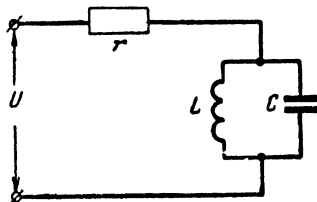


Рис. 15-6. К задаче 439.

Найти мгновенное значение общего тока и вычислить его действующее значение.

439. На зажимах цепи (рис. 15-6) действует напряжение (в вольтах) $u=5+5 \sin \omega t+3 \sin 3\omega t$. Для первой гармоники $x_L=50$ ом, а $x_C=450$ ом. Активное сопротивление $r=10$ ом. Определить мгновенное значение общего тока.

440. Линейное напряжение генератора при соединении обмоток в звезду равно 376 в, а при соединении обмоток в треугольник суммарная э. д. с. в контуре равна 97,5 в. Вычислить действующее значение фазной э. д. с., если она содержит первую и третью гармоники.

441. В условиях предыдущей задачи вычислить фазное напряжение при соединении обмоток генератора треугольником.

15.5. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 15

430. Кривая по форме близка к треугольнику, ее максимальное значение равно приблизительно 18.

431. Кривая по форме близка к прямоугольнику, ее максимальное значение равно приблизительно 10.

432. $3,3 \sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) + 6 \cdot \sqrt{2} \sin(3\omega t + 90^\circ) \text{ а.}$

433. $210 \sqrt{2} \sin \omega t + 99 \sqrt{2} \sin 3\omega t \text{ в.}$

434. $12,4 \sin(314t + 2^\circ) + 2,8 \sin(942t - 71^\circ) \text{ а.}$

435. $0,37 \sin(\omega t + 88^\circ) + 0,33 \sin(3\omega t - 6^\circ 30') + 0,91 \sin(5\omega t + 124^\circ 30') \text{ а; } 5,2 \text{ вм.}$

436. $16,7 \sin(\omega t + 40^\circ) + 50 \sin(3\omega t - 90^\circ) + 4,6 \sin(5\omega t - 84^\circ 30') \text{ в; } 1,86 \text{ а; } 149 \text{ в; } 81 \text{ вм; } 0,294.$

437. $212 \text{ в; } 9,5 \text{ а; } U_r = 95 \text{ в; } U_L = 130 \text{ в; } U_C = 276,8 \text{ в; } 783 \text{ вм.}$

438. $1 + 1,06 \sin(\omega t + 20^\circ) + 0,742 \sin(3\omega t + 48^\circ) \text{ а; } 1,15 \text{ а.}$

439. $0,5 + 0,088 \sin(\omega t - 80^\circ) \text{ а.}$

440. 220 в.

441. 217 в.

ГЛАВА ШЕСТНАДЦАТАЯ

ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА СО СТАЛЬЮ

16-1. РАСЧЕТ ТОКА В КАТУШКЕ СО СТАЛЬНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Условие задачи

Обмотка числом витков $w=380$ и активным сопротивлением $r=3,6 \text{ ом}$ размещается на сердечнике из электротехнической стали Э21. Толщина листов магнитопровода $0,5 \text{ мм}$, а всего пакета 50 мм . Остальные размеры (в миллиметрах) указаны на рис. 16-1. Стальные листы разделены изоляцией, занимающей $11,4\%$ объема магнитопровода.

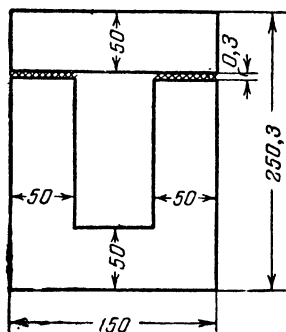


Рис. 16-1. К условию задачи § 16-1.

Вычислить ток в обмотке, если она присоединена к сети переменного тока (50 гц) напряжением 220 в . Построить векторную диаграмму. Магнитным потоком рассеяния пренебречь.

Решение задачи

1. Особенности катушки индуктивности со стальным сердечником. В гл. 11 рассматривался расчет тока в катушке индуктивности по заданным ее параметрам (r и L) и напряжению на зажимах. Такая задача, как известно, очень проста и решается по формуле

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

Можно ли так рассчитать ток в рассматриваемой задаче? Если нет, то что нового вносит стальной сердечник?

Во-первых, индуктивность катушки со стальным сердечником зависит от величины тока в ее обмотке, так как магнитная проницаемость материала магнитопровода различна при различной величине магнитной индукции в сердечнике. Иначе говоря, цепь, содержащая

катушку со стальным сердечником, относится к нелинейным цепям.

Во-вторых, при прохождении переменного тока по обмотке стальной сердечник намагничивается в течение четверти периода, размагничивается в следующую четверть периода, затем намагничивается в обратном направлении и т. д. На перемагничивание, а также вследствие образования вихревых токов в магнитопроводе расходуется энергия, оцениваемая мощностью потерь в стали.

В-третьих, при синусоидальном напряжении на зажимах обмотки ток в обмотке имеет синусоидальную форму только в том случае, если величина магнитной индукции в магнитопроводе не выходит за пределы линейного участка кривой намагничивания. Поскольку во многих практических случаях значения магнитной индукции соответствуют криволинейному участку («колену») кривой намагничивания, то ток в обмотке получается несинусоидальным. При построении векторных диаграмм, расчете потерь и составлении схем замещения несинусоидальный ток заменяют равноценным синусоидальным, вводя поправочный коэффициент (на несинусоидальность). Равноценный синусоидальный ток должен иметь такое же действующее значение, как и несинусоидальный, и создавать такие же потери.

Указанные особенности цепи со сталью на переменном токе определяют и методику расчета. Ток в обмотке рассматривают состоящим из двух составляющих: намагничивающей (реактивной) I_μ и активной I_a . Первая составляющая (намагничивающая) определяется магнитными свойствами цепи. Вторая составляющая (активная) определяется по мощности потерь в стали.

Ток в обмотке равен геометрической сумме намагничивающей и активной составляющей:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_\mu^2}.$$

2. Вычисление намагничивающего тока. Прежде всего определим величину магнитного потока в сердечнике, приняв наводимую им э. д. с. в обмотке численно равной напряжению на зажимах, т. е. $E = U = 220$ в.

Это допущение практически вполне возможно, так как падение напряжения на активном сопротивлении обмотки не превышает нескольких процентов от напряжения U . Таким образом,

$$\Phi_{\text{м}} = \frac{E}{4,44fw} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 380} = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ вб.}$$

Теперь определяем максимальное значение магнитной индукции с учетом, что 11,4% площади поперечного сечения магнитопровода заполнено изоляцией.

Сечение стали $S_{\text{ст}} = S - 0,114S$, откуда $S_{\text{ст}} = 0,886 S = 0,886 \cdot (5 \times 5) = 22 \text{ см}^2$. Поэтому

$$B_{\text{м}} = \frac{\Phi_{\text{м}}}{S_{\text{ст}}} = \frac{2,63 \cdot 10^{-3}}{22 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ тл.}$$

По табл. (см. приложение 4) для стали Э21 находим максимальное значение напряженности поля в стали $H_{\text{ст.м}} = 8,4 \text{ а/см}$. Для воздушных зазоров, как было показано (гл. 8), максимальное значение напряженности поля $H_{\text{в.м}} (\text{а/см}) = 0,8 B_{\text{м}} (\text{гс}) = 8000 B_{\text{м}} (\text{тл}) = 8000 \cdot 1,2 = 9600 \text{ а/см}$.

По закону полного тока максимальное значение намагничивающей силы

$$\begin{aligned} I_{\mu \text{ макс}} w &= H_{\text{ст.м}} l_{\text{ст}} + H_{\text{в.м}} l_{\text{в}} = \\ &= 8,4 \cdot 60 + 9600 \cdot 0,06 = 1080 \text{ а,} \end{aligned}$$

где $l_{\text{ст}} = 60 \text{ см}$ и $l_{\text{в}} = 0,06 \text{ см}$ найдены по рис. 16-1.

Намагничивающий ток при указанном значении магнитной индукции можно принять практически синусоидальным и вычислить его действующее значение:

$$I_{\mu} = \frac{I_{\mu \text{ макс}} w}{\sqrt{2} w} = \frac{1080}{\sqrt{2} \cdot 380} = 2,0 \text{ а.}$$

3. Вычисление активной составляющей тока. Для определения активной составляющей тока нужно определить мощность потерь в стали; она зависит от свойств материала магнитопровода. Поэтому мощность потерь рассчитывается по эмпирическим формулам (либо по формулам, содержащим эмпирические ко-

эффиценты) или определяется экспериментально. Воспользуемся наиболее простой из них

$$p_c = p_{1/50} B_m^2,$$

где p_c — удельная мощность потерь в стали, $вт/кг$;
 B_m — максимальное значение магнитной индукции, $тл$;
 $p_{1/50}$ — удельная мощность потерь при индукции 1 $тл$ и частоте 50 $гц$, приводимая для различных сортов стали в ГОСТ 802-58.

Для рассматриваемой стали Э21 по указанному ГОСТ $p_{1/50} = 2,5$ $вт/кг$ (см. также: Н. Н. Мансуров и В. С. Попов, Теоретическая электротехника, изд. 8-е, стр. 607. Госэнергоиздат, 1962).

Удельная мощность потерь $p_c = 2,5(1,2)^2 = 3,6$ $вт/кг$. Принимая удельный вес стали 7,8 $г/см^3$, находим вес стальной части (без изоляции) магнитопровода:

$$G = 7,8 S_{ст} l_{ср} = 7,8 \cdot 22 \cdot 60 = 10,3 \text{ кг},$$

а вся мощность потерь в стали

$$P_c = p_c G = 3,6 \cdot 10,3 = 37,1 \text{ вт}.$$

Активная составляющая тока

$$I_a = \frac{P_c}{U} = \frac{37,1}{220} = 0,17 \text{ а}.$$

Ток в обмотке

$$I = \sqrt{I_\mu^2 + I_a^2} = \sqrt{(2,0)^2 + 0,17^2} \approx 2 \text{ а}.$$

4. Векторная диаграмма. Построение векторной диаграммы (рис. 16-2) начнем с вектора магнитного потока Φ ; он индуцирует в обмотке э. д. с. E , отстающую по фазе на 90° . (Этот фазовый сдвиг легко объяснить, если вспомнить, что э. д. с. индукции определяется скоростью изменения магнитного потока $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$.)

Напряжение U на зажимах обмотки состоит из двух частей. Первая U' уравнивает наводимую э. д. с., равна ей по величине и противоположна по фазе. Вторая

равна падению напряжения $I_r = 2 \cdot 3,6 = 7,2$ в. При расчете цепи принималось $U = U' = E$, так как $I_r \ll U$ ($7,2 \text{ в} \ll 220 \text{ в}$).

Активная составляющая тока I_a совпадает по фазе с напряжением U' , а реактивная I_μ отстает на угол 90° , т. е. совпадает по фазе с магнитным потоком, что и следовало ожидать. Отложив в масштабе токи I_a и I_μ , построим вектор тока I в обмотке.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как выполнить расчет цепи с учетом падения напряжения в обмотке? Начать рас-

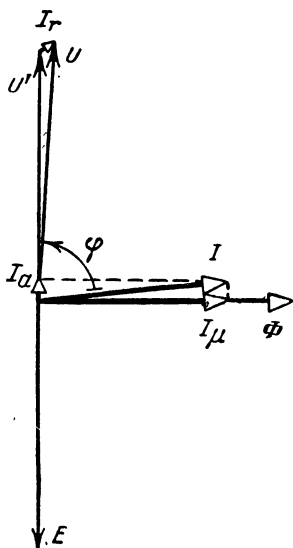


Рис. 16-2. Векторная диаграмма цепи со сталью без учета магнитного потока рассеяния.

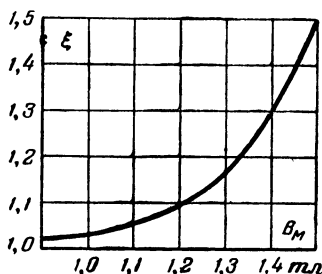


Рис. 16-3. К дополнительному вопросу 2, § 16-1.

чет надо так, как было показано в задаче, т. е. принять $U = U' = E$ и определить падение напряжения на обмотке. Затем по напряжению на зажимах и падению напряжения в обмотке найти графически новое значение $U' = E$ и повторить весь расчет цепи.

Такой путь расчета называется методом последовательного приближения; к нему приходится редко прибегать, так как для большинства практических случаев можно принять $U = E$.

2. Как учитывается несинусоидальность формы кривой тока в обмотке? При решении задачи не учитывалась несинусоидальность тока в обмотке. Это объясняется тем, что для электротехнической

стали кривая намагничивания имеет практически прямолинейный участок при магнитных индукциях до 1—1,2 тл. В этих пределах индукций ошибка в определении действующего значения несинусоидального тока не превышает 10%.

При больших величинах индукций действующее значение тока заметно уменьшается (по сравнению с синусоидальным током того же максимального значения), и это учитывается поправочным коэффициентом ξ (рис. 16-3) *. С учетом этого коэффициента намагничивающий ток

$$I_{\mu} = \frac{I_{\mu \text{ макс}}}{\sqrt{2} \xi}.$$

3. Можно ли раздельно вычислить потери от гистерезиса и вихревых токов? Для индукций более 1 тл удельные потери от гистерезиса $p_{\Gamma} = k_{\Gamma} f B_m^2$ (вт/кг), где $k_{\Gamma} = (2,5 - 4,5) 10^{-2}$ в зависимости от сорта стали.

Принимая $k_{\Gamma} = 3,0 \cdot 10^{-2}$ вт/кг·гц·тл², получим $p_{\Gamma} = 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot 50 (1,2)^2 = 2,16$ вт/кг и удельные потери от вихревых токов $p_{\text{в}} = p_{\text{с}} - p_{\Gamma} = 3,6 - 2,16 = 1,44$ вт/кг.

Учитывая, что удельные потери от вихревых токов определяются как $p_{\text{в}} = k_{\text{в}} f^2 B_m^2$ (вт/кг), имеем в нашем случае

$$k_{\text{в}} = \frac{p_{\text{в}}}{f^2 B_m^2} = \frac{1,44}{50^2 \cdot 1,2^2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ вт/кг} \cdot \text{гц}^2 \cdot \text{тл}^2.$$

Полученное значение коэффициента $k_{\text{в}}$ подходит для электротехнических сталей при толщине листа 0,5 мм.

4. Как изменятся потери в стали, если увеличить частоту в 10 раз? Поскольку потери от гистерезиса пропорциональны частоте в 1-й степени, а потери от вихревых токов — частоте во 2-й степени (см. предыдущий пункт), то окажется:

$$p_{\Gamma} = 21,6 \text{ вт/кг} \text{ и } p_{\text{в}} = 144 \text{ вт/кг}.$$

Таким образом, с увеличением частоты начинают преобладать потери от вихревых токов и их ослаблению приходится уделять главное внимание. Это достигается

* Из книги Н. Н. Мансурова и В. С. Попова «Теоретическая электротехника», изд. 8-е, стр. 600, 1962 г.

применением более тонких пластин (0,1 и 0,05 мм) или мелкозернистых материалов.

5. Как измерить потери в стали? Вначале нужно измерить мощность потерь в меди обмотки, например питая обмотку постоянным током. При этом опыте потери в стали будут отсутствовать. Зная потери в меди, легко определить активное сопротивление обмотки. Затем нужно измерить общие потери в меди и стали и вычислить потери в стали, как разность общих потерь и потерь в меди.

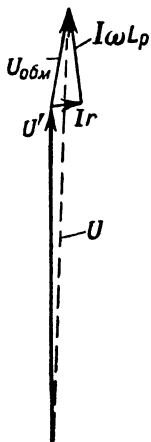


Рис. 16-4. Векторная диаграмма падений напряжений на обмотке в цепи со сталью.

6. В каких случаях и как учитывается магнитный поток рассеяния? Если магнитная цепь работает в режиме насыщения или близком к насыщению, то может появиться заметный поток рассеяния. Он замыкается по воздуху, и потому этот поток пропорционален току в обмотке.

Отношение потока рассеяния к току в обмотке определяет индуктивность рассеяния L_p . Полное сопротивление обмотки составляется из ее активного сопротивления r и реактивного ωL_p .

Рассматривая заданную цепь с учетом рассеяния, получаем, что напряжение на зажимах обмотки уравнивает не только э. д. с. индукции и падение напряжения на активном сопротивлении обмотки, как было показано на векторной диаграмме (рис. 16-2), но и падение напряжения на индуктивности рассеяния (рис. 16-4).

16-2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

442. Построить график тока в обмотке с числом витков $w=200$, размещенной на однородном магнитопроводе из стали Э12 с площадью поперечного сечения 9 см^2 и длиной средней магнитной линии 20 см , если магнитный поток синусоидальный с максимальным значением $14,4 \cdot 10^{-4} \text{ вб}$ и частотой $f=50 \text{ гц}$. Принять начальную фазу магнитного потока равной нулю (таблица кривой намагничивания приведена в приложении 4).

443. Катушка с активным сопротивлением $r=2 \text{ ом}$ расположена на стальном сердечнике и питается от сети переменного тока с напряжением 220 в . Ток в катушке $2,5 \text{ а}$, а коэффициент мощности $0,1$. Определить мощность потерь в меди и стали.

444. По катушке со стальным сердечником при питании от источника постоянного тока с напряжением 40 в проходил ток 10 а, а при питании от сети переменного тока напряжением 220 в и частотой 50 гц — ток 2 а. При этом $\cos \varphi = 0,12$. Определить мощность потерь в меди и стали.

445. К сети переменного тока ($f = 50$ гц) присоединена катушка со стальным сердечником. Максимальное значение магнитного потока в сердечнике 0,01 вб. Ток в катушке 10 а, число витков 100, ее сопротивление 0,4 ом, общая мощность потерь 400 вт. Определить напряжение сети, а также активную и намагничивающую составляющие тока в катушке.

446. Ток катушки со стальным сердечником равен 2 а, а общая мощность потерь 20 вт. Определить составляющие потерь в меди и стали, если при вынужденном стальном сердечнике ток и общая мощность возрастают до 8 а и 64 вт.

447. Удельную мощность потерь в стали можно определить по формуле $p_c = k_b f^2 B_m^2 + k_r f B_m^2$, где k_b и k_r — соответственно коэффициенты потерь от вихревых токов и гистерезиса. Определить эти коэффициенты для катушки со стальным сердечником, которая при максимальной индукции 1,4 тл на частоте 40 гц имеет удельную мощность потерь 3,13 вт, а на частоте 50 гц (при той же индукции) — 4,12 вт.

448. В условиях предыдущей задачи определить отношение удельных потерь мощности от гистерезиса и от вихревых токов.

449. В условиях задачи 447 вывести размерность коэффициентов k_b и k_r .

450. Катушка со стальным сердечником на частоте 50 гц имеет мощность потерь в стали 41,2 вт, из которых вследствие гистерезиса 31,4 вт и от вихревых токов 9,8 вт. Определить мощность потерь в стали от гистерезиса и вихревых токов при частоте 100 гц (принять во внимание выражение для p_c , приведенное в задаче 447).

451. В условиях предыдущей задачи вычислить магнитную индукцию в сердечнике, если его вес составляет 10 кг, а удельные потери в стали $p_{1/50} = 1,05$ вт/кг. Принять магнитный поток синусоидальным.

452. На сердечнике из стали Э41 с толщиной листа 0,5 мм, площадью поперечного сечения 16 см² и длиной средней магнитной линии 44 см расположена обмотка с числом витков 480 и активным сопротивлением 20 ом.

Определить ток в обмотке, его активную и намагничивающую составляющие, построить векторную диаграмму, если напряжение на зажимах обмотки 120 в при частоте 50 гц. Магнитным рассеянием пренебречь. Удельные потери в стали $p_{1/50} = 1,6$ вт/кг.

453. Обмотка, имеющая 480 витков, питается от сети переменного тока напряжением 220 в. Обмотка расположена на сердечнике из стали Э42 с толщиной листа 0,35 мм (рис. 16-5), 41% объема сердечника составляет изоляция.

Определить ток в обмотке, его намагничивающую и активную

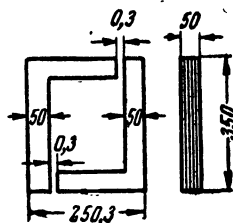


Рис. 16-5. К задаче 453.

составляющие, построить векторную диаграмму. Сопротивлением обмотки пренебречь. Принять $p_{1/50} = 1,2 \text{ вт/кг}$.

454. В условиях предыдущей задачи вычислить параметры последовательной и параллельной электрических схем замещения.

16-3. ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ГЛ. 16

442.

$t, \text{ мсек}$	0	2,5	5,0	7,5	10
i, a	0	0,44	0,73	0,44	0

443. 12,5 вт; 42,5 вт.

450. 62,8 вт; 39,2 вт.

444. 16 вт; 36,8 вт.

451. 1,4 тл.

445. 222 в; 1,6 а; 9,8 а.

452. 106 ма; 36 ма; 94 ма.

446. 4 вт; 16 вт.

453. 2 а; 1,98 а; 0,09 а.

447. $3,2 \cdot 10^{-2} \text{ вт/кг} \cdot \text{гц}^2 \cdot \text{тл}^2$;
 $2 \cdot 10^{-4} \text{ вт/кг} \cdot \text{гц} \cdot \text{тл}^2$.

454. Для последовательной

448. 3,2 раза.

схемы 5 ом и 110 ом; для параллельной 2,4 ком и 0,11 ком.

449. $\frac{a \cdot \text{м}^4}{\text{в} \cdot \text{кг}}$; $\frac{a \cdot \text{м}^4}{\text{в} \cdot \text{сек} \cdot \text{кг}}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал	Диэлектрическая проницаемость	Пробивная напряженность, кв/мм	Удельное электрическое сопротивление при 20° С, ом·см
Бумага кабельная сухая	2,3—3,5	6—9	$10^{13}—10^{14}$
Бумага, пропитанная маслом	3,4—3,7	10—25	10^{15}
Бумага парафинированная	4,3	10—25	—
Вода дистиллированная	80	—	—
Воздух	1,0	—	—
Ткань лакированная	3,5—5,0	32—45	$10^{12}—10^{13}$
Масло минеральное	2,2	7—12	—
Миканит	4,6—6,0	15—20	10^{15}
Мрамор	8—10	3,5—5,5	$10^9—10^{10}$
Парафин	2—2,2	15—30	$10^{15}—10^{16}$
Электрокартон:			
а) сухой	2,5—4	8—10	$10^9—10^{13}$
б) пропитанный маслом	4—5	12—27	$10^{12}—10^{13}$
Резина	3—6	15—20	—
Слюда мусковит	6—7,5	120—200	$10^{14}—10^{15}$
флогопит	4—6	80—150	$10^{12}—10^{14}$
Стекло	5,5—10	10—40	$10^{11}—10^{15}$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал	Удель- ный вес	Удельная проводимос- ть, $\text{сим/м} \times 10^8$	Удельное сопро- тивление, $\text{ом} \cdot \text{м} \times 10^{-8}$	Температур- ный коэффи- циент сопро- тивления, $1/^\circ\text{град}$
Алюминий	2,7	34	0,029	0,004
Константан	8,8	2	0,40—0,51	0,00005
Медь	8,9	57	0,0175	0,004
Манганин	8,14	2,4	0,42	0,000015
Нихром	8,2	0,9	1,1	0,0003
Сталь	7,85	10—5	0,1—0,2	0,005
Фехраль	7,6	0,83	1,2	0,0002

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ДОПУСТИМЫЕ ПЛОТНОСТИ ТОКОВ ДЛЯ ПРОВОДОВ И НЕКОТОРЫХ ВИДОВ НАМОТОК

Вид намотки или условия размещения провода	Допусти- мая плот- ность, а/мм^2
Одиночный провод в закрытом помещении сечением, мм^2 :	
5	10
10	7
50	4
100	3
Катушка с однорядной намоткой	3—5
Катушка с многорядной намоткой:	
при малых мощностях (до 10 <i>вт</i>) . .	2—3
„ средних „ (до 1 <i>квт</i>) . .	1,8—2,5
„ больших „	1,2—1,8

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ХАРАКТЕРИСТИКА НАМАГНИЧИВАНИЯ СТАЛЕЙ

В, тл	Марка стали			
	Э11, Э12, Э21	Э41, Э42	Литая сталь	Пермендюар
	Н, а/см	Н, а/см	Н, а/см	Н, а/см
0,1	—	0,40	0,80	0,57
0,2	—	0,50	1,60	0,70
0,3	—	0,60	2,40	0,73
0,4	1,40	0,70	3,20	0,76
0,45	1,52	0,75	3,60	0,79
0,5	1,71	0,85	4,00	0,82
0,55	1,91	0,94	4,43	—
0,60	2,11	1,10	4,88	0,85
0,65	2,36	1,27	5,35	—
0,70	2,61	1,45	5,84	0,88
0,75	2,87	1,65	6,32	—
0,80	3,18	1,85	6,82	0,91
0,85	3,52	2,10	7,45	—
0,90	3,97	2,35	7,98	0,94
0,95	4,47	2,70	8,50	—
1,00	5,02	3,00	9,20	0,97
1,05	5,70	3,40	10,04	1,00
1,10	6,47	3,95	10,90	1,05
1,15	7,39	4,60	11,87	1,10
1,20	8,40	5,40	12,90	1,15
1,25	9,76	6,40	14,30	1,20
1,30	11,40	7,70	15,90	1,25
1,35	13,40	9,70	18,10	1,32
1,40	15,80	13,00	20,90	1,40
1,45	19,50	18,30	24,40	1,50
1,50	25,00	27,50	28,90	1,62
1,55	32,80	38,50	34,30	1,80
1,60	43,70	51,50	41,00	2,00
1,65	58,80	69,50	48,70	2,25
1,70	77,80	89,00	57,50	2,6
2,00	—	—	—	6,2

Цена 95 коп.